บทที่ ๕

การคำนวณและการวิเคราะห์ภาพถ่าย

๕.๑ ข้อมูลที่ ๑

Plate 11

Local Time $05^h.06\frac{1}{2} - 05^h.14\frac{1}{2}$ Nov. 28 = Nov. 27.92396,1973,U.T.

๕.๑.๑ หา Apparent R.A. และ Apparent Dec. ของดาวฤกษ์ที่ใช้กำหนดแกนหลัก

ดาวฤกษ์ที่นำมากำหนดแกนหลักใน Plate นี้คือดาว α Spica และดาว γ Hydra สำหรับสูตรที่ใช้คำนวณเมื่ออยู่ด้วยกัน ๒ สูตร คือ

สูตรที่ ๑

$$\boxed{\begin{aligned} \text{Apparent R.A.} &= \alpha_1 + Cc + Dd \\ \text{Apparent Dec.} &= \delta_1 + Cc' + Dd' \end{aligned}}$$

C,D มีชื่อว่า Besselian Day Numbers ทราบได้จาก Ephemeris ส่วน c,d,c' และ d' หาได้จากสูตร

$$c = \frac{1}{15}\cos\alpha_1 \sec\delta_1$$

$$d = \frac{1}{15}\sin\alpha_1 \sec\delta_1$$

$$c' = \tan\epsilon\cos\delta_1 - \sin\alpha_1 \sin\delta_1$$

$$d' = \cos\alpha_1 \sin\delta_1$$

ในเมื่อ ϵ = ความเอียงของระนาบ Ecliptic ในปี ๑๙๗๓ ทราบได้จาก Ephemeris

$$= 23^\circ.442795$$

สูตรที่ ๒

$$\boxed{\begin{aligned} \alpha_1 - \alpha &= f + \frac{1}{15}g\sin(G+\alpha)\tan\delta \\ \delta_1 - \delta &= g\cos(G+\alpha) \end{aligned}}$$

f, g, G มีชื่อว่า Independent day numbers หาบได้จาก Ephemeris

ในเมื่อ g เป็นหน่วยของมุมเป็นฟิลิปดา

f เป็นหน่วยของเวลาเป็นวินาที

α, δ เป็น Mean R.A. และ Mean Dec. ของดาวฤกษ์หาบได้จาก Epemeris โดยใช้สูตรที่ 2 คำนวณก่อนจะได้ค่า α_1 และ δ_1 เมื่อแทนค่าทั้งสองที่ได้นี้ลงในสูตรที่ 1 ก็จะได้ค่าของ Apparent R.A. และ Apparent Dec.

1.1.1 <u>หา Apparent R.A. และ Apparent Dec ของ Spica</u>

จาก Ephemeris 1973 หน้า 322–323 หาบ Besselion Day Numbers และ Independent Day Numbers ดังนี้

	Besselion Day Numbers		Independent Day Numbers		
Nov. 28	C	D	f	g	G
	7".757	18".678	$0^s.7118$	4".643	$0^h\ 19^m\ 31^s$

จาก Ephemeris 1973 หน้า 338 หาบ Mean R.A. และ Mean Dec. ของ Spica ดังนี้

Mean R.A. ของ Spica $= 13^h\ 23^m\ 46^s.0$

Mean Dec. ของ Spica $= -11^\circ\ 01'\ 15''$

<u>จากสูตรที่ 2</u>

$$\alpha_1 - \alpha = f + \frac{1}{15} g \sin (G + \alpha) \tan \delta$$

$$\delta_1 - \delta = g \cos (G + \alpha)$$

แทนค่า

$$\therefore \alpha_1 - 13^h\ 23^m\ 46^s.0 = 0^s.7118 + \frac{1}{15} (4.643) \sin (13^h\ 23^m\ 46^s.0 + 0^h\ 19^m\ 31^s) \tan (-11^\circ 01'\ 15'')$$

$$= 0^s.7381$$

$$\alpha_1 = 13^h\ 23^m\ 46^s.0 + 0^s.7381 = 13^h\ 23^m\ 46^s.7381 = 200^\circ.9448$$

$\delta_1 - (-11^\circ\ 01'\ 15'') = 4''.643 \cos (13^h\ 23^m\ 46^s.0 + 0^h\ 19^m\ 31^s) = -4''.1794$

$\therefore\ \delta_1 = -11^\circ\ 01'\ 15'' - 4''.1794 = -11^\circ 01'\ 19''.1794 = -11^\circ.0220$

<u>จากสูตรที่ 1</u>

Apparent R.A. $= \alpha_1 + Cc + Dd$

Apparent Dec $= \delta_1 + Cc' + Dd'$

$\alpha_1 = 13^h\ 23^m\ 46^s.7381 = 200^\circ.9448$

$\delta_1 = -11^\circ\ 01'\ 19''.1794 = -11^\circ.0220$

$C = 7''.757$

$c = \frac{1}{15} \cos \alpha_1 \sec \delta_1 = \frac{1}{15} \cos 200^\circ.9448 \sec (-11^\circ.0220)$

$= -0.06343$

$D = 18''.678$

$d = \frac{1}{15} \sin \alpha_1 \sec \delta_1 = \frac{1}{15} \sin 200^\circ.9448 \sec(-11^\circ.0220)$

$= -.02428$

$c' = \tan \epsilon \cos \delta_1 - \sin \alpha_1 \sin \delta_1 = \tan 23^\circ.4428 \cos(-11^\circ.0220)$

$-\sin 200^\circ.9448 \sin (-11^\circ.0220)$

$= .35728$

$D = 18''.678$

$d' = \cos \alpha_1 \sin \delta_1 = \cos 200^\circ.9448 \sin (-11^\circ.0220)$

$= .17856$

$\therefore$ Apparent R.A. $= 13^h\ 23^m\ 46^s.7381 + (7.757)(-0.06343) + (18.678)(-0.02428)$

$= 200^\circ.9408$

Apparent Dec. $= -11^\circ\ 01'\ 19''.1794 + (7.757)(.35728) + (18.678)(.17856)$

$= -11^\circ.0203$

∴ Spica หรือดาวรวงข้าวในหมู่ดาวหญิงพรหมจารีย์ (Virgo) มีค่า Apparent R.A. และ Apparent Dec. เมื่อ NOV. 28, 1973 ดังนี้

$$\boxed{\begin{array}{l} \text{Apparent } \alpha = 13^h\ 23^m\ 45^s.7926 = 200^\circ.9408 \\ \text{Apparent } \delta = -11^\circ\ 01'\ 13''.0728 = -11^\circ.0203 \end{array}}$$

1.1.2 หา Apparent R.A. และ Apparent Dec. ของ τ Hydra

จาก Ephemeris 1973 หน้า 338

Mean R.A ของ τ Hydra $= 13^h\ 17^m\ 27^s.0$

Mean Dec. ของ τ Hydra $= -23^\circ\ 01'\ 47''$

จากสูตรที่ 2

$$\alpha_1 - \alpha = f + \frac{1}{15} g \sin (G + \alpha) \tan \delta$$

$$\delta_1 - \delta = g \cos (G + \alpha)$$

แทนค่า

$$\therefore \alpha_1 - 13^h\ 17^m\ 27^s.0 = 0^s.7118 + \frac{1}{15}(4.643) \sin(0^h\ 19^m\ 31^s + 13^h\ 17^m\ 27^s.0) \tan(-23^\circ\ 01'\ 47'')$$

$$= 0^s.7658$$

หรือ $\alpha_1 = 13^h\ 17^m\ 27^s.0 + 0^s.7658 = 199^\circ.3656$

ในทำนองเดียวกัน

$$\delta_1 - (-23^\circ\ 01'\ 47'') = 4''.643 \cos 204^\circ.2417 = -4''.23358$$

$$\therefore \delta_1 = -23^\circ\ 01'\ 47'' - 4''.2336 = -23^\circ.0309$$

จากสูตรที่ 1

$$\text{Apparent R.A.} = \alpha_1 + Cc + Dd$$

$$\text{Apparent Dec.} = \delta_1 + Cc' + Dd'$$

$$\alpha_1 = 13^h\ 17^m\ 27^s.7658 = 199^\circ.3656$$

$$\delta_1 = -23^\circ\ 01'\ 51''.2336 = -23^\circ.0309$$

$$C = 7''.757$$

$$c = \frac{1}{15} \cos \alpha_1 \sec \delta_1 = \frac{1}{15} \cos 199^\circ.3656 \sec(-23^\circ.0309)$$

$$= -0.06837$$

$D = 18''.678$

$d = \frac{1}{15} \sin \alpha_1 \sec \delta_1 = \frac{1}{15} \sin 199^\circ.3656 \sec (-23^\circ.0309)$

$= -0.02402$

$c' = \tan \epsilon \cos \delta_1 - \sin \alpha_1 \sin \delta_1 = \tan 23^\circ.4928 \cos(-23^\circ.0309)$

$-\sin 199^\circ.3656 \sin(-23^\circ.0309)$

$= .26933$

$d' = \cos \alpha_1 \sin \delta_1 = \cos 199^\circ.3656 \sin (-23^\circ.0309) = .36924$

แทนค่า

$\therefore$ Apparent R.A. $= 13^h\ 17^m\ 27^s.7658 + (7.757)(-0.06837)+(18.678)$

$(-0.02402) = 199^\circ.3616$

ในทำนองเดียวกัน

Apparent Dec. $= -23^\circ 01' 51''.2336 + (7.757)(.26933) + (18.678)$

$(0.36924) = -23^\circ.0284$

$\therefore$ τ Hydra มีค่า Apparent R.A. และ Apparent Dec. เมื่อ Nov.28, 1973 ดังนี้

Apparent α	$= 13^h\ 17^m\ 26^s.7868$	$=$	$199^\circ.3616$
Apparent δ	$= -23^\circ\ 01'\ 42''.2477$	$=$	$-23^\circ.0284$

5.1.2 กำหนดแกนหลักขึ้นที่ดาว Spica

สูตรที่ใช้คำนวณคือ $\tan \theta = \frac{b}{a}$

ในเมื่อ $a = \dfrac{\sin \delta \cos D - \cos \delta \sin D \cos (\alpha - A)}{\sin \delta \sin D + \cos \delta \cos D \cos (\alpha - A)}$

$b = \dfrac{\cos \delta \sin (\alpha - A)}{\sin \delta \sin D + \cos \delta \cos D \cos(\alpha - A)}$

A = Apparent R.A. ของ Spica $= 13^h\ 23^m\ 45^s.7926 = 200^\circ.9408$

D = Apparent Dec. ของ Spica = $-11^{\circ}01'\ 13''.0728 = -11^{\circ}.0203$

α = Apparent R.A. ของ τ Hydra = $13^{h}\ 17^{m}\ 26^{s}.7868 = 199^{\circ}.3616$

δ = Apparent Dec. ของ τ Hydra = $-23^{\circ}\ 01'\ 42''.2477 = -23^{\circ}.0284$

แทนค่า

$$a = \frac{\sin(-23^{\circ}.0284)\cos(-11^{\circ}.0203) - \cos(-23^{\circ}.0284)\sin(-11^{\circ}.0203)\cos(199^{\circ}.3616 - 200^{\circ}.9408)}{\sin(-23^{\circ}.0284)\sin(-11^{\circ}.0203)+\cos(-23^{\circ}.0284)\cos(-11^{\circ}.0203)\cos(199^{\circ}.3616 - 200^{\circ}.9408)}$$

$$= \frac{-0.20812}{0.97777}$$

และ $$b = \frac{\cos(-23^{\circ}.0284)\sin(199^{\circ}.3616-200^{\circ}.9408)}{0.97777} = \frac{-.02536}{.97777}$$

$$\tan\theta = \frac{b}{a} = \left(\frac{-0.02536}{0.97777}\right) \div \left(\frac{-0.20812}{0.97777}\right) = 0.12185 = \tan 6^{\circ}.9271$$

หรือ $\theta = 6^{\circ}.9271$

หลังจากตั้งแกน η และ ξ ที่ดาว Spica เรียบร้อยแล้วลากเส้นตรงจาก τ Hydra ไปตั้งฉากกับแกนทั้งสองนี้ จะวัดค่า η และ ξ ของดาว τ Hydra ได้ดังนี้

ξ = -31.0 มม.

η = -252.3 มม.

5.1.3 ตรวจสอบความยาวโฟกัสของ Object Glass

สูตรที่ใช้คำนวณคือ $$F = \frac{(xo)_{Plate}(\eta)_{Print}}{(xo)_{Print}\ a}$$

หรือ $$F = \frac{(xo)_{Plate}(\xi)_{Print}}{(xo)_{Print}\ b}$$

ในเมื่อ $(xo)_{Plate}$ = ระยะห่างระหว่าง Spica กับ τ Hydra บนplate = 32.0 มม.

$(xo)_{Print}$ = ระยะห่างระหว่าง Spica กับ τ Hydra บนกระดาษอัดภาพ=255.2 มม.

$(\eta)_{Print} = -252.3$ มม.

$(\xi)_{Print} = -31.0$ มม.

$$a = \frac{-0.20812}{0.97777} \quad , \quad b = \frac{-0.02536}{0.97777}$$

แทนค่าในสูตรใดสูตรหนึ่งจะหาค่า F ได้ดังนี้

$$F = \frac{32.0 \text{ มม.}(-252.3 \text{ มม.})}{255.2 \text{ มม.} \left(\frac{-0.20812}{0.97777}\right)} = 148.64 \text{ มม.}$$

เนื่องจาก F ในทางทฤษฎี = 150.00 มม.

$$\text{ความผิดพลาดของ F} = \frac{(150.00 - 148.64) \text{ มม.}}{150.00 \text{ มม.}} \; 100\ \% = 0.91\ \%$$

สำหรับค่า F ที่จะนำไปใช้ในการคำนวณต่อไปนั้นคือ F = 148.64 มม.

5.1.4 <u>หา Apparent R.A. และ Apparent Dec. ของดาวหาง Kohoutek 1973 f</u>

เมื่อพิจารณาดาว α Spica และดาวหาง Kohoutek ซึ่งมีแกน η และ ξ อยู่ที่ดาว α Spica จะเห็นว่าดาวหาง Kohoutek มีค่าตามแกน η และ ξ บนระนาบของกระดาษอัดภาพดังนี้

$(\eta)_{Print} = -155.7$ มม.

$(\xi)_{Print} = -26.5$ มม.

จากการวัดระยะห่างระหว่างดาว α Spica กับดาวหาง Kohoutek บนระนาบของกระดาษอัดภาพได้ค่าของ $(xo)_{Print}$ = 157.7 มม. และวัดระยะห่างระหว่างดาว α Spica กับดาวหาง Kohoutek บนระนาบของ Plate ได้ค่าของ $(xo)_{Plate}$ = 19.8 มม.

แทนค่าในสูตร

$$F = (xo)_{Plate}\,(\eta)_{Print} \big/ a(xo)_{Print}$$

$$\text{และ } F = (xo)_{Plate}\,(\xi)_{Print} \big/ b(xo)_{Print}$$

ในเมื่อ F = 148.64 มม. จงหาค่า a และ b ได้ดังนี้

$$a = \frac{(xo)_{Plate}}{(xo)_{Print}}\frac{(\eta)_{Print}}{F} = \frac{19.8 \text{ มม.}}{157.7 \text{ มม.}}\frac{(-155.7 \text{ มม.})}{(148.64 \text{ มม.})} = -0.1315$$

$$b = \frac{(xo)_{Plate}}{(xo)_{Print}}\frac{(\xi)_{Print}}{F} = \frac{19.8 \text{ มม.}}{157.7 \text{ มม.}}\frac{(-26.5 \text{ มม.})}{(148.64 \text{ มม})} = -0.0224$$

จากนี้คำนวณหา Apparent R.A. และ Apparent Dec. ของดาวหาง Kohoutek 1973 f จากสูตร

$$\tan(\alpha - A) = b\cos D + \frac{b\sin D\,(a\cos D + \sin D)}{\cos D - a\sin D}$$

และ

$$\cot\delta = \frac{b\sin D}{\sin(\alpha - A) - b\cos D\cos(\alpha - A)}$$

ในเมื่อ A = Apparent R.A. ของดาว Spica $= 13^h 23^m 45^s.7926$

$= 200^\circ.9408$

D = Apparent Dec ของดาว Spica $= -11^\circ 01' 13''.0728$

$= -11^\circ.0203$

α = Apparent R.A. ของดาวหาง Kohoutek

δ = Apparent Dec. ของดาวหาง Kohoutek

แทนค่า

$$\therefore \tan(\alpha - A) = (-0.0224)\cos(-11^\circ.0203) + \frac{(-0.0224)\sin(-11^\circ.0203)[-0.1315\cos(-11^\circ.0203)+\sin(-11^\circ.0203)]}{\cos(-11^\circ.0203) + 0.1315\sin(-11^\circ.0203)}$$

$$= -0.0234_2 = -\tan 1^\circ.3417$$

$$\alpha - A = -1^\circ.3417$$

$$\therefore \alpha = A - 1^\circ.3417 = 200^\circ.9408 - 1^\circ.3417 = 199^\circ.5991 = 13^h 18^m 23^s.80$$

ในทำนองเดียวกัน

$$\cot \delta = \frac{(-0.0224)\sin(-11^\circ.0203)}{\sin(-1^\circ.34171)-(-0.0224)\cos(-11^\circ.0203)\cos(-1^\circ.34171)} = -2.97222$$

$$= -\cot 18^\circ.5955$$

$$= -18^\circ.5955 = -18^\circ\ 35'\ 43''.69$$

ดังนั้นดาวหาง Kohoutek 1973 f มีตำแหน่งเมื่อ Nov.27.92396, 1973 ดังนี้

Apparent R.A. =	$13^h\ 18^m\ 23^s.80$
Apparent Dec. =	$-18^\circ\ 35'\ 43''.69$

5.1.5 <u>กำหนดแกนหลักชิ้นที่ดาวหาง Kohoutek โดยใช้ดาว Spica ประกอบการคำนวน</u>

สูตรที่ใช้คำนวณคือ

$$a = \frac{\sin\delta\cos D - \cos\delta\sin D\cos(\alpha - A)}{\sin\delta\sin D + \cos\delta\cos D\cos(\alpha - A)}$$

$$b = \frac{\cos\delta\sin(\alpha - A)}{\sin\delta\sin D + \cos\delta\cos D\cos(\alpha - A)}$$

$$\tan\theta = \frac{b}{a}$$

ในเมื่อ A = Apparent R.A. ของ Kohoutek = $13^h\ 18^m\ 23^s.80 = 199^\circ.5991$

D = Apparent Dec. ของ Kohoutek = $-18^\circ 35'\ 43''.69 = -18^\circ.5955$

α = Apparent R.A. ของ Spica = $13^h\ 23^m\ 45^s.7926 = 200^\circ.9408$

δ = Apparent Dec. ของ Spica = $-11^\circ 01'\ 13''.0728 = -11^\circ.0203$

แทนค่า

$$a = \frac{\sin(-11^\circ.0203)\cos(-18^\circ.5955) - \cos(-11^\circ.0203)\sin(-18^\circ.5955)\cos(200^\circ.9408-199^\circ.5991)}{\sin(-11^\circ.0203)\sin(-18^\circ.5955)+\cos(-11^\circ.0203)\cos(-18^\circ.5955)\cos(200^\circ.9408-199^\circ.5991)}$$

$$= \frac{.13174}{.99101}$$

$$b = \frac{\cos(-11^\circ.0203)\ \sin(200^\circ.9408-199^\circ.5991)}{.99101} = \frac{.02299}{.99101}$$

$$\tan\theta = \frac{b}{a} = \left(\frac{.02299}{.99101}\right) \div \left(\frac{.13174}{.99101}\right) = 0.17451 = \tan 9^\circ.9000$$

$$\therefore \theta = 9^\circ.9000$$

5.1.6 หาทิศ Projection ของ Radius Vector บนระนาบของ Plate

สูตรที่ใช้คำนวณคือ

$$a = \frac{\sin\delta\cos D-\cos\delta\sin D\cos(\alpha - A)}{\sin\delta\sin D + \cos\delta\cos D\cos(\alpha - A)}$$

$$b = \frac{\cos\delta\sin(\alpha - A)}{\sin\delta\sin D + \cos\delta\cos D\cos(\alpha - A)}$$

$$\tan\theta = \frac{b}{a}$$

ในเมื่อ A = Apparent R.A. ของ Kohoutek = $13^h\ 18^m\ 23^s.80 = 199^\circ.5991$

D = Apparent Dec. ของ Kohoutek = $-18^\circ 35' 43''.69 = -18^\circ.59\ 55$

α = Apparent R.A. ของ Sun ทราบจาก Ephemeris 1973 หน้า 35 = 16^h $14^m\ 48^s.65 = 243^\circ.7028$

δ = Apparent Dec ของ Sun ทราบจาก Ephemeris 1973 หน้า 35 = -21° $14' 36''.3 = -21^\circ.2434$

แทนค่า

$$a = \frac{\sin(-21^\circ.2434)\cos(-18^\circ.5955)-\cos(-21^\circ.2434)\sin(-18^\circ.5955)}{\sin(-21^\circ.2434)\sin(-18^\circ.5955)+\cos(-21^\circ.2434)\cos(-18^\circ.5955)} \quad \frac{\cos(243^\circ.7028-199^\circ.5991)}{\cos(243^\circ.7028-199^\circ.5991)}$$

$$= \frac{-.12998}{.74989}$$

$$b = \frac{\cos(-21^\circ.2434)\sin(243^\circ.7028-199^\circ.5991)}{.74989} = \frac{.64867}{.74989}$$

$$\tan\theta = \frac{\xi}{\eta} = \frac{b}{a} = \left(\frac{.64867}{.74989}\right) \div \left(\frac{-.12998}{.74989}\right) = -4.99054$$

โดยเหตุที่ η และ ξ มีความสัมพันธ์กับ a และ b ตามสมการ

$$\eta = OE \times a$$

และ $$\xi = OE \times b$$

ในเมื่อ OE = F = ความยาวโฟกัสของ Object Glass

ดังนั้นถ้า a เป็นลบ b เป็นบวก จะได้ว่า η เป็นลบและ ξ เป็นบวกด้วย

เนื่องจาก $\tan\theta = \frac{\xi}{\eta} = -4.99054 \simeq \frac{49.9 \text{ มม.}}{-10 \text{ มม.}}$

ถ้า ξ = 49.9 มม.แล้ว จะได้ว่า

η = −10 มม.

ซึ่งค่าทั้งสองนี้จะช่วยกำหนดทิศ Projection ของทิศจากดาวหางไปยังดวงอาทิตย์บนระนาบของกระดาษอัดรูปได้โดยง่าย

$$\text{จาก} \quad \tan\theta = -4.99054 = -\tan 78^\circ.6690 = \tan 101^\circ.3310$$

$$\therefore \theta = 101^\circ.3310$$

ดังนั้นมุมซึ่งทิศ Projection ของ Radius Vector กระทำกับแกน η บนระนาบของกระดาษอัดรูป จึงมีค่าเท่ากับ $180^\circ + 101^\circ.3310 = 281^\circ.3310$

5.1.7 หาความยาวของ**หางดาวหาง Kohoutek** เป็นองศา

จากภาพของดาวหางบนระนาบของกระดาษอัดรูป M เป็นตำแหน่งที่สิ้นสุดของหางซึ่งปรากฏให้เห็น เมื่อลากเส้นตรงจาก M ไปตั้งฉากกับแกน η และ ξ ซึ่งมีจุดศูนย์กลางของส่วนหัวของดาวหางเป็นจุด Origin วัดค่าตามแกนทั้งสองได้ดังนี้

$$(\eta)_{Print} = .5 \text{ มม.}$$

$$(\xi)_{Print} = -2.5 \text{ มม.}$$

$$\therefore \tan\theta = \frac{(\xi)_{Print}}{(\eta)_{Print}} = \frac{-2.5 \text{ มม.}}{.5 \text{ มม.}} = -5.0000 = -\tan 78^{\circ}.6899$$

$$\therefore \theta = 360^{\circ} - 78^{\circ}.6899 = 281^{\circ}.3101$$

โดยเหตุที่หางที่เห็นในภาพถ่ายเป็นหางที่เหยียดตรง ดังนั้นทิศจากจุดใจกลางหัวดาวหางไปยัง M ก็คือทิศ Projection ของ Tail Vector บนระนาบของกระดาษอัดรูป

จาก $\theta = 281^{\circ}.3101$

$$\therefore \sin\theta = \sin 281^{\circ}.3101 = -0.98058$$

และ $\cos\theta = \cos 281^{\circ}.3101 = 0.19612$

จากสูตร $F = \dfrac{(xo)_{Plate}}{(xo)_{Print}} \quad \dfrac{(\eta)_{Print}}{a}$

และ $F = \dfrac{(xo)_{Plate}}{(xo)_{Print}} \quad \dfrac{(\xi)_{Print}}{b}$

F = **ความยาวโฟกัสของ** Object Glass = 148.64 มม.

$(xo)_{Plate}$ = ระยะห่างระหว่างจุดใจกลางหัวดาวหาง และตำแหน่งที่สิ้นสุดของหางที่ปรากฏบน Plate = 0.5 มม.

$(xo)_{Print}$ = ระยะห่างระหว่างจุดใจกลางหัวดาวหาง และตำแหน่งที่สิ้นสุดของหางที่ปรากฏบนกระดาษอัดรูป = 2.55 มม.

$(\eta)_{Print}$ = .5 มม.

$(\xi)_{Print}$ = -2.5 มม.

แทนค่า

$$\therefore a = \frac{(xo)_{Plate}}{(xo)_{Print}} \quad \frac{(\eta)_{Print}}{F} = \frac{0.5 \text{ มม. } (5 \text{ มม.})}{255 \text{ มม. } (148.64 \text{ มม.})} = 0.00065$$

$$\text{และ } b = \frac{(xo)_{Plate}}{(xo)_{Print}} \quad \frac{(\xi)_{Print}}{F} = \frac{0.5 \text{ มม. } (-2.5 \text{ มม.})}{2.55 \text{ มม. } (148.64 \text{ มม.})} = -0.00330$$

ถ้าให้ ϕ เป็นมุมที่หางดาวหางรองรับต่อผู้สังเกตบนโลก มุม ϕ นี้สามารถคำนวณได้จากสูตร

$$\tan \phi = \frac{b}{\sin \theta}$$

หรือ

$$\tan \phi = \frac{a}{\cos \theta}$$

แทนค่า

$$\therefore \tan \phi = \frac{b}{\sin \theta} = \frac{-0.00330}{-0.98058} = 0.00336 = \tan 0^{\circ}.19253$$

$$\therefore \phi = 0^{\circ}.1925 = 11' \; 33''.11$$

$\therefore$ ดาวหาง Kohoutek 1973 f มีหางปรากฏให้เห็นยาวประมาณ $11' \; 33''.11$ เมื่อ Nov. 27.92396, 1973, U.T. จากภาพซึ่งถ่ายจากกล้อง Pentak ขนาดความยาวโฟกัส 150 มม.

5.1.8 หา Aberration Angle ψ

โดยเหตุที่ Projection ของ Radius Vector และ Projection ของ Tail Vector ทำมุม $281^{\circ}.3310$ และ $281^{\circ}.3101$ กับแกน η บนระนาบของกระดาษอัครูปตามลำดับ

เพราะฉะนั้นมุมระหว่าง Projection ของ Radius Vector และProjection ของ Tail Vector บนระนาบของกระดาษอัครูปจึงเท่ากับ $281^{\circ}.3310 - 281^{\circ}.3101 = 0^{\circ}.0209$ ซึ่งมุมนี้ก็คือ Aberration Angle ψ ซึ่งเป็นมุมระหว่าง Projection ของ Radius Vector และ Projection ของ Tail Vector บน Tangent Plane (Plane of Sky)

1.9 หาขนาดของ $\vec{P}_r$

จากหัวข้อ 1.6 $a = \frac{-.12998}{.74989}$, $b = \frac{.64867}{.74989}$, $\theta = 101^{\circ}.3310$

$$\therefore \sin \theta = \sin 101^{\circ}.3310 = .98051$$

และ $\cos \theta = \cos 101^{\circ}.3310 = -.19648$

ถ้าให้ ϕ เป็นมุมที่ดาวหางโคฮูเทคและดวงอาทิตย์รองรับที่โลก

จากสูตร $\tan \phi = \dfrac{b}{\sin \theta}$

หรือ $\tan \phi = \dfrac{a}{\cos \theta}$

จงหาค่า ϕ ได้ดังนี้

$$\tan \phi = \frac{b}{\sin \theta} = \frac{.64867}{\frac{.74989}{.98051}} = 0.88221 = \tan 41^{\circ}.4190$$

$\therefore \phi = 41^{\circ}.4190$ หรือ Elong. $= 41^{\circ}.4190$

จากสูตร $|\vec{P_r}| = E\,S \sin \phi$

$E\,S$ = ระยะห่างของโลกจากดวงอาทิตย์ (ทราบจาก Ephemeris 1973 หน้า 35)

$= .9865590$ A.U.

แทนค่า

$\therefore |\vec{P_r}| = .9865590 \text{ (A.U.)} \sin 41^{\circ}.4190 = .6526680$ A.U.

$= 97.63943 \times 10^{6}$ กม.

5.1.10 <u>หาขนาดของ $\vec{P_T}$</u>

สูตรที่ใช้คำนวณคือ $|\vec{P_T}| = \delta \dfrac{MC'}{F}$

ในเมื่อ δ เป็นระยะห่างของดาวหางจากโลกทราบจาก I.A.U. Data $= 214 \times 10^{6}$ กม.

MC' เป็นความยาวของส่วนหางที่ปรากฏบน Plate $= 0.5$ มม.

F เป็นความยาวโฟกัสของ Object Glass $= 148.64$ มม.

แทนค่า

$$\therefore |\vec{P_T}| = 214 \times 10^{6} \text{ กม.} \frac{(0.5 \text{ มม.})}{148.64 \text{ มม.}} = 0.71986 \times 10^{6} \text{ กม.}$$

หรือดาวหาง Kohoutek 1973 f มีหางปรากฏให้เห็นบนระนาบของท้องฟ้ายาวประมาณ 7,19860 กม. เมื่อพิจารณาจากภาพ ซึ่งถ่ายจากกล้อง Pentak ความยาวโฟกัส 150 มม.

5.1.11 หา Phase Angle ของดาวหาง Kohoutek 1973 f

สูตรที่ใช้คำนวณคือ $\sin E\hat{C}S = \dfrac{|\vec{P}_r|}{r}$

ในเมื่อ $|\vec{P}_r|$ = Projection ของ Radius Vector on Plone of Sky=0.65267 A.U.

r = ระยะห่างของดาวหาง Kohoutek จากดวงอาทิตย์ทราบจาก

I.A.U. Data = 142×10^6 กม.

แทนค่า

$$\sin E\hat{C}S = 0.65267 \times \frac{149.6 \times 10^6 \text{ กม.}}{142 \times 10^6 \text{ กม.}} = 0.68780 = \sin 43.^\circ4564$$

Phase Angle $= 180^\circ - 43.^\circ4564 = 136.^\circ5436$

5.2 ข้อมูลที่ 2

Plate 13

Local Time $04^h.55-05^h.00$ Nov. 30 = Nov. 29.92882, 1973 U.T.

5.2.1 หา Apparent R.A. และ Apparent Dec. ของดาวฤกษ์ที่ใช้กำหนดแกนหลัก

ดาวฤกษ์ที่นำมากำหนดแกนหลักใน Plate นี้คือดาว Spica และดาว r Hydra

2.1.1 หา Apparent R.A. และ Apparent Dec. ของ Spica

จาก Ephemeris 1973 หน้า 322-3 ทราบ Besselion Day Number และ Independent Day Numbers ดังนี้

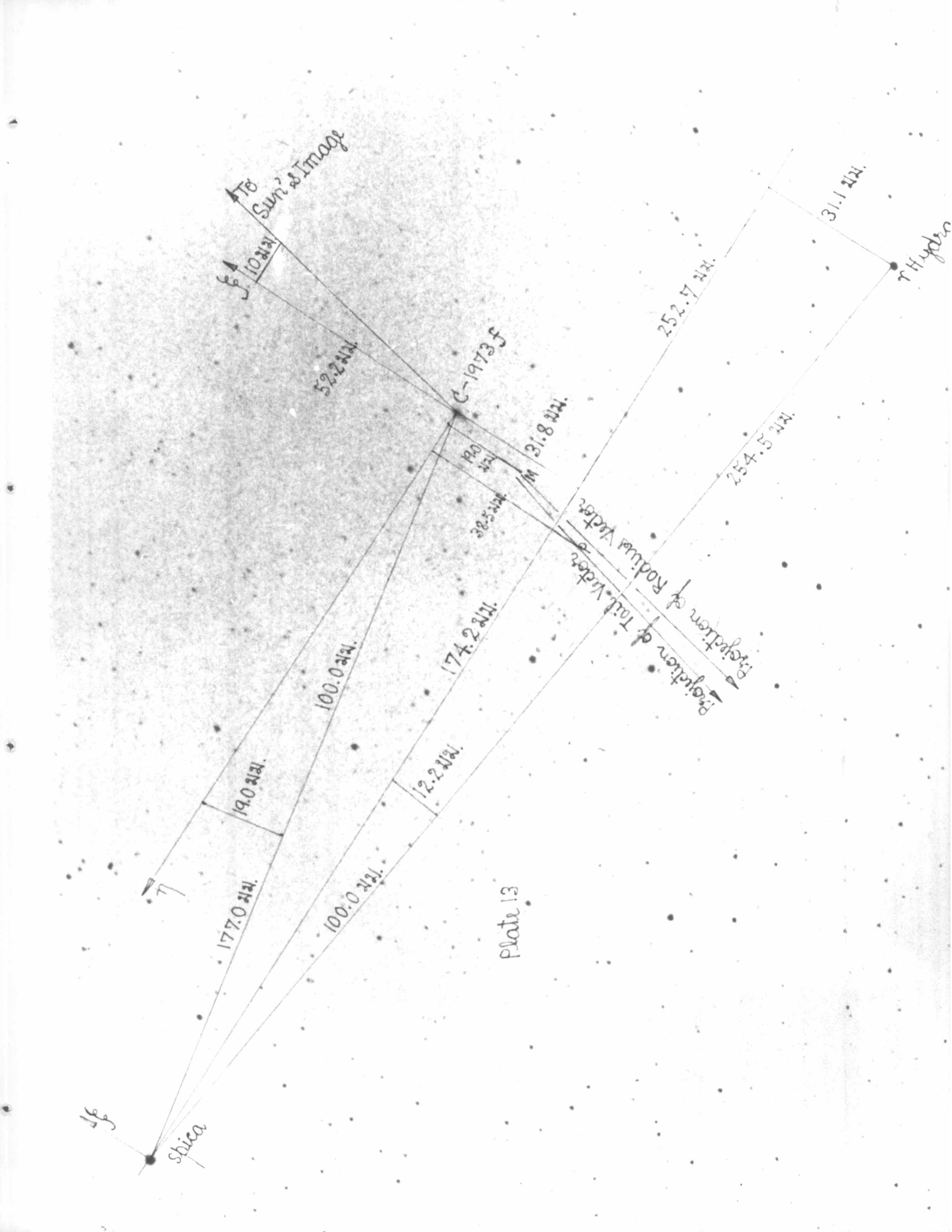

To Sun's Image
10 mm.
52.2 mm.
C-1973 f
31.8 mm.
19.0 mm.
38.5 mm.
M
Projection of Tail Vector
Projection of Radius Vector
252.7 mm.
31.1 mm.
τ Hydra
254.5 mm.
174.2 mm.
100.0 mm.
12.2 mm.
19.0 mm.
177.0 mm.
100.0 mm.
η
Spica

Plate 13

Nov. 30	Besselian Day Number		Independent Day Numbers		
	C	D	f	g	
	$7''.143$	$18''.965$	$0^s.7367$	$4''.803$	$0^h\ 18^m\ 09^s$

จาก Ephemeris 1973 หน้า 338 ทราบ Mean R.A. และ Mean Dec. ของ Spica ดังนี้

$$\text{Mean R.A. ของ } \alpha \text{ Spica} = 13^h\ 23^m\ 46^s.0$$

$$\text{Mean Dec ของ } \alpha \text{ Spica} = -11^\circ\ 01'\ 15''$$

จากสูตร $\alpha_1 - \alpha = f + \frac{1}{15}\, g \sin (G + \alpha) \tan \delta$

$\delta_1 - \delta = g \cos (G + \alpha)$

แทนค่า

$$\therefore \alpha_1 - 13^h\ 23^m\ 46^s.0 = 0^s.7367 + \frac{1}{15}(4.803) \sin (13^h\ 23^m\ 46^s.0 + 0^h\ 18^m\ 09^s) \tan (-11^\circ 01' 15'')$$

$$= 0^s.7635$$

หรือ $\alpha_1 = 13^h\ 23^m\ 46^s.0 + 0^s.7635 = 13^h\ 23^m\ 46^s.7635 = 200^\circ.9445$

ในทำนองเดียวกัน

$$\delta_1 - (-11^\circ 01' 15'') = 4''.803 \cos(0^h\ 18^m\ 09^s + 13^h\ 23^m\ 46^s.0) = -4''.3359$$

$$\therefore \alpha_1 = -11^\circ 01' 15'' - 4''.3359 = -11^\circ 01' 19''.3359 = -11^\circ.0220$$

จากสูตร Apparent R.A. $= \alpha_1 + Cc + Dd$

Apparent Dec. $= \delta_1 + Cc' + Dd'$

$$\alpha_1 = 13^h\ 23^m\ 46^s.7635 = 200^\circ.9445$$

$$\delta_1 = -11^\circ\ 01'\ 19''.3359 = -11^\circ.0220$$

$$C = 7''.143$$

$$c = \frac{1}{15} \cos \alpha_1 \sec \delta_1 = \frac{1}{15} \cos 200^\circ.9445 \sec (-11^\circ.0220)$$

$= -0.06343$

$D = 18.965$

$d = \frac{1}{15}\sin 200^\circ.9445 \sec(-11^\circ.0220) = -\frac{1}{15}(.35747)(1.01879)$

$= -0.02428$

$c' = \tan\epsilon\cos\delta_1 - \sin\alpha_1\sin\delta_1 = \tan 23^\circ.4428\cos(-11^\circ.0220)$

$-\sin 200^\circ.9445\sin(-11^\circ.0220)$

$= .35728$

$D = 18''.965$

$d' = \cos\alpha_1\sin\delta_1 = \cos 200^\circ.9445\sin(-11^\circ.0220) = .17856$

แทนค่า

$\therefore$ Apparent R.A. $= 13^h\,23^m\,46^s.7635 + (7.143)(-0.06343) + (18.965)(-0.02428)$

$= 13^h\,23^m\,45^s.8499$

ในทำนองเดียวกัน

Apparent Dec. $= -11^\circ 01' 19''.3359 + (7.143)(.35728) + (18.965)(.17856)$

$= -11^\circ\,01'\,13''.3974$

$\therefore$ Spica หรือดาวรวงข้าวในหมู่ดาวหญิงพรหมจารีย์ (virgo) มีค่า Apparent R.A. และ Apparent Dec. เมื่อ Nov. 30, 1973 ดังนี้

Apparent	=	$13^h\,23^m\,45^s.8499$
Apparent	=	$-11^\circ\,01'\,13''.3974$

2.1.2 หา Apparent R.A และ Apparent Dec. ของ τ Hydra

จาก Ephemeris 1973 หน้า 338

Mean R.A. ของ τ Hydra $= 13^h\,17^m\,27^s.0$

Mean Dec. ของ τ Hydra $= -23^\circ\,01'\,47''$

จากสูตร $\alpha_1 - \alpha = f + \frac{1}{15} g \sin (G + \alpha) \tan \delta$

$\delta_1 - \delta = g_1 \cos (G + \alpha)$

แทนค่า

$\therefore \alpha_1 - 13^h\ 17^m\ 27.0^s = 0.7367^s + \frac{1}{15}(4.803) \sin (13^h\ 17^m\ 27.0^s + 0^h\ 18^m\ 09^s) \tan (-23^\circ\ 01'\ 47'')$

$= 0.7918^s$

หรือ $\alpha_1 = 13^h\ 17^m\ 27.0^s + 0.7918^s = 13^h\ 17^m\ 27.7918^s = 199^\circ.3650$

ในทำนองเดียวกัน

$\delta_1 - (-23^\circ\ 01'\ 47'') = 4''.803 \cos 203^\circ.895 = -4''.3914$

$\therefore \delta_1 = -23^\circ\ 01'\ 47'' - 4''.3914 = -23^\circ\ 01'\ 51''.3914 = -23^\circ.0310$

จากสูตร Apparent R.A. $= \alpha_1 + Ce + Dd$

Apparent Dec $= \delta_1 + Cc' + Dd'$

$\alpha_1 = 13^h\ 17^m\ 27.7918^s = 199^\circ.3650$

$\delta_1 = -23^\circ\ 01'\ 51''.3914 = -23^\circ.0310$

$C = 7''.143$

$c = \frac{1}{15} \cos \alpha_1 \sec \delta_1 = \frac{1}{15} \cos 199^\circ.3650 \sec (-23^\circ.0310)$

$= -0.06834$

$D = 18''.965$

$d = \frac{1}{15} \sin \alpha_1 \sec \delta_1 = \frac{1}{15} \sin 199^\circ.3650 \sec (-23^\circ.0310) = -0.02402$

$c' = \tan \varepsilon \cos \delta_1 - \sin \alpha_1 \sin \delta_1 = \tan 23^\circ.428 \cos(-23^\circ.0310) - \sin 199^\circ.3650 \sin(-23^\circ.0310)$

$= .26934$

$d' = \cos \alpha_1 \sin \delta_1 = \cos 199^\circ.3650 \sin (-23^\circ.0310) = .36909$

แทนค่า

$\therefore$ Apparent R.A $= 13^h\ 17^m\ 27^s.7918 + (7.143)(-0.06834) + (18.965)$
(-0.02402)

$= 13^h\ 17^m\ 26^s.8481$

ในทำนองเดียวกัน

Apparent Dec. $= -23^\circ\ 01'\ 51''.3914 + (7.143)(.26934) + (18''.965)$
$(.36909)$

$= -23^\circ\ 02'\ 0''.3151$

$\therefore$ γ Hydra มีค่า Apparent R.A. และ Apparent Dec. เมื่อ Nov. 30, 1973 ดังนี้

Apparent α	=	13^h	17^m	$26^s.8481$
Apparent δ	=	23°	$02'$	$0''.3151$

5.2.2 <u>กำหนดแกนหลักขึ้นที่ดาว Spica</u>

สูตรที่ใช้คำนวณคือ $\tan\theta = \frac{b}{a}$

ในเมื่อ
$$a = \frac{\sin\delta\cos D - \cos\delta\sin D\cos(\alpha - A)}{\sin\delta\sin D + \cos\delta\cos D\cos(\alpha - A)}$$

$$b = \frac{\cos\delta\sin(\alpha - A)}{\sin\delta\sin D + \cos\delta\cos D\cos(\alpha - A)}$$

A = Apparnet R.A. ของ Spica $= 13^h\ 23^m\ 45^s.8499 = 200^\circ.9415$

D = Apparent Dec. ของ Spica $= -11^\circ\ 1'\ 13''.3974 = -11^\circ.0204$

α = Apparent R.A. ของ γ Hydra $= 13^h\ 17^m\ 26^s.8481 = 199^\circ.3620$

δ = Apparent Dec. γ Hydra $= -23^\circ 02'\ 0''.3151 = -23^\circ.0334$

แทนค่า

$$a = \frac{\sin(-23^\circ.0334)\cos(-11^\circ.0204)-\cos(-23^\circ.0334)\sin(-11^\circ.0204)}{\sin(-23^\circ.0334)\sin(-11^\circ.0204)+\cos(-23^\circ.0334)\cos(-11^\circ.0204)}$$

$$\frac{\cos(199^\circ.3620-200^\circ.9415)}{\cos(199^\circ.3620-200^\circ.9415)}$$

$$= \frac{-.20821}{.97785}$$

และ $$b = \frac{\cos(-23^\circ.0334)\sin(199^\circ.3620 - 200^\circ.9415)}{0.97785}$$

$$= \frac{-.02540}{.97785}$$

$$\therefore \tan\theta = \frac{b}{a} = \left(\frac{-.02540}{.97785}\right) \div \left(\frac{-.20821}{.97785}\right) = 0.12199 = \tan 6^\circ.9560$$

หรือ $\theta = 6^\circ.9560$

หลังจากตั้งแกน η และ ξ ที่ดาว α Spica เรียบร้อยแล้วลากเส้นตรงจาก τ Hydra ไปตั้งฉากกับแกนทั้งสองนี้ จะวัดค่า η และ ξ ของดาว τ Hydra ได้ดังนี้

$\xi = -31.1$ มม.

$\eta = -252.7$ มม.

5.2.3 ตรวจสอบความยาวโฟกัสของ Object Glass

สูตรที่ใช้คำนวณคือ $$F = \frac{(xo)_{Plate}\,(\eta)_{Print}}{(xo)_{Print}\quad a}$$

หรือ $$F = \frac{(xo)_{Plate}\,(\xi)_{Print}}{(xo)_{Print}\quad b}$$

ในเมื่อ $(xo)_{Plate}$ = ระยะห่างระหว่าง α Spica กับ τ Hydra บน Plate = 32.00 มม.

$(xo)_{Print}$ = ระยะห่างระหว่าง α Spica กับ τ Hydra บนกระดาษอัดภาพ = 254.5 มม.

$(\eta)_{Print} = -252.7$ มม.

$(\xi)_{Print} = -31.1$ มม.

$$a = \frac{-.20821}{.97785} \quad , b = \frac{-.02540}{.97785}$$

แทนค่าในสูตรใดสูตรหนึ่ง จะหาค่า F ได้ดังนี้

$$F = \frac{32.0 \text{ มม.} (-252.7 \text{ มม})}{254.5 \text{ มม.} \frac{-.20821}{.97785}} = 149.22 \text{ มม.}$$

เนื่องจาก F ในทางทฤษฎี = 150.00 มม.

$$\therefore \text{ ความผิดพลาดของ } F = \frac{(150.00-149.22) \text{ มม.}}{150.00 \text{ มม.}} \times 100\ \% = 0.52\ \%$$

สำหรับค่า F ที่จะนำไปใช้ในการคำนวณต่อไปนั้นคือ F = 149.22 มม.

5.2.4 หา Apparent R.A. และ Apparent Dec. ของดาวหาง Kohoutek 1973 f

เมื่อพิจารณาดาว Spica และดาวหาง Kohoutek ซึ่งมีแกน η และ ξ อยู่ที่ดาว Spica จะเห็นว่าดาวหาง Kohoutek มีค่าตามแกน η และ ξ บนระนาบของกระดาษอัดรูปดังนี้

$$(\eta)_{Print} = -174.2 \text{ มม.}$$

$$(\xi)_{Print} = 31.8 \text{ มม.}$$

จากการวัดระยะห่างระหว่างดาว Spica กับดาวหาง Kohoutek บนระนาบของกระดาษอัดรูปได้ค่าของ $(xo)_{Print}$ = 177.0 มม. และวัดระยะห่างระหว่างดาว Spica กับดาวหาง Kohoutek บนระนาบของ Plate ได้ค่าของ $(xo)_{Plate}$ = 22.3 มม.

แทนค่าในสูตร

$$F = (xo)_{Plate}\ (\eta)_{Print} / a (xo)\ Print$$

$$\text{และ } F = (xo)_{Plate}\ (\xi)_{Print} / b (xo)\ Print$$

ในเมื่อ F = 149.22 มม. จงหาค่า a และ b ได้ดังนี้

$$a = \frac{(xo)_{Plate}\ (\eta)_{Print}}{(xo)_{Print}\ F} = \frac{22.3 \text{ มม.} (-174.2 \text{ มม.})}{177.0 \text{ มม.} (149.22 \text{ มม.})} = -0.1471$$

$$b = \frac{(xo)_{Plate}}{(xo)_{Print}} \frac{(\xi)_{Print}}{F} = \frac{22.3\text{มม.}(31.8\text{มม.})}{177.0\text{มม.}(149.22\text{มม.})} = 0.0269$$

จากนี้คำนวณหา Apparent R.A. และ Apparent Dec. ของดาวหาง Kohoutek 1973 f จากสูตร

$$\tan(\alpha - A) = b \cos D + \frac{b \sin D\,(a \cos D + \sin D)}{\cos D - a \sin D}$$

และ $$\cot \delta = \frac{b \sin D}{\sin(\alpha - A) - b \cos D \cos(\alpha - A)}$$

ในเมื่อ A = Apparent R.A. ของดาว Spica = $13^h 23^m 45^s.8499 = 200^\circ.9415$

D = Apparent Dec. ของดาว Spica = $-11^\circ 01' 13''.3974 = -11^\circ.0204$

α = Apparent R.A. ของ Kohoutek

δ = Apparent Dec. ของ Kohoutek

แทนค่า

$$\therefore \tan(\alpha - A) = 0.0269 \cos(-11^\circ.0204) + \frac{0.0269 \sin(-11^\circ.0204)[-.1471 \cos(-11^\circ.0204) + \sin(-11^\circ.0204)]}{\cos(-11^\circ.0204) + 0^\circ.1471 \sin(-11^\circ.0204)}$$

$$= 0.02821 = \tan 1^\circ.6154$$

$$\alpha - A = 1^\circ.6154$$

$$\therefore \alpha = A + 1^\circ.6154 = 200^\circ.9415 + 1^\circ.6154 = 202^\circ.5569 = 13^h\ 30^m\ 13^s.64$$

ในทำนองเดียวกัน

$$\cot \delta = \frac{0.0269 \sin(-11^\circ.0204)}{\sin 1^\circ.6154 - 0.0269 \cos(-11^\circ.0204) \cos 1^\circ.6154}$$

$$= -2.83999 = -\cot 19^\circ.3979$$

$$= -19^\circ.3979 = -19^\circ\ 23'\ 52''.37$$

ดังนั้นดาวหาง Kohoutek 1973 f มีตำแหน่งเมื่อ Nov. 29.92882, 1973, UT. ดังนี้

Apparent R.A.	$= 13^h\ 30^m\ 13^s.64 = 202^\circ.5569$
Apparent Dec.	$= -19^\circ 23' 52''.37 = -19^\circ.3979$

5.2.5 กำหนดแกนหลักขึ้นที่ดาวหาง Kohoutek โดยใช้ดาว Spica ประกอบการคำนวณ

สูตรที่ใช้คำนวนคือ

$$a = \frac{\sin\delta\cos D - \cos\delta\sin D\cos(\alpha - A)}{\sin\delta\sin D + \cos\delta\cos D\cos(\alpha - A)}$$

$$b = \frac{\cos\delta\sin(\alpha - A)}{\sin\delta\sin D + \cos\delta\cos D\cos(\alpha - A)}$$

$$\tan\theta = \frac{b}{a}$$

ในเมื่อ A = Apparent R.A. ของ Kohoutek $= 13^h 30^m\ 36^s.64 = 202^\circ.5569$

D = Apparent Dec. ของ Kohoutek $= -19^\circ\ 23'\ 52''.37 = -19^\circ.3979$

α = Apparent R.A. ของ Spica $= 13^h 23^m\ 45^s.8499 = 200^\circ.9415$

δ = Apparent Dec ของ Spica $= -11^\circ 01'\ 13''.3974 = -11^\circ.0204$

แทนค่า

$$\therefore a = \frac{\sin(-11^\circ.0204)\cos(-19^\circ.3979) - \cos(-11^\circ.0204)\sin(-19^\circ.3979)\cos(200^\circ.9415 - 202^\circ.5569)}{\sin(-11^\circ.0204)\sin(-19^\circ.3979) + \cos(-11^\circ.0204)\cos(-19^\circ.3979)\cos(200^\circ.9415 - 202^\circ.5569)}$$

$$= \frac{.14557}{.98896}$$

$$b = \frac{\cos(-11^\circ.0204)\sin(200^\circ.9415 - 202^\circ.5569)}{.98896} = \frac{-.02767}{.98896}$$

$$\tan\theta = \frac{b}{a} = \left(\frac{-.02767}{.98896}\right) \div \left(\frac{.14557}{.98896}\right) = -0.19008 = -\tan 10^\circ.7624$$

$$\therefore \theta = -10^\circ.7624$$

5.2.6 หาทิศ Projection ของ Radius Vector บนระนาบของ Plate

สูตรที่ใช้คำนวณคือ
$$a = \frac{\sin\delta\cos D - \cos\delta\sin D\cos(\alpha - A)}{\sin\delta\sin D + \cos\delta\cos D\cos(\alpha - A)}$$

$$b = \frac{\cos\delta\sin(\alpha - A)}{\sin\delta\sin D + \cos\delta\cos D\cos(\alpha - A)}$$

$$\tan\theta = \frac{b}{a}$$

ในเมื่อ A = Apparent R.A. ของ Kohoutek = $13^h\ 30^m\ 13^s.64 = 202^\circ.5569$

D = Apparent Dec. ของ Kohoutek = $-19^\circ 23' 52''.37 = -19^\circ.3979$

α = Apparent R.A. ของ Sun ทราบจาก Ephemeris 1973หน้า 35

$= 16^h\ 23^m\ 23^s.50 = 245^\circ.8485$

δ = Apparent Dec. ของ Sun ทราบจากEphemeris 1973 หน้า 35

$= -21^\circ\ 35'\ 12''.9 = -21^\circ.5869$

แทนค่า

$$\therefore a = \frac{\sin(-21^\circ.5869)\cos(-19^\circ.3979)-\cos(-21^\circ.5869)\sin(-19^\circ.3979)}{\sin(-21^\circ.5869)\sin(-19^\circ.3979)+\cos(-21^\circ.5869)\cos(-19^\circ.3979)}\ \frac{\cos(245^\circ.8485 - 202^\circ.5569)}{\cos(245^\circ.8485 - 202^\circ.5569)}$$

$$= \frac{-.12223}{.76058}$$

$$b = \frac{\cos(-21^\circ.5869)\ \sin(245^\circ.8485 - 202^\circ.5569)}{.76058} = \frac{.63761}{.76058}$$

$$\tan\theta = \frac{\xi}{\eta} = \frac{b}{a} = \left(\frac{.63761}{.76058}\right) \div \left(\frac{-.12223}{.76058}\right) = \frac{-.63761}{.12223} = -5.21648$$

โดยเหตุที่ η และ ξ มีความสัมพันธ์กับ a และ b ตามสมการ

$$\eta = OE \times a$$

และ $\xi = OE \times b$

ในเมื่อ OE = F = ความยาวโฟกัสของ Object Glass

ดังนั้นถ้า a เป็นลบ b เป็นบวกจะได้ว่า η เป็นลบ และ ξ เป็นบวกด้วย

เนื่องจาก $\tan\theta = \frac{\xi}{\eta} = -5.21648 = \frac{52.2 \text{ มม.}}{-10 \text{ มม.}}$

ถ้า $\xi = 52.2$ มม. แล้วจะได้ว่า

$\eta = -10$ มม.

ซึ่งค่าทั้งสองนี้จะช่วยกำหนดทิศ Projection ของทิศจากดาวหางไปยังดวงอาทิตย์บนระนาบของกระดาษอัดรูปได้โดยง่าย

จาก $\tan\theta = -5.21648 = -\tan 79\overset{\circ}{.}14782 = \tan 100\overset{\circ}{.}8522$

$\therefore \theta = 100\overset{\circ}{.}8522$

ดังนั้นมุมซึ่งทิศ Projection ของ Radius Vector กระทำกับแกน η บนระนาบของกระดาษอัดรูป จึงมีค่าเท่ากับ $180^\circ + 100\overset{\circ}{.}8522 = 280\overset{\circ}{.}8522$

5.2.7 <u>หาความยาวของหางดาวหาง Kohoutek เป็นองศา</u>

จากภาพของดาวหางบนระนาบของกระดาษอัดรูป M เป็นตำแหน่งที่สิ้นสุดหาง ซึ่งปรากฏให้เห็น เมื่อลากเส้นตรงจาก M ไปตั้งฉากกับแกน η และ ξ ซึ่งมีจุดศูนย์กลางของส่วนหัวของดาวหางเป็นจุด Origin วัดค่าตามแกนทั้งสองได้ดังนี้

$(\eta)_{Print} = 2.8$ มม.

$(\xi)_{Print} = -19.0$ มม.

$$\tan\theta \; \frac{(\xi)_{Print}}{(\eta)_{Print}} = \frac{-19.0 \text{ มม.}}{2.8 \text{ มม.}} = -6.78571 = -\tan 81\overset{\circ}{.}6166$$

$\therefore \theta = 360^\circ - 81\overset{\circ}{.}6166 = 278\overset{\circ}{.}3834$

$\therefore \sin\theta = \sin 278\overset{\circ}{.}3834 = -0.98931$

และ $\cos\theta = \cos 278\overset{\circ}{.}3834 = .14579$

จากสูตร $$F = \frac{(xo)_{Plate}}{(xo)_{Print}} \quad \frac{(\eta)_{Print}}{a}$$

และ $$F = \frac{(xo)_{Plate}}{(xo)_{Print}} \quad \frac{(\xi)_{Print}}{b}$$

F = ความยาวโฟกัสของ Object Glass = 149.22 มม.

$(xo)_{Plate}$ = ระยะห่างระหว่างจุดใจกลางหัวดาวหาง และตำแหน่งที่สิ้นสุดของหางที่ปรากฏบน Plate = 2.5 มม.

$(xo)_{Print}$ = ระยะห่างระหว่างจุดใจกลางหัวดาวหาง และตำแหน่งที่สิ้นสุดของหางที่ปรากฏบนกระดาษอัดรูป = 19.2 มม.

$(\eta)_{Print}$ = 2.8 มม.

$(\xi)_{Print}$ = -19.0 มม.

แทนค่า

$$\therefore a = \frac{(xo)_{Plate}}{(xo)_{Print}} \frac{(\eta)_{Print}}{F} = \frac{2.5 \text{ มม}(2.8 \text{ มม.})}{19.2 \text{มม.}(149.22 \text{ มม.})} = 0.00244$$

$$\text{และ } b = \frac{(xo)_{Plate}}{(xo)_{Print}} \frac{(\xi)_{Print}}{F} = \frac{2.5 \text{ มม.}(-19.0 \text{ มม.})}{19.2 \text{มม.}(149.22 \text{ มม.})} = -0.01658$$

ถ้าให้ ϕ เป็นมุมที่หางดาวหางรองรับต่อผู้สังเกตบนโลก มุม ϕ นี้สามารถคำนวณได้ จากสูตร

$$\tan \phi = \frac{b}{\sin \theta}$$

หรือ $$\tan \phi = \frac{a}{\cos \theta}$$

แทนค่า

$$\therefore \tan \phi = \frac{b}{\sin \theta} = \frac{-0.01658}{-0.98931} = 0.01676 = \tan 0^{\circ}.9600$$

$$\phi = 0^{\circ}.9600 = 57' \; 36''.00$$

$\therefore$ ดาวหาง Kohoutek 1973 f มีหางที่ปรากฏให้เห็นยาวประมาณ $57' \; 36''.00$ เมื่อ Nov. 29.92882, 1973, U.T. จากภาพซึ่งถ่ายจากกล้อง Pentak

ความยาวโฟกัส 150 มม.

5.2.8 หา Aberration Angle ψ

จากจุดศูนย์กลางของส่วนหัวของดาวหาง Kohoutek เมื่อต่อออกไปในทิศที่เหยียดตรงของหาง ย่อมได้ทิศ Projection ของ Tail Vector

ถ้าให้ θ เป็นมุมซึ่งทิศนี้ทำกับแกน η ในทิศตามเข็มนาฬิกา เมื่อมองตั้งฉากเข้าหาระนาบของกระดาษอัดรูป ณ ตำแหน่งหนึ่งบนทิศนี้สมมุติ คือ P เมื่อลากเส้นไปตั้งฉากกับแกน η ซึ่งมีดาวหาง Kohoutek เป็นจุด Origin จะวัดค่าตามแกน η และ ξ ได้ดังนี้

$$(\eta)_{\text{Print}} = 10 \text{ มม.}$$

$$(\xi)_{\text{Print}} = -38.5 \text{ มม.}$$

$$\therefore \tan\theta = \frac{(\xi)_{\text{Print}}}{(\eta)_{\text{Print}}} = \frac{-38.5 \text{ มม.}}{10 \text{ มม.}} = -3.85000 = -\tan 75^\circ\!.4396$$

$$\therefore \theta = 360^\circ - 75^\circ\!.4396 = 284^\circ\!.5604$$

ดังนั้นมุมระหว่าง Projection ของ Radius Vector และ Projection ของ Tail Vector บนระนาบของกระดาษอัดรูปจึงเท่ากับ $= 284^\circ\!.5604 - 280^\circ\!.8522$ $= 3^\circ\!.7082$ ซึ่งมุมนี้ก็คือ Aberration Angle ψ ซึ่งเป็นมุมระหว่าง Projection ของ Radius Vector และ Projection ของ Tail Vector บน Tangent Plane (Plane of sky)

5.2.9 หาขนาดของ $\vec{P}_r$

จากหัวข้อ 2.6 $a = \dfrac{-.12223}{.76058}$, $b = \dfrac{.63761}{.76058}$, $\theta = 100^\circ\!.8522$

$$\therefore \sin\theta = \sin 100^\circ\!.8522 = .98212$$

$$\text{และ } \cos\theta = \cos 100^\circ\!.8522 = -.18828$$

ถ้าให้ ϕ เป็นมุมที่ดาวหางโคฮูเทคและดวงอาทิตย์รองรับที่โลก

จากสูตร $\tan\phi = \dfrac{b}{\sin\theta}$

หรือ $\tan \emptyset = \dfrac{a}{\cos \theta}$

จะหาค่า $\emptyset$ ได้ดังนี้

$$\tan \emptyset = \frac{b}{\sin \theta} = \frac{\frac{.63761}{.76058}}{.98212} = 0.85358 = \tan 40^{\circ}.4834$$

$\therefore \emptyset = 40^{\circ}.4834$ หรือ Elong. $= 40^{\circ}.4834$

จากสูตร $|\vec{P_r}| = ES \sin \emptyset$

ES = ระยะห่างของโลกจากดวงอาทิตย์ (หราบจาก Ephemeris 1973 หน้า35)

= .9862127 A.U.

แทนค่า

$\therefore |\vec{P_r}| = .9862127$ (A.U.) $\sin 40^{\circ}.4834 = .6402789$ A.U. $= 95.78589 \times 10^{6}$ กม.

5.2.10 <u>หาขนาดของ $\vec{P_T}$</u>

สูตรที่ใช้คำนวณคือ $|\vec{P_T}| = \Delta \dfrac{MC}{F}$

ในเมื่อ Δ เป็นระยะห่างของดาวหางจากโลกหราบจาก I.A.U.Data=208×10^{6} กม.

MC เป็นความยาวของส่วนหางที่ปรากฏบน Plate = 2.5 มม.

F เป็นความยาวโฟกัสของ Object Glass = 149.22 มม.

แทนค่า

$\therefore |\vec{P_T}| = 208 \times 10^{6}$ กม. $\dfrac{(2.5 \text{ มม.})}{149.22 \text{ มม.}} = 3.48478 \times 10^{6}$ กม.

หรือดาวหาง Kohoutek 1973 f มีหางปรากฏให้เห็นบนระนาบของท้องฟ้ายาวประมาณ 3,484,780 กม. โดยหางที่เห็นเป็นหางแบบที่ 2 คือเป็นหางฝุ่นที่มีความโค้งไม่มากนัก

5.2.11 <u>หา Phase Angle ของดาวหาง Kohoutek 1973 f</u>

สูตรที่ใช้คำนวณคือ $\sin E\hat{C}S = \dfrac{|\vec{P_r}|}{r}$

ในเมื่อ $|\vec{P_r}|$ = Projection ของ Radius Vector on plane of Sky=.64028 A.U.

r = ระยะห่างของดาวหาง Kohoutek จากดวงอาทิตย์หราบจาก I.A.U Data

$= 135 \times 10^6$ กม.

แทนค่า

$$\sin \hat{ECS} = .64028 \times \frac{149.6 \times 10^6 \text{ กม.}}{135 \times 10^6 \text{ กม.}} = 0.70953 = \sin 45^\circ.1969$$

$$\hat{ECS} = 45^\circ.1969$$

$$\text{Phase Angle} = 180^\circ - 45^\circ.1969 = 134^\circ.8031$$

5.3 ข้อมูลที่ 3

Plate 16

Local Time $05^h.15$–$05^h.19$ Dec.2 = Dec. 1.92847, 1973 U.T.

5.3.1 หา Apparent R.A. และ Apparent Dec. ของดาวฤกษ์ที่ใช้กำหนดแกนหลัก

หาวฤกษ์ที่นำมากำหนดแกนหลักใน Plate นี้คือดาว Spica และดาว τ Hydra

3.1.1 หา Apparent R.A. และ Apparent Dec. ของ Spica

จาก Ephemeris 1973 หน้า 322–323 หราบ Besselian Day Numbers และ Independent Day Numbers ดังนี้

	Besselian Day Numbers		Independent Day Numbers		
Dec. 2	C	D	f	g	G
	$6''.521$	$19''.226$	$0^s.7543$	$4''.915$	$0^h\ 16^m 29^s$

จาก Ephemeris 1973 หน้า 338 หราบ Mean R.A. และ Mean Dec. ของ Spica ดังนี้

Mean R.A. ของ Spica $= 13^h\ 23^m\ 46^s.0$

Mean Dec. ของ Spica $= -11^\circ\ 01'\ 15''$

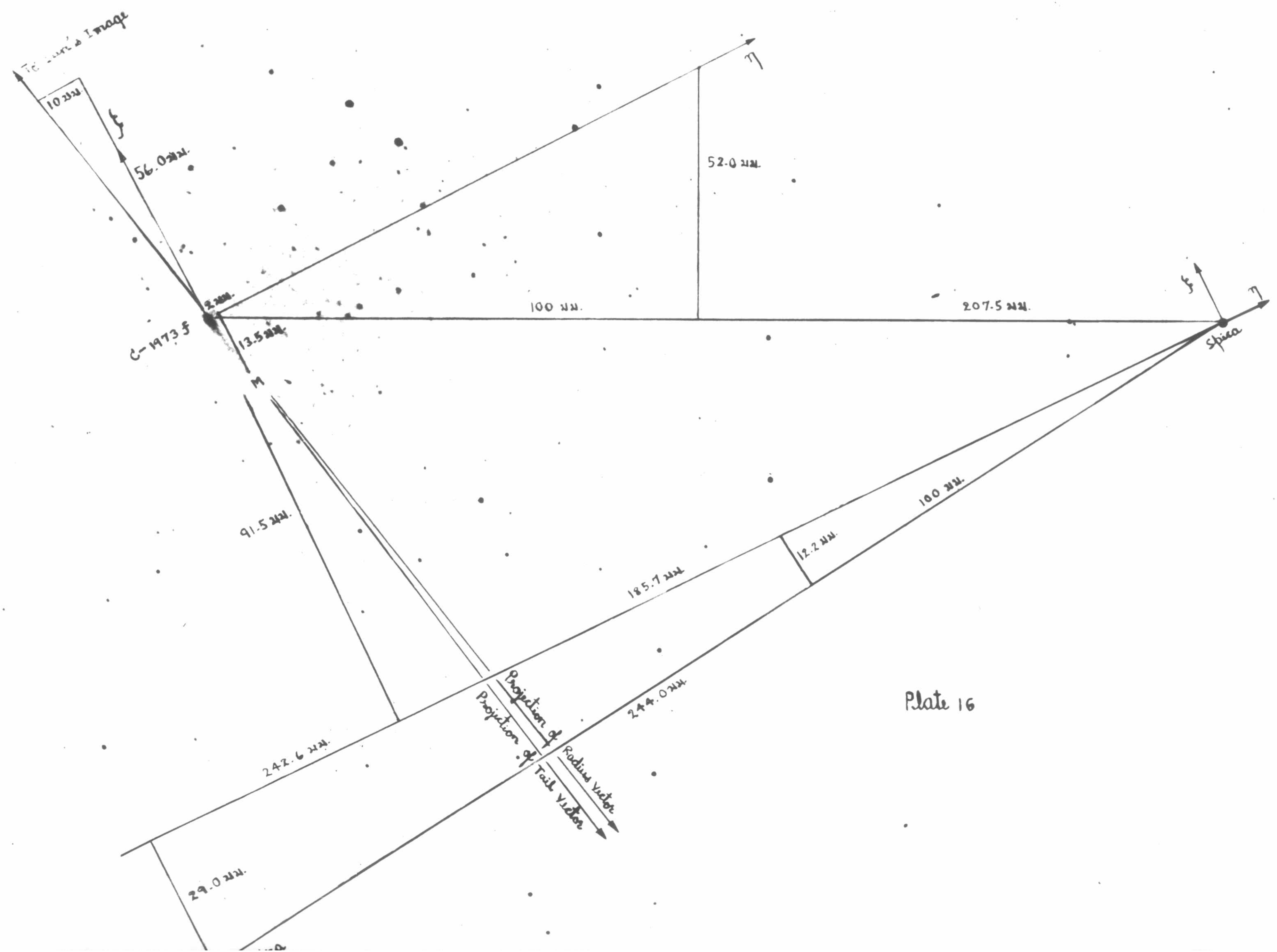

To Sun's Image
10 mm.
56.0 mm.
52.0 mm.
100 mm.
207.5 mm.
Spica
C-1973 f
13.5 mm.
M
91.5 mm.
100 mm.
12.2 mm.
185.7 mm.
244.0 mm.
242.6 mm.
29.0 mm.
Projection of Radius vector
Projection of Tail vector

Plate 16

จากสูตร $\alpha_1 - \alpha = f + \frac{1}{15}g\ \sin(G + \alpha)\tan\delta$

$\delta_1 - \delta = g\ \cos(G + \alpha)$

แทนค่า

$\therefore\ \alpha_1 - 13^h23^m46^s_.0 = 0^s_.7543 + \frac{1}{15}(4.915)\sin(13^h23^m46^s_.0 + 0^h16^m29^s)$
$\tan(-11^\circ01'15'')$
$= 0^s_.7813$

หรือ $\alpha_1 = 13^h23^m46^s_.0 + 0^s_.7813 = 200^\circ_.9445$

ในทำนองเดียวกัน

$\delta_1 - (-11^\circ01'15'') = 4''_.915\cos(0^h16^m29^s + 13^h23^m46^s_.0) = -4''_.4523$

$\therefore\ \delta_1 = -11^\circ01'15'' - 4''_.4523 = -11^\circ01'19''_.4523 = -11^\circ_.0221$

จากสูตร Apparent R.A. $= \alpha_1 + Cc + Dd$

Apparent Dec. $= \delta_1 + Cc' + Dd'$

$\alpha_1 = 13^h23^m46^s_.7813 = 200^\circ_.9445$

$\delta_1 = -11^\circ01'\ 19''_.4523 = -11^\circ_.0221$

$C = 6''_.521$

$c = \frac{1}{15}\cos\alpha_1\sec\delta_1 = \frac{1}{15}\cos200^\circ_.9445\sec(-11^\circ_.0221) = -0.06343$

$D = 19''_.226$

$d = \frac{1}{15}\sin200^\circ_.9445\sec(-11^\circ_.0221) = -0.02428$

$c' = \tan\epsilon\cos\delta_1 - \sin\alpha_1\sin\delta_1 = \tan23^\circ_.4428\cos(-11^\circ_.0221) -$
$\sin200^\circ_.9445\sin(-11^\circ_.0221)$

$d' = \cos\alpha_1\sin\delta_1 = \cos200^\circ_.9445\sin(-11^\circ_.0221) = .17856$

แทนค่า

$\therefore$ Apparent R.A. $= 13^h23^m46^s_.7813 + (6.521)(-0.06343) + (19.226)(-0.02428)$

$= 13^h23^m45^s_.9009 = 200^\circ_.9415$

ในทำนองเดียวกัน

Apparent Dec. $= -11^\circ01'19''_.4523 + (6.521)(.35728) + (19.226)(.17856)$

$= -11^\circ\ 01'\ 13''_.6895$

$\therefore$ Spica หรือดาวรวงข้าวในหมู่ดาวหญิงพรหมจารีย์ (Virgo) มี Apparent R.A. และ Apparent Dec. เมื่อ Dec. ๒, ๑๙๗๓ ดังนี้.-

Apparent $\alpha = 13^h23^m45^s.9009 = 200^\circ.9415$
Apparent $\delta = -11^\circ\ 01'\ 13''.6895 = -11^\circ.0205$

๓.๑.๒ <u>หา Apparent R.A. และ Apparent Dec. ของ τ Hydra</u>

จาก Ephemeris ๑๙๗๓ หน้า ๓๓๘

Mean R.A. ของ τ Hydra $= 13^h17^m27^s.0$

Mean Dec. ของ τ Hydra $= -23^\circ\ 01'\ 47''$

จากสูตร $\alpha_1 - \alpha = f + \frac{1}{15}g\ \sin(G+\alpha)\tan\delta$

$\delta_1 - \delta = g\ \cos(G+\alpha)$

แทนค่า

$\therefore\ \alpha_1 - 13^h17^m27^s.0 = 0^s.7543 + \frac{1}{15}(4.915)\sin(0^h16^m29^s+13^h17^m27^s.0)\tan(-23^\circ01'47'')$

$= 0^s.8098$

หรือ $\alpha_1 = 13^h17^m27^s.0 + 0^s.8098 = 13^h17^m27^s.8098 = 199^\circ.3665$

ในทำนองเดียวกัน

$\delta_1 - (23^\circ01'47'') = 4''.915\cos 203^\circ.4825 = -4''.5080$

$\therefore\ \delta_1 = -23^\circ01'47'' - 4''.5080 = -23^\circ01'\ 51''.5080 = -23^\circ.0310$

จากสูตร Apparent R.A. $= \alpha_1 + Cc + Dd$

Apparent Dec. $= \delta_1 + Cc'\ Dd'$

$\alpha_1 = 13^h17^m27^s.8098 = 199^\circ.3665$

$\delta_1 = -23^\circ\ 01'\ 51''.5080 = -23^\circ.0310$

$C = 6''.528$

$c = \frac{1}{15}\cos\alpha_1\sec\delta_1 = \frac{1}{15}\cos\ 199^\circ.3665\sec(-23^\circ.0310) = -.06835$

$D = 19''.226$

$d = \frac{1}{15}\sin\alpha_1\sec\delta_1 = \frac{1}{15}\sin 199^\circ.3665\sec(-23^\circ.0310) = -.02402$

$c' = \tan\epsilon \cos\delta_1 - \sin\alpha_1 \sin\delta_1 = \tan 23^\circ.4428 \cos(-23^\circ.0310) - \sin 199^\circ.3665$
$\sin(-23^\circ.0310) = .26932$

$d' = \cos\alpha_1 \sin\delta_1 = \cos(199^\circ.3665)\ \sin(-23^\circ.0310) = .36909$

แทนค่า

$\therefore$ Apparent R.A. $= 13^h17^m27^s.8098 + 6.528(-0.06835) + (19.226)(-0.02402)$

$= 13^h17^m26^s.9018 = 199^\circ.3620$

ในทำนองเดียวกัน

Apparent Dec. $= -23^\circ01'51''.5080 + 6.528(.26932) + 19.226(.36909)$

$= -23^\circ\ 01'\ 42''.6538 = -23^\circ.0285$

$\therefore$ τ Hydra มีค่า Apparent R.A. และ Apparent Dec. เมื่อ Dec. ๒, ๑๙๗๓ ดังนี้.-

Apparent α	$= 13^h17^m26^s.9018$	=	$199^\circ.3620$
Apparent δ	$= -23^\circ\ 01'\ 42''.6538$	=	$-23^\circ.0285$

๕.๓.๒ <u>กำหนดแกนหลักขึ้นที่ดาว Spica</u>

สูตรที่ใช้คำนวณคือ $\tan\theta = \dfrac{b}{a}$

ในเมื่อ $a = \dfrac{\sin\delta\cos D - \cos\delta\sin D\cos(\alpha - A)}{\sin\delta\sin D + \cos\delta\cos D\cos(\alpha - A)}$

$b = \dfrac{\cos\delta\ \sin(\alpha - A)}{\sin\delta\ \sin D + \cos\delta\cos D\ \cos(\alpha - A)}$

A = Apparent RA.ของ Spica $= 13^h23^m45^s.9009 = 200^\circ.9415$

D = Apparent Dec. ของ Spica $= 11^\circ\ 01'\ 13''.6895 = -11^\circ.0205$

α = Apparent R.A. ของ τ Hydra $= 13^h17^m26^s.9018 = 199^\circ.3620$

δ = Apparent Dec. ของ τ Hydra $= -23^\circ01'42''.6538 = -23^\circ.0285$

แทนค่า

$$\therefore a = \frac{\sin(-23^\circ.0285)\cos(-11^\circ.0205) - \cos(-23^\circ.0285)\sin(-11^\circ.0205)\cos(199^\circ.3620 - 200^\circ.9415)}{\sin(-23^\circ.0285)\sin(-11^\circ.0205) + \cos(-23^\circ.0285)\cos(-11^\circ.0205)\cos(199^\circ.3620 - 200^\circ.9415)}$$

$$= \frac{-.20812}{.97814}$$

และ $b = \dfrac{\cos(-23^\circ.0285)\ \sin\ (199^\circ.3620 - 200^\circ.9415)}{.97814} = \dfrac{-\ .02536}{.97814}$

$\therefore\ \tan\theta = \frac{b}{a} = \left(\frac{-.02536}{.97814}\right) \div \left(\frac{-.02812}{.97814}\right) = 0.12185 = \tan 6^\circ.9475$

หรือ $\theta = 6^\circ.9475$

หลังจากตั้งแกน η และ ξ ที่ดาว Spica เรียบร้อยแล้ว ลากเส้นตรงจาก γ Hydra ไปตั้งฉากกับแกนทั้งสองนี้ จะวัดค่า η และ ξ ของดาว γ Hydra ได้ดังนี้.-

ξ = - ๒๙.๐ มม.

η = - ๒๔๒.๖ มม.

๔.๓.๓ ตรวจสอบความยาวโฟกัสของ Object Glass

สูตรที่ใช้คำนวณคือ $F = \dfrac{(xo)_{Plate}\ (\eta)_{Print}}{(xo)_{Print}\ a}$

หรือ $F = \dfrac{(xo)_{Plate}\ (\xi)_{Print}}{(xo)_{Print}\ b}$

ในเมื่อ $(xo)_{Plate}$ = ระยะห่างระหว่างดาว Spica กับ γ Hydra บน Plate = ๓๒.๒ มม.

$(xo)_{Print}$ = ระยะห่างระหว่างดาว Spica กับ γ Hydra บนกระดาษอัดรูป = ๒๔๔ มม.

$(\eta)_{Print}$ = - ๒๔๒.๖ มม.

$(\xi)_{Print}$ = - ๒๙.๐ มม.

a = - $\frac{.๒๐๘๑๒}{.๙๗๘๑๔}$, b = - $\frac{.๐๒๕๓๖}{.๙๗๘๑๔}$

แทนค่าในสูตรใดสูตรหนึ่งจะหาค่า F ได้ดังนี้

F = $\dfrac{๓๒.๒\ มม.}{๒๔๔\ มม.}$ $\dfrac{๒๔๒.๖\ มม.}{.๒๐๘๑๒/.๙๗๘๑๔}$ = ๑๕๐.๔๗ มม.

เนื่องจาก F ในทางทฤษฎี = ๑๕๐.๐๐ มม.

$$\therefore \text{ ความผิดพลาดของ } F = \frac{(\text{๑๕๐.๔๗} - \text{๑๕๐.๐๐})\text{ มม.}}{\text{๑๕๐.๐๐ มม.}} \times \text{๑๐๐ \%} = \text{๐.๓๑ \%}$$

สำหรับค่า F ที่จะนำไปใช้ในการคำนวณต่อไปนั้นคือ F = ๑๕๐.๔๗ มม.

๕.๓.๔ หา Apparent R.A. และ Apparent Dec. ของดาวหาง Kohoutek 1973 f

เมื่อพิจารณาดาว Spica และดาวหาง Kohoutek ซึ่งมีแกน η และ ξ อยู่ที่ดาว Spica จะเห็นว่าดาวหาง Kohoutek มีค่าตามแกน η และ ξ บนระนาบของกระดาษอัดรูปดังนี้.-

$$(\eta)_{Print} = -\text{ ๑๘๕.๗ มม.}$$

$$(\xi)_{Print} = \text{๙๑.๕ มม.}$$

จากการวัดระยะห่างระหว่างดาว Spica กับดาวหาง Kohoutek บนระนาบของกระดาษอัดรูปได้ค่าของ $(xo)_{Print}$ = ๒๐๗.๕ มม. และวัดระยะห่างระหว่างดาว Spica กับดาวหาง Kohoutek บนระนาบของ Plate ได้ค่าของ $(xo)_{Plate}$ = ๒๗.๖ มม.

แทนค่าในสูตร

$$F = (xo)_{Plate}\,(\eta)_{Print}/(xo)^{a}_{Print}$$

และ $F = (xo)_{Plate}\,(\xi)_{Print}/(xo)^{b}_{Print}$

ในเมื่อ F = ๑๕๐.๔๗ มม. จะหาค่าของ a และ b ได้ดังนี้.-

$$a = \frac{(xo)_{Plate}\,(\eta)_{Print}}{(xo)_{Print}\quad F} = \frac{\text{๒๗.๖ มม.}(-\text{๑๘๕.๗ มม.})}{\text{๒๐๗.๕ มม.}(\text{๑๕๐.๔๗ มม.})} = -\text{ ๐.๑๖๔๑}$$

$$b = \frac{(xo)_{Plate}\,(\xi)_{Print}}{(xo)_{Print}\quad F} = \frac{\text{๒๗.๖ มม.}(\text{๙๑.๕ มม.})}{\text{๒๐๗.๕ มม.}(\text{๑๕๐.๔๗ มม.})} = \text{๐.๐๘๐๙}$$

จากนี้คำนวณหา Apparent R.A. และ Apparent Dec. ของดาวหาง Kohoutek ๑๙๗๓ f จากสูตร

$$\tan(\alpha - A) = b\cos D + \frac{b\sin D(a\cos D + \sin D)}{\cos D - a\sin D}$$

$$\text{และ}\quad \cot\delta = \frac{b\sin D}{\sin(\alpha - A) - b\cos D\cos(\alpha - A)}$$

ในเมื่อ A = Apparent R.A. ของดาว Spica = $13^h23^m45^s.9009 = 200^\circ.9415$

D = Apparent Dec. ของดาว Spica = $-11^\circ01'13''.6895 = -11^\circ.0205$

α = Apparent R.A. ของดาวหางKohoutek

δ = Apparent Dec. ของดาวหางKohoutek

แทนค่า

$$\therefore \tan(\alpha - A) = 0.0809\cos(-11^\circ.0205) + \frac{0.0809\sin(-11^\circ.0205)[-0.1641\cos(-11^\circ.0205) + \sin(-11^\circ.0205)]}{\cos(-11^\circ.0205) + 0.1641\sin(-11^\circ.0205)}$$

$$= 0.08514 = \tan 4^\circ.8665$$

$$\alpha - A = 4^\circ.8665 \quad \therefore \alpha = A + 4^\circ.8665 = 200^\circ.9415 + 4^\circ.8665 = 205^\circ.8080$$
$$= 13^h43^m13^s.80$$

ในทำนองเดียวกัน

$$\cot\delta = \frac{0.0809\sin(-11^\circ.0205)}{\sin 4^\circ.8665 - 0.0809\cos(-11^\circ.0205)\cos 4^\circ.8665} = -2.70280$$
$$= \cot 20^\circ.3038 \quad \therefore \delta = -20^\circ.3038 = -20^\circ18'13''.72$$

ดังนั้นดาวหาง Kohoutek ๑๙๗๓ f มีตำแหน่งเมื่อ Dec.๑.๙๒๘๔๗, ๑๙๗๓, U.T. ดังนี้.-

Apparent R.A.	=	$13^h43^m13^s.80$
Apparent Dec.	=	$-20^\circ18'13''.72$

๕.๓.๕ กำหนดแกนหลักขึ้นที่ดาวหาง Kohoutek โดยใช้ดาว Spica ประกอบการคำนวณ

สูตรที่ใช้คำนวณคือ $a = \dfrac{\sin\delta\cos D - \cos\delta\sin D\cos(\alpha - A)}{\sin\delta\sin D + \cos\delta\cos D\cos(\alpha - A)}$

$$b = \frac{\cos\delta\sin(\alpha - A)}{\sin\delta\sin D + \cos\delta\cos D\cos(\alpha - A)}$$

$$\tan\theta = \frac{b}{a}$$

ในเมื่อ A = Apparent R.A.ของ Kohoutek = $13^h43^m13^s.80 = 205^\circ.8080$

D = Apparent Dec.ของ Kohoutek = $-20^\circ18'13''.72 = -20^\circ.3038$

α = Apparent R.A.ของ Spica = $13^h23^m45^s.9009 = 200^\circ.9415$

δ = Apparent Dec.ของ Spica = $-11^\circ01'13''.6895 = -11^\circ.0205$

แทนค่า

$$\therefore a = \frac{\sin(-11\overset{\circ}{.}0205)\cos(-20\overset{\circ}{.}3038)-\cos(-11\overset{\circ}{.}0205)\sin(-20\overset{\circ}{.}3038)\cos(200\overset{\circ}{.}9415-205\overset{\circ}{.}8080)}{\sin(-11\overset{\circ}{.}0205)\sin(-20\overset{\circ}{.}3038)+\cos(-11\overset{\circ}{.}0205)\cos(-20\overset{\circ}{.}3038)\cos(200\overset{\circ}{.}9415-205\overset{\circ}{.}8080)}$$

$$= \frac{.16009}{.98360}$$

$$b = \frac{\cos(-11\overset{\circ}{.}0205)\sin(200\overset{\circ}{.}9415 - 205\overset{\circ}{.}8080)}{.98360} = -\frac{.08328}{.98360}$$

$$\tan\theta = \frac{b}{a} = \left(-\frac{.08328}{.98360}\right) \div \left(\frac{.16009}{.98360}\right) = -0.52020 = -\tan 27\overset{\circ}{.}4964$$

$$\therefore \theta = -27\overset{\circ}{.}4964$$

๕.๓.๖ หาทิศ Projection ของ Radius Vector บนระนาบของ Plate

สูตรที่ใช้คำนวณคือ

$$a = \frac{\sin\delta\cos D - \cos\delta\sin D\cos(\alpha - A)}{\sin\delta\sin D + \cos\delta\cos D\cos(\alpha - A)}$$

$$b = \frac{\cos\delta\sin(\alpha - A)}{\sin\delta\sin D + \cos\delta\cos D\cos(\alpha - A)}$$

$$\tan\theta = \frac{b}{a}$$

ในเมื่อ A = Apparent R.A. ของ Kohoutek = $13^h43^m13\overset{s}{.}80 = 205\overset{\circ}{.}8080$

D = Apparent Dec. ของ Kohoutek = $-20^\circ 18' 13\overset{''}{.}72 = -20\overset{\circ}{.}3038$

α = Apparent R.A. ของ Sun ทราบจาก Ephemeris 1973 หน้า 35 = $16^h32^m00\overset{s}{.}99$ = $248\overset{\circ}{.}0042$

δ = Apparent Dec. ของ Sun ทราบจาก Ephemeris 1973 หน้า 35 = $-21\overset{\circ}{.}54' 10\overset{''}{.}8$ = $-21\overset{\circ}{.}9030$

แทนค่า

$$\therefore a = \frac{\sin(-21\overset{\circ}{.}9030)\cos(-20\overset{\circ}{.}3038)-\cos(-21\overset{\circ}{.}9030)\sin(-20\overset{\circ}{.}3038)\cos(248\overset{\circ}{.}0042-205\overset{\circ}{.}8080)}{\sin(-21\overset{\circ}{.}9030)\sin(-20\overset{\circ}{.}3038)+\cos(-21\overset{\circ}{.}9030)\cos(-20\overset{\circ}{.}3038)\cos(248\overset{\circ}{.}0042-205\overset{\circ}{.}8080)}$$

$$= -\frac{.11135}{.77410}$$

$$b = \frac{\cos(-21\overset{\circ}{.}9030)\sin(248\overset{\circ}{.}0042 - 205\overset{\circ}{.}8080)}{.77410} = \frac{.62319}{.77410}$$

$$\tan\theta = \frac{\xi}{\eta} = \frac{b}{a} = \left(\frac{.62319}{.77410}\right) \div \left(-\frac{.11135}{.77410}\right) = -5.59667$$

โดยเหตุที่ η และ ξ มีความสัมพันธ์กับ a และ b ตามสมการ

$$\eta = OE \times a$$

และ $$\xi = OE \times b$$

ในเมื่อ OE = F = ความยาวโฟกัสของ Object Glass

ดังนั้นถ้า a เป็นลบ b เป็นบวก จะได้ว่า η เป็นลบและ ξ เป็นบวกด้วย

เนื่องจาก $\tan\theta = \frac{\xi}{\eta} =$ - ๕.๕๙๖๖๗ = $\frac{\text{๕๖.๐ มม.}}{\text{- ๑๐ มม.}}$

ถ้า ξ = ๕๖.๐ มม. แล้ว จะได้ว่า

η = - ๑๐ มม.

ซึ่งค่าทั้งสองนี้จะช่วยกำหนดทิศ Projection ของทิศจากดาวหางไปยังดวงอาทิตย์บนระนาบของกระดาษอัดรูปได้โดยง่าย

จาก $\tan\theta = -5.59667 = -\tan 79^{\circ}.8846 = \tan 100^{\circ}.1154$

$\therefore\ \theta = 100^{\circ}.1154$

ดังนั้น มุมซึ่งทิศ Projection ของ Radius Vector กระทำกับแกน η บนระนาบของกระดาษอัดรูป จึงมีค่าเท่ากับ ๑๘๐° + ๑๐๐°.๑๑๕๔ = ๒๘๐°.๑๑๕๔

๕.๓.๗ <u>หาความยาวของหางดาวหาง Kohoutek 1973 f เป็นองศา</u>

จากภาพของดาวหางบนระนาบของกระดาษอัดรูป M เป็นตำแหน่งที่สิ้นสุดของหางซึ่งปรากฏให้เห็น

เมื่อลากเส้นตรงจาก M ไปตั้งฉากกับแกน η และ ξ บนระนาบของกระดาษอัดรูปซึ่งมีจุดศูนย์กลางของส่วนหัวของดาวหางเป็นจุด Origin วัดค่าตามแกนทั้งสองได้ดังนี้.-

$(\eta)_{\text{Print}}$ = ๒ มม.

$(\xi)_{\text{Print}}$ = - ๑๓.๕ มม.

$\therefore\ \tan\theta = \frac{(\xi)_{\text{Print}}}{(\eta)_{\text{Print}}} = \frac{\text{- ๑๓.๕ มม.}}{\text{๒ มม.}}$ = -๖.๗๕๐๐๐ = $-\tan 81^{\circ}.5728$

$\theta = 360^{\circ} - 81^{\circ}.5728 = 278^{\circ}.4272$

$\therefore\ \sin\theta = \sin 278^{\circ}.4272 = -.98920$

และ $\cos \theta = \cos 278^\circ.4272 = .14655$

จากสูตร $F = \dfrac{(xo)_{Plate}}{(xo)_{Print}} \quad \dfrac{(\eta)_{Print}}{a}$

และ $F = \dfrac{(xo)_{Plate}}{(xo)_{Print}} \quad \dfrac{(\xi)_{Print}}{b}$

F = ความยาวโฟกัสของ Object Glass = ๑๕๐.๔๗ มม.

$(xo)_{Plate}$ = ระยะห่างระหว่างจุดใจกลางหัวดาวหาง และตำแหน่งที่สิ้นสุดของหางที่ปรากฏบน Plate = ๒.๕ มม.

$(xo)_{Print}$ = ระยะห่างระหว่างจุดใจกลางหัวดาวหาง และตำแหน่งที่สิ้นสุดของหางที่ปรากฏบนกระดาษอัดรูป = ๑๓.๗ มม.

$(\eta)_{Print}$ = ๒ มม.

$(\xi)_{Print}$ = - ๑๓.๕ มม.

แทนค่า

$$\therefore a = \frac{(xo)_{Plate}\ (\eta)_{Print}}{(xo)_{Print}\ F} = \frac{๒.๕\ มม.\ (๒\ มม.)}{๑๓.๗\ มม.\ (๑๕๐.๔๗\ มม.)} = ๐.๐๐๒๔๓$$

$$และ\ b = \frac{(xo)_{Plate}\ (\xi)_{Print}}{(xo)_{Print}\ F} = \frac{๒.๕\ มม.\ (-\ ๑๓.๕\ มม.)}{๑๓.๗\ (๑๕๐.๔๗\ มม.)} = -๐.๐๑๖๓๗$$

ถ้าให้ $\varnothing$ เป็นมุมที่หางดาวหางรองรับต่อผู้สังเกตบนโลก มุม $\varnothing$ นี้สามารถคำนวณได้จากสูตร $\tan \varnothing = \dfrac{b}{\sin \theta}$ หรือ $\tan \varnothing = \dfrac{a}{\cos \theta}$

แทนค่า

$$\therefore \tan \varnothing = \frac{b}{\sin \theta} = \frac{-0.01637}{-0.98920} = 0.01655 = \tan 0^\circ.9471$$

$$\varnothing = 0^\circ.9471 = 56'49''.56$$

∴ ดาวหาง Kohoutek 1973 f มีหางที่ปรากฏให้เห็นยาวประมาณ ๕๖' ๔๙".๕๖ เมื่อ Dec. ๑.๙๒๘๔๗, ๑๙๗๓, U.T. จากภาพซึ่งถ่ายจากกล้อง Pentak ความยาวโฟกัส ๑๕๐ มม. โดยหางที่เห็นเป็นหางแบบพลาสมา

๕.๓.๘ หา Aberration Angle ψ

โดยเหตุที่หางที่เห็นในภาพถ่ายเป็นหางที่เหยียดตรง ดังนั้นทิศจากจุดใจกลางหัวดาวหางไปยัง M ก็คือทิศ Projection ของ Tail Vector บนระนาบของกระดาษอัดรูป ซึ่งทิศนี้ทำมุม ๒๗๘.๔๒๗๒ กับแกน ๆ

เพราะฉะนั้นมุมระหว่าง Projection ของ Radius Vector และ Projection ของ Tail Vector บนระนาบของกระดาษอัดรูปจึงเท่ากับ ๒๘๐.๑๑๕๔-๒๗๘.๔๒๗๒ = ๑.๖๘๘๒ ซึ่งมุมนี้ก็คือ Aberration Angle ψ ซึ่งเป็นมุมระหว่าง Projection ของ Radius Vector และ Projection ของ Tail Vector บน Tangent Plane (Plane of Sky)

๕.๓.๙ หาขนาดของ $\vec{P}_T$

จากหัวข้อ ๓.๖ $\quad a = -\dfrac{.1135}{.77410}, \quad b = \dfrac{.62319}{.77410}, \quad \theta = 100^\circ.1154$

$\therefore \sin\theta = \sin 100^\circ.1154 = .98445$

และ $\cos\theta = \cos 100^\circ.1154 = -.17563$

ถ้าให้ $\emptyset$ เป็นมุมที่ดาวหางโคฮูเทค และดวงอาทิตย์รองรับที่โลก

จากสูตร $\quad \tan\emptyset = \dfrac{b}{\sin\theta}$

หรือ $\quad \tan\emptyset = \dfrac{a}{\cos\theta}$

จะหาค่า $\emptyset$ ได้ดังนี้.-

$$\tan\emptyset = \frac{b}{\sin\theta} = \frac{\frac{.62319}{.77410}}{.98445} = 0.81777 = \tan 39^\circ.2753$$

$\therefore \emptyset = 39^\circ.2753$ หรือ Elong. $= 39^\circ.2753$

จากสูตร $\quad \left|\vec{P}_r\right| = ES \sin\emptyset$

ES = ระยะห่างของโลกจากดวงอาทิตย์ (ทราบจาก Ephemeris ๑๙๗๓ หน้า ๓๕)

= 0.9858804 A.U.

แทนค่า

$\therefore \ |\vec{P}_r| = 0.9858804(\text{A.U.})\sin 39^{\circ}.3753 = .6241116 \text{ A.U.} = 93.36686 \times 10^{6}$ กม.

๕.๓.๑๐ <u>หาขนาดของ $\vec{P}_T$</u>

สูตรที่ใช้คำนวณคือ $|\vec{P}_T| = \Delta \dfrac{MC'}{F}$

ในเมื่อ Δ เป็นระยะห่างของดาวหางจากโลก ทราบจาก I.A.U.Data = ๒๐๒ x ๑๐^๖ กม.

MC' เป็นความยาวของส่วนหางที่ปรากฏบน Plate = ๒.๕ มม.

F เป็นความยาวโฟกัสของ Object Glass = ๑๕๐.๔๗ มม.

แทนค่า

$\therefore$ $|\vec{P}_T|$ = ๒๐๒ x ๑๐^๖ กม. (๒.๕ มม.) / ๑๕๐.๔๗ มม. = ๓.๓๕๖๑๕ x ๑๐^๖ กม.

หรือดาวหาง Kohoutek ๑๙๗๓ f มีหางปรากฏให้เห็นบนระนาบของท้องฟ้ายาวประมาณ ๓,๓๕๖,๑๕๐ กม. เมื่อพิจารณาจากภาพซึ่งถ่ายจากกล้อง Pentak ความยาวโฟกัส ๑๕๐ มม.

๕.๓.๑๑ <u>หา Phase Angle ของดาวหาง Kohoutek 1973 f</u>

สูตรที่ใช้คำนวณคือ $\sin E\hat{C}S = \dfrac{|\vec{P}_r|}{r}$

ในเมื่อ $|\vec{P}_r|$ = Projection ของ Radius Vector on Plane of Sky

= .62411 A.U.

r = ระยะห่างของดาวหาง Kohoutek จากดวงอาทิตย์ทราบจาก I.A.U.Data

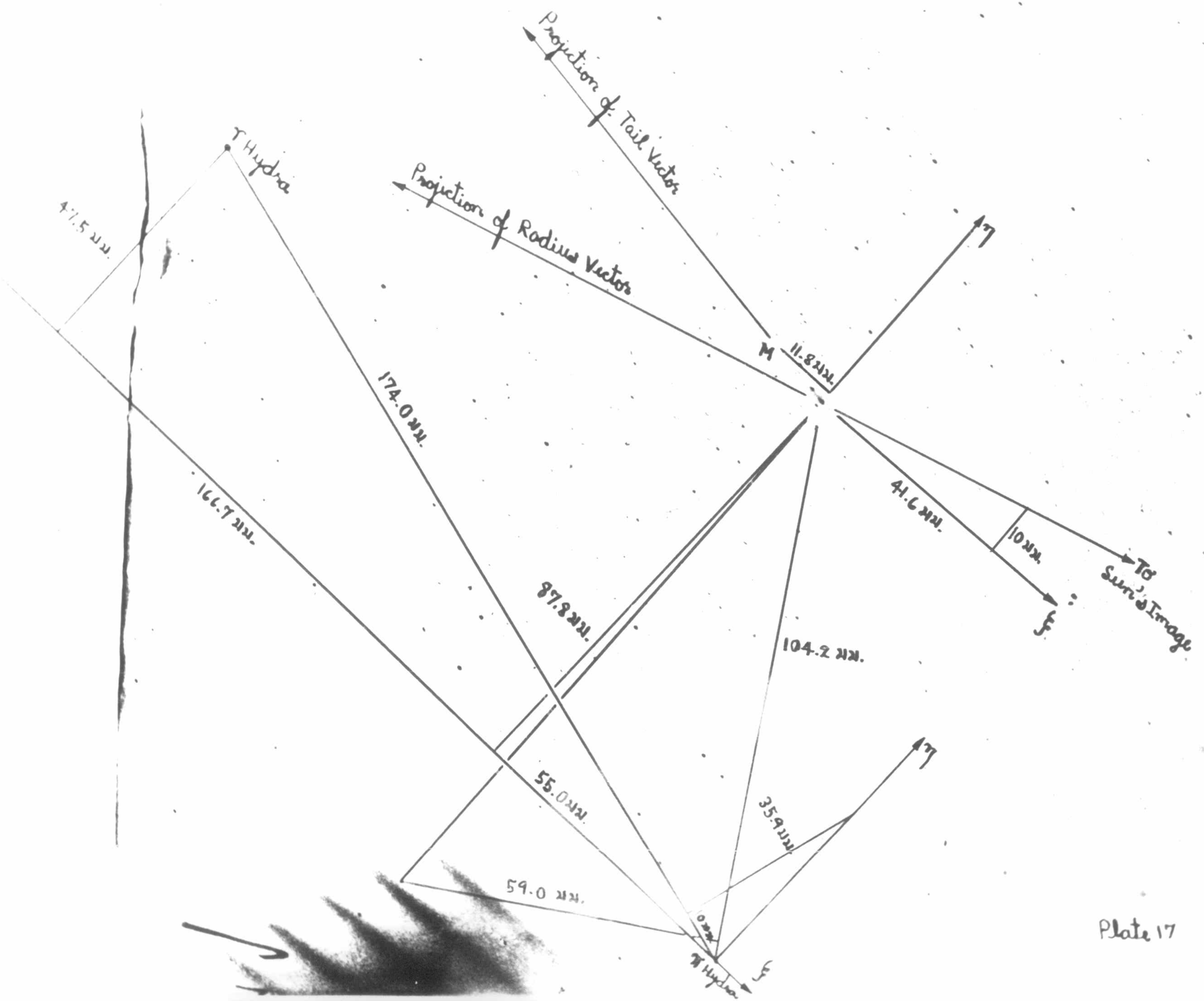
= ๑๒๙ x ๑๐^๖ กม.

แทนค่า

$\therefore$ $\sin E\hat{C}S$ = .๖๒๔๑๑ x (๑๔๙.๖ x ๑๐^๖ กม.) / (๑๒๙ x ๑๐^๖ กม.) = ๐.๗๒๓๗๗ = $\sin 46^{\circ}.3667$

$E\hat{C}S = 46^{\circ}.3667$

Phase Angle $= 180^{\circ} - 46^{\circ}.3667 = 133^{\circ}.6333$



Projection of Tail Vector
Projection of Radius Vector
τ Hydra
47.5 mm.
M
11.8 mm.
η
174.0 mm.
166.7 mm.
87.8 mm.
41.6 mm.
10 mm.
To Sun's Image
ξ
104.2 mm.
55.0 mm.
35.9 mm.
59.0 mm.
10 mm.
π Hydra

Plate 17

๕.๔ ข้อมูลที่ ๔

Plate 17

Local Time $05^{h}_{.}02\frac{1}{4}$ - $05^{h}_{.}12\frac{1}{4}$ Dec.3 = Dec.2.92153, 1973, U.T.

๕.๔.๑ หา Apparent R.A. และ Apparent Dec. ของดาวฤกษ์ที่ใช้กำหนดแกนหลัก

ดาวฤกษ์ที่นำมากำหนดแกนหลักใน Plate นี้คือดาว π Hydra และดาว γ Hydra

๔.๑.๑ หา Apparent R.A. และ Apparent Dec. ของ π Hydra

จาก Ephemeris ๑๙๗๓ หน้า ๓๒๒-๓๒๓ ทราบ Besselian Day Numbers และ Independent Day Numbers ดังนี้.-

Dec.3	Besselian Day Numbers		Independent Day Numbers		
	C	D	f	g	G
	6".207	19".347	$0^{s}.7605$	4".955	$0^{h}16^{m}15^{s}$

จาก Ephemeris ๑๙๗๓ หน้า ๓๓๘ ทราบ Mean R.A. และ Mean Dec. ของ π Hydra ดังนี้

Mean R.A. ของ π Hydra = $14^{h}\ 04^{m}\ 49^{s}.7$

Mean Dec. ของ π Hydra = $-26^{\circ}\ 33'\ 11''$

จากสูตร $\alpha_1 - \alpha = f + \frac{1}{15}g\ \sin(G+\alpha)\tan\delta$

$\delta_1 - \delta = g\ \cos(G+\alpha)$

แทนค่า

$\therefore\ \alpha_1 - 14^{h}04^{m}49^{s}.7 = 0^{s}.7605 + \frac{1}{15}(4.955)\sin(14^{h}04^{m}49^{s}.7 + 0^{h}16^{m}15^{s})\tan(-11^{\circ}01'15'')$

$= 0^{s}.7977$

หรือ $\alpha_1 = 14^{h}\ 04^{m}\ 49^{s}.7 + 0^{s}.7977 = 14^{h}\ 04^{m}\ 50^{s}.4977 = 211^{\circ}.2105$

ในทำนองเดียวกัน

$\delta_1 - (-26^{\circ}33'11'') = 4''.955\cos(14^{h}04^{m}49^{s}.7 + 0^{h}16^{m}15^{s}) = -4''.04186$

$\therefore\ \delta_1 = -26^{\circ}33'11'' - 4''.04186 = -26^{\circ}33'15''.04186 = -26^{\circ}.55418$

จากสูตร Apparent R.A. = $\alpha_1 + Cc + Dd$

Apparent Dec. = $\delta_1 + Cc' + Dd'$

$\alpha_1 = 14^h04^m50^s.4977 = 211^\circ.2105$

$\delta_1 = -26^\circ33'15''.04186 = -26^\circ.5542$

$C = 6''.6207$

$c = \frac{1}{15}\cos\alpha_1\sec\delta_1 = \frac{1}{15}\cos 211^\circ.2105\sec(-26^\circ.55418) = -0.00672$

$D = 19''.347$

$d = \frac{1}{15}\sin\alpha_1\sec\delta_1 = \frac{1}{15}\sin 211^\circ.2105\sec(-26^\circ.5542) = -.00407$

$c' = \tan\epsilon\cos\delta_1 - \frac{\sin\alpha_1}{\sin\delta_1} = \tan 23^\circ.4428\cos(-26^\circ.5542) - \frac{\sin 211^\circ.2105}{\sin(-26^\circ.5542)}$

$= .15622$

$d' = \cos\alpha_1\sin\delta_1 = \cos 211^\circ.2105\sin(-26^\circ.5542) = .38234$

$\therefore$ Apparent R.A. $= 14^h04^m50^s.4977 + (6.207)(-.00672) + (19.347)(-.00407)$

$= 211^\circ.2099$

ในทำนองเดียวกัน

Apparent Dec. $= -26^\circ33'15''.04186 + (6.207)(.15622) + (19.347)(.38234)$

$= -26^\circ.5519$

$\therefore$ π Hydra มีค่า Apparent R.A. และ Apparent Dec. เมื่อ Dec. 3, 1973 ดังนี้.-

Apparent α	=	$14^h04^m50^s.3772$	=	$211^\circ.2099$
Apparent δ	=	$-26^\circ33'6''.6751$	=	$-26^\circ.5519$

๔.๑.๒ <u>หา Apparent R.A. และ Apparent Dec. ของ γ Hydra</u>

จาก Ephemeris ๑๙๗๓ หน้า ๓๗๔

Mean R.A. ของ γ Hydra $= 13^h17^m27^s.0$

Mean Dec. ของ γ Hydra $= -23^\circ01'47''$

จากสูตร $\alpha_1 - \alpha = f + \frac{1}{15}g \sin(G + \alpha)\tan\delta$

$\delta_1 - \delta = g\cos(G + \alpha)$

แทนค่า

$\therefore \alpha_1 - 13^h17^m27^s.0 = 0^s.7605 + \frac{1}{15}(4.955)\sin(0^h16^m15^s + 13^h17^m27^s.0)\tan(-23^\circ01'47'')$

$= 0^s.8163$

หรือ $\alpha_1 = 13^h17^m27^s.0 + 0^s.8163 = 13^h17^m27^s.8163 = 199^\circ.3665$

ในทำนองเดียวกัน

$\delta_1 - (-23^\circ01'47'') = 4''.955\cos 203^\circ.4255 = -4''.955(.91757) = -4''.5466$

$\therefore \delta_1 = -23^\circ01'47'' - 4''.5466 = -23^\circ01'51''.5466$

จากสูตร Apparent R.A. $= \alpha_1 + Cc + Dd$

Apparent Dec. $= \delta_1 + Cc' + Dd'$

$\alpha_1 = 13^h17^m27^s.8163 = 199^\circ.3665$

$\delta_1 = -23^\circ01'51''.5466 = -23^\circ.0310$

$C = 6''.207$

$c = \frac{1}{15}\cos\alpha_1 \sec\delta_1 = \frac{1}{15}\cos 199^\circ.3665 \sec(-23^\circ.0310) = -0.06835$

$D = 19''.347$

$d = \frac{1}{15}\sin 199^\circ.3665 \sec(-23^\circ.0310) = -\frac{1}{15}(.33161)(1.08661)$

$= -.02402$

$c' = \tan\epsilon\cos\delta_1 - \sin\alpha_1\sin\delta_1 = \tan 23^\circ.442795\cos(-23^\circ.0310) - \sin 199^\circ.3665\sin(-23^\circ.0310)$

$d' = \cos\alpha_1\sin\delta_1 = \cos(199^\circ.3665)\sin(-23^\circ.0310) = .36909$

แทนค่า

$\therefore$ Apparent R.A. $= 13^h17^m27^s.8163 + 6.207(-.06835) + (19.347)(-.02402)$

$= 13^h17^m26^s.9273 = 199^\circ.3620$

ในทำนองเดียวกัน

$$\text{Apparent Dec.} = -23^{\circ}01'51''.5466 + 6.207(.26932) + (19.347)(.36909)$$

$$= -23^{\circ}01'42''.7341 = -23^{\circ}.0285$$

$\therefore$ ϒ Hydra มีค่า Apparent R.A. และ Apparent Dec. เมื่อ Dec. ๓, ๑๙๗๓ ดังนี้.-

Apparent α	=	$13^h17^m26^s.9273$	=	$199^{\circ}.3620$
Apparent δ	=	$-23^{\circ}01'42''.7342$	=	$-23^{\circ}.0285$

๕.๔.๒ กำหนดแกนหลักขึ้นที่ดาว π Hydra

สูตรที่ใช้คำนวณคือ $\tan\theta = \frac{b}{a}$

ในเมื่อ $a = \dfrac{\sin\delta\cos D - \cos\delta\sin D\cos(\alpha - A)}{\sin\delta\sin D + \cos\delta\cos D\cos(\alpha - A)}$

$b = \dfrac{\cos\delta\sin(\alpha - A)}{\sin\delta\sin D + \cos\delta\cos D\cos(\alpha - A)}$

A = Apparent R.A. ของ π Hydra = $14^h04^m50^s.3772 = 211^{\circ}.2099$

D = Apparent Dec. ของ π Hydra = $-26^{\circ}33'06''.6751 = -26^{\circ}.5519$

α = Apparent R.A. ของ ϒ Hydra = $13^h17^m26^s.9273 = 199^{\circ}.3620$

δ = Apparent Dec. ของ ϒ Hydra = $-23^{\circ}01'42''.7341 = -23^{\circ}.0285$

แทนค่า

$$\therefore a = \frac{\sin(-23^{\circ}.0285)\cos(-26^{\circ}.5519)-\cos(-23^{\circ}.0285)\sin(-26^{\circ}.5519)\cos(199^{\circ}.3620-211^{\circ}.2099)}{\sin(-23^{\circ}.0285)\sin(-26^{\circ}.5519)+\cos(-23^{\circ}.0285)\cos(-26^{\circ}.5519)\cos(199^{\circ}.3620-211^{\circ}.2099)}$$

$$= \frac{.05270}{.98058}$$

และ $b = \dfrac{\cos(-23^{\circ}.0285)\sin(199^{\circ}.3620 - 211^{\circ}.2099)}{.98058} = -\dfrac{.18895}{.98058}$

$$\therefore \tan\theta = \frac{b}{a} = \left(-\frac{.18895}{.98058}\right) \div \left(\frac{.05270}{.98058}\right) = -3.58539 = -\tan 74^{\circ}.4156$$

หรือ $\theta = -74^\circ.4156$

หลังจากตั้งแกน η และ ξ ที่ดาว π Hydra เรียบร้อยแล้ว ลากเส้นตรงจาก γ Hydra ไปตั้งฉากกับแกนทั้งสองนี้ จะวัดค่า η และ ξ ของดาว γ Hydra ได้ดังนี้.-

ξ = - ๑๖๖.๗ มม.

η = ๔๗.๕ มม.

๔.๔.๓ <u>ตรวจสอบความยาวโฟกัสของ Object Glass</u>

สูตรที่ใช้คำนวณคือ $F = \dfrac{(xo)_{Plate}}{(xo)_{Print}} \cdot \dfrac{(\eta)_{Print}}{a}$

หรือ $F = \dfrac{(xo)_{Plate}}{(xo)_{Print}} \cdot \dfrac{(\xi)_{Print}}{b}$

ในเมื่อ $(xo)_{Plate}$ = ระยะห่างระหว่าง π Hydra กับ γ Hydra บน Plate = ๓๙.๗ มม.

$(xo)_{Print}$ = ระยะห่างระหว่าง π Hydra กับ γ Hydra บนกระดาษอัดรูป = ๑๗๔.๐ มม.

$(\eta)_{Print}$ = ๔๗.๕ มม.

$(\xi)_{Print}$ = -๑๖๖.๗ มม.

a = $\dfrac{.๐๕๒๗๐}{.๙๘๐๕๘}$ และ b = $\dfrac{-.๑๘๘๙๕}{.๙๘๐๕๘}$

แทนค่าในสูตรใดสูตรหนึ่งจะหาค่า F ได้ดังนี้.-

$$F = \frac{๓๙.๗ \text{ มม.}}{๑๗๔.๐ \text{ มม.}} \cdot \frac{(๔๗.๕ \text{ มม.})}{\dfrac{.๐๕๒๗๐}{.๙๘๐๕๘}} = ๒๐๑.๖๖ \text{ มม.}$$

เนื่องจาก F ในทางทฤษฎี = ๒๐๐.๐๐ มม.

$\therefore$ % error ของ F = $\dfrac{(๒๐๑.๖๖ - ๒๐๐.๐๐) \text{ มม.}}{๒๐๐ \text{ มม.}} \times ๑๐๐\ \%$ = ๐.๘๓%

สำหรับค่า F ที่จะนำไปใช้ในการคำนวณต่อไปนั้น คือ F = ๒๐๑.๖๖ มม.

๕.๔.๔ หา Apparent R.A. และ Apparent Dec. ของดาวหาง Kohoutek 1973 f

เมื่อพิจารณาดาว π Hydra และดาวหาง Kohoutek ซึ่งมีแกน η และ ξ อยู่ที่ดาว π Hydra จะเห็นว่าดาวหาง Kohoutek มีค่าตามแกน η และ ξ บนระนาบของกระดาษอัดรูปดังนี้.-

$(\eta)_{Print}$ = ๘๗.๘ มม.

$(\xi)_{Print}$ = - ๕๕.๐ มม.

จากการวัดระยะห่างระหว่างดาว π Hydra กับดาวหาง Kohoutek บนระนาบของกระดาษอัดรูปได้ค่าของ $(xo)_{Print}$ = ๑๐๔.๒ มม. และวัดระยะห่างระหว่างดาว π Hydra กับดาวหาง Kohoutek บนระนาบของ Plate ได้ค่าของ $(xo)_{Plate}$ = ๒๓.๗ มม.

แทนค่าในสูตร

$F = (xo)_{Plate}\,(\eta)_{Print}/(xo)_{Print}\,a$

และ $F = (xo)_{Plate}\,(\xi)_{Print}/(xo)_{Print}\,b$

ในเมื่อ F = ๒๐๑.๖๖ มม. จะหาค่าของ a และ b ได้ดังนี้.-

$$a = \frac{(xo)_{Plate}\,(\eta)_{Print}}{(xo)_{Print}\;F} = \frac{๒๓.๗\text{ มม. }(๘๗.๘\text{ มม.})}{๑๐๔.๒\text{ มม. }(๒๐๑.๖๖\text{ มม.})} = ๐.๐๙๙๐$$

$$b = \frac{(xo)_{Plate}\,(\xi)_{Print}}{(xo)_{Print}\;F} = \frac{๒๓.๗\text{ มม. }(-๕๕.๐\text{ มม.})}{๑๐๔.๒\text{ มม. }(๒๐๑.๖๖\text{ มม.})} = -๐.๐๖๒๐$$

จากนี้คำนวณหา Apparent R.A. และ Apparent Dec. ของดาวหาง Kohoutek ๑๙๗๓ f จากสูตร

$$\tan(\alpha - A) = b\cos D + \frac{b\sin D(a\cos D + \sin D)}{\cos D - a\sin D}$$

และ

$$\cot\delta = \frac{b\sin D}{\sin(\alpha - A) - b\cos D\cos(\alpha - A)}$$

ในเมื่อ A = Apparent R.A. ของดาว π Hydra = $14^h04^m50^s.3772 = 211^\circ.2099$

D = Apparent Dec. ของดาว π Hydra = $-26^\circ33'06''.67507 = -26^\circ.5519$

α = Apparent R.A. ของดาวหาง Kohoutek

δ = Apparent Dec. ของดาวหาง Kohoutek

แทนค่า

$$\therefore \tan(\alpha - A) = (-0.0620)\cos(-26.^{\circ}5519) + \frac{(-0.0620)\sin(-26.^{\circ}5519)\left[0.0990\cos(-26.^{\circ}5519)+\sin(-26.^{\circ}5519)\right]}{\cos(-26.^{\circ}5519)-0.0990\sin(-26.^{\circ}5519)}$$

$$= -.06605 = -\tan 3.^{\circ}7789$$

$$\alpha - A = -3.^{\circ}7789$$

$$\therefore \alpha = A - 3.^{\circ}7789 = 211.^{\circ}2099 - 3.^{\circ}7789 = 207.^{\circ}4310 = 13^{h}49^{m}43.^{s}43$$

ในทำนองเดียวกัน

$$\cot \delta = \frac{(-0.0620)\sin(-26.^{\circ}5519)}{\sin(-3.^{\circ}7789) - (-0.0620)\cos(-26.^{\circ}5519)\cos(-3.^{\circ}7789)}$$

$$= -2.62500 = -\cot 20.^{\circ}8546$$

$$\therefore \delta = -20.^{\circ}8546 = -20^{\circ}\ 51'\ 16.''45$$

ดังนั้น ดาวหาง Kohoutek 1973 f มีตำแหน่งเมื่อ Dec. ๒.๔๒๑๕๓, ๑๙๗๓ U.T. ดังนี้..

Apparent R.A.	$= 13^{h}\ 49^{m}\ 43.^{s}43$
Apparent Dec.	$= -20^{\circ}\ 51'\ 16.''45$

๕.๔.๕ <u>กำหนดแกนหลักชิ้นที่ดาวหาง Kohoutek โดยใช้ดาว π Hydra ประกอบการคำนวณ</u>

สูตรที่ใช้คำนวณคือ
$$a = \frac{\sin\delta\cos D - \cos\delta\sin D\cos(\alpha - A)}{\sin\delta\sin D + \cos\delta\cos D\cos(\alpha - A)}$$

$$b = \frac{\cos\delta\sin(\alpha - A)}{\sin\delta\sin D + \cos\delta\cos D\cos(\alpha - A)}$$

$$\tan\theta = \frac{b}{a}$$

ในเมื่อ A = Apparent R.A. ของ Kohoutek $= 13^{h}49^{m}43.^{s}43 = 207.^{\circ}4310$

D = Apparent Dec. ของ Kohoutek $= -20^{\circ}51'16.''45 = -20.^{\circ}8546$

α = Apparent R.A. ของ π Hydra $= 14^{h}04^{m}50.^{s}3772 = 211.^{\circ}2099$

δ = Apparent Dec. ของ π Hydra $= -26^{\circ}33'06.''6751 = -26.^{\circ}5519$

แทนค่า

$$\therefore a = \frac{\sin(-26^\circ.5519)\cos(-20^\circ.8546)-\cos(-26^\circ.5519)\sin(-20^\circ.8546)\cos(211^\circ.2099-207^\circ.4310)}{\sin(-26^\circ.5519)\sin(-20^\circ.8546)+\cos(-26^\circ.5519)\cos(-20^\circ.8546)\cos(211^\circ.2099-207^\circ.4310)}$$

$$= -\frac{.09997}{.99324}$$

$$b = \frac{\cos(-26^\circ.5519)\sin(211^\circ.2099 - 207^\circ.4310)}{.99324} = \frac{.05895}{.99324}$$

$$\tan\theta = \frac{b}{a} = \left(\frac{.05895}{.99324}\right) \div \left(-\frac{.09997}{.99324}\right) = -0.58968 = -\tan 30^\circ.5268$$

$$\therefore \theta = -30^\circ.5268$$

๕.๔.๖ หาทิศ Projection ของ Radius Vector บนระนาบของ Plate

สูตรที่ใช้คำนวณคือ

$$a = \frac{\sin\delta\cos D - \cos\delta\sin D\cos(\alpha - A)}{\sin\delta\sin D + \cos\delta\cos D\cos(\alpha - A)}$$

$$b = \frac{\cos\delta\sin(\alpha - A)}{\sin\delta\sin D + \cos\delta\cos D\cos(\alpha - A)}$$

$$\tan\theta = \frac{b}{a}$$

ในเมื่อ A = Apparent R.A. ของ Kohoutek = $13^h49^m43^s.43 = 207^\circ.4310$

D = Apparent Dec. ของ Kohoutek = $-20^\circ51'16''.45 = -20^\circ.8546$

α = Apparent R.A. ของ Sun ทราบจาก Ephemeris หน้า ๓๕ = $16^h36^m20^s.65 = 249^\circ.0861$

δ = Apparent Dec. ของ Sun ทราบจาก Ephemeris 1973 หน้า ๓๕ = $-22^\circ03'02''.0 = -22^\circ.0506$

แทนค่า

$$\therefore a = \frac{\sin(-22^\circ.0506)\cos(-20^\circ.8546)-\cos(-22^\circ.0506)\sin(-20^\circ.8546)\cos(249^\circ.0861-207^\circ.4310)}{\sin(-22^\circ.0506)\sin(-20^\circ.8546)+\cos(-22^\circ.0506)\cos(-20^\circ.8546)\cos(249^\circ.0861-207^\circ.4310)}$$

$$= \frac{.14802}{.78079}$$

$$b = \frac{\cos(-22^\circ\!.0506)\sin(249^\circ\!.0861 - 207^\circ\!.4310)}{.78079} = \frac{.61603}{.78079}$$

$$\tan\theta = \frac{\xi}{\eta} = \frac{b}{a} = \left(\frac{.61603}{.78079}\right) \div \left(\frac{.14802}{.78079}\right) = 4.16180$$

โดยเหตุที่ η และ ξ มีความสัมพันธ์กับ a และ b ตามสมการ

$$\eta = OE \times a$$

และ $\xi = OE \times b$

ในเมื่อ OE = F = ความยาวโฟกัสของ Object Glass

ดังนั้นถ้า a และ b เป็นบวกแล้ว จะได้ว่า η และ ξ เป็นบวกด้วย

เนื่องจาก $\tan\theta = \frac{\xi}{\eta} = 4.16180 = \frac{\text{๔๑.๖ มม.}}{\text{๑๐ มม.}}$

ถ้า ξ = ๔๑.๖ มม. แล้วจะได้ว่า

η = ๑๐ มม.

ซึ่งค่าทั้งสองนี้จะช่วยกำหนดทิศ Projection ของทิศจากดาวหางไปยังดวงอาทิตย์บนระนาบของกระดาษอัดรูปได้โดยง่าย

จาก $\tan\theta = 4.16180 = \tan 76^\circ\!.4890$

$$\therefore\ \theta = 76^\circ\!.4890$$

ดังนั้น มุมซึ่งทิศ Projection ของ Radius Vector กระทำกับแกน η บนระนาบของกระดาษอัดรูป จึงมีค่าเท่ากับ = ๑๘๐° + ๗๖.๔๘๙๐ = ๒๕๖°.๔๘๙๐

๕.๔.๗ <u>หาความยาวของหางดาวหาง Kohoutek เป็นองศา</u>

จากภาพของดาวหางบนระนาบของกระดาษอัดรูป M เป็นตำแหน่งที่สิ้นสุดของหางซึ่งปรากฏให้เห็น เมื่อลากเส้นตรงจาก M ไปตั้งฉากกับแกน η และ ξ ซึ่งมีจุดศูนย์กลางของส่วนหัวของดาวหางเป็นจุด Origin วัดค่าตามแกนทั้งสองได้ดังนี้.-

$(\eta)_{\text{Print}}$ = ๒ มม.

$(\xi)_{\text{Print}}$ = -๑๑.๘ มม.

$$\therefore \tan\theta = \frac{(\xi)_{Print}}{(\eta)_{Print}} = \frac{-๑๑.๘ \text{ มม.}}{๒ \text{ มม.}} = -๕.๙๐๐๐ = -\tan 80^{\circ}.3801$$

$$\theta = 360^{\circ} - 80^{\circ}.3801 = 279^{\circ}.6199$$

$$\therefore \sin\theta = \sin 279^{\circ}.6199 = -.98594$$

และ $\cos\theta = \cos 279^{\circ}.6199 = .16711$

จากสูตร $F = \frac{(xo)_{Plate}}{(xo)_{Print}} \quad \frac{(\eta)_{Print}}{a}$

และ $F = \frac{(xo)_{Plate}}{(xo)_{Print}} \quad \frac{(\xi)_{Print}}{b}$

F = ความยาวโฟกัสของ Object Glass = ๒๐๑.๖๖ มม.

$(xo)_{Plate}$ = ระยะห่างระหว่างจุดใจกลางหัวดาวหาง และตำแหน่งที่สิ้นสุดของหางที่ปรากฏบน plate = ๒.๕ มม.

$(xo)_{Print}$ = ระยะห่างระหว่างจุดใจกลางหัวดาวหาง และตำแหน่งที่สิ้นสุดของหางที่ปรากฏบนกระดาษอัดรูป = ๑๒ มม.

$(\eta)_{Print}$ = ๒ มม.

$(\xi)_{Print}$ = -๑๑.๘ มม.

$$\therefore a = \frac{(xo)_{Plate}}{(xo)_{Print}} \frac{(\eta)_{Print}}{F} = \frac{๒.๕ \text{ มม.} (๒ \text{ มม.})}{๑๒ \text{ มม.} (๒๐๑.๖๖ \text{ มม.})} = ๐.๐๐๒๐๖$$

$$\text{และ } b = \frac{(xo)_{Plate}}{(xo)_{Print}} \frac{(\xi)_{Print}}{F} = \frac{๒.๕ \text{ มม.} (-๑๑.๘ \text{ มม.})}{๑๒ \text{ มม.} (๒๐๑.๖๖ \text{ มม.})} = -๐.๐๑๒๑๙$$

ถ้าให้ ϕ เป็นมุมที่หางดาวหางรองรับต่อผู้สังเกตบนโลก มุม ϕ นี้สามารถคำนวณได้จากสูตร

$$\tan\phi = \frac{b}{\sin\theta}$$

$$\text{หรือ} \quad \tan\phi = \frac{a}{\cos\theta}$$

แทนค่า

$$\therefore \tan \phi = \frac{b}{\sin \theta} = \frac{-0.01219}{-0.98594} = 0.01236 = \tan 0^{\circ}.70805$$

$$\phi = 0^{\circ}.70805 = 42' \, 28''.98$$

$\therefore$ ดาวหาง Kohoutek ๑๙๗๓ f มีหางที่ปรากฏให้เห็นในภาพถ่ายยาวประมาณ ๔๒′ ๒๘″.๙๘ เมื่อ Dec. ๒.๙๒๑๕๓, ๑๙๗๓ U.T. จากภาพซึ่งถ่ายจากกล้อง Pentak ความยาวโฟกัส ๒๐๐ มม.

๕.๔.๘ หา Aberration Angle ψ

โดยเหตุที่หางที่เห็นในภาพถ่ายเป็นหางที่เหยียดตรง ดังนั้นทิศจากจุดใจกลางหัวดาวหางไปยัง M ก็คือทิศ Projection ของ Tail Vector บนระนาบของกระดาษอัดรูป ซึ่งทิศนี้ทำมุม ๒๗๙°.๖๑๙๙ กับแกน η

เพราะฉะนั้นมุมระหว่าง Projection ของ Radius Vector และ Projection ของ Tail Vector บนระนาบของกระดาษอัดรูปจึงเท่ากับ ๒๗๙°.๖๑๙๙-๒๕๖°.๔๘๙๐ = ๒๓°.๑๓๐๙ ซึ่งมุมนี้ก็คือ Aberration Angle ψ ซึ่งเป็นมุมระหว่าง Projection ของ Radius Vector และ Projection ของ Tail Vector บน Tangent Plane (Plane of Sky)

๕.๔.๙ หาขนาดของ $\vec{P}_r$

จากหัวข้อ ๔.๖ $a = \dfrac{.14802}{.78079}$, $b = \dfrac{.61603}{.78079}$, $\theta = 76^{\circ}.4890$

$$\therefore \sin \theta = \sin 76^{\circ}.4890 = .97233$$

$$\text{และ } \cos \theta = \cos 76^{\circ}.4890 = .23364$$

ถ้าให้ ϕ เป็นมุมที่ดาวหางโคฮูเทค และดวงอาทิตย์รองรับที่โลก

จากสูตร $\tan \phi = \dfrac{b}{\sin \theta}$

หรือ $\tan \phi = \dfrac{a}{\cos \theta}$

จะหาค่า ϕ ได้ดังนี้.-

$$\tan \emptyset = \frac{b}{\sin \theta} = \frac{\frac{.61603}{.78079}}{.97233} = 0.81143 = \tan 39^\circ_{\cdot}0569$$

$\therefore \quad \emptyset = 39^\circ_{\cdot}0569$ หรือ Elong. $= 39^\circ_{\cdot}0569$

จากสูตร $\left|\vec{P}_r\right| = ES \sin \emptyset$

ES = ระยะห่างของโลกจากดวงอาทิตย์ (ทราบจาก Ephemeris ๑๙๗๓ หน้า ๓๙)

$= 0.9857201$ A.U.

แทนค่า

$\therefore \left|\vec{P}_r\right| = 0.9857201(A.U.)\sin 39^\circ_{\cdot}0569 = .6210924$ A.U. $= 92.91506 \times 10^6$ Km.

๙.๔.๑๐ <u>หาขนาดของ $\vec{P}_T$</u>

สูตรที่ใช้คำนวณคือ $\left|\vec{P}_T\right| = \text{⦶} \dfrac{MC'}{F}$

ในเมื่อ ⦶ เป็นระยะห่างของดาวหางจากโลกทราบจาก I.A.U.Data =

๑๙๙ x ๑๐^๖ กม.

MC' เป็นความยาวของส่วนหางที่ปรากฏบน Plate = ๒.๕ มม.

F เป็นความยาวโฟกัสของ Object Glass = ๒๐๑.๖๖ มม.

แทนค่า

$\therefore \left|\vec{P}_T\right|$ = ๑๙๙ x ๑๐^๖ กม. x $\dfrac{\text{๒.๕ มม.}}{\text{๒๐๑.๖๖ มม.}}$ = ๒.๔๖๗๐๒ x ๑๐^๖ กม.

หรือดาวหาง Kohoutek ๑๙๗๓ f มีหางปรากฏให้เห็นบนระนาบของท้องฟ้ายาวประมาณ ๒,๔๖๗,๐๒๐ กม. เมื่อพิจารณาจากภาพที่ถ่ายจากกล้อง Pentak ความยาวโฟกัส ๒๐๐ มม.

๕.๔.๑๑ หา Phase Angle ของดาวหาง Kohoutek 1973 f

สูตรที่ใช้คำนวณคือ $\sin \hat{ECS} = \dfrac{|\vec{P}_r|}{r}$

ในเมื่อ $|\vec{P}_r|$ = Projection ของ Radius Vector on Plane of Sky = .62109 A.U.

r = ระยะห่างของดาวหาง Kohoutek จากดวงอาทิตย์ทราบจาก I.A.U.

Data = ๑๒๕ x ๑๐^๖ กม.

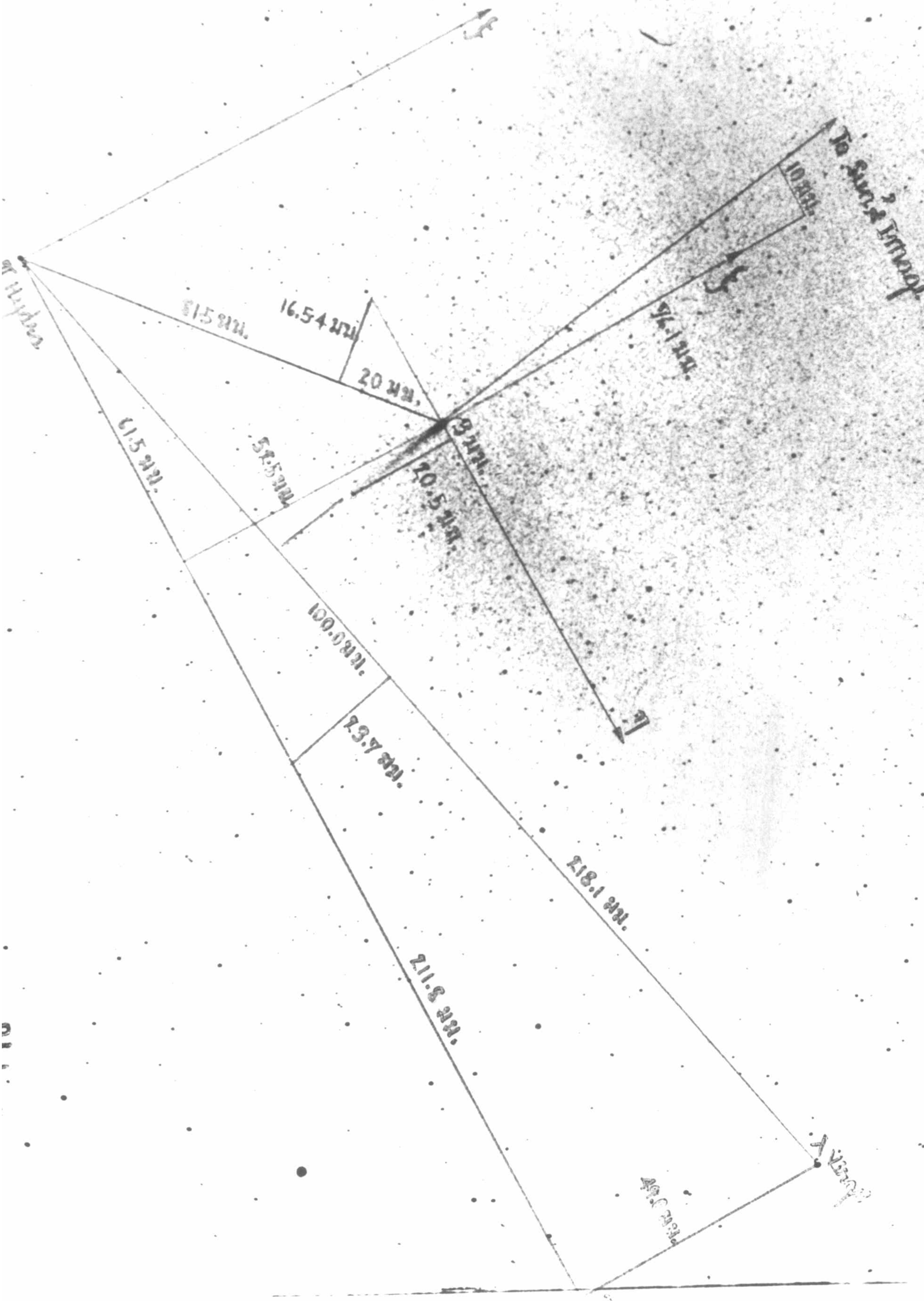
แทนค่า

$\therefore \sin \hat{ECS}$ = .๖๒๑๐๙ x $\dfrac{\text{๑๔๙.๖ x ๑๐}^{\text{๖}}\text{ กม.}}{\text{๑๒๕ x ๑๐}^{\text{๖}}\text{ กม.}}$ = ๐.๗๔๓๓๒

$= \sin 48^\circ.0154$

$\hat{ECS} = 48^\circ.0154$

$\therefore$ Phase Angle $= 180^\circ - 48^\circ.0154 = 131^\circ.9846$.


20 มม.
16.54 มม.
20.5 มม.
100.0 มม.
23.7 มม.
218.1 มม.
211.8 มม.

๕.๕ ข้อมูลที่ ๕

Plate 18

Local Time $05^h.21\frac{1}{2}$ - $05^h.30\frac{1}{2}$ Dec. 7 = Dec. .6.93472, 1973, U.T.

๕.๕.๑ หา Apparent R.A. และ Apparent Dec. ของดาวฤกษ์ที่ใช้กำหนดแกนหลัก

ดาวฤกษ์ที่นำมากำหนดแกนหลักใน Plate นี้คือดาว λ Virgo และดาว ฑ Hydra

๕.๑.๑ หา Apparent R.A. และ Apparent Dec. ของ λ Virgo

จาก Ephemeris ๑๙๗๓ หน้า ๓๒๒-๓๒๓ ทราบ Besselian Day Numbers และ Independent Day Numbers ดังนี้.-

	Besselian Day Numbers		Independent Day Numbers		
Dec.7	C	D	f	g	G
	4".937	19".771	$0^s.7849$	5".126	$0^h22^m05^s$

จาก Ephemeris ๑๙๗๓ หน้า ๓๓๘

Mean R.A. ของ λ Virgo = $14^h17^m38^s.7 = 214^\circ.4115$

Mean Dec. ของ λ Virgo = $-13^\circ\ 14'\ 52'' = -13^\circ.2478$

จากสูตร $\alpha_1 - \alpha = f + \frac{1}{15}g\sin(G+\alpha)\tan\delta$

$\delta_1 - \delta = g\cos(G+\alpha)$

แทนค่า

$\therefore\ \alpha_1 - 14^h17^m38^s.7 = 0^s.7849 + \frac{1}{15}(5.126)\sin(0^h22^m05^s + 14^h17^m38^s.7)\tan(-13^\circ14'52'')$

$= 0^s.83654$

หรือ $\alpha_1 = 14^h17^m38^s.7 + 0^s.83654 = 14^h17^m39^s.53654 = 214^\circ.4148$

ในทำนองเดียวกัน

$\delta_1 - (-13^\circ\ 14'\ 52'') = 5''.126\cos 219^\circ.9321 = -3''.93067$

$\therefore \delta_1 = -13^\circ\ 14'\ 52'' - 3''.93067 = -13^\circ\ 14'\ 55''.93067 = -13^\circ.2489$

จากสูตร Apparent R.A. $= \alpha_1 + Cc + Dd$

Apparent Dec. $= \delta_1 + Cc' + Dd'$

$\alpha_1 = 14^h 17^m 39^s.53654 = 214^\circ.4148$

$\delta_1 = -13^\circ\ 14'\ 55''.93067 = -13^\circ.2489$

$C = 4''.937$

$c = \frac{1}{15}\cos\alpha_1 \sec\delta_1 = \frac{1}{15}\cos 214^\circ.4148 \sec(-13^\circ.2489) = -0.05650$

$D = 19''.771$

$d = \frac{1}{15}\sin\alpha_1 \sec\delta_1 = \frac{1}{15}\sin 214^\circ.4148 \sec(-13^\circ.2489) = -0.03871$

$c' = \tan\epsilon\cos\delta_1 - \sin\alpha_1\sin\delta_1 = \tan 23^\circ.4428\cos(-13^\circ.2489) - \sin 214^\circ.4148 \sin(-13^\circ.2489)$

$= .29255$

$d' = \cos\alpha_1 \sin\delta_1 = \cos 214^\circ.4148 \sin(-13^\circ.2489) = .18906$

แทนค่า

$\therefore$ Apparent R.A. $= 14^h 17^m 39^s.53654 + (4.937)(-.05650) + (19.771)(-.03871)$

$= 14^h\ 17^m\ 38^s.4923 = 214^\circ.4105$

ในทำนองเดียวกัน

Apparent Dec. $= -13^\circ 14' 55''.93067 + (4.937)(.29255) + (19.771)(.18906)$

$= -13^\circ.2474$

$\therefore$ λ Virgo ในหมู่ดาวหญิงพรหมจารีย์ (Virgo) มีค่า Apparent R.A. และ Apparent Dec. เมื่อ Dec. ๗, ๑๙๗๓ ดังนี้.-

Apparent α	=	$14^h 17^m 38^s.4923$	=	$214^\circ.4105$
Apparent δ	=	$-13^\circ 14' 50''.7484$	=	$-13^\circ.2474$

๕.๑.๒ หา Apparent R.A. และ Apparent Dec. ของ π Hydra

จาก Ephemeris ๑๙๗๓ หน้า ๓๘

Mean R.A. ของ π Hydra $= 14^h04^m49^s.7 = 211^\circ.2075$

Mean Dec. ของ π Hydra $= -26^\circ33'11'' = -26^\circ.5531$

จากสูตร $\alpha_1 - \alpha = f + \frac{1}{15}g\sin(G+\alpha)\tan\delta$

$\delta_1 - \delta = g\cos(G+\alpha)$

แทนค่า

$\therefore\ \alpha_1 - 14^h04^m49^s.7 = 0^s.7849 + \frac{1}{15}(5.126)\sin(0^h22^m05^s + 14^h04^m49^s.7)\tan(-26^\circ33'11'')$

$= 0^s.8870$

หรือ $\alpha_1 = 14^h\ 04^m\ 49^s.7 + 0^s.8870 = 14^h\ 04^m\ 50^s.5870 = 211^\circ.2108$

ในทำนองเดียวกัน

$\delta_1 - (-26^\circ33'11'') = 5''.126\cos216^\circ.7275 = -4''.10844$

$\therefore\ \delta_1 = -26^\circ\ 33'\ 11'' - 4''.10844 = -26^\circ33'15''.10844 = -26^\circ.5542$

จากสูตร Apparent R.A. $= \alpha_1 + Cc + Dd$

Apparent Dec. $= \delta_1 + Cc' + Dd'$

ในเมื่อ $\alpha_1 = 14^h\ 04^m\ 50^s.5870 = 211^\circ.2108$

$\delta_1 = -26^\circ\ 33'\ 15''.10844 = -26^\circ.5542$

$C = 4''.937$

$c = \frac{1}{15}\cos\alpha_1\sec\delta_1 = \frac{1}{15}\cos211^\circ.2108\sec(-26^\circ.5542) = -.00672$

$D = 19''.771$

$d = \frac{1}{15}\sin\alpha_1\sec\delta_1 = \frac{1}{15}\sin211^\circ.2108\sec(-26^\circ.5542) = -.00407$

$c' = \tan\epsilon\cos\delta_1 - \sin\alpha_1\sin\delta_1 = \tan23^\circ.4428\cos(-26^\circ.5542) - \sin211^\circ.2108\sin(-26^\circ.5542)$

$= .15623$

$d' = \cos\alpha_1\sin\delta_1 = \cos211^\circ.2108\sin(-26^\circ.5542) = .38234$

แทนค่า

$\therefore$ Apparent R.A. $= 14^h04^m50^s.5870 + (4.937)(-.00672) + (19.771)(-.00407)$

$= 14^h04^m50^s.4733 = 211^\circ.2104$

ในทำนองเดียวกัน

Apparent Dec. $= -26^\circ33'15''.10844 + (4.937)(0.15623) + (19.771)(.38234)$

$= -26^\circ\ 33'\ 6''.7779 = -26^\circ.5519$

$\therefore$ π Hydra มีค่า Apparent R.A. และ Apparent Dec. เมื่อ Dec. ๗, ๑๙๗๓ ดังนี้.-

Apparent α	=	$14^h04^m50^s.4733$	=	$211^\circ.2104$
Apparent δ	=	$-26^\circ33'6''.7779$	=	$-26^\circ.5519$

๕.๕.๖ <u>กำหนดแกนหลักขึ้นที่ดาว π Hydra</u>

สูตรที่ใช้คำนวณคือ $\tan\theta = \dfrac{b}{a}$

ในเมื่อ $a = \dfrac{\sin\delta\cos D - \cos\delta\sin D\cos(\alpha - A)}{\sin\delta\sin D + \cos\delta\cos D\cos(\alpha - A)}$

$b = \dfrac{\cos\delta\sin(\alpha - A)}{\sin\delta\sin D + \cos\delta\cos D\cos(\alpha - A)}$

A = Apparent R.A. ของ π Hydra $= 14^h04^m50^s.4733 = 211^\circ.2104$

D = Apparent Dec. ของ π Hydra $= -26^\circ33'6''.7779 = -26^\circ.5519$

α = Apparent R.A. ของ λ Virgo $= 14^h17^m38^s.4923 = 214^\circ.4105$

δ = Apparent Dec. ของ λ Virgo $= -13^\circ14'50''.7484 = -13^\circ.2474$

แทนค่า

$$\therefore a = \frac{\sin(-13^\circ.2474)\cos(-26^\circ.5519)-\cos(-13^\circ.2474)\sin(-26^\circ.5519)\cos(214^\circ.4105-211^\circ.2104)}{\sin(-13^\circ.2474)\sin(-26^\circ.5519)+\cos(-13^\circ.2474)\cos(-26^\circ.5519)\cos(214^\circ.4105-211^\circ.2104)}$$

$$= \frac{.22945}{.97180}$$

และ $b = \dfrac{\cos(-13^\circ.2474)\sin(214^\circ.4105-211^\circ.2104)}{.97180} = \dfrac{.05434}{.97180}$

$$\therefore \tan\theta = \frac{b}{a} = \left(\frac{.05434}{.97180}\right) \div \left(\frac{.22945}{.97180}\right) = .23683 = \tan 13^\circ.3239$$

หรือ $\theta = 13^\circ.3239$

หลังจากตั้งแกน η และ ξ ที่ดาว π Hydra เรียบร้อยแล้ว ลากเส้นตรงจาก λ Virgo ไปตั้งฉากกับแกนทั้งสองนี้จะวัดค่า η และ ξ ของดาว λ Virgo ได้ดังนี้.-

ξ = ๔๙.๐ มม.

η = ๒๑๑.๘ มม.

๕.๕.๓ ตรวจสอบความยาวโฟกัสของ Object Glass

สูตรที่ใช้คำนวณคือ $F = \dfrac{(xo)_{Plate}}{(xo)_{Print}} \dfrac{(\eta)_{Print}}{a}$

หรือ $F = \dfrac{(xo)_{Plate}}{(xo)_{Print}} \dfrac{(\xi)_{Print}}{b}$

ในเมื่อ $(xo)_{Plate}$ = ระยะห่างระหว่าง π Hydra และ λ Virgo บน Plate

= ๔๓.๘ มม.

$(xo)_{Print}$ = ระยะห่างระหว่าง π Hydra และ λ Virgo บนกระดาษอัดรูป

= ๒๑๘.๑ มม.

$(\eta)_{Print}$ = ๒๑๑.๘ มม.

$(\xi)_{Print}$ = ๔๙.๐ มม.

$a = \dfrac{.22945}{.97180}$, $b = \dfrac{.05434}{.97180}$

แทนค่าในสูตรใดสูตรหนึ่งจะหาค่า F ได้ดังนี้

$$F = \frac{๔๓.๘ \text{ มม.}}{๒๑๘.๑ \text{ มม.}} \frac{(๒๑๑.๘ \text{ มม.})}{\left(\frac{.๒๒๙๔๕}{.๙๗๑๘๐}\right)} = ๑๙๖.๖๒ \text{ มม.}$$

เนื่องจาก F ในทางทฤษฎี = ๒๐๐.๐๐ มม.

$\therefore$ ความผิดพลาดของ F = $\dfrac{(๒๐๐-๑๙๖.๖๒) \text{ มม.}}{๒๐๐ \text{ มม.}} \times ๑๐๐\%$ = ๑.๖๙%

สำหรับค่า F ที่จะนำไปใช้ในการคำนวณต่อไปนั้นคือ F = ๑๙๖.๖๒ มม.

๕.๕.๔ หา Apparent R.A. และ Apparent Dec. ของดาวหาง Kohoutek 1973 f

เมื่อพิจารณาดาว π Hydra และดาวหาง Kohoutek ซึ่งมีแกน η และ ξ อยู่ที่ดาว π Hydra จะเห็นว่าดาวหาง Kohoutek มีค่าตามแกน η และ ξ บนระนาบของกระดาษอัดรูปดังนี้.-

$(\eta)_{Print}$ = ๖๑.๕ มม.

$(\xi)_{Print}$ = ๕๒.๕ มม.

จากการวัดระยะห่างระหว่างดาว π Hydra กับดาวหาง Kohoutek บนระนาบของกระดาษอัดรูปได้ค่าของ $(xo)_{Print}$ = ๘๑.๕ มม. และวัดระยะห่างระหว่างดาว π Hydra กับดาวหาง Kohoutek บนระนาบของ Plate ได้ค่าของ

$(xo)_{Plate}$ = ๑๗.๘ มม.

แทนค่าในสูตร

$$F = \frac{(xo)_{Plate}(\eta)_{Print}}{(xo)_{Print}\quad a}$$

และ
$$F = \frac{(xo)_{Plate}(\xi)_{Print}}{(xo)_{Print}\quad b}$$

ในเมื่อ F = ๑๙๖.๖๒ มม. จะหาค่าของ a และ b ได้ดังนี้.-

$$a = \frac{(xo)_{Plate}(\eta)_{Print}}{(xo)_{Print}\quad F} = \frac{17.8 \text{ mm.}(61.5 \text{ mm.})}{81.5 \text{ mm.}(196.62 \text{ mm.})} = .0683$$

$$b = \frac{(xo)_{Plate}(\xi)_{Print}}{(xo)_{Print}\quad F} = \frac{17.8 \text{ mm.}(52.5 \text{ mm.})}{81.5 \text{ mm.}(196.62 \text{ mm.})} = .0583$$

จากนี้คำนวณหา Apparent R.A. และ Apparent Dec. ของดาวหาง Kohoutek ๑๙๗๓ f จากสูตร $\tan(\alpha - A) = b \cos D + \dfrac{b \sin D(a \cos D + \sin D)}{\cos D - a \sin D}$

และ $\cot \delta = \dfrac{b \sin D}{\sin(\alpha - A) - b \cos D \cos(\alpha - A)}$

ในเมื่อ A = Apparent R.A. ของ π Hydra $= 14^h 04^m 50^s.4733 = 211^{\circ}.2104$

D = Apparent Dec. ของ π Hydra $= -26^{\circ} 33' 6''.7779 = -26^{\circ}.5519$

α = Apparent R.A. ของดาวหาง Kohoutek

δ = Apparent Dec. ของดาวหาง Kohoutek

$$\therefore \tan(\alpha - A) = (0.0583)\cos(-26^{\circ}.5519) + \frac{(0.0583)\sin(-26^{\circ}.5519)[.0683\cos(-26^{\circ}.5519)+\sin(-26^{\circ}.5519)]}{\cos(-26^{\circ}.5519) - .0683\sin(-26^{\circ}.5519)}$$

$$= .06302 = \tan 3^{\circ}.6063$$

$$\alpha - A = 3^{\circ}.6063$$

$$\therefore \alpha = A + 3^{\circ}.6063 = 211^{\circ}.2104 + 3^{\circ}.6063 = 214^{\circ}.8167 = 14^h 19^m 15^s.96$$

$$\cot \delta = \frac{(0.0583)\sin(-26^{\circ}.5519)}{\sin 3^{\circ}.6063 - (0.0583)\cos(-26^{\circ}.5519)\cos 3^{\circ}.6063}$$

$$= -2.40185 = -\cot 22^{\circ}.6043$$

$$\therefore \delta = -22^{\circ}.6043 = -22^{\circ} 36' 15''.30$$

ดังนั้น ดาวหาง Kohoutek ๑๙๗๓ f มีตำแหน่งเมื่อ Dec. ๖ .๙๓๔๗๒, ๑๙๗๓ U.T. ดังนี้.-

Apparent R.A.	$= 14^h 19^m 15^s.96 = 214^{\circ}.8167$
Apparent Dec.	$= -22^{\circ} 36' 15''.30 = -22^{\circ}.6043$

๕.๕.๕ กำหนดแกนหลักขึ้นที่ดาวหาง Kohoutek โดยใช้ดาว π Hydra ประกอบการคำนวณ

สูตรที่ใช้คำนวณคือ $a = \dfrac{\sin\delta\cos D - \cos\delta\sin D\cos(\alpha - A)}{\sin\delta\sin D + \cos\delta\cos D\cos(\alpha - A)}$

$$b = \frac{\cos\delta\sin(\alpha - A)}{\sin\delta\sin D + \cos\delta\cos D\cos(\alpha - A)}$$

$$\tan\theta = \frac{b}{a}$$

ในเมื่อ A = Apparent R.A. ของ Kohoutek 1973 f = $14^h19^m15^s.96 = 214^\circ.8167$

D = Apparent Dec. ของ Kohoutek 1973 f = $-22^\circ36'15''.30 = -22^\circ.6063$

α = Apparent R.A. ของ π Hydra = $14^h04^m50^s.4733 = 211^\circ.2104$

δ = Apparent Dec. ของ π Hydra = $-26^\circ33'6''.7779 = -26^\circ.5519$

แทนค่า

$$\therefore a = \frac{\sin(-26^\circ.5519)\cos(-22^\circ.6043)-\cos(-26^\circ.5519)\sin(-22^\circ.6043)\cos(211^\circ.2104-214^\circ.8167)}{\sin(-26^\circ.5519)\sin(-22^\circ.6043)+\cos(-26^\circ.5519)\cos(-22^\circ.6043)\cos(211^\circ.2104-214^\circ.8167)}$$

$$= -\frac{.06808}{.99671}$$

$$b = \frac{\cos(-26^\circ.5519)\sin(211^\circ.2104 - 214^\circ.8167)}{.99671} = -\frac{.05627}{.99671}$$

$$\tan\theta = \frac{b}{a} = \left(-\frac{.05627}{.99671}\right) \div \left(-\frac{.06808}{.99671}\right) = 0.82653 = \tan 39^\circ.5747$$

$$\therefore \theta = 39^\circ.5747$$

๕.๕.๖ หาทิศ Projection ของ Radius Vector บนระนาบของ Plate

สูตรที่ใช้คำนวณคือ $a = \dfrac{\sin\delta\cos D - \cos\delta\sin D\cos(\alpha - A)}{\sin\delta\sin D + \cos\delta\cos D\cos(\alpha - A)}$

$$b = \frac{\cos\delta\sin(\alpha - A)}{\sin\delta\sin D + \cos\delta\cos D\cos(\alpha - A)}$$

$$\tan\theta = \frac{b}{a}$$

ในเมื่อ A = Apparent R.A. ของ Kohoutek = $14^h 19^m 15^s.96 = 214^\circ.8167$

D = Apparent Dec. ของ Kohoutek = $-22^\circ 36' 15''.30 = -22^\circ.6043$

α = Apparent R.A. ของ Sun ทราบจาก Ephemeris ๑๙๗๓ หน้า ๓๕

$= 16^h 53^m 44^s.98 = 253^\circ.4375$

δ = Apparent Dec. ของ Sun ทราบจาก Ephemeris ๑๙๗๓ หน้า ๓๕

$= -22^\circ 34' 09''.1 = -22^\circ.5692$

แทนค่า

$$\therefore a = \frac{\sin(-22^\circ.5692)\cos(-22^\circ.6043)-\cos(-22^\circ.5692)\sin(-22^\circ.6043)\cos(253^\circ.4375-214^\circ.8167)}{\sin(-22^\circ.5692)\sin(-22^\circ.6043)+\cos(-22^\circ.5692)\cos(-22^\circ.6043)\cos(253^\circ.4375-214^\circ.8167)}$$

$$= -\frac{.07575}{.81417}$$

$$b = \frac{\cos(-22^\circ.5692)\sin(253^\circ.4375-214^\circ.8167)}{.81417} = \frac{.57636}{.81417}$$

$$\tan\theta = \frac{\xi}{\eta} = \frac{b}{a} = \left(\frac{.57636}{.81417}\right) \div \left(\frac{-.07575}{.81417}\right) = -7.60871$$

โดยเหตุที่ η และ ξ มีความสัมพันธ์กับ a และ b ตามสมการ

$$\eta = OE \times a$$

และ $$\xi = OE \times b$$

ในเมื่อ OE = F = ความยาวโฟกัสของ Object Glass

ดังนั้นถ้า a เป็นลบ b เป็นบวก แล้วจะได้ว่า η เป็นลบ และ ξ เป็นบวกด้วย

เนื่องจาก $\tan\theta = \frac{\xi}{\eta} = -7.60871 = \frac{76.1 \text{ mm.}}{-10 \text{ mm.}}$

ถ้า ξ = ๗๖.๑ มม. แล้วจะได้ว่า

η = − ๑๐ มม.

ซึ่งค่าทั้งสองนี้จะช่วยกำหนดทิศ Projection ของทิศจากดาวหางไปยังดวงอาทิตย์บนระนาบของกระดาษอัดรูปได้โดยง่าย

จาก $\tan \theta = -7.60871 = -\tan 82^\circ.5125 = \tan 97^\circ.4875$

$\therefore \theta = 97^\circ.4875$

ดังนั้นมุมซึ่งทิศ Projection ของ Radius Vector กระทำกับแกน η บนระนาบของกระดาษอัดรูป จึงมีค่าเท่ากับ ๑๘๐° + ๙๗°.๔๘๗๕ = ๒๗๗°.๔๘๗๕

๕.๕.๗ หาความยาวของหางดาวหาง Kohoutek เป็นองศา

จากภาพของดาวหางบนระนาบของกระดาษอัดรูป ตำแหน่งที่สิ้นสุดของหางซึ่งปรากฏให้เห็นมีค่าตามแกน η และ ξ ดังนี้.-

$(\eta)_{Print}$ = ๓.๐ มม.

$(\xi)_{Print}$ = -๒๐.๕ มม.

$\therefore \tan \theta = \dfrac{(\xi)_{Print}}{(\eta)_{Print}}$ = $\dfrac{-๒๐.๕ \text{ มม.}}{๓ \text{ มม.}}$ = -๖.๘๓๓๓๓ = $-\tan$ ๘๑°.๖๗๔๑

θ = ๓๖๐° - ๘๑°.๖๗๔๑ = ๒๗๘°.๓๒๕๙

$\therefore \sin \theta = \sin 278^\circ.3259 = -.98946$

และ $\cos \theta = \cos 278^\circ.3259 = .14480$

จากสูตร $F = \dfrac{(xo)_{Plate}}{(xo)_{Print}} \quad \dfrac{(\eta)_{Print}}{a}$

และ $F = \dfrac{(xo)_{Plate}}{(xo)_{Print}} \quad \dfrac{(\xi)_{Print}}{b}$

F = ความยาวโฟกัสของ Object Glass = ๑๙๖.๖๒ มม.

$(xo)_{Plate}$ = ระยะห่างระหว่างจุดใจกลางหัวดาวหาง และตำแหน่งที่สิ้นสุดของหางที่ปรากฏบน Plate = ๔.๗ มม.

$(xo)_{Print}$ = ระยะห่างระหว่างจุดใจกลางหัวดาวหาง และตำแหน่งที่สิ้นสุดของหางที่ปรากฏบนกระดาษอัดรูป = ๒๐.๗ มม.

$(\eta)_{Print}$ = ๓ มม.

$(\xi)_{Print}$ = -๒๐.๕ มม.

แทนค่า

$$\therefore \quad a = \frac{(xo)_{Plate}}{(xo)_{Print}} \frac{(\eta)_{Print}}{F} = \frac{๔.๗ \text{ มม. } (๓ \text{ มม.})}{๒๐.๗ \text{ มม. } (๑๙๖.๖๒ \text{ มม.})} = ๐.๐๐๓๔๖$$

$$\text{และ} \quad b = \frac{(xo)_{Plate}}{(xo)_{Print}} \frac{(\xi)_{Print}}{F} = \frac{๔.๗ \text{ มม. } (-๒๐.๕ \text{ มม.})}{๒๐.๗ \text{ มม. } (๑๙๖.๖๒ \text{ มม.})} = -๐.๐๒๓๖๗$$

ถ้าให้ $\emptyset$ เป็นมุมที่หางดาวหางรองรับต่อผู้สังเกตบนโลก มุม $\emptyset$ นี้สามารถคำนวณได้จากสูตร $\tan \emptyset = \dfrac{b}{\sin \theta}$ หรือ $\tan \emptyset = \dfrac{a}{\cos \theta}$

แทนค่า

$$\therefore \quad \tan \emptyset = \frac{b}{\sin \theta} = \frac{-0.02367}{-0.98946} = 0.02392 = \tan 1^{\circ}.3703$$

$$\emptyset = 1^{\circ}.3703 = 1^{\circ}\ 22'\ 13''.08$$

$\therefore$ ดาวหาง Kohoutek ๑๙๗๓ f มีหางที่ปรากฏให้เห็นยาวประมาณ ๑° ๒๒′ ๑๓″.๐๘ เมื่อ Dec. ๖.๔๓๘๗๒, ๑๙๗๓, U.T. จากภาพถ่ายจากกล้อง Pentak ความยาวโฟกัส ๒๐๐ มม.

๕.๕.๘ หา Aberration Angle ψ

โดยเหตุที่มุมซึ่ง Projection ของ Radius Vector และ Projection ของ Tail Vector ทำกับแกน η บนระนาบของกระดาษอัดรูปมีค่าเท่ากับ ๒๗๗°.๔๘๗๕ และ ๒๗๘°.๓๒๕๘ ตามลำดับ

เพราะฉะนั้นมุมระหว่าง Projection ของ Radius Vector และ Projection ของ Tail Vector บนระนาบของกระดาษอัดรูปจึงเท่ากับ ๒๗๘°.๓๒๕๘ - ๒๗๗°.๔๘๗๕ = ๐°.๘๓๘๓ ซึ่งมุมนี้ก็คือ Aberration Angle ψ ซึ่งเป็นมุมระหว่าง Projection ของ Radius Vector และ Projection ของ Tail Vector บน Tangent Plane (Plane of Sky)

๕.๕.๙ <u>หาขนาดของ $\vec{P}_r$</u>

จากหัวข้อ ๕.๖ $a = \frac{-.07575}{.81417}$, $b = \frac{.57636}{.81417}$, $\theta = 97^\circ.4875$

$\therefore \sin\theta = \sin 97^\circ.4875 = .99147$

และ $\cos\theta = \cos 97^\circ.4875 = -.13031$

ถ้าให้ ϕ เป็นมุมที่ดาวหางโคฮูเทค และดวงอาทิตย์รองรับที่โลก

จากสูตร $\tan\phi = \frac{b}{\sin\theta}$

หรือ $\tan\phi = \frac{a}{\cos\theta}$

จะหาค่า ϕ ได้ดังนี้

$\tan\phi = \frac{b}{\sin\theta} = \frac{.57636}{.80723} = 0.71399 = \tan 35^\circ.5265$

$\therefore \phi = 35^\circ.5265$ หรือ Elong. = $35^\circ.5265$

จากสูตร $|\vec{P}_r| = ES \sin\phi$

ES = ระยะห่างของโลกจากดวงอาทิตย์ (ทราบจาก Ephemeris ๑๙๗๓ หน้า ๑๕)

= .9851248 A.U.

แทนค่า

$\therefore |\vec{P}_r| = .9851248\ (A.U.) \sin 35^\circ.5265 = .5724363\ A.U. = 85.63702 \times 10^6$ Km.

๕.๕.๑๐ <u>หาขนาดของ $\vec{P}_T$</u>

สูตรที่ใช้คำนวณคือ $|\vec{P}_T| = \delta \frac{MC'}{F}$

ในเมื่อ δ เป็นระยะห่างของดาวหางจากโลกทราบจาก I.A.U.Data =

๑๙๐ x ๑๐^๖ กม.

MC' เป็นความยาวของส่วนหางที่ปรากฏบน Plate = ๔.๗ มม.

F เป็นความยาวโฟกัสของ Object Glass = ๑๙๖.๖๒ มม.

แทนค่า

$$\therefore \left|\vec{P}_T\right| = \text{๑๙๐} \times \text{๑๐}^{\text{๖}} \text{ กม.} \frac{(\text{๔.๗ มม.})}{\text{๑๙๖.๖๒ มม.}} = \text{๔.๕๔๑๗๖} \times \text{๑๐}^{\text{๖}} \text{ กม.}$$

หรือดาวหาง Kohoutek ๑๙๗๓ f มีหางปรากฏให้เห็นบนระนาบของท้องฟ้ายาวประมาณ ๔,๕๔๑,๗๖๐ กม. เมื่อพิจารณาจากภาพซึ่งถ่ายจากกล้อง Pentak ความยาวโฟกัส ๒๐๐ มม.

๕.๕.๑๑ <u>หา Phase Angle ของดาวหาง Kohoutek 1973 f</u>

สูตรที่ใช้คำนวณคือ $\sin \widehat{ECS} = \dfrac{\left|\vec{P}_r\right|}{r}$

ในเมื่อ $\left|\vec{P}_r\right|$ = Projection ของ Radius Vector on Plane of Sky = .57244 A.U.

r = ระยะห่างของดาวหาง Kohoutek จากดวงอาทิตย์ทราบจาก I.A.U.

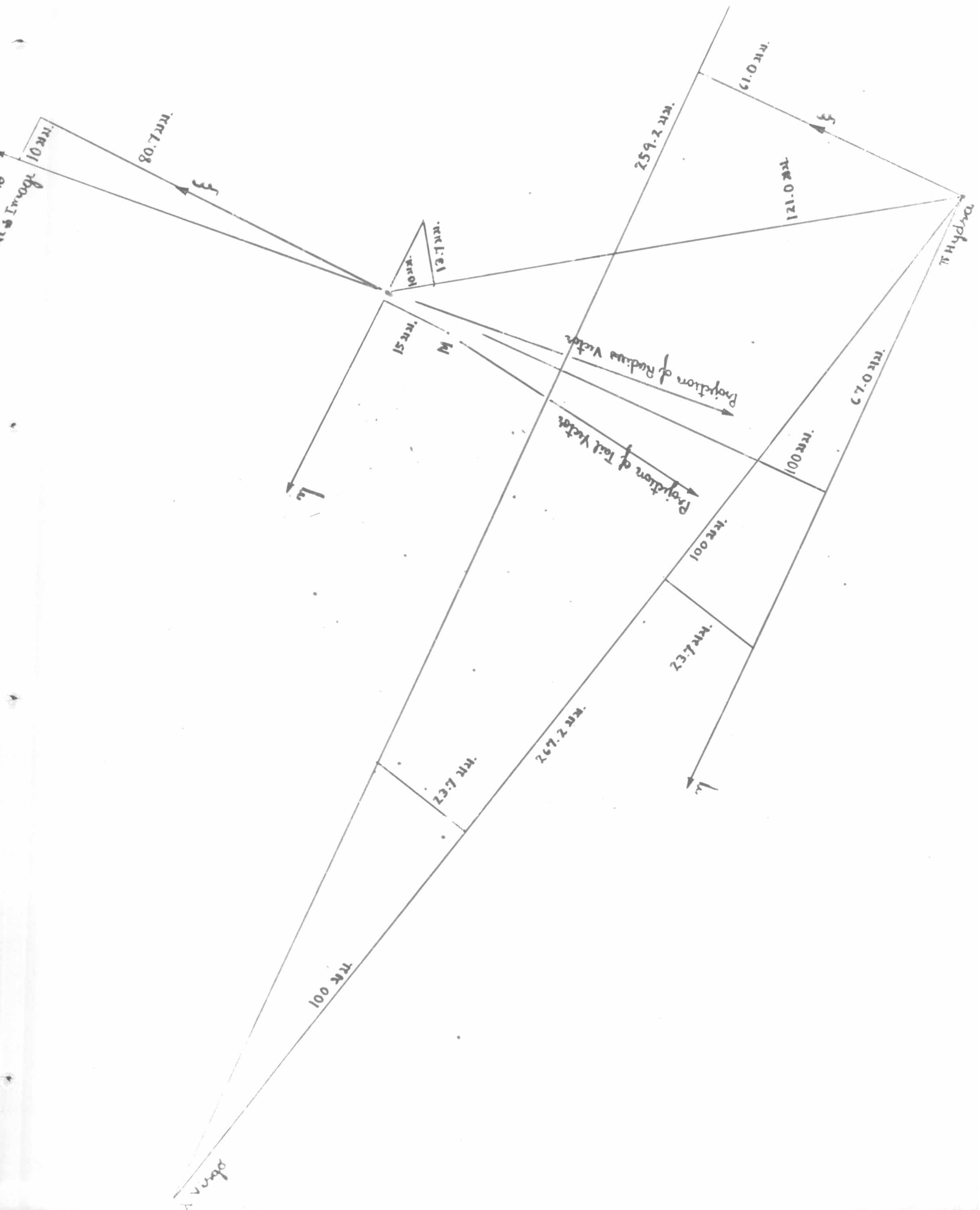
Data = ๑๑๐ x ๑๐$^{\text{๖}}$ กม.

แทนค่า

$$\therefore \quad \sin \widehat{ECS} = \text{.๕๗๒๔๔} \times \frac{\text{๑๔๙.๖} \times \text{๑๐}^{\text{๖}} \text{ กม.}}{\text{๑๑๐} \times \text{๑๐}^{\text{๖}} \text{ กม.}} = \text{๐.๗๗๘๕๒} = \sin \text{๕๑}^{\circ}\text{.๑๒๕๕}$$

$$\widehat{ECS} = \text{๕๑}^{\circ}\text{.๑๒๕๕}$$

$$\text{Phase Angle} = \text{๑๘๐}^{\circ} - \text{๕๑}^{\circ}\text{.๑๒๕๕} = \text{๑๒๘}^{\circ}\text{.๘๗๔๕}$$



π Hydra
Projection of Radius Vector
Projection of Tail Vector
259.2 mm.
267.2 mm.
121.0 mm.
61.0 mm.
67.0 mm.
100 mm.
100 mm.
100 mm.
23.7 mm.
23.7 mm.
80.7 mm.
10 mm.
10 mm.
13.7 mm.
15 mm.
M

๕.๖ ข้อมูลที่ ๖

Plate 19

Local Time $05^h10^m17^s - 05^h20^m17^s$ Dec.8 = Dec.7.92708, 1973, U.T.

๕.๖.๑ หา Apparent R.A. และ Apparent Dec. ของดาวฤกษ์ที่ใช้กำหนดแกนหลัก

ดาวฤกษ์ที่นำมากำหนดแกนหลักใน Plate นี้คือดาว λ Virgo และดาว π Hydra

๖.๑.๑ หา Apparent R.A. และ Apparent Dec. ของ λ Virgo

จาก Ephemeris ๑๙๗๓ หน้า ๓๒๒-๓๒๓ ทราบ Besselian Day Numbers และ Independent Day Numbers ดังนี้.-

Dec.8	Besselian Day Numbers		Independent Day Numbers		
	C	D	f	g	G
	4".615	19".862	$0^s.7965$	5".208	$0^h24^m39^s$

จาก Ephemeris ๑๙๗๓ หน้า ๓๘

Mean R.A. ของ λ Virgo = $14^h17^m38^s.7$ = $214^\circ.4115$

Mean Dec. ของ λ Virgo = $-13^\circ\ 14'\ 52''$ = $-13^\circ.2478$

จากสูตร $\alpha_1 - \alpha = f + \frac{1}{15}g\ \sin(G+\alpha)\tan\delta$

$\delta_1 - \delta = g\ \cos(G+\alpha)$

แทนค่า

$\therefore\ \alpha_1 - 14^h17^m38^s.7 = 0^s.7965 + \frac{1}{15}(5.208)\sin(0^h24^m39^s+14^h17^m38^s.7)\tan(-13^\circ14'52'')$

$= 0^s.8497$

หรือ $\alpha_1 = 14^h17^m38^s.7 + 0^s.8497 = 14^h17^m39^s.5497 = 214^\circ.4148$

ในทำนองเดียวกัน

$\delta_1 - (-13^\circ14'52'') = 5''.208\cos 220^\circ.5738 = -3''.95584$

$\therefore \quad \delta_1 = -13^\circ 14' 52'' - 3''.9558 = -13^\circ 14' 55''.95584 = -13^\circ.2489$

จากสูตร Apparent R.A. $= \alpha_1 + Cc + Dd$

Apparent Dec. $= \delta_1 + Cc' + Dd'$

ในเมื่อ $\alpha_1 = 14^h 17^m 39^s.5497 = 214^\circ.4148$

$\delta_1 = -13^\circ 14' 55''.95584 = -13^\circ.2489$

$C = 4''.615$

$c = \frac{1}{15}\cos\alpha_1 \sec\delta_1 = \frac{1}{15}\cos 214^\circ.4148 \sec(-13^\circ.2489) = -.05650$

$D = 19''.862$

$d = \frac{1}{15}\sin\alpha_1 \sec\delta_1 = \frac{1}{15}\sin 214^\circ.4148 \sec(-13^\circ.2489) = -.03871$

$c' = \tan\epsilon\cos\delta_1 - \sin\alpha_1\sin\delta_1 = \tan 23^\circ.4428\cos(-13^\circ.2489) - \sin 214^\circ.4148\sin(-13^\circ.2489)$

$= .29255$

$d' = \cos\alpha_1\sin\delta_1 = \cos 214^\circ.4148 \sin(-13^\circ.2489) = .18906$

แทนค่า

$\therefore$ Apparent R.A. $= 14^h 17^m 39^s.5497 + (4.615)(-.05650) + (19.862)(-.03871)$

$= 14^h 17^m 38^s.5201 = 214^\circ.4105$

ในทำนองเดียวกัน

Apparent Dec. $= -13^\circ 14' 55''.9558 + (4.615)(.29255) + (19.862)(.18906)$

$= -13^\circ\ 14'\ 50''.8506 = -13^\circ.2475$

$\therefore$ λ Virgo ในหมู่ดาวหญิงพรหมจารีย์ (Virgo) มีค่า Apparent R.A. และ Apparent Dec. เมื่อ Dec. ๘, ๑๙๗๓ ดังนี้

Apparent α	=	$14^h 17^m 38^s.5201$	=	$214^\circ.4105$
Apparent δ	=	$-13^\circ 14' 50''.8506$	=	$-13^\circ.2475$

๖.๑.๒ หา Apparent R.A. และ Apparent Dec. ของ π Hydra

จาก Ephemeris ๑๙๗๓ หน้า ๓๓๔

Mean R.A. ของ π Hydra $= 14^h04^m49^s.7 = 14^h.0805 = 211^\circ.2075$

Mean Dec. ของ π Hydra $= -26^\circ33'11'' = -26^\circ.5531$

จากสูตร $\alpha_1 - \alpha = f + \frac{1}{15}g\sin(G+\alpha)\tan\delta$

$\delta_1 - \delta = g\cos(G+\alpha)$

แทนค่า

$\therefore\ \alpha_1 - 14^h04^m49^s.7 = 0^s.7965 + \frac{1}{15}(5.208)\sin(0^h24^m39^s+14^h04^m49^s.7)\tan(-26^\circ33'11'')$

$= 0^s.9018$

หรือ $\alpha_1 = 14^h04^m49^s.7 + 0^s.9018 = 14^h04^m50^s.6018 = 211^\circ.2108$

ในทำนองเดียวกัน

$\delta_1 - (-26^\circ33'11'') = 5''.208\cos(0^h24^m39^s+14^h04^m49^s.7) = -4''.13895$

$\therefore\ \delta_1 = -26^\circ33'11'' - 4''.13895 = -26^\circ33'15''.13895 = -26^\circ.5542$

จากสูตร Apparent R.A. $= \alpha_1 + Cc + Dd$

Apparent Dec. $= \delta_1 + Cc'\ Dd'$

ในเมื่อ $\alpha_1 = 14^h04^m50^s.6018 = 211^\circ.2108$

$\delta_1 = -26^\circ\ 33'\ 15''.1390 = -26^\circ.5542$

$C = 4''.615$

$c = \frac{1}{15}\cos\alpha_1\sec\delta_1 = \frac{1}{15}\cos211^\circ.2108\sec(-26^\circ.5542) = -.00672$

$D = 19''.862$

$d = \frac{1}{15}\sin\alpha_1\sec\delta_1 = \frac{1}{15}\sin211^\circ.2108\sec(-26^\circ.5542) = -.00407$

$c' = \tan\epsilon\cos\delta_1 - \sin\alpha_1\sin\delta_1 = \tan23^\circ.4428\cos(-26^\circ.5542) - \sin211^\circ.2108\sin(-26^\circ.5542)$

$= 0.15623$

$d' = \cos\alpha_1\sin\delta_1 = \cos211^\circ.2108\sin(-26^\circ.5542) = .38234$

แทนค่า

$\therefore$ Apparent R.A. $= 14^h04^m50^s.6018 + 4.615(-0.00672)+19.862(-0.00407)$

$= 14^h04^m50^s.4899 = 211^\circ.2104$

ในทำนองเดียวกัน

Apparent Dec. $= -26^\circ33'15''.13895 + 4.615(0.15623) + 19.862(.38234)$

$= -26^\circ\ 33'\ 6''.8239 = -26^\circ.5519$

$\therefore$ π Hydra มีค่า Apparent R.A. และ Apparent Dec. เมื่อ Dec. ๘, ๑๙๗๓ ดังนี้.-

$$\boxed{\begin{array}{lll} \text{Apparent } \alpha = 14^h\ 04^m\ 50^s.4899 & = & 211^\circ.2104 \\ \text{Apparent } \delta = -26^\circ33'\ 6''.8239 & = & -26^\circ.5519 \end{array}}$$

๕.๖.๒ กำหนดแกนหลักขึ้นที่ดาว π Hydra

สูตรที่ใช้คำนวณคือ $\tan\theta = \frac{b}{a}$

ในเมื่อ $a = \dfrac{\sin\delta\cos D - \cos\delta\sin D\cos(\alpha - A)}{\sin\delta\sin D + \cos\delta\cos D\cos(\alpha - A)}$

$b = \dfrac{\cos\delta\ \sin(\alpha - A)}{\sin\delta\sin D + \cos\delta\cos D\cos(\alpha - A)}$

A = Apparent R.A. ของดาว π Hydra $= 14^h04^m50^s.4899 = 211^\circ.2104$

D = Apparent Dec. ของดาว π Hydra $= -26^\circ33'6''.8239 = -26^\circ.5519$

α = Apparent R.A. ของ λ Virgo $= 14^h\ 17^m38^s.5201 = 214^\circ.4105$

δ = Apparent Dec. ของ λ Virgo $= -13^\circ\ 14'\ 50''.8506 = -13^\circ.2475$

แทนค่า

$$\therefore a = \frac{\sin(-13^\circ.2475)\cos(-26^\circ.5519)-\cos(-13^\circ.2475)\sin(-26^\circ.5519)\cos(214^\circ.4105-211^\circ.2104)}{\sin(-13^\circ.2475)\sin(-26^\circ.5519)+\cos(-13^\circ.2475)\cos(-26^\circ.5519)\cos(214^\circ.4105-211^\circ.2104)}$$

$$= \frac{.22945}{.97180}$$

และ $b = \dfrac{\cos(-13^{\circ}.2475)\sin(214^{\circ}.4105 - 211^{\circ}.2104)}{.97180} = \dfrac{.05434}{.97180}$

$\therefore \tan\theta = \dfrac{b}{a} = \left(\dfrac{.05434}{.97180}\right) \div \left(\dfrac{.22945}{.97180}\right) = 0.23683 = \tan 13^{\circ}.3239$

หรือ $\theta = 13^{\circ}.3239$

หลังจากตั้งแกน η และ ξ ที่ดาว π Hydra เรียบร้อยแล้ว ลากเส้นตรงจาก λ Virgo ไปตั้งฉากกับแกนทั้งสองนี้ จะวัดค่า η และ ξ ของดาว λ Virgo ได้ดังนี้.-

ξ = ๖๑.๐ มม.

η = ๒๕๙.๑ มม.

๕.๖.๓ <u>ตรวจสอบความยาวโฟกัสของ Object Glass</u>

สูตรที่ใช้คำนวณคือ $F = \dfrac{(xo)_{Plate}}{(xo)_{Print}} \dfrac{(\eta)_{Print}}{a}$

หรือ $F = \dfrac{(xo)_{Plate}}{(xo)_{Print}} \dfrac{(\xi)_{Print}}{b}$

ในเมื่อ $(xo)_{Plate}$ = ระยะห่างระหว่างดาว π Hydra กับดาว λ Virgo บน Plate = ๔๗.๘ มม.

$(xo)_{Print}$ = ระยะห่างระหว่างดาว π Hydra กับดาว λ Virgo บนกระดาษอัดรูป = ๒๖๗.๒ มม.

$(\eta)_{Print}$ = ๒๕๙.๒ มม.

$(\xi)_{Print}$ = ๖๑.๐ มม.

$a = \dfrac{.22945}{.97180}$, $b = \dfrac{.05434}{.97180}$

แทนค่าในสูตรใดสูตรหนึ่งจะหาค่า F ได้ดังนี้.-

$F = \dfrac{๔๗.๘ \text{ มม.}}{๒๖๗.๒ \text{ มม.}} \quad \dfrac{(๒๕๙.๒ \text{ มม.})}{\dfrac{.๒๒๙๔๕}{.๙๗๑๘๐}} = ๑๙๖.๓๘ \text{ มม.}$

เนื่องจาก F ในทางทฤษฎี = ๒๐๐ มม.

$\therefore$ ความผิดพลาดของ F = $\dfrac{(๒๐๐-๑๙๖.๓๘)\ \text{มม.}}{๒๐๐\ \text{มม.}} \times ๑๐๐\% = ๑.๘๑\%$

สำหรับค่า F ที่จะนำไปใช้ในการคำนวณต่อไปนั้นคือ F = ๑๙๖.๓๘ มม.

๕.๖.๔ หา Apparent R.A. และ Apparent Dec. ของดาวหาง Kohoutek 1973 f

เมื่อพิจารณาดาว π Hydra และดาวหาง Kohoutek ซึ่งมีแกน η และ ζ อยู่ที่ดาว π Hydra จะเห็นว่าดาวหาง Kohoutek มีค่าตามแกน η และ ζ บนระนาบของกระดาษอัดรูปดังนี้.-

$$(\eta)_{Print} = ๖๗.๐\ \text{มม.}$$

$$(\zeta)_{Print} = ๑๐๐.๐\ \text{มม.}$$

จากการวัดระยะห่างระหว่างดาว π Hydra กับดาวหาง Kohoutek บนระนาบของกระดาษอัดรูปได้ค่าของ $(xo)_{Print}$ = ๑๒๑.๐ มม. และวัดระยะห่างระหว่างดาว π Hydra กับดาวหาง Kohoutek บนระนาบของ Plate ได้ค่าของ $(xo)_{Plate}$ = ๒๑.๕ มม.

แทนค่าในสูตร

$$F = \frac{(xo)_{Plate}(\eta)_{Print}}{(xo)_{Print}\ a}$$

และ $$F = \frac{(xo)_{Plate}(\zeta)_{Print}}{(xo)_{Print}\ b}$$

ในเมื่อ F = ๑๙๖.๓๘มม.จะหาค่าของ a และ b ได้ดังนี้

$$a = \frac{(xo)_{Plate}(\eta)_{Print}}{(xo)_{Print}\ F} = \frac{๒๑.๕\ \text{มม.}\ (๖๗.๐\ \text{มม.})}{๑๒๑.๐\ \text{มม.}\ (๑๙๖.๓๘\ \text{มม.})} = ๐.๐๖๐๖$$

$$b = \frac{(xo)_{Plate}(\zeta)_{Print}}{(xo)_{Print}\ F} = \frac{๒๑.๕\ \text{มม.}(๑๐๐.๐\ \text{มม.})}{๑๒๑\ \text{มม.}(๑๙๖.๓๘\ \text{มม.})} = ๐.๐๙๐๕$$

จากนี้คำนวณหา Apparent R.A. และ Apparent Dec. ของดาวหาง Kohoutek ๑๙๗๓ f ได้จากสูตร

$$\tan(\alpha - A) = b \cos D + \frac{b \sin D(a \cos D + \sin D)}{\cos D - a \sin D}$$

และ $\cot \delta = \dfrac{b \sin D}{\sin(\alpha - A) - b \cos D \cos(\alpha - A)}$

ในเมื่อ A = Apparent R.A. ของ π Hydra $= 14^h04^m50^s.4899 = 211^\circ.2104$

D = Apparent Dec. ของ π Hydra $= -26^\circ33'6''.8239 = -26^\circ.5519$

α = Apparent R.A. ของดาวหาง Kohoutek

δ = Apparent Dec. ของดาวหาง Kohoutek

$$\therefore \tan(\alpha - A) = (0.0905)\cos(-26^\circ.5519) + \frac{(0.0905)\sin(-26^\circ.5519)[.0606\cos(-26^\circ.5519)+\sin(26^\circ.5519)]}{\cos(-26^\circ.5519)-.0606\sin(-26^\circ.5519)}$$

$$= 0.09819 = \tan 5^\circ.6080$$

$$\alpha - A = 5^\circ.6080$$

$$\therefore \alpha = A + 5^\circ.6080 = 211^\circ.2104 + 5^\circ.6080 = 216^\circ.8183 = 14^h27^m16^s.38$$

ในทำนองเดียวกัน

$$\cot \delta = \frac{(0.0905)\sin(-26^\circ.5519)}{\sin 5^\circ.6080 - (0.0905)\cos(-26^\circ.5519)\cos 5^\circ.6080}$$

$$= -2.35723 = -\cot 22^\circ.9880$$

$$\therefore \delta = -22^\circ.9880 = -22^\circ\ 59'\ 16''.73$$

ดังนั้นดาวหาง Kohoutek ๑๙๗๓ f มีตำแหน่งเมื่อ Dec. ๗.๙๒๗๘, ๑๙๗๓ U.T.ดังนี้.-

Apparent R.A.	=	$14^h27^m16^s.38$	=	$216^\circ.8183$
Apparent Dec.	=	$-22^\circ\ 59'\ 16''.73$	=	$-22^\circ.9880$

๔.๖.๕ <u>กำหนดแกนหลักชิ้นที่ดาวหาง Kohoutek โดยใช้ดาว π Hydra ประกอบการคำนวณ</u>

สูตรที่ใช้คำนวณคือ $a = \dfrac{\sin\delta\cos D - \cos\delta\sin D\cos(\alpha - A)}{\sin\delta\sin D + \cos\delta\cos D\cos(\alpha - A)}$

$$b = \frac{\cos\delta\sin(\alpha - A)}{\sin\delta\sin D + \cos\delta\cos D\cos(\alpha - A)}$$

$$\tan\theta = \frac{b}{a}$$

ในเมื่อ A = Apparent R.A. ของ Kohoutek 1973 f = $14^h27^m16^s.38 = 216^\circ.8183$

D = Apparent Dec. ของ Kohoutek 1973 f = $-22^\circ59'16''.73 = -22^\circ.9880$

α = Apparent R.A. ของ π Hydra = $14^h04^m50^s.4899 = 211^\circ.2104$

δ = Apparent Dec. ของ π Hydra = $-26^\circ33'6''.8239 = -26^\circ.5519$

แทนค่า

$$\therefore a = \frac{\sin(-26^\circ.5519)\cos(-22^\circ.9880)-\cos(-26^\circ.5519)\sin(-22^\circ.9880)\cos(211^\circ.2104-216^\circ.8183)}{\sin(-26^\circ.5519)\sin(-22^\circ.9880)+\cos(-26^\circ.5519)\cos(-22^\circ.9880)\cos(211^\circ.2104-216^\circ.8183)}$$

$$= -\frac{.06383}{.99412}$$

$$b = \frac{\cos(-26^\circ.5519)\sin(211^\circ.2104 - 216^\circ.8183)}{.99412} = -\frac{.08741}{.99412}$$

$$\tan\theta = \frac{b}{a} = \left(-\frac{.08741}{.99412}\right) \div \left(-\frac{.06383}{.99412}\right) = 1.36942 = \tan 53^\circ.8617$$

$$\therefore \theta = 53^\circ.8617$$

๕.๖.๖ หาทิศ Projection ของ Radius Vector บนระนาบของ Plate

สูตรที่ใช้คำนวณคือ

$$a = \frac{\sin\delta\cos D - \cos\delta\sin D\cos(\alpha - A)}{\sin\delta\sin D + \cos\delta\cos D\cos(\alpha - A)}$$

$$b = \frac{\cos\delta\sin(\alpha - A)}{\sin\delta\sin D + \cos\delta\cos D\cos(\alpha - A)}$$

$$\tan\theta = \frac{b}{a}$$

ในเมื่อ A = Apparent R.A. ของ Kohoutek 1973 f = $14^h27^m16^s.38 = 216^\circ.8183$

D = Apparent Dec. ของ Kohoutek 1973 f = $-22^\circ59'16''.73 = -22^\circ.9880$

α = Apparent R.A. ของ Sun ทราบจาก Ephemeris ๑๙๗๓ หน้า ๓๕ = $16^h58^m07^s.36 = 254^\circ.5305$

δ = Apparent Dec. ของ Sun ทราบจาก Ephemeris ๑๙๗๓ หน้า ๓๕ = $-22^\circ40'50''.3 = -22^\circ.6807$

แทนค่า

$$\therefore a = \frac{\sin(-22^\circ_{.}6807)\cos(-22^\circ_{.}9880)-\cos(-22^\circ_{.}6807)\sin(-22^\circ_{.}9880)\cos(254^\circ_{.}5305-216^\circ_{.}8183)}{\sin(-22^\circ_{.}6807)\sin(-22^\circ_{.}9880)+\cos(-22^\circ_{.}6807)\cos(-22^\circ_{.}9880)\cos(254^\circ_{.}5305-216^\circ_{.}8183)}$$

$$= -\frac{.06992}{.82253}$$

$$b = \frac{\cos(-22^\circ_{.}6807)\sin(254^\circ_{.}5305 - 216^\circ_{.}8183)}{.82253} = \frac{.56440}{.82253}$$

$$\tan\theta = \frac{\xi}{\eta} = \frac{b}{a} = \left(\frac{.56440}{.82253}\right) \div \left(-\frac{.06992}{.82253}\right) = -8.07208$$

โดยเหตุที่ η และ ξ มีความสัมพันธ์กับ a และ b ตามสมการ

$$\eta = OE \times a$$

และ $$\xi = OE \times b$$

ในเมื่อ OE = F = ความยาวโฟกัสของ Object Glass

ดังนั้น ถ้า a เป็นลบ b เป็นบวกแล้ว จะได้ว่า η เป็นลบ และ ξ เป็นบวกด้วย

เนื่องจาก $\tan\theta = \frac{\xi}{\eta}$ = - ๘.๐๗๒๐๘ = $\frac{\text{๘๐.๗ มม.}}{\text{- ๑๐ มม.}}$

ถ้า ξ = ๘๐.๗ มม. แล้วจะได้ว่า

η = - ๑๐ มม.

ซึ่งค่าทั้งสองนี้จะช่วยกำหนดทิศ Projection ของทิศจากดาวหางไปยังดวงอาทิตย์บนระนาบของกระดาษอัดรูปได้โดยง่าย

จาก $\tan\theta = -8.07208 = -\tan 82^\circ_{.}9376 = \tan 97^\circ_{.}0624$

$$\therefore \theta = 97^\circ_{.}0624$$

ดังนั้นมุมซึ่งทิศ Projection ของ Radius Vector กระทำกับแกน η บนระนาบของกระดาษอัดรูป จึงมีค่าเท่ากับ ๑๘๐° + ๙๗°.๐๖๒๔ = ๒๗๗°.๐๖๒๔

๕.๖.๗ หาความยาวของหางดาวหาง Kohoutek เป็นองศา

จากภาพของดาวหางบนระนาบของกระดาษอัดรูป M เป็นตำแหน่งที่สิ้นสุดของหางซึ่งปรากฏให้เห็น เมื่อลากเส้นตรงจาก M ไปตั้งฉากกับแกน η และ ξ บนระนาบของกระดาษอัดรูป ซึ่งมีจุดศูนย์กลางของส่วนหัวของดาวหาง เป็นจุด Origin วัดค่าตามแกนทั้งสองได้ดังนี้.-

$$(\eta)_{Print} = \text{๑.๕ มม.}$$

$$(\xi)_{Print} = -\text{๑๕ มม.}$$

$$\therefore \tan\theta = \frac{(\xi)_{Print}}{(\eta)_{Print}} = \frac{-\text{๑๕ มม.}}{\text{๑.๕ มม.}} = -\text{๑๐.๐๐๐๐} = -\tan \text{๘๔}^\circ\text{.๒๘๙๑}$$

$$\theta = \text{๓๖๐}^\circ - \text{๘๔}^\circ\text{.๒๘๙๑} = \text{๒๗๕}^\circ\text{.๗๑๐๙}$$

$$\therefore \sin\theta = \sin 275^\circ.7109 = -.99504$$

และ $\cos\theta = \cos 275^\circ.7109 = .09951$

จากสูตร $F = \dfrac{(xo)_{Plate}(\eta)_{Print}}{(xo)_{Print}\; a}$

และ $F = \dfrac{(xo)_{Plate}(\xi)_{Print}}{(xo)_{Print}\; b}$

F = ความยาวโฟกัสของ Object Glass = ๑๙๖.๓๘ มม.

$(xo)_{Plate}$ = ระยะห่างระหว่างจุดใจกลางหัวดาวหาง และตำแหน่งที่สิ้นสุดของหางที่ปรากฏบน Plate = ๒.๕ มม.

$(xo)_{Print}$ = ระยะห่างระหว่างจุดใจกลางหัวดาวหาง และตำแหน่งที่สิ้นสุดของหางที่ปรากฏบนกระดาษอัดรูป = ๑๕.๑ มม.

$(\eta)_{Print}$ = ๑.๕ มม.

$(\xi)_{Print}$ = - ๑๕ มม.

แทนค่า

$$\therefore a = \frac{(xo)_{Plate}(\eta)_{Print}}{(xo)_{Print}\; F} = \frac{\text{๒.๕ มม.(๑.๕ มม.)}}{\text{๑๕.๑ มม.(๑๙๖.๓๘ มม.)}} = \text{๐.๐๐๑๒๖}$$

$$\text{และ } b = \frac{(xo)_{Plate}(\xi)_{Print}}{(xo)_{Print}\; F} = \frac{\text{๒.๕ มม.(- ๑๕ มม.)}}{\text{๑๕.๑ มม.(๑๙๖.๓๘ มม.)}} = -\text{๐.๐๑๒๖๕}$$

ถ้าให้ $\emptyset$ เป็นมุมที่หางดาวหางรองรับต่อผู้สังเกตบนโลก มุม $\emptyset$ นี้สามารถคำนวณได้

จากสูตร $\tan \emptyset = \frac{b}{\sin \theta}$ หรือ $\tan \emptyset = \frac{a}{\cos \theta}$

แทนค่า

$$\therefore \tan \emptyset = \frac{b}{\sin \theta} = \frac{-0.01265}{-0.99504} = 0.01271 = \tan 0^{\circ}.7282$$

$$\emptyset = 0^{\circ}.7282 = 43' \; 41''.38$$

∴ ดาวหาง Kohoutek ๑๙๗๓ f มีหางที่ปรากฏให้เห็นยาวประมาณ ๔๓′ ๔๑″.๓๘ เมื่อ Dec. ๗.๘๒๗๐๘, ๑๙๗๓ U.T. จากภาพซึ่งถ่ายจากกล้อง Pentak ความยาวโฟกัส ๒๐๐ มม.

๕.๖.๘ หา Aberration Angle Ψ

โดยเหตุที่หางที่เห็นในภาพถ่ายเป็นหางที่เหยียดตรง ดังนั้นทิศจากจุดใจกลางหัวดาวหางไปยัง M ก็คือทิศ Projection ของ Tail Vector บนระนาบของกระดาษอัดรูปซึ่งทิศนี้ทำมุม ๒๗๕°.๗๑๐๙ กับแกน η

เพราะฉะนั้นมุมระหว่าง Projection ของ Radius Vector และ Projection ของ Tail Vector บนระนาบของกระดาษอัดรูปจึงเท่ากับ ๒๗๗°.๐๖๒๔-๒๗๕°.๗๑๐๙ = ๑°.๓๕๑๕ ซึ่งมุมนี้ก็คือ Aberration Angle Ψ ซึ่งเป็นมุมระหว่าง Projection ของ Radius Vector และ Projection ของ Tail Vector บน Tangent Plane (Plane of Sky)

๕.๖.๙ หาขนาดของ $\vec{P}_r$

จากหัวข้อ ๖.๖ $a = \frac{-.06992}{.82253}$, $b = \frac{.56440}{.82253}$, $\theta = 97^{\circ}.0624$

$$\therefore \sin \theta = \sin 97^{\circ}.0624 = .99241$$

$$\text{และ} \cos \theta = \cos 97^{\circ}.0624 = -.12295$$

ถ้าให้ $\emptyset$ เป็นมุมที่ดาวหางโคฮูเทคและดวงอาทิตย์รองรับที่โลก

จากสูตร $\tan \emptyset = \frac{b}{\sin \theta}$ หรือ $\tan \emptyset = \frac{a}{\cos \theta}$

จะหาค่า $\emptyset$ ได้ดังนี้.-

$$\tan \emptyset = \frac{b}{\sin \theta} = \frac{.56440}{.82253} = 0.69142 = \tan 34^\circ.6609$$

$.99241$

$\therefore\ \emptyset = 34^\circ.6609$ หรือ Elong. = $34^\circ.6609$

จากสูตร $\left|\vec{P}_r\right| = ES \sin \emptyset$

ES = ระยะห่างของโลกจากดวงอาทิตย์ (ทราบจาก Ephemeris ๑๙๗๓ หน้า ๓๕)

= .9849892 A.U.

แทนค่า

$\therefore\ \left|\vec{P}_r\right| = 0.9849892(A.U.)\sin 34^\circ.6609 = .5593831\ A.U. = 83.68325 \times 10^6\ Km.$

๕.๖.๑๐ <u>หาขนาดของ $\vec{P}_T$</u>

สูตรที่ใช้คำนวณคือ $\left|\vec{P}_T\right| = \text{ⓣ}\ \frac{MC'}{F}$

ในเมื่อ ⓣ เป็นระยะห่างของดาวหางจากโลกทราบจาก I.A.U. Data =

๑๘๘ x ๑๐^{๖} กม.

MC' เป็นความยาวของส่วนหางที่ปรากฏบน Plate = ๒.๕ มม.

F เป็นความยาวโฟกัสของ Object Glass = ๑๙๖.๓๘ มม.

แทนค่า

$\therefore\ \left|\vec{P}_T\right|$ = ๑๘๘ x ๑๐^{๖} กม. x $\frac{(\text{๒.๕ มม.})}{\text{๑๙๖.๓๘ มม.}}$ = ๒,๓๙๓๓๒ x ๑๐^{๖} กม.

หรือดาวหาง Kohoutek ๑๙๗๓ f มีหางที่ปรากฏให้เห็นบนระนาบของท้องฟ้ายาวประมาณ ๒,๓๙๓,๓๒๐ กม. เมื่อพิจารณาจากภาพซึ่งถ่ายจากกล้อง Pentak ความยาวโฟกัส ๒๐๐ มม.

๕.๖.๑๑ หา Phase Angle ของดาวหาง Kohoutek 1973 f

สูตรที่ใช้คำนวณคือ $\sin \hat{ECS} = \dfrac{|\vec{P}_r|}{r}$

ในเมื่อ $|\vec{P}_r|$ = Projection ของ Radius Vector on Plane of Sky

= .55938 A.U.

r = ระยะห่างของดาวหาง Kohoutek จากดวงอาทิตย์ทราบจาก

I.A.U. Data = ๑๐๖ x ๑๐^๖ กม.

แทนค่า

$\therefore \sin \hat{ECS} = .๕๕๙๓๘ \times \dfrac{๑๔๙.๖ \times ๑๐^{๖} \text{ กม.}}{๑๐๖ \times ๑๐^{๖} \text{ กม.}} = ๐.๗๘๙๔๖ = \sin ๕๒^{\circ}.๑๓๕๕$

$\hat{ECS} = ๕๒^{\circ}.๑๓๕๕$

$\therefore$ Phase Angle $= ๑๘๐^{\circ} - ๕๒^{\circ}.๑๓๕๕ = ๑๒๗^{\circ}.๘๖๔๕$

สรุปผลการวิเคราะห์ภาพถ่ายดาวหาง Kohoutek ๑๙๗๓ f จาก Plate
ซึ่งถ่ายจากกล้อง Pentak ขนาดความยาวโฟกัส ๑๕๐ มม. และ ๒๐๐ มม. โดย
ศาสตราจารย์ ดร.ระวี ภาวิไล ระหว่างวันที่ ๒๘ พ.ย.ถึง ๘ ธ.ค.,๑๙๗๔
ได้ผลดังต่อไปนี้.-

1973 U.T.	α_{1973}	δ_{1973}	Length	$\lvert\vec{P}_T\rvert$ (กม.)	$\lvert\vec{P}_T\rvert$ (กม.)	Aberration Angle ψ	Phase Angle
Nov.27.92396	$13^h18^m23^s.80$	$-18^\circ35'43''.69$	~11'33" in p.a. $281^\circ.3101$	97,640,000	720,000	$0^\circ.0209$	$136^\circ.5436$
29.92882	$13^h30^m13^s.64$	$-19^\circ23'52''.37$	~57'36" in p.a. $278^\circ.3834$	95,790,000	3,480,000	$2^\circ.4688$	$134^\circ.8031$
Dec.1.92847	$13^h43^m13^s.80$	$-20^\circ18'13''.72$	~56'50" in p.a. $278^\circ.4272$	93,370,000	3,360,000	$1^\circ.6882$	$133^\circ.6333$
2.92153	$13^h49^m43^s.43$	$-20^\circ51'16''.45$	~42'29" in p.a. $279^\circ.6199$	92,920,000	2,470,000	$23^\circ.1309$	$131^\circ.9846$
6.93472	$14^h19^m15^s.96$	$-22^\circ36'15''.30$	~1°22'13" in p.a. $278^\circ.3259$	85,640,000	4,540,000	$0^\circ.8384$	$128^\circ.8745$
7.92708	$14^h27^m16^s.38$	$-22^\circ59'16''.73$	~43'42" in p.a. $275^\circ.7109$	83,680,000	2.390,000	$1^\circ.3515$	$127^\circ.8645$