บทที่ 2

ทฤษฎีทั่วไปว่าด้วยความสว่าง

2.1 การกำหนดความสว่างของดาว[1]

ในสมัยของปโตเลมี จนถึงสมัยของพอกสัน(Pogson) ได้มีการแบ่งระดับชั้นความสว่างของดาวออกอย่างหยาบ ๆ ได้เป็น 6 ชั้น หรือ 6 มักนิจูด (Magnitude) โดยดาวพวกที่มีความสว่างที่สุดมองเห็นด้วยตาเปล่าชัดเจน เราจัดให้อยู่ในพวกดาวที่มีมักนิจูดหนึ่ง ซึ่งมีประมาณ 20 ดวง ตัวอย่างของดาวที่มีมักนิจูดหนึ่งแสดงให้เห็นในรายการที่ 1

ลำดับที่	ชื่อดาว	หมู่ดาวที่อยู่	มักนิจูดปรากฏจากการสังเกต	มักนิจูดสัมบูรณ์จากการสังเกต	พารัลแลกซ์
1	ซิริอุส (Sirius)	หมู่ดาวสุนัขใหญ่ (Canis Major)	−1.6	−1.3	1.32
2	แคโนพัส (Canopus)	หมู่ดาวกระดูกงูเรือ (Carina)	−0.9	−3.2	0.02
3	อัลฟาเซนจูรี (αCentauri)	หมู่ดาวเซนจูรัส (Centaurus)	0.1	−4.7, −6.1	3.68
4	วีก้า (Vega)	หมู่ดาวพิณ (Lyra)	0.1	−0.5	0.35
5	แคพเพลลา (Capella)	หมู่ดาวสารถี (Auriga)	0.2	−0.4	0.44
6	อาคทูรัส (Arcturus)	หมู่ดาวคนเลี้ยงสัตว์ (Bootes)	0.2	−0.2	2.28

---

[1] Michael Guest, John B. Sidgwick, Astronomy(London : Batchworth Press, 1959), P. 310.

ลำดับที่	ชื่อดาว	หมู่ดาวที่อยู่	มักนิจูดปรากฏจากการสังเกต	มักนิจูดสัมบูรณ์จากการสังเกต	พารัลแลกซ์
7	ไรเกิล (Rigel)	หมู่ดาวนายพราน (Orion)	0.3	−5.8	0.00
8	โปรไซออน (Procyon)	หมู่ดาวสุนัขเล็ก (Canis Minor)	0.5	−2.9	1.25
9	อาเคอน่า (Achernar)	หมู่ดาวแม่น้ำเอริดานัส (Eridanus)	0.6	−1.1	0.09
10	เบต้าเซนจูรี (β Centauri)	หมู่ดาวเซนจูรัส (Centaurus)	0.9	−2.9	0.04
11	อัลแทร์ (Altair)	หมู่ดาวนกอินทรี (Aquila)	0.9	−2.5	0.66
12	เบทเทิลกีส (Betelgeuse)	หมู่ดาวนายพราน (Orion)	เปลี่ยนแปลง	(−4)	0.03
13	อัลฟ่าครูซิส (αCrucis)	หมู่ดาวกางเขนใต้ (Crux)	1.1	−2.7	0.05
14	อัลดีบาราน (Aldebaran)	หมู่ดาววัว (Taurus)	1.1	−0.1	0.20
15	พอลลักซ์ (Pollux)	หมู่ดาวคนคู่ (Gemini)	1.2	−1.5	0.62
16	สไปก้า (Spica)	หมู่ดาวหญิงพรหมจารีย์ (Virgo)	1.2	−1.6	0.05
17	อันทาเรส (Antares)	หมู่ดาวแมลงป่อง (Scorpius)	1.2	−3.2	0.03
18	โฟมัลฮาท (Fomalhaut)	หมู่ดาวปลาขั้วโลกใต้ (Piscis Austrinus)	1.3	−2.0	0.36

ลำดับที่	ชื่อดาว	หมู่ดาวที่อยู่	มักนิจูดปรากฏจากการสังเกต	มักนิจูดสัมบูรณ์จากการสังเกต	พารัลแลกซ์
19	เดนเนบ (Deneb)	หมู่ดาวหงส์ (Cygnus)	1.3	−4.2	0.00
20	เรกกูลัส (Regulus)	หมู่ดาวสิงโต (Leo)	1.3	−0.3	0.25

สำหรับดาวที่มีความสว่างรองลงมาแต่ยังพอมองเห็นได้ดี ถูกจัดให้อยู่ในพวกดาวที่มีมักนิจูดสอง ตัวอย่างของดาวที่อยู่ในอันดับนี้ได้แก่ดาวเหนือ (Polaris) ส่วนดาวที่มีความสว่างน้อยกว่าพวกดาวที่มีมักนิจูดสอง ก็ถูกจัดให้อยู่ในพวกดาวที่มีมักนิจูด สาม, สี่, ห้า และหก ตามลำดับ ดาวที่มีมักนิจูดหกเป็นดาวพวกที่เกือบมองไม่เห็นเลย แม้ท้องฟ้าจะมืดสนิทปราศจาก เมฆ หมอก และแสงจันทร์ก็ตาม

2.2 ความสัมพันธ์ระหว่างความสว่างกับมักนิจูด[2]

ในปี ค.ศ. 1830 จอห์นเฮอเชล (John Herschel) ได้ให้ความเห็นว่าความสว่างปรากฏ (Apparent Brightness) ของดาวฤกษ์ทั้งหลายบนท้องฟ้ามีความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์กับระดับชั้นของความสว่างหรือมักนิจูดด้วยค่าคงที่อันหนึ่ง ค่าคงที่ที่กล่าวนี้เป็นอัตราส่วนของความสว่างของดาว 2 ดวงใดๆที่มีระดับชั้นความสว่างแตกต่างกัน 1 มักนิจูด

ในปี ค.ศ. 1834 นักวิทยาศาสตร์ชื่อเฟคเนอร์ (Fechner) ได้ให้กฎเกณฑ์ความเข้มของความรู้สึกทางประสาทว่า เป็นปฏิภาคโดยตรงกับลอการิธึ่ม (Logarithm) ของปริมาณพลังงานที่ทำให้เกิดกระแสประสาท กล่าวคือ

---

[2] Robert H. Baker, Astronomy (Princeton, New Jersey: D.Van Nostrand Company, Inc., 1963), P. 332-340.

Albrecht Unsöld, The New Cosmos (Springer-Verlag New York Inc. : William H. Mc Crea, 1969), P.115.

ระวี ภาวิไล, ดาวหาง (พระนคร: สำนักพิมพ์เคล็ดไทย, ๒๕๑๖), หน้า ๗๘-๘๕.

ถ้ากำหนดให้ S เป็นความเข้มของความรู้สึกทางประสาท

R เป็นพลังงานที่ทำให้เกิดกระแสประสาท หรือคือพลังงานจากดาวที่มาเข้าสู่ตาของผู้ดู

C เป็นค่าคงที่ของการแปรผัน

กฎของเฟคเนอร์สามารถเขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$S = C \log R \quad (1)$$

ในปี ค.ศ. 1856 นักดาราศาสตร์ชื่อ พอกสัน ได้นำกฎของเฟคเนอร์มาใช้กับงานทางด้านดาราศาสตร์ เขาได้พิจารณาว่าการแบ่งความสว่างของดาวออกเป็น 6 มักนิจูดตามที่ได้ทำกันมาตั้งแต่สมัยของปโตเลมีนั้น ก็คือการบอกความเข้มของความรู้สึกทางประสาท (S) และการบอกพลังงานจากดาวที่มาเข้าสู่ตาของผู้ดูก็คือการบอกความสว่างของดาวนั่นเอง ดังนั้นพอกสันจึงได้นำกฎของเฟคเนอร์มาใช้ และดัดแปลงเขียนเสียใหม่ดังนี้

$$m = c \log I \quad (2)$$

ในเมื่อ m เป็นมักนิจูดของดาว

I เป็นความสว่างของดาวหรือ พลังงานจากดาวที่มาเข้าสู่ตาของผู้ดู

โดยเหตุที่การกล่าวถึงมักนิจูดของดาวนั้นเป็นการเปรียบเทียบว่า ดาวดวงหนึ่งสว่างเป็นกี่เท่าของดาวอีกดวงหนึ่ง ดังนั้นถ้ามีดาว 2 ดวงสมมุติให้เป็นดวง 1 และ 2 ซึ่งมีมักนิจูดเป็น m_1 และ m_2 ความแตกต่างของระดับชั้นความสว่างหรือมักนิจูดของดาวทั้งสองสามารถหาได้ โดยแยกการพิจารณาออกเป็นขั้นตอนดังนี้

สำหรับดาวดวง 1

$$m_1 = c \log I_1 \quad (3)$$

สำหรับดาวดวง 2

$$m_2 = c \log I_2 \quad (4)$$

เมื่อเอาสมการ (3) – สมการ (4) จะได้ว่า

$$m_1 - m_2 = c \log I_1 - c \log I_2$$

$$\therefore \quad m_1 - m_2 = c \log \frac{I_1}{I_2} \text{ ------------ } (5)$$

สมการ (5) ให้ความหมายว่า ความแตกต่างในระดับชั้นความสว่างของดาวเป็นปฏิภาคโดยตรงกับลอการิธึมของอัตราส่วนของความสว่างคือ $\log \frac{I_1}{I_2}$ ในเมื่อ I_1 เป็นความสว่างของดาว 1 และ I_2 เป็นความสว่างของดาว 2

โดยเหตุที่ดาวที่สว่างมากมีค่ามักนิจูดเป็นตัวเลขน้อย และดาวที่สว่างน้อยหรือมีแสงริบหรี่มีค่ามักนิจูดเป็นตัวเลขมาก เมื่อพิจารณาจากสมการ (5) จะเห็นว่าถ้าดาว 1 มีความสว่างมากกว่าดาว 2 m_1 จะมีค่าน้อยกว่า m_2 ในขณะที่ I_1 มีค่ามากกว่า I_2 เพราะฉะนั้น $m_1 - m_2$ จึงมีค่าติดลบโดยที่ $\log \frac{I_1}{I_2}$ มีค่าเป็นบวก ดังนั้นจึงต้องแก้ปัญหาที่เกิดขึ้นนี้โดยใส่เครื่องหมายลบเข้าทางซ้ายมือของสมการเสียก่อน ดังนี้

$$-(m_1 - m_2) = c \log \frac{I_1}{I_2}$$

หรือเขียนใหม่เป็น

$$m_2 - m_1 = c \log \frac{I_1}{I_2} \text{ ---------- } (6)$$

ในการแบ่งระดับชั้นความสว่างของดาวตามแบบปโตเลมีนั้น วิเคราะห์ได้ว่าถ้าดาวมักนิจูดหนึ่งสว่างเป็น 100 เท่าของดาวมักนิจูดหก มีความหมายว่า $m_1 = 1$, $m_2 = 6$, $\frac{I_1}{I_2} = 100$ เมื่อนำค่าเหล่านี้ไปแทนในสมการ (6) จะได้

$$6 - 1 = c \log 100$$

$$5 = \log 100^c = \log 10^{2c} = 2c$$

$$c = \frac{5}{2} = 2.5 \text{ ------------ } (7)$$

ดังนั้นสมการ (6) เมื่อแทน c = 2.5 จึงกลายเป็น

$$m_2 - m_1 = 2.5 \log \frac{I_1}{I_2} \text{------------} (8)$$

หรืออาจเขียนว่า

$$\log \frac{I_1}{I_2} = 0.4\,(m_2 - m_1) \text{----------} (9)$$

จากสมการ (9) จะเห็นว่า เราอาจหาค่าอัตราส่วนของความสว่างของดาว 1 และดาว 2 ได้ เมื่อทราบว่า ดาว 2 ดวงนี้มีระดับชั้นความสว่างหรือมักนิจูดแตกต่างกันเท่าใด โดยอาศัยตารางลอการิธึ่มเข้าช่วย

รายการที่ 2 แสดงให้เห็นถึงอัตราส่วนของความสว่างของดาว เมื่อดาวที่นำมาเปรียบเทียบกันนั้น มีค่าความแตกต่างของมักนิจูดตัวเลขต่าง ๆ กัน

เมื่อพิจารณาจากรายการจะเห็นว่า ดาวที่มีมักนิจูดหนึ่งจะสว่างกว่าดาวมักนิจูดสาม 6.31 เท่า ที่เป็นเช่นนี้เพราะ $m_1 = 1$, $m_2 = 3$, $m_2 - m_1 = 3 - 1 = 2$ จากบรรทัด 2 ในรายการที่ 2 จะเห็นว่า ถ้า $m_2 - m_1 = 2$ แล้ว อัตราส่วนของความสว่าง $(\frac{I_1}{I_2})$ จะเท่ากับ 6.31 เท่า

รายการที่ 2

ความแตกต่างของมักนิจูด $(m_2 - m_1)$	$\log \frac{I_1}{I_2}$	อัตราส่วนของความสว่างของดาว 1 และ 2 I_1/I_2
1	0.4	2.512
2	0.8	6.31
3	1.2	15.85
4	1.6	39.8
5	2.0	100.0
6	2.4	251.2
7	2.8	631.0

จากการกำหนดมักนิจูดของดาวที่รู้จักกันดีว่าเป็นเท่าใด ก็ย่อมจะหามักนิจูดของดาวหรือวัตถุอื่นได้โดยไม่ยาก ในเมื่อเราทราบว่าสมการที่ใช้ในการคำนวณคือสมการ (8) และ (9) และทราบต่อไปอีกว่าถ้ามักนิจูดแตกต่างกันเป็นเลขจำนวนเต็มไม่เกิน 7 ค่าตัวเลขในรายการที่ 2 จะบอกให้ทราบทันทีเลยว่าความสว่างของดาวมีอัตราส่วนเป็นกี่เท่าต่อกัน สำหรับกรณีที่ค่าความแตกต่างของมักนิจูดไม่เป็นเลขจำนวนเต็ม การที่จะหาว่าความสว่างมีอัตราส่วนเป็นกี่เท่าต่อกันได้นั้น ต้องอาศัยตารางลอการิธึมเข้าช่วย

สำหรับมักนิจูดของดาวบางดวงที่ควรรู้มีดังนี้

ดวงอาทิตย์มีมักนิจูด	−26.8
ดวงจันทร์เต็มดวงมีมักนิจูด	−12.6
ดาวศุกร์ในระยะที่สว่างที่สุดมีมักนิจูด	− 4.4
ดาวซิริอุสซึ่งเป็นดาวฤกษ์ที่ปรากฏให้เห็นสว่างที่สุดบนท้องฟ้ามีมักนิจูด	−1.6
ดาวอังคารมีมักนิจูด	−1.52
ดาวเสาร์มีมักนิจูด	0

จากรายการข้างบนจะเห็นว่า ดวงอาทิตย์มีค่ามักนิจูดที่เป็นลบมากกว่าดาวซิริอุส เพราะฉะนั้นดวงอาทิตย์จึงปรากฏให้เห็นสว่างกว่าดาวซิริอุส จากสมการ (9) ที่ว่า

$$\log \frac{I_1}{I_2} = 0.4 \ (m_2 - m_1)$$

ถ้าให้ I_1 เป็นความสว่างของดวงอาทิตย์ที่ปรากฏต่อผู้สังเกต

I_2 เป็นความสว่างของดาวซิริอุสที่ปรากฏต่อผู้สังเกต

m_1 เป็นมักนิจูดของดวงอาทิตย์

m_2 เป็นมักนิจูดของดาวซิริอุส

จะได้ว่า

$$\log \frac{I_1}{I_2} = 0.4 \ (-1.6 + 26.8)$$

$$= 0.4 \times 25.2 = 10.08$$

จากตารางลอการิธึมได้ $\frac{I_1}{I_2} = 12020 \times 10^6$

แสดงว่าดวงอาทิตย์ปรากฏให้เห็นสว่างกว่าดาวซิริอุส 12020 ล้านเท่า

2.3 มักนิจูดปรากฏจากการสังเกต[3]

มักนิจูดที่กล่าวถึงในหัวข้อ 2.1 เรียกว่ามักนิจูดปรากฏจากการสังเกต (Apparent Visual Magnitude) มักนิจูดนี้เป็นระดับชั้นความสว่างของดาวซึ่งผู้สังเกตประมาณด้วยตา โดยที่ผู้สังเกตอาจจะมองดูดาวที่ต้องการศึกษาด้วยตาเปล่าแล้วประมาณเอาว่าดาวที่มีความสว่างขนาดนี้ ควรจะจัดให้อยู่ในระดับชั้นของความสว่างหรือมักนิจูดเท่าใด หรือผู้สังเกตอาจจะมองดูดาวที่จะศึกษาผ่านเลนส์อายพีซ (Eyepiece) ของระบบกล้องโทรทรรศน์ก็ให้ความหมายเดียวกัน โดยเหตุที่ตาของคนเรามีความไวต่อแสงซึ่งมีความยาวช่วงคลื่นอยู่ระหว่าง 4000 ถึง 7000 แองสตรอม (Angstrom) โดยมีความไวต่อแสงสีเหลืองซึ่งมีความยาวช่วงคลื่น 5600 แองสตรอมมากที่สุด เพราะฉะนั้นการบอกระดับชั้นความสว่างของดาวโดยการสังเกต จึงเป็นการวัดแสงสีเหลืองที่มาจากดาว

2.4 มักนิจูดปรากฏจากการถ่ายภาพ[4]

แทนที่จะให้แสงจากดาวผ่านเลนส์อายพีซของระบบกล้องโทรทรรศน์เข้าสู่ตา เรานำเลนส์อายพีซออก และใช้ฟิล์มถ่ายรูปที่ไวต่อแสงสีน้ำเงินใส่แทน โดยจัดระยะโฟกัสให้พอเหมาะ จะได้ภาพของดาวที่ต้องการศึกษาอยู่บนฟิล์มถ่ายรูป พร้อมกับดาวข้างเคียงซึ่งทราบค่ามักนิจูด โดยทั่วไปการวัดมักนิจูดปรากฏจากการถ่ายภาพนี้ ผู้เชี่ยวชาญบางคนนิยมใช้แว่นขยายส่องดูฟิล์มที่ถ่ายภาพของดาวไว้โดยเหตุที่ฟิล์มถ่ายรูปโดยทั่วไปมีความไวต่อแสงสีน้ำเงินที่มีความยาวช่วง-คลื่นประมาณ 4200 แองสตรอม การบอกระดับชั้นความสว่างของดาวโดยการถ่ายภาพนั้นจึงเป็นการวัดแสงสีน้ำเงินที่มาจากดาว

---

[3] Gerard Manley Hopkins, "Stellar Magnitudes," Introduction to Astronomy (New York, Prentice-Hall, Inc.: Cecilia Payne-Gaposchkin, 1954), P.267.

[4] Ibid

2.5 มักนิจูดสัมบูรณ์[5]

ดาวฤกษ์ทั้งหลายบนท้องฟ้าจะปรากฏให้เห็นสว่างมากน้อยแค่ไหนนั้น นอกจากจะขึ้นกับพลังงานที่ดาวส่งออกมาใน 1 วินาที (Luminosity) แล้ว ยังขึ้นกับระยะห่างที่แท้จริงของดาวจากโลก ดังนั้นการที่จะบอกว่าดาวบนท้องฟ้าดวงไหนสว่างกว่ากันนั้น ยังบอกไม่ได้เลย ดาวบางดวงอาจจะปรากฏให้เห็นสว่างกว่าดาวอื่นเป็นเพราะว่ามันอยู่ใกล้กว่า อาทิเช่นดวงอาทิตย์สว่างกว่าดาวแคพเพลล่าเป็นต้น ด้วยเหตุนี้จึงจำเป็นที่จะต้องกำหนดระยะห่างมาตราฐานขึ้นอันหนึ่ง เพื่อใช้สำหรับเปรียบเทียบว่าดาวดวงไหนสว่างกว่ากัน ระยะห่างมาตราฐานที่กล่าวนี้นักดาราศาสตร์ได้กำหนดว่าให้เป็นระยะห่างที่ 10 พาเสคส์ (Parsecs) สำหรับระยะห่างเป็นพาเสคส์มีความสัมพันธ์กับระยะห่างในหน่วยอื่นอย่างไรนั้น จะได้กล่าวถึงต่อไป โดยเหตุที่มักนิจูดของดาวเป็นปฏิภาคโดยตรงกับลอการิธึมของความสว่าง และความสว่างเป็นปฏิภาคผกผันกับระยะห่างของดาวจากโลกยกกำลังสอง ในเมื่อระยะห่างของดาวจากโลกเปลี่ยนเป็น 10 พาเสคส์ มักนิจูดของดาวก็ย่อมจะเปลี่ยนไปด้วยมักนิจูดของดาวที่ระยะห่าง 10 พาเสคส์ จากโลกถูกกำหนดให้เป็นมักนิจูดสัมบูรณ์ (Absolute Magnitude)

จากสมการ (8) ที่ว่า $m_2 - m_1 = 2.5 \log \frac{I_1}{I_2}$

เนื่องจาก I เป็นปฏิภาคโดยตรงกับ $\frac{1}{d^2}$

$$m_2 - m_1 = 2.5 \log \frac{d_2^2}{d_1^2} \quad \text{------------} \quad (10)$$

ถ้าพิจารณาว่าดาวอยู่ที่ระยะห่าง d จากโลกและมีมักนิจูดปรากฏ m จะได้ว่า $m_1 = m$ และ $d_1 = d$ และเมื่อพิจารณาให้ดาวดวงนี้อยู่ที่ระยะห่าง 10 พาเสคส์จากโลกและมีมักนิจูดสัมบูรณ์ M จะได้ว่า $m_2 = M$ และ $d_2 = 10$ เมื่อแทนค่าเหล่านี้ลงในสมการ (10) จะได้

$$M - m = 2.5 \log \frac{10^2}{d^2} = 2.5 \times 2 \log 10 - 2.5 \times 2 \log d$$

หรือ $M - m = 5 - 5 \log d$

$$M = m + 5 - 5 \log d \quad \text{------------} \quad (11)$$

---

[5]Thomas L. Swihart, "Stellar Radiation", Astrophysics And Stellar Astronomy (New York, London, Sydney, Toronto: John Wiley&Sons, Inc., 1968), P. 41-43.

ถ้าการวัดมักนิจูดเป็นการวัดโดยการสังเกต สมการ (11) สามารถเขียนใหม่ได้ ดังนี้

M (มักนิจูดสัมบูรณ์จากการสังเกต) = m (มักนิจูดปรากฏจากการสังเกต) + 5 - 5 log d .... (12)

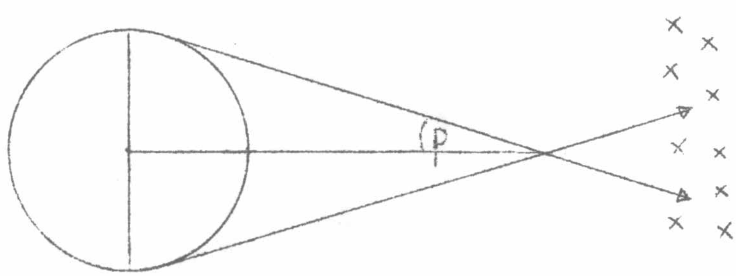
ในทำนองเดียวกันถ้าการวัดมักนิจูดเป็นการวัดโดยการถ่ายภาพ ก็จะได้ว่า

M (มักนิจูดสัมบูรณ์จากการถ่ายภาพ) = m (มักนิจูดปรากฏจากการถ่ายภาพ) + 5 - 5 log d .... (13)

จากสมการ (11) ให้ความหมายว่า เมื่อทราบมักนิจูดปรากฏ (m) ไม่ว่าจะได้จากการสังเกตหรือการถ่ายภาพก็ตาม และทราบระยะห่างของดาวจากโลก (d) ย่อมหาค่ามักนิจูดสัมบูรณ์ได้ (M)

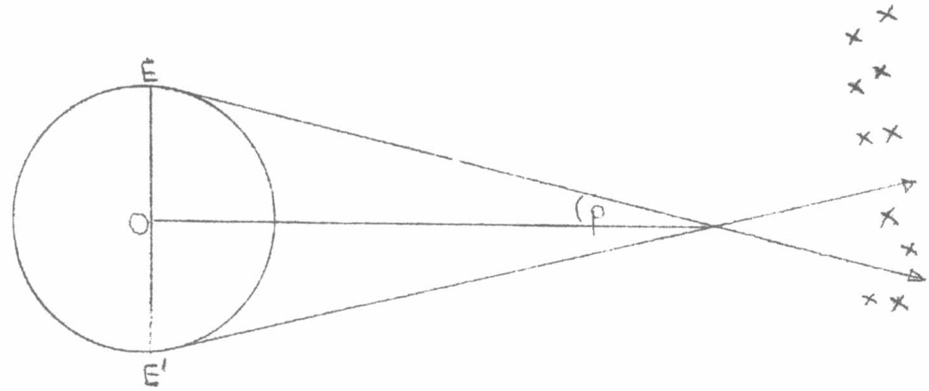
การหาระยะห่างของดาวจากโลก (d) หาได้ด้วยวิธีที่เรียกว่าตรีโกโณมิตริค พารัลแลกซ์ (Trigonometric Parallaxes) หลักการมีอยู่ว่าระยะทางของวัตถุซึ่งเราวัดไปไม่ถึงนั้น เราจะใช้วัดมุมแทน ส่วนระยะทางซึ่งสามารถวัดไปถึง เราจะใช้ระยะทางนี้เป็นเส้นฐาน (Base Line)

ดาวหรือวัตถุอื่นบนท้องฟ้าอาจจำแนกออกได้เป็น 2 พวก คือ พวกที่ 1 ได้แก่พวกที่อยู่ในขอบเขตของระบบสุริยะ พวกนี้ได้แก่ ดาวเคราะห์ (Planet), ดาวเคราะห์น้อย (Asteroid), ดวงจันทร์ (Moon) และดาวหาง (Comet) เป็นต้น พวกที่ 2 ได้แก่พวกที่อยู่ไกลออกไปจากขอบเขตของระบบสุริยะมาก ๆ พวกนี้ได้แก่ดาวฤกษ์ทั้งหลายบนท้องฟ้าเป็นต้น สำหรับดาวหรือวัตถุซึ่งอยู่ในขอบเขตของระบบสุริยะ เราจะใช้เส้นผ่าศูนย์กลางของโลกเป็นเส้นฐาน ดังแสดงในรูปข้างล่าง จากรูปมุม P มีชื่อว่าพารัลแลกซ์



ดาวฤกษ์ซึ่งอยู่ไกลออกไปมาก ๆ เปรียบเสมือนเป็นฉากซึ่งรอรับทิศทางจากผู้สังเกตบนผิวโลกซึ่งเล็งมายังวัตถุซึ่งต้องการศึกษา

ตามปกติมักจะใช้ตำแหน่งบนผิวโลก บริเวณแถบเส้นศูนย์สูตรซึ่งอยู่ห่างกันมาก ๆ เป็นสถานที่ศึกษา ตัวอย่างเช่น คาสซินี่ (Cassini) ได้วัดพารัลแลกซ์ของดาวอังคาร(Mars) โดยใช้สถานี 2 แห่งที่ปารีสและเคเยนนี่ (Paris and Cayenne) และที่อเมริกาใต้ (South America) ทำการวัดพร้อม ๆ กัน โดยวัดพารัลแลกซ์ได้ 9.5 เซคกันออฟอาค (Second of Arc) ตำแหน่งที่ใช้วัดอาจจะมีมากกว่า 2 แห่งขึ้นไปก็ได้สำหรับดาวฤกษ์ที่อยู่ไกลออกไปนอกขอบเขตของระบบสุริยะนั้น เราจะใช้เส้นผ่าศูนย์กลางของวงโคจรของโลกรอบดวงอาทิตย์เป็นเส้นฐาน ดังแสดงในรูปข้างล่าง



จากรูปเมื่อโลกอยู่ที่ตำแหน่ง E ผู้สังเกตวัดตำแหน่งของดาวฤกษ์ซึ่งต้องการศึกษาโดยมีฉากคือดาวฤกษ์ซึ่งอยู่ไกลออกไปมาก ๆ หกเดือนต่อมาเมื่อโลกอยู่ที่ตำแหน่ง E' ผู้สังเกตทำการวัดตำแหน่งของดาวฤกษ์ดวงเดิมอีกครั้งหนึ่ง ก็สามารถหาพารัลแลกซ์ของดาวฤกษ์ดวงนี้ได้ แต่พารัลแลกซ์ที่หาได้นี้มีการเคลื่อนที่ของดาวฤกษ์เข้ามาเกี่ยวข้องด้วย เพราะในช่วงหกเดือนที่โลกเคลื่อนที่บนเส้นทางโคจรด้วยความเร็ว 30 กม. ต่อวินาทีจากตำแหน่ง E มาอยู่ยังตำแหน่ง E' นั้น ดาวฤกษ์ที่ต้องการศึกษานั้นก็มีการเคลื่อนที่เหมือนกันเมื่อเทียบกับดวงอาทิตย์ ต่อเมื่อโลกเคลื่อนกลับมาอยู่ที่ตำแหน่ง E อีกครั้งหนึ่ง หลังจากที่เวลาผ่านไป 1 ปี ถ้าผู้สังเกตวัดตำแหน่งของดาวฤกษ์ดวงเดิมอีกครั้งหนึ่ง เขาก็จะทราบทันทีเลยว่าในระยะเวลา 1 ปีที่ผ่านมา ดาวฤกษ์ดวงนี้มีการเคลื่อนที่ ๆ แท้จริงอย่างไรเมื่อเทียบกับดวงอาทิตย์ จากข้อมูลที่ได้นี้ก็สามารถย้อนกลับไปหาพารัลแลกซ์ที่แท้จริงของดาวที่ต้องการศึกษาได้ ถ้าให้ P เป็นพารัลแลกซ์หน่วยเป็น เซคกันออฟอาค จากความรู้ที่ว่า

วงโคจรของโลกรอบดวงอาทิตย์เกือบเป็นวงกลม โดยมีรัศมีของวงโคจร ๑ หน่วยดาราศาสตร์ (Astronomical Unit) ทำให้ทราบว่า OE เท่ากับ 1 A.U.(1 A.U.= 149.6×10^6 กม.) และ OS เป็นระยะห่างของดาว (r) ถ้าพิจารณาสามเหลี่ยมมุมฉาก EOS จะเห็นว่า $\tan p = \frac{EO}{OS} = \frac{1}{r}$ (A.U.) โดยเหตุที่ในทางปฏิบัตินั้น มุม p มีค่าเล็กมากจนอาจถือได้ว่า $\tan p$ = มุม p เป็นเรเดียน เพราะฉะนั้น p (เรเดียน) = $\frac{1}{r}$ (A.U.)

$$\text{หรือ} \quad r\,(\text{A.U.}) = \frac{1}{p\,(\text{เรเดียน})} = \frac{2.063 \times 10^5}{p\,(\text{เรคกันออฟอาค})}$$

ถ้ากำหนดให้พาเสคส์ (PC) เป็นระยะห่างของดาว (r) ซึ่งมีพารัลแลกซ์ ๑ เรคกันออฟอาค (๑") จะได้

$$r(PC) = \frac{1}{p''} \quad \text{------------------------------------} \quad (14)$$

ในเมื่อ 1 PC = 2.063×10^5 A.U. = 3.086×10^{18} ซม. = 3.262 ปีแสง

เมื่อแทนสมการ (๑๔) ลงในสมการ (๑๑) จะกลายเป็น

$$M = m + 5 + 5 \log p \quad \text{------------------------------} \quad (15)$$

๒.๖ ความคลาดเคลื่อนของมักนิจูดเนื่องจากบรรยากาศของโลก[6]

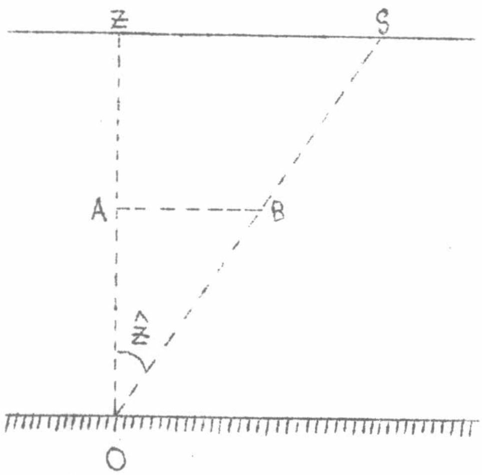
การที่จะเห็นดาวบนท้องฟ้ามีความสว่างมากน้อยแค่ไหนนั้น นอกจากจะขึ้นกับความสว่างจริง ๆ ของดาวแล้ว ยังขึ้นกับสภาพทั่วไปของท้องฟ้า เช่น เมฆ หมอก แสงจันทร์ และที่สำคัญที่สุดคือบรรยากาศของโลกเอง แม้สภาพทั่วไปของท้องฟ้าจะดี ปราศจาก เมฆ หมอก

---

[6]Robert H. Baker, Astronomy (Princeton, New Jersey;D.Van Nostrand Company, Inc., 1959), p. 316.

Thomas L. Swihart, "Stellar Radiation," Astrophysics And Stellar Astronomy (New York London Sydney Toronto : John Wiley & Sons, Inc., 1968), p.41-43.

และแสงจันทร์ก็ตาม บรรยากาศของโลกก็ยังมีผลให้ความสว่างของดาวที่มองเห็นหรือทราบจากภาพถ่ายผิดไปจากที่เป็นจริง ดังนั้นการศึกษาระดับชั้นความสว่างหรือมักนิจูดของดาวบนพื้นโลกจึงต้องแก้ปัญหาที่เกิดขึ้นนี้ จากรูปข้างล่าง



ถ้าให้ O เป็นตำแหน่งของผู้สังเกตบนพื้นโลก

S อยู่ในทิศที่เล็งไปยังดาวที่ต้องการศึกษา

Z อยู่ในทิศที่เล็งไปยังจุดเหนือศีรษะของผู้สังเกต

$\hat{z}$ เป็นมุมระหว่างทิศที่เล็งไปยัง Z และ S หรือเป็นระยะทางตามมุมของดาวจากตำแหน่งเหนือศีรษะ (Zenith Distance)

ขณะที่แสงจากดาวผ่านเข้ามาในบรรยากาศของโลก แสงบางส่วนจะถูกบรรยากาศของโลกดูดกลืน (Absorb) ไว้ ในขณะที่แสงส่วนอื่นกระเจิง (Scatter) ไปในทิศทางอื่น ขบวนการที่เกิดขึ้นนี้อาจอธิบายได้ด้วยสัมประสิทธิ์แห่งการดูดกลืน (Absorption Coefficient) σ ซึ่งมีหน่วยเป็น ซม.$^{-1}$ เมื่อแสงจากดาวเดินผ่านเข้ามาในบรรยากาศของโลกเป็นระยะทาง ds ฟลักซ์ (Flux) สัมพัทธ์ของมันจะลดลงเท่ากับ σ ds ถ้ากำหนดให้ F เป็นฟลักซ์ที่กระทบที่ส่วนบนสุดของบรรยากาศของโลกที่ตำแหน่ง S และให้ dF เป็นฟลักซ์ที่ลดลงเมื่อแสงจากดาวเดินผ่านเข้ามาในบรรยากาศเป็นระยะทาง ds ความสัมพันธ์ที่กล่าวนี้เขียนเป็นสมการได้ว่า

$$dF = -F\sigma\, dS \quad \text{-----------------------} \quad (16)$$

เครื่องหมายลบบอกให้ทราบว่า ฟลักซ์มีค่าลดลงเมื่อระยะทางที่แสงจากดาวเดินผ่านเข้ามาในบรรยากาศของโลกมีค่าเพิ่มขึ้น สำหรับทิศทางของ dS นั้นมีทิศเดียวกันกับทิศที่แสงเดินทาง คือมีทิศจาก s ไปยัง o โดยเหตุที่บรรยากาศของโลกที่ระดับต่ำลงมามีความหนาแน่นมากขึ้นเรื่อย ๆ การดูดกลืนพลังงานจากแสงดาวและกระเจิงไปในทิศทางอื่นต่อหนึ่งหน่วยระยะทางที่แสงเดินทางจึงมีค่าเพิ่มขึ้นเรื่อย ๆ ดังนั้นถ้าตำแหน่งของ s สูงมากพอที่ว่าแสงจากดาวที่ผ่านเข้ามาในบรรยากาศข้างล่างถูกดูดกลืนเอาไว้หมด สมการ (16) เมื่อเขียนในเทอมของอินติเกรชั่น (Integration) จะเขียนได้ดังนี้

$$\frac{dF}{F} = -\sigma\, dS$$

$$d\ln F = -\sigma\, dS$$

$$\int_s^o d\ln F = -\int_s^o \sigma\, dS$$

$$(\ln F)_{ที่\ o} - (\ln F)_{ที่\ s} = -\int_s^o \sigma\, dS$$

$$\ln F_o - \ln F = -\int_s^o \sigma\, dS$$

$$\ln \frac{F_o}{F} = -\int_s^o \sigma\, dS$$

$$F_o = F \exp\left(-\int_s^o \sigma\, dS\right) \quad \text{-------} \quad (17)$$

ในเมื่อ F_o เป็นฟลักซ์บนพื้นโลกซึ่งผู้สังเกตวัดได้

F เป็นฟลักซ์ที่กระทบส่วนบนของบรรยากาศ ณ ตำแหน่ง s

เนื่องจากการอินติเกรตในวงเล็บทางขวามือของสมการ จะต้องเป็นการอินติเกรตบนเส้นทางที่แสงเดิน โดยเหตุที่แสงเดินผ่านเข้ามาในบรรยากาศนั้นไม่ได้เดินเป็นเส้นตรงตามทิศทางที่มุ่งเข้าสู่ตาของผู้สังเกตบนพื้นโลก แต่มีการหักเหบ้างเล็กน้อย ดังนั้นทิศทาง so ในทางที่เป็นจริงแล้วมีความโค้งเล็กน้อยไม่ได้เป็นเส้นตรงเลยทีเดียว

ถ้ากำหนดให้ $$\int_s^o \sigma\, dS = \tau_s \quad \text{-----------------------} \quad (18)$$

τ_s มีชื่อเรียกว่า ออพติคัล ทิคเนส (Optical Thickness) ของบรรยากาศตามเส้นทางที่แสงเดินทางจาก s ไปยัง o

เมื่อแทนค่าสมการ (18) ลงในสมการ (17) จะได้

$$F_o = Fe^{-\tau_s} \quad \text{--------------- (19)}$$

สมการ (19) ให้ความหมายว่า เมื่อ τ_s มีค่าน้อย F_o มีค่าใกล้เคียง F หรือบรรยากาศที่แสงเดินผ่านค่อนข้างจะโปร่งใส เมื่อ τ_s มีค่ามาก F_o มีค่าใกล้เคียงศูนย์หรือบรรยากาศที่แสงเดินผ่านเข้ามาค่อนข้างจะทึบต่อแสง และเมื่อ τ_s มีค่าเท่ากับ 1 F_o จะมีค่าเท่ากับ $\frac{F}{e}$ พลังงานของแสงที่มาจากดาวจะถูกดูดกลืนและสะท้อนออกไปอย่างมองเห็นได้ชัด

เนื่องจากมักนิจูดและฟลักซ์มีความสัมพันธ์กันดังนี้

$$m_2 - m_1 = 2.5 \log \frac{F_1}{F_2} \quad \text{-------------------(20)}$$

ถ้าให้ m_2 เป็นมักนิจูดที่คนบนโลกมองเห็น สมมติให้เท่ากับ m_o

m_1 เป็นมักนิจูดที่มองเห็นที่ระดับเหนือบรรยากาศของโลกสมมติให้เท่ากับ m

F_1 เป็นฟลักซ์ที่ s สมมติให้เป็น F

F_2 เป็นฟลักซ์ที่ o สมมติให้เป็น F_o

เมื่อแทนลงในสมการ (20) จะได้ว่า

$$m_o - m = 2.5 \log \frac{F}{F_o}$$

หรือ
$$m_o = m + 2.5 \log \frac{F}{F_o} = m + 2.5 \log e^{\tau_s}$$

$$= m + 2.5\ \tau_s \log e = m + 2.5 \times (.434)\ \tau_s$$

$$\therefore m_o = m + 1.086\ \tau_s \quad \text{---------------------- (21)}$$

หรือ
$$m_o - m = 1.086\ \tau_s \quad \text{---------------------------- (22)}$$

ในเมื่อ $m_o - m$ มีชื่อว่าแอตโมสเฟียริค เอกซ์ทิงค์ชั่น (Atmospheric Extinction)

ในกรณีที่บรรยากาศของโลกมีลักษณะเป็นระนาบราบ ค่าสัมประสิทธิ์แห่งการดูดกลืนจะมีค่าเหมือนกันหมดที่จุด A และ B ถ้ากำหนดให้ ds เป็นระยะทางสั้น ๆ บนเส้นทางที่แสงเดินทางจาก S มายัง O และให้ dx เป็นค่าของ ds ซึ่งแตกให้อยู่ในแนวดิ่ง จะได้ว่า $dx = ds \cos \hat{Z}$ หรือ $ds = \sec \hat{Z}\, dx$ เมื่อแทนค่าลงในสมการ (18) จะได้

$$\tau_s = \int_s^o \sigma\, ds = \int_Z^o \sigma \sec\hat{Z}\, dx = \sec \hat{Z} \int_Z^o \sigma dx = \tau_o \sec\hat{Z} \quad (23)$$

τ_o ในสมการ (23) เป็นค่าออพติคัล ทิคเนส ของบรรยากาศในทิศทางจากจุดเหนือศีรษะของผู้สังเกตมายังผู้สังเกต ถ้าแทนสมการ (23) ลงในสมการ (22) จะได้

$$m_o - m = 1.086\, \tau_o \sec \hat{Z} \quad (24)$$

สมการ (24) ให้ความหมายว่า $m_o - m$ เป็นฟังก์ชั่นของมุม $\hat{Z}$ จากการสังเกตดาวที่ต้องการศึกษาเป็นเวลาหลายชั่วโมง บันทึกค่าของ m_o และมุม $\hat{Z}$ ไว้ เมื่อนำค่าของ m_o และ $\sec \hat{Z}$ มาเขียนกราฟ โดยให้ m_o อยู่บนแกน y และให้ $\sec \hat{Z}$ อยู่บนแกน x จะได้กราฟเส้นตรงซึ่งมีจุดตัดแกนคือ m และมีความชัน (Slope) คือ $1.086\, \tau_o$ จากนี้ทำให้ทราบค่าของ m และ τ_o ได้ สำหรับกรณีที่ทราบค่า m ของดาวมาตรฐานที่ใช้สำหรับเปรียบเทียบ เราเพียงแต่วัด m_o และ $\hat{Z}$ จากกราฟระหว่าง $m_o - m$ กับ $\sec \hat{Z}$ จะให้ค่าของ τ_o ซึ่งสามารถนำไปใช้คำนวณหาค่า m ของดาวที่ไม่ทราบต่อไป โดยเหตุที่บรรยากาศของโลกมีการเปลี่ยนแปลงทุกวันแม้แต่คืนหนึ่ง ๆ ก็มีการเปลี่ยนแปลงอย่างมากมาย เพราะฉะนั้นการแก้ความคลาดเคลื่อนของมักนิจูด อันเนื่องจากบรรยากาศของโลก จึงจำเป็นต้องทำทุกวัน

2.7 ความคลาดเคลื่อนของมักนิจูดเนื่องจากสสารระหว่างดาว[7]

ในปี ค.ศ.1930 R.J. Trumpler ได้แสดงให้เห็นว่า เวลาที่ผู้สังเกตบนโลกมองดูกระจุกดาวที่อยู่ห่างออกไป (Distant Star Clusters) แสงที่มาจากกระจุกดาวจะ

---

[7]Thomas L. Swihart, Astrophysics And Stellar Astronomy (New York, London, Sydney, Toronto : John Wiley & Sons, Inc., 1968), P.166-168.

ปรากฏให้เห็นค่อนข้างสลัว ที่เป็นเช่นนี้เขาให้เหตุผลว่าสสารซึ่งอยู่ระหว่างโลกและกระจุกดาวเหล่านั้นเป็นต้นเหตุ โดยเหตุที่สสารระหว่างดาวได้ดูดพลังงานบางส่วนของแสงที่มาจากดาวไว้ ทำให้เราเห็นดาวสลัวลง ถ้ากำหนดให้ σ_λ เป็นสัมประสิทธิ์ของการดูดกลืนแสง หน่วยเป็นซ.ม.$^{-1}$ จากสมการ(18) จะได้ว่า ออพติคัลทิคเนสที่ความยาวช่วงคลื่นแสง λ มีค่าดังนี้

$$\tau_\lambda = \int_0^{\tau} \sigma_\lambda \, ds \text{ ---------------------------- } (25)$$

เนื่องจากสสารระหว่างดาวดูดพลังงานบางส่วนจากแสงดาวไว้ ฟลักซ์ที่คนบนโลกวัดได้ที่ความยาวช่วงคลื่นแสง λ (F_λ) จึงมีค่าน้อยกว่าฟลักซ์ที่ความยาวช่วงคลื่นเดียวกันเมื่ออากาศเป็นตัวกลางที่โปร่งใส ($F_{o\lambda}$) จากความสัมพันธ์ในสมการ (19)จะได้ว่า

$$F_\lambda = F_{o\lambda} \, e^{-\tau_\lambda} \text{ ---------------------------------- } (26)$$

ในทำนองเดียวกัน จากสมการ(22)เขียนใหม่ในเทอมของความยาวช่วงคลื่น จะได้ว่า

$$\Delta m_\lambda = 1.086\,\tau_\lambda \text{ ------------------------- } (27)$$

สมการที่ (27)ให้ความหมายว่า สสารระหว่างดาวจะทำให้ผู้สังเกตมองเห็นดาวจางลง โดยมีมักนิจูดเพิ่มขึ้น 1.086 เท่า ของออพทิคัลทิคเนส

จากสมการ (11)ที่ว่า $M = m + 5 - 5 \log d$

ถ้าให้ r เป็นระยะห่งของดาวจากโลก

m_λ เป็นมักนิจูดปรากฏที่ความยาวช่วงคลื่น λ

M_λ เป็นมักนิจูดสัมบูรณ์ที่ความยาวช่วงคลื่น λ

แทนค่าลงในสมการบนจะได้

$$M_\lambda = m_\lambda + 5 - 5 \log r$$

หรือ $m_\lambda = M_\lambda - 5 + 5\log r$ ------------------------(28)

สมการ (28)ใช้ในกรณีที่อากาศเป็นตัวกลางโปร่งใส

สำหรับกรณีที่มีสสารระหว่างดาวขั้นอยู่ระหว่างดาวที่ศึกษาและโลก มักนิจูดที่ปรากฏให้เห็นจะไม่ใช่ ไม่ใช่ $M_\lambda-5+5\log r$ แต่จะมีค่าเพิ่มขึ้น Δm_λ ถ้าให้ m'_λ เป็นมักนิจูดที่ปรากฏให้คนบนโลกเห็นในกรณีที่มีสสารระหว่างดาวขั้นอยู่จะได้ว่า

$$m'_\lambda = M_\lambda - 5 + 5\log r + \Delta m_\lambda \text{ ------------------------(29)}$$

ถ้าผู้สังเกตบนโลกวัดค่ามักนิจูดปรากฏ m'_λ โดยที่ไม่ทราบว่ามีสสารระหว่างดาวขั้นอยู่แล้วใช้สูตร $m_\lambda = M_\lambda - 5 + 5\log r$ หาระยะห่างของดาวจากโลกระยะทางที่หาได้จะไม่ใช่ r แล้วแต่จะเป็น r' โดยที่ r' มากกว่า r $(m'_\lambda > m_\lambda)$

ตามสมการ $m'_\lambda = M_\lambda - 5 + 5\log r'$ ------------------------(30)

จากสมการ (29) และ (30)จะเห็นว่า

$$5\log r' = 5\log r + \Delta m_\lambda$$

$$\text{หรือ} \quad 5\log r' - 5\log r = \Delta m_\lambda$$

$$5\log\frac{r'}{r} = \Delta m_\lambda$$

$$\log\frac{r'}{r} = 0.2\,\Delta m_\lambda$$

$$\therefore\ r' = r\,10^{0.2\Delta m_\lambda} \text{ ---------------------(31)}$$

สมการ (31) ให้ความหมายว่า การคำนวนหาระยะห่างของดาวจากโลกโดยไม่แก้ความคลาดเคลื่อนของมักนิจูดอันเกิดจากสสารระหว่างดาวนั้น ระยะห่างของดาวจากโลกที่หาได้ (r') จะมีค่ามากกว่าที่เป็นจริงด้วยแฟคเตอร์ $10^{0.2\Delta m_\lambda}$

วิธีง่ายๆที่ใช้หาค่าของ Δm ก็คือศึกษาดาว 2 ดวงสมมติให้เป็นดาว 1 และดาว 2 ซึ่งมีแบบของสเปคตรัมเดียวกัน ถ้าให้ $m_\lambda(1)$ เป็นมักนิจูดปรากฏของดาว 1 และให้ $m_\lambda(2)$ เป็นมักนิจูดปรากฏของดาว 2 ความแตกต่างระหว่างมักนิจูดปรากฏของดาว 1 และ 2 ก็คือ

$$\delta m_\lambda = m'_\lambda(2) - m'_\lambda(1) \text{ ---------------------------- } (32)$$

เนื่องจากดาวทั้งสองมีแบบของสเปคตรัมเดียวกัน ดาวที่กล่าวนี้ก็ควรมีค่าของมักนิจูดสัมบูรณ์เท่ากัน

จากสมการ(29)

ถ้าให้ $r(1)$ เป็นระยะห่างของดาว 1 จากโลก

$r(2)$ เป็นระยะห่างของดาว 2 จากโลก

$\Delta m_\lambda(1)$ เป็นมักนิจูดของดาว 1 ซึ่งต้องแก้

$\Delta m_\lambda(2)$ เป็นมักนิจูดของดาว 2 ซึ่งต้องแก้

จะได้ว่า $$m'_\lambda(2) = M_\lambda - 5 + 5\log r(2) + \Delta m_\lambda(2) \text{ ------------------ } (33)$$

และ $$m'_\lambda(1) = M_\lambda - 5 + 5\log r(1) + \Delta m_\lambda(1) \text{ ------------------ } (34)$$

สมการ(33) - สมการ(34)จะได้

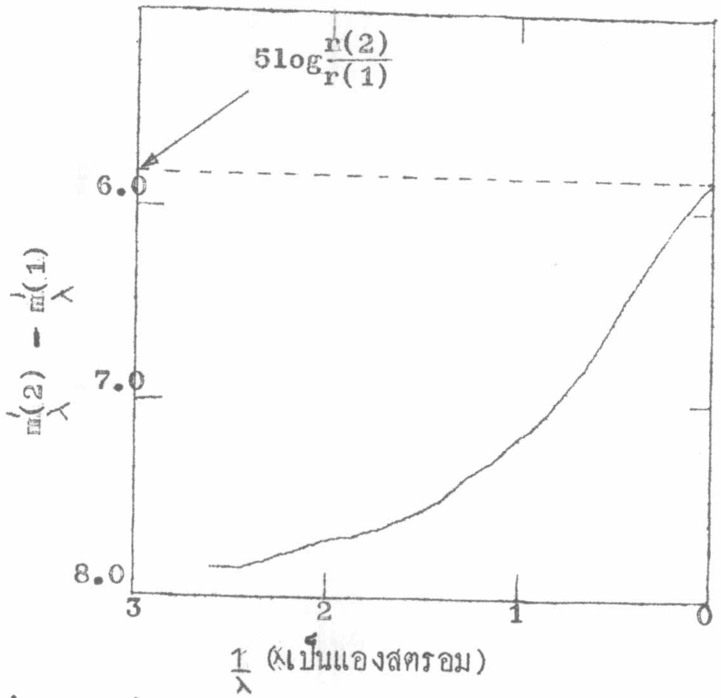
$$m'_\lambda(2) - m'_\lambda(1) = 5\log r(2) - 5\log r(1) + \Delta m_\lambda(2) - \Delta m_\lambda(1)$$

หรือ $$\delta m_\lambda = 5\log\frac{r(2)}{r(1)} + \Delta m_\lambda(2) - \Delta m_\lambda(1) \text{ --------------- } (35)$$

การที่มักนิจูดปรากฏของดาว 1และดาว2มีค่าแตกต่างกันทั้งที่มีแบบของสเปคตรัมเดียวกันนั้นเป็นเพราะว่าดาวทั้งสองมีระยะทางต่างกันอีกทั้งสสารระหว่างดาวซึ่งขั้นกลางระหว่างดาวทั้งสองดวงและโลกมีคุณสมบัติไม่เหมือนกันอาทิเช่นมีการดูดกลืนแสงจากดาวไม่เท่ากันเป็นต้น

ถ้าผู้สังเกตบนโลกวัดมักนิจูดปรากฏของดาว1และดาว2ที่ความยาวช่วงคลื่นของแสงต่างๆกันแล้วนำค่าผลต่างของมักนิจูด(δm_λ)นี้มาเขียนกราฟกับส่วนกลับของความยาวช่วงคลื่นจะได้กราฟแสดงดังรูปข้างล่าง

จากกราฟให้ความหมายว่าเมื่อความยาวช่วงคลื่นของแสงที่ใช้ศึกษามีค่าเพิ่มขึ้นหรือค่าของ $\frac{1}{\lambda}$ ลดน้อยลง เส้นกราฟจะค่อยๆสูงขึ้น ดังนั้นค่าของ $m'_\lambda(2) - m'_\lambda(1)$ หรือ δm_λ



จึงมีค่าลดลง เมื่อพิจารณาจากสมการ(35)จะเห็นว่าถ้า Δm_{λ} มีค่าลดน้อยลงขณะที่ $\frac{r(2)}{r(1)}$ มีค่าคงที่ ค่าของ $\Delta m_{\lambda}(2) - \Delta m_{\lambda}(1)$ จะลดน้อยลงด้วยแสดงว่าการดูดกลืนแสงจากดาว 2 มีค่าลดน้อยลงเมื่อเทียบกับดาว 1 และเมื่อความยาวช่วงคลื่นของแสงมีค่าเข้าใกล้อนันต์ (Infinity) ค่าของ $\frac{1}{\lambda}$ จะเข้าใกล้ศูนย์และ Δm_{λ} มีค่าเท่ากับ $5 \log \frac{r(2)}{r(1)}$ จากกราฟนี้ยังให้ความหมายต่อไปอีกว่าที่ความยาวช่วงคลื่นหนึ่งของแสงความแตกต่างของมักนิจูดของแสงที่มาจากดาว 1 และดาว 2 มีค่าเป็นเท่าใด ถ้าสามารถทราบระยะห่างสัมพัทธ์ระหว่างดาวทั้งสองคือ $\frac{r(2)}{r(1)}$ จากสมการ (35) ก็สามารถหาค่าของ $\Delta m_{\lambda}(2) - \Delta m_{\lambda}(1)$ ได้ จากดาวสองดวงที่ศึกษานี้ถ้าเราเลือกดาวที่อยู่ใกล้โลกเรามากๆเป็นดาว 1 ความคลาดเคลื่อนของมักนิจูดอันเนื่องจากสสารระหว่างดาวและโลกอาจถือได้ว่ามีค่าน้อยมากนั่นคือ $\Delta m_{\lambda}(1)$ มีค่าเข้าใกล้ศูนย์เพราะฉะนั้นค่าของ $\Delta m_{\lambda}(2)$ ย่อมหาได้ โดยวิธีเลือกดาวที่อยู่ใกล้โลกมากๆแต่มีแบบของสเปคตรัมเดียวกับดาวที่ต้องการศึกษาเป็นตัวเปรียบเทียบ ก็สามารถหาได้ว่าความคลาดเคลื่อนของมักนิจูดที่ต้องแก้เนื่องจากสสารระหว่างดาวมีค่าเป็นเท่าใด

2.8 ความสัมพันธ์ระหว่างความสว่างกับอุณหภูมิของดาว[8]

อุณหภูมิของดาวฤกษ์หรือวัตถุอื่นบนท้องฟ้า สามารถหาได้ด้วยวิธีการต่าง ๆ กันแต่ไม่ว่าจะเป็นวิธีใดก็ตาม รากฐานแห่งการคำนวณก็คือ การนำเอากฎการแผ่รังสี (Laws of Radiation) มาใช้ให้เป็นประโยชน์ กฎการแผ่รังสีที่สำคัญซึ่งจะกล่าวถึงในที่นี้มีอยู่ด้วยกัน 3 กฎ คือ

1. กฎของแพล้งค์ (Planck Law)
2. กฎของวีน (Wien Law)
3. กฎของสเตฟานและโบลทซ์มาน (Stefan - Boltzmann Law)

2.8.1 กฎของแพล้งค์

ในปี ค.ศ. 1900 นักฟิสิกส์ชาวเยอรมันชื่อ แมกซ์ แพล้งค์ ได้ให้ความเห็นว่า พลังงานที่ถูกส่งออกมาจากวัตถุใดก็ตามที่ร้อนจะอยู่ในรูปของควอนต้า (Quanta) โดยที่

$$E = h\nu \qquad (36)$$

ในเมื่อ E เป็นพลังงาน

h เป็นค่าคงที่ของจักรวาล (Universal Constant) หรือเรียกว่าค่าคงที่ของแพลงค์ มีค่าเท่ากับ 6.625×10^{-27} เออร์ก วินาที

ν เป็นจำนวนคลื่นที่ผ่านจุดหนึ่ง จุดใดในเวลา 1 วินาที ซึ่งก็คือความถี่นั่นเอง

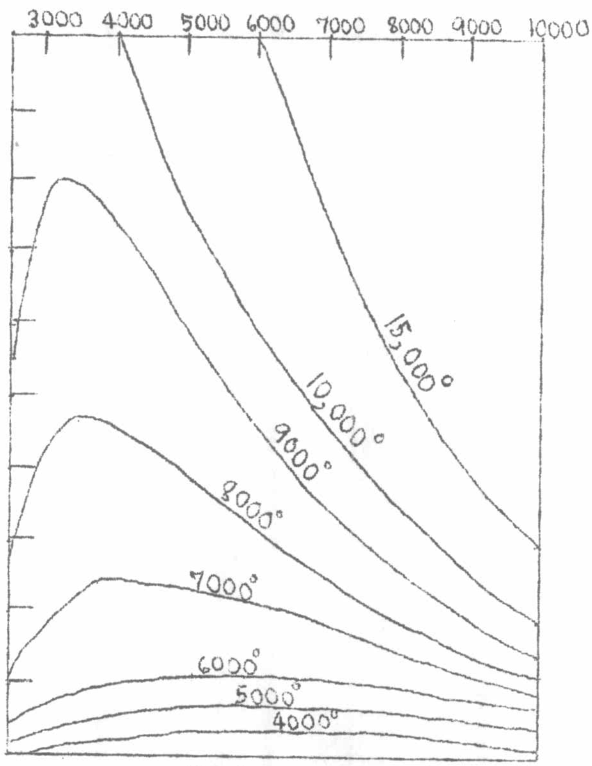
ต่อมาแพลงค์ได้ตั้งเป็นทฤษฎี และในทฤษฎีของแพลงค์ได้ทำนายไว้ว่า พลังงานที่มีอยู่ในแสงที่มี ความยาวช่วงคลื่นต่างกันมีค่าไม่เท่ากัน แม้แต่แสงที่มีความยาวช่วงคลื่นเดียวกัน อาจจะมีพลังงานแตกต่างกันได้ถ้ามาจากวัตถุร้อนที่มีอุณหภูมิไม่เท่ากัน ทฤษฎีของแพลงค์สามารถเขียนอธิบายได้ด้วยกราฟง่าย ๆ ดังแสดงในรูปข้างล่าง ต่อมาได้มีการพิสูจน์ว่าทฤษฎีของแพลงค์จะ

---

[8] Thomas L. Swihart, Astrophysics And Stellar Astronomy (New York, London, Sydney, Toronto : John Wiley & Sons Inc. 1968), p.7-11, 95.

ใช้ได้ดี สำหรับวัตถุร้อนที่เรียกว่าวัตถุดำ (Black Body) ซึ่งมีผิวที่สามารถดูดพลังงานเอาไว้ได้หมดและกายพลังงานออกมาได้หมดเช่นเดียวกัน

ความยาวช่วงคลื่นของแสงหน่วยเป็นแองสตรอม



กฎของแพล้งค์นี้สามารถเขียนความเข้มของแสงที่มาจากวัตถุดำในเทอมของ ν และ λ ได้ดังนี้

$$B_{\nu}(T) = \frac{2h\nu^5/c^2}{e^{h\nu/kT}-1}$$

และ $$B_{\lambda}(T) = \frac{2hc^2/\lambda^5}{e^{hc/\lambda kT}-1}$$

ในเมื่อ $B(T)$ = ฟังก์ชั่นของแพล้งค์

h = ค่าคงที่ของแพล้งค์ $= 6.63 \times 10^{-27}$ เออร์ก–วินาที

k = ค่าคงที่ของโบลทซ์มาน $= 1.38 \times 10^{-16}$ $\frac{\text{เออร์ก}}{^{o}K}$

c = ความเร็วแสงในสูญญากาศ = 3×10^{10} $\frac{\text{ซม.}}{\text{วินาที}}$

ถ้าเราสามารถวัดพลังงานที่มาจากดาวที่ความยาวช่วงคลื่นต่าง ๆ กัน จากกราฟข้างบนจะบอกให้ทราบทันทีเลยว่า ดาวที่เรากำลังศึกษาถ้าเปรียบเสมือนเป็นวัตถุดำแล้วจะมีอุณหภูมิเท่าใด การวัดพลังงานจากดาวที่ความยาวช่วงคลื่นต่าง ๆ อาจทำได้ โดยให้แสงจากดาวที่จะศึกษาผ่านเครื่องกรองแสง (Filter) เสียก่อน ให้เฉพาะแสงที่มีความยาวช่วงคลื่นซึ่งต้องการศึกษาผ่านไปเท่านั้น สำหรับกราฟข้างบนนั้นได้มาจากการทดลองกับวัตถุดำที่มีอุณหภูมิต่าง ๆ กันในห้องปฏิบัติการณ์ โดยเหตุที่ดาวฤกษ์ทั้งหลายบนท้องฟ้าไม่ได้ปฏิบัติตัวเป็นวัตถุดำทีเดียว การที่เราสมมุติว่าดาวเป็นวัตถุดำและหาอุณหภูมิออกมาได้โดยใช้กฎของแพลงค์นั้นพบว่าอุณหภูมิที่หาได้มีค่าใกล้เคียงกับอุณหภูมิของดาวที่หามาจากวิธีอื่น เช่น หาจากการศึกษาสเปคตรัมของดาวเป็นต้น

2.8.2 กฎของไวน์

กล่าวว่าอุณหภูมิของดาวแปรผกผันกับความยาวช่วงคลื่นของแสงที่มีพลังงานสูงสุด ถ้าทราบความยาวช่วงคลื่นของแสงที่มีพลังงานสูงสุด อุณหภูมิของดาวย่อมหาได้ เมื่อเราสมมติว่าผิวของดาวเหมือนกับผิวของวัตถุดำ กฎของไวน์สามารถเขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$\lambda_{max} T = 2.885 \quad \text{-------------} \quad (37)$$

ในเมื่อ λ_{max} เป็นความยาวช่วงคลื่นที่มีพลังงานสูงสุด

T เป็นอุณหภูมิของดาว

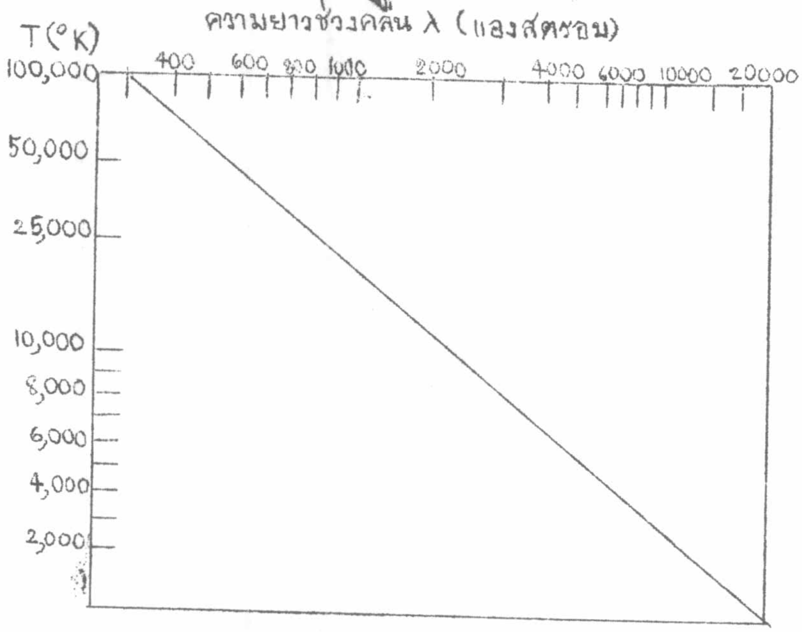
ความสัมพันธ์ข้างบนนี้ถ้าเขียนเป็นกราฟระหว่าง T และ λ_{max} โดยตรงจะได้กราฟรูป ไฮเปอโบล่า (Hyperbola) แต่ถ้าเขียนในเทอมลอการิธึมของ T และลอการิธึมของ λ_{max} จะได้กราฟเส้นตรง ดังแสดงในรูปข้างล่าง

จากสมการ (37) ถ้าใส่ log ทั้งสองข้างจะได้

$$\log(\lambda_{max}\,T) = \log 2.885$$

$$\log \lambda_{max} + \log T = \log 2.885 = 0.460 \quad \text{------} \quad (38)$$

จากกราฟข้างบนให้ความหมายว่า ดาวฤกษ์ที่เย็นที่สุดซึ่งมีอุณหภูมิประมาณ 2000°K



จะให้พลังงานสูงสุดของแสงอยู่ในแสงอินฟาเรด และดาวฤกษ์ที่ร้อนที่สุดซึ่งมีอุณหภูมิสูงกว่า 50000°K จะให้พลังงานสูงสุดของแสงอยู่ในแสงอุลตราไวโอเลต ซึ่งมีความยาวช่วงคลื่นน้อยกว่า 1000 แองสตรอม สำหรับดาวที่จะให้พลังงานสูงสุดของแสงอยู่ในช่วงที่ตามองเห็นคือ 4000 ถึง 7000 แองสตรอมได้นั้นจะต้องมีอุณหภูมิอยู่ระหว่าง 4000°K ถึง 10,000°K ดวงอาทิตย์มีอุณหภูมิประมาณ 6000°K แสงที่มาจากดวงอาทิตย์จึงมีพลังงานสูงสุดอยู่ในแสงที่มีความยาวช่วงคลื่น 5600 แองสตรอม

กฎของ วีนในทางทฤษฎีดูง่าย แต่ในทางปฏิบัติประสบปัญหายุ่งยากมากมาย ปัญหาใหญ่ก็คือ แสงที่เราจะวัดพลังงานนั้นมีความยาวช่วงคลื่นจำกัด ถ้าดาวให้พลังงานสูงสุดอยู่ในแสงเหนือม่วง (Ultraviolet) แสงนี้คนบนโลกจะวัดไม่ได้เพราะถูกบรรยากาศของโลกดูดกลืนไว้ด้วยชั้นของโอโซน (Ozone) ซึ่งจะตัดความยาวช่วงคลื่นของแสงที่ต่ำกว่า 2900 แองสตรอมออกไป และถ้าดาวให้พลังงานสูงสุดอยู่ในแสงอินฟราเรด (Infrared)

อุปกรณ์ของเราก็ไม่สามารถบันทึกพลังงานในแสงที่กล่าวนี้ได้ รายการที่แสดงให้เห็นข้างล่างนี้บอกให้ทราบว่ากฎของ วีนมีขอบเขตของการใช้อย่างไร

อุณหภูมิของดาว (^{o}K)	ความยาวช่วงคลื่นซึ่งให้พลังงานสูงสุด λ_{max} (แองสตรอม)
1,500	20,000(เหนือความสามารถของอุปกรณ์ที่จะวัดได้)
3,000	10,000(วัดได้ต้องใช้เทคนิคการวัดพิเศษ)
6,000	5,000(แสงที่ตามองเห็น)
12,000	25,000(ถูกตัดโดยชั้นของโอโซนในบรรยากาศของโลก)
24,000	1,250(ถูกตัดโดยชั้นของโอโซนในบรรยากาศของโลก)
48,000	625(ถูกตัดโดยชั้นของโอโซนในบรรยากาศของโลก)

2.8.3 <u>กฎของสเตฟานและโบลทซ์มาน</u>

พลังงานที่ส่งออกมาจากดาวต่อหนึ่งหน่วยพื้นที่ผิวของดาวใน 1 หน่วยเวลา จะเป็นปฏิภาคโดยตรงกับ อุณหภูมิที่ผิวของดาวยกกำลังสี่ ความสัมพันธ์อันนี้เขียนเป็นสมการได้ว่า

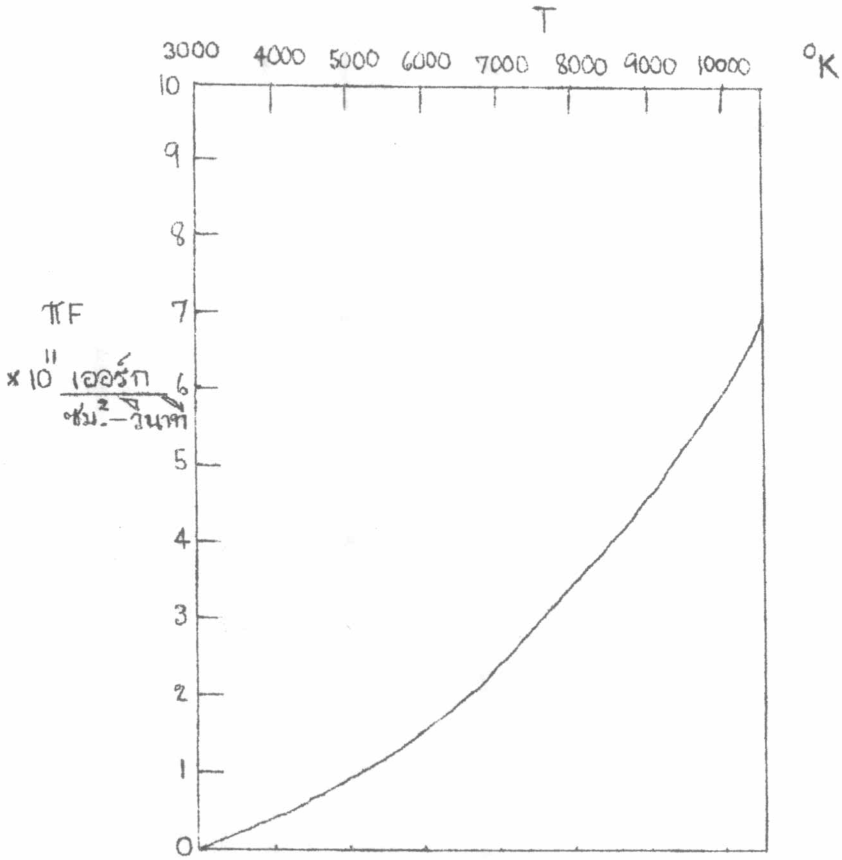
$$\pi F = \sigma T^4 \text{ - - - - - - - - - - - - - - - } (39)$$

ในเมื่อ πF เป็นฟลักซ์ที่ผิวของดาว หน่วยเป็น $\dfrac{\text{เออร์ก}}{\text{ซม.}^2\text{- วินาที}}$

σ เป็นค่าคงที่ของสเตฟานและโบลทซมาน $= 5.7 \times 10^{-5}$ $\dfrac{\text{เออร์ก}}{\text{ซม.}^2\text{-วินาที-}(^{o}\text{K})^4}$

T เป็นอุณหภูมิที่ผิวของดาวมีหน่วยเป็น ^{o}K

จากกราฟต่อไปนี้ให้ความหมายว่า พลังงานที่ออกมาจากดาวต่อหนึ่งหน่วยพื้นที่ผิวของดาวเป็นปฏิภาคโดยตรงกับอุณหภูมิที่ผิวของดาวยกกำลังสี่ ดังนั้นถ้าอุณหภูมิที่ผิวของดาวเพิ่มเป็น 2 เท่า พลังงานที่ถูกส่งออกมาจากดาวต่อหนึ่งหน่วยพื้นที่ผิวต่อ 1 วินาที จะเพิ่มเป็น 2^4 หรือ 16 เท่า



สำหรับดวงอาทิตย์ให้พลังงานออกมารอบตัวถึงเป็นปริมาณ 3.9×10^{33} เออร์กใน 1 วินาที และรัศมีของดวงอาทิตย์เท่ากับ 6.96×10^{10} ซม.

ถ้าให้ $L_{\odot}$ เป็นลูมินอสซิตี้ (Luminosity) ของดวงอาทิตย์ จะได้

$$L_{\odot} = 3.9 \times 10^{33} \frac{\text{เออร์ก}}{\text{วินาที}} \qquad (40)$$

และ πF (ฟลักซ์)ที่ผิวของดวงอาทิตย์ $= \dfrac{L_{\odot}}{4\pi R_{\odot}^2}$ ----- (41)

สำหรับดาว πF (ฟลักซ์)ที่ผิวของดาว $= \dfrac{L}{4\pi R^2}$ ------(42)

ในเมื่อ L เป็นลูมินอสซิตี้ของดาว

R เป็นรัศมีของดาว

จากกฎของสเตฟานและโบลทซมานที่ว่า

$$\pi F = \sigma T^4$$

ในกรณีของดวงอาทิตย์จะได้ $\frac{L_\odot}{4\pi R_\odot^2} = \sigma T_\odot^4$

หรือ $\frac{3.9 \times 10^{33}}{4 \times 3.14 \times (6.96 \times 10^{10})^2} \frac{\text{เออร์ก}}{\text{ซม.}^2\text{-วินาที}} = 5.7 \times 10^{-5} \frac{\text{เออร์ก}}{\text{ซม.}^2\text{-วินาที-}(^\circ K)^4} T_\odot^4$

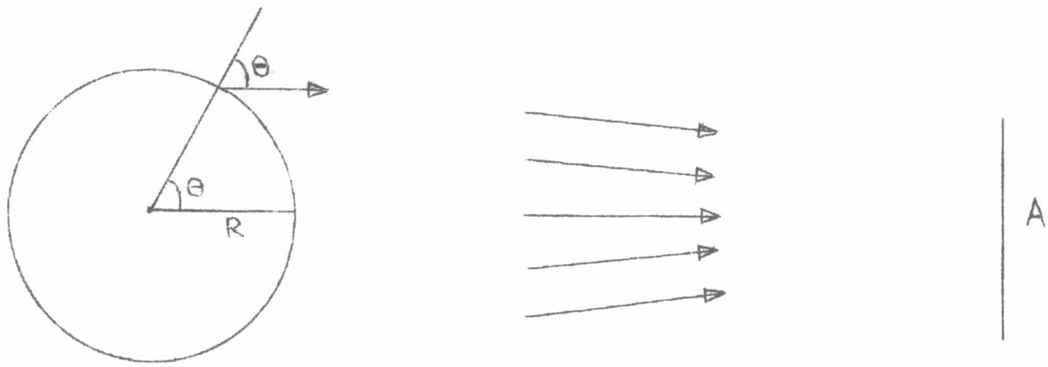
$$\therefore T_\odot = 5750 \quad ^\circ K$$

กฎการแผ่รังสีของสเตฟาน และโบลทซ์มานที่กล่าวมานี้ เจ สเตฟาน (J. Stefan) เป็นผู้พบคนแรกในปี ค.ศ.1879 จากการทดลอง และต่อมาในปี ค.ศ.1884 แอล โบลทซมาน (L. Boltzmann) ได้หาออกมาเป็นสูตรสำหรับใช้ในการคำนวน จึงรวมเรียกว่าเป็นกฎของสเตฟาน และโบลทซ์มาน

จากกฎการแผ่รังสีทั้งสามข้อที่ผ่านมา จะเห็นว่าเราจะต้องสมมุติให้ดาวเป็นวัตถุดำทุกครั้ง กฎของแพลงค์ให้ความหมายว่า ณอุณหภูมิหนึ่งของดาวพลังงานที่มาจากดาวมีค่ามากน้อยเปลี่ยนแปลงตามความยาวช่วงคลื่นอย่างไร กฎของไวน์ให้ความหมายว่า อุณหภูมิของดาวมีค่ามากน้อย แปรผกผันกับความยาวช่วงคลื่นของแสงที่มีพลังงานสูงสุดอย่างไรบ้าง และกฎสุดท้ายคือกฎของสเตฟานและโบลทซ์มานให้ความหมายว่า การที่จะทราบอุณหภูมิที่ผิวของดาวได้นั้น จะต้องทราบว่าใน 1 วินาที ดาวให้พลังงานออกมาคิดเป็นปริมาณเท่าใดต่อหนึ่งหน่วยพื้นที่ผิว

โดยเหตุที่ดาวฤกษ์ทั้งหลายบนท้องฟ้า มีตำแหน่งที่อยู่ห่างไกลจากโลกมาก เมื่อเทียบกับดวงอาทิตย์ จึงเป็นการยากที่จะแยกว่าแสงมาจากส่วนไหนของผิวดาวที่เรากำลังศึกษาดังนั้น แสงจากดาวที่ผู้สังเกตบนโลกวัดได้ จึงเป็นแสงรวมที่มาจากผิวของดาวที่มองเห็น

จากรูป A เป็นพื้นที่ของเลนส์กล้องโทรทรรศน์ซึ่งติดตั้งอยู่บนโลกโดยเลนส์นี้มีไว้สำหรับเก็บและวัดแสงจากดาว เนื่องจากกล้องโทรทรรศน์มีทิศทางเล็งเข้าหาดาว แสงที่ตกลงบนเลนส์จึงมีทิศทางที่ตั้งฉากกับผิวเลนส์ ถ้ากำหนดให้ E เป็นพลังงานที่ตกกระทบเลนส์ใน 1 วินาที จะได้ว่า



$$E = A \times \text{ฟลักซ์ที่โลก}$$

$$= A\int I \cos\alpha \, d\omega \quad \text{------------------} (43)$$

ในเมื่อ I เป็นความเข้มของแสงดาวที่โลกหน่วยเป็นพลังงานต่อหนึ่งหน่วยพื้นที่ซึ่งตั้ง-ฉากต่อหนึ่งหน่วยเวลาต่อหนึ่งหน่วยซอลลิด แองเกิล (Solid Angle)

α เป็นมุมระหว่างทิศทางของแสงที่ตก และทิศทางของเส้นตั้งฉากกับผิวเลนส์

ในกรณีที่กล้องโทรทรรศน์เล็งตรงไปยังดาว มุม α มีค่าน้อยมากหรือ $\cos\alpha$ มีค่าประมาณ 1 เพราะฉะนั้นจากสมการ(43) เขียนใหม่จะได้ว่า

$$E = A\int I \, d\omega \quad \text{------------------} (44)$$

หรือ $\frac{E}{A} = \int I d\omega$ = ฟลักซ์ที่โลก $F(r)$

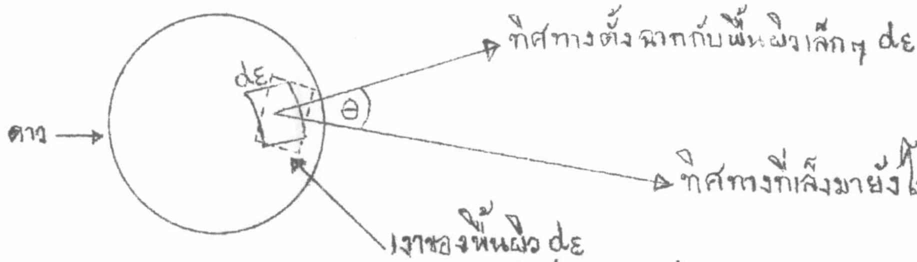
$$\therefore F(r) = \int I d\omega \quad \text{------------------} (45)$$

เนื่องจาก $d\omega = \frac{d\varepsilon \cos\theta}{r^2}$ ------------------ (46)

ในเมื่อ $d\varepsilon$ เป็นชิ้นส่วนเล็ก ๆ อันหนึ่งบนพื้นที่ผิวของดาว

θ เป็นมุมระหว่างเส้นตั้งฉากกับพื้นที่ผิวเล็ก ๆ ของดาว $d\varepsilon$ กับทิศทางที่เล็งมายังโลก

r เป็นระยะห่างระหว่าง ดาว และโลก



$d\varepsilon \cos\theta$ ก็คือเงา (Projection) ของพื้นที่ผิว $d\varepsilon$ ซึ่งมีระนาบตั้งฉากกับทิศทางที่เล็งมายังโลก

ถ้ากำหนดให้ ϕ เป็นอาซิมูธ แองเกิล (Azimuthal angle)รอบทิศทางที่เล็งมายังโลก จะได้ว่า

$$d\varepsilon = R^2 \sin\theta \, d\theta \, d\phi \quad \text{---------} \quad (47)$$

ในเมื่อ R เป็นรัศมีของดาว ถ้าแทนสมการ (47) ลงในสมการ (46) และแทนสมการที่ได้ลงในสมการ (45) จะได้

$$F(r) = \int I \, d\omega = \int \frac{I \, d\varepsilon \cos\theta}{r^2}$$

หรือ $$F(r) = \frac{R^2}{r^2} \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta \, I \cos\theta \sin\theta \quad \text{-----} \quad (48)$$

ในกรณี ที่เราสมมุติว่าดาวจุกบ์มีผิวที่กลม I (θ) จะมีค่าเหมือนกันหมดไม่ว่าจะเป็นจุดใดก็ตามบนผิวของดาว ดังนั้นผลของการอินติเกรตทั้งหมดก็คือฟลักซ์ที่ผิวของดาวหรือF(R) นั่นเอง สมการ (48)จึงกลายเป็น

$$F(r) = \frac{R^2}{r^2} F(R) = \frac{R^2}{r^2} \sigma T_e^4 = \frac{L}{4\pi r^2} \quad \text{-----} \quad (49)$$

ในเมื่อ T_e เป็น เอฟเฟกตีฟ เทมเพอเรเจอร์(Effective Temperature)ที่ผิวของดาว และF(r) เป็นฟลักซ์ที่ผู้สังเกตบนโลกวัดได้

สมการ (49) ให้ความหมายว่า ถ้าวัดฟลักซ์F(r) ที่ระยะทางจากโลกได้โดยที่หน่วยของมันเป็นเออร์กต่อตารางเซนติเมตรต่อวินาที และทราบระยะทางของดาวสามารถบอกได้

ทันทีเลยว่าดาวที่ศึกษานี้ ใน 1 วินาทีให้พลังงานออกมาเท่าใด และถ้าสมมุติว่าดาวดังกล่าวเป็นวัตถุดำ จะมีอุณหภูมิเฉลี่ยที่ผิว (T_e) เท่าใด สำหรับกรณีที่ผิวของดาวไม่เป็นทรงกลม ความสัมพันธ์ในสมการข้างบนอาจจะใช้ได้ไม่ถูกต้อง อาทิเช่น กรณีที่ดาวซึ่งเราศึกษามีการหมุนอย่างเร็ว รูปร่างของดาวจะมีลักษณะแบนที่ส่วนบนและล่าง ทำให้แสงที่ส่งออกมาจากดาว ไม่เท่ากันทุกทิศทาง

2.9 ความสว่างของดาวหาง[9]

ดาวหางเป็นวัตถุที่แปลกประหลาดที่สุดในระบบสุริยะ ทั้งนี้เพราะว่าดาวหางมีขนาดและรูปร่างที่ไม่แน่นอน อีกทั้งความสว่างของดาวหางก็มีการเปลี่ยนแปลงที่ไม่เป็นไปตามกฎเกณฑ์แตกต่างจากดาวเคราะห์, ดวงจันทร์, ดาวเคราะห์น้อย ซึ่งความสว่างเป็นไปตามกฎของการสะท้อนแสงอย่างง่าย ๆ ขณะที่ดาวหางเข้าใกล้ดวงอาทิตย์ ความสว่างจะเพิ่มขึ้นเรื่อยๆ เมื่อดาวหางเข้าใกล้ดวงอาทิตย์ที่สุด ดาวหางจะสว่างที่สุด แต่ความสว่างของดาวหางขณะเข้าใกล้ดวงอาทิตย์ที่สุดจะมีค่าเป็นเท่าใดนั้น ยากแก่การทำนาย ทั้งนี้ต้องแล้วแต่โครงสร้างของดาวหางว่าประกอบด้วยอะไรบ้าง จากการศึกษาดาวหางดวงสว่างๆ ที่ผ่านมาเช่น ดาวหางฮัลเลย์ (Halley) , ดาวหางเทบบัต (Tebutt) , ดาวหาง แอเรน โรแลน (Arend Roland) , ดาวหางมากอส (Mrkos) , ดาวหางเซกิไลน์ (Seiki Line) , ดาวหางอิเกยาเซกิ (Ikeyaseki) , ดาวหางโดนาตี้ (Donati), ดาวหางเบนเนต (Benett), ดาวหางทาโกะ ซาโตะโคซากะ (Tako Sato Kosaka) , ดาวหางฮิวเมซอน (Humason) และดาวหางอื่นๆ อีกหลายดวง นักดาราศาสตร์ที่มีชื่อเสียงหลายคนอาทิเช่น โบบรอนิคอฟ (Bobrovnikoff), เลฟวิน (Levin) ,

---

[9] M. Beyer, "On the Present Situation in Cometory Research", Vistas in Astronomy (London & New York: Pergamon Press, Arthur Bur), 2(1956), 953-954.

P. Swings, "The Spectra of the Comets". Vistas in Astronomy (London & New York : Pergamon Press, Arthur Bur), 2(1956), 960-961.

Bobrownikoff, "Comet Astrophysic (The Maple Press Company, York, PA. : J.A.Hynex, 1951), P.329-333.

Fletcher G. Watson, Between the Planets (Cambride, Massachusetts: Harvard University Press, 1956), P.61-64.

Vsekhsvyatsky, (Link), บูสก้า (Bouška), แวนนีเซก (Vanýsek), (Švestka) ได้เห็นพ้องต้องกันว่า ความสว่างของดาวหางขึ้นกับระยะห่างของดาวหางจากดวงอาทิตย์กำลัง n และขึ้นกับระยะห่างของดาวหางจากโลกกำลัง 2 โดยเฉพาะโบบรอนิกอฟ ได้ให้ความเห็นว่าความสว่างของดาวหางทั้งดวงนั้นเป็นดรรชนีสำคัญซึ่งจะบอกให้ทราบถึงแอกตีฟวิตี้ของดาวหางและเป็นทางนำไปสู่ความเข้าใจขบวนการณ์ทางฟิสิกส์ซึ่งเกี่ยวข้องกับความสว่างของดาวหาง ถ้าให้ r เป็นระยะห่างของดาวหางจากดวงอาทิตย์

Δ เป็นระยะห่างของดาวหางจากโลก

θ เป็นมุมระหว่าง r และ Δ มีชื่อว่าเฟส แองเกิล (Phase Angle)

ความสว่างของดาวหางมีความสัมพันธ์กับ r, Δ และ θ ดังนี้

$$J = J_o\, f(\Delta)\, F(r)\, \psi(\cos\theta) \qquad \frac{\text{เออร์ก}}{\text{ซม.}^2\text{-วินาที-ช่วงความถี่ของแสง}}$$

ในเมื่อ J เป็นความสว่างปรากฏของดาวหาง

J_o เป็นความสว่างสัมบูรณ์ของดาวหางหรือคือความสว่างของดาวหาง เมื่อ Δ = r= 1 หน่วยดาราศาสตร์ (A.U.)

$\psi(\cos\theta)$ เป็นฟังก์ชั่นซึ่งขึ้นกับเฟสแองเกิล

โบบรอนิกอฟ ได้ศึกษาดาวหางหลายดวง เมื่อดาวหางอยู่ห่างจากดวงอาทิตย์เป็นระยะห่างต่างๆ กัน เขาพบว่า เทอม $\psi(\cos\theta)$ ไม่มีผลต่อการเปลี่ยนแปลงความสว่างของดาวหางเลย ดังนั้นจึงให้ $\psi(\cos\theta) = 1$ และเขียนความสัมพันธ์ในสมการนี้ได้ใหม่เป็น

$$J = J_o f(\Delta)\, F(r) \qquad (50)$$

ถ้าสมมุติให้ $F(r) = r^{-n}$ และ $f(\Delta) = \frac{1}{\Delta^2}$

จากสมการ (50) จะได้

$$J = \frac{J_o}{\Delta^2 r^n} \qquad (51)$$

จากสมการ (8) ที่ว่า $m_2 - m_1 = 2.5 \log \frac{I_1}{I_2}$

ถ้าให้ H เป็นมักนิจูดปรากฏ เมื่อดาวหางมีความสว่างปรากฏ J

H_o เป็นมักนิจูดสัมบูรณ์ เมื่อดาวหางมีความสว่างสัมบูรณ์ J_o

เมื่อแทน $m_1 = H, I_1 = J, m_2 = H_o$ และ $I_2 = J_o$ ลงในสมการบนจะได้

$$H_o - H = 2.5 \log \frac{J}{J_o} \quad \text{------------} \quad (52)$$

แทนสมการ (51) ลงในสมการ (52) จะได้

$$H_o - H = 2.5 \log \frac{J_o}{\Delta^2 r^n J_o} = 2.5 (\log 1 - \log \Delta^2 r^n)$$

$$H_o - H = 0 - 2.5 \log \Delta^2 - 2.5 \log r^n$$

$$H = H_o + 5 \log \Delta + 2.5 n \log r \quad \text{----------} \quad (53)$$

ถ้าให้ $H - 5 \log \Delta = H_\Delta$ สมการ (53) สามารถเขียนได้ใหม่ดังนี้

$$H_\Delta = H_o + 2.5\, n \log r \quad \text{----------} \quad (54)$$

สมการ(54) ให้ความหมายว่า เมื่อเขียนกราฟระหว่าง H_Δ และ $\log r$ จะได้กราฟเส้นตรงซึ่งมีจุดตัดแกน คือ H_o และมีค่าความชัน(Slope) คือ 2.5n จากนี้สามารถคำนวณหามักนิจูดสัมบูรณ์(H_o) และค่า n ของดาวหางแต่ละดวงได้

โบบรอนิคอฟ ได้พบว่าค่า n ของดาวหางมีค่าอยู่ระหว่าง 2 ถึง 6 และ n มีค่าเฉลี่ยประมาณ 3.26 สำหรับกรณีที่ปริมาณของกาซซึ่งอยู่รอบๆ นิวเคลียสมีปริมาณคงที่ n มีค่าเท่ากับ 2 ซึ่งกรณีนี้หมายความว่าอัตราของกาซและฝุ่นที่ถูกส่งออกมาจากนิวเคลียส กับอัตราการฟุ้ง (Diffusion) ของกาซและฝุ่นออกสู่อากาศนั้นสมดุลย์กัน เมื่อรวบรวมผลที่ได้จากการศึกษาดาวหางหลายๆ ดวง เขาพบว่าค่า n เท่ากับ 2 นี้จะเป็นจริงเมื่อ r มีค่าอยู่ระหว่าง 0.38 และ 3.90 หน่วยดาราศาสตร์

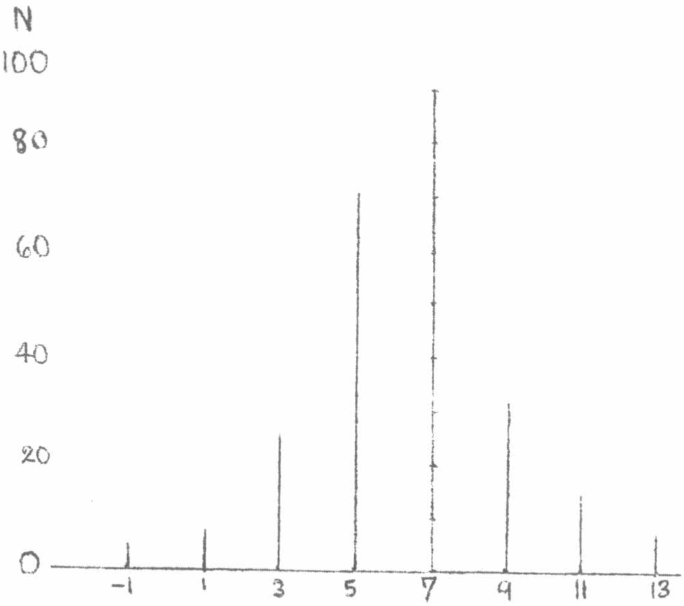
เบเยอร์ (Beyer) ได้ศึกษาดาวหางระหว่างปี 1921 ถึง 1931 เขาได้ให้ความเห็นเกี่ยวกับความสว่างของดาวหางไว้ว่า ขณะที่ดาวหางเข้าใกล้ดวงอาทิตย์พลังงานจากแสงอาทิตย์จะทำให้แก๊ซและฝุ่นถูกส่งออกมาจากนิวเคลียสทางด้านที่หันเข้าหาดวงอาทิตย์ ซึ่งแก๊ซและฝุ่นที่ออกมานี้จะอยู่ภายในโคม่าเพียงชั่วระยะเวลาสั้นๆ แล้วจึงเคลื่อนที่โก้งกลับไปใน

ทิศทางตรงกันข้าม เมื่อแก๊ซและฝุ่นที่ออกมาจากนิวเคลียสนี้ มีจำนวนเพิ่มขึ้นเรื่อยๆ ก็มีพื้นที่ซึ่งจะสะท้อนแสงอาทิตย์ได้มาก ดังนั้นเมื่อรวมกันอยู่ค่อนข้างหนาแน่นที่ส่วนหัวของดาวหาง จึงทำให้มองเห็นดาวหางสว่างขึ้นอย่างรวดเร็ว ซึ่งทราบได้จากค่าของ n ซึ่งมีค่าต่ำ เบเยอร์ได้ให้ความเห็นต่อไปว่าดาวหางที่เห็นหางยาวชัด จะมีค่า n มากกว่าดาวหางซึ่งส่วนหัวมีลักษณะเป็นฝ้ากลมคล้ายหมอกเพลิง ที่เป็นเช่นนี้อธิบายได้ว่า ดาวหางที่ปรากฏส่วนหัวให้เห็นเป็นฝ้ากลมโตนั้น แสดงว่าที่ส่วนหัวมีวัตถุแข็งและฝุ่นเป็นจำนวนมาก ถูกส่งออกมาจากนิวเคลียส จึงมีพื้นที่ซึ่งสามารถสะท้อนแสงอาทิตย์ได้มาก สำหรับดาวหางที่ปรากฏส่วนหางให้เห็นโครงสร้างที่เป็นสายเด่นชัด แสดงว่าดาวหางดวงนี้ประกอบด้วยแก๊ซเป็นจำนวนมาก ซึ่งแก๊ซเหล่านี้จะแตกตัวเป็นโมเลกุลและหายไปในที่สุด

โดยเหตุที่ดาวหางโดยทั่วไปนั้น ความสว่างของส่วนหางมีค่าน้อยมากเมื่อเทียบกับความสว่างของส่วนหัว ดังนั้นจึงอาจถือว่าความสว่างของส่วนหัวของดาวหางแทนความสว่างของดาวหางทั้งดวงได้ จากการศึกษาสเปคตรัมของดาวหางหลายดวง พี สวิงส์ (P. Swings) พบว่าดาวหางแต่ละดวงนั้นมีความสามารถที่จะส่งแก๊ซและฝุ่นออกมาจากนิวเคลียสได้ไม่เท่ากัน ถ้าให้ Δm เป็นความแตกต่างระหว่างมักนิจูดของดาวหางทั้งดวง กับมักนิจูดของนิวเคลียส Δm จะมีค่ามากน้อยขึ้นอยู่กับระยะห่างของดาวหางจากดวงอาทิตย์ และโดยปกติ Δm จะมีค่าสูงสุดเมื่อดาวหางอยู่ใกล้ดวงอาทิตย์ที่สุด Δm อาจจะมีค่าน้อยได้สำหรับดาวหางที่ไม่มีบรรยากาศ เช่นดาวหาง 1913 III, นูจมิน (Neujmin) ซึ่งมีเวลาโคจรรอบดวงอาทิตย์ 17.9 ปี มีค่าของ $\Delta m \leq 0.5$ m

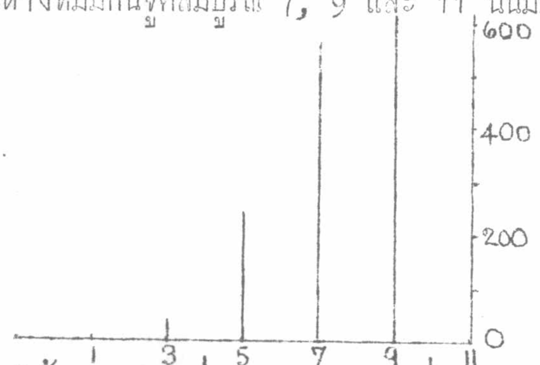
เจ. โฮลเลทเชค (J. Holetschek) ได้ศึกษาดาวหางหลายดวง ผลจากการศึกษาเขาพยายามแยก ความสว่างของดาวหางที่เกิดจากการสะท้อนแสงอาทิตย์และความสว่างที่เกิดจากสาเหตุอื่นออกจากกัน และสรุปว่ากราฟความสว่างของดาวหางค่อนข้างจะซับซ้อนมาก สำหรับดาวหางที่มีวงโคจรรอบดวงอาทิตย์ ความสว่างของมันค่อนข้างจะมีกฎเกณฑ์ ทุกครั้งที่ดาวหางโคจรกลับมาให้เห็นความสว่างของมันจะค่อยๆ ลดน้อยลงทีละน้อยๆ ตัวอย่างที่เห็นได้ชัดได้แก่ดาวหางฮัลเลย์ ซึ่งปรากฏให้เห็นสว่างมากและมีหางยาว มาเกือบ 2000 ปีแล้ว ในขณะที่ดาวหางอื่นซึ่งไม่ได้มีวงโคจรรอบดวงอาทิตย์ ปรากฏให้เห็นสว่างมากหรือสว่างน้อยไม่มีกฎเกณฑ์ที่แน่นอน

นักดาราศาสตร์ชาวรัสเซียชื่อ S. Vsessvyatskiy ได้ให้ความเห็นแตกต่างไปจาก เจ. โฮลเลหเชก เขาได้ให้ความเห็นว่า ดาวหางที่มีวงโคจรรอบดวงอาทิตย์จะสลายตัวเร็วมาก จากการศึกษาดาวหางหลายดวงที่มีหางเกินเกือบเป็นพาราโบล่า S.Vsessvyatskiy ได้หามักนิจูดสัมบูรณ์ของดาวหางทุกดวง และพบว่าจำนวนดาวหางที่มีมักนิจูดสัมบูรณ์ค่าต่างๆ นั้นจะมีมากน้อยแค่ไหน ดูได้จากดิสทริบิวชั่น (Distribution) ในแผนภาพข้างล่าง



จากแผนภาพให้ความหมายว่าดาวหางส่วนมากที่มีวงโคจรเกือบเป็นพาราโบล่าจะมี มักนิจูดสัมบูรณ์ 7 ถัดลงมาก็คือ 5 และ 9

Bourgeois และคอกซ์ (Cox) ได้คำนวณหาโอกาสที่จะพบดาวหางที่มีมักนิจูดสัมบูรณ์ต่าง ๆ กัน โดยไม่เฉพาะเจาะจงว่าดาวหางจะมีหางเกินเป็นรูปร่างอย่างไร เขาพบว่าโอกาสที่จะพบดาวหางที่มีมักนิจูดสัมบูรณ์ 7, 9 และ 11 นั้นมีมาก ดังแสดงในแผนภาพข้างล่าง



จากแผนภาพให้ความหมายว่า ดาวหางโดยทั่วไปจะมีมักนิจูดสัมบูรณ์อยู่ระหว่าง 9 และ 10 ถัดลงมาก็คือ 7 และ 5 ตามลำดับ

2.10 ขบวนการทางฟิสิกส์ที่เกี่ยวข้องกับความสว่างของดาวหาง[10]

บี. ยู. เลฟวิน (B.U. Levin) ได้พยายามจะอธิบายความสว่างของดาวหาง จากขบวนการทางฟิสิกส์ที่เกิดขึ้น เขาได้ให้เหตุผลว่านิวเคลียสของดาวหางประกอบด้วยวัตถุเล็กๆ มากมาย ส่วนใหญ่มีธรรมชาติคล้ายก้อนอุกกาบาต (Meteorites) ก๊าซที่ถูกส่งออกมาจากนิวเคลียสของดาวหางนั้น มาจากปรากฏการณ์ที่เรียกว่า เซอเฟส ฟีนอมีนอน (Surface Phenomenon) ขบวนการนี้ยังอาจแยกออกได้เป็น ขบวนการต่าง ๆ ดังต่อไปนี้

1. ขบวนการฟุ้งกระจายของโมเลกุลของแก๊ซออกจากบริเวณภายในของก้อนวัตถุแข็ง (Absorption)

2. ขบวนการที่โมเลกุลของก๊าซถูกยึดให้ติดอยู่ที่บริเวณผิวนอกของวัตถุแข็ง(Adsorption) ขบวนการนี้เกิดเมื่อก้อนวัตถุแข็งมีร่องหรือรอยแตกเล็กๆ ที่ผิว

3. ขบวนการทางเคมีที่เกิดขึ้นระหว่างโมเลกุลของก๊าซ และวัตถุแข็ง(Chemisorption)

4. ขบวนการที่โมเลกุลของก๊าซถูกปล่อยออกมาจากผิวของวัตถุแข็ง(Desorption) ซึ่งขบวนการนี้มีลักษณะคล้ายกับขบวนการระเหย(Evaporation) มากแต่ที่จริงแล้วเป็นขบวนการณ์ที่แตกต่างกัน

ในกรณีที่พิจารณาว่านิวเคลียสประกอบด้วยก้อนวัตถุแข็งมากมายรวมตัวอยู่ได้ด้วยแรงดึงดูดระหว่างกัน และก้อนวัตถุเหล่านี้เป็นพวกหิน (Stony meteorite) พบว่าขบวนการที่โมเลกุลของก๊าซจะถูกปล่อยออกมาจากผิวของวัตถุแข็งนั้นเป็นไปได้ยากมาก จนกว่าอุณหภูมิจะสูงถึงขีดหนึ่งที่เป็นเช่นนี้ก็เพราะโมเลกุลของ SiO_2 ยึดอยู่ด้วยกันอย่างหนาแน่นมาก กราวนี้ถ้าเราสมมุติว่าก้อนวัตถุแข็งเหล่านี้มีชั้นของโมเลกุล CO_2 ปกคลุมอยู่ชั้นหนึ่ง พบว่าจะมีโมเลกุล CO_2 บางส่วนระเหยออกมาไม่ว่าจะมีอุณหภูมิเท่าใดก็ตาม ทั้งนี้เป็นเพราะแรงยึดเหนี่ยวระหว่างโมเลกุล SiO_2 ด้วยกัน มีค่ามากกว่าแรงยึดเหนี่ยวระหว่างโมเลกุลSiO_2 กับ CO_2 มากมาย ดังนั้นการที่จะทำให้โมเลกุล CO_2 หลุดออกจากผิวที่เป็น SiO_2 จึงใช้พลังงานเพียงเล็กน้อยเท่านั้น ต่างกับกรณีที่จะทำให้โมเลกุล SiO_2 หลุดออกผิว SiO_2 ด้วยกัน ซึ่งต้องใช้พลังงานค่อนข้างสูง สำหรับพลังงานที่ทำให้เกิดขบวนการยึดโมเลกุลของก๊าซให้ยึดติดอยู่ที่ผิวนั้นมีค่าประมาณ 5000 กาลอรี่ต่อโมล (Mole)และพลังงานที่ทำให้เกิดขบวนการที่

[10] Bobrovnikoff, "Comet," Astrophysics (The Maple Press Company, York, P.A.:J.A. Hynex, 1951), p.331-336.

โมเลกุลของก๊าซถูกปล่อยออกมาจากผิวของวัตถุแข็ง จะมีค่าประมาณ 50000 กาลอรี่ต่อโมล

สำหรับกรณีที่โมเลกุลของก๊าซที่อยู่โดยรอบผิวเกลี่ยสของกาวหาง เป็นโมเลกุลที่มาจากที่อื่น แรงยึกระหว่างโมเลกุลของก๊าซเหล่านี้กับผิวของวัตถุแข็ง จะมีค่ามากหรือน้อยนั้นขึ้นกับความกดกันและอุณหภูมิของก๊าซ นอกจากนี้ยังขึ้นกับสภาวะทางฟิสิกส์ (Physical state) ของโมเลกุลของก๊าซอีกด้วย

ถ้าเราพิจารณาการหลุดออกไปของโมเลกุลของก๊าซ จากผิวของก้อนวัตถุแข็งภายในผิวเกลี่ยสของกาวหาง โดยที่ ν เป็นอัตราของการหลุดออกไปของโมเลกุลของกาซจะได้ว่า

$$\nu = \frac{S}{\tau} \quad \text{------------} \quad (55)$$

ในเมื่อ τ บอกถึงชีวิตเฉลี่ยของโมเลกุลใดๆ ตัว τ นี้มีชื่อว่าแอฟเวอเรจไลฟ์ (Average Life) ส่วน S บอกถึงความมากน้อยของโมเลกุล ซึ่งติดอยู่ที่ผิวของก้อนวัตถุแข็งในขณะเมื่อโมเลกุลของก๊าซที่อยู่ที่ผิวยังไม่มีการระเหย ตัว S นี้มีชื่อว่าเซอเฟสซ์ คอนเซ็นเตรชั่น (Surface Concentration) จากสมการของเฟรงก์เกิล (Frenkel's equation) ที่ว่า

$$\tau = \tau_o \, e^{-\mathcal{L}/RT} \quad \text{------------} \quad (56)$$

τ_o เป็นเวลาสั้นครบรอบ (Period of Vibration) ของโมเลกุลซึ่งติดอยู่ที่ผิวของก้อนวัตถุแข็ง ภายในผิวเกลี่ยสของกาวหาง

$\mathcal{L}$ เป็นความร้อนที่จะทำให้โมเลกุลหลุดออกไปจากผิว

T เป็นอุณหภูมิสัมบูรณ์ของผิวก้อนวัตถุแข็ง

เมื่อรวมสมการ (55) และ (56) เข้าด้วยกันแล้วจะได้ว่า

$$\nu = \text{ค่าคงที่} \times e^{-\mathcal{L}/RT} \quad \text{----------} \quad (57)$$

สมการ (57) ให้ความหมายว่าถ้าอุณหภูมิผิวของก้อนวัตถุแข็ง (T) มีค่ามาก ค่าของ ν หรืออัตราการหลุดออกมาของโมเลกุลของก๊าซจากผิว ก็จะมีค่ามากตามไปด้วย โดยเหตุที่

อุณหภูมิผิวของก้อนวัตถุแข็งภายในนิวเคลียสของดาวหางจะมีค่ามากหรือน้อยนั้น ขึ้นกับระยะห่างของดาวหางจากดวงอาทิตย์ (r) ตามสมการ

$$T = \frac{T_o}{\sqrt{r}} \text{ --------------- } (58)$$

ในเมื่อ T_o จะมีค่าเท่าใด ขึ้นอยู่กับการกำหนดของเราว่า ก้อนวัตถุแข็งนั้นมีธรรมชาติทางฟิสิกส์ (Physical Nature) อย่างไร

การที่ดาวหางจะปรากฏให้เห็นสว่างมากน้อยแค่ไหน ขึ้นกับโมเลกุลของก๊าซที่หลุดออกมาจากผิวของก้อนวัตถุแข็ง กล่าวคือถ้าอัตราการหลุดออกมาของโมเลกุลของก๊าซมีค่าสูง ดาวหางก็จะปรากฏให้เห็นสว่างมาก แต่ถ้าอัตราการหลุดออกมาของโมเลกุลของก๊าซมีค่าต่ำ ดาวหางก็จะปรากฏให้เห็นไม่สว่างเท่าที่ควร ดังนั้นจะเห็นได้ว่า ความสว่างของดาวหางขึ้นโดยตรงกับค่า ν ถ้าให้ I เป็นความสว่างปรากฏของดาวหาง ความสัมพันธ์ที่กล่าวนี้สามารถเขียนเป็นสมการได้ว่า

$$I = \text{ค่าคงที่} \times e^{-(\mathcal{L}\sqrt{r}/RT_o)} \text{ ----------- } (59)$$

เมื่อแทนสมการ (59) ลงในสมการ (2) จะได้

$$H_\Delta = -2.5 \log I + \text{ค่าคงที่} = A\sqrt{r} + B \text{ ------- } (60)$$

ในเมื่อ $A = \mathcal{L}/RT_o$

ที่ $r = 1$ จากสมการ (54) จะเห็นว่า

$H_\Delta = H_o$ เพราะฉะนั้นสมการ (60) จึงกลายเป็น

$H_o = A + B$ หรือ $B = H_o - A$

เมื่อแทนในสมการ (60) สุดท้ายจะได้ว่า

$$H = A\sqrt{r} + H_o - A = H_o + A(\sqrt{r} - 1) \text{ -------- } (61)$$

จากสมการ (54) เมื่อเขียนในรูปเดียวกันจะได้

$$H = H_o + 2.5\, n \log r \text{ --------------- } (62)$$

สมการ(61) และสมการ(62) มีส่วนคล้ายคลึงกัน เลฟวินได้อ้างว่าสมการ(61) ให้ผลดีกว่าสมการ(62) แต่นักดาราศาสตร์ส่วนใหญ่ลงความเห็นว่าสมการ(61)และ(62)ใช้ได้ดีทั้งสองสมการ