บทที่ ๔

การวิเคราะห์ทฤษฎีบท และ ข้อมูล

๔.๑ สมมติฐาน (Assumptions)

การวิเคราะห์ทฤษฎีบท และ ข้อมูล ได้ตั้งสมมติฐานดังต่อไปนี้ :-

๔.๑.๑ น้ำที่ใช้ในการทดลองอยู่ในสภาวะปกติ (Incompressible)

๔.๑.๒ การไหลของน้ำเป็นการไหลแบบไม่เปลี่ยนตามเวลา

๔.๑.๓ ค่าสัมประสิทธิ์ของพลังงานและโมเมนตั้ม แต่ละค่ามีเพียงค่าเดียว

๔.๑.๔ ค่าความเสียดทานของพื้นและผนังไม่ได้นำมาคิดในการทดลอง

๔.๑.๕ ที่จุดเริ่มต้นและจุดสุดท้ายของจั๊ม เป็นไปตาม Hydrostatic pressure distribution

๔.๑.๖ การไหลของน้ำเป็นแบบ parallel

๔.๑.๗ Surface profile ของจั๊มเป็นรูปวงรี

๔.๑.๘ Air entrainment ไม่ได้นำมาคิด

๔.๒ การวิเคราะห์สมการของไฮดรอลิคจั๊ม

ในคลองราบรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรของไฮดรอลิคจั๊มสามารถวิเคราะห์ออกมาได้โดยใช้สมการของ Continuity , Momentum และ Energy โดยพิจารณาความกว้างของคลองเป็น หนึ่งหน่วย

สมการของ Continuity เป็น

$$q = V_1Y_2 = V_2Y_2 \qquad ....(๔.๒.๑)$$

สมการของ Momentum เป็น

$$F_{x1} + M_1 = F_{x2} + M_2$$

$$\frac{\gamma Y_1^2}{2} + \rho q V_1 = \frac{\gamma Y_2^2}{2} + \rho q V_2 \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots(๔.๒.๒)$$

สมการของ Energy เป็น (เมื่อพิจารณาจุดบนผิวน้ำ)

$$\frac{V_1^2}{2g} + Y_1 = \frac{V_2^2}{2g} + Y_2 + (\triangle E)_{12} \qquad \ldots\ldots(๔.๒.๓)$$

แทนค่าสมการ (๔.๒.๑) ลงในสมการ (๔.๒.๒)

$$\frac{Y_1^2}{2} + \frac{q^2}{gY_1} = \frac{Y_2^2}{2} + \frac{q^2}{gY_2}$$

$$\frac{1}{2}(Y_2^2 - Y_1^2) = \frac{q^2}{g}\left(\frac{1}{Y_1} - \frac{1}{Y_2}\right)$$

$$\frac{1}{2}(Y_2 - Y_1)(Y_2 + Y_1) = \frac{q^2}{g}\left(\frac{Y_2 - Y_1}{Y_1 Y_2}\right)$$

$$\frac{1}{2}(Y_2 + Y_1) = \frac{q^2}{gY_1Y_2} = \frac{V_1^2 Y_1}{gY_2} = \frac{V_2^2 Y_2}{gY_1} \qquad \ldots\ldots(๔.๒.๔)$$

$$Y_2^2 + Y_1Y_2 = \frac{2V_1^2 Y_1}{g} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(๔.๒.๔a)$$

บวก $\frac{Y_1^2}{4}$ เข้าไปทั้งสองข้าง ของสมการ (๔.๒.๔a)

$$Y_2^2 + Y_1Y_2 + \frac{Y_1^2}{4} = \frac{2V_1^2 Y_1}{g} + \frac{Y_1^2}{4}$$

$$\left(Y_2 + \frac{Y_1}{2}\right)^2 = \frac{2V_1^2\,Y_1}{g} + \frac{Y_1^2}{4}$$

$$Y_2 = -\frac{Y_1}{2} + \sqrt{\frac{2V_1^2\,Y_1}{g} + \frac{Y_1^2}{4}} \qquad \text{..........(๔.๒.๕)}$$

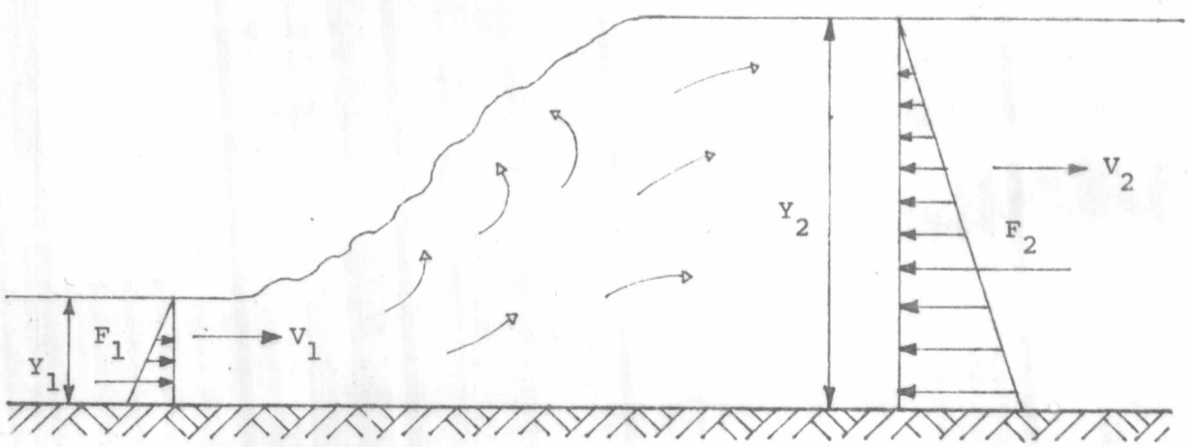
ทำสมการ (๔.๒.๕) ให้อยู่ในเทอมของ $F_1 = \frac{V_1}{\sqrt{gY_1}}$

$$\frac{Y_2}{Y_1} = -\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{2V_1^2}{Y_1 g} + \left(\frac{1}{2}\right)^2}$$

$$= -\frac{1}{2} + \sqrt{2F_1^2 + \frac{1}{4}}$$

$$= -\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{1 + 8F_1^2}$$

$$\frac{Y_2}{Y_1} = \frac{1}{2}\left(\sqrt{1+8F_1^2} - 1\right) \qquad \text{.........(๔.๒.๖)}$$



รูปที่ ๔ HYDRAULIC JUMP

๔.๓ การวิเคราะห์หาสมการของการสูญเสียพลังงานของไฮดรอลิคจั๊ม

โดยการใช้สมการของ Energy , Continuity และ สมการ (๔.๒.๔) สมการของการสูญเสียพลังงานของไฮดรอลิคจั๊มก็สามารถวิเคราะห์ออกมาได้ดังต่อไปนี้

สมการของ Energy เป็น

$$\frac{V_1^2}{2g} + Y_1 = \frac{V_2^2}{2g} + Y_2 + (\triangle E)_{12} \qquad \text{...........(๔.๒.๓)}$$

$$(\triangle E)_{12} = \frac{V_1^2}{2g} - \frac{V_2^2}{2g} + Y_1 - Y_2$$

$$= \frac{1}{2g}(V_1^2 - V_2^2) + (Y_1 - Y_2) \qquad \text{.....(๔.๓.๑)}$$

จากสมการของ Continuity เป็น

$$q = V_1Y_1 = V_2Y_2 \qquad \text{...........(๔.๒.๑)}$$

ดังนั้นสมการ (๔.๓.๑) จึงเป็น

$$(\triangle E)_{12} = \frac{1}{2g}\left(V_1^2 - \frac{V_1^2 Y_1^2}{Y_2^2}\right) + (Y_1 - Y_2)$$

$$= \frac{V_1^2}{2g}\left(\frac{Y_2^2 - Y_1^2}{Y_2^2}\right) + (Y_1 - Y_2) \qquad \text{....(๔.๓.๒)}$$

จากสมการที่ (๔.๒.๔)

$$\frac{V_1^2}{g} = \frac{1}{2}(Y_2 + Y_1)\frac{Y_2}{Y_1} \qquad \text{...........(๔.๒.๔)}$$

ดังนั้น สมการ (๔.๓.๒) จึงเป็น

$$(\triangle E)_{12} = \frac{1}{4}(Y_2 + Y_1)\frac{Y_2}{Y_1}\left(\frac{Y_2^2 - Y_1^2}{Y_2^2}\right) + (Y_1 - Y_2)$$

$$= \frac{1}{4Y_1Y_2}(Y_2^3 - Y_1^2Y_2 + Y_1Y_2^2 - Y_1^3 + 4Y_1^2Y_2 - 4Y_1Y_2^2)$$

$$= \frac{1}{4Y_1Y_2}(Y_2^3 - 3Y_2^2 Y_1 + 3Y_1^2 Y_2 - Y_1^3)$$

$$(\triangle E)_{12} = \frac{(Y_2 - Y_1)^3}{4Y_1 Y_2} \quad \text{.................. (๔.๓.๓)}$$

กำหนดให้ $Y_0 = \frac{Y_2}{Y_1}$

ดังนั้น

$$(\triangle E)_{12} = \frac{Y_2^3 - 3Y_2^2 Y_1 + 3Y_2Y_1^2 - Y_1^3}{4Y_1 Y_2}$$

$$= \frac{Y_2^2}{4Y_1} - \frac{3Y_2}{4} + \frac{3Y_1}{4} - \frac{Y_1^2}{4Y_2}$$

จากสมการข้างต้น การทำให้สมการข้างต้นอยู่ในเทอมของ Y_0 จึงต้องหารตลอดด้วย Y_1 ดังนั้น สมการข้างต้นจึงกลายเป็น

$$\frac{(\triangle E)_{12}}{Y_1} = \frac{Y_2^2}{4Y_1^2} - \frac{3Y_2}{4Y_1} + \frac{3Y_1}{4Y_1} - \frac{Y_1^2}{4Y_2Y_1}$$

$$= \frac{Y_0^2}{4} - \frac{3Y_0}{4} + \frac{3}{4} - \frac{1}{4Y_0}$$

$$= \frac{1}{4Y_0}\left(Y_0^3 - 3Y_0^2 + 3Y_0 - 1 \right)$$

$$\frac{(\triangle E)_{12}}{Y_1} = \frac{(Y_0 - 1)^3}{4Y_0} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(๔.๓.๔)$$

จากสมการที่ (๔.๒.๖) ได้

$$\frac{Y_2}{Y_1} = Y_0 = \frac{1}{2}\left(\sqrt{1+8F_1^2} - 1 \right) \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(๔.๒.๖)$$

ดังนั้นสมการที่ (๔.๓.๔) จึงกลายเป็น (โดยทำ $\frac{(\triangle E)_{12}}{Y_1}$ ให้อยู่ในเทอมของ F_1)

$$\frac{(\triangle E)_{12}}{Y_1} = \frac{\left\{\frac{1}{2}\left(\sqrt{1 + 8F_1^2} - 1 \right) - 1\right\}^3}{4\left\{\frac{1}{2}\left(\sqrt{1 + 8F_1^2} - 1 \right)\right\}}$$

$$= \frac{\left(\frac{1}{2}\sqrt{1 + 8\,F_1^2} - \frac{1}{2} - 1 \right)^3}{2\sqrt{1 + 8F_1^2} - 2}$$

$$= \frac{\frac{1}{8}\left(\sqrt{1 + 8F_1^2} - 3 \right)^3}{2\left(\sqrt{1 + 8F_1^2} - 1 \right)}$$

$$\frac{(\triangle E)_{12}}{Y_1} = \frac{1}{16}\,\frac{\left(\sqrt{1 + 8F_1^2} - 3 \right)^3}{\left(\sqrt{1 + 8F_1^2} - 1 \right)} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots(๔.๓.๕)$$

สมการที่ใช้หาการสูญเสียพลังงานอีกสมการหนึ่ง คือ Relative loss ของไฮดรอลิคจั๊มพ์ ซึ่งเขียนออกมาเป็นรูปสมการได้ดังนี้

$$\frac{(\Delta E)_{12}}{E_1} = \frac{\frac{V_1^2}{2g} + Y_1 - \frac{V_2^2}{2g} - Y_2}{\frac{V_1^2}{2g} + Y_1}$$

จากสมการที่ (๔.๓.๔) เป็น

$$\frac{(\Delta E)_{12}}{Y_1} = \frac{(Y_0 - 1)^3}{4Y_0} \qquad \text{.............(๔.๓.๔)}$$

ดังนั้นการวิเคราะห์ให้สมการของ Relative loss อยู่ในเทอมของ Y_0 จึงเป็น

$$\frac{(\Delta E)_{12}}{E_1} = \frac{Y_1 (Y_0 - 1)^3}{4Y_0 \left(\frac{V_1^2}{2g} + Y_1\right)} \qquad \text{.............(๔.๓.๖)}$$

จากสมการที่ (๔.๒.๔) เป็น

$$\frac{V_1^2}{g} = \frac{1}{2}(Y_2 + Y_1)\frac{Y_2}{Y_1} \qquad \text{.............(๔.๒.๔)}$$

ดังนั้น สมการที่ (๔.๓.๖) จึงเป็น

$$\frac{(\Delta E)_{12}}{E_1} = \frac{Y_1 (Y_0 - 1)^3}{4Y_0 \quad \frac{1}{4}\frac{Y_2}{Y_1}(Y_2 + Y_1) + Y_1}$$

$$= \frac{(Y_0 - 1)^3}{4Y_0 \left(\frac{1}{4} \frac{Y_2^2}{Y_1^2} + \frac{1}{4} \frac{Y_2}{Y_1} + 1 \right)}$$

$$= \frac{(Y_0 - 1)^3}{4Y_0 \left(\frac{1}{4} Y_0^2 + \frac{1}{4} Y_0 + 1 \right)}$$

$$\frac{(\triangle E)_{12}}{E_1} = \frac{(Y_0 - 1)^3}{Y_0 (Y_0^2 + Y_0 + 4)} \qquad \text{..........(๔.๓.๗)}$$

$$\frac{(\triangle E)_{12}}{E_1} = \frac{(E_1 - E_2)}{E_1}$$

$$= 1 - \frac{E_2}{E_1} \qquad \text{..........(๔.๓.๗a)}$$

อัตราส่วนของพลังงานจำเพาะหลังจากการเกิดไฮดรอลิคจั๊ม และก่อนการเกิดไฮดรอลิคจั๊ม ถูกเรียกว่า " ประสิทธิภาพของจั๊ม " ดังนั้นการหาค่า $\frac{E_2}{E_1}$ ให้อยู่ในเทอมของ F_1 ก็สามารถหาความสัมพันธ์ระหว่าง $\frac{(\triangle E)_{12}}{E_1}$ ที่อยู่ในเทอมของ F_1 ได้เช่นเดียวกัน

จากสมการที่ (๔.๓.๗) ได้

$$\frac{(\triangle E)_{12}}{E_1} = \frac{(Y_0 - 1)^3}{Y_0 (Y_0^2 + Y_0 + 4)} \qquad \text{..........(๔.๓.๗)}$$

ดังนั้น

$$\frac{E_2}{E_1} = 1 - \frac{(Y_0 - 1)^3}{Y_0 (Y_0^2 + Y_0 + 4)}$$

$$= \frac{Y_0^3 + Y_0^2 + 4Y_0 - Y_0^3 + 3Y_0^2 - 3Y_0 + 1}{Y_0 (Y_0^2 + Y_0 + 4)}$$

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{4Y_0^2 + Y_0 + 1}{Y_0 (Y_0^2 + Y_0 + 4)} \qquad \text{..........(๔.๓.๘)}$$

$$= \frac{(Y_0 + 1)(4Y_0^2 + Y_0 + 1)}{Y_0 (Y_0 + 1)(Y_0^2 + Y_0 + 4)}$$

$$= \frac{4Y_0^3 + 5Y_0^2 + 2Y_0 + 1}{Y_0 (Y_0 + 1)(Y_0^2 + Y_0 + 4)} \quad \frac{2}{2}$$

$$= \frac{(8Y_0^3 + 12Y_0^2 + 6Y_0 + 1) - 2Y_0^2 - 2Y_0 + 1}{2Y_0 (Y_0 + 1)(Y_0^2 + Y_0 + 4)}$$

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{(2Y_0 + 1)^3 - 2Y_0 (Y_0 + 1) + 1}{2Y_0 (Y_0 + 1) \quad Y_0 (Y_0 + 1) + 4} \qquad \text{....(๔.๓.๘a)}$$

จากสมการที่ (๔.๒.๖)

$$Y_0 = \frac{1}{2} \left(\sqrt{1 + 8F_1^2} - 1 \right) \qquad \text{.........(๔.๒.๖)}$$

แทนค่าสมการ (๔.๒.๖) ลงในสมการ (๔.๓.๘a)

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{(\sqrt{1+8F_1^2}-1+1)^3 - (\sqrt{1+8F_1^2}-1)\left\{\frac{1}{2}(\sqrt{1+8F_1^2}-1)+1\right\}+1}{(\sqrt{1+8F_1^2}-1)\left\{\frac{1}{2}(\sqrt{1+8F_1^2}-1)+1\right\}\left[\left\{\frac{1}{2}(\sqrt{1+8F_1^2}-1)\right\}\left\{\frac{1}{2}(\sqrt{1+8F_1^2}-1)+1\right\}+4\right]}$$

$$= \frac{(1+8F_1^2)^{\frac{3}{2}} - (\sqrt{1+8F_1^2}-1)\left(\frac{1}{2}\sqrt{1+8F_1^2}+\frac{1}{2}\right)+1}{(\sqrt{1+8F_1^2}-1)\left(\frac{1}{2}\sqrt{1+8F_1^2}+\frac{1}{2}\right)\left\{\left(\frac{1}{2}\sqrt{1+8F_1^2}-\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\sqrt{1+8F_1^2}-\frac{1}{2}+1\right)+4\right\}}$$

$$= \frac{(1+8F_1^2)^{\frac{3}{2}} - \frac{1}{2}(1+8F_1^2-1)+1}{\frac{1}{2}(1+8F_1^2-1)\left\{\left(\frac{1}{2}\sqrt{1+8F_1^2}-\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\sqrt{1+8F_1^2}+\frac{1}{2}\right)+4\right\}}$$

$$= \frac{(1+8F_1^2)^{\frac{3}{2}} - 4F_1^2 + 1}{4F_1^2\left\{\frac{1}{4}(1+8F_1^2)-\frac{1}{4}+4\right\}}$$

$$= \frac{(1+8F_1^2)^{\frac{3}{2}} - 4F_1^2 + 1}{F_1^2(1+8F_1^2-1+16)}$$

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{(1+8F_1^2)^{\frac{3}{2}} - 4F_1^2 + 1}{8F_1^2(F_1^2+2)} \qquad \text{.......(๔.๓.๔)}$$

๔.๔ การวิเคราะห์ข้อมูล

การวิเคราะห์ข้อมูลที่ได้จากการทดลองในการวิจัยครั้งนี้ ได้ทำตัวอย่างในการวิเคราะห์ดังต่อไปนี้

๔.๔.๑ การหาปริมาณน้ำ

ข้อมูลที่ได้จากการหาปริมาณน้ำมีน้ำหนักของน้ำซึ่งกำหนดให้น้ำหนักของน้ำ ๒๐๐ กิโลกรัม เวลาเฉลี่ยที่ได้จากการวัดหลายๆครั้ง และอุณหภูมิของน้ำไว้หาความหนาแน่นของน้ำ

ที่อุณหภูมิ ๒๕ c ได้ความหนาแน่นของน้ำ = ๙๙๗.๑ กิโลกรัม/ลบ.ม.

เวลาเฉลี่ย = ๓๘.๙ วินาที

น้ำหนักของน้ำ = ๒๐๐ กิโลกรัม

ปริมาณน้ำ $\frac{๒๐๐ \times ๑๐^{๓}}{๙๙๗.๑ \times ๓๘.๙}$ = ๕.๑๕๖๓ ลิตร/วินาที

ปริมาณน้ำต่อหนึ่งหน่วยความกว้าง (q) = $\frac{๕.๕๑๖}{๓๐.๔๘}$ = ๐.๑๖๙๒ ลิตร/วินาที/ ซ.ม.

๔.๔.๒ การหาค่าอื่นๆในตาราง

ข้อมูลที่ได้จากการวัดมี

Y_1 = ๐.๙๑๔๔ ซ.ม.

Y_2 = ๗.๑๐ ซ.ม.

Y_3 = ๔.๖๐ ซ.ม.

ดังนั้นการวิเคราะห์หาค่าต่างๆจึงทำได้โดย

$V_1 = \frac{q}{Y_1}$ = ๑๘๕.๐๐๘๐ ซ.ม./วินาที

$V_1^2/2g = \frac{(๑๘๕.๐๐๘๐)^{๒}}{๒ \times ๙๘๑}$ = ๑๗.๔๔๕๔ ซ.ม.

$F_1 = \frac{V_1}{\sqrt{gY_1}}$ = ๖.๑๗๗๑

$$V_2 = \frac{q}{Y_2} = ๒๓.๘๒๖๙ \text{ ซ.ม./วินาที}$$

$$V_2^2/2g = \frac{(๒๓.๘๒๖๙)^{๒}}{๒ \times ๙๘๑} = ๐.๒๘๙๔ \text{ ซ.ม.}$$

$$V_3 = \frac{q}{Y_3} = ๓๖.๗๗๖๔ \text{ ซ.ม./วินาที}$$

$$V_3^2/2g = \frac{(๓๖.๗๗๖๔)^{๒}}{๒ \times ๙๘๑} = ๐.๖๘๙๓๑ \text{ ซ.ม.}$$

$$Y_2/Y_1 = \frac{๗.๑๐}{๐.๙๑๔๔} = ๗.๗๖๔๗$$

$$Y_3/Y_1 = \frac{๔.๖๐}{๐.๙๑๔๔} = ๕.๐๓๐๖$$

$$(\triangle E)_{12} = \left(Y_1 + \frac{V_1^2}{2g}\right) - \left(Y_2 + \frac{V_2^2}{2g}\right) = ๑๐.๙๗๐๔ \text{ ซ.ม.}$$

$$(\triangle E)_{12}/Y_1 = \frac{๑๐.๙๗๐๔}{๐.๙๑๔๔} = ๑๑.๙๙๗๔$$

$$(\triangle E)_{13} = \left(Y_1 + \frac{V_1^2}{2g}\right) - \left(Y_3 + \frac{V_3^2}{2g}\right) = ๑๓.๐๗๐๕ \text{ ซ.ม.}$$

$$(\triangle E)_{13}/Y_1 = \frac{๑๓.๐๗๐๕}{๐.๙๑๔๔} = ๑๔.๒๙๔๑$$

$$E_1 = Y_1 + \frac{V_1^2}{2g} = ๑๘.๓๕๙๘ \text{ ซ.ม.}$$

$$(\triangle E)_{12}/E_1 = \frac{๑๐.๙๗๐๔}{๑๘.๓๕๙๘} \times ๑๐๐ = ๕๙.๗๕๒๓ \%$$

$$(\triangle E)_{13}/E_1 = \frac{๑๓.๐๗๐๕}{๑๘.๓๕๙๘} \times ๑๐๐ = ๗๑.๑๙๐๙ \%$$

๔.๕ ผลการทดลองและวิจารณ์ผลการทดลอง

ข้อมูลและผลการทดลองทั้งหมดได้แสดงไว้ในตารางที่ ๑ ถึง ๓๓ สำหรับค่าปริมาณน้ำและระยะห่างของคลื่นทุกๆค่า นอกจากนี้ยังได้แสดงผลการวิเคราะห์ออกมาในรูปของกราฟ รูปที่ ๔.๑ ถึง ๔.๑๐

จากข้อมูลและผลการทดลองทั้งหมดที่ได้แสดงไว้ พอจะวิจารณ์เพื่อนำผลไปสรุปได้ดังต่อไปนี้

๑. จากกราฟรูปที่ ๔.๓, ๔.๔, ๔.๗ และ ๔.๘ พบว่าที่ Froude Number เดียวกัน การสูญเสียพลังงานในส่วนท้ายสุดของการเกิดไฮดรอลิคจั๊มบนพื้นที่ที่เป็นคลื่นจะมากกว่าการเกิดไฮดรอลิคจั๊มบนพื้นราบ

๒. ตำแหน่งที่เกิดไฮดรอลิคจั๊ม ส่วนใหญ่จะเกิดที่ระยะ ๑.๔๐ เมตร จาก Sluice gate เมื่อปริมาณน้ำมีช่วงตั้งแต่ ๗ ถึง ๑๔.๕ ลิตร/วินาที โดยมีระยะห่างของคลื่นต่างๆกัน

๓. จากรูป Water Surface Profile พบว่าค่าความลึกในช่วงแรกหลังจากการเกิดไฮดรอลิคจั๊มทั้งบนพื้นที่ที่เป็นคลื่นและบนพื้นราบมีค่าใกล้เคียงกันมาก

๔. จากกราฟทุกๆรูป พบว่า การเปลี่ยนระยะห่างของคลื่นที่มีความสูงเช่นเดียวกันจะได้ผลการทดลองออกมาใกล้เคียงกันมาก