บทที่ 2

ทฤษฎีเกี่ยวกับเสียงดนตรี

2.1 เสียงรบกวนและเสียงดนตรี

เราแบ่งเสียงออกได้เป็น 2 ชนิดใหญ่ ๆ คือ เสียงรบกวน (noise) และเสียงดนตรี (musical sound) ปกติเสียงรบกวนประกอบด้วยกลุ่มคลื่นที่ไม่เป็นคาบ (nonperiodic pulse) ซึ่งเกิดจากการสั่นแบบไม่ธรรมดา (irregular vibration) ของต้นกำเนิดเสียง เสียงรบกวนไม่มีระดับเสียงที่แน่นอนและมักจะให้ความรู้สึกไม่รื่นหูแก่ผู้ฟัง แต่เสียงดนตรีมีความเป็นคาบ และมีระดับเสียงแน่นอน ให้ความรู้สึกรื่นหูแก่ผู้ฟัง เสียงดนตรีจึงง่ายแก่การศึกษาแม้ว่าจะเป็นเสียงเชิงซ้อน (complex) ก็ตาม มีข้อน่าสังเกตอย่างหนึ่งคือเสียงพูด (speech) และเสียงดนตรีมักจะมีเสียงรบกวนเป็นภูมิหลัง (background) อยู่ด้วยบ่อย ๆ ดังนั้นในบางครั้งเราจึงอาจนิยามเสียงรบกวนว่าเป็นเสียงที่ไม่ต้องการก็ได้ เสียงดนตรีมีความแตกต่างกันด้วยคุณสมบัติ 3 ประการคือ ระดับเสียง (pitch) ความดัง (loudness) และคุณภาพ (quality or timbre)

2.2 ความเข้มของเสียง

นิยามของความเข้ม (intensity) ของคลื่นเสียงคือ อัตราเฉลี่ยต่อเวลาของพลังงานเสียงผ่านพื้นที่ตั้งฉากกับทิศทางการเคลื่อนที่ของพลังงานเสียง มีหน่วยเป็นเออร์กต่อวินาที-ตารางเซนติเมตร ($erg/sec\text{-}cm^2$) หรือวัตต์ต่อตารางเซนติเมตร ($watt/cm^2$) อาจกล่าวได้ว่า ความเข้มของเสียงก็คือกำลังของเสียงต่อ ตร.ซม. ของหน้าคลื่นเสียง(4)

ความเข้มของเสียง ณ จุดใด ๆ มีค่า

$$I = 2\pi^2 a^2 n^2 ds$$

โดย a เป็น อำพน (amplitude) ของเสียง

n เป็น ความถี่เสียง (frequency)

d เป็น ความหนาแน่นของตัวกลาง (density of medium)

s เป็น อัตราเร็ว (speed) ของเสียง

จากความสัมพันธ์นี้จะเห็นว่าที่ความถี่และตัวกลางอันหนึ่งความเข้มของเสียงแปรผันโดยตรงกับกำลังสองของอำพน

ในทางปฏิบัติเราวัดความเข้มเสียงในเทอมของการเปลี่ยนแปลงความดันในตัวกลางที่มีคลื่นอัด (compressional wave) ดังนั้น

$$I = \frac{p^2}{ds}$$

เมื่อ p เป็นค่ายังผลของการเปลี่ยนแปลงความดัน (effective pressure change) หน่วยเป็นไดน์ต่อ ตร.ซม. ($dyne/cm^2$)

d เป็น ความหนาแน่นของตัวกลาง หน่วยเป็น กรัมต่อลบ.ซม. (gm/cm^3)

s เป็น อัตราเร็วของคลื่นอัด หน่วยเป็น ซม.ต่อวินาที (cm/sec.)

2.3 ระดับความเข้ม

ระดับความเข้ม (intensity level) ของเสียง เป็นการเปรียบเทียบความเข้มของเสียงที่พิจารณา กับความเข้มของเสียงที่ตั้งเป็นมาตรฐาน นั่นคือ

$$N = 10 \log_{10} (I/I_o)$$

เมื่อ N เป็น ระดับความเข้ม หน่วยเป็นเดซิเบล (decibel = db)

I เป็น ความเข้มของเสียงที่ต้องการรู้ หน่วยเป็นวัตต์/ตร.ซม.

I_o เป็น ความเข้มของเสียงอ้างอิง (reference) มีค่า 10^{-16} วัตต์/ตร.ซม.

หรือ $$N = 20 \log_{10} (P/P_o)$$

โดยที่ P เป็น ความดันของเสียงที่ต้องการรู้ หน่วยเป็น ไดน์/ตร.ซม.

P_o เป็น ความดันของเสียงที่อ้างอิง หน่วยเป็น ไดน์/ตร.ซม.

ถ้าตัวกลางเป็นอากาศ พบว่า เสียงความถี่ 1000 เฮิทซ์ (Hertz = Hz) มีค่ากำลังต่อหน่วยพื้นที่น้อยที่สุดที่หูคนเราสามารถรับฟังได้เป็น 10^{-10} ไมโครวัตต์ (microwatt) เราจึงใช้ค่านี้เป็นความเข้มอ้างอิง และค่าความดันของเสียงที่ใช้เป็นความดันอ้างอิงมีค่า 0.0002 ไดน์/ตร.ซม.

2.4 <u>ความดัง</u>

เป็นสิ่งของความรู้สึกซึ่งขึ้นกับความเข้มของเสียงและความไวของหูภายใต้สภาวะเงื่อนไขที่แน่นอน เช่นที่ใกล้ขีดเริ่มของการได้ยิน (threshold of audibility) ความดังจะอ่อนทั้ง ๆ ที่ความเข้มสูงมาก นั่นคือ ความดังมิได้เป็นสัดส่วนอย่างง่ายกับความเข้ม (5)

กฎเวเบอร์-เฟชเนอร์ (Weber - Fechner law) (6) กล่าวถึงความสัมพันธ์ระหว่างความดังหรือความรู้สึก (sensation) และความเข้มหรือสิ่งเร้า (stimulus) ว่าการเพิ่มของสิ่งเร้าที่จำเป็นในการทำให้เกิดการเพิ่มของความรู้สึกที่น้อยที่สุดที่รับรู้ได้ จะเป็นอัตราส่วนคงที่ต่อสิ่งเร้าทั้งหมด นั่นคือ

$$\delta S = k \frac{\delta I}{I}$$

โดย S = ขนาดของความรู้สึก (magnitude of sensation) หรือความดัง

I = ความเข้มของสิ่งเร้า

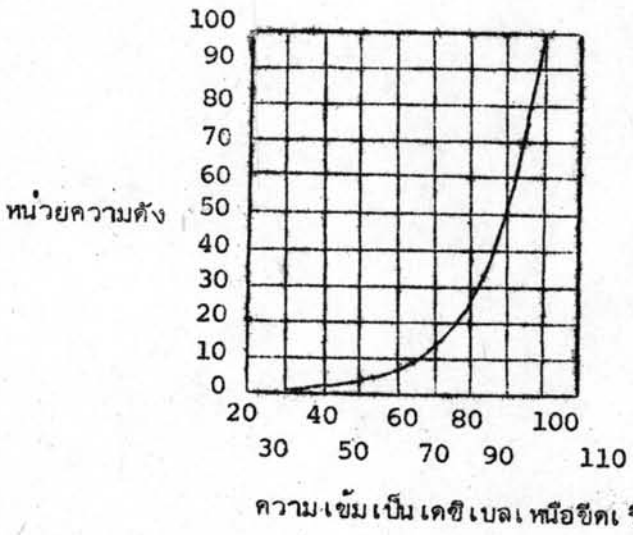
k = ค่าคงที่

หรือในรูปแบบอินทิเกรต (integrated form)

$$S = k \log I$$

ซึ่งหมายความว่า ความรู้สึกเป็นสัดส่วนกับลอการิทึม (logarithm) ของสิ่งเร้า

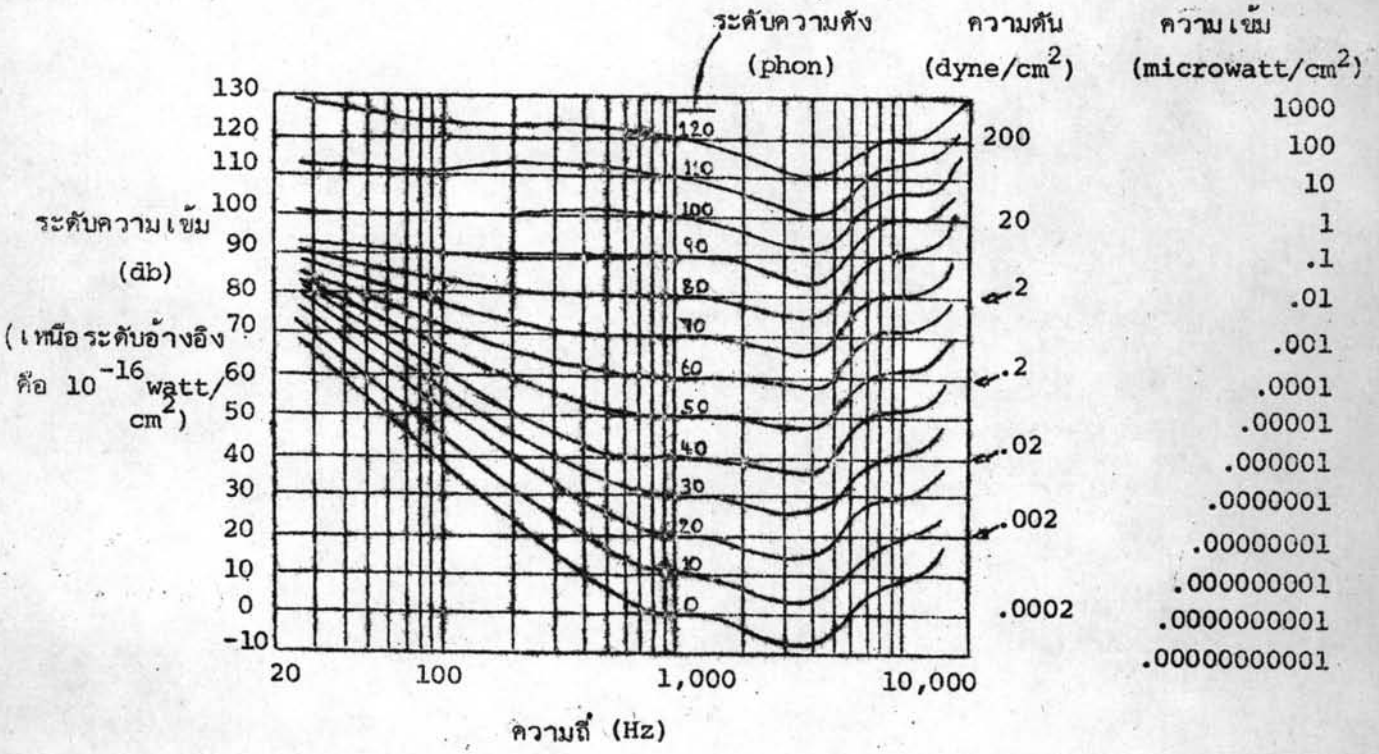
จากการวิจัยทดลอง เราได้ความสัมพันธ์ระหว่างความเข้มของเสียง หน่วยเป็นเดซิเบลเหนือขีดเริ่ม (db above threshold) และความดังหน่วยเป็น หน่วยความดัง (loudness unit) ดังรูปที่ 2.1 จากกราฟนี้แสดงให้เห็นว่าที่ความเข้มต่ำ ๆ นั้น การเปลี่ยนแปลงความเข้มทำให้ความดังเปลี่ยนแปลงไปน้อยกว่าที่ความเข้มสูง ๆ



รูปที่ 2.1 ความสัมพันธ์ระหว่างความเข้มกับความดัง(4)

2.5 เส้นเสมอระดับของระดับความดัง

วิธีเปรียบเทียบความดังของเสียงที่ความถี่ที่หูได้ยินและความเข้มต่าง ๆ กระทำโดยจัดทำอนุกรมของเส้นเสมอระดับความดังเท่ากัน (equal - loudness contour) ของเสียงความถี่ต่าง ๆ ดังรูปที่ 2.2

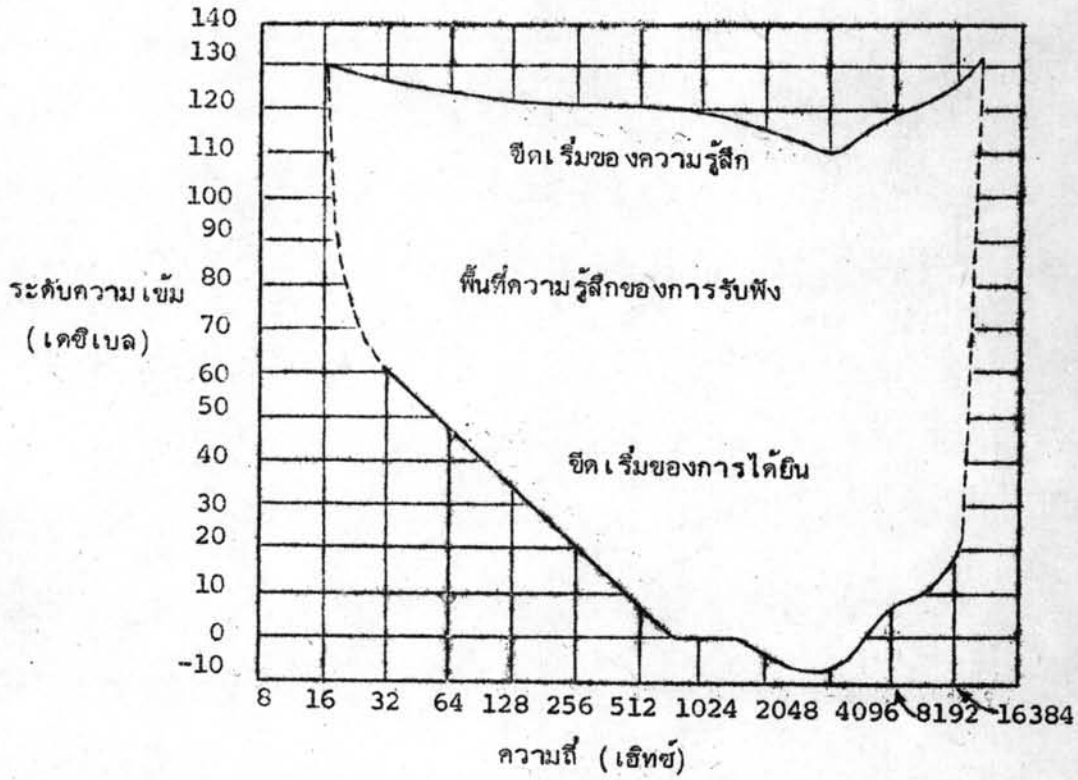


รูปที่ 2.2 เส้นเสมอระดับมาตรฐานของระดับความดัง[7]

ใช้เสียงบริสุทธิ์ (pure tone) ความถี่ 1000 เฮิทซ์ ความเข้ม 10^{-10} ไมโครวัตต์ต่อตร.ซม. เป็นความเข้มอ้างอิง ระดับความดังของเสียงมาตรฐานนี้ให้ค่าตัวเลขเดียวกันกับระดับความเข้มของมัน ดังนั้นเราจึงนิยามระดับความดังของเสียงความถี่ใด ๆ ว่าเป็นระดับความเข้มสัมพัทธ์กับเสียงอ้างอิงนี้เมื่อผู้ฟังตัดสินว่าเสียงทั้งสองนี้ดังเท่ากัน[7] ตัวเลขบนเส้นโค้งแต่ละเส้นแสดงระดับความดังเป็นเดซิเบล แต่เนื่องจากหน่วยของความเข้มก็เป็นเดซิเบล ดังนั้นจึงใช้ฟอน (phon) เป็นหน่วยของระดับความดังแทนเพื่อกันความสับสน

ถ้าเอาปลายของเส้นเสมอระดับทั้งหลายมารวมกัน ก็จะได้ดังรูปที่ 2.3 กล่าวคือจะเกิดบริเวณที่เรียกว่าพื้นที่ความรู้สึกของการรับฟัง (auditory sensation area) ซึ่งมีขีดเริ่มของการได้ยิน (threshold of audibility or hearing) เป็นขอบเขตล่างสำหรับขอบเขตบนนั้นเป็นระดับความดังเสียงที่เรารับรู้โดยการรู้สึกมากกว่าการได้ยิน เรียกระดับนี้ว่า

ขีดเริ่มของความรู้สึก (threshold of feeling) ดังนั้นเราสามารถหาระดับความดังของเสียงบริสุทธิ์ซึ่งมีความถี่และความเข้มใด ๆ ได้โดยอาศัยชุดกราฟในรูปที่ 2.2 ขอเพียงแต่ว่าต้องอยู่ภายในพื้นที่ระหว่างขีดเริ่มทั้งสอง



รูปที่ 2.3 แผนภูมิแสดงการตอบสนองของหูคนปกติต่อเสียงที่ความถี่ต่าง ๆ (4)

2.6 ความดังกับโครงสร้างเสียงล้ำ (7)

เสียงเชิงซ้อน 2 เสียงซึ่งมีความถี่มูลฐาน (fundamental frequency) และความเข้มเดียวกัน อาจมีความดังต่างกันมาก ทั้งนี้เพราะมีโครงสร้างเสียงล้ำ (overtone structure) แตกต่างกัน อาจสังเกตได้จากรูป 2.2 ว่าระดับความดังของเสียงบริสุทธิ์ความถี่ 1000 เฮิทซ์ที่มีค่าระดับความเข้มค่าหนึ่ง จะมากกว่าเสียงบริสุทธิ์ความถี่ 100 เฮิทซ์ หรือ 200 เฮิทซ์ ทั้ง ๆ ที่มีความเข้มเท่ากัน (เว้นแต่ที่ระดับความเข้มสูง ๆ)

พิจารณาเสียงเชิงซ้อน ก และ ข ซึ่งมีความเข้มและความถี่มูลฐานเดียวกัน คือ 100 เฮิทซ์ ให้โครงสร้างเสียงล้ำของ ก ประกอบด้วยความถี่มูลฐาน และฮาร์โมนิคที่ 2 (2nd harmonic) ซึ่งมีความเข้มเท่ากับความถี่มูลฐานเสียง ข ประกอบด้วยความถี่มูลฐานและฮาร์โมนิคที่ 10 (10 th harmonic) ซึ่งมีความเข้มเท่ากับความถี่มูลฐาน เราสามารถคาดหมายได้ว่าเสียง ข จะดังกว่าเสียง ก เพราะการเพิ่มของความดังจาก 1000 เฮิทซ์ซึ่งเป็นฮาร์โมนิคที่ 10 ของเสียง ข จะมากกว่าการเพิ่มของความดังจากฮาร์โมนิคที่ 2 ของเสียง ก ทั้งที่ความดังจากความถี่มูลฐานของเสียงทั้งสองเท่ากัน

2.7 ระดับเสียง

คือ ความถี่เด่น (dominant frequency) ของเสียง สังเกตว่ามิใช่ความถี่มูลฐาน แต่คือความถี่เสียงซึ่งให้ความรู้สึกมากที่สุดแก่ผู้ฟัง [8] ระดับเสียงไม่ได้ขึ้นกับความถี่ของเสียงเท่านั้น แต่ยังขึ้นกับความดังและโครงสร้างเสียงล้ำด้วย

2.8 มาตราส่วนดนตรี (Musical scale) [4]

ถ้าเราทำให้วัตถุสั่นที่ความถี่อันหนึ่งเป็น f แล้วเพิ่มความถี่ขึ้นเป็น 2 เท่าของความถี่เดิมคือเป็น 2f เราจะพบว่าลักษณะของเสียงที่ได้ยินคล้ายกันแต่เพิ่มความแหลมมากขึ้น เราเรียกช่วงที่มีความถี่ระหว่าง f กับ 2f นี้ว่าคู่แปด (octave)

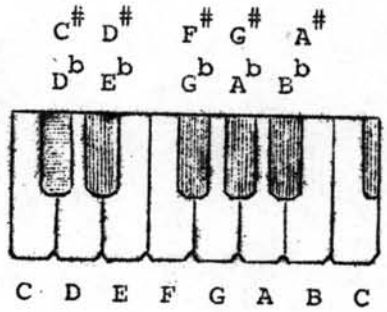
นักดนตรีรับมาตราส่วนเท็มเปอร์ดเท่า (equally tempered scale) มาใช้ ซึ่งเป็นระบบที่แบ่งคู่แปดออกเป็นอันตรภาค (interval) เท่า ๆ กัน 12 อันตรภาค เรียกแต่ละอันตรภาคว่าขั้น (step) หรือกึ่งเสียง (semitone) อัตราส่วนระหว่างความถี่ของโน้ต (note) 2 ตัวที่ติดกันจะเป็นรากที่สิบสองของ 2 หรือ 1.05946 เนื่องจากอันตรภาคดนตรี เราหมายถึงอัตราส่วนของความถี่ระหว่าง 2 โน้ต ดังนั้นในการรวม 12 อันตรภาคเข้าด้วยกันเราก็เอาอัตราส่วนทั้งหมดมาคูณกัน ซึ่งผลรวมจะเป็น 2 เพราะคู่แปดที่สูงขึ้นมีความถี่เป็น 2 เท่าของคู่แปดต่ำที่ถัดลงมา

ดังนั้นถ้า r เป็นค่าของแต่ละอันตรภาค จะได้ว่า

$$r^{12} = 2$$

$$r = \sqrt[12]{2}$$

$$= 1.05946$$



รูปที่ 2.4 แผนภาพแสดงคู่แปดเท็มเปอร์ด

จากรูป 2.4 จะเห็นว่ามีทั้งคีย์ขาว (white key) และคีย์ดำ (black key) โดยคีย์ดำหมายถึงเป็นเสียงแหลม (sharp) ของเสียงต่ำที่ถัดลงมา หรือเป็นเสียงทุ้ม (flat) ของเสียงสูงที่ถัดขึ้นไป

เราอาจจัดเป็นตารางสมบูรณ์เพื่อแสดงอัตราส่วนความถี่ของมาตราส่วนเท็มเปอร์ดเท่า เมื่อให้ C เป็นโน้ตเริ่มต้น (tonic) และ n เป็นความถี่ของ C ดังตารางข้างล่างนี้

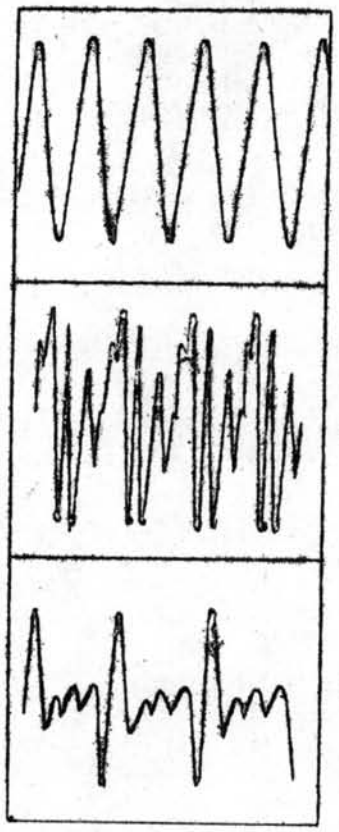
โน้ต		อัตราส่วนความถี่	ร้อยละจากโน้ตเริ่มต้น
C		1.000 n	0
$C^{\#}$	D^{b}	1.059 n	100
D		1.122 n	200
$D^{\#}$	E^{b}	1.189 n	300
E		1.260 n	400
F		1.335 n	500
$F^{\#}$	G^{b}	1.414 n	600
G		1.498 n	700
$G^{\#}$	A^{b}	1.587 n	800
A		1.682 n	900
$A^{\#}$	B^{b}	1.782 n	1000
B		1.888 n	1100
C		2.000 n	1200

ตารางที่ 2.1 แสดงอัตราส่วนความถี่ของมาตราส่วนเท็มเปอร์ดเท่า

2.9 คุณภาพของเสียง

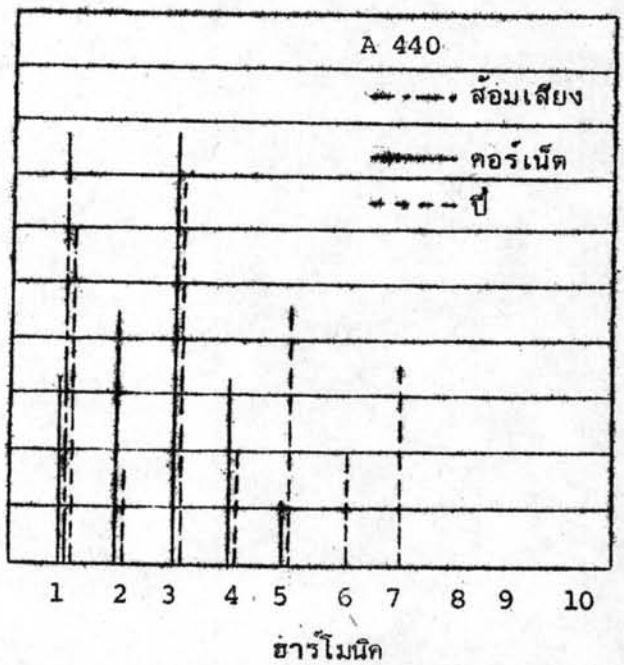
คือการเปลี่ยนแปลงของสเปกตรัมของเสียง (sound spectrum) เมื่อเวลาแปรค่าไป หรือคือการแปรผันกับเวลาขององค์ประกอบฮาร์โมนิค (harmonic component)[8]

เมื่อเราได้ยินเสียงต่าง ๆ จากเครื่องดนตรีต่างชนิดกัน เราสามารถบอกได้ว่าแต่ละเสียงนั้นมาจากเครื่องดนตรีใดด้วยคุณสมบัติเฉพาะของเสียงที่เรียกว่าคุณภาพเสียง ซึ่งพิจารณาได้ด้วยองค์ประกอบและความแรงสัมพัทธ์ (relative strength) ของแต่ละองค์ประกอบฮาร์โมนิคของเสียง โดยใช้เครื่องมือวิเคราะห์คลื่น (wave analyzer) หรือโดยพิจารณารูปคลื่น (waveform) ของเสียง



รูปที่ 2.5 (a), (b), (c) แสดงรูปคลื่นของส้อมเสียง, ปี่และคอร์เน็ต ตามลำดับ ที่ความถี่ 440 เฮิทซ์ ความเข้มเท่ากันหมด

ส่วนประกอบของฮาร์โมนิคสัมพัทธ์



รูปที่ 2.6 สเปกตรัมของเสียงในรูป 2.5

จากรูป 2.5 และ 2.6 จะเห็นว่าเสียงตัวอย่างทั้ง 3 นี้ แม้จะมีระดับเสียงและความเข้มเดียวกัน แต่ก็ให้รูปคลื่นต่างกัน ทั้งนี้เพราะส่วนประกอบและความแรงของส่วนประกอบของเสียงแตกต่างกัน ทำให้เราได้ยินเสียงต่างกันไป

2.10 การวิเคราะห์รูปคลื่นด้วยอนุกรมฟูเรียร์ (Fourier - Series Waveform Analysis)

เสียงดนตรีต่าง ๆ เป็นเสียงเชิงซ้อนและเป็นรอบ มีสเปกตรัมของเสียงหรือสเปกตรัมของความถี่แตกต่างกัน คุณภาพของเสียงจึงไม่เหมือนกัน ในทางคณิตศาสตร์เราสามารถวิเคราะห์เสียงดนตรีเป็นอนุกรมฟูเรียร์ได้ตามทฤษฎีของฟูเรียร์ (Fourier's Theorem) ดังนี้ ฟังก์ชั่นเป็นรอบที่มีค่าเดียวใด ๆ (single - valued periodic function) สามารถแทนได้ด้วยอนุกรมฟูเรียร์ซึ่งเป็นการรวมของเทอมฮาร์โมนิคอย่างง่าย (simple harmonic terms) ที่มีความถี่เป็นจำนวนเท่าของความถี่ของฟังก์ชั่นนั้น ๆ [5]

ให้ $F(t)$ เป็น ฟังก์ชั่นค่าเดียว หรือการเคลื่อนที่มีคาบ (period) เป็น T

a_n เป็น อำพนของการเคลื่อนที่อย่างง่าย

ω เป็น ความถี่เชิงมุม (angular frequency) มีค่า $\frac{2\pi}{T}$

ดังนั้นจะได้อนุกรมฟูเรียร์แบบเชิงซ้อน (complex form) คือ [9]

$$F(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} a_n e^{jn\omega t} \qquad (2.1)$$

โดย $$a_n = \frac{1}{T}\int_0^T F(t)\, e^{-jn\omega t}\, dt \qquad (2.2)$$

$$a_o = \frac{1}{T}\int_0^T F(t)dt \qquad (2.3)$$

$$a_{-n} = \frac{1}{T}\int_{o}^{T} F(t)\, e^{jn\omega t}\, dt \qquad (2.4)$$

จะเห็นว่า a_n และ a_{-n} เป็นจินตภาพสังยุคกัน (conjugate imaginary)

จากอนุกรมฟูเรียร์แบบเชิงซ้อนเราสามารถทำมาสู่แบบค่าจริง (real form) ได้ดังนี้

เขียนสมการ (2.1) เป็น

$$F(t) = \sum_{n=-\infty}^{n=-1} a_n e^{jn\omega t} + a_o + \sum_{n=1}^{n=\infty} a_n e^{jn\omega t}$$

$$= \sum_{n=\infty}^{n=1} a_{-n} e^{-jn\omega t} + a_o + \sum_{n=1}^{n=\infty} a_n e^{jn\omega t}$$

005973

$$= a_o + \sum_{n=1}^{n=\infty} (a_n e^{jn\omega t} + a_{-n} e^{-jn\omega t})$$

ใช้ความสัมพันธ์ยูเลอร์ (Euler's relation) เขียนสมการข้างบนให้อยู่ในรูป

$$F(t) = a_o + \sum_{n=1}^{n=\infty} (a_n + a_{-n})\cos n\omega t + \sum_{n=1}^{n=\infty} j(a_n - a_{-n})\sin n\omega t$$

ถ้าให้

$$\left.\begin{aligned} A_n &= a_n + a_{-n} \quad , \\ B_n &= j(a_n - a_{-n}) \quad , \\ \text{และ} \quad \frac{A_o}{2} &= a_o \end{aligned}\right\} \qquad (2.5)$$

จะได้อนุกรมฟูเรียร์แบบค่าจริงคือ

$$F(t) = \frac{A_o}{2} + \sum_{n=1}^{n=\infty} A_n \cos n\omega t + \sum_{n=1}^{n=\infty} B_n \sin n\omega t \qquad (2.6)$$

จาก (2.5), (2.4) และ (2.2) จะหา A_n ได้

$$A_n = a_n + a_{-n}$$

$$= \frac{1}{T} \int_o^T F(t) \, (e^{-jn\omega t} + e^{jn\omega t}) dt$$

$$= \frac{2}{T} \int_o^T F(t) \cos n\omega t \, dt \qquad (2.7)$$

ในทำนองเดียวกันจะได้

$$B_n = j(a_n - a_{-n})$$

$$= \frac{1}{T} \int_o^T F(t) j \, (e^{-jn\omega t} - e^{jn\omega t}) dt$$

$$= \frac{2}{T} \int_o^T F(t) \sin n\omega t \, dt \qquad (2.8)$$

สำหรับ A_o หาได้จาก (2.7)

จะเห็นว่าอนุกรมฟูเรียร์ทั้งแบบเชิงซ้อนและค่าจริงมีเทอมคงที่ (constant term) เป็นค่าเฉลี่ย (mean value) ของฟังก์ชั่น F(t) ทั้งสิ้น

อนุกรมฟูเรียร์แบบที่ 3 รวมเอามุมเฟส (phase angle) เข้าไปด้วย กล่าวคือ

จากสมการ (2.6) ให้

$$A_n \cos n\omega t + B_n \sin n\omega t = C_n \cos (n\omega t - \phi_n)$$

$$= C_n \cos n\omega t \cos \phi_n + C_n \sin n\omega t \sin \phi_n$$

โดยการเทียบสัมประสิทธิ์จะได้

$$A_n = C_n \cos \phi_n$$

$$B_n = C_n \sin \phi_n$$

ดังนั้น

$$C_n = \sqrt{A_n^2 + B_n^2}$$

$$\phi_n = \tan^{-1} \frac{B_n}{A_n}$$

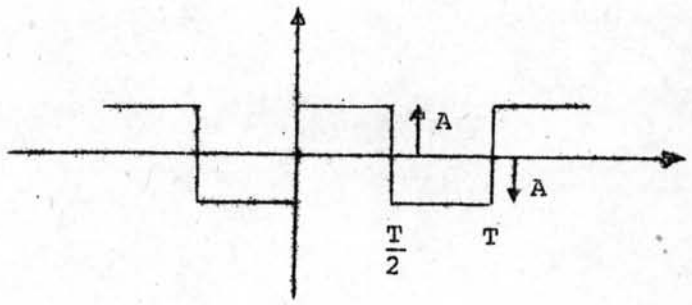
จะได้อนุกรมฟูเรียร์แบบที่ 3 คือ

$$F(t) = \frac{A_o}{2} + \sum_{n=1}^{n=\infty} C_n \cos(n\omega t - \phi_n)$$

หรือ

$$F(t) = \frac{A_o}{2} + \sum_{n=1}^{n=\infty} C_n \sin (n\omega t + \frac{\pi}{2} - \phi_n)$$

2.10.1 ตัวอย่างการกระจายฟังก์ชั่นรูป 2.7 เป็นอนุกรมฟูเรียร์



รูปที่ 2.7 คลื่นรูปจัตุรัสมีอำพน A คาบ T

สัมประสิทธิ์ของอนุกรมฟูเรียร์แบบเชิงซ้อนของฟังก์ชั่นรูป 2.7 หาได้จากสมการ (2.2) ดังนี้

$$a_n = \frac{1}{T}\int_0^T F(t)\, e^{-jn\omega t}\, dt$$

$$= \frac{A}{T}\int_0^{T/2} e^{-jn\omega t}\, dt - \frac{A}{T}\int_{T/2}^{T} e^{-jn\omega t}\, dt$$

$$= \frac{A}{T}\left(\int_0^{\pi/\omega} e^{-jn\omega t}\, dt - \int_{\pi/\omega}^{2\pi/\omega} e^{-jn\omega t}\, dt\right)$$

$$= \frac{A}{Tjn\omega}\left(e^{-jn\omega t}\Big|_{\pi/\omega}^{0} + e^{-jn\omega t}\Big|_{\pi/\omega}^{2\pi/\omega}\right)$$

$$= \begin{cases} 0 & \text{ถ้า } n = 0 \text{ หรือ } n \text{ เป็นคู่} \\ \frac{2A}{jn\pi} & \text{ถ้า } n \text{ เป็นคี่} \end{cases}$$

นั่นคือฟังก์ชั่นนี้กระจายเป็นอนุกรมฟูเรียร์แบบเชิงซ้อนได้เป็น

$$F(t) = \frac{2A}{j\pi} \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} \frac{e^{jn\omega t}}{n} \quad \text{เมื่อ} \quad n \quad \text{เป็นเลขคี่}$$

สัมประสิทธิ์ของอนุกรมฟูเรียร์แบบค่าจริงหาได้โดยสมการ (2.7) , (2.8)

$$A_n = a_n + a_{-n}$$

$$= \frac{2A}{j\pi} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n}\right)$$

$$= 0$$

$$B_n = j\,(a_n - a_{-n})$$

$$= \frac{2A}{\pi} \left(\frac{1}{n} + \frac{1}{n}\right)$$

$$= \frac{4A}{n\pi}$$

หอสมุดกลาง สถาบันวิทยบริการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ดังนั้นฟังก์ชั่นนี้จึงกระจายเป็นอนุกรมฟูเรียร์แบบค่าจริงได้ว่า

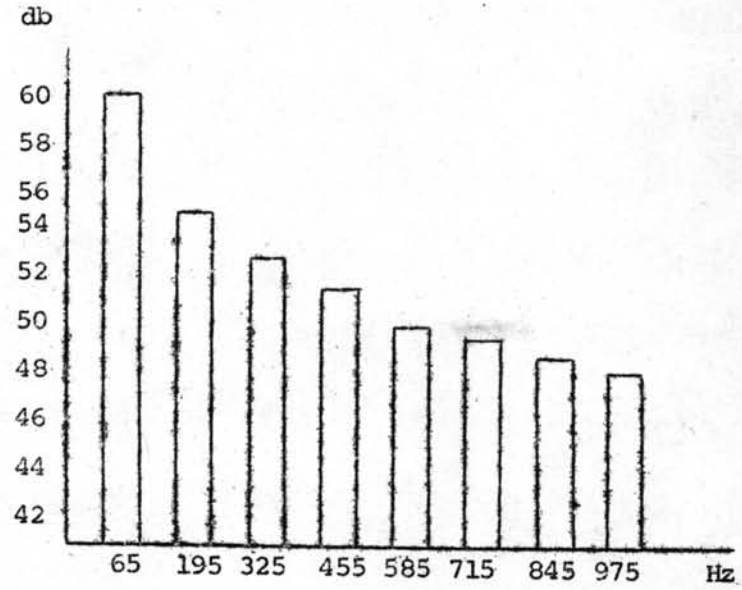
$$F(t) = \frac{4A}{\pi} \sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{\sin n\omega t}{n} \quad \text{เมื่อ} \quad n \quad \text{เป็นเลขคี่}$$

2.10.2 ตัวอย่างส่วนประกอบฮาร์โมนิคของรูปคลื่นบางแบบ[8]

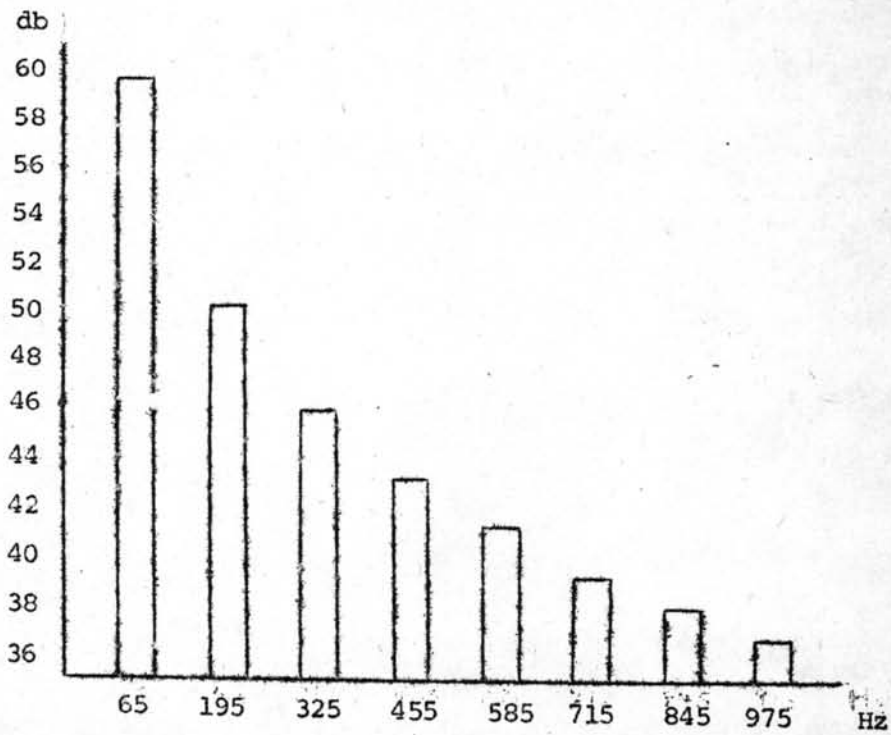
ฮาร์โมนิค \ คลื่น	สามเหลี่ยม	ฟันเลื่อย	จตุรัส
1	$8/\pi^2$	$2/\pi$	$4/\pi$
2	---	$1/\pi$	---
3	$8/9\pi^2$	$2/3\pi$	$4/3\pi$
4	---	$1/2\pi$	---
5	$8/25\pi^2$	$2/5\pi$	$4/5\pi$
6	---	$1/3\pi$	---
7	$8/49\pi^2$	$2/7\pi$	$4/7\pi$
8	---	$1/4\pi$	---
9	$8/81\pi^2$	$2/9\pi$	$4/9\pi$

ตารางที่ 2.2 แสดงส่วนประกอบฮาร์โมนิคของคลื่นรูปสามเหลี่ยม , ฟันเลื่อย , จัตุรัส

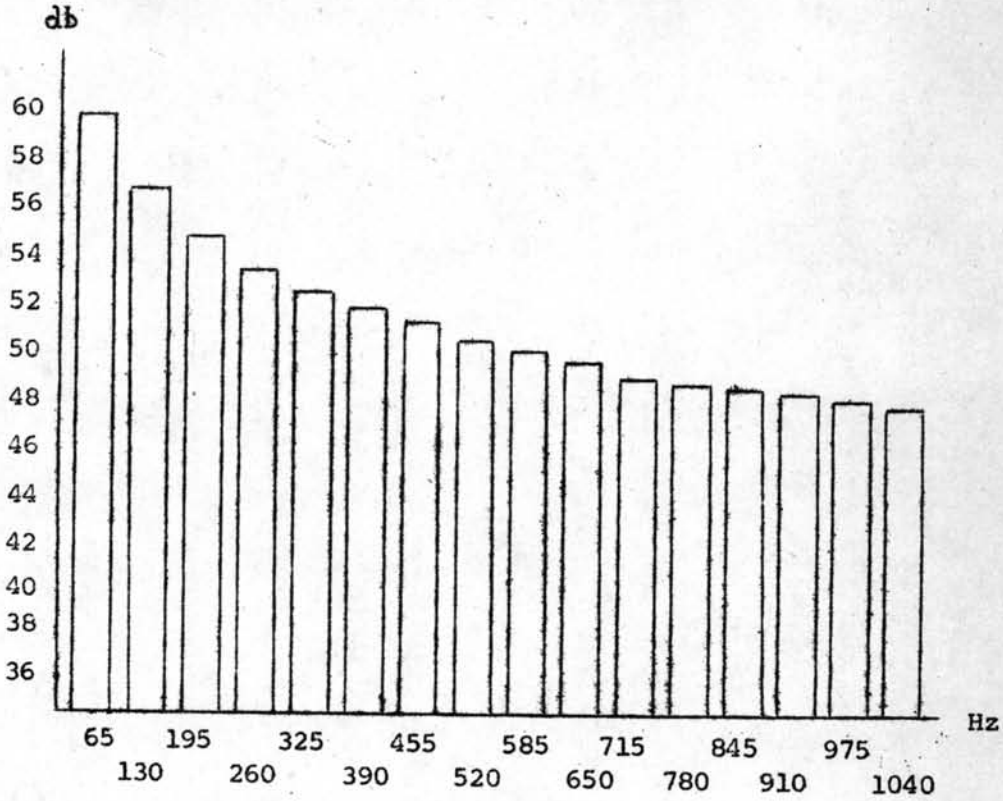
2.10.3 ส่วนประกอบฮาร์โมนิคของคลื่นรูปจตุรัส, สามเหลี่ยมและฟันเลื่อยที่ความถี่ 65 เฮิทซ์ , 60 เดซิเบล[1]



รูปที่ 2.8 ส่วนประกอบฮาร์โมนิคของคลื่นรูปจัตุรัสความถี่ 65 เฮิทซ์, 60 เดซิเบล



รูปที่ 2.9 ส่วนประกอบฮาร์โมนิคของคลื่นรูปสามเหลี่ยมความถี่ 65 เฮิทซ์ , 60 เดซิเบล



รูปที่ 2.10 ส่วนประกอบฮาร์โมนิคของคลื่นรูปฟันเลื่อยความถี่ 65 เฮิรซ์ ความดัง 60 เดซิเบล

2.11 ชนิดของเครื่องดนตรี

เครื่องดนตรีอาจแบ่งได้เป็น 3 ประเภทใหญ่ ๆ คือ

2.11.1 เครื่องสาย (Stringed Instruments) แบ่งเป็น 3 ชนิดตามลักษณะการสั่นของสายลวดหรือเอ็น

2.11.1.1 ชนิดที่สายลวดสั่นโดยการดีด (Pluck) ได้แก่พิณ , กีตาร์ , แมนโดลิน , แบนโจ

2.11.1.2 ชนิดที่สายลวดสั่นโดยการตี (Strike) ได้แก่ เปียโน

2.11.1.3 ชนิดที่สายลวดสั่นโดยการสี (Bow) ได้แก่ ไวโอลิน , ซอ

2.11.2 <u>เครื่องลม</u> (Wind Instruments)

2.11.2.1 <u>ท่อออร์แกนชนิดรู</u> (Flute Pipes) การสั่นในท่ออออร์แกนชนิดนี้เกิดขึ้นโดยลำอากาศที่พุ่งออกจากช่องแคบไปชนสันคม เครื่องดนตรีพวกนี้ได้แก่ขลุ่ยไทย , ขลุ่ยผิว (piccolo), ขลุ่ย (flute)

รูปที่ 2.11 แผนภาพของท่ออออร์แกนชนิดรู

2.11.2.2 <u>ท่ออออร์แกนชนิดลิ้น</u> (Reed Pipes) การสั่นของลำอากาศภายในท่ออออร์แกนเกิดขึ้นโดยลิ้น (reed) ซึ่งทำด้วยไม้บาง ๆ หรือโลหะเป็นตัวสั่น (vibrator) มี 2 แบบคือ ลิ้นอิสระ (free reed) เป็นแบบที่ตัวลิ้นเล็กกว่าช่องลมที่พุ่งขึ้นมาทางช่องจะทำให้ลิ้นสั่น ได้แก่ หีบเพลงปาก (harmonica) หีบเพลงชัก (accordian) แคน ลิ้นตี (striking reed) เป็นแบบที่ตัวลิ้นโตกว่าช่อง ที่เป็นลิ้นเดี่ยว (single reed) ได้แก่ ปี่แคลริเน็ต (clarinet) แซกโซโฟน (saxophone) สำหรับพวกที่เป็นลิ้นคู่ (double reed) ได้แก่ ปี่เสียงแหลม (aboe) , แตรยังกฤษ (English horn) ปี่ห้ม (bassoon)

รูปที่ 2.12 แสดงท่ออออร์แกนชนิดลิ้นแบบลิ้นอิสระ

2.11.2.3 <u>เครื่องทองเหลือง</u> (Brass Instruments) การสั่นเกิดขึ้นได้เนื่องจากอากาศถูกเป่าออกไปในช่องแคบระหว่างริมฝีปากทั้งสองของผู้เป่า ริมฝีปากของผู้เป่าทำหน้าที่คล้ายกับเป็นลิ้นคู่วางอยู่ในที่เป่าที่พอเหมาะ ได้แก่ แตรต่าง ๆ เช่น แตรฝรั่งเศส (French horn) แตรคอร์เน็ต (cornet) แตรทรัมเป็ต (trumpet) แตรทรอมโบน (trombone) ทูบ้า (tuba)

สำหรับเสียงคนเกิดขึ้นในทำนองเดียวกับท่ออออร์แกนชนิดลิ้นอิสระแบบลิ้นคู่ กล่องเสียงของคนนั้นนับเป็นเครื่องดนตรีที่สมบูรณ์แบบที่สุด เพราะสามารถปรับระดับ , คุณภาพ , และความเข้มของเสียงได้ ซึ่งไม่มีเครื่องดนตรีใดทำได้

2.11.3 <u>เครื่องตี</u> (Percussion Instruments) มี 2 ชนิดคือ

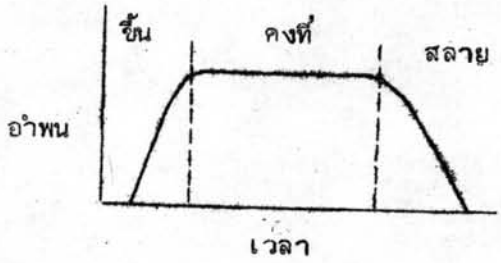
2.11.3.1 <u>ชนิดที่การสั่นเกิดจากวัสดุเป็นแท่ง</u> (Rod) ได้แก่ ระนาดไทย , ระนาดฝรั่ง (xylophone)

2.11.3.2 <u>ชนิดที่การสั่นเกิดจากวัสดุเป็นแผ่น</u> (Plate) ได้แก่ กลองยาว , กลองแตรก (snare drum) , ระฆัง เป็นต้น

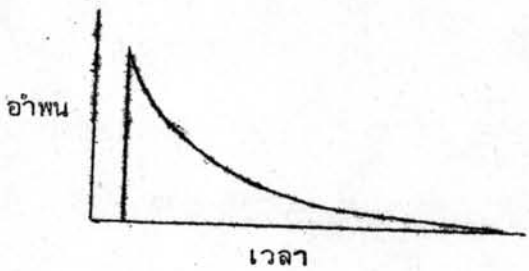
2.12 <u>ไดนามิคส์</u> (Dynamics)

นอกจากคุณสมบัติ 3 ประการของเสียงดนตรี ได้แก่ ระดับเสียงซึ่งขึ้นอยู่กับความถี่ ความดังซึ่งขึ้นกับความเข้มหรืออำพนของเสียง และคุณภาพขึ้นกับเสียงล้ำหรือโครงสร้างฮาร์โมนิค (harmonic structure) ซึ่งเป็นตัวบอกว่าเสียงที่เราได้ยินนั้นมาจากเครื่องดนตรีใดแล้ว สิ่งสำคัญที่จะบอกถึงความเป็นดนตรีดียิ่งขึ้นคือ ไดนามิคส์ของเสียงซึ่งคือ เอ็นเวลโลพของรูปคลื่น (waveform envelope) ของเสียงนั่นเอง[2]

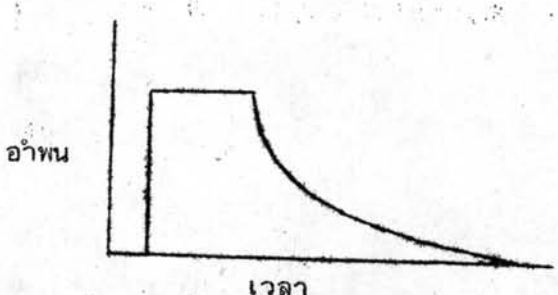
ไดนามิคส์ คือการเปลี่ยนแปลงความเข้มของเสียงเมื่อเวลาแปรค่าไป[8]



รูปที่ 2.13 ไดนามิคส์ของเครื่องเป่า



รูปที่ 2.14 ไดนามิคส์ของเครื่องสายหรือเครื่องตี



รูปที่ 2.15 ไดนามิคส์ตัวอย่างของเครื่องสังเคราะห์เสียง

รูปที่ 2.13, 2.14, และ 2.15 เป็นโมดูเลชันเอ็นเวลโลพ (modulation envelope) ของความถี่เสียง แสดงการเปลี่ยนแปลงอำพนทั้งหมดของความถี่เสียง (audio frequency) เอ็นเวลโลพดังกล่าวมีได้มากมายไม่มีขีดจำกัด โดยแต่ละเอ็นเวลโลพจะมีเสียงเฉพาะของมันเองไม่ขึ้นกับระดับเสียง นี่คือไดนามิคส์

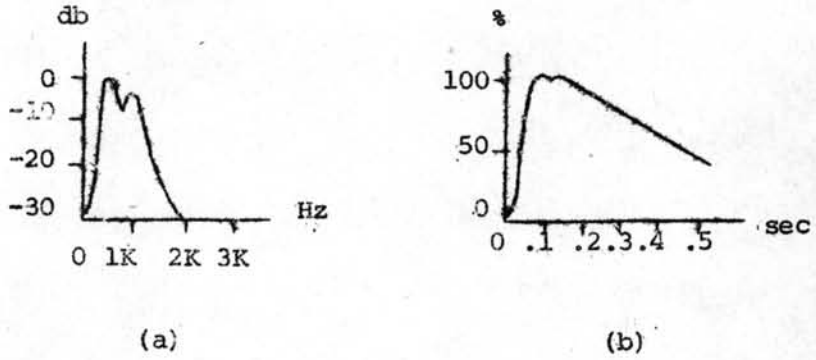
รูป 2.13 ให้ความรู้สึกแก่ผู้ฟังว่ากำลังฟังเสียงจากเครื่องดนตรีในตระกูลเครื่องเป่าที่ทำด้วยไม้ (woodwinds) เครื่องดนตรีประเภทนี้มีลักษณะเฉพาะคือ ช่วงเวลาตอนขึ้น (attack or rise time) และช่วงเวลาตอนลง (decay time) ค่อนข้างเร็ว และมีช่วงเวลาที่อำพนของเสียงคงที่ (sustain) อยู่ด้วย

เครื่องดนตรีที่มีเอ็นเวลโลพอย่างในรูป 2.14 อาจเป็นพวกเครื่องสายหรือเครื่องตี ลักษณะประจำตัวคือ อำพนของเสียงขึ้นสูงอย่างรวดเร็ว (sharp attack) ติดตามด้วยการสลาย (decay) อย่างเอ็กซ์โปเน็นเชียล (exponential) และไม่มีช่วงคงที่ (sustain) ทั้งนี้เพราะพลังงานซึ่งเป็นต้นเหตุแห่งเสียงถูกป้อนในรูปพลเดี่ยว (single pulse) หรืออาจเป็นหลาย ๆ ดลต่อเนื่องกันอย่างรวดเร็ว ถ้าเป็นเครื่องดนตรีประเภทเครื่องสาย เช่นเปียโน กีตาร์ ช่วงเวลาสลายจะยาวอยู่ในอันดับของวินาที ช่วงเวลาสลายจะสั้นลงเมื่อเป็นจำพวกบาร์เหล็ก (steel bar) เช่น ไวบ์ (vibes) และจะสั้นมากเมื่อเป็นประเภทเครื่องตีที่เป็นแผ่น (membrane) ขึงตึง เช่น กลอง

รูป 2.15 เป็นเอ็นเวลโลพที่ทำได้ยากมากในเครื่องดนตรีแท้ ๆ เพราะมีการขึ้นเร็วมากอย่างในพวกเครื่องสายและเครื่องตี ตามด้วยช่วงคงที่แบบเดียวกับขลุ่ย บี๋ หรือแตร และมีการสลายยาวมากดังเช่นที่พบในพวกเครื่องสาย การสร้างเอ็นเวลโลพแบบนี้ถ้าใช้เครื่องดนตรีแท้ ๆ ต้องอาศัยความชำนาญอย่างยิ่งยวดของผู้เล่น แต่ถ้าใช้เครื่องสังเคราะห์เสียงแล้วจะเป็นเรื่องง่ายมาก นี่เป็นข้อดีอันหนึ่งของเครื่องสังเคราะห์เสียงที่เหนือกว่าเครื่องดนตรีแท้ ๆ

<u>ตัวอย่างสเปกตรัมความถี่ (frequency spectrum) และเอ็นเวลโลพของเครื่องดนตรีบางชนิด</u> (10)

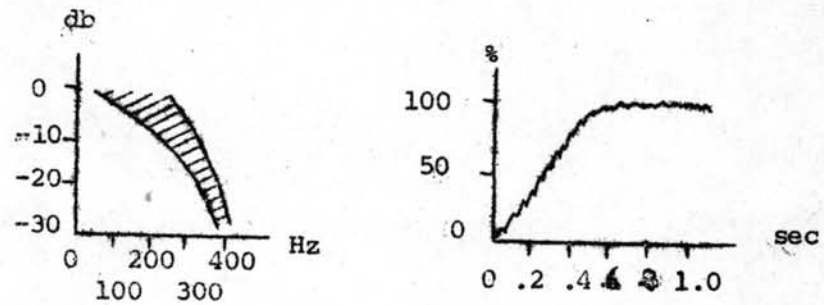
<u>บี๋ทุ้ม</u> (Bassoon, $A_1^{\#} - D_5^{\#}$) มีอภินาท Q (Q resonance) พอประมาณที่ 550 และ 1150 เฮิทซ์ ฮาร์โมนิคสูง ๆ ตกลงอย่างรวดเร็วหลังจากยอดที่สองไปแล้ว (second peak) เวลาตอนขึ้น 50 มิลลิวินาที ช่วงคงที่ 60 มิลลิวินาที ตามด้วยการลดอย่างช้า ๆ



(a) (b)

รูปที่ 2.16 (a) สเปกตรัม, (b) เอ็นเวลโลพของปี่พุ่ม

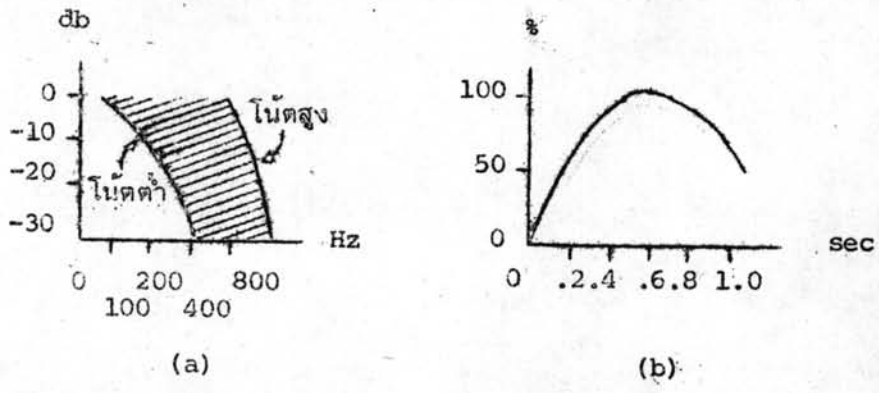
<u>เบสไวโอลิน</u> (Bass Violin, $E_1 - E_3$) มีพิสัยจากคลื่นรูปฟันเลื่อยแท้ ๆ ทางด้านความถี่ต่ำคือ 50 เฮิทซ์ จนถึงคลื่นรูปฟันเลื่อยที่ผ่านการกรองความถี่ต่ำผ่านแล้วทางด้านความถี่สูงคือ 250 เฮิทซ์ ช่วงเวลาตอนขึ้นและสลายเป็น 0.5 วินาที ที่เอ็นเวลโลพมีโมดูเลชันของสัญญาณรบกวนความถี่ต่ำอยู่ด้วยเล็กน้อย



(a) (b)

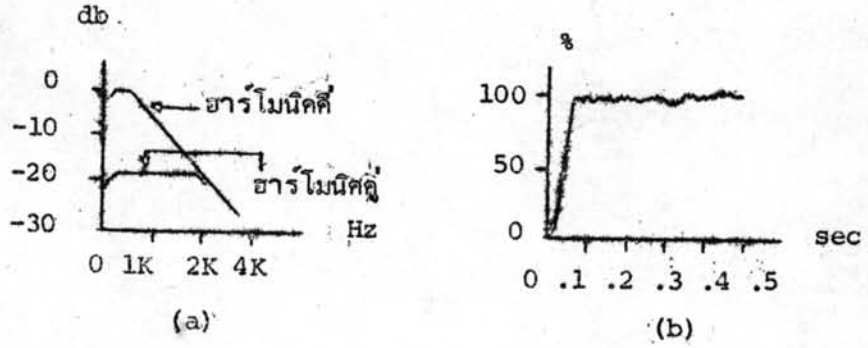
รูปที่ 2.17 (a) สเปกตรัม, (b) เอ็นเวลโลพของเบสไวโอลิน

<u>ซอ</u> (Cello , $C_2 - E_3$) เสียงของซอได้จากคลื่นรูปฟันเลื่อยที่ได้รับการกรองความถี่ต่ำผ่านแล้ว จุดตัดขาด (cut - off) ของตัวกรองจะขันขึ้นเรื่อย ๆ เมื่อความถี่สูงขึ้น เอ็นเวลโลพมีตอนขึ้นและสลายช้า ๆ แต่การสลายจะเร็วขึ้นเมื่อเป็นโน้ตสูง ๆ



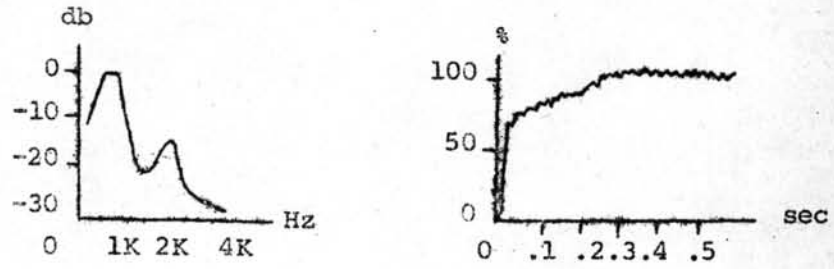
รูปที่ 2.18 (a) สเปกตรัม , (b) เอ็นเวลโลพของซอ

<u>บี๋</u> (Clarinet, $D_3 - F_6$) เสียงบี๋ประกอบด้วยฮาร์โมนิคคี่ (odd harmonics) เป็นตัวเด่น และมีฮาร์โมนิคคู่ (even harmonics) เล็กน้อย ฮาร์โมนิคคู่จะแรงเมื่อเป็นโน้ตสูง ๆ เวลาตอนขึ้นประมาณ 50 มิลลิวินาที ลักษณะของเสียงมีโมดูเลชันของสัญญาณรบกวนส่งเดช (random noise) ความถี่ต่ำอยู่ 10 %



รูปที่ 2.19 (a) สเปกตรัม, (b) เอ็นเวลโลพของบี๋

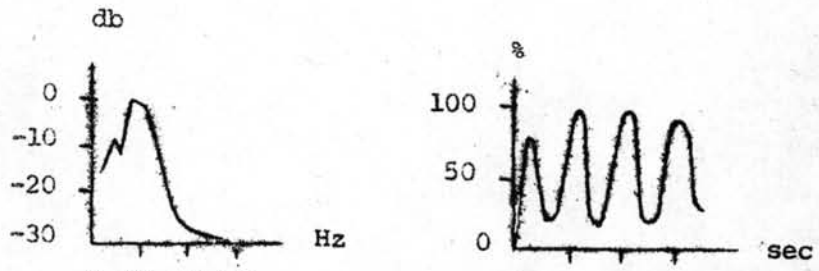
<u>แตรอังกฤษ</u> (English Horn, $G_3^{\#} - C_6^{\#}$) ลักษณะสมบัติคือ ยอดอันสูงอภินาทที่ 600 เฮิทซ์เป็นยอดแบน และยอดอีกอันอภินาทที่ 1900 เฮิทซ์เป็นยอดที่แคบกว่า ร่องระหว่างยอดทั้งสองอยู่ที่ 1300 เฮิทซ์ ต่ำจากยอดอันสูง 26 เดซิเบล มีเวลาตอนขึ้นเป็น 2 ขั้น คือ 5 มิลลิวินาทีอำพน 60 % แล้วค่อย ๆ เพิ่มอำพนจนถึงสูงสุดที่ 400 มิลลิวินาที มีสัญญาณรบกวนส่งเดชโมดูเลทอยู่ด้วย 10 % ในช่วงตอนขึ้นและช่วงคงที่



(a) (b)

รูปที่ 2.20 (a) สเปกตรัม , (b) เอ็นเวลโลพของแตรอังกฤษ

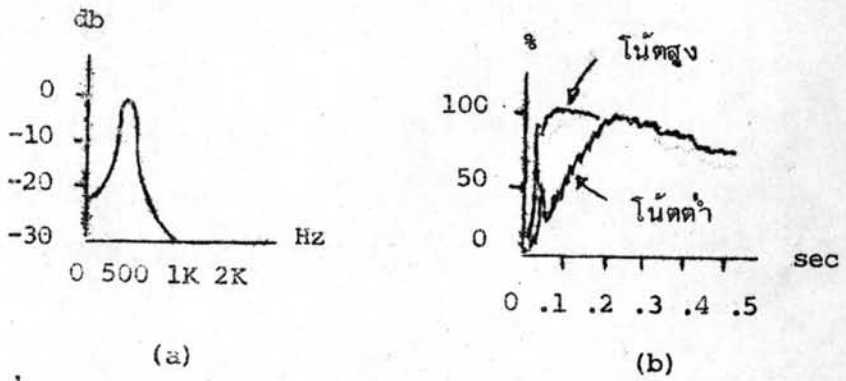
ขลุ่ย (Flute, $C_4 - C_7$) เป็นเครื่องดนตรีที่มีอภินาทคู่เช่นกัน โดยมียอดอภินาทอันอ่อนอยู่ที่ 300 เฮิทซ์ อันแรงอยู่ที่ 600 เฮิทซ์ มีฮาร์โมนิคอ่อนมาก เวลาตอนขึ้น 50 มิลลิวินาที จากรูปจะเห็นว่ามีทรีโมโล 5 ถึง 7 เฮิทซ์อยู่ด้วย



(a) (b)

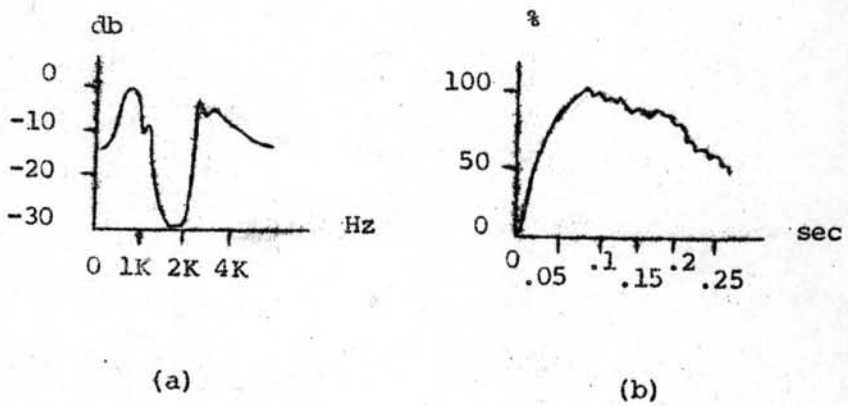
รูปที่ 2.21 (a) สเปกตรัม , (b) เอ็นเวลโลพของขลุ่ย

แตรฝรั่งเศส (French Horn, $B_1 - F_5$) มีอภินาทเดี่ยวอยู่ที่ 500 เฮิทซ์ และเป็นแถบผ่านแคบกว่ากรณีแตรทรอมโบนมาก เวลาตอนขึ้นแปรเปลี่ยนระหว่าง 100 และ 20 มิลลิวินาที โดยมียอดเล็ก (blip) ปรากฏที่โน้ตต่ำ



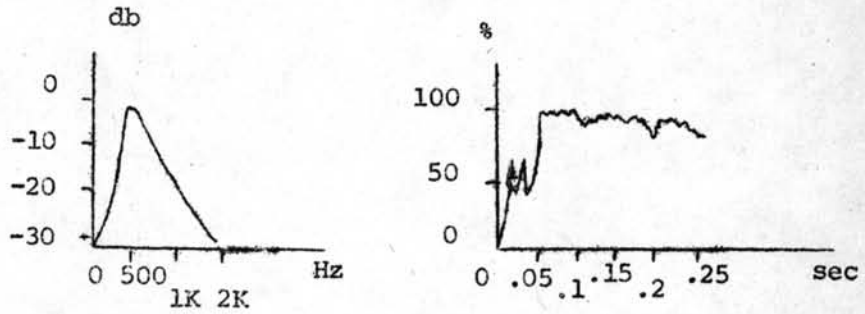
รูปที่ 2.22 (a) สเปกตรัม , (b) เอ็นเวลโลพของแตรฝรั่งเศส

<u>ปี่เสียงแหลม</u> (Oboe, $A_3 - G_6$) มีโครงสร้างสเปกตรัมที่ซับซ้อนมาก ยอดอภินาทอันหนึ่งอยู่ที่ความถี่ 1050 เฮิทซ์ อีกอันซึ่งเป็นอภินาทความถี่สูงผ่านอยู่ที่ 3000 เฮิทซ์ และมีร่อง 30 เดซิเบลที่ 2000 เฮิทซ์ เสียงของปี่ชนิดนี้มีพลังงานฮาร์โมนิคมากกว่าเสียงของเครื่องดนตรีอื่น ๆ เวลาตอนขึ้น 60 มิลลิวินาทีเวลาช่วงคงที่เป็นศูนย์ การสลายเริ่มเมื่อเล่นโน้ตไปแล้ว 100 มิลลิวินาที เอ็นเวลโลพตอนเริ่มนั้นไม่มีสัญญาณรบกวน แต่ตอนสลายมีสัญญาณรบกวนโมดูเลทอยู่ด้วย 10 %



รูปที่ 2.23(a) สเปกตรัม , (b) เอ็นเวลโลพของปี่เสียงแหลม

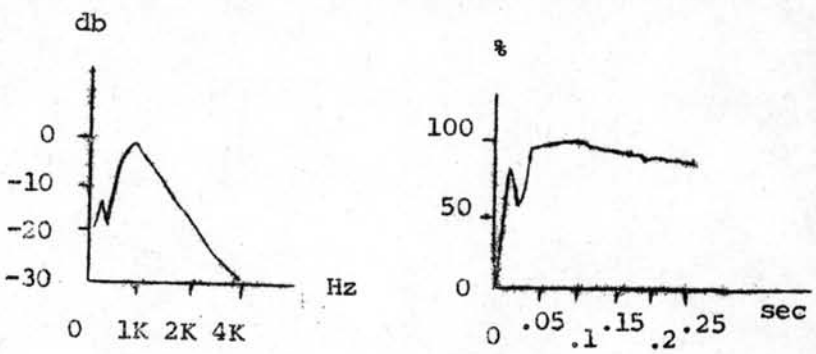
<u>แตรทรอมโบน</u> (Trombone, $E_2 - B_4$) กราฟสเปกตรัมความถี่ของทรอมโบนแสดงยอดออกินาทเดี่ยวที่ 475 เฮิทซ์ ซึ่งมีเวลาตอนขึ้นอยู่ในอันดับของ 60 มิลลิวินาที สำหรับเอ็นเวลโลพจะเห็นยอดเล็กคู่อยู่ทางด้านขวนขึ้น



(a) (b)

รูปที่ 2.24 (a) สเปกตรัม , (b) เอ็นเวลโลพของแตรทรอมโบน

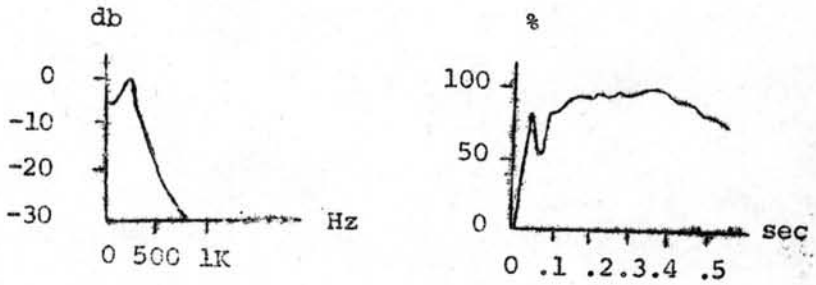
<u>แตรทรัมเป็ต</u> (Trumpet, $E_3 - A_5^{\#}$) มียอดออกินาทเดี่ยวอยู่ที่ 1150 เฮิทซ์ ที่เอ็นเวลโลพแสดงถึงลักษณะสมบัติของแตรคือมียอดเล็ก หรือการเปลี่ยนแปลงการตลของอำพน (impulse change in amplitude) เวลาตอนขึ้น 50 มิลลิวินาที



(a) (b)

รูปที่ 2.25 (a) สเปกตรัม , (b) เอ็นเวลโลพของแตรทรัมเป็ต

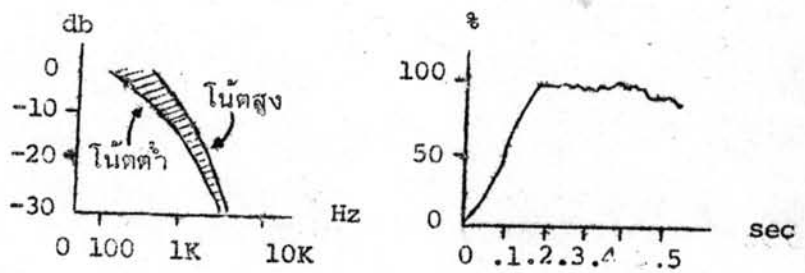
ทูบ้า (Tuba, $F_1 - F_4$) มียอดอภินาทเดี่ยวอยู่ที่ 275 เฮิทซ์ มียอดเล็กทางด้านตอนขึ้นของเอ็นเวลโลพ มีเวลาตอนขึ้น 400 มิลลิวินาที



(a) (b)

รูปที่ 2.26 (a) สเปกตรัม , (b) เอ็นเวลโลพของทูบ้า

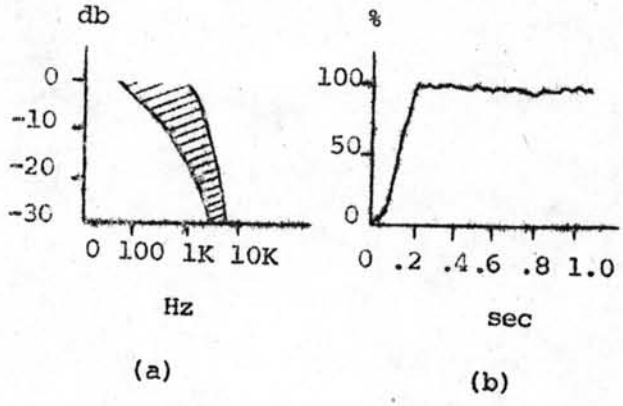
ไวโอลา (Viola, $C_3 - E_4$) เสียงของไวโอลามีช่วงจากคลื่นรูปฟันเลื่อย ซึ่งผ่านการกรองความถี่สูงผ่านอย่างแรงทางด้านความถี่ต่ำคือ 140 เฮิทซ์ ไปสู่คลื่นรูปฟันเลื่อยที่ผ่านการกรองความถี่ต่ำผ่านอ่อน ๆ ทางด้านความถี่สูงคือ 750 เฮิทซ์ เวลาตอนขึ้น 150 มิลลิวินาที เวลาตอนสลายเริ่มจาก 150 ถึง 300 มิลลิวินาทีที่เอ็นเวลโลพแสดงให้เห็นโมดูเลชันของสัญญาณรบกวนความถี่ต่ำอยู่ด้วย



(a) (b)

รูปที่ 2.27 (a) สเปกตรัม , (b) เอ็นเวลโลพของไวโอลา

ไวโอลิน (Violin, $G_3 - C_6$) เสียงไวโอลินมีช่วงจากคลื่นรูปฟันเลื่อยซึ่งผ่านการกรองความถี่สูงผ่านอย่างแรงทางด้านความถี่ต่ำคือ 200 เฮิทซ์ จนถึงคลื่นรูปฟันเลื่อยซึ่งผ่านการกรองความถี่ต่ำผ่านอ่อน ๆ ทางด้านความถี่สูงคือ 1500 เฮิทซ์ เวลาตอนขึ้นแปรเปลี่ยนอยู่ระหว่าง 80 กับ 200 มิลลิวินาที และอาจเลือกให้มีไวเบรโตของโมดูเลชันทางความถี่ 6 ถึง 8 เฮิทซ์ก็ได้



รูปที่ 2.28 (a) สเปกตรัม , (b) เอ็นเวลโลพของไวโอลิน