

การหาความเค้นบริเวณร่องขนาดเล็กในแผ่นวัสดุโดยวิธีโฟโตออสติ๊ก

นายอภิวัฒน์ พลชัย



006356

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

แผนกวิชาวิศวกรรมเครื่องกล

บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

พ.ศ. 2521

STRESS CONCENTRATION AROUND A SLIT IN AN INFINITE PLATE  
BY PHOTOELASTIC METHOD

Mr. Apiwon Polchai

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements  
for the Degree of Master of Engineering  
Department of Mechanical Engineering  
Graduate School  
Chulalongkorn University  
1978

Thesis Title            Stress Concentration Around a Slit in an  
                                 Infinite Plate by Photoelastic Method  
By                            Mr. Apiwon Polchai  
Department            Mechanical Engineering  
Thesis Adviser        Assc. Prof. Dr. Pinai Sukhawarn

---

Accepted by the Graduate School, Chulalongkorn University  
in Partial fulfillment of the requirements for the Master's Degree

*S. Bunnag*  
.....Acting Dean of Graduate School  
( Asst. Prof. Supradit Bunnag, Ph.D. )

Thesis Committee:

*Variddhi Ungphakorn*  
.....Chairman  
( Asst. Prof. Variddhi Ungphakorn, Ph.D. )

*Pinai Sukhawarn*  
.....Member  
( Assc. Prof. Pinai Sukhawarn, Ph.D. )

*Harit Sutabutr*  
.....Member  
( Assc. Prof. Harit Sutabutr, Ph.D. )

*I. Pan-ngam*  
.....Member  
( Asst. Prof. Ittipol Pan-ngam, Ph.D. )

*Kaukeart Boonchukosol*  
.....Member  
( Dr. Kaukeart Boonchukosol, Dr. Ing. )

หัวข้อวิทยานิพนธ์	การหาความเค้นบริเวณร่องขนาดเล็กในแผ่นวัสดุโดยวิธี โฟโตอีลาสติก
ชื่อนิสิต	นายอภิวัฒน์ พดชัย
อาจารย์ที่ปรึกษา	รศ. ดร. ฟื้น สุขวรรณ
แผนกวิชา	วิศวกรรมเครื่องกล
ปีการศึกษา	2521



### บทคัดย่อ

การศึกษานี้ใช้วิธีโฟโตอีลาสติกหาค่าความเค้นเข้มข้น (stress concentration factor) รอบร่องขนาดเล็กบนแผ่นวัสดุใสซึ่งมีแรงภายนอกแบบกระจายกระทำในแนวเดียวแต่ทิศทางตรงกันข้าม ได้ให้ความสนใจกับร่องซึ่งมีความกว้างเป็นสองเท่าของรัศมีความโค้งที่ปลายและทดลองโดยการเปลี่ยนแปรขนาดและเปลี่ยนแปรตำแหน่งเอียงของร่องต่าง ๆ กัน และใช้ผลการทดลองเป็นแนวทางในการปรุงแต่งสมการของค่าความเค้นเข้มข้นที่ปลายของรูแบบเอลลิปส์ (elliptic hole) มาใช้กับร่องแบบที่กล่าวแล้ว ซึ่งพบว่า ค่าความเค้นเข้มข้นของร่องแบบนี้สามารถคำนวณได้จาก

$$\left[ \frac{(2m + 12)}{\sqrt{3m + 16}} \right] - \left[ \frac{(m/12) \cos 2\beta}{1} \right]$$

เมื่อ  $m$  เป็นอัตราส่วนของครึ่งหนึ่งของความยาวระหว่างจุดโฟกัสต่อรัศมีความโค้งที่ปลายของร่อง และ  $\beta$  เป็นมุมเอียงที่แนวของร่องกระทำกับแนวของแรงแก่กระจายที่กระทำกับแผ่นวัสดุ ถึงแม้ว่านิพจน์ข้างบนจะได้อามาโดยถือเอาผลจากการทดลองเป็นหลักแต่ปรากฏว่าที่  $m$  มีค่าสูง และ  $\beta$  มีค่าต่ำ เช่นเมื่อ  $m$  เท่ากับ 24 และ  $\beta$  เท่ากับ 30 องศา ค่าความเค้นเข้มข้นที่คำนวณได้จะน้อยกว่าค่าที่ได้จากการทดลองประมาณ 10 เปอร์เซ็นต์

นอกจากนี้การทดลองยังทำเฉพาะที่  $m$  เท่ากับ 16 แต่เปลี่ยนความยาวและรัศมีความโค้งที่ปลายของร่องแบบที่กล่าวแล้ว และเอาผลมาเปรียบเทียบกับของร่องแคบ

ซึ่งมีความกว้างน้อยกว่าสองเท่าของรัศมีความโค้งที่ปลาย พบว่า ที่  $m$  เท่ากับ 16 ค่า  
ความเค้นเข้มข้นที่  $\beta$  เคียวกันของร่องทั้งสองชนิดถือได้ว่าเท่ากัน

Thesis Title                      Stress Concentration Around a Slit in an  
    Infinite Plate by Photoelastic Method

Name                                      Mr. Apiwon Polchai

Thesis Adviser                      Assc. Prof. Dr. Pinai Sukhawarn

Department                              Mechanical Engineering

Academic Year                              1978

#### ABSTRACT

In this study, the photoelastic method is employed to find the stress concentration factor around a slit centrally placed in an infinite transparent plate loaded by uni-directional uniformly distributed forces. The interest is concentrated on the parallel - side slit with semi - circular ends, and the experiment is done at various sizes of slit and at various inclination angles. The results obtained from the experiment are used as a guide line in modifying the equation of a stress concentration factor at the end of an elliptic hole to be adopted for the case of the parallel - side slit. It is found that the stress concentration factor of the parallel - side slit can be given by

$$\left[ \frac{(2m + 12)}{\sqrt{3m + 16}} \right] - \left[ \frac{(m/12) \cos 2\beta}{\beta} \right]$$

where  $m$  is the ratio of the semi - focal length to the end radius of curvature and  $\beta$  is the inclination angle of the slit with

respect to the direction of the uniformly distributed load. Although, the above expression bases upon the experimental results, at high  $m$  and low  $\beta$  such as  $m$  equal to 24 and  $\beta$  equal to 30 degrees the stress concentration factor calculated by the above expression is 10 percents lower than that of the experiment.

Besides, the experiment is conducted at  $m$  equal to 16 for different lengths and different end radii of curvature of the slit. The stress concentration factor for this case is compared to that of a narrow slit, and at  $m$  equal to 16 it is found that, at the same  $\beta$ , the stress concentration factors of both slits are considered to be equal.

## ACKNOWLEDGEMENT

The author is greatly indebted to Dr. Pinai Sukhawarn for the supervision, the correction of English and many helpful discussions during the course of this work. He also wishes to thank Mr. Chinatep Benyajati for the lending of his camera without which this work cannot be completed.

The author is also very grateful to the Graduate School, Chulalongkorn University for the partial sponsorship.



## TABLE OF CONTENTS

Chapter	Title	Page
	Title Page . . . . .	i
	Thesis Approval . . . . .	iii
	Abstract . . . . .	vi
	Acknowledgement . . . . .	viii
	Table of Contents . . . . .	ix
	List of Tables . . . . .	x
	List of Figures . . . . .	xi
	List of Symbols . . . . .	xv
I	Introduction . . . . .	1
II	Photoelastic Theory . . . . .	9
III	Stress Concentration Around Elliptic Holes . . .	27
IV	Experimental Method . . . . .	35
V	Results . . . . .	50
VI	Discussion of Results . . . . .	64
VII	Conclusions . . . . .	71
VIII	Suggestion For Further Work . . . . .	73
	Appendix . . . . .	75
	Figures . . . . .	79
	References . . . . .	126
	Vita . . . . .	128

## LIST OF TABLES

Table		Page
4-1	Dimensions of Test Specimens . . . . .	39
4-2	Load and Fringe Order of Calibrated Specimen . .	45
5-1	Stress Concentration Factors ( $K_F$ ) of Slits . . .	50
5-2	Comparison of Experimental and Calculated Stress Concentration Factors at $\epsilon$ equal to 45 degrees .	53
5-3	Comparison of Experimental and Calculated Stress Concentration Factors at Different $\beta$ . . . . .	54
5-4	Comparison of Stress Concentration Factors of Slit (a), (b) and (c) at $c/r$ equal to 16 . . . . .	55
A1	Load Applied to the Test Specimen which Gives a Maximum Isochromatic Fringe Order of 4.5 on its Slit's Edge. . . . .	77

## LIST OF FIGURES

Figure		Page
1-1	Stress Concentration Factor Plotted Against the Ratio of $c/r$ , Presented by Cox . . . . .	4
1-2	Stress Concentration Factor of a Rounded-End Rectangular Hole Plotted Against $c/r$ where $a' = r$ . . . . .	6
2-1	Light Through a Plane Polariscopes . . . . .	12
2-2	Standard Circular Polariscopes . . . . .	23
2-3	Action of a Quarter Wave Plate Upon one Light Ray . . . . .	25
3-1	Elliptic Hole in Uniformly Stressed Plate . . . . .	28
3-2	Stress Concentration Factor of a Transverse Elliptic Hole . . . . .	30
4-1	Nominal Size of test Specimen . . . . .	37
4-2	Enlarged View of Slits . . . . .	38
4-3	Specimen for Calibration . . . . .	43
4-4	Loading Diagram of test Specimen . . . . .	47
5-1	Stress Concentration Factor of a Parallel-Side Slit Plotted Against $c/r$ at Constant Angle of Inclination . . . . .	57
5-2	Stress Concentration Factor of a Parallel-Side Slit Plotted Against Angle of Inclination $\beta$ at Constant $c/r$ . . . . .	58

Figure		Page
5-3	Stress Concentration Factors of type I and type II Slits Plotted Against Angle of Inclination at $c/r$ $= 16$ . . . . .	59
5-4	Stress Concentration Factor Plotted Against Angle of Inclination at Constant $c/r$ . . . . .	60
5-5	Comparison Between the Result of Previous Studies and the Result from the Experiment at Angle of Inclination $\beta = 90^\circ$ . . . . .	61
5-6	Stress Concentration Factor Plotted Against Angle of Inclination at Constant $c/r$ . . . . .	62
5-7	Show Point of Maximum Stress . . . . .	63
A1	Calibration Curve for epoxy resin Sheet in Tension Using Yellow Light Traversing the Thickness of 3.2 mm . . . . .	79
A2	Isochromatic Band of Specimen for Calibration at Fringe Order = 0.5 . . . . .	80
A3	Isochromatic Band of Specimen for Calibration at Fringe Order = 1.0 . . . . .	81
A4	Isochromatic Band of Specimen for Calibration at Fringe Order = 3.0 . . . . .	82
A5	Isochromatic Band of Specimen for Calibration at Fringe Order = 4.5 . . . . .	83
A6	Isochromatic Band of Specimen for Calibration at Fringe Order = 7.0 . . . . .	84

Figure		Page
A7	Isochromatic Band of Specimen for Calibration at Fringe Order = 7.5 . . . . .	85
A8	Isochromatic Pattern of Specimen no. 1 . . . . .	86
A9	Isochromatic Pattern of Specimen no. 2 . . . . .	87
A10	Isochromatic Pattern of Specimen no. 3 . . . . .	88
A11	Isochromatic Pattern of Specimen no. 4 . . . . .	89
A12	Isochromatic Pattern of Specimen no. 5 . . . . .	90
A13	Isochromatic Pattern of Specimen no. 6 . . . . .	91
A14	Isochromatic Pattern of Specimen no. 7 . . . . .	92
A15	Isochromatic Pattern of Specimen no. 8 . . . . .	93
A16	Isochromatic Pattern of Specimen no. 9 . . . . .	94
A17	Isochromatic Pattern of Specimen no. 10 . . . . .	95
A18	Isochromatic Pattern of Specimen no. 11 . . . . .	96
A19	Isochromatic Pattern of Specimen no. 12 . . . . .	97
A20	Isochromatic Pattern of Specimen no. 13 . . . . .	98
A21	Isochromatic Pattern of Specimen no. 14 . . . . .	99
A22	Isochromatic Pattern of Specimen no. 15 . . . . .	100
A23	Isochromatic Pattern of Specimen no. 16 . . . . .	101
A24	Isochromatic Pattern of Specimen no. 17 . . . . .	102
A25	Isochromatic Pattern of Specimen no. 18 . . . . .	103
A26	Isochromatic Pattern of Specimen no. 19 . . . . .	104
A27	Isochromatic Pattern of Specimen no. 20 . . . . .	105
A28	Isochromatic Pattern of Specimen no. 21 . . . . .	106
A29	Isochromatic Pattern of Specimen no. 22 . . . . .	107

Figure		Page
A30	Isochromatic Pattern of Specimen no. 23 . . . . .	108
A31	Isochromatic Pattern of Specimen no. 24 . . . . .	109
A32	Isochromatic Pattern of Specimen no. 25 . . . . .	110
A33	Isochromatic Pattern of Specimen no. 26 . . . . .	111
A34	Isochromatic Pattern of Specimen no. 27 . . . . .	112
A35	Isochromatic Pattern of Specimen no. 28 . . . . .	113
A36	Isochromatic Pattern of Specimen no. 29 . . . . .	114
A37	Isochromatic Pattern of Specimen no. 30 . . . . .	115
A38	Isochromatic Pattern of Specimen no. 31 . . . . .	116
A39	Isochromatic Pattern of Specimen no. 32 . . . . .	117
A40	Isochromatic Pattern of Specimen no. 33 . . . . .	118
A41	Isochromatic Pattern of Specimen no. 34 . . . . .	119
A42	Standard Circular Polariscopes with Screen . . . . .	120
A43	Typical Standard Polariscopes . . . . .	121
A44	A View of Loading Frame . . . . .	122
A45	Test Specimen with Links . . . . .	123
A46	Specimen for Calibration Under Load . . . . .	124
A47	Specimen Under Load . . . . .	125

## LIST OF SYMBOLS

SYMBOLS	DESCRIPTION	UNIT
a	semi-major axis of an elliptic hole	mm
a'	width of a rectangular hole	mm
a <sub>1</sub>	amplitude of the light wave	
b	semi-minor axis of an elliptic hole	mm
b'	length of a rectangular hole	mm
c	semi-focal length	mm
d	width of a calibrated specimen	mm
D	width of a plate	mm
e	base of natural logarithm	
f	material fringe constant	N/mm-order
F	model fring constant	N/mm <sup>2</sup> -order
h	thickness of specimens	mm
k	stress optical constant	
k <sub>1</sub>	function of c/r	
k <sub>2</sub>	function of c/r	
K <sub>a</sub>	constant	
K <sub>b</sub>	constant	
K <sub>F</sub>	stress concentration factor	
m	ratio of semi-focal length to radius of curvature, c/r	
n	fringe order	
N <sub>0</sub>	reflective index of light through the medium	
N <sub>1</sub>	reflective index on no. 1 principal plane	

SYMBOLS	DESCRIPTION	UNIT
$N_2$	reflective index on no. 2 principal plane	
P	load applied to a specimen	N
r	radius of curvature	mm
S	intensity of distributed load	N/mm <sup>2</sup>
$S_0$	light source	
t	time	
$t_1$	time lag on no. 1 principal plane	
$t_2$	time lag on no. 2 principal plane	
V	velocity of light through the medium	
$V_1$	velocity of light through no. 1 principal plane	
$V_2$	Velocity of light through no. 2 principal plane	
W	Weight	lf <sub>f</sub>
$\pi$	constant equal to 3.141592654. . .	
$\omega$	angular velocity of light	
$\theta$	angle between a plane of polarized light and no. 1 principal plane	
$\beta$	inclination angle of a slit	degree
$\eta$	a variable for an elliptic coordinate ( $\eta = 0$ on X - axis)	
$\xi$	a variable for an elliptic coordinate	
$\xi_0$	geometrical constant of an elliptic hole	



SYMBOLS	DESCRIPTION	UNIT
$\sigma_1$	maximum principal stress on no. 1 principal plane	$N/mm^2$
$\sigma_2$	minimum principal stress on no. 2 principal plane	$N/mm^2$
$\sigma_t$	normal stress in the direction tangent to the slit's boundary	$N/mm^2$
$(\sigma_r)_H$	stress around an elliptic hole	$N/mm^2$
$(\sigma_o)_H$	stress at the end of an elliptic hole	$N/mm^2$
$\Delta$	increment change	
$\delta_1$	change in reflective index on no. 1 principal plane	
$\delta_2$	change in reflective index on no. 2 principal plane	