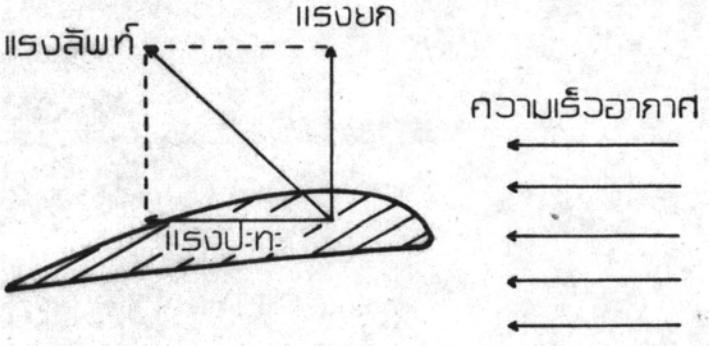
บทที่ 2.

ทฤษฎี

หอสมุดกลาง สถาบันวิทยบริการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

<u>ทฤษฎีพื้นฐานของปีกเฮลิคอปเตอร์</u>

จากทฤษฎีพื้นฐานของปีกเครื่องบินทั่วไป[1] เมื่อมีอากาศเคลื่อนที่ผ่านดังแสดงในรูปที่ 1. จะทำให้เกิดแรงปะทะในทิศทางเดียวกับการเคลื่อนที่ของอากาศ และจะเกิดแรงยกในทิศทางตั้งฉากกับการเคลื่อนที่ของอากาศ สำหรับปีกเฮลิคอปเตอร์นั้นเป็นปีกที่หมุน



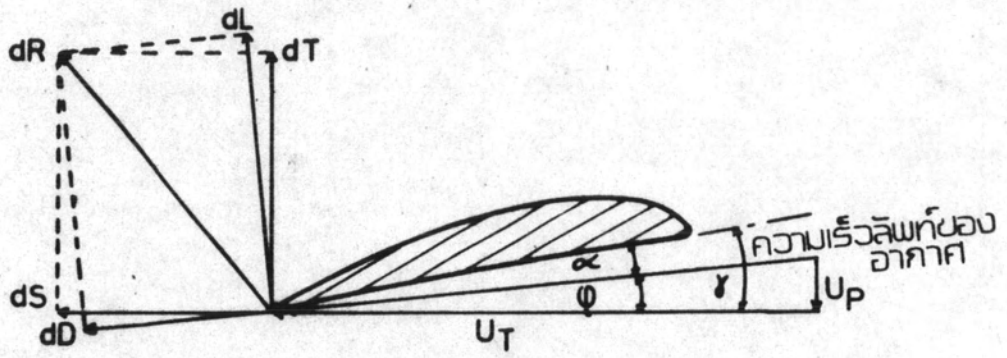
<u>รูปที่ 1.</u> แสดงทิศทางของความเร็วอากาศ, แรงยกและแรงปะทะที่กระทำต่อปีกเครื่องบิน

รอบแกนโรเตอร์ ดังนั้นจึงมีความเร็วของอากาศทั้งหมด 3 ทิศทางที่มากระทำต่อปีก คือ ทิศทางสัมผัสกับรัศมีการหมุนของปีก, ทิศทางตั้งฉากกับการหมุนของปีก และทิศทางขนานกับแกนของปีก ซึ่งจะทำให้เกิดแรงยกและแรงปะทะดังรูปที่ 2. ความเร็วของอากาศทั้ง 3 ทิศทางนี้ จะทำให้อยู่ในรูปของสัญญลักษณ์ที่ไม่มีหน่วย ซึ่งสัญญลักษณ์นี้จะคิดเทียบกับความเร็วเชิงเส้นที่ปลายสุดของปีก (ΩR)[2] สัญญลักษณ์เหล่านี้คือ

U_T = ความเร็วที่ไม่มีหน่วยของอากาศในแนวสัมผัสกับรัศมีการหมุนของปีก

U_P = ความเร็วที่ไม่มีหน่วยของอากาศในแนวตั้งฉากกับการหมุนของปีก

U_S = ความเร็วที่ไม่มีหน่วยของอากาศในแนวแกนของปีก



รูปที่ 2. แสดงทิศทางของความเร็วอากาศ, แรงยกและแรงปะทะ ที่กระทำต่อปีกเฮลิคอปเตอร์

ความเร็วลัพท์ของอากาศที่ตั้งฉากกับแกนปีก จะหาได้โดยการรวมความเร็วทางเวคเตอร์ของ U_T กับ U_P ซึ่งทำให้เกิดแรงปะทะ dD กับแรงยก dL ในทิศทางขนานและตั้งฉากกับความเร็วลัพท์ของอากาศ ดังรูปที่ 1. ดังนี้

$$dL = \tfrac{1}{2} C_l \rho \Omega^2 R^2 (U_T^2 + U_P^2) c\, dr \qquad (1)$$

$$dD = \tfrac{1}{2} C_d \rho \Omega^2 R^2 (U_T^2 + U_P^2) c\, dr \qquad (2)$$

จากแรงปะทะและแรงยก เราสามารถหาแรงในแนวสัมผัสกับรัศมีการหมุนของปีก dS และตั้งฉากกับการหมุนของปีก dT ได้

$$dT = \tfrac{1}{2} c \rho \Omega^2 R^2 (U_T^2 + U_P^2)(C_l \cos\varphi - C_d \sin\varphi)\, dr \qquad (3)$$

$$dS = \tfrac{1}{2} c \rho \Omega^2 R^2 (U_T^2 + U_P^2)(C_l \sin\varphi + C_d \cos\varphi)\, dr \qquad (4)$$

ในการวิเคราะห์แรงที่มากระทำต่อปีกนี้ ให้ถือว่ามุม φ เป็นมุมที่เล็กมาก ดังนั้น $\cos\varphi \approx 1$, $\sin\varphi \approx \varphi$ และความเร็วลัพท์ของอากาศ มีค่าประมาณเท่ากับ U_T จากสมการ(3) และ (4) จะได้สมการใหม่เป็น

$$dT = \tfrac{1}{2} c \rho \Omega^2 R^2 U_T^2 C_l\, dr \qquad (5)$$

$$dS = \tfrac{1}{2} c \rho \Omega^2 R^2 U_T^2 (\varphi C_l + C_d)\, dr \qquad (6)$$

ความเร็วของอากาศ U_P และ U_T หาได้โดยการพิจารณาปีกเฮลิคอปเตอร์กับทิศทางการเคลื่อนที่ของเฮลิคอปเตอร์ ซึ่งแกนทำมุม β กับระนาบของโรเตอร์ ดังรูปที่ 3. และรูปที่ 4. ซึ่งจะได้ว่า

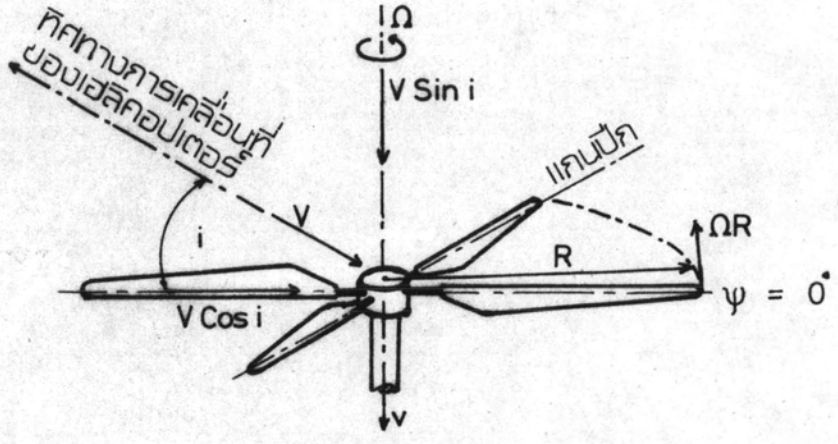
$$U_T \Omega R = \Omega r + V \cos i \sin\psi$$

$$U_T = x + \mu \sin\psi \qquad (7)$$

$$U_P \Omega R = V \sin i + v + (V \cos i)\beta \cos\psi + r \frac{d\beta}{dt}$$

$$U_P = \lambda + x \frac{d\beta}{d\psi} + \mu\beta \cos\psi \qquad (8)$$

เมื่อ $x = r/R$



รูปที่ 3. แสดงทิศทางของความเร็วอากาศในขณะที่เฮลิคอปเตอร์กำลังบินอยู่

มุมยก β จะเปลี่ยนแปลงอยู่ตลอดเวลา เพราะว่าในขณะที่ปีกหมุนไปในทิศทางเดียวกับการเคลื่อนที่ของเฮลิคอปเตอร์ ความเร็วของอากาศในแนวรัศมีของปีกจะมีค่ามาก แรงยกจึงมีค่ามาก แต่ในขณะที่ปีกหมุนกลับในทิศทางสวนทางกับการเคลื่อนที่ของเฮลิคอปเตอร์ ความเร็วของอากาศในแนวรัศมีของปีกจะมีค่าน้อยลง จึงทำให้แรงยกลดลง ซึ่งเป็นผลให้มุมยก β เปลี่ยนแปลงมากน้อยตามลักษณะของ Harmonic motion ดังนี้

$$\beta = a_0 - a_1 \cos\psi - b_1 \sin\psi \qquad (9)$$

เมื่อ a_0 = Coning angle

a_1 และ b_1 = สัมประสิทธิ์การเปลี่ยนแปลงมุมยก

สัมประสิทธิ์ของแรงยกและแรงปะทะจะเป็นไปตามสมการ

$$C_l = a\alpha \qquad (10)$$

$$C_d = \delta_0 + \delta_1\alpha + \delta_2\alpha^2 \qquad (11)$$

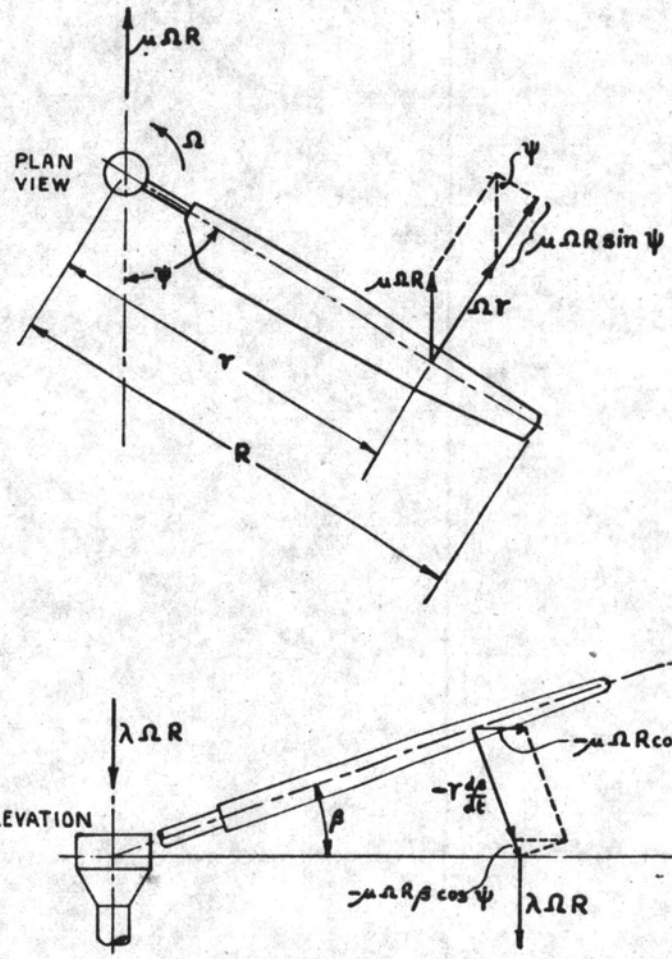
เมื่อ a = Lift slope

$\delta_0, \delta_1, \delta_2$ = สัมประสิทธิ์ของสมการ C_d

α = มุมปะทะของความเร็วลัพท์ของอากาศ

จากรูปที่ 2. มุมปะทะของความเร็วลัพท์ของอากาศ α คือ

$$\alpha = \gamma - \varphi = \gamma - \frac{U_P}{U_T} \qquad (12)$$

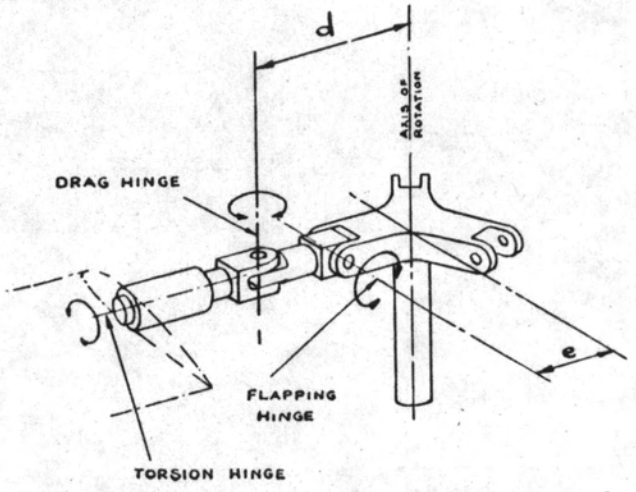


รูปที่ 4. แสดงทิศทางความเร็วของอากาศในแนวสัมผัสกับรัศมี และตั้งฉากกับการหมุนของปีก

<u>แรงต่าง ๆ ที่กระทำต่อปีกเฮลิคอปเตอร์</u>

การพิจารณาแรงต่าง ๆ ที่กระทำต่อปีกเฮลิคอปเตอร์นั้น จะอ้างถึงระบบโรเตอร์

แบบง่าย เรียกว่า ระบบ Fully Articulated Rotor[2] ดังรูปที่ 5. ระบบ Fully Articulated Rotor ประกอบด้วยบานพับ 3 อัน เรียงเป็นลำดับกัน คือ บานพับยกจะอยู่ห่างจากแกนหมุนของโรเตอร์เป็นระยะทาง e, บานพับปะทะอยู่ห่างจากแกนหมุนของโรเตอร์เป็นระยะทาง d และบานพับบิด ซึ่งใช้เปลี่ยนมุมหน้าตัดปีก ϑ ปีกเฮลิคอปเตอร์สามารถเคลื่อนที่รอบบานพับยกได้โดยอิสระ แต่สำหรับบานพับปะทะจะมีแดมเปอร์ไว้คอยรับแรงปะทะของอากาศ



รูปที่ 5. แสดงระบบ Fully Articulated Rotor

ในการหาแรงต่าง ๆ ที่กระทำต่อปีกเฮลิคอปเตอร์นั้น จะคิดแรงให้อยู่ในระบบแกน Rectangular co-ordinate 2 ระบบด้วยกัน ดังรูปที่ 6. ระบบแรกเรียกว่า Hinge system มีแกนต่าง ๆ ดังนี้

S เป็นแกนที่ทับกับแกนของปีก

P เป็นแกนที่ขนานกับแกนของบานพับปะทะ

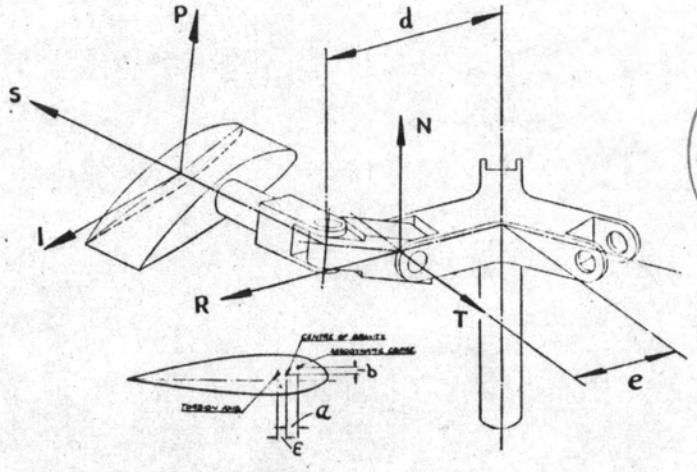
I เป็นแกนที่ตั้งฉากกับแกนของบานพับปะทะ

ระบบที่สองเรียกว่า Rotor system มีแกนต่าง ๆ ดังนี้

R เป็นแกนในแนวรัศมีการหมุนของโรเตอร์

N เป็นแกนในแนวขนานกับแกนหมุนของโรเตอร์

T เป็นแกนในแนวสัมผัสกับรัศมีการหมุนของโรเตอร์



หอสมุดกลาง สถาบันวิทยบริการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

รูปที่ 6. แสดงระบบแกน Rectangular co-ordinate

ประเภทของแรงที่กระทำต่อปีกแบ่งได้เป็น 3 ประเภทคือ แรงเนื่องจาก Aerodynamic, แรงเนื่องจากน้ำหนักตัวปีก และแรง Dynamic

ก. แรงเนื่องจาก Aerodynamic แรงนี้ประกอบด้วย

1. แรงยก

$$dL = \tfrac{1}{2} C_l \rho \Omega^2 R^2 (U_T^2 + U_P^2) c\, dr \qquad (1)$$

2. แรงปะทะ

$$dD = \tfrac{1}{2} C_d \rho \Omega^2 R^2 (U_T^2 + U_P^2) c\, dr \qquad (2)$$

3. โมเมนต์บิดของปีก

$$dM = \tfrac{1}{2} C_m \rho \Omega^2 R^2 (U_T^2 + U_P^2) c^2\, dr \qquad (13)$$

แรงยกและแรงปะทะจะกระทำผ่านจุด Aerodynamic centre ของหน้าตัดปีก ส่วนโมเมนต์บิดจะกระทำรอบแกนที่ขนานกับแกนปีก

ข. แรงเนื่องจากน้ำหนักของตัวปีก แรงนี้เป็นแรงโน้มถ่วงของโลกกระทำต่อปีกผ่านจุดศูนย์ถ่วงของตัวมัน

ค. <u>แรง Dynamic</u> แรงนี้ประกอบด้วย

1. <u>แรงหนีศูนย์กลางของปีก</u> แรงนี้กระทำในแนวรัศมีการหมุนของปีก

$$dF_{CR} = m\Omega^2 r\, dr \qquad (14)$$

2. <u>แรงเฉื่อย</u> แรงเฉื่อยเกิดขึ้นเนื่องจากความเร็วสัมพัทธ์ของปีกรอบบานพับปะทะและบานพับยก ซึ่งทำให้เกิดแรงในแนวขนานกับแกนบานพับปะทะ (P) และแนวตั้งฉากกับแกนบานพับปะทะ (I) แรงทั้งสองนี้จะกระทำผ่านจุดศูนย์ถ่วงของหน้าตัดปีก

$$dF_{IP} = -m\frac{d^2\beta}{dt^2}(r-e)dr \qquad (15)$$

$$dF_{II} = -m\frac{d^2\zeta}{dt^2}(r-d)dr \qquad (16)$$

3. <u>แรง Coriolis</u> แรงนี้กระทำผ่านจุดศูนย์ถ่วงของหน้าตัดปีก

$$dF_{COR.T} = 2m\Omega\frac{d\beta}{dt}\beta(r-e)dr \qquad (17)$$

$$dF_{COR.P} = -2m\Omega qr\,Sin\psi\, dr + 2m\Omega pr\,Cos\psi\, dr \qquad (18)$$

4. <u>โมเมนต์บิดเนื่องจากการหนีศูนย์กลางของปีก</u> โมเมนต์นี้กระทำรอบแกนปีก

$$dM_{CS} = -\Omega^2 P_{xy}dr = -\tfrac{1}{2}\Omega^2(i_x - i_y)Sin2\gamma\, dr \qquad (19)$$

5. <u>โมเมนต์บิดเนื่องจากความเร่งเชิงมุม</u> โมเมนต์บิดนี้เกิดจากความเร่งเชิงมุมของการบิดของปีกรอบจุดศูนย์ถ่วง และกระทำรอบแกนปีก

$$dM_{IS} = -\frac{d^2\gamma}{dt^2}i_o\, dr = -\frac{d^2\gamma}{dt^2}(i_x + i_y)dr \qquad (20)$$

โดยที่: q และ p เป็นอัตราการเอียงของแกนโรเตอร์ในระนาบ Pitching และ Rolling ของโรเตอร์

$m = \frac{dM}{dr}$ = การแพร่กระจายของมวลตามแนวแกนปีก

$i_x = \frac{dI_x}{dr}$, $i_y = \frac{dI_y}{dr}$, $(i_y < i_x)$ = การแพร่กระจายของ Section mass moment of inertia

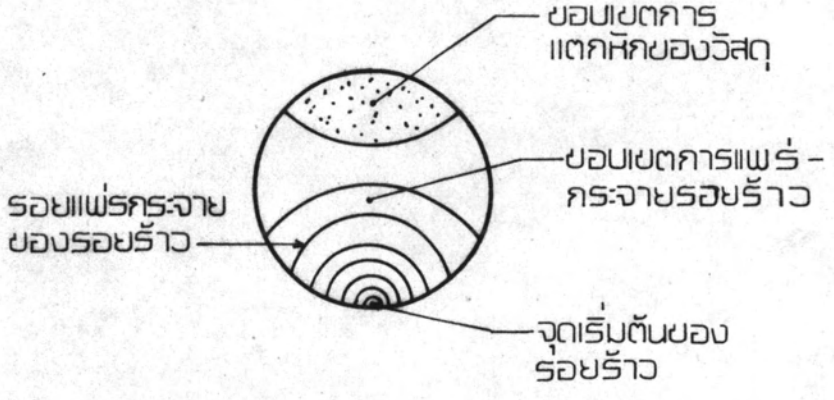
$\frac{d\beta}{dt}, \frac{d^2\beta}{dt^2}$ = ความเร็วและความเร่งเชิงมุมของ Flapping motion

$\frac{d\zeta}{dt}, \frac{d^2\zeta}{dt^2}$ = ความเร็วและความเร่งเชิงมุมของ Dragging motion

r = ระยะทางของหน้าตัดปีกใด ๆ จากแกนของการหมุน

<u>ทฤษฎีความเสียหายเนื่องจากความล้า</u>

เมื่อวัสดุได้รับแรงภายนอกกระทำอย่างเปลี่ยนแปลง โดยที่วัสดุได้รับความเค้นสูงสุดอยู่ภายในขอบเขตของการยืดหยุ่น รอยร้าวจะเริ่มเกิดขึ้นและแพร่กระจายไป จนทำให้วัสดุนั้นแตกหัก ลักษณะการเสียหายของวัสดุเช่นนี้เรียกว่าการเสียหายเนื่องจากความล้า ขอบเขตการเสียหายเนื่องจากความล้ามีอยู่ 3 ขอบเขต[3] ขอบเขตแรกเป็นขอบเขตการเริ่มต้นของรอยร้าว จุดเริ่มต้นของรอยร้าวจะเกิดขึ้นในบริเวณที่มีความเค้นหาแน่นสูงสุด เช่น รู, จุดเปลี่ยนแปลงของหน้าตัดวัสดุอย่างทันทีทันใด, ร่องลิ่มหรือรอยตำหนิ และรอยขีดข่วน เป็นต้น ขอบเขตที่สองเป็นขอบเขตการแพร่กระจายรอยร้าว รอยร้าวจะแพร่กระจายไปในลักษณะของวงปีต้นไม้ และมีผิวเรียบ ขอบเขตที่สามเป็นขอบเขตการแตกหักของวัสดุ เมื่อรอยร้าวแพร่กระจายมากขึ้น ทำให้พื้นที่รับแรงน้อยลง ดังนั้นความเค้นในวัสดุจะเพิ่มขึ้น จนกระทั่งถึงความเค้นดรากของวัสดุ วัสดุนั้นจะเกิดการแตกหักอย่างทันทีทันใด ขอบเขตทั้งสามนี้จะแสดงในรูปที่ 7.



<u>รูปที่ 7.</u> แสดงขอบเขตทั้งสามของการเสียหายเนื่องจากความล้าของวัสดุ

ทฤษฎีความเสียหายเนื่องจากความล้าที่จะบอกถึงขอบเขตทั้งสามที่ได้กล่าวมาแล้วนั้น จะแยกออกตามสภาวะของความเค้นที่กระทำต่อวัสดุ คือ สภาวะของความเค้นแบบแนวแกนเดียว, สองแนวแกน และสามแนวแกน ดังนี้[4]

ก. <u>ความเสียหายเนื่องจากความล้าที่มีอายุการใช้งานยาวนานภายใต้ความเค้นแบบแนวแกนเดียว</u> ขั้นแรกในการที่จะใช้ทฤษฎีความเสียหายเนื่องจากความล้า ภายใต้ความเค้นแบบแนวแกนเดียวนั้น จะต้องหาความเค้นปกติที่เกิดขึ้นในวัสดุเสียก่อน โดยใช้สมการความแข็งแรงของวัสดุ เช่น F/A หรือ Mc/I ค่าความเค้นปกติแบบเปลี่ยนแปลงที่เราต้องการทราบนั้น จะอยู่ในรูปของ ค่าความเค้นสูงสุด และต่ำสุด, ความเค้นสูงสุด และอัตราส่วนของความเค้นต่ำสุดกับความเค้นสูงสุด, ความเค้นสูงสุดและความเค้นเฉลี่ย, ความเค้นสลับและความเค้นเฉลี่ย เมื่อทราบความเค้นปกติแบบเปลี่ยนแปลงแบบใดแบบหนึ่งที่ได้กล่าวมาแล้ว เราจะนำเอาสภาวะความเค้นที่ทราบค่านี้มาเปรียบเทียบกับขอบเขตของความเสียหายดังนี้

1. <u>ขอบเขตการเริ่มต้นของรอยร้าว</u> การเริ่มต้นของรอยร้าวของวัสดุ จะเกิดขึ้นเมื่อผลรวมของขนาดความเค้นเฉือนออคตะฮีดรัลกับความเค้นหลักเฉลี่ยของวัสดุมีค่าเท่ากับ หรือมากกว่าความเค้นเฉือนออคตะฮีดรัลที่ได้จากการทดสอบชิ้นทดสอบที่ได้รับความเค้นแบบแนวแกนเดียวกลับไปกลับมา ด้วยขนาดที่เหมาะสม หารด้วยตัวประกอบของรอยบาก ซึ่งจะได้สมการดังนี้

$$\sigma_a + \frac{m}{\sqrt{2}}\sigma_m \geq \frac{\sigma_N}{K_f} \qquad (21)$$

เมื่อ: σ_N = ความเค้นแบบแนวแกนเดียวกลับไปกลับมาที่มีอายุการใช้งานที่ต้องการ

m = สัมประสิทธิ์ของความเค้นเฉลี่ย

K_f = ตัวประกอบของรอยบาก

σ_a = ความเค้นสลับ

σ_m = ความเค้นเฉลี่ย

ค่าความเค้นสลับ σ_a และความเค้นเฉลี่ย σ_m หาได้จากสมการ

$$\sigma_a = (\sigma_{max.} - \sigma_{min.})/2$$

$$\sigma_m = (\sigma_{max.} + \sigma_{min.})/2$$

2. ขอบเขตการแพร่กระจายของรอยร้าว รอยร้าวของวัสดุจะแพร่กระจายไป เมื่อความเค้นดึงสลับของวัสดุมีค่าเท่ากับหรือมากกว่า ความเค้นดึงสลับวิกฤตที่ทำให้เกิดการแพร่กระจายของรอยร้าว ซึ่งมีสมการดังนี้

$$\sigma_{ta} \geq \sigma_{pc} \qquad (22)$$

เมื่อค่าความเค้นดึงสลับหาได้จากสมการ

$$\sigma_{ta} = (\sigma_{max.tensile} - \sigma_{min.tensile})/2$$

ข้อสังเกต: ค่า $\sigma_{min.tensile}$ มีค่าเท่ากับศูนย์ เมื่อ $\sigma_{min.}$ เป็นความเค้นอัด

3. ขอบเขตการแตกหักของวัสดุ การแตกหักของวัสดุเกิดขึ้นเมื่อผลรวมของความเค้นสลับกับความเค้นเฉลี่ยมีค่าเท่ากับหรือมากกว่าความต้านแรงดึงครากของวัสดุ ซึ่งจะอยู่ในรูปของสมการ

$$\sigma_a + \sigma_m \geq \sigma_y \qquad (23)$$

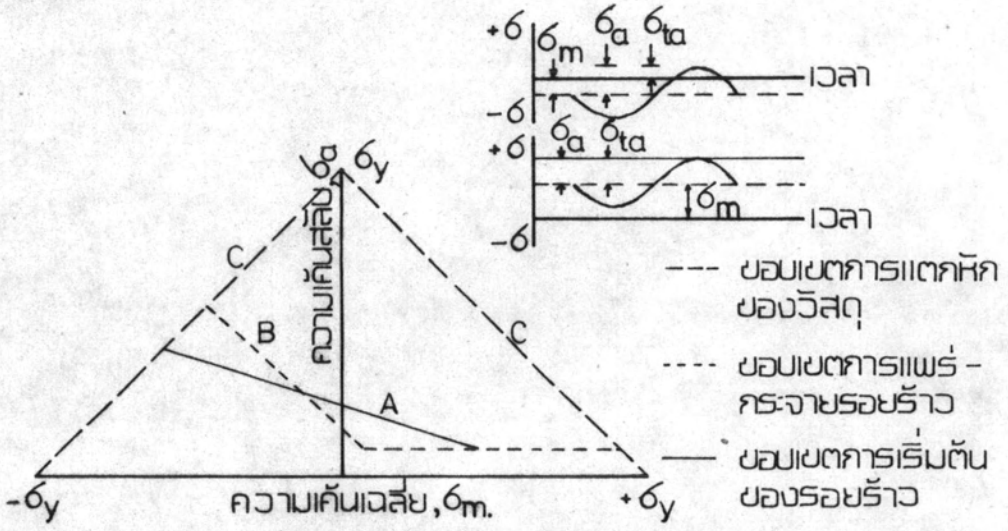
ทฤษฎีความเสียหายเนื่องจากความล้านี้ จะใช้กับวัสดุที่มีแรงกระทำแบบมิติเดียว เช่น การทดสอบด้วยแรงดึง–อัด ในแนวแกนหรือคานหมุนที่ได้รับความเค้นดัด ซึ่งสามารถพล็อตไดอะแกรมระหว่างความเค้นสลับกับความเค้นเฉลี่ยได้ดังรูปที่ 8. ความเค้นสลับจะพล็อตในแนวแกนตั้ง และความเค้นเฉลี่ยจะพล็อตในแนวแกนนอน การพล็อตไดอะแกรมดังรูปที่ 8. นี้ จะแสดงถึงขอบเขตการเสียหายแต่ละขอบเขต ซึ่งอธิบายได้ดังนี้

ขอบเขตการเริ่มต้นของรอยร้าว (สมการที่ 21) จะถูกพล็อตลงในรูปที่ 8. ได้เป็นเส้นตรง A ซึ่งมีความลาดเอียงเป็นสัดส่วนกับค่า m ขอบเขตการแพร่กระจายรอยร้าว คือ เส้น B จะสังเกตได้ว่า ถ้าความเค้นเป็นความเค้นอัด ค่าความเค้นสลับจะมีค่าสูง เส้น B จะเป็นเส้นที่มีค่า σ_{pc} คงที่ตลอด ขอบเขตการแตกหักเนื่องจากความต้านแรงดึงครากจะเป็นเส้น C ในรูปที่ 8.

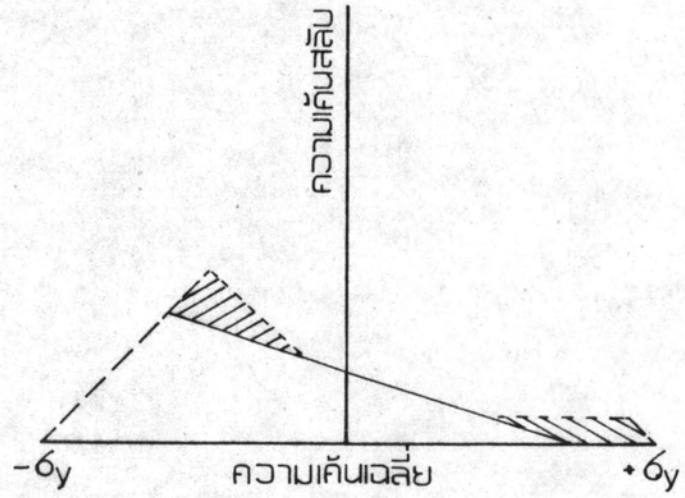
เมื่อเอาขอบเขตทั้งสามมารวมกัน จะได้ดังรูปที่ 9. ถ้ารวมเอาความเค้นเฉลี่ย, ความเค้นตกค้าง และความเค้นสลับ แล้วพล็อตลงในรูปที่ 9. ปรากฏว่าอยู่ในขอบเขตของความเสียหาย แสดงว่าวัสดุจะไม่เกิดความเสียหายขึ้น แต่ถ้าอยู่นอกขอบเขตความเสียหายแล้ว แสดงว่าวัสดุนั้นจะเกิดความเสียหาย ถ้าสภาวะของความเค้นตกอยู่ในบริเวณที่แลเงา แสดงว่าวัสดุเริ่มเกิดรอยร้าว เพราะอยู่นอกขอบเขตการเริ่มต้นของรอยร้าว แต่จะไม่เกิด

หอสมุดกลาง สถาบันวิทยบริการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

การแพร่กระจายของรอยร้าว เนื่องจากความเค้นดึงสลับมีค่าน้อยกว่าความเค้นดึงสลับวิกฤตของขอบเขตการแพร่กระจายรอยร้าว



รูปที่ 8. แสดงการพล็อตของทฤษฎีความเสียหายเนื่องจากความล้า



รูปที่ 9. แสดงการรวมขอบเขตของการเสียหายเนื่องจากความล้า

ข. <u>ความเสียหายเนื่องจากความล้าที่มีอายุการใช้งานยาวนานภายใต้ความเค้นทั่วไป</u> ทฤษฎีความเสียหายเนื่องจากความล้าสามารถใช้กับวัสดุที่ได้รับความเค้นแบบสามมิติ ขอบเขตความเสียหายทั้งสามที่ได้แสดงในหัวข้อนี้ ใช้ได้กับสภาวะ

ความเค้นแบบสามแนวแกนทุกชนิด ในกรณีทั่วไปของสภาวะความเค้นแบบสามแนวแกนนั้น ความเค้นสลับจะมีความถี่และ Phase angle แตกต่างกัน ความเค้นหลักอาจจะเปลี่ยนแปลงไปทั้งขนาดและทิศทาง การเปลี่ยนแปลงความเค้นหลักแต่ละทิศทางนั้นจะแสดงโดยผลรวมของความเค้นเฉลี่ยกับความเค้นสลับ ซึ่งเหมือนกับในข้อ ก.

ขอบเขตการเริ่มต้นของรอยร้าวสำหรับความเค้นสามมิติมีสมการดังนี้

$$[(\sigma_{a1}-\sigma_{a2})^2+(\sigma_{a2}-\sigma_{a3})^2+(\sigma_{a3}-\sigma_{a1})^2]^{1/2}+m(\sigma_{m1}+\sigma_{m2}+\sigma_{m3}) \geq \frac{\sqrt{2}\sigma_N}{K_f} \qquad (24)$$

เมื่อ σ_{a1}, σ_{m1} ; σ_{a2}, σ_{m2} และ σ_{a3}, σ_{m3} เป็นความเค้นสลับและความเค้นเฉลี่ยของความเค้นหลักในทิศทางที่ 1, 2 และ 3 ตามลำดับ สำหรับสภาวะความเค้นแบบสองแนวแกน สมการขอบเขตการเริ่มต้นของรอยร้าวจะลดลงเป็น

$$(\sigma_{a1}^2-\sigma_{a1}\sigma_{a2}+\sigma_{a2}^2)^{1/2}+\frac{m}{\sqrt{2}}(\sigma_{m1}+\sigma_{m2}) \geq \frac{\sigma_N}{K_f} \qquad (25)$$

สมการขอบเขตการแพร่กระจายของรอยร้าวสำหรับความเค้นสามมิติ คือ

$$\begin{aligned} \sigma_{1ta} &\geq \sigma_{pc} \\ \sigma_{2ta} &\geq \sigma_{pc} \\ \sigma_{3ta} &\geq \sigma_{pc} \end{aligned} \qquad (26)$$

003984

เมื่อ σ_{1ta}, σ_{2ta}, σ_{3ta} เป็นความเค้นสลับของความเค้นหลักในทิศทางที่ 1, 2 และ 3 ตามลำดับ

ขอบเขตความแตกหักของวัสดุจะอ้างถึงทฤษฎีความเสียหายความเค้นเฉือนออคตะฮีดรัลสูงสุด ซึ่งกล่าวว่าการเสียหายเนื่องจากการคราก(Yield)ของวัสดุที่ได้รับแรงทั่วไปจะเกิดขึ้นเมื่อความเค้นเฉือนสูงสุดที่เกิดขึ้นในระนาบออคตะฮีดรัล มีค่าเท่ากับหรือมากกว่าความเค้นเฉือนสูงสุดในระนาบออคตะฮีดรัลที่เกิดขึ้นในชิ้นทดสอบของการทดสอบแรงดึงในแนวแกน เมื่อถึงจุดคราก[4] ทฤษฎีนี้เมื่อเขียนอยู่ในรูปของความเค้นหลักจะได้สมการเป็น

$$\tfrac{1}{3}[(\sigma_1-\sigma_2)^2+(\sigma_2-\sigma_3)^2+(\sigma_3-\sigma_1)^2]^{1/2}=\tau_{oct.} \geq \frac{\sqrt{2}}{3}\sigma_y \qquad (27)$$

หรือเขียนอยู่ในรูปของแกน x, y, z จะได้เป็น

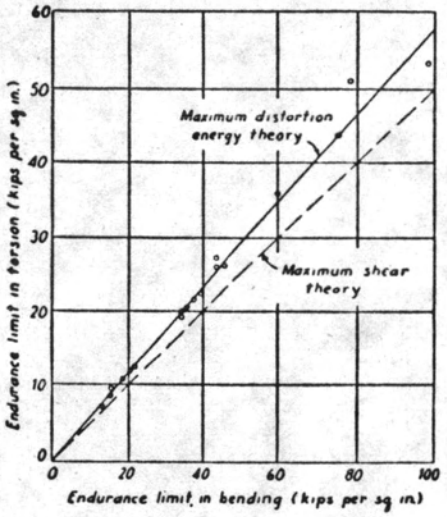
$$\tfrac{1}{3}[(\sigma_x-\sigma_y)^2+(\sigma_y-\sigma_z)^2+(\sigma_z-\sigma_x)^2+6\tau_{xy}^2+6\tau_{xz}^2+6\tau_{yz}^2]^{1/2}=\tau_{oct.} \geq \frac{\sqrt{2}}{3}\sigma_y \qquad (28)$$

สำหรับสภาวะความเค้นแบบสองแนวแกน สมการ (28) จะเหลือเพียง

$$(\sigma_1^2-\sigma_1\sigma_2+\sigma_2^2)^{1/2} \geq \sigma_y \qquad (29)$$

ความล้าของวัสดุเนื่องจากความเค้นผสม

ในการทดสอบความล้าของวัสดุ ส่วนมากจะทดสอบภายใต้ความเค้นแบบแนวแกนเดียว เช่น การทดสอบชิ้นทดสอบแบบคานหมุน แต่ในชิ้นส่วนเครื่องจักรกลทั่วไปอาจจะได้รับความเค้นผสม คือ ได้รับทั้งความเค้นปกติและความเค้นเฉือนพร้อมกัน ในการหาความสัมพันธ์ของขีดจำกัดความล้าของความเค้นทั้งสองทำได้โดย การทดสอบชิ้นทดสอบที่ได้รับความเค้นแยกกัน คือ ครั้งแรกทดสอบชิ้นทดสอบภายใต้ความเค้นดัดแบบกลับไปกลับมาเพียงอย่างเดียว ครั้งต่อมาทดสอบชิ้นทดสอบภายใต้ความเค้นเฉือนแบบกลับไปกลับมา แล้วนำผลทั้งสองมาพล็อตไดอะแกรมร่วมกัน ดังรูปที่ 10. และ 11.(5)

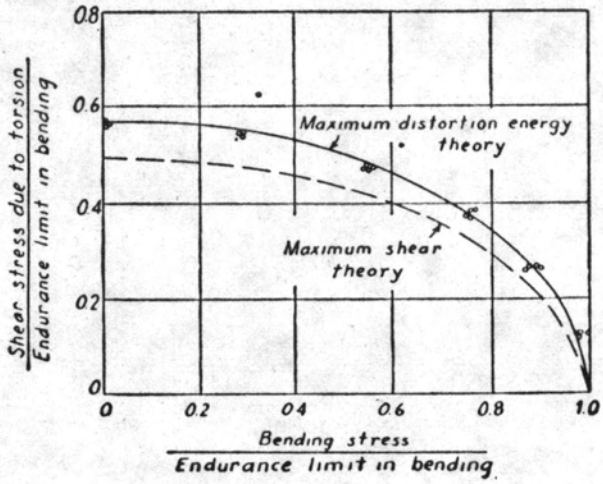


รูปที่ 10. แสดงความสัมพันธ์ระหว่างขีดจำกัดความล้าของแรงดัดและแรงบิด

จากรูปที่ 10. เป็นการเปรียบเทียบขีดจำกัดความล้าของแรงบิดและแรงดัดโดยค่าขีดจำกัดความล้าของแรงดัด จะพล็อตในแนวแกนนอน และค่าขีดจำกัดความล้าของแรงบิดจะพล็อตในแนวแกนตั้ง จะเห็นได้ว่าอัตราส่วนของขีดจำกัดความล้าทั้งสองสำหรับการทดสอบวัสดุทุกชนิดจะมีค่าประมาณ $\sqrt{3}$ ซึ่งค่านี้เป็นอัตราส่วนของความเค้นที่จุดครากของความเค้นดัดและความเค้นบิดของทฤษฎีความเสียหาย Maximum distorsion energy จากรูปที่ 11. ผลการทดสอบที่ให้ผลดีที่สุดจะเป็นไปตามทฤษฎีความเสียหาย Maximum

distorsion energy ซึ่งมีสมการเป็น

$$\sigma^2 + 3\tau^2 = \sigma_y^2 \qquad (30)$$



รูปที่ 11. แสดงความสัมพันธ์ของอัตราส่วนความต้านทานความล้า กับขีดจำกัดความล้าระหว่างแรงดัดกับแรงบิด

ในการหาสมการเพื่อที่จะคำนวณหาค่าขีดจำกัดความล้าสำหรับวัสดุที่ได้รับความเค้นผสม ทำได้โดยการนำเอาค่าขีดจำกัดความล้าของความเค้นดัดแบบกลับไปกลับมา σ_n แทนที่ความต้านแรงดึงคราก σ_y ในสมการที่ (30)

$$\sigma^2 + 3\tau^2 = \sigma_n^2 \qquad (31)$$

สมการที่ (31) เมื่อพล็อตลงในรูปที่ 11. แล้วจะได้เป็นวงรี

สำหรับการทดสอบวัสดุที่ได้รับความเค้นสองแนวแกน เช่น ความเค้นดึงหรือความเค้นดึงและความเค้นอัดที่มีอัตราส่วน σ_1/σ_2 คงที่ สามารถใช้ทฤษฎีความเสียหาย Maximum distorsion energy ได้อีกด้วย ดังนั้นเราสามารถที่จะหาค่าขีดจำกัดความล้าในกรณีของความเค้นสองแนวแกนแบบกลับไปกลับมาได้ตามสมการ

$$\sigma_1^2 - \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2 = \sigma_n^2 \qquad (32)$$

เมื่อ: σ_1, σ_2 = ความเค้นหลักในทิศทางที่ 1 และที่ 2 ตามลำดับ

σ_n = ขีดจำกัดความล้าของชิ้นทดสอบแบบคานหมุน

สมมติว่า $\sigma_1 > \sigma_2$ และใช้ความสัมพันธ์ $\sigma_2 = \alpha\sigma_1$ จากสมการ (32) จะได้สมการ

หอสมุดกลาง สถาบันวิทยบริการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

$$\sigma_1\sqrt{1-\alpha+\alpha^2} = \sigma_n \qquad (33)$$

ในกรณีของความเค้นสามมิติ จะใช้สมการ

$$(\sigma_1-\sigma_2)^2+(\sigma_2-\sigma_3)^2+(\sigma_1-\sigma_3)^2 = 2\sigma_n^2 \qquad (34)$$

ใช้ความสัมพันธ์ $\sigma_2 = \alpha\sigma_1$ และ $\sigma_3 = \alpha_1\sigma_1$ แทนลงในสมการ (34) จะได้

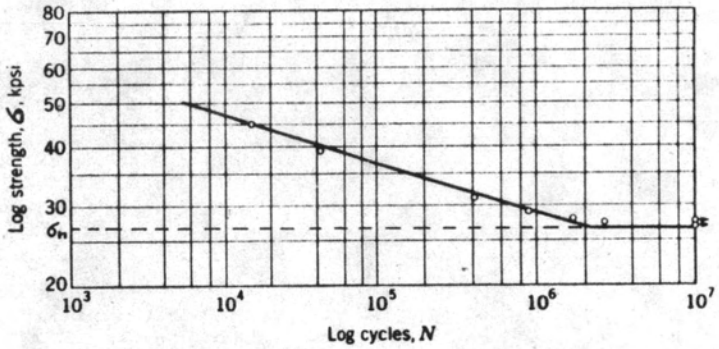
$$\sigma_1\sqrt{1-\alpha-\alpha_1+\alpha^2+\alpha_1^2-\alpha\alpha_1} = \sigma_n \qquad (35)$$

<u>จุดประสงค์และวิธีการทดสอบความล้าของวัสดุ</u>

จุดประสงค์ของการทดสอบความล้าเพื่อที่จะหาความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นสลับกับจำนวนรอบที่ทำให้ชิ้นทดสอบเสียหาย และเพื่อเปรียบเทียบคุณสมบัติความต้านทานความล้าของวัสดุสองชนิดหรือมากกว่า สำหรับวิธีการทดสอบความล้าของวัสดุนั้นสามารถแบ่งได้ดังนี้(6)

ก. <u>การทดสอบแบบมาตรฐาน (ความเค้นสลับคงที่)</u> แบ่งได้เป็น

1. <u>ชิ้นทดสอบแต่ละชิ้นได้รับความเค้นระดับเดียว</u> การทดสอบความล้าของวัสดุวิธีนี้ ชิ้นทดสอบชิ้นหนึ่งจะได้รับความเค้นระดับหนึ่งจนกระทั่งชิ้นทดสอบเสียหาย ชิ้นทดสอบชิ้นแรกจะได้รับความเค้นระดับหนึ่ง ซึ่งสูงกว่าค่าขีดจำกัดความล้าโดยประมาณของวัสดุนั้น แล้วทดสอบจนชิ้นทดสอบเสียหาย จดค่าความเค้นที่ชิ้นทดสอบได้รับและจำนวนรอบที่ชิ้นทดสอบเสียหายไว้ ชิ้นทดสอบชิ้นต่อไปจะได้รับความเค้นลดลง ซึ่งจะทำให้จำนวนรอบที่ชิ้นทดสอบเสียหายเพิ่มขึ้น การทดสอบจะกระทำในทำนองนี้ไปจนกระทั่งระดับความเค้นลดลงถึงระดับที่ชิ้นทดสอบไม่เสียหาย เมื่อทดสอบและได้ข้อมูลครบแล้ว ก็นำข้อมูลมาพล็อตไดอะแกรมระหว่างระดับความเค้น,σ กับจำนวนรอบที่ชิ้นทดสอบเสียหาย,N ลงในกระดาษล็อค ซึ่งเรียกว่า S–N Curve ดังแสดงในรูปที่ 12. จากรูปนี้ค่าความเค้นสลับสูงสุดที่ชิ้นทดสอบไม่เสียหาย คือ σ_n เรียกว่าขีดจำกัดความล้าของวัสดุ วิธีนี้เหมาะสมกับการทดสอบชิ้นทดสอบที่มีจำนวนน้อย เช่น ชิ้นทดสอบที่มีราคาแพง, วัสดุที่มีจำนวนจำกัด หรือเป็นชิ้นส่วนของเครื่องจักรกลที่มีขนาดใหญ่



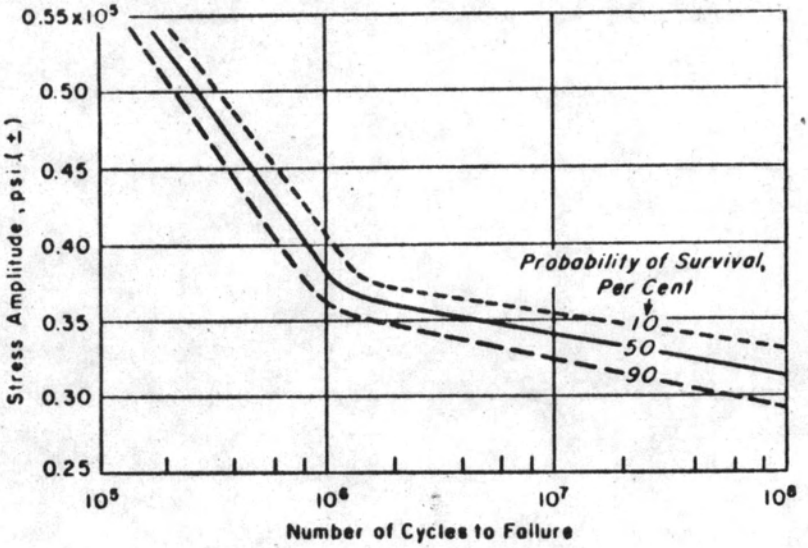
รูปที่ 12. แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นสลับกับจำนวนรอบที่ชิ้นทดสอบเสียหายสำหรับเหล็กกล้า AISI 1040

2. ชิ้นทดสอบแต่ละกลุ่มได้รับความเค้นระดับเดียว เนื่องจากในการทดสอบวิธีแรกนั้น ให้รายละเอียดของผลการทดสอบน้อย ทำให้ผลการทดสอบไม่ละเอียดพอ ดังนั้นในการทดสอบวิธีนี้จึงได้ปรับปรุงการทดสอบวิธีแรก โดยแบ่งชิ้นทดสอบออกเป็นกลุ่ม แต่ละกลุ่มได้รับความเค้นเพียงระดับเดียว ขั้นตอนการทดสอบทำเหมือนกับวิธีแรก ชิ้นทดสอบกลุ่มหนึ่งมีประมาณ 10 ชิ้นขึ้นไป โดยใช้ระดับความเค้นอย่างน้อย 3 ระดับ ซึ่งสามารถพล็อต S–N Curve สำหรับ p เปอร์เซ็นต์ของชิ้นทดสอบที่ไม่เสียหาย ดังแสดงในรูปที่ 13.

ข. การทดสอบแบบสนองตอบ (ความเค้นสลับคงที่) แบ่งได้เป็น

1. วิธีการของ "โพรบิท" การทดสอบวิธีนี้จะกำหนดจำนวนรอบในการทดสอบไว้ค่าหนึ่ง ซึ่งเป็นค่าที่สูงพอประมาณสำหรับวัสดุนั้น โดยทั่วไปใช้ 10^7 รอบ ระดับความเค้นในการทดสอบจะใช้ 5 ระดับ ชิ้นทดสอบจะแบ่งเป็นกลุ่ม ภายในกลุ่มจะมีชิ้นทดสอบอย่างน้อย 5 ชิ้น และชิ้นทดสอบทั้งหมดไม่ต่ำกว่า 50 ชิ้น การทดสอบจะให้ชิ้นทดสอบกลุ่มหนึ่งได้รับระดับความเค้นหนึ่งระดับ ดังนั้นจำนวนกลุ่มของชิ้นทดสอบจึงแบ่งเป็น 5 กลุ่มด้วยกัน ในการทดสอบชิ้นทดสอบแต่ละกลุ่มที่ระดับความเค้นแต่ละระดับนั้นจะมีชิ้นทดสอบที่เสียหายก่อนถึงจำนวนรอบที่กำหนด และชิ้นทดสอบบางชิ้นจะไม่เสียหายเมื่อถึงจำนวนรอบที่กำหนด ซึ่งสามารถบันทึกผลการทดสอบและหาค่าเปอร์เซ็นต์ที่ชิ้นทดสอบไม่เสีย

หายได้ ตัวอย่างเช่น ผลการทดสอบความล้าของเหล็กกล้าที่ใช้ชิ้นทดสอบทั้งหมด 51 ชิ้น โดยกำหนดจำนวนรอบที่ 10^7 รอบ ดังตารางที่ 1.

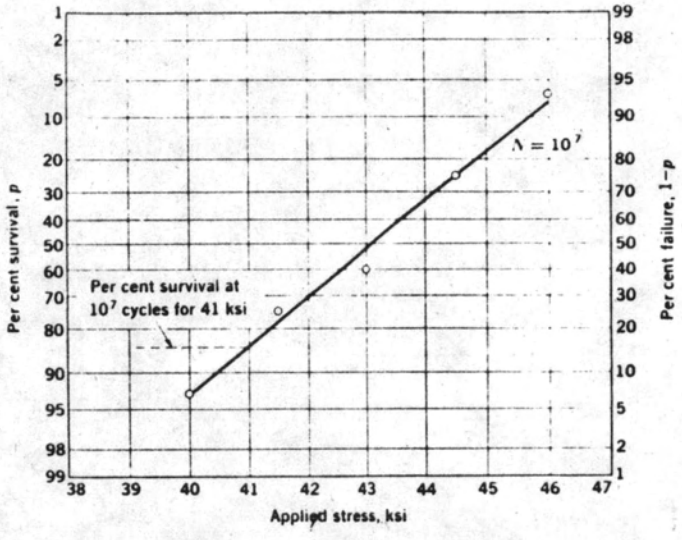


รูปที่ 13. แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นสลับกับจำนวนรอบที่ทำให้ชิ้นทดสอบเสียหายสำหรับ p เปอร์เซ็นต์ของชิ้นทดสอบที่ไม่เสียหาย

ตารางที่ 1. แสดงผลการทดสอบโดยวิธีของ "โพรบิท" สำหรับเหล็กกล้า

ระดับความเค้น ksi.	จำนวนชิ้นทดสอบ	จำนวนชิ้นทดสอบที่ไม่เสียหายเมื่อถึง 10^7 รอบ	เปอร์เซ็นต์ชิ้นทดสอบที่ไม่เสียหาย
40.0	15	14	93.33
41.5	8	6	75.00
43.0	5	3	60.00
44.5	8	2	25.00
46.0	15	1	6.67

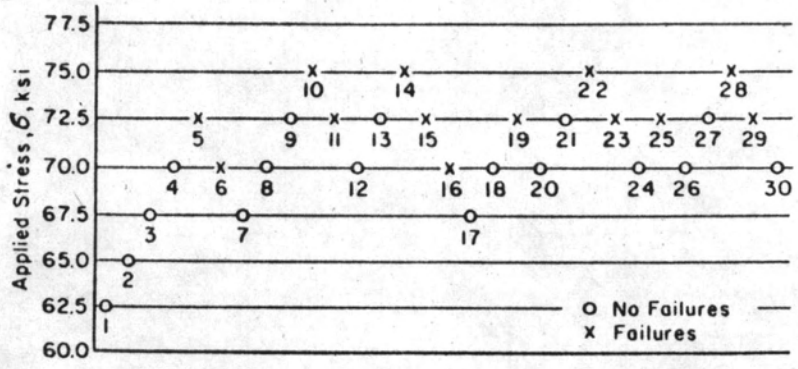
เมื่อได้ผลการทดสอบเรียบร้อยแล้ว นำเอาระดับความเค้นกับเปอร์เซ็นต์ที่ชิ้นทดสอบไม่เสียหายมาพล็อตลงในกระดาษล็อค ดังแสดงในรูปที่ 14. เมื่อพล็อตแล้วจะได้เป็นเส้นตรง ซึ่งสามารถหาขีดจำกัดความล้าของวัสดุสำหรับจำนวนรอบ 10^7 รอบ ที่ p เปอร์เซ็นต์ของชิ้นทดสอบที่ไม่เสียหายได้ เช่น ค่าขีดจำกัดความล้าสำหรับ 10^7 รอบ ที่ 50 เปอร์เซ็นต์ของชิ้นทดสอบที่ไม่เสียหาย คือ 43.1 ksi. หรือค่าขีดจำกัดความล้าที่ 90 เปอร์เซ็นต์ของชิ้นทดสอบที่ไม่เสียหาย คือ 40.5 ksi.



รูปที่ 14. แสดงความสัมพันธ์ระหว่างเปอร์เซ็นต์ของชิ้นทดสอบที่ไม่เสียหายกับความเค้นที่ชิ้นทดสอบได้รับ

2. <u>วิธีการแบบขั้นบันได</u> การทดสอบความล้าวิธีนี้ ชิ้นทดสอบจะถูกทดสอบเป็นลำดับขั้นไป ชิ้นทดสอบชิ้นแรกจะทดสอบที่ระดับความเค้นเท่ากับค่าขีดจำกัดความล้าโดยประมาณของวัสดุ โดยกำหนดจำนวนรอบของการทดสอบไว้แล้วทำการทดสอบ ซึ่งผลจะเป็นไปได้สองกรณี คือ ชิ้นทดสอบเกิดเสียหายก่อนถึงรอบที่กำหนดไว้ หรือชิ้นทดสอบไม่เสียหายถึงรอบที่กำหนด ถ้าชิ้นทดสอบเสียหายก่อนถึงรอบที่กำหนด ชิ้นทดสอบชิ้นต่อไปจะทดสอบที่ระดับความเค้นต่ำกว่าครั้งแรกหนึ่งขั้น แต่ถ้าชิ้นทดสอบไม่เสียหายเมื่อถึงรอบที่กำหนด ชิ้นทดสอบชิ้นต่อไปจะทดสอบที่ระดับความเค้นสูงกว่าครั้งแรกหนึ่งขั้น การทดสอบจะทำอย่างนี้ไปเรื่อย ๆ การบันทึกผลการทดสอบจะแสดงดังรูปที่ 15. โดยที่ชิ้นทดสอบ

ไม่เสียหายเมื่อถึงจำนวนรอบที่กำหนด จะใช้สัญญลักษณ์,o ส่วนชิ้นทดสอบที่เสียหายก่อนถึงจำนวนรอบที่กำหนด จะใช้สัญญลักษณ์,x



รูปที่ 15. แสดงผลการทดสอบของวิธีการแบบขั้นบันได

ในการเลือกขั้นของระดับความเค้นเป็นสิ่งที่สำคัญมาก การทดสอบโดยมากจะใช้ระดับความเค้นสามระดับ โดยจะเลือกระดับความเค้นระดับกลางเป็นการทดสอบที่ 50เปอร์เซ็นต์ที่ชิ้นทดสอบไม่เสียหาย ระดับความเค้นต่ำลงมา เป็นการทดสอบที่ 70 เปอร์เซ็นต์ที่ชิ้นทดสอบไม่เสียหาย และระดับความเค้นสูงสุด จะเป็นการทดสอบที่ 30 เปอร์เซ็นต์ที่ชิ้นทดสอบไม่เสียหาย เช่น ผลการทดสอบในรูปที่ 15. จะต้องตัดผลการทดสอบที่ 1 , 2 , 3 , 7 และ 17 ทิ้งไป และเหลือระดับความเค้นสามระดับไว้พิจารณาต่อไป

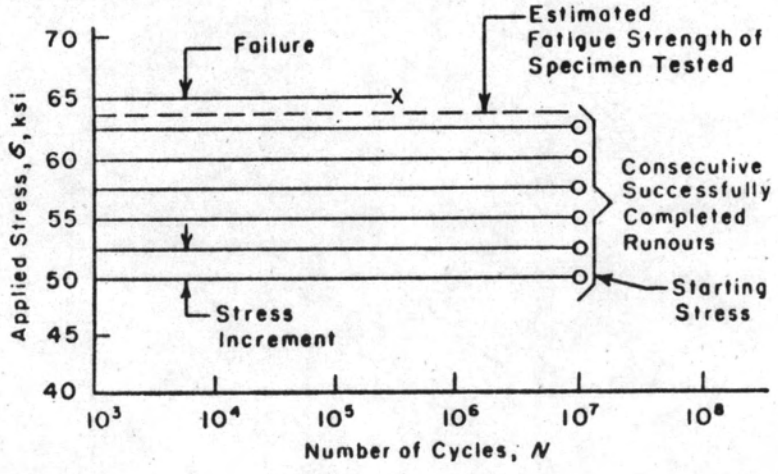
3. วิธีการปรับปรุงแบบขั้นบันได ในการทดสอบความล้าแบบขั้นบันไดนั้นจะใช้เวลาในการทดสอบนาน ดังนั้นจึงมีการปรับปรุงวิธีการทดสอบนี้เสียใหม่ โดยการแบ่งการทดสอบแบบขั้นบันไดออกเป็นหลาย ๆ ครั้ง แต่ละครั้งใช้เวลาสั้น ๆ การทดสอบแต่ละครั้งอาจทำได้ในเวลาเดียวกัน โดยใช้เครื่องทดสอบหลายเครื่อง การทำเช่นนี้โดยการแบ่งชิ้นทดสอบทั้งหมดให้เป็นกลุ่ม เช่น มีชิ้นทดสอบทั้งหมด T ชิ้น แบ่งกลุ่มออกเป็น r กลุ่ม แต่ละกลุ่มมีชิ้นทดสอบ n ชิ้น ดังนั้น $rn = T$ ชิ้นทดสอบแต่ละกลุ่มจะถูกทดสอบแยกกัน และนำผลการทดสอบมาเขียนไดอะแกรมแบบขั้นบันได โดยแยกกลุ่มกัน ในการทดสอบจริง ๆ จะใช้เครื่องทดสอบหลายเครื่องทดสอบชิ้นทดสอบแต่ละกลุ่มในเวลาเดียวกัน จึงทำให้ประหยัดเวลาในการทดสอบ จากนั้นนำผลการทดสอบของแต่ละกลุ่มมารวมกันโดย

หอสมุดกลาง สถาบันวิทยบริการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

วิธีสถิติ

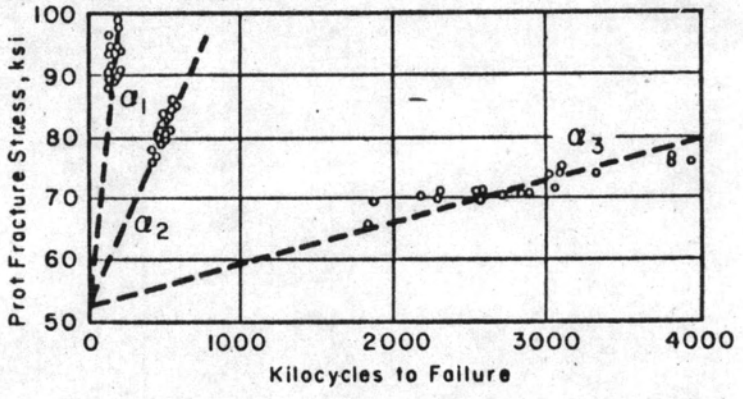
ค. <u>การทดสอบแบบเพิ่มความเค้นสลับ</u> แบ่งได้เป็น

1. <u>วิธีการเพิ่มความเค้นสลับเป็นขั้น ๆ</u> ในการทดสอบความล้าวิธีนี้จะกำหนดจำนวนรอบของการทดสอบไว้ค่าหนึ่งโดยไม่เปลี่ยนแปลง โดยทั่วไปใช้ประมาณ 10^7 รอบ ชิ้นทดสอบแต่ละชิ้นจะได้รับระดับความเค้นเป็นชุด เริ่มจากระดับต่ำและเพิ่มขึ้นเรื่อยๆ การทดสอบจะเริ่มที่ชิ้นทดสอบได้รับความเค้นประมาณ 70 เปอร์เซ็นต์ของค่าขีดจำกัดความล้าของวัสดุโดยประมาณ ถ้าจำนวนรอบถึงรอบที่กำหนดไว้ แล้วชิ้นทดสอบไม่เสียหาย ก็ให้ทำการทดสอบต่อไป โดยเพิ่มความเค้นหนึ่งขั้นประมาณ 5 เปอร์เซ็นต์ของขีดจำกัดความล้าโดยประมาณ และใช้ชิ้นทดสอบชิ้นเดิม แล้วทำการทดสอบจนถึงจำนวนรอบที่กำหนดไว้ ถ้าชิ้นทดสอบยังไม่เสียหายอีก ก็ให้เพิ่มระดับความเค้นขึ้นไปอีกขั้นหนึ่ง ทำการทดสอบแบบนี้ไปเรื่อย ๆ จนชิ้นทดสอบเสียหาย ค่าขีดจำกัดความล้าของวัสดุที่จำนวน N รอบ ที่กำหนด จะหาได้โดยการเฉลี่ยความเค้นระหว่างระดับความเค้นสุดท้ายที่ชิ้นทดสอบไม่เสียหายกับระดับความเค้นที่ชิ้นทดสอบเสียหาย ผลการทดสอบวิธีนี้จะแสดงในรูปที่ 16. การทดสอบจะใช้ชิ้นทดสอบหลายชิ้น และทำการทดสอบในทำนองเดียวกันกับที่ได้กล่าวมาแล้ว ผลการทดสอบทั้งหมดจะนำมาหาค่าขีดจำกัดความล้าเฉลี่ยโดยวิธีสถิติ



<u>รูปที่ 16.</u> แสดงผลการทดสอบแบบเพิ่มความเค้นสลับสำหรับชิ้นทดสอบ 1 ชิ้น

2. <u>วิธีการของ "พร็อต"</u> การทดสอบความล้าวิธีนี้ ทำโดยการให้ชิ้นทดสอบแต่ละชิ้นได้รับความเค้นสลับเปลี่ยนแปลงเป็นอัตราการเพิ่มความเค้นต่อ 1 รอบ (α) จนกระทั่งชิ้นทดสอบเสียหาย การทดสอบจะเริ่มที่ความเค้นประมาณ 60-70 เปอร์เซ็นต์ของขีดจำกัดความล้าของวัสดุโดยประมาณ อัตราเพิ่มความเค้นจะใช้ประมาณ 3 อัตรา อัตราต่ำสุดควรให้ต่ำพอที่จะทำการทดสอบได้ ส่วนอัตราสูงสุดนั้นไม่ควรสูงจนทำให้ชิ้นทดสอบเสียหายเนื่องจากถึงจุดคราก ของวัสดุ จำนวนชิ้นทดสอบอย่างน้อย 20 ชิ้น โดยแบ่งออกเป็น 3 กลุ่ม และทำการทดสอบโดยใช้อัตราการเพิ่มความเค้น 1 อัตราต่อ 1 กลุ่ม ซึ่งผลการทดสอบจะแสดงในรูปที่ 17.



<u>รูปที่ 17.</u> แสดงผลการทดสอบตามวิธีการของ "พร็อต"

เมื่อได้ผลการทดสอบแล้ว นำเอาค่าความเค้นสุดท้ายที่ทำให้ชิ้นทดสอบเสียหายสำหรับแต่ละกลุ่มมาหาค่าเฉลี่ย[7] ซึ่งจะได้ดังตารางที่ 2. (ตัวเลขจากผลการทดสอบรูปที่ 17.)

<u>ตารางที่ 2.</u> แสดงผลการทดสอบที่ได้จากการทดสอบความล้าแบบ "พร็อต"

อัตราการเพิ่มความเค้นต่อ 1 รอบ (α)	ความเค้นแตกหักเฉลี่ย (σ_R) psi.
0.208	92,700
0.0592	80,600
0.00705	71,800

ในการหาค่าขีดจำกัดความล้าของวัสดุนั้น จะใช้สมการของ "พรีอต" โดยใช้วิธี trial and error สมการนี้ คือ

$$\sigma_R = \sigma_n + K\alpha^i \qquad (36)$$

เมื่อ σ_R = ความเค้นแตกหักเฉลี่ย, psi.

σ_n = ค่าขีดจำกัดความล้า, psi.

α = อัตราการเพิ่มความเค้นต่อ 1 รอบ , $^{psi.}/_{cycle.}$

K และ i = ค่าคงที่ของวัสดุ

ตัวอย่างเช่น ต้องการหาค่าขีดจำกัดความล้าจากผลการทดสอบตารางที่ 2. โดยใช้วิธี trial and error

สมมติให้ σ_n = 70,000 psi. แทนค่าต่าง ๆ ลงในสมการ (36) จะได้

$$4.3560 = \log K - 0.6819\,i \qquad (ก)$$

$$4.0253 = \log K - 1.2277\,i \qquad (ข)$$

$$3.2553 = \log K - 2.1518\,i \qquad (ค)$$

จากสมการ (ก) และ (ข) ได้ i = 0.606 จากสมการ (ข) และ (ค) ได้ i = 0.833 และจากสมการ (ก) และ (ค) ได้ i = 0.749 จะเห็นได้ว่าค่าทั้งสามแตกต่างกันมาก ดังนั้นจึงต้องทำการสมมติค่า σ_n ใหม่

สมมติ σ_n = 67,400 psi. แทนค่าต่าง ๆ ลงในสมการ (36) จะได้

$$4.4031 = \log K - 0.6819\,i \qquad (ง)$$

$$4.1206 = \log K - 1.2277\,i \qquad (จ)$$

$$3.6435 = \log K - 2.1518\,i \qquad (ฉ)$$

หาค่า i จากสมการ (ง), (จ) และ (ฉ) ในทำนองเดียวกันจะได้ i = 0.518 , 0.516 และ 0.517 ซึ่งค่า i ทั้งสามนี้แตกต่างกัน 0.4 เปอร์เซ็นต์ จึงเป็นค่าที่ใช้ได้ ดังนั้นจึงสรุปได้ว่า ค่าขีดจำกัดความล้าของวัสดุ คือ 67,400 psi. และ แทนค่า σ_n = 67,400 psi. ; i = 0.517 ลงในสมการ (ง) จะได้ค่า K = 56,900