

บทที่ ๑
ทฤษฎีไดอิเล็กตริก



๑.๑ บทนำ

ค่าคงที่ฉนวน (dielectric constant) เป็นปริมาณสำคัญอย่างหนึ่งในการศึกษาสมบัติของสารทางฟิสิกส์ ทำให้ทราบความสามารถของสารในการตอบสนองต่อสนามไฟฟ้าสนามภายนอก ทั้งยังสามารถบอกได้ว่าโมเลกุลมีไดโพลถาวรทางไฟฟ้า (permanent electric dipole) หรือไม่มี และในการศึกษาการตอบสนองของสารที่มีต่อสนามไฟฟ้ากระแสสลับที่ความถี่ต่าง ๆ เราสามารถคำนวณหาค่าเวลาผ่อนคลาย (relaxation time) และไดโพลโมเมนต์ทางไฟฟ้า electric dipole moment ซึ่งช่วยให้เราทราบถึงโครงสร้างของโมเลกุลของสาร ความคล่องตัวของโมเลกุลในการตอบสนองต่อสนามไฟฟ้า แรงอันตรกิริยาคือโมเลกุลข้างเคียง ตลอดจนการรวมกลุ่มของโมเลกุลด้วย

ในการวิจัยครั้งนี้ เพื่อศึกษาค่าคงที่ฉนวนของสารผลึกเหลวเนมาติก (Nematic Liquid Crystals) ชนิด MBBA (n-(p-methoxybenzyliden)-p-n-butylaniline) EBBA (n-(p-ethoxybenzyliden)-p-n-butylaniline) เป็นที่ทราบกันดีว่า โมเลกุลของผลึกเหลวโดยทั่ว ๆ ไปนั้นจะมีลักษณะเป็นรูปยาว ๆ เมื่ออยู่รวมกันมาก ๆ โมเลกุลจะพยายามเรียงตัวขนานกัน โดยให้แกนยาวของโมเลกุลไปทางเดียวกันและหันหัวข้างกันเข้าหากันเพื่อจะให้ทราบถึงสมบัติในระบับมหภาคของผลึกเหลวนี้ เราจำเป็นต้องศึกษาสมบัติของโมเลกุลอิสระที่เกี่ยวข้อง ๆ โดยการผสมผลึกเหลวกับเบนซีน (Benzene) เพื่อแยกโมเลกุลของผลึกเหลวออกจากกันทั้งนี้เพื่อลดแรงอันตรกิริยาระหว่างไดโพล เหตุที่เลือกเบนซีนเป็นตัวแทนละลายก็เพราะว่าเบนซีนไม่มีไดโพลถาวรทางไฟฟ้า ดังนั้นทำให้เราสามารถศึกษาเวลาผ่อนคลายและไดโพลโมเมนต์ของโมเลกุลของผลึกเหลวอิสระได้ ค่า ϵ และ μ ของโมเลกุลอิสระที่ทราบนี้เป็นสิ่งสำคัญในการนำไปศึกษา เพื่อทำให้เราทราบถึงสมบัติต่าง ๆ ของผลึกเหลวซึ่งเกิดจากการรวมกลุ่มกันของโมเลกุลเหล่านั้นได้ จึงกล่าวแล้วข้างต้น

๑.๒ ค่าคงที่ฉนวน^๔

พิจารณาประจุไฟฟ้า ซึ่งทำให้เกิดเส้นแรงหรือการขจัดทางไฟฟ้า (electric displacement) ดังสมการ

$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{r} = Q \quad (๑.๒.๑)$$

นั่นหมายความว่า เส้นแรงที่ส่งออกมาจากประจุ Q ทั้งหมดเท่ากับจำนวนประจุ Q พอดี การขจัดทางไฟฟ้ามีความสัมพันธ์กับสนามไฟฟ้าโดยสมการ

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} \quad (๑.๒.๒)$$

โดยที่ ϵ_0 เป็นเพอมิททิวิตี (permittivity) ของสุญญากาศ สำหรับฉนวนโมเลกุลของสารจะเรียงตัวสร้างสนามไฟฟ้าขึ้นต้านกับสนามไฟฟ้าภายนอกมีผลทำให้สนามภายในลดลง สนามไฟฟ้าภายในฉนวนหาได้จาก

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E} \quad , \quad \epsilon < \epsilon_0 \quad (๑.๒.๓)$$

อัตราส่วน ϵ/ϵ_0 เรียกว่า ค่าคงที่ฉนวน นั่นคือ

$$K = \frac{\epsilon}{\epsilon_0} \quad (๑.๒.๔)$$

ดังนั้น การจัดตัวของโมเลกุล (polarization - P) เพื่อสร้างสนามไฟฟ้าต้านสนามไฟฟ้าภายนอกเป็นไปตามสมการ

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \quad (๑.๒.๕)$$

จะเห็นว่า P ทำให้ E ลดลง P มีความสัมพันธ์กับสนามไฟฟ้าดังสมการ

$$\vec{P} = \chi \epsilon_0 \vec{E} \quad (๑.๒.๖)$$

โดยที่ χ เป็น ซัสเซพทิบิลิตี (susceptibility) ของสาร จากสมการ (๑.๒.๔), (๑.๒.๕) และ (๑.๒.๖) จะได้ว่า

$$K = 1 + \chi$$



(๑.๒.๗)

การจัดเรียงตัวของโมเลกุลของสาร เพื่อสร้างสนามไฟฟ้าภายในกับสนามไฟฟ้าภายนอก เราเรียกว่า การโพลาไรซ์ คำนี้หมายถึงโมเมนต์ไฟฟ้าของไดโพลที่เกิดขึ้นในหนึ่งหน่วยปริมาตรของสารไดอิเล็กตริก เมื่อได้รับอิทธิพลจากสนามไฟฟ้าภายนอก ดังนี้

$$\vec{P} = \frac{\vec{\mu}}{V}$$

(๑.๒.๘)

เมื่อ μ เป็น ไดโพลโมเมนต์ของสาร และ V เป็นปริมาตรของสาร

๑.๓ ไดโพลและโมเมนต์ของไดโพล^{5,6}

ไดโพล (dipole) หมายถึงประจุไฟฟ้าคู่หนึ่งซึ่งมีปริมาณเท่ากันแต่เป็นชนิดตรงกันข้ามแยกกันอยู่ห่างกัน ค่าไดโพลโมเมนต์ที่เราสามารถหาได้จากสมการ

$$\vec{\mu} = ql$$

(๑.๓.๑)

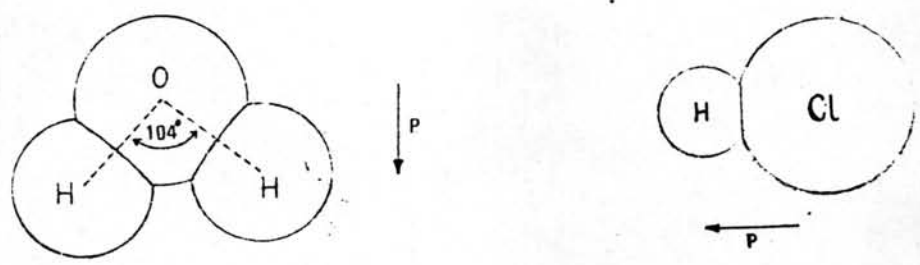
เมื่อ q เป็นประจุไฟฟ้า และ l เป็นระยะห่างระหว่างประจุทั้งสอง เป็นปริมาณเวกเตอร์ มีทิศทางจากประจุลบไปยังประจุบวก

ไดโพลของสารไดอิเล็กตริกแบ่ง เป็นสองชนิด

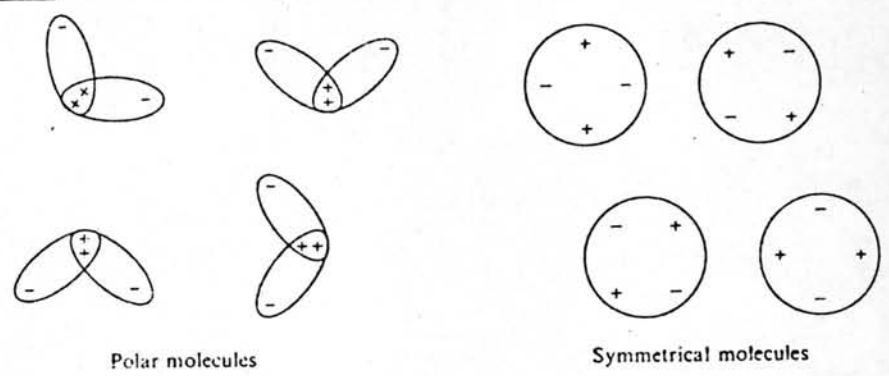
๑.๓.๑ ไดโพลแบบถาวร (permanent dipole) เป็นไดโพลที่เกิดในสารประกอบที่โมเลกุลมีขั้ว ซึ่งเกิดจากการรวมตัวกันของอะตอมที่มี อิเล็กโตรเนกาติวิตี (electronegativity) ต่างกันมารวมกัน ทำให้จุดศูนย์กลางของประจุลบและประจุบวกไม่ทับกันสนิท เช่น H_2O , HCN ดังในรูป ๑.๓.๑

๑.๓.๒ ไดโพลที่เกิดจากการเหนี่ยวนำ (induced dipole) เกิดจากการที่โมเลกุลหรืออะตอมของสาร เมื่อได้รับอิทธิพลจากสนามไฟฟ้าภายนอก ทำให้โมเลกุลของสารยืออกเนื่องจากการ

เคลื่อนที่ของกลุ่มอิเล็กตรอนหรือประจุไฟฟ้าทำให้โมเลกุลมีไดโพลเพิ่มขึ้นกว่าเดิม หรืออาจทำให้อิออนในโมเลกุล หรืออะตอมมีจุดศูนย์กลางเคลื่อนที่เล็กน้อยกับนิวเคลียส เรียกการเกิดไดโพลแบบนี้ว่า อิเล็กโทรนิค โพลาริเซชัน ก็แสดงในรูป (๑.๓.๒ก) และ รูป (๑.๓.๒ข)

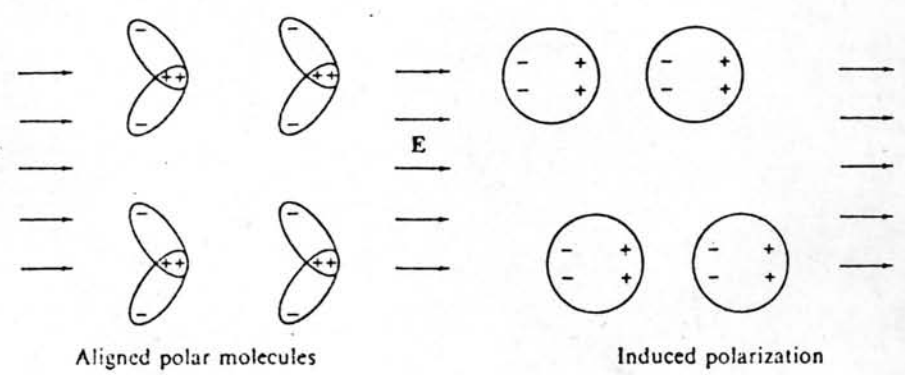


รูปที่ ๑.๓.๑ แสดงไดโพลถาวรของน้ำและไฮโดรเจนคลอไรด์



(ก) No external field

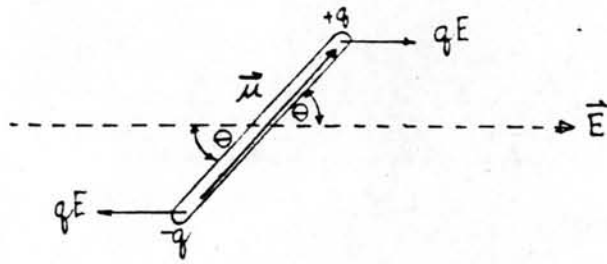
รูปที่ ๑.๓.๒ ก แสดงโมเลกุลของสารที่มีไดโพลถาวรและไม่มีไดโพลถาวรภายนอกสนามไฟฟ้า



(ข) External field

รูปที่ ๑.๓.๒ ข แสดงโมเลกุลของสารที่มีไดโพลถาวรและไม่มีไดโพลถาวรภายในสนามไฟฟ้า

สารพวกนอนโพลาร์โมเลกุล (nonpolar molecule) เมื่ออยู่ภายใต้อิทธิพลจากสนามไฟฟ้าก็จะเกิดไดโพลเหนี่ยวนำและวางตัวตามแนวสนามไฟฟ้า ถ้าสารนั้นเป็นพวกโพลาร์โมเลกุล (polar molecule) สนามไฟฟ้าจะทำให้เกิดโมเมนต์ของแรงคู่ความบิดให้แนวแกนของไดโพลขนานกับแนวสนามไฟฟ้าสร้างสนามสวนกับสนามไฟฟ้าภายนอก โมเมนต์ของแรงคู่ความบิดหาได้จากสมการ



รูปที่ ๑.๓.๓ แสดงโมเมนต์ของแรงคู่ความของไดโพลถาวร

$$\vec{C} = \vec{\mu} \times \vec{E}$$

$$C = \mu E \sin \theta$$

เมื่อ \vec{C} เป็นโมเมนต์ของแรงคู่ความ \vec{E} เป็นสนามไฟฟ้า θ เป็นมุมระหว่างแนวแกนของไดโพลกับสนามไฟฟ้า และ $\vec{\mu}$ เป็นไดโพลโมเมนต์

๑.๔ ค่าคงที่ฉนวนที่ความถี่สูง

ถ้าเราผ่านสนามไฟฟ้ากระแสสลับเข้าไปในสารไดอิเล็กตริกจะทำให้เกิดการโพลาไรซ์ P ขึ้นในสาร บางส่วนของ P มาจากการเรียงตัวของโมเลกุลซึ่งมีไดโพลโมเมนต์ทางไฟฟ้าตามแนวของสนามไฟฟ้า (orientation polarization) และบางส่วนมาจากไดโพลที่ถูกเหนี่ยวนำขึ้นในโมเลกุลของสารโดยสนามไฟฟ้านี้ (induced polarization)

แต่เมื่อความถี่ของสนามไฟฟ้าสูงขึ้นมากถึงขนาดหนึ่ง โมเลกุลจะไม่สามารถตอบสนองต่อการเปลี่ยนแปลงของสนามไฟฟ้าได้ เนื่องจากไดโพลชนิดถาวรที่มีอยู่ในสารไดอิเล็กตริกนั้นมีโมเมนต์ของความเฉื่อยจึงกลับตัวตามสนามไฟฟ้าไม่ทันทำให้ค่าโพลาไรซ์เชิงชั้นลดลงมีผลทำให้ค่าคงที่ฉนวนน้อยลงด้วย และการเปลี่ยนแปลงทิศกลับไปกลับมาของสนามไฟฟ้านี้พลังงานไฟฟ้าบางส่วนสูญเสียไปในตัวสาร นั่นคือสารไดอิเล็กตริกดูดกลืนพลังงาน และในกรณีนี้เราสามารถแทนค่าคงที่ฉนวนด้วยปริมาณเชิงซ้อนได้ สนามไฟฟ้ากระแสสลับแทนได้ด้วยสมการ

$$E = E \cos \omega t \tag{๑.๔.๑}$$

ในสารไดอิเล็กตริกการขจัดทางไฟฟ้าจะมีเฟสต่างกับสนามไฟฟ้าโดย

$$\begin{aligned} D &= D \cos(\omega t + \delta) \\ &= D \{ \cos \delta \cos \omega t + \sin \delta \sin \omega t \} \end{aligned} \tag{๑.๔.๒}$$

ถ้าเราให้

$$D_1 = D_0 \cos \delta \tag{๑.๔.๓}$$

$$D_2 = D_0 \sin \delta \tag{๑.๔.๔}$$

โดยกำหนดให้ $\vec{D}_1 = \epsilon \vec{E}_0$ และ $\vec{D}_2 = \epsilon'' \vec{E}_0$ แทนค่าลงในสมการ (๑.๔.๓.) และ (๑.๔.๔.) จะได้

$$\tan \delta = \frac{\epsilon''}{\epsilon'} \quad (๑.๔.๕)$$



และจากสมการ (๑.๒.๔) และ (๑.๔.๕)

$$\tan \delta = \frac{K''}{K'} = \frac{\text{dielectric loss}}{\text{dielectric constant}} \quad (๑.๔.๖)$$

โดยค่า $\tan \delta$ จะเกี่ยวข้องโดยตรงกับการสูญเสียพลังงานของสนามไฟฟ้าในฉนวนเราสามารถเขียนค่าคงที่ฉนวนในรูปของปริมาณเชิงซ้อน

$$K = K' - jK'' \quad (๑.๔.๗)$$

ในกรณีที่ $\omega = 0$

$$K'(\omega) = K_s$$

$$K''(\omega) = 0$$

และ $\omega = \infty$

$$K'(\omega) = K_\infty$$

โดยที่ K_s เป็นค่าคงที่ฉนวนสถิต (static dielectric constant) และ K_∞ เป็นค่าคงที่ฉนวนที่ความถี่ของแสง (optical dielectric constant) ซึ่งจะมีค่าเท่ากับกำลังสองของค่าการชนหักเหของไอโอเลคตริกนั้นคือ

$$K_\infty = n^2 \quad (๑.๔.๘)$$

โดยที่ τ เป็นครรชนีทักเหของสารไดอิเล็กทริก ซึ่งจะไดกล่าวโดยละเอียดในบทต่อไป
 ฟร้อลลิช (Fröhlich) ได้อธิบายถึงค่าคงที่ความถี่สูง ๆ ไว้ว่าเมื่อยานสนาม
 ไฟฟ้า $\vec{E}(t)$ เข้าไปในสารไดอิเล็กทริก การขจัดทางไฟฟ้า $\vec{D}(t)$ ที่เวลาใด ๆ จะแบ่ง
 ออกเป็นสองส่วน ส่วนหนึ่งเป็นส่วนซึ่งตอบสนองต่อสนามไฟฟ้าในทันที เขียนได้เป็น $\epsilon_{\infty}\vec{E}(t)$
 อีกส่วนหนึ่งตอบสนองต่อสนามไฟฟ้า $\vec{E}(t')$ ที่เวลาก่อนนั้น ซึ่งเขียนได้เป็นสมการดังนี้

$$\vec{D}(t, t') dt = \vec{E}(t') \alpha(t-t') dt'$$
 โดย $\alpha(t-t')$ เป็น ฟังก์ชันลดถอย (decay
 function) บอกลถึงการลดลงของการขจัดทางไฟฟ้าในช่วงเวลา $(t-t')$ ดังนั้นการขจัดทางไฟฟ้า
 ณ เวลาใด ๆ t เป็น

$$\vec{D}(t) = \epsilon_{\infty}\vec{E}(t) + \int_0^t \vec{E}(t') \alpha(t-t') dt' \quad (๑.๔.๘)$$

โดยที่ α เป็น decay function สามารถเขียนได้ดังนี้

$$\alpha(\Delta t) = c e^{-\Delta t/\tau} \quad (๑.๔.๑๐)$$

τ เป็นเวลายอนคลาย (relaxation time) เป็นตัวบอกลถึงความคล่องตัวของโมเลกุลที่สามารถ
 ตอบสนองต่อสนามไฟฟ้าได้ก็เพียงใด $\alpha(\Delta t)$ มีเงื่อนไขว่า $\alpha(\Delta t) \rightarrow 0$ เมื่อ $\Delta t \rightarrow \infty$
 และ c เป็นค่าคงที่

หาอนุพันธ์ของสมการ (๑.๔.๘) เทียบกับ t และแทนสมการ (๑.๔.๑๐) ลงใน
 สมการ (๑.๔.๘) จะได้

$$\frac{d}{dt} \vec{D}(t) = \epsilon_{\infty} \frac{d}{dt} \vec{E}(t) + i\omega \vec{E}(t) \alpha(0) - \frac{1}{\tau} \int_{-\infty}^{+\infty} \vec{E}(t') \alpha(t-t') dt' \quad (๑.๔.๑๑)$$

จากสมการ (๑.๔.๘) กับสมการ (๑.๔.๑๑) ได้

$$\tau \frac{d}{dt} (\vec{D} - \epsilon_{\infty} \vec{E}) + (\vec{D} - \epsilon_{\infty} \vec{E}) = i\omega \alpha(0) \vec{E} \quad (๑.๔.๑๒)$$

ในกรณีที่ สนามไฟฟ้าคงที่ นั่นคือ $\omega = 0$ จะได้

$$\frac{d}{dt}(\vec{D} - \epsilon_\infty \vec{E}) = 0$$

และ

$$\vec{D} = \epsilon_s \vec{E}$$

(๑.๔.๑๓)

ดังนั้นจากสมการ (๑.๔.๑๒) และ (๑.๔.๑๓) เราได้ว่า

$$i\omega \tau (\epsilon_s - \epsilon_\infty) = \epsilon_s - \epsilon_\infty \quad (๑.๔.๑๔)$$

แทนสมการ (๑.๔.๑๔) ลงในสมการ (๑.๔.๑๒) จะได้

$$\tau \frac{d}{dt}(\vec{D} - \epsilon_\infty \vec{E}) + (\vec{D} - \epsilon_\infty \vec{E}) = (\epsilon_s - \epsilon_\infty) \vec{E} \quad (๑.๔.๑๕)$$

จากสมการ (๑.๔.๑๒) และอาศัยความสัมพันธ์

$$\vec{D} = \epsilon(\omega) \vec{E} \quad (๑.๔.๑๖)$$

ดังนั้น ถ้าแทน $\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i\omega t}$ แล้วหาอนุพันธ์

$$\frac{d\vec{D}}{dt} = i\omega \epsilon(\omega) \vec{E} \quad (๑.๔.๑๗)$$

ดังนั้น ถ้าแทนสมการ (๑.๔.๑๖), (๑.๔.๑๖) และ (๑.๔.๑๗) ลงในสมการ (๑.๔.๑๕) จะได้

$$\epsilon(\omega) - \epsilon_\infty = \frac{\epsilon_s - \epsilon_\infty}{1 + i\omega\tau} \quad (๑.๔.๑๘)$$

จากสมการ (๑.๔.๑๘) $\epsilon(\omega)$ เขียนในรูปเชิงซ้อนได้

$$\epsilon^*(\omega) = \left[\epsilon_\infty + \frac{\epsilon_s - \epsilon_\infty}{1 + \omega^2 \tau^2} \right] - i \left[\frac{(\epsilon_s - \epsilon_\infty) \omega \tau}{1 + \omega^2 \tau^2} \right] \quad (๑.๔.๑๙)$$

ดังนั้น พิจารณาค่าจริงและค่าจินตภาพของสมการ (๑.๔.๑๙) เราได้



$$\epsilon'(\omega) = \epsilon_\infty + \frac{(\epsilon_s - \epsilon_\infty)}{1 + \omega^2 \tau^2} \quad (๑.๔.๒๐)$$

$$\epsilon''(\omega) = \frac{(\epsilon_s - \epsilon_\infty) \omega \tau}{1 + \omega^2 \tau^2} \quad (๑.๔.๒๑)$$

จากสมการ (๑.๔.๔) จะได้ว่า

$$\tan \delta = \frac{\epsilon''}{\epsilon'} = \frac{(\epsilon_s - \epsilon_\infty) \omega \tau}{(\epsilon_s + \epsilon_\infty \omega^2 \tau^2)} \quad (๑.๔.๒๒)$$

สมการ (๑.๔.๒๐), (๑.๔.๒๑) และ (๑.๔.๒๒) เรียกว่าสมการของเดบาย (Debye's equation) สมการ (๑.๔.๒๒) เป็นสมการซึ่งบอกถึงการสูญเสียพลังงานคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า จากสมการ (๑.๔.๒๑) และ (๑.๔.๒๒) เราได้

$$\frac{\epsilon''(\omega)}{\epsilon'(\omega) - \epsilon_\infty} = \omega \tau$$

หรือ

$$\epsilon'(\omega) = \epsilon_\infty + \frac{\epsilon''(\omega)}{\omega \tau} \quad (๑.๔.๒๓)$$

จากสมการ (๑.๔.๒๓) และอาศัยความสัมพันธ์ $K = \epsilon/\epsilon_0$ จะได้

$$K'(\omega) = K_\infty + \frac{K''(\omega)}{\omega \tau} \quad (๑.๔.๒๔)$$

สมการ (๑.๔.๒๔) นี้จะเป็นสมการสำคัญที่เราจะใช้ต่อไป

๑.๕ โคลloid โคลloidโม่เมนต์ และโพลาริไซเซชันที่อุณหภูมิต่าง ๆ ^{๖, *}

ในระบบ C.G.S. สนามไฟฟ้า \vec{E} และการจลิตทางไฟฟ้า \vec{D} มีความสัมพันธ์กันโดย

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E} \quad (๑.๕.๑)$$

* หมายเหตุ เนื่องจากเอกสารทางวิชาการส่วนใหญ่เกี่ยวกับการวิจัยในเรื่องนี้ยังเขียนอยู่ในระบบ C.G.S. รวมทั้งเอกสารอ้างอิงหมายเลข ๒ ซึ่งประกอบวิทยานิพนธ์นี้ด้วย เพื่อความสะดวกในหัวข้อ ๑.๔ และ ๑.๖ จึงเขียนไว้ในระบบ C.G.S. ความเกี่ยวข้องของค่าคงที่ฉนวนและค่า โคลloidโม่เมนต์ทางไฟฟ้าระหว่างหน่วยในระบบ C.G.S. และ SI จะเขียนไว้โดยละเอียดในตอนท้ายของหัวข้อ ๑.๖

โดย ϵ คือค่าคงที่ฉนวน ซึ่งเป็นตัวเลขไม่มีหน่วย และโพลาไรซ์เซชัน \vec{P} มีความสัมพันธ์กับ \vec{D} และ \vec{E} ดังสมการ

$$\vec{D} = \vec{E} + 4\pi\vec{P} \quad (๑.๕.๒)$$

และ

$$\epsilon - 1 = \frac{4\pi P}{E} \quad (๑.๕.๓)$$

โดย \vec{P} มีหน่วยเป็น $\text{esu} \cdot \text{cm} / \text{cm}^3$ หรือ esu / cm^2

เมื่อโมเลกุลวางตัวอยู่ในสนามไฟฟ้า E_{loc} จะถูกเหนี่ยวนำทำให้เกิดไดโพลโมเมนต์ของโมเลกุลขึ้น ซึ่งเขียนได้เป็น

$$\vec{\mu} = \alpha \vec{E}_{loc} \quad (๑.๕.๔)$$

E_{loc} นี้มีค่าต่างจากสนาม E หรือสนามเฉลี่ยที่เราวัดได้ \propto หมายถึง ความสามารถในการโพลาไรซ์ (polarizability) เขียนได้เป็น

$$\alpha = \alpha_0 + \frac{\mu^2}{3kT} \quad (๑.๕.๕)$$

โดยที่ α_0 เป็นความสามารถในการโพลาไรซ์อันเกิดจากการเหนี่ยวนำของสนามไฟฟ้าทำให้เกิดไดโพลเหนี่ยวนำ และเทอม $\mu^2/3kT$ เป็นความสามารถในการโพลาไรซ์อันเนื่องมาจากไดโพลถาวรทางไฟฟ้า พบว่าเทอมนี้ขึ้นอยู่กับ T ซึ่งเป็นอุณหภูมิสมบูรณ์ของสาร จะเห็นว่ายิ่งอุณหภูมิสูงขึ้นค่านี้จะลดลงเรื่อย ๆ จนหมดไปเมื่ออุณหภูมิมาก ๆ ถึงขนาดหนึ่ง และ k เป็นค่าคงที่ของโบลทซ์มานน์ (Boltzmann's constant) มีค่าประมาณ $๑.๓๘๐๖ \cdot ๑๐^{-๒๓} \text{J/K}$

จากการวิเคราะห์การเกิดโพลาไรซ์ของทรงกลมของสารซึ่งมีค่าคงที่ฉนวน ϵ ในสนามไฟฟ้าคงที่ \vec{E} โดยอาศัยเพียงทฤษฎีทางไฟฟ้าในระบบมหภาค เคลลาเซียส และโมโซตติ (Clausius and Mosotti) ได้ความสัมพันธ์

$$\left(\frac{\epsilon-1}{\epsilon+2}\right) \frac{M}{d} = \frac{4\pi N}{3} \alpha = P \quad (๑.๕.๖)$$

โดยที่ M เป็นมวลโมเลกุลของสาร d เป็นความหนาแน่นของสาร และ N เป็นเลขอวกาศโครวีงเป็นจำนวนโมเลกุลของสารใน ๑ โมล

จากสมการ (๑.๕.๖) P เรียกว่า โมลาโพลาริเซชัน (Molar polarization) มีหน่วยเป็นปริมาตร P เป็นปริมาณสำคัญที่เราจะใช้วิเคราะห์ต่อไป
แทนค่าสมการ (๑.๕.๕) ลงในสมการ (๑.๕.๖)

$$P = \frac{4\pi N}{3} \left(\alpha_0 + \frac{\mu^2}{3kT} \right)$$

หรือ

$$P = \frac{4\pi N \alpha_0}{3} + \frac{4\pi N \mu^2}{9kT} \quad (๑.๕.๗)$$

จากสมการ (๑.๕.๗) จะได้ว่าผลรวมของการโพลาริเซชันประกอบด้วยสองเทอม เทอม $\frac{4\pi N \alpha_0}{3}$ เป็นโพลาริเซชันที่เกิดจากไดโพลเหนี่ยวนำเกิดขึ้นที่อิเล็กตรอนและอะตอมส่วนเทอม $\frac{4\pi N \mu^2}{9kT}$ เป็นโพลาริเซชันที่เกิดจากไดโพลถาวรซึ่งเกิดขึ้นที่โมเลกุลของสารนั้น นั่นคือ

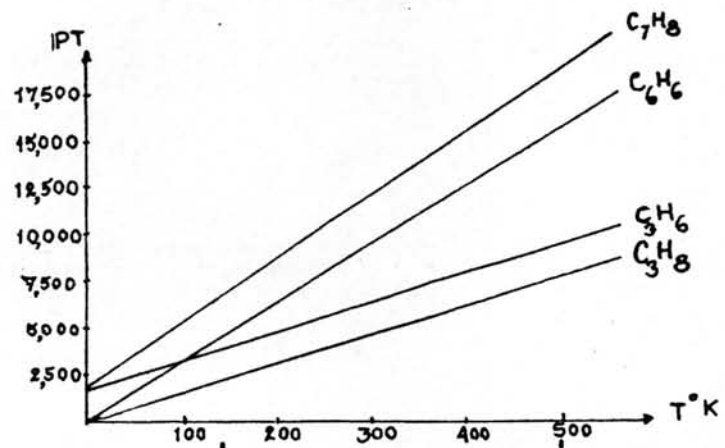
$$P_E + P_A = \frac{4}{3} \pi N \alpha_0 \quad (๑.๕.๘)$$

$$P_M = \frac{4\pi N \mu^2}{9kT} \quad (๑.๕.๙)$$

โดยที่ P_E , P_A และ P_M เป็นโพลาริเซชันของอิเล็กตรอน อะตอมและโมเลกุลตามลำดับ จากสมการที่(๑.๕.๗)เขียนใหม่ได้เป็น

$$P_T = \left(\frac{4\pi N \alpha_0}{3} \right) T + \frac{4\pi N \mu^2}{9k} \quad (๑.๕.๑๐)$$

สมการ(๑.๕.๑๐)นี้สามารถตรวจสอบค่าต่าง ๆ ว่ามีไดโพลและโมเมนต์ไดโพลอยู่ โดยการทดลองหาค่า P_T ของสารที่อุณหภูมิต่าง ๆ แล้วนำค่าเหล่านี้มาเขียนกราฟระหว่าง P_T กับ T จากสมการ (๑.๕.๑๐) พบว่าสมการมีความชันเป็น $\frac{4\pi N \alpha_0}{3}$ ตัดแกน P_T ที่จุด $\frac{4\pi N \mu^2}{9k}$ จะเห็นว่าถ้ากราฟผ่านจุดศูนย์หมายความว่า $\frac{4\pi N \mu^2}{9k} \rightarrow 0$ นั่นคือ $\mu \rightarrow 0$ แสดงว่าสารนั้นไม่มีไดโพลถาวร อยู่ในโมเลกุลเหนี่ยวนำดังตัวอย่างที่แสดงในรูป (๑.๕.๑)



รูปที่ ๑.๕.๑ แสดงกราฟระหว่าง PT และ T ของสารต่าง ๆ

จากกราฟข้างบนเราพบว่าโปรเพน (propane) เบนซีน (benzene) เป็นสารที่ไม่มีโคโพลีเมอร์ ส่วนโพรพิลีน (propylene) และโทลูอีน (toluene) เป็นสารที่มีโคโพลีเมอร์

๑.๖ โมเมนต์ของโคโพลีที่อยู่ในสารละลาย

ในสารโคโพลิเลคทริกที่เป็นของเหลวโมเลกุลจะอยู่ใกล้ชิดกันมาก และถ้าสารนั้นมีโคโพลีเมอร์อยู่ด้วยแล้วจะทำให้โคโพลีที่อยู่ข้างเคียงมีอันตรกิริยาระหว่างกัน ดังนั้นเมื่อเราต้องการศึกษาสมบัติโมเลกุลอิสระของสารพวกนี้จำเป็นต้องลดแรงกระทำระหว่างกันที่เกิดจากโคโพลีเมอร์ให้มีค่าน้อยที่สุดเท่าที่จะทำได้ เราแยกโคโพลีของสารโคโพลิเลคทริกให้ห่างออกจากกันโดยละลายสารที่จะศึกษาในสารที่ไม่มีโคโพลีเมอร์

พิจารณาของผสมซึ่งมีสารสองชนิดผสมกันเราให้สารที่หนึ่ง เป็นตัวทำละลายและสารที่สอง เป็นตัวถูกละลาย ความสัมพันธ์ระหว่างค่าคงที่ผสมกับค่าโพลาไรเซชันของสารแสดงโดยคลอว์ซ์เซียส และโมไซกกี ไวคิงสมการ

$$\frac{\epsilon - 1}{\epsilon + 2} = P = \frac{4\pi}{3} n \alpha \tag{๑.๖.๑}$$

โดย n เป็นจำนวนโมเลกุลใน ๑ ลูกบาศก์เซนติเมตร ซึ่งเขียนได้เป็น

$$n = \frac{Nd}{M} \tag{๑.๖.๒}$$

เมื่อ N เป็นเลขอวกาศ d เป็นความหนาแน่น M เป็นน้ำหนักโมเลกุลแทนสมการ (๑.๖.๒) ลงในสมการ (๑.๖.๑) จะได้

$$\frac{\epsilon - 1}{\epsilon + 2} \frac{M}{d} = \frac{4}{3} \pi N \alpha \tag{๑.๖.๓}$$

จากสมการ (๑.๖.๑), (๑.๖.๒) และ (๑.๖.๓) เป็นสมการสำหรับสารเพียงสารเดียวถ้าเป็น
สารผสมแล้ว สมการ (๑.๖.๑) กลายเป็น

$$\frac{E-1}{E+2} = P_1 + P_2 = \frac{4}{3}\pi n_1 \alpha_1 + \frac{4}{3}\pi n_2 \alpha_2 \quad (๑.๖.๔)$$

โดยที่ค่าโพลาไรเซชันที่เกิดขึ้นจะเป็นผลรวมของค่าโพลาไรเซชันขององค์ประกอบทั้งสอง ซึ่งเขียนได้
เป็น $P_1 = \frac{4}{3}\pi n_1 \alpha_1$ และ $P_2 = \frac{4}{3}\pi n_2 \alpha_2$ ตามลำดับโดยที่ n_1 และ n_2 เป็นจำนวนโมเลกุล
ในหนึ่งลูกบาศก์เซนติเมตรของสารที่หนึ่งและสองตามลำดับ α_1 และ α_2 เป็นความสามารถใน
การโพลาไรซ์ของสารที่หนึ่งและสองตามลำดับ

ถ้าเราพิจารณาส่วนผสมเป็น สัดส่วนโมล (mole fraction) โดยความเข้มข้น

$$c_1 = \frac{n_1}{n_1 + n_2} \quad (๑.๖.๕ ก.)$$

$$c_2 = \frac{n_2}{n_1 + n_2} \quad (๑.๖.๕ ข.)$$

ซึ่ง c_1 และ c_2 เป็นสัดส่วนโมลของสาร ๑ และสาร ๒ ตามลำดับ สมการ (๑.๖.๕) สามารถ
เขียนใหม่ได้เป็น

$$n_1 = c_1(n_1 + n_2) \quad (๑.๖.๖)$$

$$n_2 = c_2(n_1 + n_2) \quad (๑.๖.๗)$$

เอาสมการ (๑.๖.๕ ก.) บวกกับสมการ (๑.๖.๕ ข.) จะได้ดังนี้

$$c_1 + c_2 = \frac{n_1}{n_1 + n_2} + \frac{n_2}{n_1 + n_2} = 1. \quad (๑.๖.๘)$$

จากสมการ (๑.๖.๕ ก.) และ (๑.๖.๘) จัดเทอมใหม่ได้เป็น

$$n_1 = \frac{c_1 n_2}{1 - c_1} = \frac{c_1 n_2}{c_2} \quad (๑.๖.๙)$$



จากสมการ (๑.๖.๖) และ (๑.๖.๙) จะได้

$$d = \frac{n_1 M_1}{N} + \frac{n_2 M_2}{N} = \frac{n_2}{N c_2} (c_1 M_1 + c_2 M_2)$$

หรือ

$$n_2 = \frac{d N c_2}{(c_1 M_1 + c_2 M_2)} \quad 004190 \quad (๑.๖.๑๐)$$

แทนสมการ (๑.๖.๑๐) ลงใน (๑.๖.๙) จะได้

$$n_1 = \frac{d N c_1}{(c_1 M_1 + c_2 M_2)} \quad (๑.๖.๑๑)$$

แทนสมการ (๑.๖.๑๐) และ (๑.๖.๑๑) ลงใน (๑.๖.๘) จะได้

$$\frac{\epsilon - 1}{\epsilon + 2} = \frac{4}{3} \pi \frac{d N c_1 \alpha_1}{(c_1 M_1 + c_2 M_2)} + \frac{4}{3} \pi \frac{d N c_2 \alpha_2}{(c_1 M_1 + c_2 M_2)}$$

$$\frac{\epsilon - 1}{\epsilon + 2} \frac{c_1 M_1 + c_2 M_2}{d} = \frac{4}{3} \pi N c_1 \alpha_1 + \frac{4}{3} \pi N c_2 \alpha_2$$

$$= c_1 P_1 + c_2 P_2 = P_{12}$$

(๑.๖.๑๒)

โดยกำหนดให้

$$P_1 = \frac{4}{3} \pi N \alpha_1$$

(๑.๖.๑๓ ก)

$$P_2 = \frac{4}{3} \pi N \alpha_2$$

(๑.๖.๑๓ ข)

เราเรียก P_1 และ P_2 เป็น โมลาโพลาไรเซชัน (molar polarization) และ P_{12} เป็น โพลาไรเซชันของของผสม ในการทดลองเราวัด P ของของผสม เราอาศัยความสัมพันธ์จากสมการ (๑.๖.๘) แทนลงใน (๑.๖.๑๒) เราสามารถหา P_{12} ได้ดังนี้

$$P_{12} = P_1 + (P_2 - P_1) C_2 \quad (๑.๖.๑๔)$$

ดังนั้นถ้าเราทราบค่าโพลาริเซชันของสารละลาย (P_2) แล้ว เราสามารถนำไปคำนวณหาค่าโพลาริเซชันต่อโมลของตัวถูกละลายได้ กล่าวคือ ถ้าเราเขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง P_{12} กับ C_2 และถ้าเราสามารถขยายเส้นกราฟ (extrapolated) ไปถึงจุดที่ C_2 เข้าใกล้ศูนย์ ทำให้เราสามารถคำนวณหา P_2 ได้ เมื่อแรงกระทำระหว่างโคโพลาร์กระทำกันมีค่าน้อยมากจนตัดทิ้งไม่ได้

กักเกนไฮม์ (Guggenheim)^{5,6} โดยอาศัยวิธีการของเคอบาย โดยการเขียนกราฟระหว่าง โคโพลโมเมนต์ กับ ความเข้มข้น ทำให้สามารถคำนวณโคโพลโมเมนต์ได้ดังนี้

$$\mu = \frac{gkT}{4\pi N} \left(\frac{3}{(\epsilon_1 + 2)(n_1^2 + 2)} \right) \left[\frac{d\Delta}{dc} \right]_{c \rightarrow 0} \quad (๑.๖.๑๕)$$

เมื่อ μ = ค่าโมเมนต์ของโคโพลของตัวถูกละลาย
 ϵ_1 = ค่าคงที่ไดอิเล็กตริกของตัวทำละลาย
 n_1 = ครรชนหักเห (refractive index) ของตัวทำละลาย
 c = ความเข้มข้นของตัวถูกละลายเป็น โมลต่อลูกบาศก์เซนติเมตร ของสารละลาย
 ϵ = ค่าคงที่ไดอิเล็กตริกของสารละลาย

และ

$$\Delta = (\epsilon - n^2) - (\epsilon_1 - n_1^2) \quad (๑.๖.๑๖)$$

เราอาจหาโคโพลโมเมนต์ของสาร โดยการเปลี่ยนความเข้มข้นของสารละลายไปเรื่อย ๆ จากนั้นวัดค่า ϵ และ n_1 ของสารละลายที่ความเข้มข้นน้อย ๆ ต่าง ๆ เราอาจใช้สมการ (๑.๖.๑๕) หา μ ของสารได้

ในกรณีของสนามไฟฟ้ากระแสสลับความถี่สูง ๆ เคอบายพบว่าสมการ (๑.๕.๓) อาจเขียนได้เป็น

$$\frac{\epsilon^* - 1}{\epsilon^* + 2} \frac{M}{d} = P(\omega) = \frac{4}{3} \pi N \alpha_0 + \frac{4}{9} \pi N \mu^2 \frac{1}{gkT} \frac{1}{(1 + i\omega\tau)} \quad (๑.๖.๑๗)$$

อาจสังเกตได้ว่า สมการ (๑.๕.๓) แตกต่างจากสมการ (๑.๖.๑๗) เพียงแต่ไม่มีเทอม $(1 + i\omega\tau)$

ป็นอยู่ ถ้าเราพิจารณาการโพลาไรซ์ที่ความถี่ศูนย์และที่ความถี่อนันต์ เราจะได้

$$\frac{\epsilon_0 - 1}{\epsilon_0 + 2} \frac{M}{d} = \rho(0) = \frac{4}{3} \pi N \alpha_0 + \frac{4}{9} \frac{\pi N \mu^2}{kT} \quad (๑.๖.๑๘)$$

$$\frac{\epsilon_\infty - 1}{\epsilon_\infty + 2} \frac{M}{d} = \rho(\infty) = \frac{4}{3} \pi N \alpha_0 \quad (๑.๖.๑๙)$$

โดยอาศัยความสัมพันธ์

$$\epsilon^* = \epsilon' - i\epsilon'' \quad (๑.๖.๒๐)$$

แทนสมการ (๑.๖.๑๘) (๑.๖.๑๙) และ (๑.๖.๒๐) ลงใน (๑.๖.๑๗) เราจะได้

$$\epsilon' = \epsilon_\infty + \frac{\epsilon_0 - \epsilon_\infty}{1 + X^2} \quad (๑.๖.๒๑)$$

$$\epsilon'' = \frac{(\epsilon_0 - \epsilon_\infty) X}{1 + X^2} \quad (๑.๖.๒๒)$$

โดยที่

$$X = \frac{\epsilon_0 + 2}{\epsilon_\infty + 2} \omega \tau \quad (๑.๖.๒๓)$$

พบว่า ϵ ที่ได้ข้างบนคล้ายคลึงกับที่กล่าวในสมการ (๑.๔.๒๐) และ (๑.๔.๒๑.) ซึ่งได้มาจากวิธีการง่าย ๆ โดย Fröhlich เพื่อที่จะหาความถี่ซึ่งทำให้ ϵ'' มีค่าสูงสุด หรือความถี่ซึ่งอัตราการสูญเสียพลังงานมีค่ามากที่สุด เราหาอนุพันธ์ของสมการ (๑.๖.๒๒) เทียบกับความถี่ เราจะได้

$$\frac{d\epsilon''}{d\omega} = (\epsilon_0 - \epsilon_\infty) \left\{ \frac{(1 - X^2)}{(1 + X^2)^2} \right\} \frac{dX}{d\omega} \quad (๑.๖.๒๔)$$

ถ้าเราพิจารณา ϵ''_{\max} นั่นคือ $\frac{d\epsilon''}{d\omega} = 0$ ดังนั้นเราจะได้ $X = 1$ สมการ (๑.๖.๒๓) กลายเป็น

$$\frac{E_0 + 2}{E_0 + 2} \omega \tau = 1.$$

$$\tau = \frac{E_0 + 2}{E_0 + 2} \frac{1}{\omega_m}$$

(๑.๖.๒๕)

เราอาจสังเกตสมการ (๑.๕.๒๖) และ (๑.๖.๒๕) จะแตกต่างกันเพียง $\frac{E_0 + 2}{E_0 + 2}$ แต่จากการทดลองพบว่าสมการ (๑.๕.๒๖) ซึ่งมีรูปฟอร์มง่าย ๆ โพลซึ่งถูกต้องกับความจริงมากกว่า

ในอีกแง่หนึ่ง เคาซมันน์ (Kauzmann)⁶ ศึกษาวิเคราะห์การเปลี่ยนทิศของโคโพล โดยอาศัย เรท พีเอ็มเอนา (rate phenomena) เขาพบว่าการโพลไรซ์ $\bar{p}(t)$ ที่เวลา t ใด ๆ สามารถเขียนเป็น

$$\bar{p}(t) = \bar{p}_0 e^{-k_0 t}$$

(๑.๖.๒๖)

โดยที่ \bar{p}_0 เป็นการโพลไรซ์ที่เวลา $t=0$

k_0 เป็นอัตราคงที่ของปฏิกิริยาของโคโพลซึ่งเป็นการเปลี่ยนสถานะของโคโพลต่อเวลา

จากสมการ (๑.๖.๒๖) ถ้า $\bar{p}(t)$ สลายเป็น \bar{p}_0/e นั่นคือ

$$k_0 t = 1.$$

หรือ

$$t = \frac{1}{k_0} = \tau$$

(๑.๖.๒๗)

เมื่อ τ เป็นเวลาแห่งการผ่อนคลาย

แทนสมการ (๑.๖.๒๗) ลงในสมการ (๑.๖.๒๖) จะได้

$$\bar{p}(t) = \bar{p}_0 e^{-t/\tau}$$

(๑.๖.๒๘)

เดวิดสัน สามารถแสดงได้ว่า อัตราการเปลี่ยนแปลงของโพลาไรเซชันต่อลูกบาศก์เซนติเมตร (\vec{P}_m) ไปด้วยเวลา หลังจากที่มีสนามไฟฟ้าคงที่ \vec{E} ใกล้เคียงศูนย์ที่เวลา $t=0$ อาจเขียนได้เป็น

$$\frac{d\vec{P}_m}{dt} = -k_0 \left(\frac{\epsilon_\infty + 2}{\epsilon_0 + 2} \right) \vec{P}_m = -k'_0 \vec{P}_m \quad (๑.๖.๒๙)$$

และในกรณีที่สนามไฟฟ้ายังคงอยู่

$$\frac{d\vec{P}_m}{dt} = -k'_0 \left(\vec{P}_m - N_1 \frac{\mu^2}{3kT} \frac{\epsilon_0 + 2}{3} \vec{E} \right) \quad (๑.๖.๓๐)$$

สำหรับสนามกระแสสลับ

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \cos \omega t \quad (๑.๖.๓๑)$$

จากสมการข้างบนจะได้ว่า

$$\vec{P}_1 = N_1 \alpha_0 \left(\vec{E}_0 + \frac{4\pi\vec{P}_1}{3} \right) + \frac{N_1 \mu^2 / 3kT}{(1+i\omega\tau)/k'_0} \frac{\epsilon_0 + 2}{3} \vec{E}_0 \quad (๑.๖.๓๒)$$

โดยใช้ความสัมพันธ์ $\vec{P} = (\epsilon - 1)\vec{E}/4\pi$ และสมการ (๑.๖.๑๘) และ (๑.๖.๑๘) จากสมการข้างบนเราจะได้ว่า

$$\epsilon^* = \epsilon_\infty + \frac{\epsilon_0 - \epsilon_\infty}{1 + i\omega\tau} \quad (๑.๖.๓๓)$$

โดย

$$\tau' = \frac{\epsilon_0 + 2}{\epsilon_\infty + 2} \tau \quad (๑.๖.๓๔)$$

จะเห็นได้ว่าผลของเดวิดสัน เหมือนกับที่ได้โดย เกอบาย

ในการศึกษา ϵ ของสารละลาย โดยการวิเคราะห์เช่นเดิม เกอบายพบว่าโพลาไรเซชันเนื่องจากสารโพลาไรจะเป็น

$$\vec{P}_m = \frac{CN_1 \mu^2 / 3kT}{1 + i\omega\tau} \frac{\epsilon_0 + 2}{3} \vec{E}_0 \quad (๑.๖.๓๕)$$

ดังนั้นแทนสมการ (๑.๖.๓๕) ลงในเทอมที่สองของสมการ (๑.๖.๓๒) เราจะได้

$$\epsilon' = \epsilon_{\infty} + \frac{4\pi e N_1 \mu^2 (\epsilon_0 + 2)(\epsilon_{\infty} + 2)}{27kT(1 + \omega^2 \tau^2)} \quad (\text{๑.๖.๓๖})$$

$$\epsilon'' = \frac{4\pi e N_1 \mu^2 (\epsilon_0 + 2)(\epsilon_{\infty} + 2)}{27kT(1 + \omega^2 \tau^2)} \quad (\text{๑.๖.๓๗})$$

จากสมการ (๑.๖.๓๖) และ (๑.๖.๓๗) เราอาจเขียนได้ว่า

$$\epsilon'_s = \epsilon_{\infty} + a'c \quad (\text{๑.๖.๓๘})$$

$$\epsilon''_s = a''c \quad (\text{๑.๖.๓๙})$$

และอาจเขียนได้ว่า

$$\epsilon'_{s\infty} = \epsilon_{\infty} + a_{\infty}c \quad (\text{๑.๖.๔๐})$$

จากสมการ (๑.๖.๓๘), (๑.๖.๓๙) และ (๑.๖.๔๐) จะได้ว่า

$$\frac{\epsilon'_s - \epsilon'_{s\infty}}{\epsilon'_s} = \frac{a'c - a_{\infty}c}{a'c} = \frac{a' - a_{\infty}}{a'} \quad (\text{๑.๖.๔๑})$$

และจากสมการ (๑.๖.๓๙) เราได้ว่า

$$\frac{a' - a_{\infty}}{a''} = \frac{1}{\omega\tau} \quad (\text{๑.๖.๔๒})$$

หรือ

$$a' = a_{\infty} + \frac{a''}{\omega\tau} \quad (\text{๑.๖.๔๓})$$

โดย

$$a' = \frac{\Delta \epsilon'_s}{\Delta c} \quad (\text{๑.๖.๔๔})$$

$$a'' = \frac{\Delta \epsilon''_s}{\Delta c} \quad (\text{๑.๖.๔๕})$$

$$a_{\infty} = \frac{\Delta \epsilon_{\infty}}{\Delta c} \quad (\text{๑.๖.๔๖})$$

โดยที่ ϵ' เป็นค่าคงที่ฉนวน (dielectric constant) ของสารละลาย ϵ_∞ เป็นค่าคงที่ฉนวนที่ความถี่แสง (optical dielectric constant) ของสารละลาย และ ϵ'' เป็นค่าคงที่การสูญเสียพลังงาน (dielectric loss) ของสารละลาย

ที่กล่าวข้างบนเป็นทฤษฎีเกี่ยวกับค่าคงที่ฉนวน ค่าโคโพลดาร์และเวลาย้อนคลาย ในแง่ต่าง ๆ การวิเคราะห์ที่ใช้วิธีที่ต่างกันแต่ให้ผลคล้าย ๆ กัน ทฤษฎีส่วนใหญ่มีการประมาณในแง่ต่าง ๆ เข้าเกี่ยวข้อง ความถูกต้องของผลที่ได้จากแต่ละการวิเคราะห์อาจตรวจสอบได้โดยตรงจากการทดลอง สำหรับการวิจัยนี้มุ่งที่จะวัดเวลาย้อนคลายและค่าโคโพลดาร์ทางไฟฟ้าของโมเลกุลอิสระของผลึกเหลว โดยจะใช้แต่เพียงสมการ (๑.๖.๑๕) และ (๑.๖.๑๓) ในการคำนวณเท่านั้น

หน่วยที่ใช้ในวิทยานพนธ์นี้ส่วนใหญ่ที่ใช้เป็นหน่วย SI นอกจากในหัวข้อ ๑.๕ และ ๑.๖ ซึ่งใช้เป็นหน่วย C.G.S. สำหรับในหน่วย SI นั้นค่าคงที่ฉนวน k ซึ่งเป็นตัวเลขไม่มีหน่วยจะมีค่าเท่ากับค่าคงที่ฉนวน ϵ ในหน่วย C.G.S. ในการทดลองในตอนที่ ๕ เราได้ค่าคงที่ฉนวน k ในหน่วย SI ซึ่งจะเป็นค่า ϵ ในหน่วย C.G.S. นั้นเอง แต่ในการคำนวณหาค่า μ โดยใช้สมการ (๑.๖.๑๕) นั้นทำในหน่วย C.G.S. จะให้ค่า μ เป็น $\text{esu}\cdot\text{cm}$ เมื่อได้ค่าคอมแล้วเราสามารถเปลี่ยนเป็น cm ในหน่วย SI ได้ภายหลัง