

การจำแนกพิชิตที่มีปีติจำก



นางสาว ประภา ตันเรืองพร

001537

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตร์มหาบัณฑิต

แผนกวิชาคณิตศาสตร์

บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

พ.ศ. ๒๕๖๔

工16342148

Accepted by the Graduate School, Chulalongkorn University in partial fulfillment of the requirements of the Degree of Master of Science.

.....Kittipacharathorn.....

Dean of the Graduate School

Thesis Committee

K. Nadyavanta Chairman.

Sidney S. Mitchell
Phavee Disapthong

Thesis Supervisor Dr. Sidney S. Mitchell

หัวข้อวิทยานิพนธ์ : การจำแนกฟีชคณิตที่มีมิติจำกัด

ชื่อ : นางสาว ประภา ศันเรืองพร

แผนกวิชา : คณิตศาสตร์

ปีการศึกษา : ๒๕๖๘



บทคัดย่อ

ในวิทยานิพนธ์นี้ เรายังไงโครงสร้างของฟีชคณิตที่มีมิติจำกัด เราเริ่มด้วยการแสดง
ถึงผลลัพธ์ซึ่งเป็นที่รู้จักดี คือ (i) ถ้า B เป็นฟีชคณิตที่มีมิติจำกัดบนฟิลด์ (field) K และ
 B จะเป็นໄคเครคซ์ม (direct sum) ของ เช่นมีชิมเบิล ฟีชคณิต (semisimple subalgebra) A
และนิลโพเทนท์ ฟีชคณิต (nilpotent subalgebra) N (ii) ต่อจากนั้นเราจำแนกโครงสร้าง
ของ เช่นมีชิมเบิล ฟีชคณิต (semisimple algebra) ซึ่งในขณะเดียว ก็เป็น เช่นมีชิมเบิล ริง
(semisimple ring) ที่มีมินิมัม คอนดิชัน (minimum condition) ด้วย เราแสดงให้เห็น
ว่า เช่นมีชิมเบิล ริง (semisimple ring) ที่มีมินิมัม คอนดิชัน (minimum condition)
เป็นໄคเครคซ์ม (direct sum) ของไอดีอลสองด้าน (two-sided ideals) ที่เล็กที่สุด โดยที่
แต่ละอันเป็นเชิงเบิล (simple) อาร์ตีเนียน (Artinian) ทางขวา เมื่อมองในแง่ของริง
(ring) และทั้งหมดมีจะไอโซมอร์ฟิก (isomorphic) กับ แมทริก ฟีชคณิต (matrix
algebra) บน ศิริชั่น ริง (division ring) ยิ่งไปกว่านั้น เราเริ่มจำแนกนิลโพเทนท์ ฟีชคณิต
(nilpotent algebra) โดยการจำแนก นิลโพเทนท์ ฟีชคณิต (nilpotent algebra) ที่มีมิติ
๑, ๒ และ ๓ ต่อจากนั้น เราพิสูจน์ทฤษฎีบทที่กล่าวว่า นิลโพเทนท์ ฟีชคณิต (nilpotent algebra)
 A ที่มีมิติ $n-1$ และสอดคล้องกับสมบัติที่ว่า $xy = 0 \Leftrightarrow \exists k > 0 \ni x \in A^k$,
 $y \in A^{n-k}$ จะไอโซมอร์ฟิก (isomorphic) กับໂquotient ริง (quotient ring) $K_0[x]/(x^n)$
เมื่อ $K_0[x] = \left\{ a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n \mid a_k \in K, n > 0 \right\}$.

Thesis Title : On The Classification of Finite Dimensional Algebras
Name : Miss Prapha Tanruangphorn
Department : Mathematics
Academic Year : 1975

ABSTRACT

In this thesis we study the structure of finite dimensional associative algebras. We first give some well-known results, (i) if B is a finite-dimensional associative algebra over a field K , then B is a direct sum of a semisimple subalgebra A and a nilpotent subalgebra N . (ii) We then classify the structure of semisimple algebra which is also a semisimple ring with minimum condition. We show that a semisimple ring with minimum condition is the direct sum of its minimal two-sided ideals each of which is simple right Artinian when regarded as a ring and these must be isomorphic to matrix algebras over a division ring. Furthermore, we start the classification of nilpotent algebras. by classifying the nilpotent algebras of dimension 1,2 and 3. Then we prove a theorem which says that a nilpotent algebra A of dimension $n-1$ satisfying the condition that $xy = 0$ if and only if there exists $k > 0$ such that $x \in A^k$ and $y \in A^{n-k}$, is isomorphic to a quotient ring $K[x] / (x^n)$ where $K[x] = \{a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n \mid a_k \in K; n > 0\}$.

ACKNOWLEDGEMENT

I wish to express here my sincere gratitude to Dr. Sidney S. Mitchell, my thesis supervisor, for introducing me to this subject and for his valuable assistance in preparing this thesis.

TABLE OF CONTENTS

	Page
ABSTRACT IN THAI	IV
ABSTRACT IN ENGLISH	V
ACKNOWLEDGEMENT	VI
CHAPTER	
I INTRODUCTION	1
II PRELIMINARIES	2
III THE WEDDERBURN-MALCEV THEOREM	7
IV THE SEMISIMPLE ALGEBRAS	28
V THE NILPOTENT ALGEBRAS.	39
REFERENCES	83
VITA	84