การประมาณค่าองค์ประกอบความแปรปรวนแบบเบส์สำหรับตัวแบบข้ามกลุ่ม 2 ปัจจัยเชิงสุ่ม

นางสาวอมตา เลิศนาคร

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาสถิติศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาสถิติ ภาควิชาสถิติ

คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ปีการศึกษา 2542

ISBN 974-334-413-6

BAYESIAN ESTIMATION OF VARIANCE COMPONENTS

FOR TWO-WAY CROSSED CLASSIFICATION RANDOM-EFFECT MODEL

Miss Amata Lertnakorn

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of Master of Science in Statistics

Department of Statistics

Faculty of Commerce and Accountancy

Chulalongkorn University

Academic Year 1999

ISBN 974-334-413-6

หัวข้อวิทยานิพนธ์	การประมาณค่าองค์ประกอบความแปรปรวนแบบเบส์สำหรับตัวแบบข้ามกลุ่ม 2 ปัจจัยเชิงสุ่ม
โดย	นางสาว อมตา เลิศนาคร
ภาควิชา	ภาควิชาสถิติ
อาจารย์ที่ปรึกษา	รองศาสตราจารย์ ดร. สุพล ดุรงค์วัฒนา

คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้นับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญามหาบัณฑิต

.... คณบดีคณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. วิรัช อภิเมธีธำรง)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

.... ประธานกรรมการ

(รองศาสตราจารย์ มัลลิกา บุนนาค)

.... อาจารย์ที่ปรึกษา

(รองศาสตราจารย์ ดร. สุพล ดุรงค์วัฒนา)

.... กรรมการ

(รองศาสตราจารย์ ผกาวดี ศิริรังษี)

อมตา เลิศนาคร : การประมาณค่าองค์ประกอบความแปรปรวนแบบเบส์สำหรับตัวแบบข้ามกลุ่ม 2 ปัจจัยเชิงสุ่ม (BAYESIAN ESTIMATION OF VARIANCE COMPONENTS FOR TWO-WAY CROSSED CLASSIFICATION RANDOM-EFFECT MODEL) อ.ที่ปรึกษา : รศ. ดร. สุพล ดุรงค์วัฒนา, 104 หน้า. ISBN 974-334-413-6

วัตถุประสงค์ของการวิจัยครั้งนี้ เพื่อศึกษาและเปรียบเทียบการประมาณค่าองค์ประกอบความแปรปรวนสำหรับแผนแบบการทดลองของตัวแบบข้ามกลุ่ม 2 ปัจจัยสุ่ม คือ ปัจจัยทดลอง A และปัจจัยทดลอง B 2 วิธี คือ วิธีแบบคลาสสิก (Classical Estimation) และวิธีแบบเบส์ (Bayesian Estimation) การเปรียบเทียบกระทำภายใต้สถานการณ์ของระดับต่าง ๆ ของระดับปัจจัยทดลอง A (a) และระดับปัจจัยทดลอง B (b) และขนาดของหน่วยทดลอง (n) โดยที่สถานการณ์ต่าง ๆ เป็นดังนี้ 1) a เท่ากับ 3 , b เท่ากับ 3 และ n เท่ากับ 3 , 4 และ 5 2) a เท่ากับ 4 b เท่ากับ 4 และ n เท่ากับ 3 , 4 และ 5 3) a เท่ากับ 5 , b เท่ากับ 5 และ n เท่ากับ 3 , 4 และ 5 โดยการจำลองสถานการณ์จะกระทำเมื่อสัมประสิทธิ์การแปรผัน (Coefficient of Variation : C.V.) เป็น 5% , 15% และ 25% และที่ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 95% ในการวิจัยครั้งนี้ได้ทำการจำลองข้อมูลด้วยเทคนิคมอนติคาร์โลโดยทำการทดลองซ้ำ ๆ ด้วยโปรแกรม Mathematica 4.0 และหลักเกณฑ์ที่นำมาใช้ในการเปรียบเทียบวิธีการประมาณทั้ง 2 วิธี คือ สำหรับการประมาณค่าแบบจุดใช้ค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยเป็นเกณฑ์ในการเปรียบเทียบ ส่วนการประมาณค่าแบบช่วงใช้อัตราความผิดพลาดต่อหนึ่งการทดลองเป็นเกณฑ์ในการเปรียบเทียบ

ผลการวิจัยสรุปได้ดังนี้

วิธีการประมาณค่าองค์ประกอบความแปรปรวนแบบจุดด้วยวิธีแบบเบส์ ให้ค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยต่ำกว่าวิธีแบบคลาสสิกในทุกสถานการณ์ของการทดลองที่ได้ศึกษา และวิธีการประมาณค่าองค์ประกอบความแปรปรวนแบบช่วงด้วยวิธีแบบเบส์ให้ค่าอัตราความผิดพลาดต่อหนึ่งการทดลอง ใกล้เคียงกับค่าความน่าจะเป็นของการเกิดความผิดพลาดชนิดที่ 1 (α =0.05) มากกว่าวิธีแบบคลาสสิกในทุกสถานการณ์ของการทดลองที่ศึกษา

ภาควิชา สถิติ ลายมือชื่อนิสิต ....

สาขาวิชา สถิติ ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา ....

ปีการศึกษา 2542

2414826 : MAJOR STATISTIC

KEY WORD : Variance Components / Bayesian Estimation / Two-way Crossed Classification Random-Effect

AMATA LERTNAKORN : BAYESIAN ESTIMATION OF VARIANCE COMPONENTS FOR TWO-WAY CROSSED CLASSIFICATION RANDOM-EFFECT MODEL. THESIS ADVISOR : ASSOCIATE PROFESSOR. SUPOL DURONGWATTANA,Ph.D. 104 pp. ISBN 974-334-413-6

The objective of this study is to compare Bayesian estimation of variance components of experimental design for two-way ; treatment factor A and treatment factor B , crossed classification random-effect model with classical estimation . Monte Carlo simulation is done under several situations due to level of treatment factor A (a), level of treatment factor B (b) , number of experimental units (n) and coefficient of variation (C.V.) of the response variable. The study is based on 95% of confidence level.

In this study , The data were generated as the following : 1) The case of a=3 and b=3 and n=3 , 4 , 5 2) The case of a =4 and b=4 and n=3 , 4 , 5 3) The case of a=5 and b=5 and n=3 , 4 , 5. All situations were generated under C.V. of 5% ,15% and 25%. There are 2 criteria for evaluation for both approaches. Euclidean distance for vector of variance component estimates is a measure for point estimation and the empirical experimentwise error rate (ERR) is a measure for interval estimation. Simulation is done by Mathematica 4.0.

The results for the study show that the vector of point estimates for variance components in the model using Bayesian approach ; on the average, has less Euclidean distance than classical one for all cases. Interval estimates using Bayesian approach provide empirical experiment error rate much closer to the level of significance at 5% than the classical estimates for all cases.

ภาควิชา สถิติ

สาขาวิชา สถิติ

ปีการศึกษา 2542

ลายมือชื่อนิสิต ....

ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา ....

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยความช่วยเหลืออย่างดียิ่งของรองศาสตราจารย์ ดร. สุพล ดุรงค์วัฒนา อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ที่กรุณาให้คำแนะนำ ปรึกษา ตลอดจนช่วยเหลือแก้ไขข้อบกพร่องต่างๆ จนกระทั่งวิทยานิพนธ์เสร็จสมบูรณ์ ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณด้วยความรู้สึกซาบซึ้งและสำนึกในพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ โอกาสนี้

ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ มัลลิกา บุนนาค รองศาสตราจารย์ ผกาวดี ศิริรังษี ในฐานะประธานกรรมการและกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ที่กรุณาตรวจแก้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ให้สมบูรณ์ยิ่งขึ้น ขอกราบขอบพระคุณคณาจารย์ประจำภาควิชาสถิติ และภาควิชาคณิตศาสตร์ที่ให้โอกาสทางการศึกษา และประสิทธิประสาทความรู้ให้แก่ผู้เขียนจนกระทั่งสำเร็จการศึกษา

ท้ายนี้ ผู้วิจัยใคร่ขอกราบขอบพระคุณ บิดา-มารดา ซึ่งสนับสนุนในด้านการเงิน และให้กำลังใจแก่ผู้วิจัยเสมอมาจนสำเร็จการศึกษา และเนื่องจากทุนการวิจัยครั้งนี้บางส่วนได้รับมาจากทุนอุดหนุนการวิจัยของบัณฑิตวิทยาลัย จึงขอขอบพระคุณบัณฑิตวิทยาลัยมา ณ ที่นี้ด้วย

สารบัญ

หน้า

สารบัญ (ต่อ)

สารบัญตาราง

สารบัญตาราง (ต่อ)

สารบัญภาพ

สารบัญภาพ (ต่อ)

รูปที่ หน้า

สารบัญภาพ (ต่อ)

สารบัญภาพ (ต่อ)

สารบัญภาพ (ต่อ)

สารบัญภาพ (ต่อ)

รูปที่ หน้า

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

องค์ประกอบความแปรปรวนเป็นพารามิเตอร์ที่สำคัญในแผนแบบการทดลอง (Design of Experiment) ที่แสดงการกระจายของปัจจัยที่สนใจศึกษา หรือ ปัจจัยทดลอง (Treatment) สำหรับในงานวิจัยครั้งนี้จะกล่าวถึงแผนแบบการทดลองของตัวแบบข้ามกลุ่ม 2 ปัจจัย (Two-way Crossed Classification) กรณีที่ทั้งสองปัจจัยเป็นปัจจัยสุ่ม โดย ปัจจัย A มี a ระดับ ปัจจัย B มี b ระดับ ลักษณะของการจัดปัจจัย โดยจัดปัจจัยที่ทุกระดับของปัจจัย A ปรากฏในทุกระดับของปัจจัย B ดังนั้นจะได้ปัจจัยทดลองผสม (Treatment Combination) $a \times b$ วิธี ในแต่ละวิธีจะมีหน่วยทดลองเท่ากันคือ n หน่วย สำหรับแผนแบบการทดลองที่ศึกษา คือ แผนแบบการทดลองสุ่มโดยตลอด (Completely Randomized Design) ซึ่งมี 4 พารามิเตอร์ คือ ความแปรปรวนของปัจจัยแรก ความแปรปรวนของปัจจัยสอง ความแปรปรวนของผลกระทบร่วมของปัจจัยทั้งสองและความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน แผนแบบการทดลองแต่ละแผนแบบการทดลองจะมีตัวแบบต่าง ๆ กัน แล้วแต่แผนแบบการทดลอง ซึ่งแบ่งออกเป็น 3 ลักษณะคือ ตัวแบบคงที่ (Fixed Model) สำหรับกรณี ที่มี a ระดับของปัจจัย A และมี b ระดับของปัจจัย B ในการทดลองเท่านั้น ตัวแบบสุ่ม (Random Model) สำหรับกรณีที่ สุ่มตัวอย่างปัจจัย A มา a ระดับ สุ่มตัวอย่างปัจจัย B มา b ระดับ และตัวแบบผสม (Mixed Model) สำหรับกรณีที่ มี a ระดับของปัจจัย A ในการทดลอง และสุ่มตัวอย่าง b ระดับของปัจจัย B มาจากประชากรเพื่อทำการทดลอง หรือสุ่มตัวอย่าง a ระดับของปัจจัย A มาจากประชากรเพื่อทำการศึกษาและ มี b ระดับของปัจจัย B ในการทดลอง

การประมาณค่าพารามิเตอร์ขององค์ประกอบความแปรปรวนตัวแบบข้ามกลุ่ม 2 ปัจจัยเชิงสุ่ม สามารถทำได้ 2 วิธีคือ การประมาณแบบคลาสสิก (Classical Estimation) วิธีนี้จะพิจารณาว่าพารามิเตอร์เป็นค่าคงที่ที่ไม่ทราบค่าและต้องการประมาณ ส่วนในวิธีที่สองเรียกว่าการประมาณแบบเบส์ (Bayesian Estimation) จะพิจารณาว่าพารามิเตอร์เป็นตัวแปรสุ่ม ที่มีค่าที่เป็นไปได้อยู่ในช่วงหนึ่งและมีการแจกแจงความน่าจะเป็นของพารามิเตอร์ว่า การแจกแจงก่อน (Prior Distribution) ซึ่งจะบ่งบอกว่าค่าของพารามิเตอร์องค์ประกอบความแปรปรวนนั้นมีโอกาสเกิดขึ้นมากน้อยเท่าไร

การประมาณค่าองค์ประกอบความแปรปรวนแบบเบส์เป็นวิธีการที่นักวิชาการทางด้านสถิติ กำลังให้ความสนใจอย่างมาก เพราะว่า นำการแจกแจงความน่าจะเป็นเบื้องแรกมาปรับกับข้อมูลที่ได้จากผลการทดลองของแผนแบบทดลองหนึ่ง ๆ ทำให้ข้อมูลที่ปรับใหม่ส่งผลให้ความคลาดเคลื่อนจากการประมาณค่าองค์ประกอบความแปรปรวนลดลง และมีความเชื่อถือมากขึ้น[1] ดังนั้นจึงถูกนำมาศึกษาพารามิเตอร์สำหรับแผนแบบการทดลองข้ามกลุ่ม 2 ปัจจัยเชิงสุ่ม ดังนั้นก่อนการประมาณองค์ประกอบความแปรปรวนแบบเบส์ เราต้องทราบการแจกแจงความน่าจะเป็นเบื้องแรก (Prior Distribution) ก่อนว่ามีลักษณะเป็นอย่างไร ซึ่งการแจกแจงความน่าจะเป็นเบื้องแรกมี 2 ประเภท ประเภทแรกคือ ทราบลักษณะการแจกแจงความน่าจะเป็นเบื้องแรกที่ชัดเจนว่ามีลักษณะการแจกแจงใด (Informative Prior Distribution) ประเภทที่สอง ไม่ทราบลักษณะการแจกแจงความน่าจะเป็นเบื้องแรก (Noninformative Prior Distribution) นั่นคือ ไม่ทราบว่าพารามิเตอร์ควรมีค่าแท้จริงเท่าใด ดังนั้นการแจกแจงแบบนี้จะกำหนดให้ แต่ละค่าของพารามิเตอร์มีโอกาสเกิดขึ้นเท่า ๆ กัน หรือ โอกาสเกิดขึ้นใกล้เคียงกัน การศึกษาครั้งนี้เรากำหนดให้ความน่าจะเป็นเบื้องแรก มีลักษณะการแจกแจงความน่าจะเป็นแบบที่สอง เรียกว่า การแจกแจงความน่าจะเป็นเบื้องแรกแบบสม่ำเสมอ ในช่วงของค่าพารามิเตอร์ที่เป็นไปได้ (Locally Uniform Prior) การกำหนดการแจกแจงเบื้องแรกแบบนี้เหมาะสำหรับงานวิจัยทางด้านวิทยาศาสตร์ ซึ่งต้องการสรุปผลต่าง ๆ จากการทดลอง เมื่อเราได้การแจกแจงเบื้องแรกแล้วนำมาปรับกับข้อมูลจากผลการทดลองจะได้การแจกแจงความน่าจะเป็นหลังการปรับ (Posterior Distribution) ซึ่งทำให้ทราบลักษณะโดยทั่วไปขององค์ประกอบความแปรปรวน และ สามารถประมาณค่าพารามิเตอร์ขององค์ประกอบความแปรปรวนได้ตามแนวคิดแบบเบส์

การวิจัยครั้งนี้จะศึกษาและเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าองค์ประกอบความแปรปรวนสำหรับตัวแบบแผนการทดลองข้ามกลุ่ม 2 ปัจจัยเชิงสุ่ม 2 วิธีการคือ

1.1.1 วิธีแบบคลาสสิก (Classical Estimation)

1.1.2 วิธีแบบเบส์ (Bayesian Estimation)

---

[1]สุชาดา กีระนันทน์ . การอนุมานเชิงสถิติ:ทฤษฎีขั้นต้น . (กรุงเทพ : โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย , 2537) , หน้า 25.

ซึ่งผลที่ได้จากการวิจัยนอกจากจะทำให้ทราบ วิธีการประมาณค่าองค์ประกอบความแปรปรวน ที่เหมาะสมที่สุดใน 2 วิธีการข้างต้น สำหรับตัวแบบแผนการทดลองข้ามกลุ่ม 2 ปัจจัยเชิงสุ่ม แล้วทั้งนี้การประมาณค่าองค์ประกอบความแปรปรวนด้วยวิธีการแบบเบส์ ยังทำให้ทราบลักษณะโดยทั่วไปขององค์ประกอบความแปรปรวนจากฟังก์ชันการแจกแจงความน่าจะเป็นหลังการปรับขององค์ประกอบความแปรปรวนนั้น ซึ่งเป็นสิ่งที่น่าสนใจกว่าการประมาณค่าองค์ประกอบความแปรปรวนด้วยวิธีการแบบคลาสสิก

1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย

เพื่อศึกษาและเปรียบเทียบการประมาณค่าองค์ประกอบความแปรปรวน สำหรับตัวแบบแผนแบบการทดลองข้ามกลุ่ม 2 ปัจจัยเชิงสุ่ม 2 วิธีคือ

1.2.1 วิธีแบบคลาสสิก (Classical Estimation)

1.2.2 วิธีแบบเบส์ (Bayesian Estimation)

1.3 สมมุติฐานของการวิจัย

การประมาณค่าองค์ประกอบความแปรปรวนที่ได้ จากวิธีแบบเบส์ (Bayesian Estimation) มีค่าใกล้เคียงค่าพารามิเตอร์มากกว่า การประมาณค่าองค์ประกอบความแปรปรวนด้วยวิธีแบบคลาสสิก (Classical Estimation)

1.4 ข้อตกลงเบื้องต้น

พิจารณาตัวแบบจำลองข้ามกลุ่ม 2 ปัจจัย กรณีที่ทั้งสองปัจจัยเป็นปัจจัยสุ่ม โดยปัจจัย A มี a ระดับ ปัจจัย Bมี b ระดับ ลักษณะของการจัดปัจจัย โดยจัดปัจจัยที่ทุกระดับของปัจจัย A ปรากฏในทุกระดับของปัจจัย B ดังนั้นจะ ได้กลุ่มทรีตเมนต์ ab กลุ่ม ในแต่ละกลุ่มจะมีหน่วยทดลองเท่ากันคือ n หน่วย โดยที่ Y_{ijk} เป็นค่าสังเกตของแต่ละหน่วยทดลองนั้น ๆ ดังนั้นกำหนดให้ข้อมูลเป็นดังนี้

$$Y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} + \varepsilon_{ijk}$$

โดย i = 1,2,…,a j = 1,2,…,b k = 1,2,…,n

เมื่อ Y_{ijk} เป็น ค่าสังเกตที่ k ระดับที่ i ของปัจจัย A และระดับที่ j ของปัจจัย B

μ เป็น ค่าเฉลี่ยรวม

α_i เป็น ผลกระทบระดับที่ i ของปัจจัย A

β_j เป็น ผลกระทบระดับที่ j ของปัจจัย B

$(\alpha\beta)_{ij}$ เป็น ผลกระทบร่วมระหว่างระดับ i ของปัจจัย A กับระดับ j ของปัจจัย B

ε_{ijk} เป็น ค่าความคลาดเคลื่อนสุ่ม ของค่าสังเกตที่ k ระดับที่ i ของปัจจัย A และระดับที่ j ของปัจจัย B

พารามิเตอร์ α_i , β_j , $(\alpha\beta)_{ij}$ และ ε_{ijk} เป็นตัวแปรสุ่มทั้งสิ้น ซึ่งกำหนดให้ $\alpha_i \sim nid(0,\sigma_\alpha^2)$, $\beta_j \sim nid(0,\sigma_\beta^2)$, $(\alpha\beta)_{ij} \sim nid(0,\sigma_{\alpha\beta}^2)$, $\varepsilon_{ijk} \sim nid(0,\sigma_\varepsilon^2)$

$$\text{และ} \quad Cov(y_{ijk}, y_{i'j'k'}) = \begin{cases} \sigma_\alpha^2 + \sigma_\beta^2 + \sigma_{\alpha\beta}^2 + \sigma_\varepsilon^2 & \text{สำหรับ} \quad i=i', j=j', k=k' \\ \sigma_\alpha^2 + \sigma_\beta^2 + \sigma_{\alpha\beta}^2 & \text{สำหรับ} \quad i=i', j=j', k\neq k' \\ \sigma_\alpha^2 & \text{สำหรับ} \quad i=i', j\neq j' \\ \sigma_\beta^2 & \text{สำหรับ} \quad i\neq i', j=j' \\ 0 & \text{สำหรับ} \quad i\neq i', j\neq j \end{cases}$$

ค่าเฉลี่ยและค่าความแปรปรวนของข้อมูล Y_{ijk} คือ

$$E(Y_{ijk}) = \mu \ , \ Var(y_{ijk}) = \sigma_\alpha^2 + \sigma_\beta^2 + \sigma_{\alpha\beta}^2 + \sigma_\varepsilon^2$$

จะได้ว่า $Y_{ijk} \sim N(\mu, \sigma_\alpha^2 + \sigma_\beta^2 + \sigma_{\sigma\beta}^2 + \sigma_\varepsilon^2)$

ดังนั้น $\bar{y}_{...} \sim N(\mu, \frac{1}{abn}(\sigma_\varepsilon^2 + n\sigma_{\alpha\beta}^2 + an\sigma_\beta^2 + bn\sigma_\alpha^2))$

ซึ่ง μ เป็นพารามิเตอร์ที่ไม่ทราบค่า และ σ_α^2 , σ_β^2 , $\sigma_{\alpha\beta}^2$ และ σ_ε^2 นี้เรียกว่าพารามิเตอร์องค์ประกอบความแปรปรวน (Variance-Components Parameters) ที่ต้องการประมาณ ตารางข้างล่างเป็นตารางการวิเคราะห์ความแปรปรวนสำหรับแผนแบบทดลอง ข้ามกลุ่ม 2 ปัจจัยเชิงสุ่ม

ตารางวิเคราะห์ความแปรปรวนสำหรับแบบจำลองข้ามกลุ่ม 2 ปัจจัยเชิงสุ่ม

สาเหตุ	องศาอิสระ	ผลรวมกำลังสอง	ผลรวมกำลังสองเฉลี่ย	ค่าคาดหวังของผลรวมกำลังสองเฉลี่ย
ปัจจัยแรก	$a-1$	$SSA = bn\Sigma(\bar{y}_{i..} - \bar{y}_{...})^2$	$MSA = SSA/(a-1)$	$\sigma_1^2 = \sigma_\varepsilon^2 + n\sigma_{\alpha\beta}^2 + bn\sigma_\alpha^2$
ปัจจัยสอง	$b-1$	$SSB = an\Sigma(\bar{y}_{.j.} - \bar{y}_{...})^2$	$MSB = SSB/(b-1)$	$\sigma_2^2 = \sigma_\varepsilon^2 + n\sigma_{\alpha\beta}^2 + an\sigma_\beta^2$
ผลกระทบร่วม	$(a-1)(b-1)$	$SSAB = n\Sigma\Sigma(\bar{y}_{ij.} - \bar{y}_{i..} - \bar{y}_{.j.} + \bar{y}_{...})^2$	$MSAB = SSAB/(a-1)(b-1)$	$\sigma_3^2 = \sigma_\varepsilon^2 + n\sigma_{\alpha\beta}^2$
ความคลาดเคลื่อน	$ab(n-1)$	$SSE = \Sigma\Sigma\Sigma(y_{ijk} - \bar{y}_{ij.})^2$	$MSE = SSE/ab(n-1)$	σ_ε^2
รวม	abn-1	$\Sigma\Sigma\Sigma(y_{ijk} - \bar{y}_{...})^2$		

1.5 ขอบเขตของการวิจัย

1.5.1 กำหนดระดับปัจจัย และขนาดหน่วยทดลองที่ใช้ คือ

(1) a= 3,b= 3,n=3,4,5 , (2) a=4,b=4,n=3,4,5 , (3) a=5,b=5,n=3,4,5

1.5.2 กำหนดให้ข้อมูลมีค่าสัมประสิทธิ์การแปรผัน (Coefficient of Variation :CV) 5% ,15%และ 30% (พารามิเตอร์ของประชากรที่มีการแจกแจงแบบปกติมีค่าเฉลี่ย (μ) เท่ากับ 40 และความแปรปรวน (σ^2) เท่ากับ 4 ,36 และ 144)

1.5.3 กำหนดค่าความแปรปรวนความคลาดเคลื่อนของการทดลอง (σ_ε^2) โดยมีหลักการดังนี้

เนื่องจาก $$CV(y_{ijk}) = \frac{SD(y_{ijk})}{\mu} = \frac{\sqrt{\sigma_\alpha^2 + \sigma_\beta^2 + \sigma_{\alpha\beta}^2 + \sigma_\varepsilon^2}}{\mu}$$

ในการศึกษาครั้งนี้กำหนดให้ $\sigma_\alpha^2 = \sigma_\beta^2 = \sigma_{\alpha\beta}^2 = k\sigma_\varepsilon^2$*

เพราะฉะนั้น จะได้ว่า $$CV(y_{ijk}) = \frac{\sqrt{k\sigma_\varepsilon^2 + k\sigma_\varepsilon^2 + k\sigma_\varepsilon^2 + \sigma_\varepsilon^2}}{\mu} = \frac{\sqrt{\sigma_\varepsilon^2(3k+1)}}{\mu}$$

ดังนั้น $\sigma_\varepsilon^2 = \dfrac{(CV \times \mu)^2}{3k+1}$ โดยที่ k เป็นค่าจำนวนเต็มคงที่ เท่ากับ 1,2 และ 3

---

* ในทางปฏิบัติ $\sigma_\alpha^2 = \sigma_\beta^2 = \sigma_{\alpha\beta}^2 = k\sigma_\varepsilon^2$ ไม่เสมอไป แต่เพื่อให้ง่ายต่อการวิจัยจึงกำหนดดังกล่าวข้างต้น

1.5.4 กำหนดค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น (1-α) คือ 0.95

1.5.5 ในการวิจัยครั้งนี้สร้างแบบจำลองข้อมูลโดยใช้เทคนิคการจำลองแบบมอนติคาร์โล (Monte Carlo Simulation) เขียนด้วยโปรแกรม Mathematica 4.0

1.6 คำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย

1.6.1 ช่วงความเชื่อมั่น (Confidence Interval) หมายถึง ช่วงตัวอย่างที่คำนวณจากข้อมูลตัวอย่างหนึ่งชุดใด ๆ ซึ่งในการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบช่วง

1.6.2 ระยะทางยุคลิด (Euclidean Distance) หมายถึง การเปรียบเทียบขนาดเวกเตอร์ขององค์ประกอบความแปรปรวนที่ศึกษากับค่าจริงขององค์ประกอบความแปรปรวนแต่ละตัว

1.7 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1.7.1 สามารถใช้หลักการแบบเบส์ประมาณค่าองค์ประกอบความแปรปรวนสำหรับแผนแบบการทดลองของตัวแบบข้ามกลุ่ม 2 ปัจจัยเชิงสุ่ม

1.7.2 สามารถเปรียบเทียบวิธีการประมาณพารามิเตอร์ขององค์ประกอบความแปรปรวนวิธีแบบเบส์ และ วิธีแบบคลาสสิกว่าวิธีการใดให้ค่าประมาณที่ดีกว่าเชิงสถิติ

1.7.3 เพื่อใช้เป็นแนวทางในการศึกษาการประมาณพารามิเตอร์ขององค์ประกอบความแปรปรวนสำหรับแผนแบบการทดลองของตัวแบบอื่น ๆ

บทที่ 2

ระเบียบวิธีการวิจัย

ในทางสถิติแนวความคิดเกี่ยวกับการประมาณค่าองค์ประกอบความแปรปรวนแบ่งได้เป็นสองกรณีคือกรณีแรก เรียกว่า การประมาณแบบคลาสสิก (Classical Estimation) ส่วนในกรณีที่สอง การประมาณแบบเบส์ (Bayesian Estimation) วิธีการประมาณค่าองค์ประกอบความแปรปรวนที่นำมาเปรียบเทียบในการศึกษาครั้งนี้เป็นการศึกษาทั้งสองแนวความคิด โดยแนวความคิดแบบคลาสสิก พิจารณาว่า ค่าประมาณองค์ประกอบความแปรปรวนเป็นค่าคงที่ที่ไม่ทราบค่าและต้องการประมาณแต่แนวความคิดแบบเบส์ พิจารณาว่าองค์ประกอบความแปรปรวนเป็นตัวแปรสุ่มและมีการกำหนดให้เชื่อได้ว่าการแจกแจงความน่าจะเป็นซึ่งเรียกว่า การแจกแจงก่อน และการแจกแจงก่อนนี้เป็นที่สนใจของการศึกษาศาสตร์ทางสถิติในปัจจุบันเป็นอย่างมากเนื่องจากในบางกรณีอาจไม่ทราบลักษณะการแจกแจงขององค์ประกอบความแปรปรวนได้ เช่น เหตุการณ์ที่ไม่เคยเกิดขึ้นมาก่อนเลยในอดีต ดังนั้นจึงเกิดปัญหาว่าจะกำหนดการแจกแจงก่อนอย่างไร ส่วนในกรณีที่เป็นเหตุการณ์ที่เคยเกิดขึ้นมาแล้วในอดีตก็อาจพอมองเห็นลักษณะการแจกแจงขององค์ประกอบความแปรปรวน และ นำมาใช้เป็นการแจกแจงก่อนได้ สำหรับการวิจัยครั้งนี้สนใจศึกษาเหตุการณ์ที่ไม่เคยเกิดขึ้นเลยในอดีตหรืออาจเกิดขึ้นแต่ผู้วิจัยอาจไม่มีข้อมูลเพียงพอที่จะนำมากำหนดการแจกแจงก่อนได้ (Noninformative Prior Distribution) ซึ่งจากผลงานของนักสถิติ Lindley (1970) เสนอว่า เมื่อไม่ทราบการแจกแจงก่อนได้ วิธีการที่ควรกระทำคือ กำหนดให้การแจกแจงก่อนแบบสม่ำเสมอในช่วงของค่าประมาณองค์ประกอบที่เป็นไปได้ (locally Uniform Prior Distribution) ซึ่งนักสถิติที่ยึดมั่นในแนวความคิดนี้เชื่อว่าการกำหนดการแจกแจงก่อนโดยไม่มีกฎเกณฑ์แน่นอนเช่นนี้ จะไม่ก่อให้เกิดปัญหาเกี่ยวกับคุณภาพของการประมาณแต่อย่างใด ทั้งนี้เพราะในการประมาณองค์ประกอบความแปรปรวนในสถิติแบบเบส์ อาศัยการแจกแจงที่มีเงื่อนไขขององค์ประกอบความแปรปรวนเมื่อกำหนดข้อมูลตัวอย่าง หรือที่เรียกว่าการแจกแจงภายหลัง (Posterior Distribution) เป็นสิ่งสำคัญเพื่อเป็นแนวทางสู่การหาค่าฐานนิยมขององค์ประกอบความแปรปรวนที่ระดับต่างๆ สำหรับการประมาณค่าแบบจุดและการหาค่าขีดจำกัดบนและขีดจำกัดล่างของการประมาณค่าองค์ประกอบความแปรปรวนแบบช่วง รายละเอียดต่าง ๆ ได้กล่าวไว้ในหัวข้อต่อไป

2.1 การประมาณค่าองค์ประกอบความแปรปรวนด้วยวิธีการแบบคลาสสิก

การประมาณค่าองค์ประกอบความแปรปรวนในตัวแบบของแผนการทดลอง ตามแนวคิดแบบคลาสสิกเป็นค่าที่ไม่ทราบค่า โดยใช้วิธีวิเคราะห์ความแปรปรวนในการประมาณค่าแบบจุด

2.1.1 การประมาณค่าองค์ประกอบความแปรปรวนแบบจุด

วิธีการประมาณค่าองค์ประกอบความแปรปรวนแบบจุดนี้ เรียกว่า วิธีวิเคราะห์ความแปรปรวน ทั้งนี้เพราะนำค่าต่าง ๆ ในตารางวิเคราะห์ความแปรปรวนมาใช้ในการประมาณนั่นเอง วิธีการนี้ทำโดยการสร้างสมการที่สมมติว่าค่าเฉลี่ยกำลังสอง ของสาเหตุของความแปรปรวน นั่นเป็นค่าประมาณของ ค่าคาดหวังของค่าเฉลี่ยกำลังสอง ในสดมภ์สุดท้ายของตารางวิเคราะห์ความแปรปรวน (หน้า 5) ที่หาได้แล้วใช้หลักการคำนวณทางคณิตศาสตร์เพื่อคำนวณค่าประมาณองค์ประกอบความแปรปรวน แสดงได้ดังนี้

จาก $E(MSE) = \sigma_\varepsilon^2$

เราจึงสามารถใช้ $\hat{\sigma}_\varepsilon^2 = MSE$

และ $E(MSAB) = \sigma_\varepsilon^2 + n\sigma_{\alpha\beta}^2$

$$E(MSAB) - E(MSE) = (\sigma_\varepsilon^2 + n\sigma_{\alpha\beta}^2) - \sigma_\varepsilon^2$$

$$E(MSAB) - E(MSE) = n\sigma_{\alpha\beta}^2$$

ค่าประมาณแบบจุดของ $\sigma_{\alpha\beta}^2$ คือ $\hat{\sigma}_{\alpha\beta}^2 = \dfrac{MSAB - MSE}{n}$

$$E(MSA) = \sigma_\varepsilon^2 + n\sigma_{\alpha\beta}^2 + bn\sigma_\alpha^2$$

$$E(MSA) - E(MSAB) = (\sigma_\varepsilon^2 + n\sigma_{\alpha\beta}^2 + bn\sigma_\alpha^2) - (\sigma_\varepsilon^2 + n\sigma_{\alpha\beta}^2)$$

$$E(MSA) - E(MSAB) = bn\sigma_\alpha^2$$

ค่าประมาณแบบจุดของ σ_α^2 คือ $\hat{\sigma}_\alpha^2 = \dfrac{MSA - MSAB}{bn}$

$$E(MSB) = \sigma_\varepsilon^2 + n\sigma_{\alpha\beta}^2 + an\sigma_\beta^2$$

$$E(MSB) - E(MSAB) = (\sigma_\varepsilon^2 + n\sigma_{\alpha\beta}^2 + an\sigma_\beta^2) - (\sigma_\varepsilon^2 + n\sigma_{\alpha\beta}^2)$$

$$E(MSB) - E(MSAB) = an\sigma_\beta^2$$

ค่าประมาณแบบจุดของ σ_β^2 คือ $\hat{\sigma}_\beta^2 = \dfrac{MSB - MSAB}{an}$

2.1.2 การประมาณค่าองค์ประกอบความแปรปรวนแบบช่วง

สำหรับการหาค่าประมาณองค์ประกอบความแปรปรวนแบบช่วง ได้โดยพิจารณา จากทฤษฎีของ Cochran (1976) ที่ว่า ถ้าค่าสังเกต Y_{ijk} สำหรับ i = 1,2,...,a j = 1,2,...,b k = 1,2,...,n มีการแจกแจงแบบปกติ โดยที่ $Var\,(Y_{ijk}) = \sigma_\alpha^2 + \sigma_\beta^2 + \sigma_{\alpha\beta}^2 + \sigma_\varepsilon^2$ และค่าของ SSY ซึ่งเป็นตัวแปรสุ่มที่สามารถแยกองค์ประกอบออกเป็น 4 ส่วน คือ $SSA, SSB, SSAB$ และ SSE เมื่อ $Y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} + \varepsilon_{ijk}$ และ $Var\,(\varepsilon_{ijk}) = \sigma_\varepsilon^2$ และเป็นไปตามข้อกำหนดของข้อมูล ทั้ง 4 ดังกล่าว แล้ว จะได้ว่า $\frac{SSA}{\sigma_1^2}$, $\frac{SSB}{\sigma_2^2}$, $\frac{SSAB}{\sigma_3^2}$ และ $\frac{SSE}{\sigma_\varepsilon^2}$ (โดยที่ $\sigma_1^2 = \sigma_\varepsilon^2 + n\sigma_{\alpha\beta}^2 + bn\sigma_\alpha^2, \sigma_2^2 = \sigma_\varepsilon^2 + n\sigma_{\alpha\beta}^2 + an\sigma_\beta^2$ และ $\sigma_3^2 = \sigma_\varepsilon^2 + n\sigma_{\alpha\beta}^2$) จะเป็นอิสระจากกัน และมีการแจกแจงแบบ χ_{df}^2 ซึ่ง df แทนด้วยระดับขั้นความเสรี (a-1),(b-1) , (a-1)(b-1) และ ab(n-1) ตามลำดับ

สำหรับการหาค่าประมาณองค์ประกอบความแปรปรวนแบบช่วงที่อยู่ในรูปแผนการทดลองอย่างง่ายเราสามารถที่จะหาค่าจริงของช่วงความเชื่อมั่น $(1-\alpha)100\,\%$ สำหรับ σ^2 ได้ เนื่องจากค่าคาดหวังของผลรวมกำลังสองเฉลี่ยขึ้นอยู่กับความแปรปรวนเพียงค่าเดียว ตัวอย่างเช่นพิจารณาผลรวมกำลังสองเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อน $E(MSE) = \sigma_\varepsilon^2$ ซึ่งเราสามารถหาช่วงความเชื่อมั่นจริงได้คือ

$$\frac{df_\varepsilon MSE}{\sigma_\varepsilon^2} = \frac{df_\varepsilon \hat{\sigma}_\varepsilon^2}{\sigma_\varepsilon^2}$$

มีการแจกแจงไคว์สแควร์ด้วยระดับขั้นความเสรี df_e ดังนั้น ช่วงความเชื่อมั่น $(1-\alpha)100\,\%$ คือ

$$P\left\{\frac{df_e MSE}{\chi^2_{\frac{\alpha}{2},df_e}} \le \sigma_\varepsilon^2 \le \frac{df_e MSE}{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2},df_e}}\right\} = 1-\alpha$$

ส่วนในกรณีที่องค์ประกอบความแปรปรวนในแผนการทดลองมีหลายปัจจัย โดยปกติเราไม่สามารถหาช่วงความเชื่อมั่นจริง สำหรับองค์ประกอบความแปรปรวนที่สนใจได้ เนื่องจากค่าคาดหวังของผลรวมกำลังสองเฉลี่ยไม่ได้ขึ้นอยู่กับความแปรปรวนค่าเดียวจากตารางวิเคราะห์ความแปรปรวนอย่างไรก็ตามภายใต้แนวคิดการประมาณค่าของ Satterthwaite ได้ใช้การทดสอบ F tests “pseudo” (แบบเทียม) ซึ่งสามารถหาโครงสร้างการประมาณค่าองค์ประกอบความแปรปรวนแบบช่วงที่ไม่สามารถหาช่วงความเชื่อมั่นจริงได้

วิธีของ Satterthwaite[2] ได้ใช้สองผลรวมเชิงเส้น (Two linear Combinations) ของผลรวมกำลังสองเฉลี่ย

$$MS' = MSR + \ldots + MSS$$

และ $$MS'' = MSU + \ldots + MSV$$

ด้วยตัวสถิติทดสอบ

$$F = \frac{MS'}{MS''}$$

ซึ่งมีการแจกแจง $F_{p,q}$ โดยประมาณ มีระดับขั้นความเสรีสำหรับ MS' และ MS'' ดังนี้

$$p = \frac{(MSR + \ldots + MSS)^2}{\dfrac{MSR^2}{df_r} + \ldots + \dfrac{MSS^2}{df_s}}$$

$$q = \frac{(MSU + \ldots + MSV)^2}{\dfrac{MSU^2}{df_u} + \ldots + \dfrac{MSV^2}{df_v}}$$

p,q และ df_i คือ ระดับขั้นความเสรีที่สัมพันธ์กับผลรวมกำลังสองเฉลี่ย MSI ตัวสถิติ F นี้สามารถใช้ในการทดสอบการประมาณของระดับนัยสำคัญขององค์ประกอบความแปรปรวนที่สนใจ

สำหรับการทดสอบระดับนัยสำคัญขององค์ประกอบความแปรปรวน σ_0^2 ของสองผลรวมเชิงเส้น MS' และ MS'' ที่เลือก โดยนำค่าคาดหวังมาลบกัน ซึ่งมีค่าเท่ากับผลคูณขององค์ประกอบกล่าวคือ

$$E(MS') - E(MS'') = k\sigma_0^2$$

หรือ

$$\sigma_0^2 = \frac{E(MS') - E(MS'')}{k}$$

ซึ่งใช้เป็นเกณฑ์สำหรับค่าประมาณแบบจุดของ σ_0^2

$$\hat{\sigma}_0^2 = \frac{E(MS') - E(MS'')}{k}$$

นั่นคือ $$= \frac{1}{k}MS' - \frac{1}{k}MS \qquad \ldots\ldots(*)$$

$$= \frac{1}{k}MSR + \ldots + \frac{1}{k}MSS - \frac{1}{k}MSU - \ldots - \frac{1}{k}MSV$$

---

[2] Montgomery,C.D. 1997. Design and Analysis of Experiments. 4 nd ed. Canada : John Wiley & Sons,pp 486-494.

ผลรวมกำลังสองเฉลี่ย MSI ใน (*) เป็นอิสระต่อกันด้วย $\dfrac{df_i MSI}{\sigma_i^2} = \dfrac{SSI}{\sigma_i^2}$ ซึ่งมีการแจกแจงไคว์สแควร์ด้วยระดับขั้นความเสรี f_i

การประมาณค่าองค์ประกอบความแปรปรวน σ_0^2 คือ ผลรวมเชิงเส้นของผลคูณของผลรวมกำลังสองเฉลี่ย และ $\dfrac{r\hat{\sigma}_0^2}{\sigma_0^2}$ มีการแจกแจงไคว์สแควร์โดยประมาณด้วยระดับขั้นความเสรี r เมื่อ

$$r = \frac{\left(\hat{\sigma}_0^2\right)^2}{\sum_{i=1}^{m} \frac{1}{k^2} \frac{MSI^2}{df_i}}$$

$$= \frac{\left(MSR + \ldots + MSS - MSU - \ldots - MSV\right)^2}{\frac{MSR^2}{df_r} + \ldots + \frac{MSS^2}{df_s} + \frac{MSU^2}{df_u} + \ldots + \frac{MSV^2}{df_v}}$$

ซึ่งผลดังกล่าวสามารถใช้ได้ก็ต่อเมื่อ $\sigma_0^2 > 0$ เท่านั้น เช่นเดียวกับระดับขั้นความเสรี r โดยทั่วไปจะไม่มีค่าเป็นจำนวนเต็ม ซึ่งแตกต่างจากตารางไคว์สแควร์ที่โดยทั่วไปจะต้องเป็นจำนวนเต็ม Graybill (1961) ได้ใช้ผลที่ได้โดยทั่วไปของ r

เมื่อ $\dfrac{r\hat{\sigma}_0^2}{\sigma_0^2}$ มีการแจกแจงไคว์สแควร์โดยประมาณด้วยระดับขั้นความเสรี r ดังนั้น

$$p\left\{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2},r} \le \frac{r\hat{\sigma}_0^2}{\sigma_0^2} \le \chi^2_{\frac{\alpha}{2},r}\right\} = 1-\alpha$$

และ

$$p\left\{\frac{r\hat{\sigma}_0^2}{\chi^2_{\frac{\alpha}{2},r}} \le \sigma_0^2 \le \frac{r\hat{\sigma}_0^2}{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2},r}}\right\} = 1-\alpha$$

ดังนั้นการประมาณช่วงความเชื่อมั่น $(1-\alpha)100\,\%$ ของ σ_0^2 คือ $\left(\dfrac{r\hat{\sigma}_0^2}{\chi^2_{\frac{\alpha}{2},r}}, \dfrac{r\hat{\sigma}_0^2}{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2},r}}\right)$

ในงานวิจัยนี้การประมาณค่าองค์ประกอบความแปรปรวนแบบช่วงด้วยวิธีการแบบคลาสสิกสำหรับตัวแบบแผนแบบการทดลองข้ามกลุ่ม 2 ปัจจัยเชิงสุ่มมีค่าดังนี้

ช่วงความเชื่อมั่น $(1-\alpha)100\,\%$ สำหรับ σ_ε^2 นั้น ทำโดยการพิจารณา

$$p\left\{\frac{ab(n-1)MSE}{\chi^2_{\frac{\alpha}{2},ab(n-1)}} \le \sigma_\varepsilon^{\ 2} \le \frac{ab(n-1)MSE}{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2},ab(n-1)}}\right\} = 1-\alpha$$

แต่ $ab(n-1)MSE = SSE$ ทำให้ได้ช่วงความเชื่อมั่นที่ต้องการเป็น $\left(\dfrac{SSE}{\chi^2_{\frac{\alpha}{2},ab(n-1)}}, \dfrac{SSE}{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2},ab(n-1)}} \right)$

ส่วนช่วงความเชื่อมั่น $(1-\alpha)100$ % สำหรับ σ^2_α ทำโดยพิจารณาค่าจากตารางวิเคราะห์ความแปรปรวน ซึ่ง

$$E(MSA) = \sigma^2_\varepsilon + n\sigma^2_{\alpha\beta} + bn\sigma^2_\alpha$$

$$E(MSA) - E(MSAB) = \left(\sigma^2_\varepsilon + n\sigma^2_{\alpha\beta} + bn\sigma^2_\alpha\right) - \left(\sigma^2_\varepsilon + n\sigma^2_{\alpha\beta}\right)$$

$$E(MSA) - E(MSAB) = bn\sigma^2_\alpha$$

ค่าประมาณแบบจุดของ σ^2_α คือ $\hat{\sigma}^2_\alpha = \dfrac{MSA - MSAB}{bn}$

และ $\dfrac{r_1\hat{\sigma}^2_\alpha}{\sigma^2_\alpha}$ มีฟังก์ชันประมาณการแจกแจงเป็นแบบไคสแควร์ ด้วยระดับขั้นความเสรี r_1 ดังนั้นจะได้ว่า

$$p\left\{ \chi^2_{1-\frac{\alpha}{2},r_1} \le \frac{r_1\hat{\sigma}^2_\alpha}{\sigma^2_\alpha} \le \chi^2_{\frac{\alpha}{2},r_1} \right\} = 1-\alpha$$

$$p\left\{ \frac{r_1\hat{\sigma}^2_\alpha}{\chi^2_{\frac{\alpha}{2},r_1}} \le \sigma^2_\alpha \le \frac{r_1\hat{\sigma}^2_\alpha}{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2},r_1}} \right\} = 1-\alpha$$

และ $r_1 = \dfrac{(MSA - MSAB)^2}{\dfrac{MSA^2}{(a-1)} + \dfrac{MSAB^2}{(a-1)(b-1)}}$

จะได้ว่าช่วงความเชื่อมั่น $(1-\alpha)100$% สำหรับ σ^2_α คือ $\left(\dfrac{r_1\hat{\sigma}^2_\alpha}{\chi^2_{\frac{\alpha}{2},r_1}}, \dfrac{r_1\hat{\sigma}^2_\alpha}{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2},r_1}} \right)$

ด้วยวิธีการเดียวกันนี้สามารถหาช่วงความเชื่อมั่น $(1-\alpha)100$ % สำหรับ σ^2_β คือ

$\left(\dfrac{r_2\hat{\sigma}^2_\beta}{\chi^2_{\frac{\alpha}{2},r_2}}, \dfrac{r_2\hat{\sigma}^2_\beta}{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2},r_2}} \right)$ โดย $\hat{\sigma}^2_\beta = \dfrac{MSB - MSAB}{an}$ และ $r_2 = \dfrac{(MSB - MSAB)^2}{\dfrac{MSB^2}{(b-1)} + \dfrac{MSAB^2}{(a-1)(b-1)}}$

และช่วงความเชื่อมั่น $(1-\alpha)100$ % สำหรับ $\sigma^2_{\alpha\beta}$ คือ $\left(\dfrac{r_3\hat{\sigma}^2_{\alpha\beta}}{\chi^2_{\frac{\alpha}{2},r_3}}, \dfrac{r_3\hat{\sigma}^2_{\alpha\beta}}{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2},r_3}} \right)$

โดย $\hat{\sigma}^2_{\alpha\beta} = \dfrac{MSAB - MSE}{n}$ และ $r_3 = \dfrac{(MSAB - MSE)^2}{\dfrac{MSAB^2}{(a-1)(b-1)} + \dfrac{MSE^2}{ab(n-1)}}$

พิจารณาตัวหารสำหรับช่วงความเชื่อมั่นโดยวิธีไคสแควร์ เมื่อ $1-\alpha$ คือ สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น และ $\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2},df} < \chi^2_{1-\frac{\alpha}{2},df}$ แต่เนื่องจากการแจกแจงแบบไคส์แควร์เป็นการแจกแจงที่ไม่สมมาตร ทำให้หาช่วงที่ทำให้ความน่าจะเป็นที่ $(\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2},df}, \chi^2_{1-\frac{\alpha}{2},df})$ จะอยู่ในช่วงนั้นเป็นได้หลายช่วง การหาช่วงที่สั้นที่สุดจึงหาไม่ได้โดยง่ายตามปกติจะใช้วิธีกำหนดให้

$$P\left(\chi^2_{df} < \chi^2_{1-\frac{\alpha}{2},df}\right) = P\left(\chi^2_{df} > \chi^2_{\frac{\alpha}{2},df}\right) = \frac{\alpha}{2}$$

ซึ่งสามารถหาค่าได้โดย

$$\int_0^l f(x)dx = 1-\frac{\alpha}{2} \qquad \text{และ} \qquad \int_0^u f(x)dx = \frac{\alpha}{2}$$

ค่า l และ u ที่กำหนดโดยสมการข้างต้น แทนด้วย $\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2},df}$ และ $\chi^2_{\frac{\alpha}{2},df}$ ตามลำดับ

เมื่อ $f(x)$ คือ ฟังก์ชันความหนาแน่นของการแจกแจง χ^2_{df} นั่นคือ

$$f(x) = \frac{x^{(\frac{df}{2})-1}\exp(\frac{-x}{2})}{\Gamma(\frac{df}{2})2^{(\frac{df}{2})}}$$

และ df แทนด้วยระดับขั้นความเสรี

2.2 การประมาณค่าองค์ประกอบความแปรปรวนด้วยวิธีการแบบเบส์ (Bayesian Estimation)

จากที่ได้กล่าวมาแล้วข้างต้นว่าแนวความคิดเกี่ยวกับพารามิเตอร์แบ่งได้เป็นสองแนวทาง สำหรับในการประมาณค่าองค์ประกอบความแปรปรวน สำหรับตัวแบบแผนแบบการทดลองข้ามกลุ่ม 2 ปัจจัยเชิงสุ่ม โดยวิธีของเบส์เป็นสถิติแบบเบส์เซียน ซึ่งการศึกษาในแนวทางนี้ถือว่าการแจกแจงก่อน และ การแจกแจงภายหลังมีความสำคัญมาก มีรายละเอียดต่าง ๆ ดังต่อไปนี้

เมื่อการแจกแจงของตัวแปรสุ่ม y ขึ้นอยู่กับค่าของพารามิเตอร์ θ ซึ่งโดยทั่วไปจะไม่ทราบค่าจริงของ θ และเป็นไปได้ว่า พารามิเตอร์จะมีการแจกแจงความน่าจะเป็น นั่นคือ เป็นค่าของตัวแปรสุ่ม θ ซึ่งเรียกว่า พารามิเตอร์สุ่ม (Random Parameter) และ มีปริภูมิพารามิเตอร์ (parameter space) R สำหรับตัวแปรสุ่ม $y_{111}, y_{112}, \ldots, y_{abn}$ จาก $\underset{\sim}{y}$ จะมีฟังก์ชันความหนาแน่นร่วมมีเงื่อนไข (Conditional Joint Density Function) $h(\underset{\sim}{y}/\theta)$ และ ฟังก์ชันความหนาแน่นร่วม (Joint Density Function) ของ $\underset{\sim}{y}$ และ θ เขียนอยู่ในรูปทั่วไปได้เป็น

$f(\underset{\sim}{y}/\theta) = g(\theta)h(\underset{\sim}{y}/\theta)$ ซึ่ง $g(\theta)$ คือ ฟังก์ชันความหนาแน่นของ θ

ฟังก์ชันความหนาแน่นส่วนขอบ (Marginal Density Function) ของ $\underset{\sim}{y}$ หาได้จาก

$$h(\underset{\sim}{y}) = \int g(\theta)h(\underset{\sim}{y}/\theta) \quad \text{เมื่อ } \theta \text{ เป็นตัวแปรสุ่มที่ต่อเนื่อง}$$

นอกจากนี้ ฟังก์ชันความหนาแน่นมีเงื่อนไขของ θ เมื่อกำหนด $y_{111}, y_{112}, \ldots, y_{abn}$ แทนด้วยสัญลักษณ์ $g(\theta / \underset{\sim}{y})$ จะได้ว่า

$$g(\theta / \underset{\sim}{y}) = \frac{g(\theta)h(\underset{\sim}{y}/\theta)}{h(\underset{\sim}{y})}, \theta \in R$$

เรียก ฟังก์ชันความหนาแน่น $g(\theta)$ ว่า ฟังกชันความหนาแน่นก่อน (Prior Density Function) และเรียกฟังก์ชันความหนาแน่นแบบมีเงื่อนไข $g(\theta / \underset{\sim}{y})$ ของ θ เมื่อทราบค่าของ $\underset{\sim}{y}$ ว่าเป็นฟังก์ชันความหนาแน่นภายหลัง (Posterior Density Function)และสามารถเขียนได้ในรูปแบบ

$$g(\theta / \underset{\sim}{y}) \propto h(\underset{\sim}{y}/\theta)g(\theta)$$

ในกรณีการประมาณแบบจุด เนื่องจาก θ เป็นตัวแปรสุ่มซึ่งมีฟังก์ชันความหนาแน่นภายหลัง $g(\theta / \underset{\sim}{y})$ จะได้ว่า ค่า m ที่ทำให้ฟังก์ชันความหนาแน่นภายหลัง $g(\theta / \underset{\sim}{y})$ มีค่ามากที่สุด เรียกว่าฐานนิยมของ θ ซึ่งจะเป็นค่าประมาณเป็นจุดของ θ ทำได้โดยการหาค่าเชิงอนุพันธ์ฟังก์ชันความหนาแน่นภายหลัง $g(\theta / \underset{\sim}{y})$ แล้วกำหนดให้เท่ากับ 0

ในกรณีการประมาณแบบช่วง เมื่อกำหนด α จะได้ช่วงความเชื่อมั่นโดยวิธีแบบเบส์คือช่วง (L,U) ที่ทำให้

$$\int_{L}^{U} g(\theta / \underset{\sim}{y}) d(\theta) = 1-\alpha$$

การประมาณองค์ประกอบความแปรปรวนแบบเบส์สำหรับตัวแบบแผนแบบการทดลองข้ามกลุ่ม 2 ปัจจัยเชิงสุ่มทำตามขั้นตอนดังต่อไปนี้

2.2.1 ตัวแบบและข้อสมมติเบื้องต้นของตัวแบบแผนแบบการทดลองข้ามกลุ่ม 2 ปัจจัยเชิงสุ่ม

พิจารณาตัวแบบของแผนแบบการทดลองข้ามกลุ่ม 2 ปัจจัย กรณีที่ทั้งสองปัจจัยเป็นปัจจัยสุ่ม โดย ปัจจัย A มี a ระดับ ปัจจัย B มี b ระดับ ปัจจัยทั้งสองเป็นปัจจัยข้ามกลุ่ม นั่นคือลักษณะของการจัดปัจจัยโดยจัดปัจจัยที่ระดับทุกระดับ ของ ปัจจัย Aปรากฏในทุกระดับ ของปัจจัย B ดังนั้น จะได้ปัจจัยทดลองผสม (Treatement Combination) เท่ากับ $a \times b$ วิธี ในแต่ละวิธีจะมีหน่วยทดลองเท่ากัน คือ n หน่วย โดยที่ Y_{ijk} เป็นค่าสังเกต ของแต่ละหน่วยทดลองนั้น ๆ ดังนั้นกำหนดให้ข้อมูลเป็นดังนี้

$$Y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} + \varepsilon_{ijk} \qquad (1)$$

โดย $i = 1,2,\ldots,a$ $j = 1,2,\ldots,b$ $k = 1,2,\ldots,n$

เมื่อ Y_{ijk} เป็น ค่าสังเกตที่ k ระดับที่ i ของปัจจัย A และระดับที่ j ของปัจจัย B

μ เป็น ค่าเฉลี่ยรวม

α_i เป็น ผลกระทบระดับที่ i ของปัจจัย A

β_j เป็น ผลกระทบระดับที่ j ของปัจจัย B

$(\alpha\beta)_{ij}$ เป็น ผลกระทบร่วมระหว่างระดับ i ของปัจจัย A กับระดับ j ของปัจจัย B

ε_{ijk} เป็น ค่าความคลาดเคลื่อนสุ่ม ของค่าสังเกตที่ k ระดับที่ i ของปัจจัย Aและระดับที่ j ของปัจจัย B

α_i , β_j , $(\alpha\beta)_{ij}$ และ ε_{ijk} เป็นตัวแปรสุ่ม

ซึ่งสมมติว่า $\alpha_i \sim nid(0,\sigma_\alpha^2)$, $\beta_j \sim nid(0,\sigma_\beta^2)$, $(\alpha\beta)_{ij} \sim nid(0,\sigma_{\alpha\beta}^2)$, $\varepsilon_{ijk} \sim nid(0,\sigma_\alpha^2)$

α_i , β_j , $(\alpha\beta)_{ij}$ และ ε_{ijk} เป็นตัวแปรสุ่ม

ซึ่งสมมติว่า $\alpha_i \sim nid(0,\sigma_\alpha^2)$, $\beta_j \sim nid(0,\sigma_\beta^2)$, $(\alpha\beta)_{ij} \sim nid(0,\sigma_{\alpha\beta}^2)$, $\varepsilon_{ijk} \sim nid(0,\sigma_\alpha^2)$

และ $$Cov(y_{ijk}, y_{i'j'k'}) = \begin{cases} \sigma_\alpha^2 + \sigma_\beta^2 + \sigma_{\alpha\beta}^2 + \sigma_\varepsilon^2 & \text{สำหรับ} \quad i=i', j=j', k=k' \\ \sigma_\alpha^2 + \sigma_\beta^2 + \sigma_{\alpha\beta}^2 & \text{สำหรับ} \quad i=i', j=j', k\neq k' \\ \sigma_\alpha^2 & \text{สำหรับ} \quad i=i', j\neq j' \\ \sigma_\beta^2 & \text{สำหรับ} \quad i\neq i', j=j' \\ 0 & \text{สำหรับ} \quad i\neq i', j\neq j \end{cases}$$

ค่าเฉลี่ยและค่าความแปรปรวนของ Y_{ijk} คือ $E(Y_{ijk}) = \mu, Var(y_{ijk}) = \sigma_\alpha^2 + \sigma_\beta^2 + \sigma_{\alpha\beta}^2 + \sigma_e^2$ ซึ่ง μ เป็นพารามิเตอร์ที่ไม่ทราบค่า และพารามิเตอร์ $\sigma_\alpha^2, \sigma_\beta^2, \sigma_{\alpha\beta}^2$ และ σ_ε^2 นี้เรียกว่า องค์ประกอบความแปรปรวน (Variance Components)

จะได้ว่า $Y_{ijk} \sim N(\mu, \sigma_\alpha^2 + \sigma_\beta^2 + \sigma_{\sigma\beta}^2 + \sigma_e^2)$

ดังนั้น $\bar{y}_{...} \sim N(\mu, \frac{1}{abn}(\sigma_e^2 + n\sigma_{\alpha\beta}^2 + an\sigma_\beta^2 + bn\sigma_\alpha^2))$

และ $\frac{SSA}{\sigma_1^2} \sim \chi^2_{(a-1)}, \frac{SSB}{\sigma_2^2} \sim \chi^2_{(b-1)}, \frac{SSAB}{\sigma_3^2} \sim \chi^2_{(a-1)(b-1)}, \frac{SSE}{\sigma_\varepsilon^2} \sim \chi^2_{ab(n-1)}$

โดยที่ $\sigma_1^2 = \sigma_\varepsilon^2 + n\sigma_{\alpha\beta}^2 + bn\sigma_\alpha^2, \sigma_2^2 = \sigma_\varepsilon^2 + n\sigma_{\alpha\beta}^2 + an\sigma_\beta^2$ และ $\sigma_3^2 = \sigma_\varepsilon^2 + n\sigma_{\alpha\beta}^2$

2.2.2 **ฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็น และ การแจกแจงก่อนของ** $\mu, \sigma_1^2, \sigma_2^2, \sigma_3^2$ **และ** σ_ε^2

จากตัวแบบและข้อสมมติของตัวแบบดังกล่าวข้างต้นจะได้ฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็นของ $\mu, \sigma_\varepsilon^2, \sigma_3^2, \sigma_1^2, \sigma_2^2$ ดังนี้ [3]

$$l(\mu, \sigma_\varepsilon^2, \sigma_3^2, \sigma_1^2, \sigma_2^2 / \underset{\sim}{y}) \propto (\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_3^2)^{-\frac{1}{2}} (\sigma_\varepsilon^2)^{\frac{-ab(n-1)}{2}} (\sigma_3^2)^{\frac{-(a-1)(b-1)}{2}} (\sigma_1^2)^{\frac{-(a-1)}{2}} (\sigma_2^2)^{\frac{-(b-1)}{2}}$$

$$\times \exp - \left\{ \frac{1}{2} \left[\frac{abn(\mu - \bar{y}_{...})^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_3^2} + \frac{SSE}{\sigma_\varepsilon^2} + \frac{SSAB}{\sigma_3^2} + \frac{SSA}{\sigma_1^2} + \frac{SSB}{\sigma_2^2} \right] \right\} \qquad (2)$$

โดย $(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_3^2) = (\sigma_\varepsilon^2 + n\sigma_{\alpha\beta}^2 + an\sigma_\beta^2 + bn\sigma_\alpha^2)$

---

[3] Box , G.E.P ,and Tiao.G.C. 1973 .Bayesian Inference in Statistical Analysis , Addison-Wesley Publishing Company, Massachusetts . pp.331-332

การแจกแจงก่อน (Prior Distribution) ของ $(\mu, \sigma_\varepsilon^2, \sigma_3^2, \sigma_1^2, \sigma_2^2)$ เป็นแบบไม่ให้ข้อมูล (Noninformative Prior Distribution) กล่าวคือความรู้ล่วงหน้าเกี่ยวกับพารามิเตอร์ไม่ได้ให้ข้อมูลเลยว่าพารามิเตอร์ควรมีค่าแท้จริงเท่าใด เราทราบแต่เพียงว่าแต่ละค่าของพารามิเตอร์มีโอกาสเกิดขึ้นเท่า ๆ กัน นั่นคือ

$$g(\mu, \sigma_\varepsilon^2, \sigma_3^2, \sigma_1^2, \sigma_2^2) \propto \sigma_\varepsilon^{-2}\sigma_3^{-2}\sigma_1^{-2}\sigma_2^{-2} \qquad (3)$$

2.2.3 **การแจกแจงภายหลังส่วนขอบของ** $\sigma_\alpha^2, \sigma_\beta^2, \sigma_{\alpha\beta}^2$ **และ** σ_ε^2

เนื่องจาก การแจกแจงภายหลัง α ฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็น $\times$ การแจกแจงก่อน ดังนั้นจะได้การแจกแจงภายหลังของพารามิเตอร์ คือ

$$l(\mu, \sigma_\varepsilon^2, \sigma_3^2, \sigma_1^2, \sigma_2^2 / \underset{\sim}{y}) \propto (\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_3^2)^{-\frac{1}{2}} (\sigma_\varepsilon^2)^{-\left(\frac{ab(n-1)}{2}+1\right)} (\sigma_3^2)^{-\left(\frac{(a-1)(b-1)}{2}+1\right)} (\sigma_1^2)^{-\left(\frac{(a-1)}{2}+1\right)}$$

$$\times (\sigma_2^2)^{-\left(\frac{(b-1)}{2}+1\right)} \exp -\left\{ \frac{1}{2}\left[\frac{abn(\mu - \bar{y}_{...})^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_3^2} + \frac{SSE}{\sigma_\varepsilon^2} + \frac{SSAB}{\sigma_3^2} + \frac{SSA}{\sigma_1^2} + \frac{SSB}{\sigma_2^2} \right]\right\} \qquad (4)$$

ทำการอินทิเกรต (4) เทียบกับ μ จะได้การแจกแจงภายหลังร่วม (Joint Posterior Distribution) ของ $\sigma_\varepsilon^2, \sigma_3^2, \sigma_1^2, \sigma_2^2$ คือ [4]

$$g(\sigma_\varepsilon^2, \sigma_3^2, \sigma_1^2, \sigma_2^2 / \underset{\sim}{y}) = w(SSE)^{-1} p\left(\chi_{ab(n-1)}^{-2} = \frac{\sigma_\varepsilon^2}{SSE}\right)(SSAB)^{-1} p\left(\chi_{(a-1)(b-1)}^{-2} = \frac{\sigma_3^2}{SSAB}\right)$$

$$\times (SSA)^{-1} p\left(\chi_{(a-1)}^{-2} = \frac{\sigma_1^2}{SSA}\right)(SSB)^{-1} p\left(\chi_{(b-1)}^{-2} = \frac{\sigma_2^2}{SSB}\right) \qquad (5)$$

$$\sigma_\varepsilon^2 > 0, \sigma_3^2 > \sigma_\varepsilon^2, \sigma_1^2 > \sigma_3^2, \sigma_2^2 > \sigma_3^2$$

โดยที่

$$w^{-1} = \Pr^*(c/y) = \Pr\left\{ \frac{\chi_{ab(n-1)}^2}{\chi_{(a-1)(b-1)}^2} > \frac{SSE}{SSAB}, \frac{\chi_{(a-1)}^2}{\chi_{(a-1)(b-1)}^2} < \frac{SSA}{SSAB}, \frac{\chi_{(b-1)}^2}{\chi_{(a-1)(b-1)}^2} < \frac{SSB}{SSAB} \right\}$$

และ มีการแจกแจงไคว์สแควร์ $\chi_{ab(n-1)}^2, \chi_{(a-1))}^2 \chi_{(b-1),}^2 \chi_{(a-1)(b-1)}^2$

---

[4] Box , G.E.P ,and Tiao.G.C. 1973 .Bayesian Inference in Statistical Analysis , Addison-Wesley Publishing Company, Massachusetts . pp.332-339

แทนค่า $\sigma_1^2 = \sigma_\varepsilon^2 + n\sigma_{\alpha\beta}^2 + bn\sigma_\alpha^2, \sigma_2^2 = \sigma_\varepsilon^2 + n\sigma_{\alpha\beta}^2 + an\sigma_\beta^2$ และ $\sigma_3^2 = \sigma_\varepsilon^2 + n\sigma_{\alpha\beta}^2$ ในสมการที่ (5)

ดังนั้น การแจกแจงภายหลังร่วมของ $\sigma_\alpha^2, \sigma_\beta^2, \sigma_{\alpha\beta}^2$ และ σ_ε^2 คือ

$$g(\sigma_\varepsilon^2, \sigma_{\alpha\beta}^2, \sigma_\alpha^2, \sigma_\beta^2 / \underset{\sim}{y}) = w(SSE)^{-1}\, p(\chi^{-2}_{ab(n-1)} = \frac{\sigma_\varepsilon^2}{SSE})(\frac{SSAB}{n})^{-1}\, p(\chi^{-2}_{(a-1)(b-1)} = \frac{\sigma_\varepsilon^2 + n\sigma_{\alpha\beta}^2}{SSAB})$$

$$\times (\frac{SSA}{bn})^{-1}\, p(\chi^{-2}_{(a-1)} = \frac{\sigma_\varepsilon^2 + n\sigma_{\alpha\beta}^2 + bn\sigma_\alpha^2}{SSA})(\frac{SSB}{an})^{-1}\, p(\chi^{-2}_{(b-1)} = \frac{\sigma_\varepsilon^2 + n\sigma_{\alpha\beta}^2 + an\sigma_\beta^2}{SSB})$$

$$\sigma_\varepsilon^2 > 0, \sigma_{\alpha\beta}^2 > 0, \sigma_\alpha^2 > 0, \sigma_\beta^2 > 0 \qquad (6)$$

ทำการอินทิเกรตเทียบค่า $\sigma_{\alpha\beta}^2$, σ_ε^2 เพื่อหาการแจกแจงภายหลังร่วมของ σ_α^2 , σ_β^2

$$p(\sigma_\alpha^2, \sigma_\beta^2 / \underset{\sim}{y}) = \int_0^\infty \int_0^\infty p(\sigma_e^2, \sigma_{\alpha\beta}^2, \sigma_\alpha^2, \sigma_\beta^2 / \underset{\sim}{y})\, d\sigma_e^2\, d\sigma_{\alpha\beta}^2 \qquad , \quad \sigma_\alpha^2 > 0, \sigma_\beta^2 > 0$$

$$p(\sigma_\alpha^2, \sigma_\beta^2 / \underset{\sim}{y}) \;\; \alpha \;\; p(\chi^{-2}_{(a-1)} = \frac{r_1 + bn\sigma_\alpha^2}{SSA})\, p(\chi^{-2}_{(b-1)} = \frac{r_1 + an\sigma_\beta^2}{SSB})$$

เนื่องจากองค์ประกอบความแปรปรวน σ_α^2 และ σ_β^2 เป็นอิสระต่อกัน ดังนั้นการแจกแจงภายหลังร่วมของ σ_α^2 และ σ_β^2 โดยประมาณ แปรผันตามผลคูณของการแจกแจงภายหลังของ σ_α^2 และ σ_β^2 แต่ละตัว จึงทำให้ทราบการแจกแจงภายหลังส่วนขอบ (Marginal Posterior Distribution) ของ

$$g(\sigma_\alpha^2 / \underset{\sim}{y}) \quad \text{คือ} \quad p(\chi^{-2}_{(a-1)} = \frac{r_1 + bn\sigma_\alpha^2}{SSA}) \qquad (7)$$

$$g(\sigma_\beta^2 / \underset{\sim}{y}) \quad \text{คือ} \quad p(\chi^{-2}_{(b-1)} = \frac{r_1 + an\sigma_\beta^2}{SSB}) \qquad (8)$$

โดย

$$c_1 = \left[\left(\frac{(a-1)(b-1)}{2} + 1\right) \times \frac{I_{x_1}\left(\left(\frac{1}{2}(a-1)(b-1)\right) + 2, \frac{1}{2}ab(n-1)\right)}{I_{x_1}\left(\left(\frac{1}{2}(a-1)(b-1)\right) + 1, \frac{1}{2}ab(n-1)\right)}\right] - \left[\left(\frac{(a-1)(b-1)}{2}\right) \times \frac{I_{x_1}\left(\left(\frac{1}{2}(a-1)(b-1)\right) + 1, \frac{1}{2}ab(n-1)\right)}{I_{x_1}\left(\frac{1}{2}(a-1)(b-1), \frac{1}{2}ab(n-1)\right)}\right]$$

$$d_1 = \left(\frac{(a-1)(b-1)}{c_1}\right) \times \frac{I_{x_1}\left(\left(\frac{1}{2}(a-1)(b-1)\right) + 1, \frac{1}{2}ab(n-1)\right)}{I_{x_1}\left(\frac{1}{2}(a-1)(b-1), \frac{1}{2}ab(n-1)\right)}, r_1 = \frac{SSAB}{c_1 d_1}$$

และ $$x_1 = \frac{SSAB}{SSAB + SSE}$$

ทำการอินทิเกรต (6) เทียบกับ σ_β^2 เพื่อหาการแจกแจงภายหลังร่วม(Joint Posterior Distribution) ของ $\sigma_{\alpha\beta}^2$, σ_ε^2 , σ_α^2 คือ

$$g(\sigma_\varepsilon^2, \sigma_{\alpha\beta}^2, \sigma_\alpha^2 / \underset{\sim}{y}) = w_1 (SSE)^{-1} p(\chi_{ab(n-1)}^{-2} = \frac{\sigma_\varepsilon^2}{SSE})(\frac{d_2 r_2}{n})^{-1} p(\chi_{d_2}^{-2} = \frac{\sigma_\varepsilon^2 + n\sigma_{\alpha\beta}^2}{d_2 r_2}) \times (\frac{SSA}{bn})^{-1} p(\chi_{(a-1)}^{-2} = \frac{\sigma_\varepsilon^2 + n\sigma_{\alpha\beta}^2 + bn\sigma_\alpha^2}{SSA}) \quad (9)$$

และ $\sigma_\varepsilon^2 > 0, \sigma_{\alpha\beta}^2 > 0, \sigma_\alpha^2 > 0$

โดยที่ $w_1^{-1} = \Pr\left\{ \frac{\chi_{ab(n-1)}^2}{\chi_{d_2}^2} > \frac{SSE}{d_2 r_2}, \frac{\chi_{d_2}^2}{\chi_{(a-1)}^2} > \frac{d_2 r_2}{SSAB} \right\}$

ซึ่ง

$$c_2 = \left[\left(\frac{(a-1)(b-1)}{2} + 1 \right) \times \frac{I_{x_2}\left(\frac{1}{2}(b-1), \left(\frac{1}{2}(a-1)(b-1) \right) + 2 \right)}{I_{x_2}\left(\frac{1}{2}(b-1), \left(\frac{1}{2}(a-1)(b-1) \right) + 1 \right)} \right] - \left[\left(\frac{(a-1)(b-1)}{2} \right) \times \frac{I_{x_1}\left(\frac{1}{2}(b-1), \left(\frac{1}{2}(a-1)(b-1) \right) + 1 \right)}{I_{x_1}\left(\frac{1}{2}(b-1), \frac{1}{2}(a-1)(b-1) \right)} \right]$$

$$d_2 = \left(\frac{(a-1)(b-1)}{c_2} \right) \times \frac{I_{x_1}\left(\frac{1}{2}(b-1), \left(\frac{1}{2}(a-1)(b-1) \right) + 1 \right)}{I_{x_1}\left(\frac{1}{2}(b-1), \frac{1}{2}(a-1)(b-1) \right)}, r_2 = \frac{SSAB}{c_2 d_2}$$

และ $$x_2 = \frac{SSB}{SSB + SSAB}$$

ทำการอินทิเกรต (9) เทียบกับ σ_α^2 เพื่อหาการแจกแจงภายหลัง ของ $\sigma_{\alpha\beta}^2$, σ_ε^2 คือ

$$g(\sigma_\varepsilon^2, \sigma_{\alpha\beta}^2 / \underset{\sim}{y}) = p(\chi_{d_4}^{-2} = \frac{\sigma_\varepsilon^2}{d_4 r_4}) p(\chi_{d_3}^{-2} = \frac{MSE + n\sigma_{\alpha\beta}^2}{d_3 r_3})$$ และ $\sigma_\varepsilon^2 > 0, \sigma_{\alpha\beta}^2 > 0$

เนื่องจากองค์ประกอบความแปรปรวน $\sigma_{\alpha\beta}^2$ และ σ_e^2 เป็นอิสระต่อกัน ทำให้ทราบ

การแจกแจงภายหลังส่วนขอบ $g(\sigma_{\alpha\beta}^2 / \underset{\sim}{y})$ คือ $$p(\chi_{d_3}^{-2} = \frac{MSE + n\sigma_{\alpha\beta}^2}{d_3 r_3}) \quad (10)$$

โดย

$$c_3 = \left[\left(\frac{d_2}{2}+1\right)\times\frac{I_{x_3}\left(\frac{1}{2}(a-1),\left(\frac{1}{2}d_2\right)+2\right)}{I_{x_3}\left(\frac{1}{2}(a-1),\left(\frac{1}{2}d_2\right)+1\right)}\right]-\left[\left(\frac{d_2}{2}\right)\times\frac{I_{x_3}\left(\frac{1}{2}(a-1),\left(\frac{1}{2}d_2\right)+1\right)}{I_{x_3}\left(\frac{1}{2}(a-1),\frac{1}{2}d_2\right)}\right]$$

$$d_3 = \frac{d_2}{c_3}\times\frac{I_{x_3}\left(\frac{1}{2}d_2,\left(\frac{1}{2}d_2\right)+1\right)}{I_{x_3}\left(\frac{1}{2}(a-1),\frac{1}{2}d_2\right)}, r_2 = \frac{d_2 r_2}{c_3 d_3}$$

และ $$x_3 = \frac{SSA}{SSA + d_2 r_2}$$

และ การแจกแจงภายหลังส่วนขอบของ $g(\sigma_\varepsilon^2 / \underset{\sim}{y})$ คือ $p\left(\chi^{-2}_{d_4} = \frac{\sigma_\varepsilon^2}{d_4 r_4}\right)$ (11)

ซึ่ง

$$c_4 = \left[\left(\frac{ab(n-1)}{2}+1\right)\times\frac{I_{x_4}\left(\frac{1}{2}d_3,\left(\frac{1}{2}ab(n-1)\right)+2\right)}{I_{x_4}\left(\frac{1}{2}d_3,\left(\frac{1}{2}ab(n-1)\right)+1\right)}\right]-\left[\left(\frac{ab(n-1)}{2}\right)\times\frac{I_{x_4}\left(\frac{1}{2}d_3,\left(\frac{1}{2}ab(n-1)\right)+1\right)}{I_{x_4}\left(\frac{1}{2}d_3,\frac{1}{2}ab(n-1)\right)}\right]$$

$$d_4 = \frac{ab(n-1)}{c_4}\times\frac{I_{x_4}\left(\frac{1}{2}d_3,\left(\frac{1}{2}ab(n-1)\right)+1\right)}{I_{x_4}\left(\frac{1}{2}d_3,\frac{1}{2}ab(n-1)\right)}, r_4 = \frac{SSE}{c_4 d_4}$$

และ $$x_4 = \frac{d_3 r_3}{d_3 r_3 + SSE}$$

2.2.4 การหาฟังก์ชันประมาณการแจกแจงภายหลังของ $\sigma_\alpha^2, \sigma_\beta^2, \sigma_{\alpha\beta}^2$ และ σ_ε^2

พิจารณาสมการที่ (7) , (8) , (10) และ (11) เป็นฟังก์ชันที่อยู่ในเทอมของฟังก์ชันการแจกแจงแบบอินเวอร์สไคสแควร์ (Inverted Chisquare χ_v^{-2}) ดังนั้น จึงต้องทำการแปลง (Transformation) เสียก่อนเพื่อหาฟังก์ชันประมาณการแจกแจงภายหลังของ $\sigma_\alpha^2, \sigma_\beta^2, \sigma_{\alpha\beta}^2$ และ σ_ε^2 ตามลำดับโดย

ทฤษฎี ให้ y เป็นตัวแปรสุ่มต่อเนื่องที่มีฟังก์ชันการแจกแจงความน่าจะเป็นคือ

ถ้า $z = v(y)$ เป็นการแจกแจงแบบหนึ่งต่อหนึ่ง (1-1) ที่ส่งจาก A ไปบน B

$A = \{y / f(y) > 0\}$ ไปบน $B = \{z / f(z) > 0\}$ แล้ว

ฟังก์ชันการแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม y คือ

$$g(z) = \begin{cases} f[w(z)]|J| & , z \in B \\ 0 & , z \end{cases}$$

โดย $y = \chi^{-2}$

นั่นคือ
$$f(y) = \frac{1}{\Gamma\left(\frac{df}{2}\right) 2^{\left(\frac{df}{2}\right)}} y^{-\left(\frac{df}{2}+1\right)} e^{\left(\frac{-1}{2y}\right)} \quad , y > 0$$

ฟังก์ชันประมาณการแจกแจงภายหลังของ σ_α^2 คือ

$$f(y) = \frac{1}{\Gamma\left(\frac{(a-1)}{2}\right) 2^{\left(\frac{(a-1)}{2}\right)}} y^{-\left(\frac{(a-1)}{2}+1\right)} e^{\left(\frac{-1}{2y}\right)}$$

$$\chi_{(a-1)}^{-2} = y = \frac{r_1 + bn\hat{\sigma}_\alpha^2}{SSA}$$

กำหนดให้ $\hat{\sigma}_\alpha^2 = z_A$ และ $J = \dfrac{dy}{dz_A} = \dfrac{bn}{SSA}$

ดังนั้น
$$g(z_A) = \frac{1}{\Gamma\left(\frac{(a-1)}{2}\right) 2^{\left(\frac{(a-1)}{2}\right)}} \left(\frac{r_1 + bnz_A}{SSA}\right)^{-\left(\frac{(a-1)}{2}+1\right)} e^{\left(\frac{-1}{2\left(\frac{r_1+bnz_A}{SSA}\right)}\right)} \cdot \frac{bn}{SSA}$$

ฟังก์ชันประมาณการแจกแจงภายหลังของ σ_{β}^{2} คือ

$$f(y)=\frac{1}{\Gamma\left(\frac{(b-1)}{2}\right)2^{\left(\frac{(b-1)}{2}\right)}}y^{-\left(\frac{(b-1)}{2}+1\right)}e^{\left(\frac{-1}{2y}\right)}$$

$$\chi_{(b-1)}^{-2}=y=\frac{r_1+an\hat{\sigma}_{\beta}^{2}}{SSB}$$

กำหนดให้ $\hat{\sigma}_{\beta}^{2}=z_B$ และ $J=\frac{dy}{dz_B}=\frac{an}{SSB}$

ดังนั้น $g(z_B)=\frac{1}{\Gamma\left(\frac{(b-1)}{2}\right)2^{\left(\frac{(b-1)}{2}\right)}}\left(\frac{r+anz_B}{SSB}\right)^{-\left(\frac{(b-1)}{2}+1\right)}e^{\left(\frac{-1}{2\left(\frac{r_1+anz_B}{SSB}\right)}\right)}\cdot\frac{an}{SSB}$

ฟังก์ชันประมาณการแจกแจงภายหลังของ $\sigma_{\alpha\beta}^{2}$ คือ

$$f(y)=\frac{1}{\Gamma\left(\frac{d_3}{2}\right)2^{\left(\frac{d_3}{2}\right)}}y^{-\left(\frac{d_3}{2}+1\right)}e^{\left(\frac{-1}{2y}\right)}$$

$$\chi_{d_3}^{-2}=y=\frac{MSE+n\hat{\sigma}_{\alpha\beta}^{2}}{d_3r_3}$$

กำหนดให้ $\hat{\sigma}_{\alpha\beta}^{2}=z_{AB}$ และ $J=\frac{dy}{dz_{AB}}=\frac{n}{d_3r_3}$

ดังนั้น $g(z_{AB})=\frac{1}{\Gamma\left(\frac{d_3}{2}\right)2^{\left(\frac{d_3}{2}\right)}}\left(\frac{m_{\varepsilon}+nz_{AB}}{d_3r_3}\right)^{-\left(\frac{d_3}{2}+1\right)}e^{\left(\frac{-1}{2\left(\frac{MSE+nz_{AB}}{d_3r_3}\right)}\right)}\cdot\frac{n}{d_3r_3}$

ฟังก์ชันประมาณการแจกแจงภายหลังของ σ_{ε}^{2} คือ

$$f(y)=\frac{1}{\Gamma\left(\frac{d_4}{2}\right)2^{\left(\frac{d_4}{2}\right)}}\,y^{-\left(\frac{d_4}{2}+1\right)}e^{\left(\frac{-1}{2y}\right)}$$

$$\chi_{d_4}^{-2}=y=\frac{\hat{\sigma}_{\varepsilon}^{2}}{d_4 r_4}$$

กำหนดให้ $\hat{\sigma}_{\varepsilon}^{2}=z_E$ และ $J=\frac{dy}{dz_E}=\frac{1}{d_4 r_4}$

ดังนั้น $g(z_E)=\frac{1}{\Gamma\left(\frac{d_4}{2}\right)2^{\left(\frac{d_4}{2}\right)}}\left(\frac{z_E}{d_4 r_4}\right)^{-\left(\frac{d_4}{2}+1\right)}e^{\left(\frac{-1}{2\left(\frac{z_E}{d_4 r_4}\right)}\right)}.\frac{1}{d_4 r_4}$

2.2.5 การประมาณค่าองค์ประกอบความแปรปรวนแบบจุด

พิจาณา σ_α^2 เป็นพารามิเตอร์ซึ่งเป็นตัวแปรสุ่ม โดยฟังก์ชันประมาณการแจกแจงภายหลังของ σ_α^2 คือ $g(z_A)$จะได้ว่า ค่า $\hat{\sigma}_\alpha^2 = z_A$ ซึ่งทำให้ฟังก์ชันประมาณการแจกแจงภายหลังของ σ_α^2 มีค่ามากที่สุดเรียกว่า ฐานนิยมของ σ_α^2 สามารถทำได้โดยการหาค่าเชิงอนุพันธ์ (Differential) ฟังก์ชันประมาณ การแจกแจงภายหลังขององค์ประกอบความแปรปรวน แล้วกำหนดให้เท่ากับ 0 นั่นคือ

$$\frac{d}{d(z_A)}\left(\frac{1}{\Gamma\left(\frac{(a-1)}{2}\right)2^{\left(\frac{(a-1)}{2}\right)}}\left(\frac{r_1+bnz_A}{SSA}\right)^{-\left(\frac{(a-1)}{2}+1\right)}e^{\left(\frac{-1}{2\left(\frac{r_1+bnz_A}{SSA}\right)}\right)}.\frac{bn}{SSA}\right)=0$$

จะได้ $$\hat{\sigma}_\alpha^2 = z_A = \left(\frac{1}{2\left(\frac{(a-1)}{2}+1\right)}-\frac{r_1}{SSA}\right)\div\frac{bn}{SSA}$$

ในทำนองเดียวกัน สามารถหาค่าประมาณองค์ประกอบความแปรปรวนแบบจุดตัวอื่นได้ ดังนี้ ค่าประมาณแบบจุดของ σ_β^2 คือ

$$\hat{\sigma}_\beta^2 = z_B = \left(\frac{1}{2\left(\frac{(b-1)}{2}+1\right)}-\frac{r_1}{SSB}\right)\div\frac{an}{SSB}$$

ค่าประมาณแบบจุดของ $\sigma_{\alpha\beta}^2$ คือ

$$\hat{\sigma}_{\alpha\beta}^2 = z_{AB} = \left(\frac{1}{2\left(\frac{d_3}{2}+1\right)}-\frac{MSE}{d_3r_3}\right)\div\frac{n}{d_3r_3}$$

และค่าประมาณแบบจุดของ σ_ε^2 คือ $\hat{\sigma}_\varepsilon^2 = z_E = \dfrac{d_4r_4}{(d_4+2)}$

2.2.6 การประมาณค่าองค์ประกอบความแปรปรวนแบบช่วง

ในหัวข้อ 2.2.4 ทำให้ทราบฟังก์ชันประมาณการแจกแจงภายหลังของ $\sigma_\alpha^2, \sigma_\beta^2, \sigma_{\alpha\beta}^2$ และ σ_ε^2 ดังนั้น การประมาณค่าองค์ประกอบความแปรปรวนแบบช่วงของ σ_α^2 ทำได้โดยการหาปริพันธ์ (Integrate) $g(z_A)$ ซึ่งเป็นฟังก์ชันประมาณการแจกแจงภายหลัง ของ σ_α^2 การหาค่าขีดจำกัดบน (U) และขีดจำกัดล่าง (L) ตามระดับ α ที่ผู้วิจัยกำหนด ดังนั้นช่วงความเชื่อมั่นด้วยวิธีแบบเบส์ คือช่วง (L,U) ที่ทำให้

$$\int_L^U g(z_A)dz_A = 1-\alpha$$

นั่นคือ
$$\int_0^L g(z_A)dz_A = \int_U^\infty g(z_A)dz_A = \frac{\alpha}{2}$$

ดังนั้น จะได้ว่าช่วงความเชื่อมั่น ของ σ_α^2 คือ

$$\left(\int_0^L g(z_A)dz_A = \frac{\alpha}{2} < \sigma_\alpha^2 < \int_U^\infty g(z_A)dz_A = \frac{\alpha}{2}\right) \text{ หรือ } (L < \sigma_\alpha^2 < U)$$

ด้วยหลักการเดียวกันก็สามารถหาจะได้ช่วงความเชื่อมั่น ของ σ_β^2 คือ

$$\left(\int_0^L g(z_B)dz_B = \frac{\alpha}{2} < \sigma_\beta^2 < \int_U^\infty g(z_B)dz_B = \frac{\alpha}{2}\right) \text{ หรือ } (L < \sigma_\beta^2 < U)$$

ช่วงความเชื่อมั่น ของ $\sigma_{\alpha\beta}^2$ คือ

$$\left(\int_0^L g(z_{AB})dz_{AB} = \frac{\alpha}{2} < \sigma_{\alpha\beta}^2 < \int_U^\infty g(z_{AB})dz_{AB} = \frac{\alpha}{2}\right) \text{ หรือ } (L < \sigma_{\alpha\beta}^2 < U)$$

และ ช่วงความเชื่อมั่น ของ σ_ε^2 คือ

$$\left(\int_0^L g(z_E)dz_E = \frac{\alpha}{2} < \sigma_\varepsilon^2 < \int_U^\infty g(z_E)dz_E = \frac{\alpha}{2}\right) \text{ หรือ } (L < \sigma_\varepsilon^2 < U)$$

2.3 เกณฑ์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบวิธีการประมาณทั้ง 2 วิธี

2.3.1 การประมาณค่าแบบจุด

การเปรียบเทียบวิธีการประมาณองค์ประกอบความแปรปรวนแบบจุดสำหรับแผนแบบทดลองของตัวแบบข้ามกลุ่ม 2 ปัจจัยเชิงสุ่ม จะพิจารณาโดยการเปรียบเทียบขนาดเวกเตอร์ ของ องค์ประกอบความแปรปรวน ระหว่างค่าประมาณขององค์ประกอบความแปรปรวนที่ศึกษากับค่าจริงขององค์ประกอบความแปรปรวนแต่ละตัว ซึ่งเรียกเกณฑ์นี้ว่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ย "Euclidean Distance" โดยสมมติว่า องค์ประกอบความแปรปรวนแต่ละตัวเป็นอิสระต่อกัน โดยมีหลักการดังนี้

กำหนดให้ $\underset{\sim}{\theta}$ เป็นเวกเตอร์ค่าจริงขององค์ประกอบความแปรปรวน

$\underset{\sim C}{\hat{\theta}}$ เป็นเวกเตอร์ค่าประมาณขององค์ประกอบความแปรปรวนวิธีแบบคลาสสิก

$\underset{\sim B}{\hat{\theta}}$ เป็นเวกเตอร์ค่าประมาณขององค์ประกอบความแปรปรวนวิธีแบบเบส์

ซึ่ง
$$\underset{\sim C}{\theta} = \begin{pmatrix} \sigma^2_{\alpha} \\ \sigma^2_{\beta} \\ \sigma^2_{\alpha\beta} \\ \sigma^2_{\varepsilon} \end{pmatrix} \quad ,\underset{\sim C}{\hat{\theta}} = \begin{pmatrix} \hat{\sigma}^2_{\alpha_C} \\ \hat{\sigma}^2_{\beta_C} \\ \hat{\sigma}^2_{\alpha\beta_C} \\ \hat{\sigma}^2_{\varepsilon_C} \end{pmatrix} \quad ,\underset{\sim B}{\hat{\theta}} = \begin{pmatrix} \hat{\sigma}^2_{\alpha_B} \\ \hat{\sigma}^2_{\beta_B} \\ \hat{\sigma}^2_{\alpha\beta_B} \\ \hat{\sigma}^2_{\varepsilon_B} \end{pmatrix}$$

แบบคลาสสิก
$$\text{EucI} = \frac{\sum_{i=1}^{m}\left\| \underset{\sim C}{\hat{\theta}} - \underset{\sim}{\theta} \right\|}{N} = \frac{\sum_{i=1}^{m}\sqrt{\left(\hat{\sigma}^2_{\alpha_C} - \sigma^2_{\alpha}\right)^2 + \left(\hat{\sigma}^2_{\beta_C} - \sigma^2_{\beta}\right)^2 + \left(\hat{\sigma}^2_{\alpha\beta_C} - \sigma^2_{\alpha\beta}\right)^2 + \left(\hat{\sigma}^2_{\varepsilon_C} - \sigma^2_{\varepsilon}\right)^2}}{N}$$

แบบเบส์
$$\text{EuB} = \frac{\sum_{i=1}^{m}\left\| \underset{\sim B}{\hat{\theta}} - \underset{\sim}{\theta} \right\|}{N} = \frac{\sum_{i=1}^{m}\sqrt{\left(\hat{\sigma}^2_{\alpha_B} - \sigma^2_{\alpha}\right)^2 + \left(\hat{\sigma}^2_{\beta_B} - \sigma^2_{\beta}\right)^2 + \left(\hat{\sigma}^2_{\alpha\beta_B} - \sigma^2_{\alpha\beta}\right)^2 + \left(\hat{\sigma}^2_{\varepsilon_B} - \sigma^2_{\varepsilon}\right)^2}}{N}$$

โดย N คือ จำนวนรอบที่ทำให้ค่าประมาณองค์ประกอบความแปรปรวนแบบจุดจากทั้ง 2 แบบมีค่าเป็นบวกและค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยทั้ง 2 แบบลู่เข้าสู่ค่าคงที่

ดังนั้น ถ้าวิธีแบบใดที่ให้ค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ย (Euclidean Distance) ต่ำกว่าก็จะเป็นวิธีการประมาณที่เหมาะสมนั่นคือค่าประมาณขององค์ประกอบความแปรปรวนโดยรวมแบบจุดที่ได้มีค่าใกล้เคียงค่าจริงขององค์ประกอบความแปรปรวนนั้น

2.3.2 **การประมาณค่าแบบช่วง**

การเปรียบเทียบวิธีการประมาณองค์ประกอบความแปรปรวนแบบช่วงสำหรับตัวแบบแผนแบบทดลองข้ามกลุ่ม 2 ปัจจัยเชิงสุ่ม โดยพิจารณจากค่าอัตราความผิดพลาดต่อหนึ่งการทดลอง (Experimentwise Error Rate) ซึ่งมีค่าดังนี้

$$\text{อัตราความผิดพลาดต่อหนึ่งการทดลอง} = \frac{\text{จำนวนการทดลองอย่างน้อย 1 องค์ประกอบความแปรปรวนไม่ครอบคลุมค่าจริง}}{\text{จำนวนการทดลองทั้งหมด}}$$

เมื่อคำนวณค่าอัตราความผิดพลาดต่อหนึ่งการทดลองทั้งสองวิธี แล้วนำค่าที่ได้มาเปรียบเทียบกับค่าความน่าจะเป็นของการเกิดความผิดพลาดประเภทที่ 1 เมื่อ $\alpha = 0.05$

เท่ากับ 1-Pr(องค์ประกอบความแปรปรวนทุกตัวครอบคลุมค่าจริง)

หรือ $1-\prod_{w=1}^{4} \Pr(\sigma_w^2$ ครอบคลุมค่าจริง)

โดยที่ 4 คือ จำนวนองค์ประกอบความแปรปรวนทั้งหมด นั่นคือ $\sigma_\alpha^2, \sigma_\beta^2, \sigma_{\alpha\beta}^2$ และ σ_ε^2

ดังนั้นจะได้ว่า $1-\prod_{w=1}^{4}(1-\alpha_i) = 1-(1-0.05)^4 = 0.18549$

ถ้าวิธีการใดมีค่าอัตราความผิดพลาดต่อหนึ่งการทดลองใกล้เคียงกับค่า 0.18549 วิธีการนั้นก็จะเป็นวิธีการที่เหมาะสม

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ต้องการศึกษาและเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าองค์ประกอบความแปรปรวนสำหรับแผนแบบการทดลองของตัวแบบข้ามกลุ่ม 2 ปัจจัยสุ่ม 2 วิธี คือ วิธีแบบคลาสสิก และวิธีแบบเบส์ ซึ่งวิธีการประมาณค่าองค์ประกอบความแปรปรวนทั้งแบบจุดและแบบช่วงของทั้ง 2 วิธี ได้กล่าวมาแล้วในบทที่ 2 ดังนั้นในบทนี้จะกล่าวถึง ขั้นตอนในการวิจัย ซึ่งขั้นตอนแรก คือ การสร้างรูปแบบการแจกแจงของประชากรแบบปกติ ขั้นตอนที่สอง คำนวณหาค่าประมาณองค์ประกอบความแปรปรวนแบบจุด จากทั้ง 2 วิธี โดยใช้ค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยเป็นเกณฑ์ในการเปรียบเทียบ และในขั้นตอนสุดท้าย คือ หาค่าประมาณองค์ประกอบความแปรปรวนแบบช่วง จากทั้ง 2 วิธี โดยใช้ค่าอัตราความผิดพลาดต่อหนึ่งการทดลองเป็นเกณฑ์ในการเปรียบเทียบ ซึ่งขั้นตอนในการวิจัย จะนำเสนอตามลำดับดังต่อไปนี้

3.1 การสร้างรูปแบบการแจกแจงของประชากรแบบปกติ

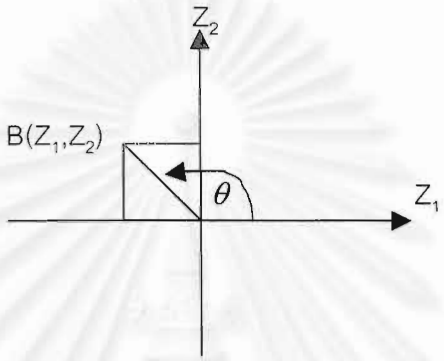
ในการวิจัยครั้งนี้ได้ทำการสร้างการแจกแจงของประชากรแบบปกติ ด้วยเทคนิคมอนติคาโล โดยใช้ภาษา Mathematica 4.0 และประมวลผลด้วยเครื่อง PC ซึ่งการสร้างการแจกแจงแบบปกติจะต้องใช้ตัวเลขสุ่ม Random Number ที่มีการแจกแจงสม่ำเสมอ (Uniform)ในช่วง (0,1) เป็นพื้นฐาน ดังนั้นคุณสมบัติของตัวเลขสุ่มที่ดีควรประกอบด้วย

- ตัวเลขที่ได้มีลักษณะการกระจายของความน่าจะเป็นแบบสม่ำเสมอ (Uniform)
- ตัวเลขที่ได้เป็นอิสระแก่กัน
- อนุกรมของตัวเลขที่ได้สามารถซ้ำเดิมได้ (Reproducible)
- ขนาดของความยาวของอนุกรมตัวเลขไม่ซ้ำต้องยาวพอสำหรับการใช้งาน

สำหรับการสร้างตัวเลขสุ่มในฟังก์ชัน Random[] โดยกำหนดค่า SeedRandom[65479] ส่วนรายละเอียดในการสร้างการแจกแจงปกติมีดังนี้

การสร้างการแจกแจงปกติ $N(\mu, \sigma^2)$

การผลิตตัวเลขสุ่มที่มีการแจกแจงแบบปกติใช้วิธีการของ Box Muller(1958) โดยผลิตเลขสุ่มที่มีการแจกแจงปกติมาตรฐาน $N(0,1)$ พร้อมกัน 2 ค่าและแต่ละค่าเป็นอิสระกันโดยใช้ตัวผลิต (generator) Z_1และ Z_2 พิจารณาดังรูปต่อไปนี้



พิจารณาจากรูปจะได้

$$Z_1 = B\cos(\theta) \qquad (1)$$

$$Z_2 = B\sin(\theta) \qquad (2)$$

เนื่องจาก $B^2 = Z_1^2 + Z_2^2$ มีการแจกแจงไคสแควร์ด้วยระดับขั้นความเสรี 2 และเทียบเท่ากับการแจกแจงชี้กำลัง (Exponential) ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 2 โดยใช้วิธีการแปลงผกผัน (Transformation) สามารถสร้างเลขสุ่มที่มีการแจกแจงชี้กำลัง (Exponential) ได้ดังนี้

$$B = (-2\ln g)^{\frac{1}{2}} \qquad (3)$$

เมื่อ g เป็นเลขสุ่มที่มีการแจกแจงสม่ำเสมอ (Uniform) ในช่วง (0,1)

จากการสมมาตรของการแจกแจงปกติ (Normal) จะได้ว่ามุม θ มีการแจกแจงสม่ำเสมอระหว่าง 0 ถึง π เรเดียน และรัศมี B ทำมุมกับ θ เป็นอิสระกัน จาก (1),(2)และ(3) เราสามารถสร้างเลขสุ่มที่มีการแจกแจงปกติมาตรฐาน จากเลขสุ่ม 2 ชุด g_1 และ g_2 กล่าวคือ

$$Z_1 = (-2\ln g_1)^{\frac{1}{2}}\cos(2\pi g_2)$$

$$Z_2 = (-2\ln g_1)^{\frac{1}{2}}\sin(2\pi g_2)$$

ซึ่ง g_1 และ g_2 เป็นตัวเลขสุ่มที่สร้างจากฟังก์ชัน Random[65479] เมื่อได้เลขสุ่มที่มีการแจกแจงปกติมาตรฐานแล้ว จะทำการแปลงค่าเลขสุ่มดังกล่าวโดยอาศัยฟังก์ชัน

$$gn_1 = \mu + \sigma Z_1$$
$$gn_2 = \mu + \sigma Z_2$$

ซึ่งจะได้ว่า gn_1 และ gn_2 มีการแจกแจงปกติด้วยค่าเฉลี่ยเท่ากับ μ และมีความแปรปรวนเท่ากับ σ^2 นั่นคือ $gn_i \sim N(\mu, \sigma^2)$: i=1,2

ในงานวิจัยครั้งกำหนดให้

$$Y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} + \varepsilon_{ijk}$$

และกำหนดให้ $\alpha_i \sim nid(0,\sigma_\alpha^2)$, $\beta_j \sim nid(0,\sigma_\beta^2)$, $(\alpha\beta)_{ij} \sim nid(0,\sigma_{\alpha\beta}^2)$, $\varepsilon_{ijk} \sim nid(0,\sigma_\varepsilon^2)$ โดย $\sigma_\alpha^2 = k\sigma_\varepsilon^2$, $\sigma_\beta^2 = k\sigma_\varepsilon^2$, $\sigma_{\alpha\beta}^2 = k\sigma_\varepsilon^2$ ดังนั้นเราจะได้ ค่า Y_{ijk} ซึ่งเป็นค่าสังเกตของแต่ละหน่วยทดลองนั้น ๆ

3.2 การคำนวณค่าประมาณองค์ประกอบความแปรปรวนแบบจุด

เมื่อสร้างข้อมูล Y_{ijk} ที่เป็นไปตามข้อกำหนดข้างต้นได้แล้วนำไปคำนวณหาค่าประมาณแบบจุด

3.2.1 **วิธีแบบคลาสสิก** แสดงได้ดังนี้

ค่าประมาณแบบจุดของ σ_α^2 คือ $\hat{\sigma}_\alpha^2 = \dfrac{MSA - MSAB}{bn}$

ค่าประมาณแบบจุดของ σ_β^2 คือ $\hat{\sigma}_\beta^2 = \dfrac{MSB - MSAB}{an}$

ค่าประมาณแบบจุดของ $\sigma_{\alpha\beta}^2$ คือ $\hat{\sigma}_{\alpha\beta}^2 = \dfrac{MSAB - MSE}{n}$

และค่าประมาณแบบจุดของ σ_ε^2 คือ $\hat{\sigma}_\varepsilon^2 = MSE$

3.2.2 **วิธีแบบเบส์** แสดงได้ดังนี้

ค่าประมาณแบบจุดของ σ_α^2 คือ $\hat{\sigma}_\alpha^2 = z_A = \left(\dfrac{1}{2\left(\dfrac{(a-1)}{2}+1\right)} - \dfrac{r_1}{SSA} \right) \div \dfrac{bn}{SSA}$

ค่าประมาณแบบจุดของ σ_β^2 คือ $\hat{\sigma}_\beta^2 = z_B = \left(\dfrac{1}{2\left(\dfrac{(b-1)}{2}+1\right)} - \dfrac{r_1}{SSB} \right) \div \dfrac{an}{SSB}$

ค่าประมาณแบบจุดของ $\sigma_{\alpha\beta}^2$ คือ $\hat{\sigma}_{\alpha\beta}^2 = z_{AB} = \left(\dfrac{1}{2\left(\dfrac{d_3}{2}+1\right)} - \dfrac{MSE}{d_3 r_3} \right) \div \dfrac{n}{d_3 r_3}$

และค่าประมาณแบบจุดของ σ_{ε}^2 คือ $\hat{\sigma}_{\varepsilon}^2 = z_E = \dfrac{d_4 r_4}{(d_4+2)}$

(ค่า r_1, r_3, r_4 และ d_3 , d_4 ได้กล่าวไว้ในหน้า 18-20)

3.2.3 การคำนวณหาระยะทางยุคลิดเฉลี่ย

แบบคลาสสิก

$$\text{Eucl} = \frac{\sum_{i=1}^{m} \left\| \hat{\underset{\sim}{\theta}}_C - \underset{\sim}{\theta} \right\|}{N} = \frac{\sum_{i=1}^{m} \sqrt{\left(\hat{\sigma}_{\alpha_C}^2 - \sigma_{\alpha}^2\right)^2 + \left(\hat{\sigma}_{\beta_C}^2 - \sigma_{\beta}^2\right)^2 + \left(\hat{\sigma}_{\alpha\beta_C}^2 - \sigma_{\alpha\beta}^2\right)^2 + \left(\hat{\sigma}_{\varepsilon_C}^2 - \sigma_{\varepsilon}^2\right)^2}}{N}$$

แบบเบส์

$$\text{EuB} = \frac{\sum_{i=1}^{m} \left\| \hat{\underset{\sim}{\theta}}_B - \underset{\sim}{\theta} \right\|}{N} = \frac{\sum_{i=1}^{m} \sqrt{\left(\hat{\sigma}_{\alpha_B}^2 - \sigma_{\alpha}^2\right)^2 + \left(\hat{\sigma}_{\beta_B}^2 - \sigma_{\beta}^2\right)^2 + \left(\hat{\sigma}_{\alpha\beta_B}^2 - \sigma_{\alpha\beta}^2\right)^2 + \left(\hat{\sigma}_{\varepsilon_B}^2 - \sigma_{\varepsilon}^2\right)^2}}{N}$$

ซึ่งถ้าวิธีการประมาณใดให้ค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ย ต่ำกว่า วิธีการนั้นก็จะถือว่าเป็นวิธีการที่เหมาะสม

3.3 การคำนวณค่าประมาณองค์ประกอบความแปรปรวนแบบช่วง

3.3.1 วิธีแบบคลาสสิก

ช่วงความเชื่อมั่น 95% สำหรับ σ_{α}^2 คือ $\left(\dfrac{r_1 \hat{\sigma}_{\alpha}^2}{\chi^2_{\frac{\alpha}{2}, r_1}}, \dfrac{r_1 \hat{\sigma}_{\alpha}^2}{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}, r_1}} \right)$

ช่วงความเชื่อมั่น 95% สำหรับ σ_{β}^2 คือ $\left(\dfrac{r_2 \hat{\sigma}_{\beta}^2}{\chi^2_{\frac{\alpha}{2}, r_2}}, \dfrac{r_2 \hat{\sigma}_{\beta}^2}{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}, r_2}} \right)$

ช่วงความเชื่อมั่น 95% สำหรับ $\sigma^2_{\alpha\beta}$ คือ $\left(\frac{r_3\hat{\sigma}^2_{\alpha\beta}}{\chi^2_{\frac{\alpha}{2},r_3}},\frac{r_3\hat{\sigma}^2_{\alpha\beta}}{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2},r_3}}\right)$

และช่วงความเชื่อมั่น 95% สำหรับ σ^2_{ε} คือ $\left(\frac{SSE}{\chi^2_{\frac{\alpha}{2},ab(n-1)}},\frac{SSE}{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2},ab(n-1)}}\right)$

(ค่า r_1, r_2 และ r_3 ได้กล่าวไว้ในหน้า 12)

3.3.2 วิธีแบบเบส์

ช่วงความเชื่อมั่น 95% สำหรับ σ^2_{α} คือ $\left(\int_0^L g(z_A)dz_A = 0.025 < \sigma^2_{\alpha} < \int_U^{\infty} g(z_A)dz_A = 0.025\right)$.

ช่วงความเชื่อมั่น 95%สำหรับ σ^2_{β} คือ $\left(\int_0^L g(z_B)dz_B = 0.025 < \sigma^2_{\beta} < \int_U^{\infty} g(z_B)dz_B = 0.025\right)$

ช่วงความเชื่อมั่น95%สำหรับ $\sigma^2_{\alpha\beta}$ คือ

$$\left(\int_0^L g(z_{AB})dz_{AB} = 0.025 < \sigma^2_{\alpha\beta} < \int_U^{\infty} g(z_{AB})dz_{AB} = 0.025\right)$$

และช่วงความเชื่อมั่น 95% สำหรับ σ^2_{ε} คือ

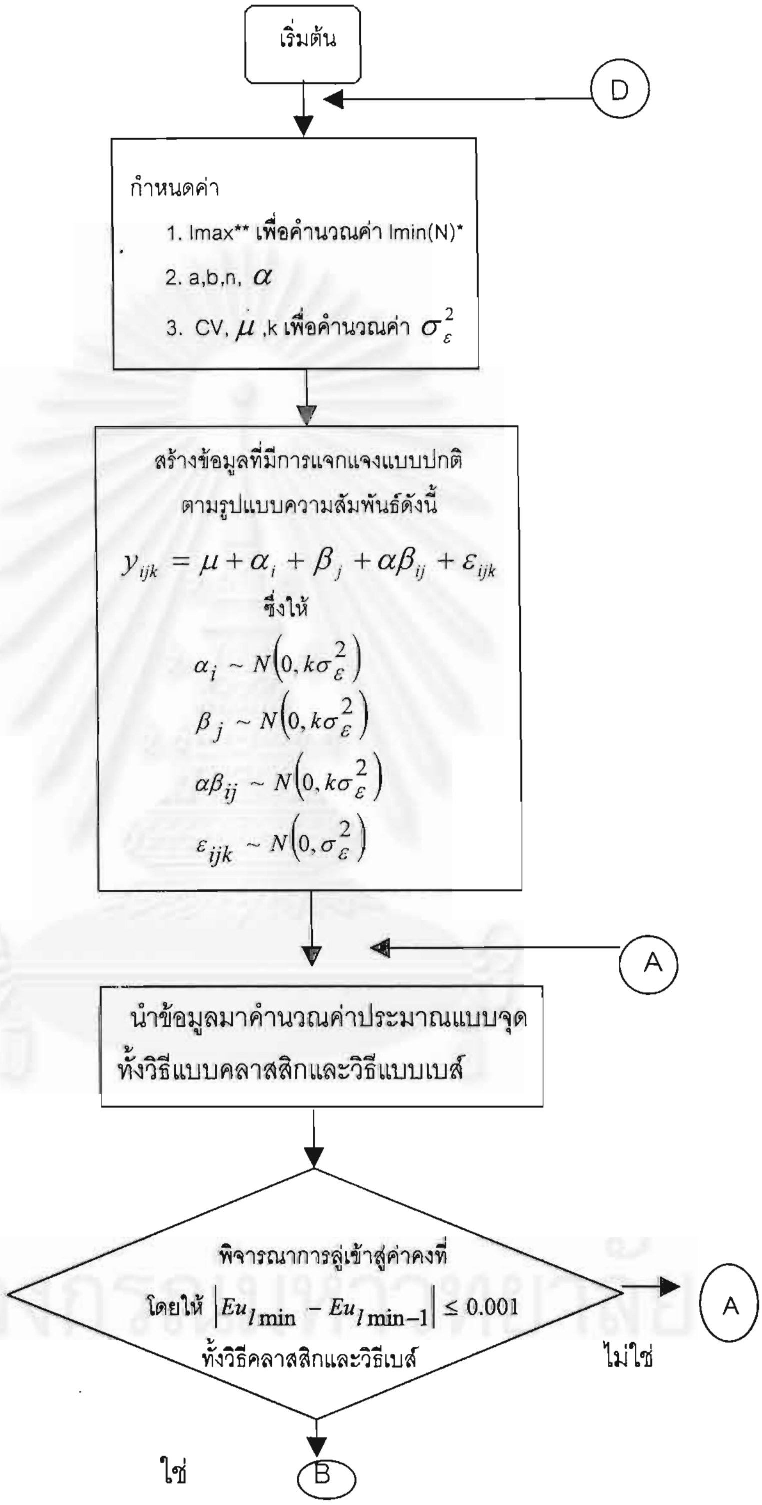
$$\left(\int_0^L g(z_E)dz_E = 0.025 < \sigma^2_{\varepsilon} < \int_U^{\infty} g(z_E)dz_E = 0.025\right)$$

3.3.3 การคำนวณหาอัตราความผิดพลาดต่อหนึ่งการทดลอง (Experimentwise Error Rate)

อัตราความผิดพลาดต่อหนึ่งการทดลอง = $\dfrac{\text{จำนวนการทดลองอย่างน้อย 1 องค์ประกอบความแปรปรวนไม่ครอบคลุมค่าจริง}}{\text{จำนวนการทดลองทั้งหมด}}$

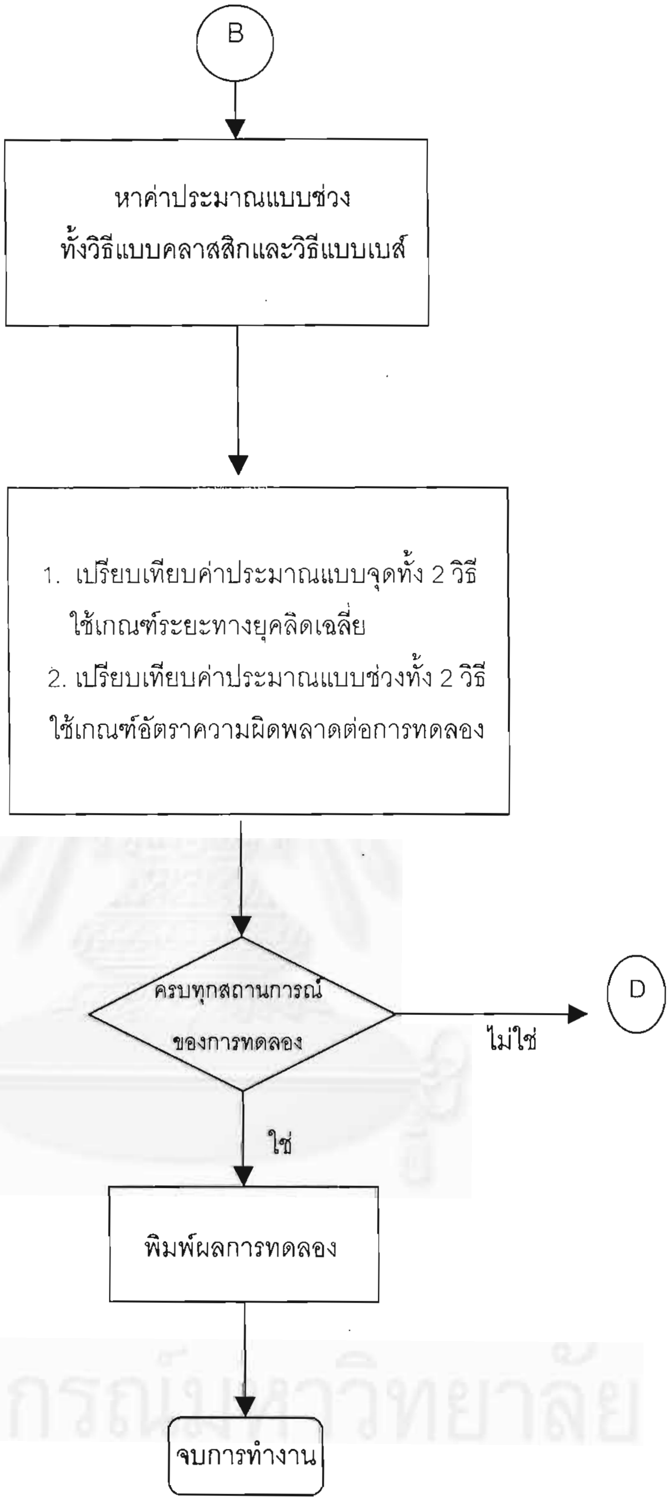
เมื่อคำนวณค่าอัตราความผิดพลาดต่อหนึ่งการทดลองทั้งสองวิธีแล้วนำค่าที่ได้มาทดสอบสมมติฐาน ณ ระดับนัยสำคัญ $\alpha = 0.05$ ความน่าจะเป็นของการเกิดความผิดพลาดประเภทที่ 1 เท่ากับ 0.18549 ถ้าวิธีการใดมีค่าอัตราความผิดพลาดต่อหนึ่งการทดลองใกล้เคียงกับค่า 0.18549 วิธีการนั้นก็จะเป็นวิธีการที่เหมาะสม

3.4 ขั้นตอนในการทำงานของโปรแกรม



** จำนวนรอบทั้งหมด

* จำนวนรอบที่ทำให้ค่าประมาณแบบจุดมีค่าเป็นบวกและให้ค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยจากทั้ง2วิธีลู่เข้าสู่ค่าคงที่


B
หาค่าประมาณแบบช่วง
ทั้งวิธีแบบคลาสสิกและวิธีแบบเบส์
1. เปรียบเทียบค่าประมาณแบบจุดทั้ง 2 วิธี
ใช้เกณฑ์ระยะทางยุคลิดเฉลี่ย
2. เปรียบเทียบค่าประมาณแบบช่วงทั้ง 2 วิธี
ใช้เกณฑ์อัตราความผิดพลาดต่อการทดลอง
ครบทุกสถานการณ์
ของการทดลอง
ไม่ใช่
D
ใช่
พิมพ์ผลการทดลอง
จบการทำงาน

บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าองค์ประกอบความแปรปรวน สำหรับแผนแบบการทดลองของตัวแบบข้ามกลุ่ม 2 ปัจจัยเชิงสุ่ม 2 วิธี คือ 1) วิธีแบบคลาสสิก (Classical Estimation) 2) วิธีแบบเบส์ (Bayesian Estimation) เกณฑ์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบทั้ง 2 วิธี เพื่อหาวิธีการประมาณที่เหมาะสมที่สุด แบ่งเป็น 2 ขั้นตอน คือ ในขั้นตอนแรก ใช้ระยะทางยุคลิดเฉลี่ยเป็นเกณฑ์ในการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าองค์ประกอบความแปรปรวนแบบจุด นั่นคือ ถ้าวิธีการประมาณแบบใดให้ค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยต่ำกว่าก็จะเป็นวิธีการประมาณที่เหมาะสม ซึ่งแสดงได้ว่า ค่าประมาณขององค์ประกอบความแปรปรวนแบบจุดที่ได้มีค่าใกล้เคียงค่าจริงขององค์ประกอบความแปรปรวนนั้น และในขั้นตอนสุดท้าย ใช้ค่าอัตราความผิดพลาดต่อหนึ่งการทดลองเป็นเกณฑ์ ในการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าองค์ประกอบความแปรปรวนแบบช่วง นั่นคือถ้าวิธีแบบใดมีค่าอัตราความผิดพลาดต่อหนึ่งการทดลองใกล้เคียงกับค่าความน่าจะเป็นของการเกิดความผิดพลาดประเภทที่ 1 ($\alpha = 0.05$) ซึ่งเท่ากับ 0.18459 วิธีการนั้นก็จะเป็นวิธีการที่เหมาะสม ซึ่งแสดงได้ว่า ค่าประมาณองค์ประกอบความแปรปรวนแบบช่วงที่ได้ ครอบคลุมค่าจริงขององค์ประกอบความแปรปรวนนั้น

การนำเสนอค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ย จากทั้ง 2 วิธี ซึ่งผลจากการทดลองได้พิจารณาใน 4 ลักษณะคือ 1) ที่ระดับปัจจัยและขนาดหน่วยทดลองที่ใช้หนึ่ง ๆ เมื่อค่าคงที่ k เพิ่มขึ้น ได้นำเสนอดังตารางที่ 4.1-4.9 และรูปที่ 4.1-4.27 2) ที่ระดับปัจจัยและขนาดหน่วยทดลองที่ใช้หนึ่ง ๆ เมื่อสัมประสิทธิ์การแปรผันมีค่าเพิ่มขึ้น ได้นำเสนอดังตารางที่ 4.1-4.9 และรูปที่ 4.28-4.54 3) ที่ระดับสัมประสิทธิ์การแปรผันและค่าคงที่ k หนึ่ง ๆ เมื่อระดับปัจจัยมีขนาดเพิ่มขึ้น 4) ที่ระดับสัมประสิทธิ์การแปรผันและค่าคงที่ k หนึ่ง ๆ เมื่อระดับปัจจัยคงที่แต่ขนาดหน่วยทดลองเพิ่มขึ้นได้นำเสนอดังตารางที่ 4.10-4.18 และรูปที่ 4.55-4.63 ส่วนการลู่เข้าสู่ค่าคงที่ของค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ย ได้นำเสนอในรูปที่ 4.64-4.72 และการนำเสนอค่าอัตราความผิดพลาดต่อหนึ่งการทดลอง ได้นำเสนอในตารางที่ 4.19 และรูปที่ 4.73-4.75

4.1 ผลจากการเปรียบเทียบค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยของทั้ง 2 วิธี

4.1.1 วิธีการประมาณค่าองค์ประกอบความแปรปรวนแบบจุดด้วยวิธีแบบเบส์ให้ค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ย ต่ำกว่า วิธีแบบคลาสสิก ที่ทุกระดับปัจจัยและขนาดหน่วยทดลองที่ใช้ ทุกระดับค่าสัมประสิทธิ์การแปรผัน และทุกค่าคงที่ k

4.1.1.1 ที่ระดับปัจจัยและหน่วยทดลองที่ใช้หนึ่ง ๆ เมื่อค่าคงที่ k เพิ่มขึ้น จะให้ค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยที่มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น สำหรับทั้ง 2 วิธี

4.1.1.2 ที่ระดับปัจจัยและหน่วยทดลองที่ใช้หนึ่ง ๆ เมื่อสัมประสิทธ์การแปรผันมีค่าเพิ่มขึ้น จะให้ค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยเพิ่มขึ้นด้วย สำหรับทั้ง 2 วิธี

4.1.1.3 ค่าสัมประสิทธิ์การแปรผันและค่าคงที่ k หนึ่ง ๆ เมื่อระดับปัจจัยมีขนาดเพิ่มขึ้น จะให้ค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยลดลง สำหรับทั้ง 2 วิธี

4.1.1.4 ที่ระดับสัมประสิทธิ์การแปรผันและค่าคงที่ k หนึ่ง ๆ เมื่อระดับปัจจัยคงที่แต่ขนาดหน่วยทดลองที่ใช้เพิ่มขึ้น จะให้ค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยที่มีแนวโน้มลดลง สำหรับทั้ง 2 วิธี

ตารางที่ 4.1 แสดงการเปรียบเทียบค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยที่คำนวณจากวิธีการประมาณทั้ง 2 วิธี เมื่อระดับปัจจัยและขนาดหน่วยทดลองที่ใช้ คือ a=3,b=3,n=3

ระดับปัจจัย และขนาดหน่วยทดลองที่ใช้	ค่าเฉลี่ย μ	ความแปรปรวนและค่าสัมประสิทธิ์การแปรผัน σ^2, (CV%)	ค่า k	ระยะทางยุคลิดเฉลี่ยแบบคลาสสิก Eucl	ระยะทางยุคลิดเฉลี่ยแบบเบส์ EuB
a=3,b=3,n=3	40	4,5	1	1.8373	1.2553
			2	1.8383	1.3520
			3	1.7046	1.3534
		36,15	1	17.7141	11.5254
			2	18.3557	12.7162
			3	18.6337	13.1778
		100,25	1	49.4017	31.7636
			2	50.9222	35.3218
			3	52.9414	36.2816

ตารางที่ 4.2 แสดงการเปรียบเทียบค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยที่คำนวณจากวิธีการประมาณทั้ง 2 วิธี เมื่อระดับปัจจัยและขนาดหน่วยทดลองที่ใช้ คือ a=3,b=3,n=4

ระดับปัจจัย และขนาดหน่วยทดลองที่ใช้	ค่าเฉลี่ย μ	ความแปรปรวนและค่าสัมประสิทธิ์การแปรผัน σ^2, (CV%)	ค่า k	ระยะทางยุคลิดเฉลี่ยแบบคลาสสิก Eucl	ระยะทางยุคลิดเฉลี่ยแบบเบส์ EuB
a=3,b=3,n=4	40	4,5	1	1.7900	1.2503
			2	1.9737	1.3643
			3	2.0650	1.4172
		36,15	1	17.3425	11.3398
			2	17.5050	12.3576
			3	18.6744	12.8923
		100,25	1	47.5339	31.3225
			2	52.8732	34.9924
			3	52.3629	36.0024

ตารางที่ 4.3 แสดงการเปรียบเทียบค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยที่คำนวณจากวิธีการประมาณทั้ง 2 วิธี เมื่อระดับปัจจัยและขนาดหน่วยทดลองที่ใช้ คือ a=3,b=3,n=5

ระดับปัจจัย และขนาดหน่วยทดลองที่ใช้	ค่าเฉลี่ย μ	ความแปรปรวนและค่าสัมประสิทธิ์การแปรผัน σ^2 , (CV%)	ค่า k	ระยะทางยุคลิดเฉลี่ยแบบคลาสสิก Eucl	ระยะทางยุคลิดเฉลี่ยแบบเบส์ EuB
a=3,b=3,n=5	40	4,5	1	1.8961	1.2270
			2	1.9773	1.4119
			3	2.1378	1.4599
		36,15	1	16.3486	10.9078
			2	18.1299	12.3566
			3	18.7818	12.8579
		100,25	1	45.8340	30.1781
			2	49.9857	34.1767
			3	52.6067	35.7850

ตารางที่ 4.4 แสดงการเปรียบเทียบค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยที่คำนวณจากวิธีการประมาณทั้ง 2 วิธี เมื่อระดับปัจจัยและขนาดหน่วยทดลองที่ใช้ คือ a=4,b=4,n=3

ระดับปัจจัย และขนาดหน่วยทดลองที่ใช้	ค่าเฉลี่ย μ	ความแปรปรวนและค่าสัมประสิทธิ์การแปรผัน σ^2 , (CV%)	ค่า k	ระยะทางยุคลิดเฉลี่ยแบบคลาสสิก Eucl	ระยะทางยุคลิดเฉลี่ยแบบเบส์ EuB
a=4,b=4,n=3	40	4,5	1	1.3710	1.1046
			2	1.5084	1.2046
			3	1.5613	1.2543
		36,15	1	12.2543	9.9617
			2	13.9389	10.8235
			3	14.0335	11.2713
		100,25	1	34.2776	27.5019
			2	37.2878	30.0042
			3	39.1353	31.5478

ตารางที่ 4.5 แสดงการเปรียบเทียบค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยที่คำนวณจากวิธีการประมาณทั้ง 2 วิธี เมื่อระดับปัจจัยและขนาดหน่วยทดลองที่ใช้ คือ a=4,b=4,n=4

ระดับปัจจัย และขนาดหน่วยทดลองที่ใช้	ค่าเฉลี่ย μ	ความแปรปรวนและค่าสัมประสิทธิ์การแปรผัน σ^2 , (CV%)	ค่า k	ระยะทางยุคลิดเฉลี่ยแบบคลาสสิก Eucl	ระยะทางยุคลิดเฉลี่ยแบบเบส์ EuB
a=4,b=4,n=4	40	4,5	1	1.1717	1.0794
			2	1.2466	1.1771
			3	1.3059	1.2204
		36,15	1	11.7536	9.7491
			2	12.9268	10.4993
			3	13.3013	10.8783
		100,25	1	33.6578	26.8749
			2	36.9373	29.4704
			3	36.9482	30.2174

ตารางที่ 4.6 แสดงการเปรียบเทียบค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยที่คำนวณจากวิธีการประมาณทั้ง 2 วิธี เมื่อระดับปัจจัยและขนาดหน่วยทดลองที่ใช้ คือ a=4,b=4,n=5

ระดับปัจจัย และขนาดหน่วยทดลองที่ใช้	ค่าเฉลี่ย μ	ความแปรปรวนและค่าสัมประสิทธิ์การแปรผัน σ^2 , (CV%)	ค่า k	ระยะทางยุคลิดเฉลี่ยแบบคลาสสิก Eucl	ระยะทางยุคลิดเฉลี่ยแบบเบส์ EuB
a=4,b=4,n=5	40	4,5	1	1.2623	1.0590
			2	1.4291	1.1771
			3	1.4737	1.2254
		36,15	1	12.1377	9.7329
			2	13.2800	10.5882
			3	13.6079	10.9430
		100,25	1	33.8004	26.9264
			2	37.2466	29.7134
			3	38.2419	30.5624

ตารางที่ 4.7 แสดงการเปรียบเทียบค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยที่คำนวณจากวิธีการประมาณทั้ง 2 วิธี เมื่อระดับปัจจัยและขนาดหน่วยทดลองที่ใช้ คือ a=5,b=5,n=3

ระดับปัจจัย และขนาดหน่วยทดลองที่ใช้	ค่าเฉลี่ย μ	ความแปรปรวนและค่าสัมประสิทธิ์การแปรผัน σ^2 , (CV%)	ค่า k	ระยะทางยุคลิดเฉลี่ยแบบคลาสสิก EucI	ระยะทางยุคลิดเฉลี่ยแบบเบส์ EuB
a=5,b=5,n=3	40	4,5	1	1.0764	0.9677
			2	1.1788	1.0567
			3	1.2172	1.0904
		36,15	1	10.0987	8.8200
			2	10.9089	9.4673
			3	11.0774	9.8725
		100,25	1	27.3813	24.2879
			2	29.5498	26.4026
			3	30.4782	27.4344

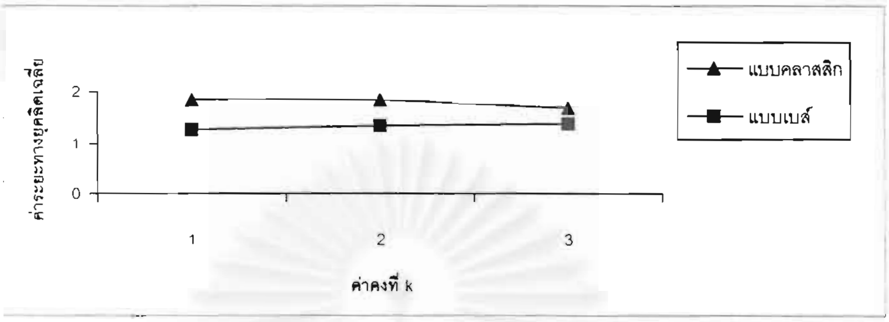
ตารางที่ 4.8 แสดงการเปรียบเทียบค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยที่คำนวณจากวิธีการประมาณทั้ง 2 วิธี เมื่อระดับปัจจัยและขนาดหน่วยทดลองที่ใช้ คือ a=5,b=5,n=4

ระดับปัจจัย และขนาดหน่วยทดลองที่ใช้	ค่าเฉลี่ย μ	ความแปรปรวนและค่าสัมประสิทธิ์การแปรผัน σ^2 , (CV%)	ค่า k	ระยะทางยุคลิดเฉลี่ยแบบคลาสสิก EucI	ระยะทางยุคลิดเฉลี่ยแบบเบส์ EuB
a=5,b=5,n=4	40	4,5	1	1.1766	1.0220
			2	1.3266	1.1499
			3	1.3166	1.1566
		36,15	1	9.8342	8.6751
			2	10.8230	9.5725
			3	11.2153	9.9582
		100,25	1	27.1024	24.2007
			2	30.7001	26.9410
			3	31.2375	27.7635

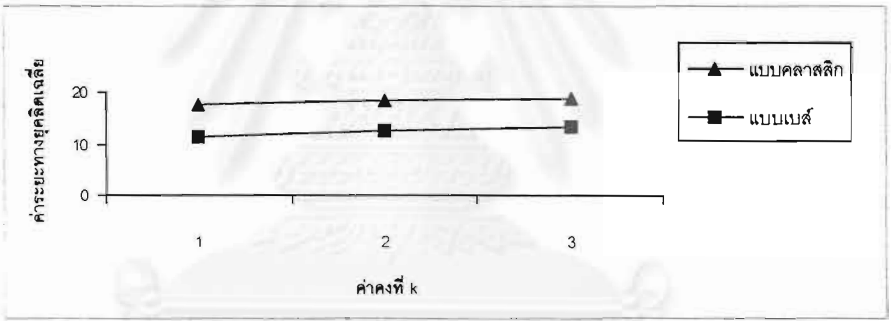
ตารางที่ 4.9 แสดงการเปรียบเทียบค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยที่คำนวณจากวิธีการประมาณทั้ง 2 วิธี เมื่อระดับปัจจัยและขนาดหน่วยทดลองที่ใช้ คือ a=5,b=5,n=5

ระดับปัจจัย และขนาดหน่วยทดลองที่ใช้	ค่าเฉลี่ย μ	ความแปรปรวนและค่าสัมประสิทธิ์การแปรผัน σ^2 , (CV%)	ค่า k	ระยะทางยุคลิดเฉลี่ยแบบคลาสสิก EucI	ระยะทางยุคลิดเฉลี่ยแบบเบส์ EuB
a=5,b=5,n=5	40	4,5	1	1.1956	1.0174
			2	1.3149	1.1020
			3	1.3636	1.1439
		36,15	1	9.9183	8.4861
			2	10.7797	9.2927
			3	11.7036	10.0044
		100,25	1	27.6062	23.6948
			2	30.8396	26.5282
			3	32.0763	27.4455

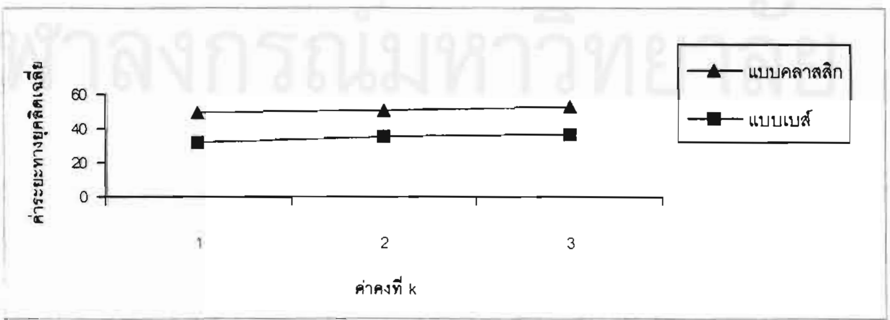
รูปที่ 4.1 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยกับค่าคงที่ k เมื่อ ระดับปัจจัยและขนาดหน่วยทดลองที่ใช้คือ a=3,b=3,n=3 ที่ค่าสัมประสิทธิ์การแปรผัน 5%



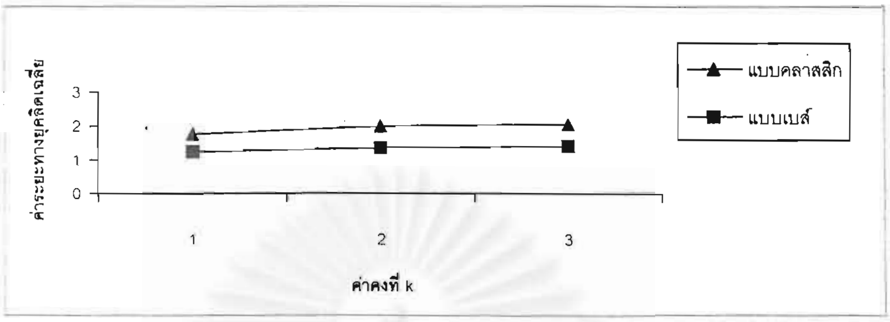
รูปที่ 4.2 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยกับค่าคงที่ k เมื่อ ระดับปัจจัยและขนาดหน่วยทดลองที่ใช้คือ a=3,b=3,n=3 ที่ค่าสัมประสิทธิ์การแปรผัน 15%



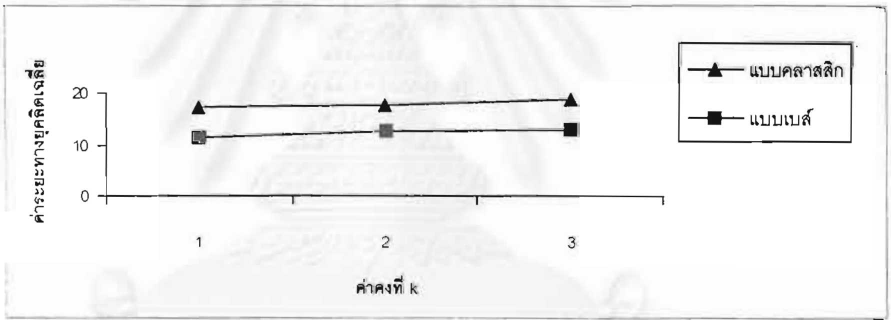
รูปที่ 4.3 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยกับค่าคงที่ k เมื่อ ระดับปัจจัยและขนาดหน่วยทดลองที่ใช้คือ a=3,b=3,n=3 ที่ค่าสัมประสิทธิ์การแปรผัน 25%



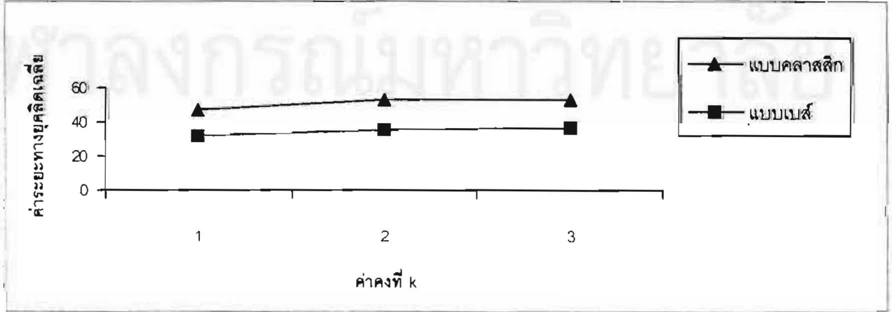
รูปที่ 4.4 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยกับค่าคงที่ k เมื่อ ระดับปัจจัยและขนาดหน่วยทดลองที่ใช้คือ a=3,b=3,n=4 ที่ค่าสัมประสิทธิ์การแปรผัน 5%



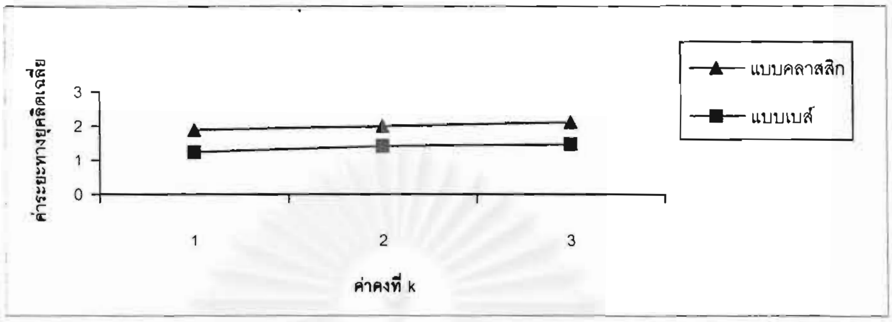
รูปที่ 4.5 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยกับค่าคงที่ k เมื่อ ระดับปัจจัยและขนาดหน่วยทดลองที่ใช้คือ a=3,b=3,n=4 ที่ค่าสัมประสิทธิ์การแปรผัน 15%



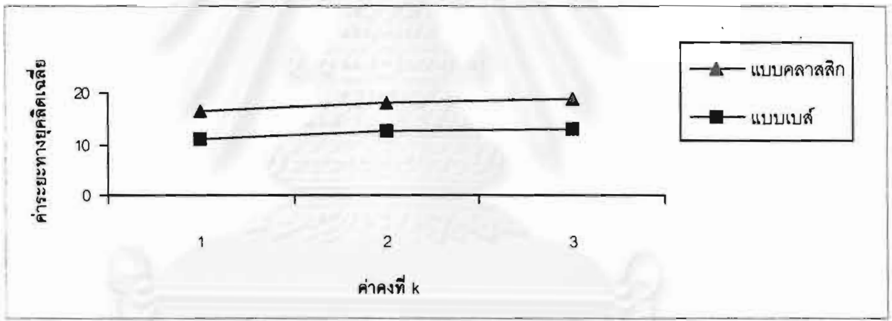
รูปที่ 4.6 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยกับค่าคงที่ k เมื่อ ระดับปัจจัยและขนาดหน่วยทดลองที่ใช้คือ a=3,b=3,n=4 ที่ค่าสัมประสิทธิ์การแปรผัน 25%



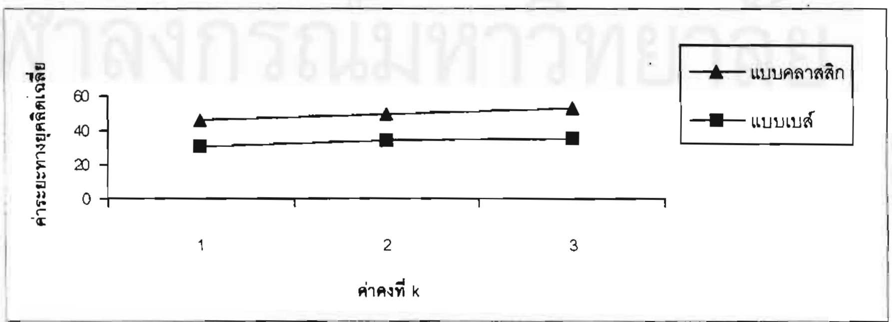
รูปที่ 4.7 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยกับค่าคงที่ k เมื่อ ระดับปัจจัยและขนาดหน่วยทดลองที่ใช้คือ a=3,b=3,n=5 ที่ค่าสัมประสิทธิ์การแปรผัน 5%



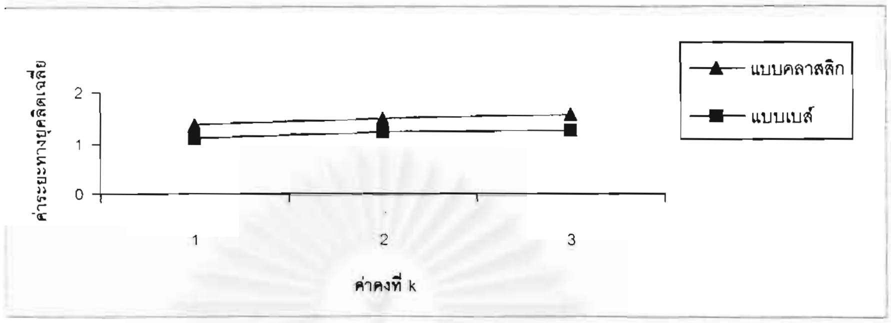
รูปที่ 4.8 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยกับค่าคงที่ k เมื่อ ระดับปัจจัยและขนาดหน่วยทดลองที่ใช้คือ a=3,b=3,n=5 ที่ค่าสัมประสิทธิ์การแปรผัน 15%



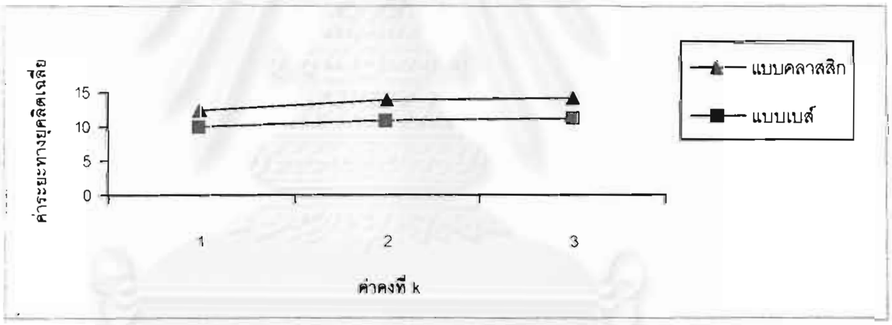
รูปที่ 4.9 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยกับค่าคงที่ k เมื่อ ระดับปัจจัยและขนาดหน่วยทดลองที่ใช้คือ a=3,b=3,n=5 ที่ค่าสัมประสิทธิ์การแปรผัน 25%



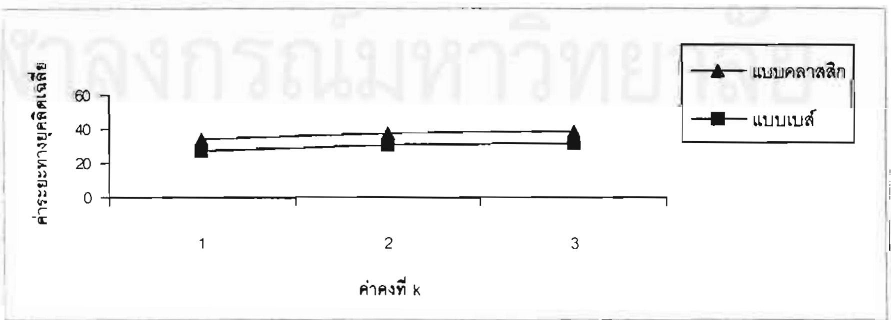
รูปที่ 4.10 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยกับค่าคงที่ k เมื่อ ระดับปัจจัยและขนาดหน่วยทดลองที่ใช้คือ a=4.b=4,n=3 ที่ค่าสัมประสิทธิ์การแปรผัน 5%



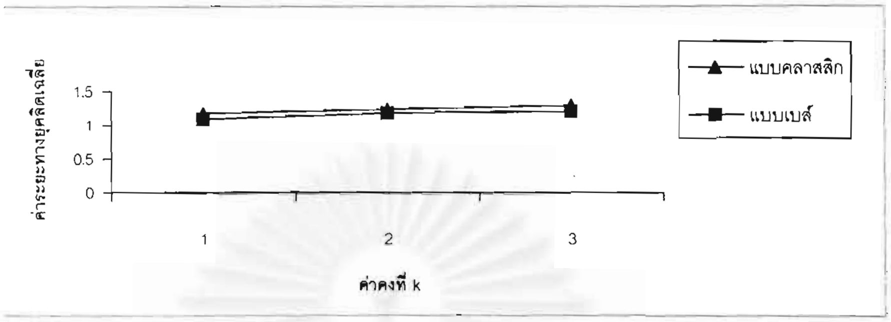
รูปที่ 4.11 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยกับค่าคงที่ k เมื่อ ระดับปัจจัยและขนาดหน่วยทดลองที่ใช้คือ a=4,b=4,n=3 ที่ค่าสัมประสิทธิ์การแปรผัน 15%



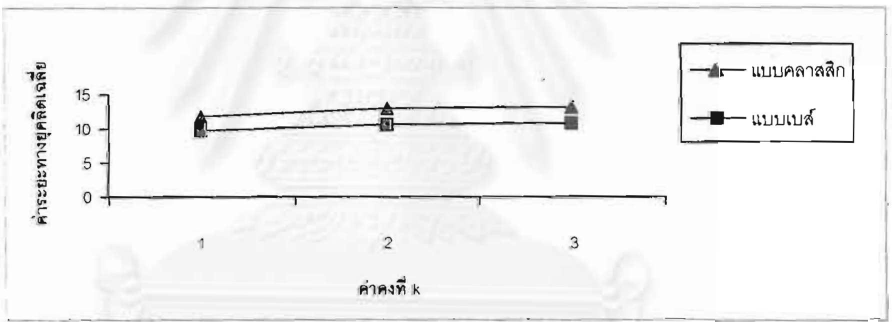
รูปที่ 4.12 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยกับค่าคงที่ k เมื่อ ระดับปัจจัยและขนาดหน่วยทดลองที่ใช้คือ a=4,b=4,n=3 ที่ค่าสัมประสิทธิ์การแปรผัน 25%



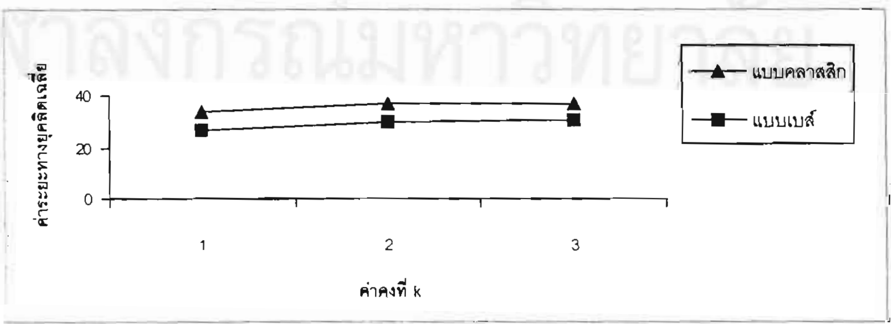
รูปที่ 4.13 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยกับค่าคงที่ k เมื่อ ระดับปัจจัยและขนาดหน่วยทดลองที่ใช้คือ a=4,b=4,n=4 ที่ค่าสัมประสิทธิ์การแปรผัน 5%



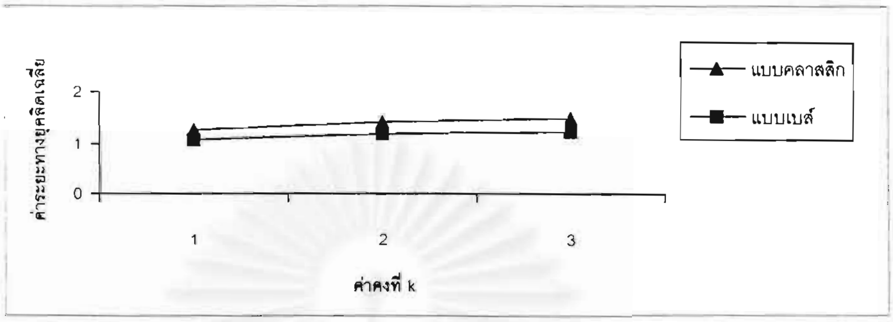
รูปที่ 4.14 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยกับค่าคงที่ k เมื่อ ระดับปัจจัยและขนาดหน่วยทดลองที่ใช้คือ a=4,b=4,n=4 ที่ค่าสัมประสิทธิ์การแปรผัน 15%



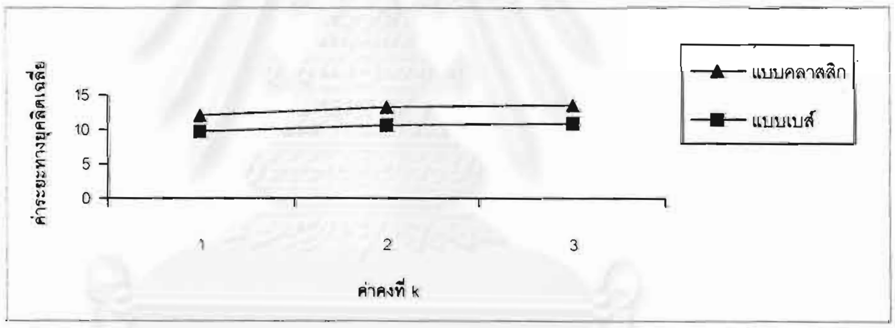
รูปที่ 4.15 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยกับค่าคงที่ k เมื่อ ระดับปัจจัยและขนาดหน่วยทดลองที่ใช้คือ a=4,b=4,n=4 ที่ค่าสัมประสิทธิ์การแปรผัน 25%



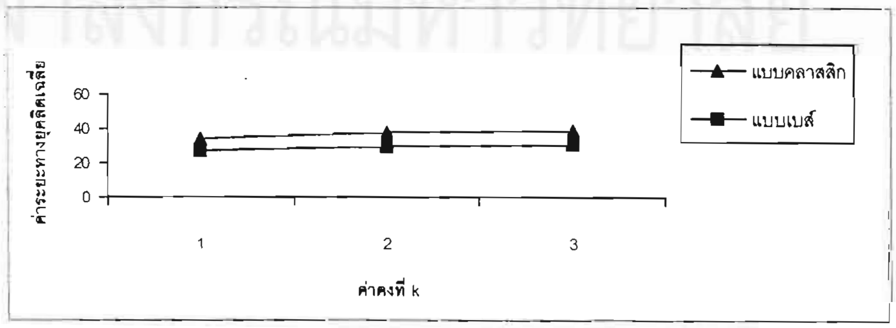
รูปที่ 4.16 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยกับค่าคงที่ k เมื่อ ระดับปัจจัยและขนาดหน่วยทดลองที่ใช้คือ a=4,b=4,n=5 ที่ค่าสัมประสิทธิ์การแปรผัน 5%



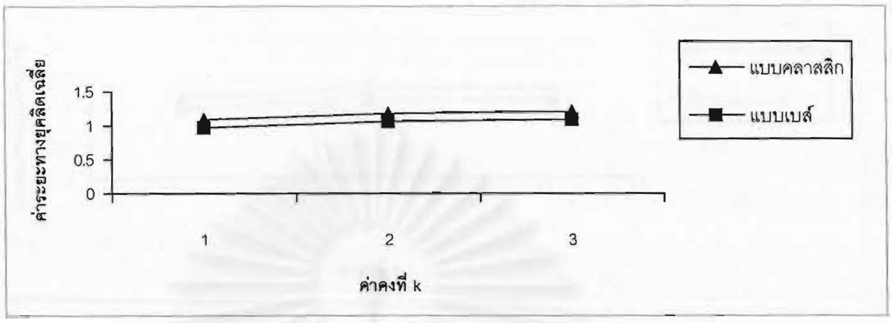
รูปที่ 4.17 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยกับค่าคงที่ k เมื่อ ระดับปัจจัยและขนาดหน่วยทดลองที่ใช้คือ a=4,b=4,n=5 ที่ค่าสัมประสิทธิ์การแปรผัน 15%



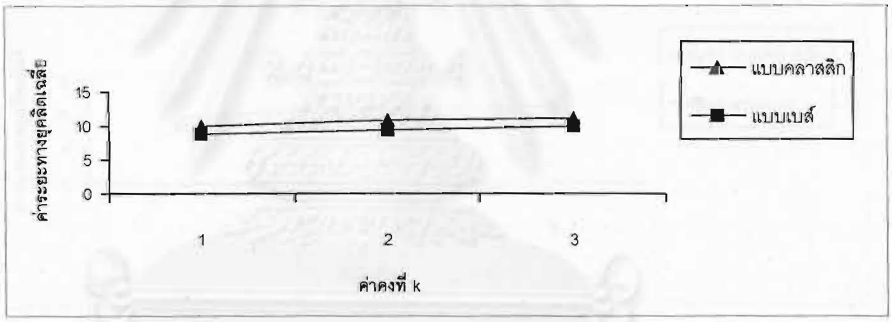
รูปที่ 4.18 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยกับค่าคงที่ k เมื่อ ระดับปัจจัยและขนาดหน่วยทดลองที่ใช้คือ a=4,b=4,n=5 ที่ค่าสัมประสิทธิ์การแปรผัน 25%



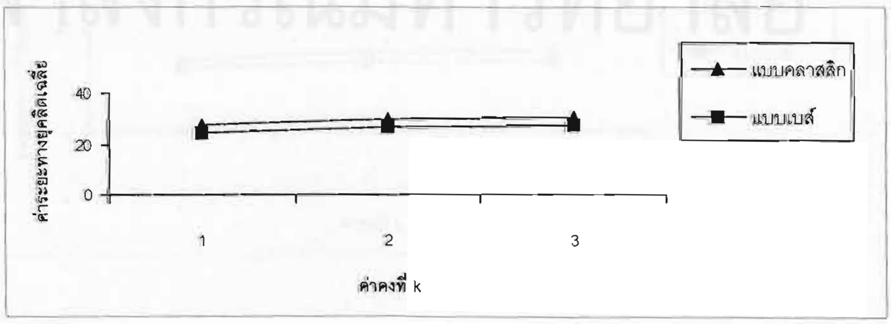
รูปที่ 4.19 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยกับค่าคงที่ k เมื่อ ระดับปัจจัยและขนาดหน่วยทดลองที่ใช้คือ a=5,b=5,n=3 ที่ค่าสัมประสิทธิ์การแปรผัน 5%



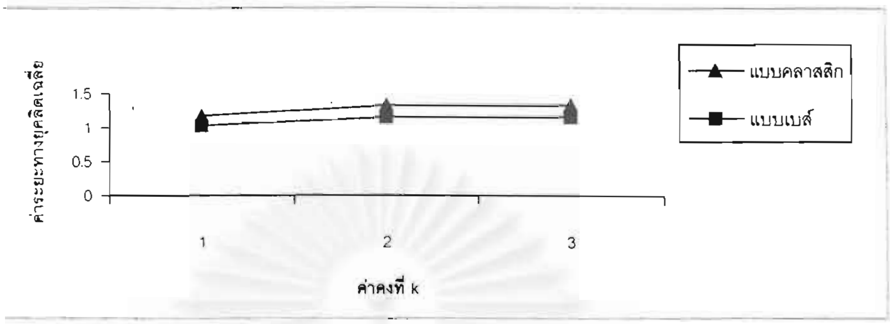
รูปที่ 4.20 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยกับค่าคงที่ k เมื่อ ระดับปัจจัยและขนาดหน่วยทดลองที่ใช้คือ a=5,b=5,n=3 ที่ค่าสัมประสิทธิ์การแปรผัน 15%



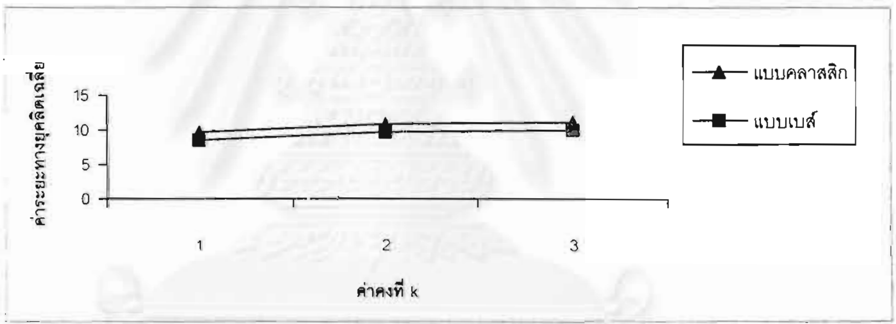
รูปที่ 4.21 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยกับค่าคงที่ k เมื่อ ระดับปัจจัยและขนาดหน่วยทดลองที่ใช้คือ a=5,b=5,n=3 ที่ค่าสัมประสิทธิ์การแปรผัน 25%



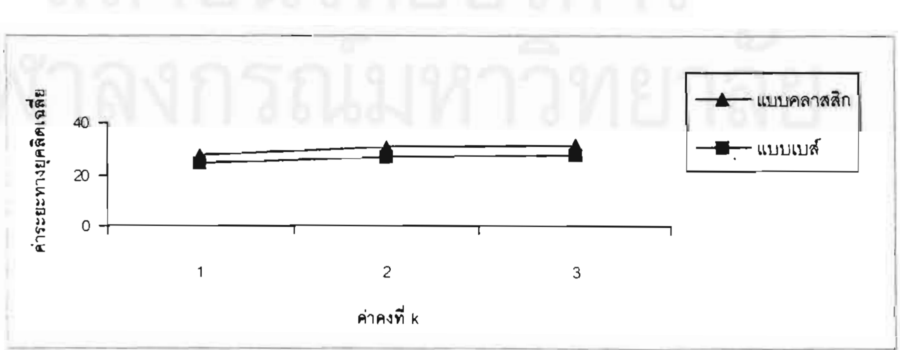
รูปที่ 4.22 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยกับค่าคงที่ k เมื่อ ระดับปัจจัยและขนาดหน่วยทดลองที่ใช้คือ a=5,b=5,n=4 ที่ค่าสัมประสิทธิ์การแปรผัน 5%



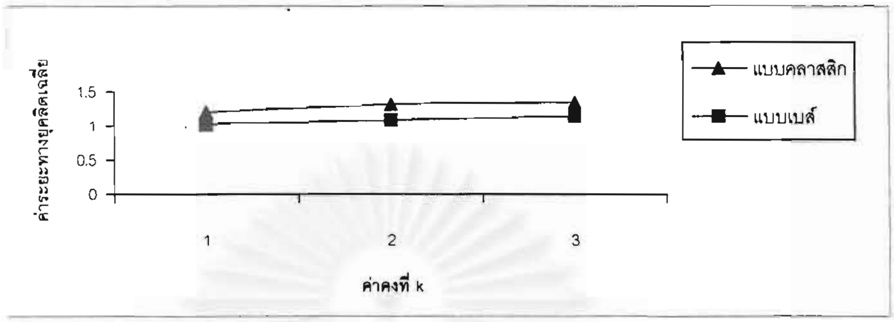
รูปที่ 4.22 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยกับค่าคงที่ k เมื่อ ระดับปัจจัยและขนาดหน่วยทดลองที่ใช้คือ a=5,b=5,n=4 ที่ค่าสัมประสิทธิ์การแปรผัน 15%



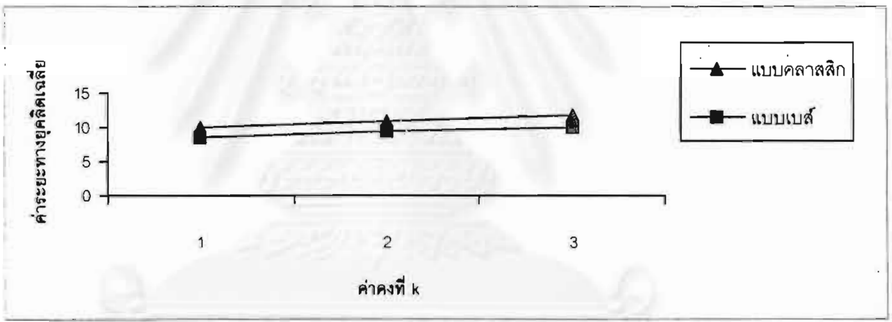
รูปที่ 4.24 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยกับค่าคงที่ k เมื่อ ระดับปัจจัยและขนาดหน่วยทดลองที่ใช้คือ a=5,b=5,n=4 ที่ค่าสัมประสิทธิ์การแปรผัน 25%



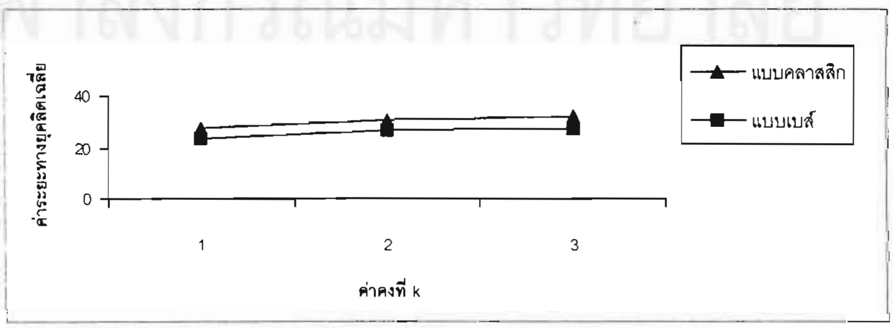
รูปที่ 4.25 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยกับค่าคงที่ k เมื่อ ระดับปัจจัยและขนาดหน่วยทดลองที่ใช้คือ a=5,b=5,n=5 ที่ค่าสัมประสิทธิ์การแปรผัน 5%



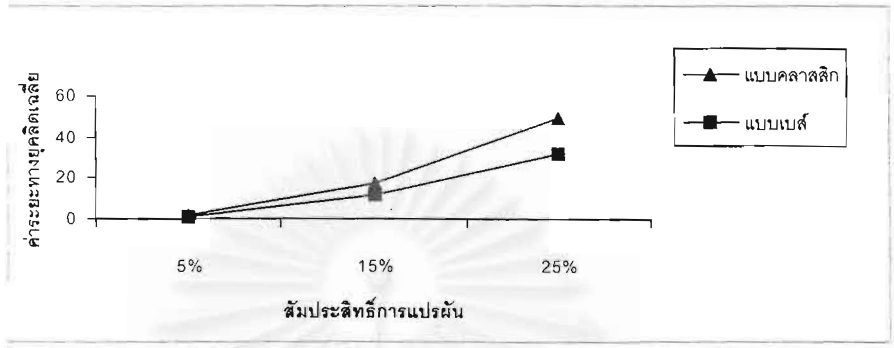
รูปที่ 4.26 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยกับค่าคงที่ k เมื่อ ระดับปัจจัยและขนาดหน่วยทดลองที่ใช้คือ a=5,b=5,n=5 ที่ค่าสัมประสิทธิ์การแปรผัน 15%



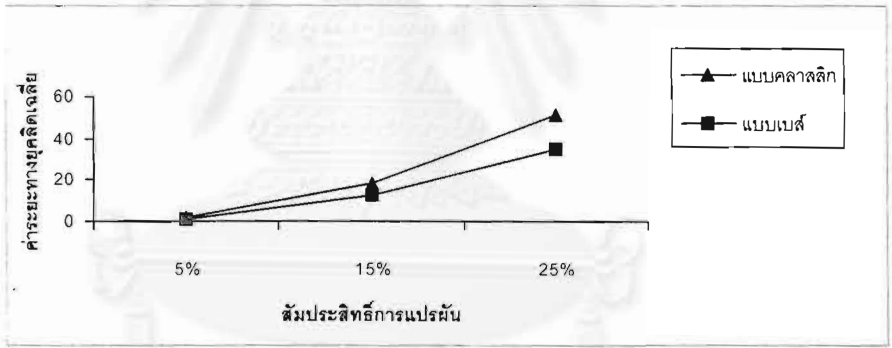
รูปที่ 4.27 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยกับค่าคงที่ k เมื่อ ระดับปัจจัยและขนาดหน่วยทดลองที่ใช้คือ a=5,b=5,n=5 ที่ค่าสัมประสิทธิ์การแปรผัน 25%



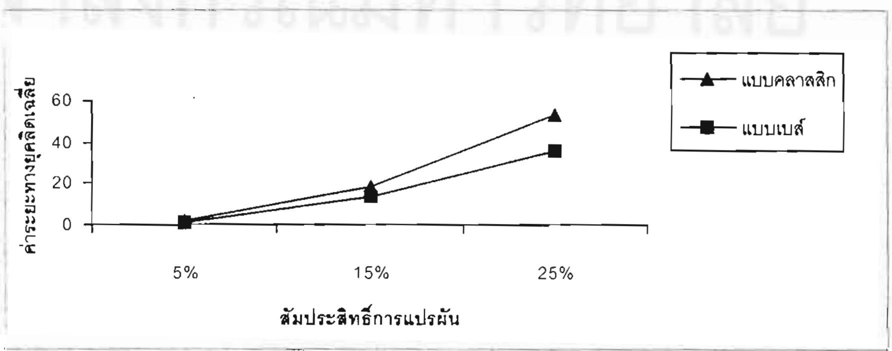
รูปที่ 4.28 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ย กับค่าสัมประสิทธิ์การแปรผัน เมื่อระดับปัจจัยและขนาดหน่วยทดลองที่ใช้ คือ a=3,b=3,n=3 และ k=1



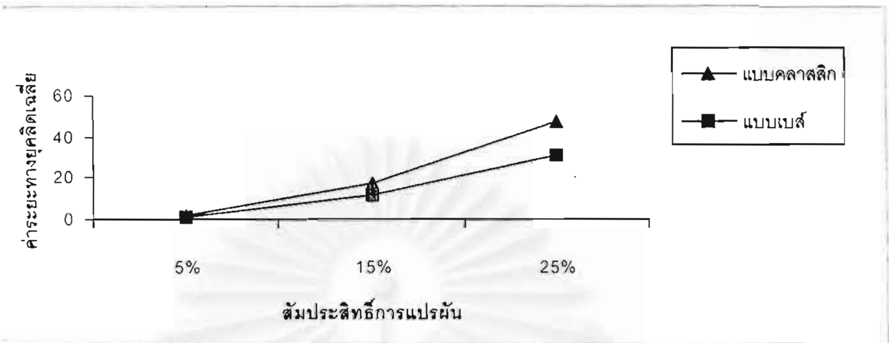
รูปที่ 4.29 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ย กับค่าสัมประสิทธิ์การแปรผัน เมื่อระดับปัจจัยและขนาดหน่วยทดลองที่ใช้ คือ a=3,b=3,n=3 และ k=2



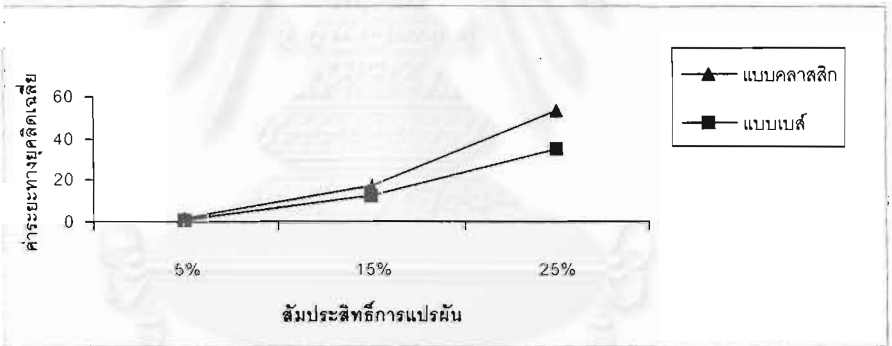
รูปที่ 4.30 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ย กับค่าสัมประสิทธิ์การแปรผัน เมื่อระดับปัจจัยและขนาดหน่วยทดลองที่ใช้ คือ a=3,b=3,n=3 และ k=3



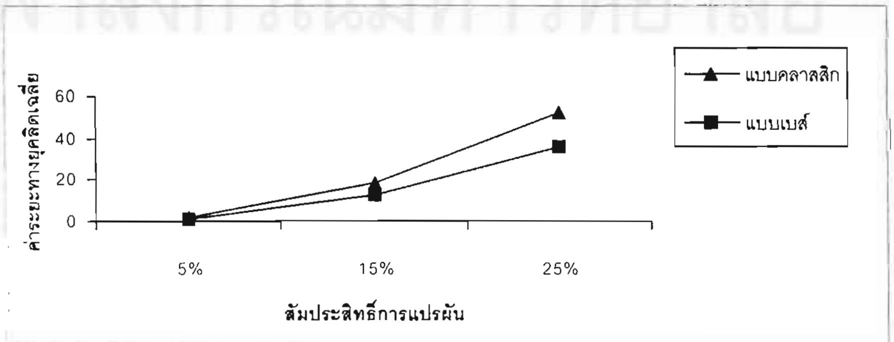
รูปที่ 4.31 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ย กับค่าสัมประสิทธิ์การแปรผัน เมื่อระดับปัจจัยและขนาดหน่วยทดลองที่ใช้ คือ a=3,b=3,n=4 และ k=1



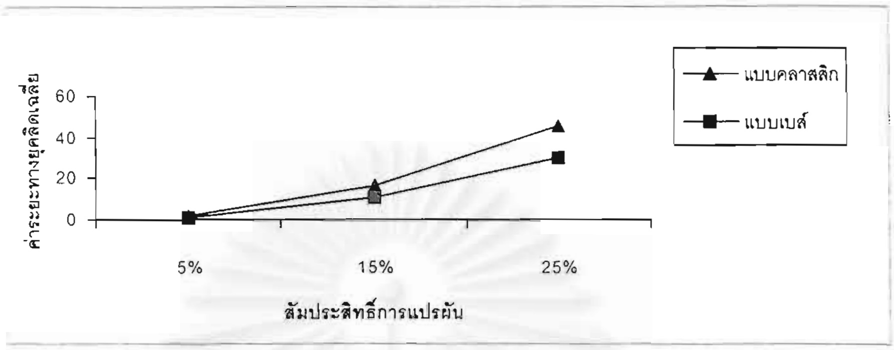
รูปที่ 4.32 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ย กับค่าสัมประสิทธิ์การแปรผัน เมื่อระดับปัจจัยและขนาดหน่วยทดลองที่ใช้ คือ a=3,b=3,n=4 และ k=2



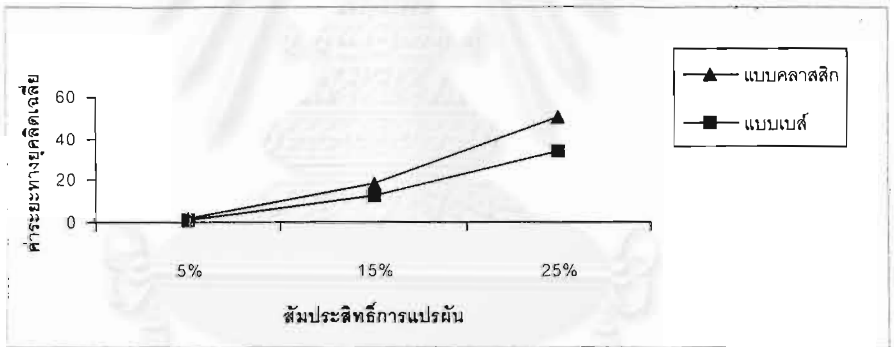
รูปที่ 4.33 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ย กับค่าสัมประสิทธิ์การแปรผัน เมื่อระดับปัจจัยและขนาดหน่วยทดลองที่ใช้ คือ a=3,b=3,n=4 และ k=3



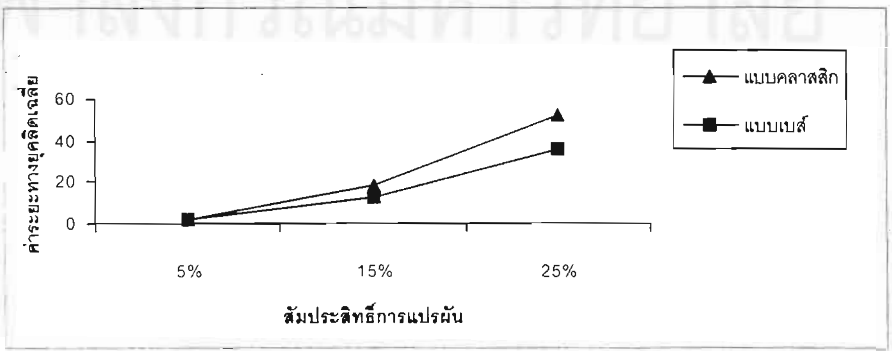
รูปที่ 4.34 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ย กับค่าสัมประสิทธิ์การแปรผัน เมื่อระดับปัจจัยและขนาดหน่วยทดลองที่ใช้ คือ a=3,b=3,n=5 และ k=1



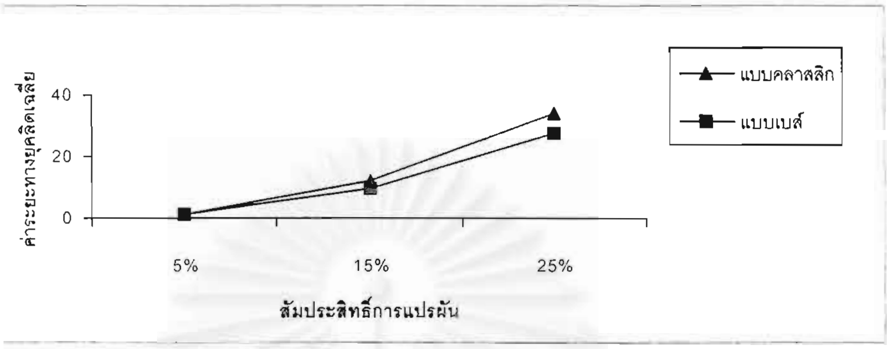
รูปที่ 4.35 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ย กับค่าสัมประสิทธิ์การแปรผัน เมื่อระดับปัจจัยและขนาดหน่วยทดลองที่ใช้ คือ a=3,b=3,n=5 และ k=2



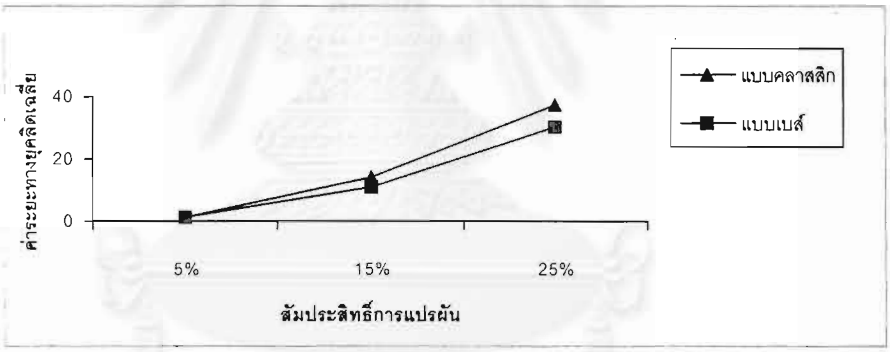
รูปที่ 4.36 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ย กับค่าสัมประสิทธิ์การแปรผัน เมื่อระดับปัจจัยและขนาดหน่วยทดลองที่ใช้ คือ a=3,b=3,n=5 และ k=3



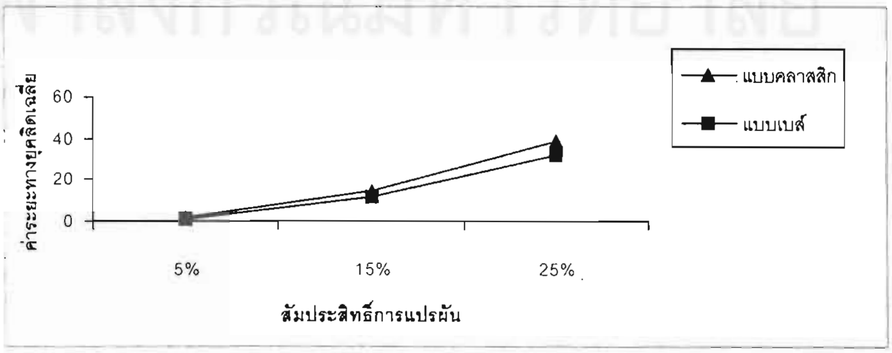
รูปที่ 4.37 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ย กับค่าสัมประสิทธิ์การแปรผัน เมื่อระดับปัจจัยและขนาดหน่วยทดลองที่ใช้ คือ a=4,b=4,n=3 และ k=1



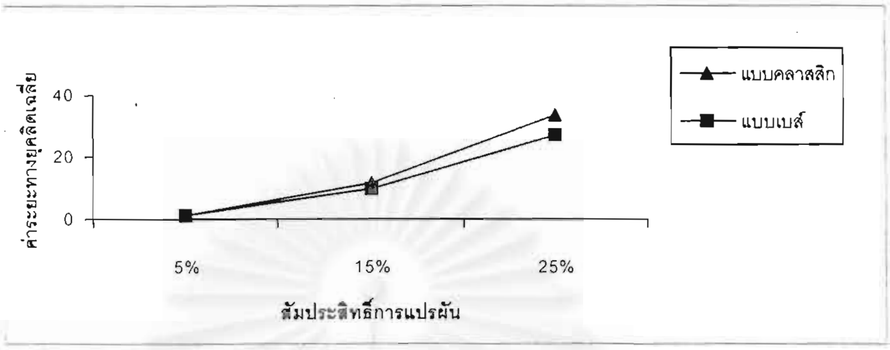
รูปที่ 4.38 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ย กับค่าสัมประสิทธิ์การแปรผัน เมื่อระดับปัจจัยและขนาดหน่วยทดลองที่ใช้ คือ a=4,b=4,n=3 และ k=2



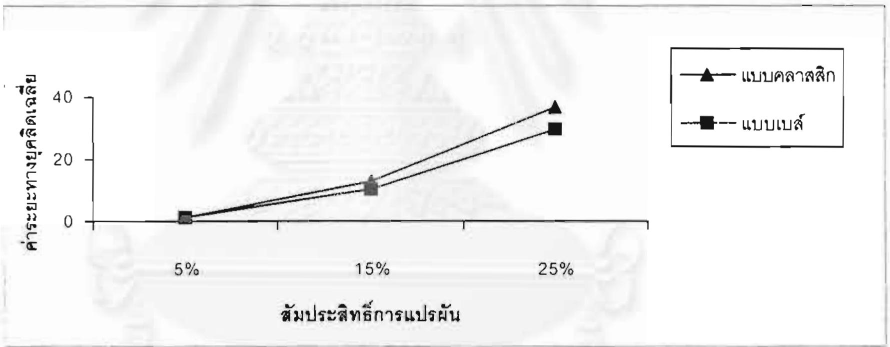
รูปที่ 4.39 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ย กับค่าสัมประสิทธิ์การแปรผัน เมื่อระดับปัจจัยและขนาดหน่วยทดลองที่ใช้ คือ a=4,b=4,n=3 และ k=3



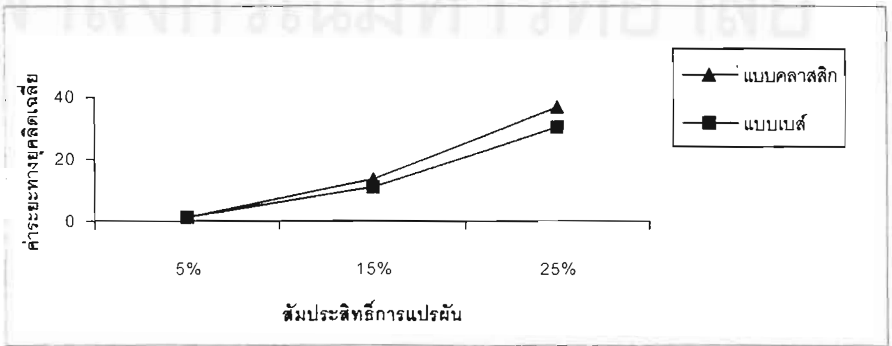
รูปที่ 4.40 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ย กับค่าสัมประสิทธิ์การแปรผัน เมื่อระดับปัจจัยและขนาดหน่วยทดลองที่ใช้ คือ a=4,b=4,n=4 และ k=1



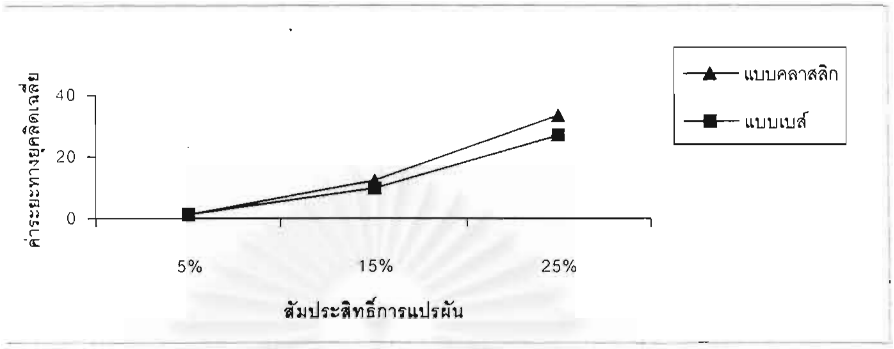
รูปที่ 4.41 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ย กับค่าสัมประสิทธิ์การแปรผัน เมื่อระดับปัจจัยและขนาดหน่วยทดลองที่ใช้ คือ a=4,b=4,n=4 และ k=2



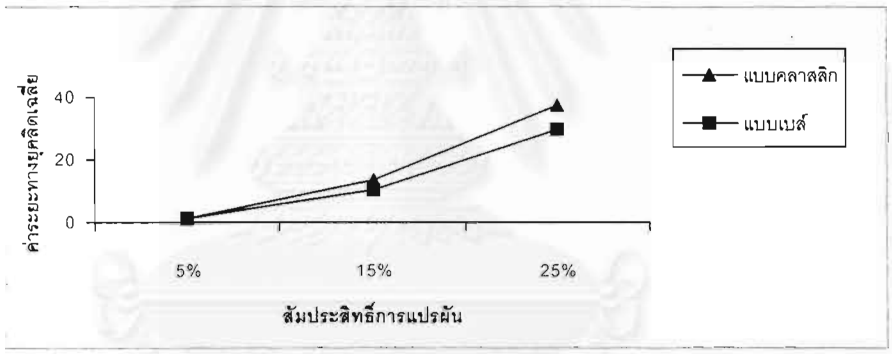
รูปที่ 4.42 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ย กับค่าสัมประสิทธิ์การแปรผัน เมื่อระดับปัจจัยและขนาดหน่วยทดลองที่ใช้ คือ a=4,b=4,n=4 และ k=3



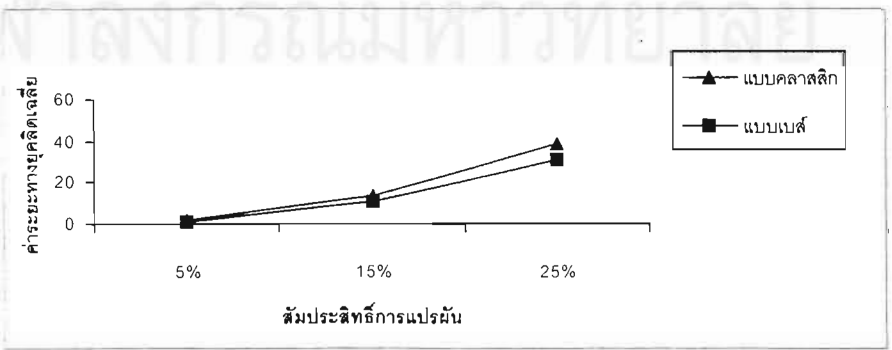
รูปที่ 4.43 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ย กับค่าสัมประสิทธิ์การแปรผัน เมื่อระดับปัจจัยและขนาดหน่วยทดลองที่ใช้ คือ a=4,b=4,n=5 และ k=1



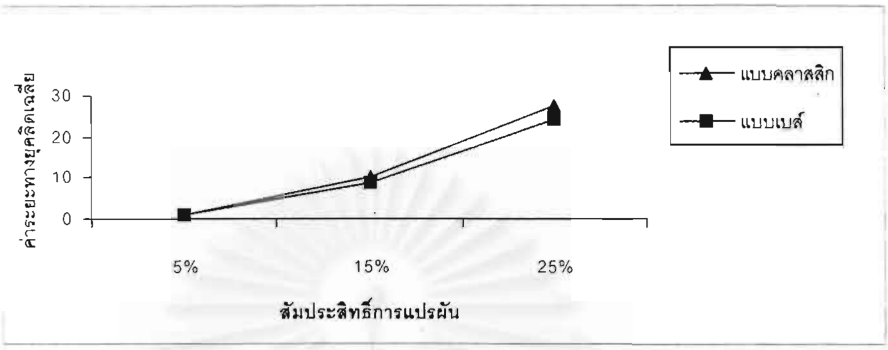
รูปที่ 4.44 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ย กับค่าสัมประสิทธิ์การแปรผัน เมื่อระดับปัจจัยและขนาดหน่วยทดลองที่ใช้ คือ a=4,b=4,n=5 และ k=2



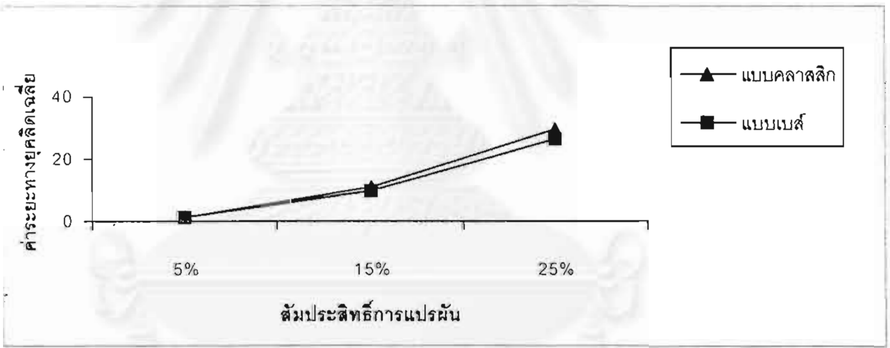
รูปที่ 4.45 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ย กับค่าสัมประสิทธิ์การแปรผัน เมื่อระดับปัจจัยและขนาดหน่วยทดลองที่ใช้ คือ a=4,b=4,n=5 และ k=3



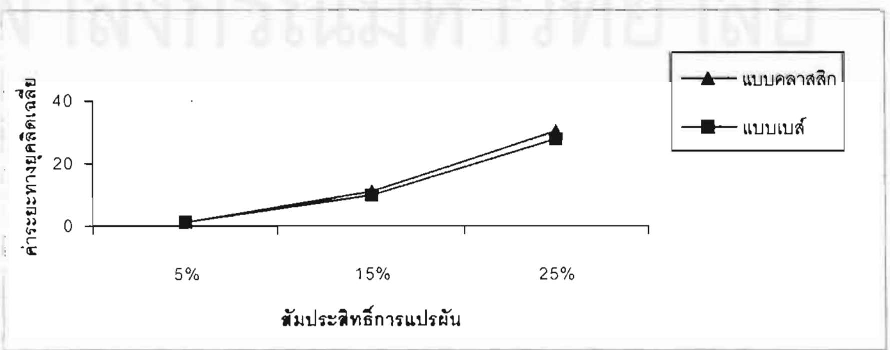
รูปที่ 4.46 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ย กับค่าสัมประสิทธิ์การแปรผัน เมื่อระดับปัจจัยและขนาดหน่วยทดลองที่ใช้ คือ a=5,b=5,n=3 และ k=1



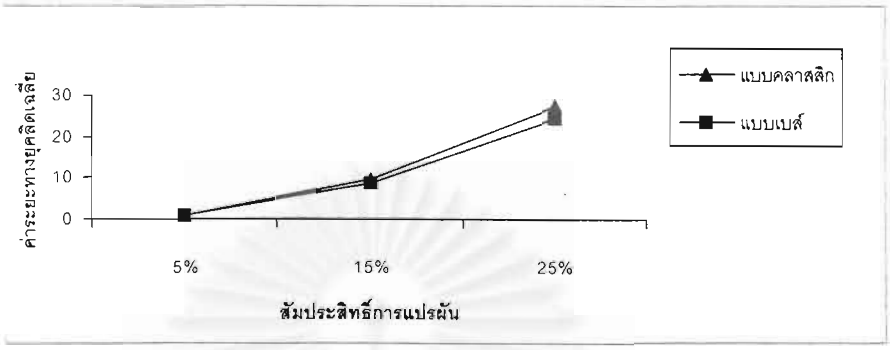
รูปที่ 4.47 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ย กับค่าสัมประสิทธิ์การแปรผัน เมื่อระดับปัจจัยและขนาดหน่วยทดลองที่ใช้ คือ a=5,b=5,n=3 และ k=2



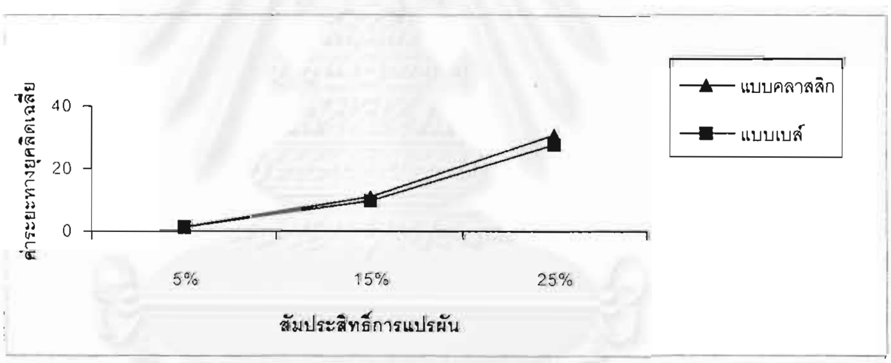
รูปที่ 4.48 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ย กับค่าสัมประสิทธิ์การแปรผัน เมื่อระดับปัจจัยและขนาดหน่วยทดลองที่ใช้ คือ a=5,b=5,n=3 และ k=3



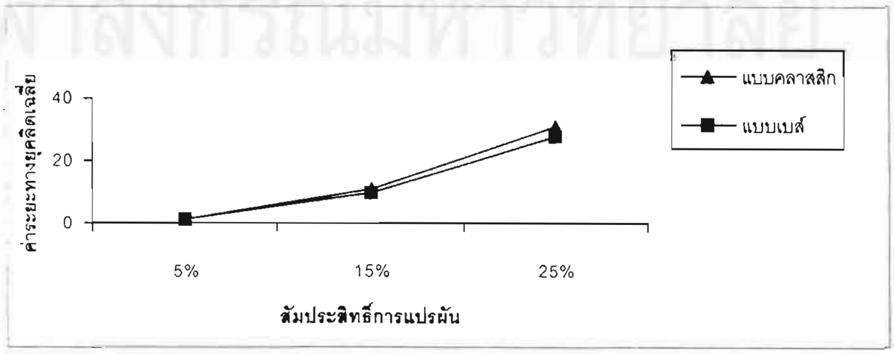
รูปที่ 4.49 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ย กับค่าสัมประสิทธิ์การแปรผัน เมื่อระดับปัจจัยและขนาดหน่วยทดลองที่ใช้ คือ a=5,b=5,n=4 และ k=1



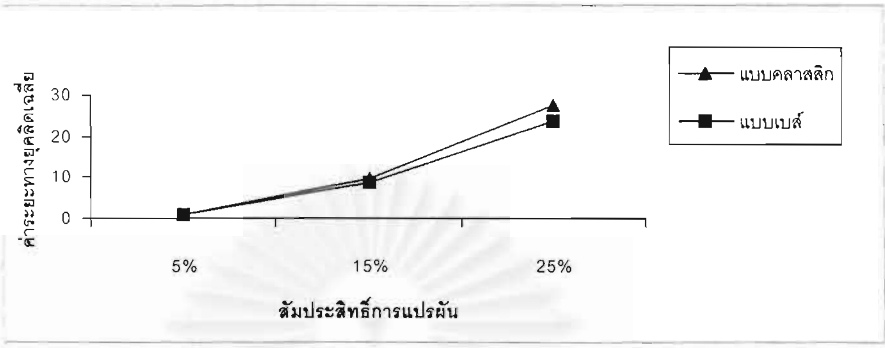
รูปที่ 4.50 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ย กับค่าสัมประสิทธิ์การแปรผัน เมื่อระดับปัจจัยและขนาดหน่วยทดลองที่ใช้ คือ a=5,b=5,n=4 และ k=2



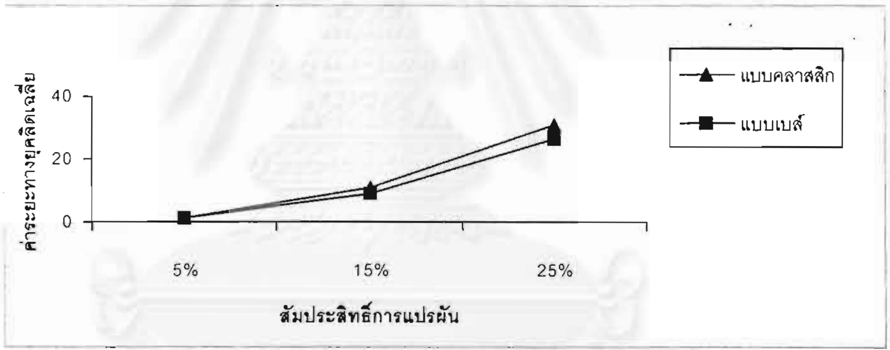
รูปที่ 4.51 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ย กับค่าสัมประสิทธิ์การแปรผัน เมื่อระดับปัจจัยและขนาดหน่วยทดลองที่ใช้ คือ a=5,b=5,n=4 และ k=3



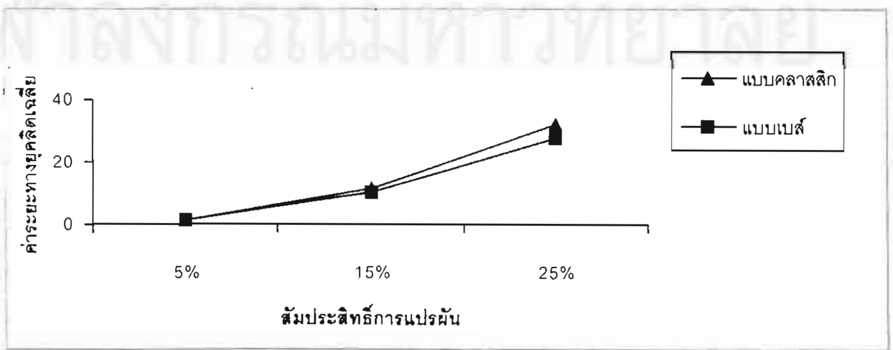
รูปที่ 4.52 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ย กับค่าสัมประสิทธิ์การแปรผัน เมื่อระดับปัจจัยและขนาดหน่วยทดลองที่ใช้ คือ a=5,b=5,n=5 และ k=1



รูปที่ 4.53 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ย กับค่าสัมประสิทธิ์การแปรผัน เมื่อระดับปัจจัยและขนาดหน่วยทดลองที่ใช้ คือ a=5,b=5,n=5 และ k=2



รูปที่ 4.54 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ย กับค่าสัมประสิทธิ์การแปรผัน เมื่อระดับปัจจัยและขนาดหน่วยทดลองที่ใช้ คือ a=5,b=5,n=5 และ k=3



ตารางที่ 4.10 แสดงการเปรียบเทียบค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยที่คำนวณจากวิธีการประมาณทั้ง 2 วิธี เมื่อสัมประสิทธิ์การแปรผัน (CV%) เท่ากับ 5% และ k=1

ระดับปัจจัย และ ขนาดหน่วยทดลองที่ใช้	ระยะทางยุคลิดเฉลี่ย แบบคลาสสิก Eucl	ระยะทางยุคลิดเฉลี่ย แบบเบส์ EuB
a=3,b=3,n=3	1.8373	1.2553
a=3,b=3,n=4	1.7900	1.2503
a=3,b=3,n=5	1.8961	1.2270
a=4,b=4,n=3	1.3710	1.1046
a=4,b=4,n=4	1.1717	1.0794
a=4,b=4,n=5	1.2623	1.0590
a=5,b=5,n=3	1.0764	0.9677
a=5,b=5,n=4	1.1766	1.0220
a=5,b=5,n=5	1.1956	1.0174

ตารางที่ 4.11 แสดงการเปรียบเทียบค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยที่คำนวณจากวิธีการประมาณทั้ง 2 วิธี เมื่อสัมประสิทธิ์การแปรผัน (CV%) เท่ากับ 15% และ k=1

ระดับปัจจัย และ ขนาดหน่วยทดลองที่ใช้	ระยะทางยุคลิดเฉลี่ย แบบคลาสสิก Eucl	ระยะทางยุคลิดเฉลี่ย แบบเบส์ EuB
a=3,b=3,n=3	17.7141	11.5254
a=3,b=3,n=4	17.3425	11.3398
a=3,b=3,n=5	16.3486	10.9078
a=4,b=4,n=3	12.2543	9.9617
a=4,b=4,n=4	11.7536	9.7491
a=4,b=4,n=5	12.1377	9.7329
a=5,b=5,n=3	10.0987	8.8200
a=5,b=5,n=4	9.8342	8.6751
a=5,b=5,n=5	9.9183	8.4861

ตารางที่ 4.12 แสดงการเปรียบเทียบค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยที่คำนวณจากวิธีการประมาณทั้ง 2 วิธี เมื่อสัมประสิทธิ์การแปรผัน (CV%) เท่ากับ 25% และ k=1

ระดับปัจจัย และ ขนาดหน่วยทดลองที่ใช้	ระยะทางยุคลิดเฉลี่ย แบบคลาสสิก Eucl	ระยะทางยุคลิดเฉลี่ย แบบเบส์ EuB
a=3,b=3,n=3	49.4017	31.7636
a=3,b=3,n=4	47.5339	31.3255
a=3,b=3,n=5	45.8340	30.1781
a=4,b=4,n=3	34.2776	27.5019
a=4,b=4,n=4	33.6578	26.8749
a=4,b=4,n=5	33.8004	26.9264
a=5,b=5,n=3	27.3813	24.2879
a=5,b=5,n=4	27.1024	24.2007
a=5,b=5,n=5	27.6062	23.6948

ตารางที่ 4.13 แสดงการเปรียบเทียบค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยที่คำนวณจากวิธีการประมาณทั้ง 2 วิธี เมื่อสัมประสิทธิ์การแปรผัน (CV%) เท่ากับ 5% และ k=2

ระดับปัจจัย และ ขนาดหน่วยทดลองที่ใช้	ระยะทางยุคลิดเฉลี่ย แบบคลาสสิก Eucl	ระยะทางยุคลิดเฉลี่ย แบบเบส์ EuB
a=3,b=3,n=3	1.8383	1.3520
a=3,b=3,n=4	1.9737	1.3643
a=3,b=3,n=5	1.9773	1.4119
a=4,b=4,n=3	1.5084	1.2046
a=4,b=4,n=4	1.2466	1.1771
a=4,b=4,n=5	1.4291	1.1771
a=5,b=5,n=3	1.1788	1.0567
a=5,b=5,n=4	1.3266	1.1499
a=5,b=5,n=5	1.3149	1.1020

ตารางที่ 4.14 แสดงการเปรียบเทียบค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยที่คำนวณจากวิธีการประมาณทั้ง 2 วิธี เมื่อสัมประสิทธิ์การแปรผัน (CV%) เท่ากับ 15% และ k=2

ระดับปัจจัย และ ขนาดหน่วยทดลองที่ใช้	ระยะทางยุคลิดเฉลี่ย แบบคลาสสิก Eucl	ระยะทางยุคลิดเฉลี่ย แบบเบส์ EuB
A=3,b=3,n=3	18.3557	12.7162
A=3,b=3,n=4	17.505	12.3576
A=3,b=3,n=5	18.1299	12.3566
A=4,b=4,n=3	13.9389	10.8235
A=4,b=4,n=4	12.9268	10.4993
A=4,b=4,n=5	13.2800	10.5882
A=5,b=5,n=3	10.9089	9.4673
A=5,b=5,n=4	10.8230	9.5725
A=5,b=5,n=5	10.7797	8.4861

ตารางที่ 4.15 แสดงการเปรียบเทียบค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยที่คำนวณจากวิธีการประมาณทั้ง 2 วิธี เมื่อสัมประสิทธิ์การแปรผัน (CV%) เท่ากับ 25% และ k=2

ระดับปัจจัย และ ขนาดหน่วยทดลองที่ใช้	ระยะทางยุคลิดเฉลี่ย แบบคลาสสิก Eucl	ระยะทางยุคลิดเฉลี่ย แบบเบส์ EuB
a=3,b=3,n=3	50.9222	35.3218
a=3,b=3,n=4	52.8732	34.9924
a=3,b=3,n=5	49.9857	34.1767
a=4,b=4,n=3	37.2878	30.0042
a=4,b=4,n=4	36.9373	29.4704
a=4,b=4,n=5	37.2466	29.7134
a=5,b=5,n=3	29.5498	26.4026
a=5,b=5,n=4	30.7001	26.9410
a=5,b=5,n=5	30.8396	26.5282

ตารางที่ 4.16 แสดงการเปรียบเทียบค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยที่คำนวณจากวิธีการประมาณทั้ง 2 วิธี เมื่อสัมประสิทธิ์การแปรผัน (CV%) เท่ากับ 5% และ k=3

ระดับปัจจัย และ ขนาดหน่วยทดลองที่ใช้	ระยะทางยุคลิดเฉลี่ย แบบคลาสสิก Eucl	ระยะทางยุคลิดเฉลี่ย แบบเบส์ EuB
A=3,b=3,n=3	1.70459	1.3534
a=3,b=3,n=4	2.0650	1.4172
a=3,b=3,n=5	2.1378	1.4599
a=4,b=4,n=3	1.5613	1.2543
a=4,b=4,n=4	1.3059	1.2204
a=4,b=4,n=5	1.4737	1.2254
a=5,b=5,n=3	1.2172	1.0904
a=5,b=5,n=4	1.3166	1.1570
a=5,b=5,n=5	1.3636	1.1439

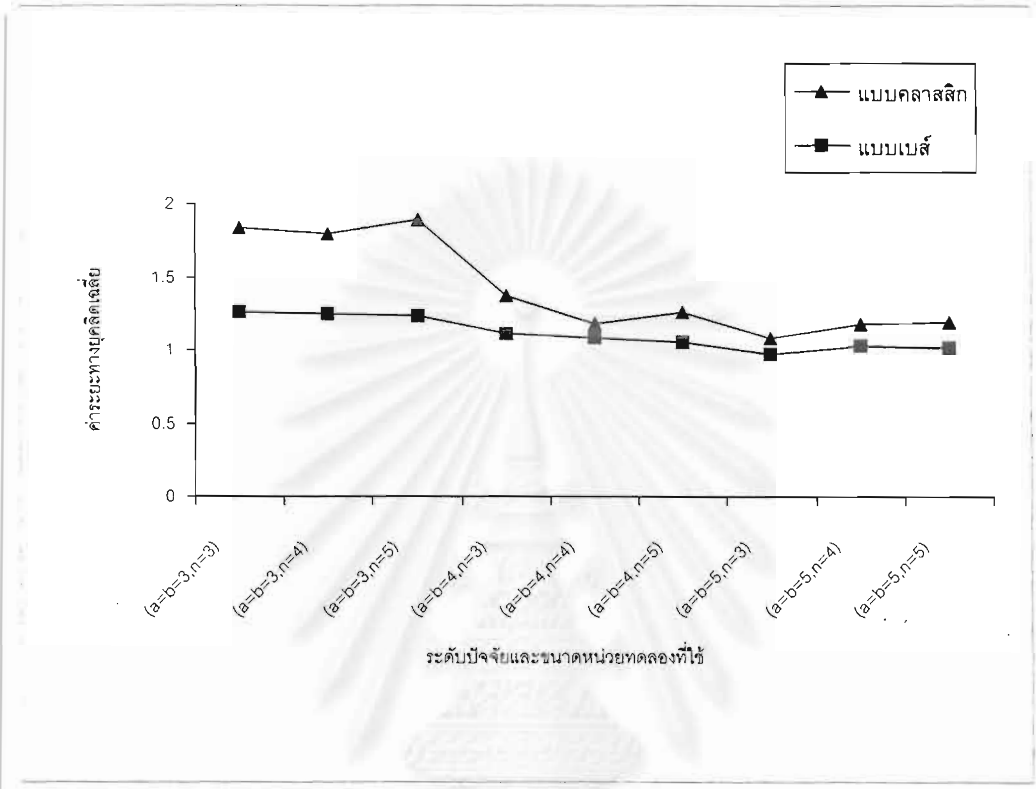
ตารางที่ 4.17 แสดงการเปรียบเทียบค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยที่คำนวณจากวิธีการประมาณทั้ง 2 วิธี เมื่อสัมประสิทธิ์การแปรผัน (CV%) เท่ากับ 15% และ k=3

ระดับปัจจัย และ ขนาดหน่วยทดลองที่ใช้	ระยะทางยุคลิดเฉลี่ย แบบคลาสสิก Eucl	ระยะทางยุคลิดเฉลี่ย แบบเบส์ EuB
A=3,b=3,n=3	18.6337	13.1778
a=3,b=3,n=4	18.6744	12.8923
a=3,b=3,n=5	18.7817	12.8579
a=4,b=4,n=3	14.0335	11.2713
a=4,b=4,n=4	13.3013	10.8783
a=4,b=4,n=5	13.6079	10.9430
a=5,b=5,n=3	11.0774	9.8725
a=5,b=5,n=4	11.2153	9.9582
a=5,b=5,n=5	11.7036	10.0044

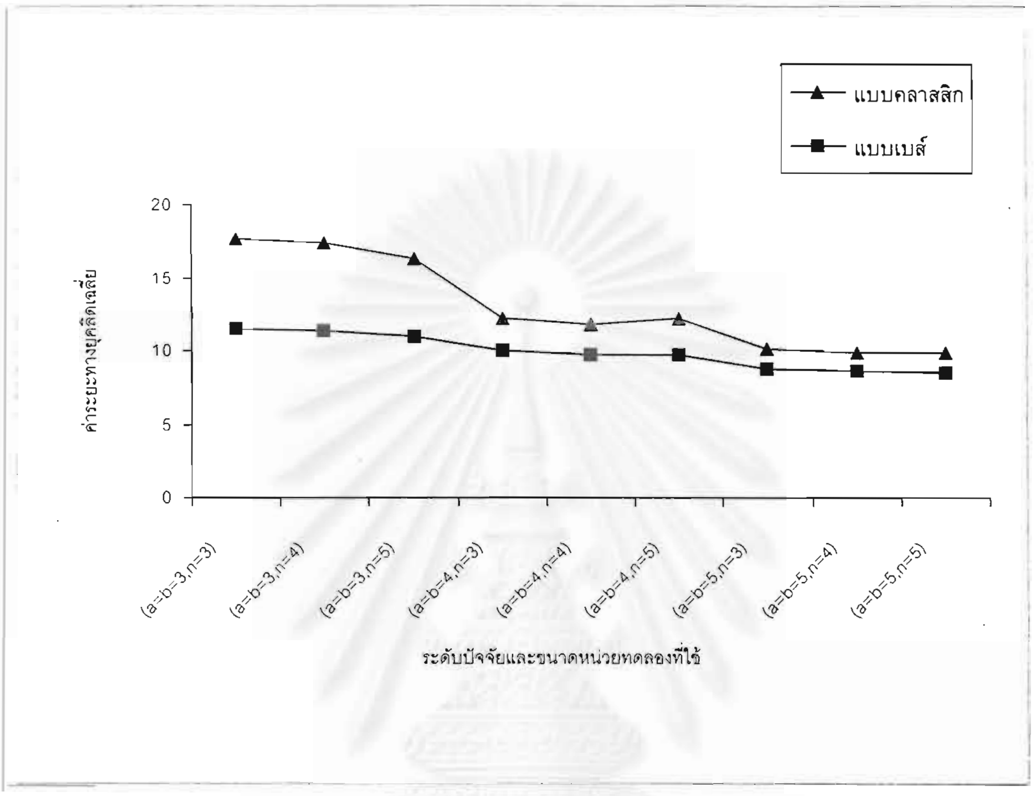
ตารางที่ 4.18 แสดงการเปรียบเทียบค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยที่คำนวณจากวิธีการประมาณทั้ง 2 วิธี เมื่อสัมประสิทธิ์การแปรผัน (CV%) เท่ากับ 25% และ k=3

ระดับปัจจัย และ ขนาดหน่วยทดลองที่ใช้	ระยะทางยุคลิดเฉลี่ย แบบคลาสสิก Eucl	ระยะทางยุคลิดเฉลี่ย แบบเบส์ EuB
A=3,b=3,n=3	52.9414	36.2816
a=3,b=3,n=4	52.3629	36.0024
a=3,b=3,n=5	52.6067	35.785
a=4,b=4,n=3	39.1353	31.5478
a=4,b=4,n=4	36.9482	30.2174
a=4,b=4,n=5	38.2419	30.5624
a=5,b=5,n=3	30.4782	27.4344
a=5,b=5,n=4	31.2375	27.7635
a=5,b=5,n=5	32.0763	27.4455

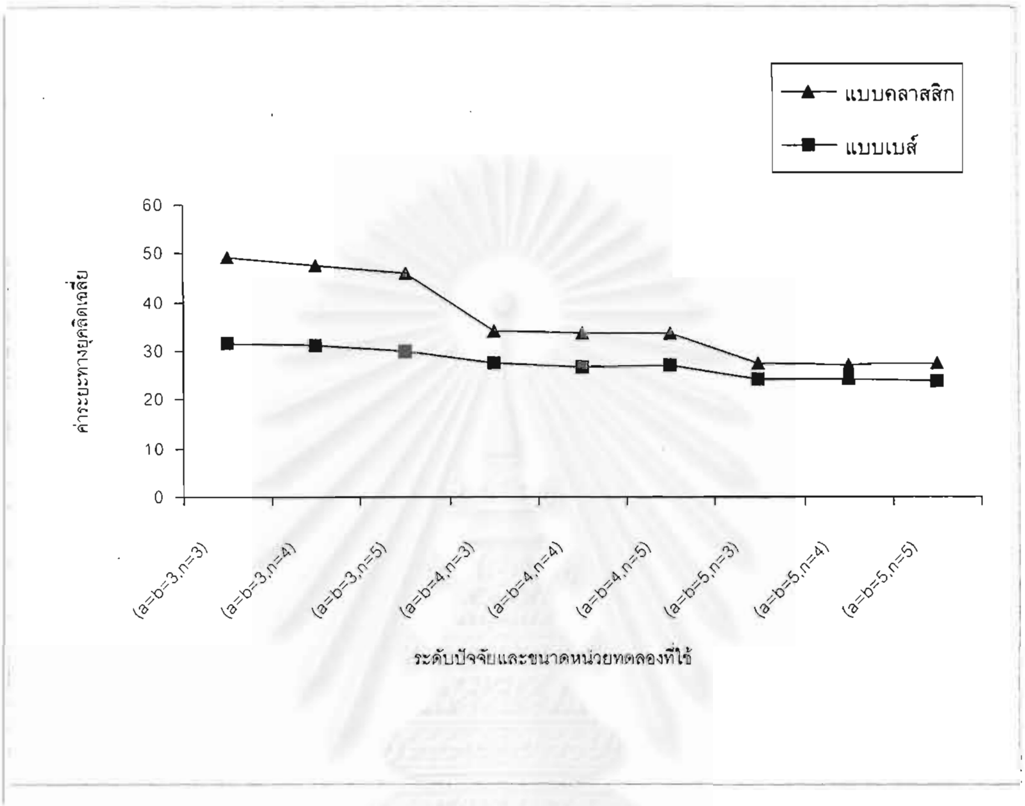
รูปที่ 4.55 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยกับระดับปัจจัยและขนาดหน่วยทดลองที่ใช้ ที่ค่าสัมประสิทธิ์การแปรผัน 5% และ k=1



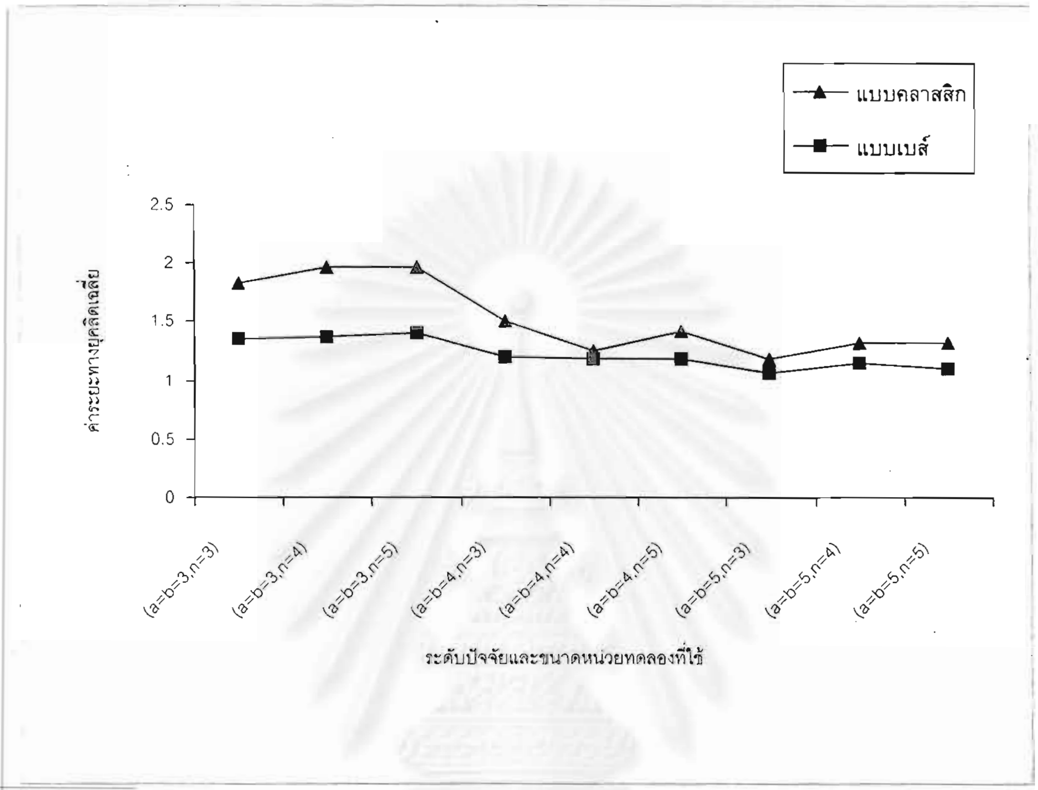
รูปที่ 4.56 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยกับระดับปัจจัยและขนาดหน่วยทดลองที่ใช้ ที่ค่าสัมประสิทธิ์การแปรผัน 15% และ k=1



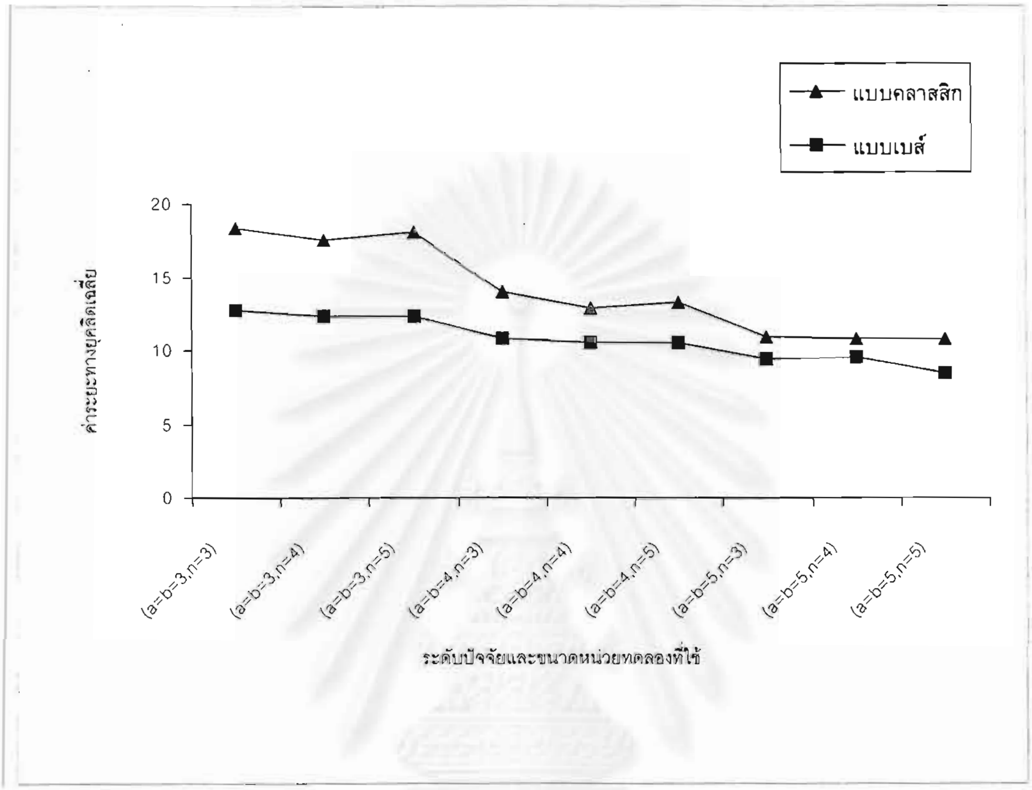
รูปที่ 4.57 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยกับระดับปัจจัยและขนาดหน่วยทดลองที่ใช้ ที่ค่าสัมประสิทธิ์การแปรผัน 25% และ k=1



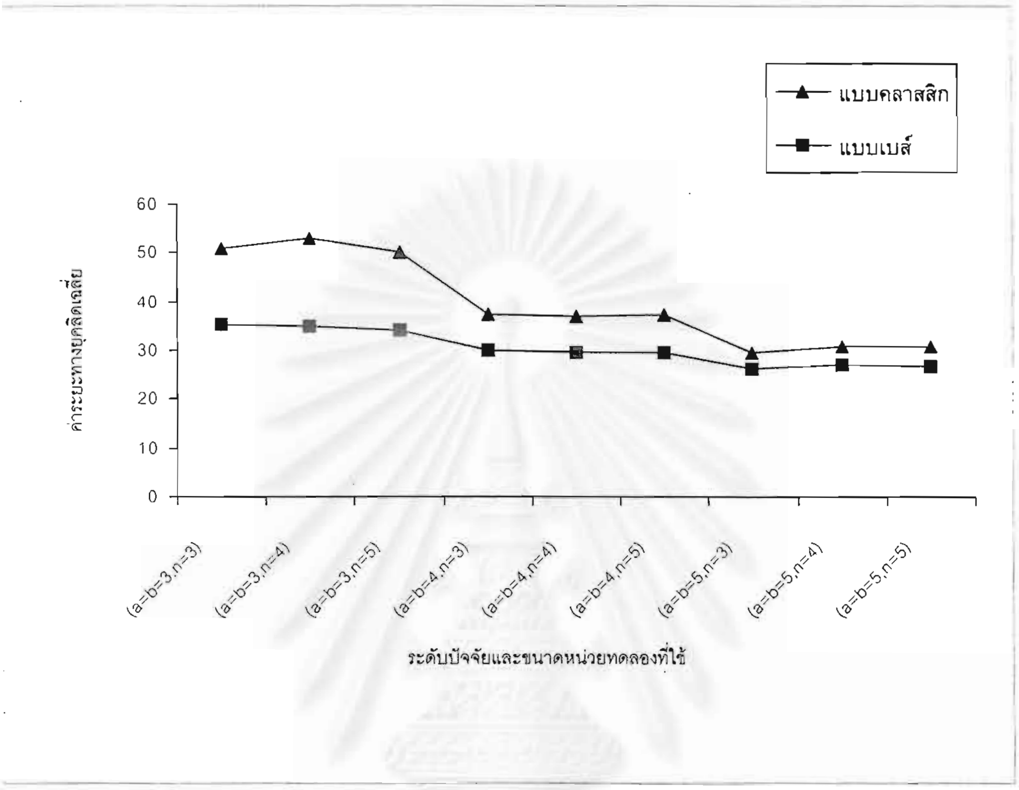
รูปที่ 4.58 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยกับระดับปัจจัยและขนาดหน่วยทดลองที่ใช้ ที่ค่าสัมประสิทธิ์การแปรผัน 5% และ k=2



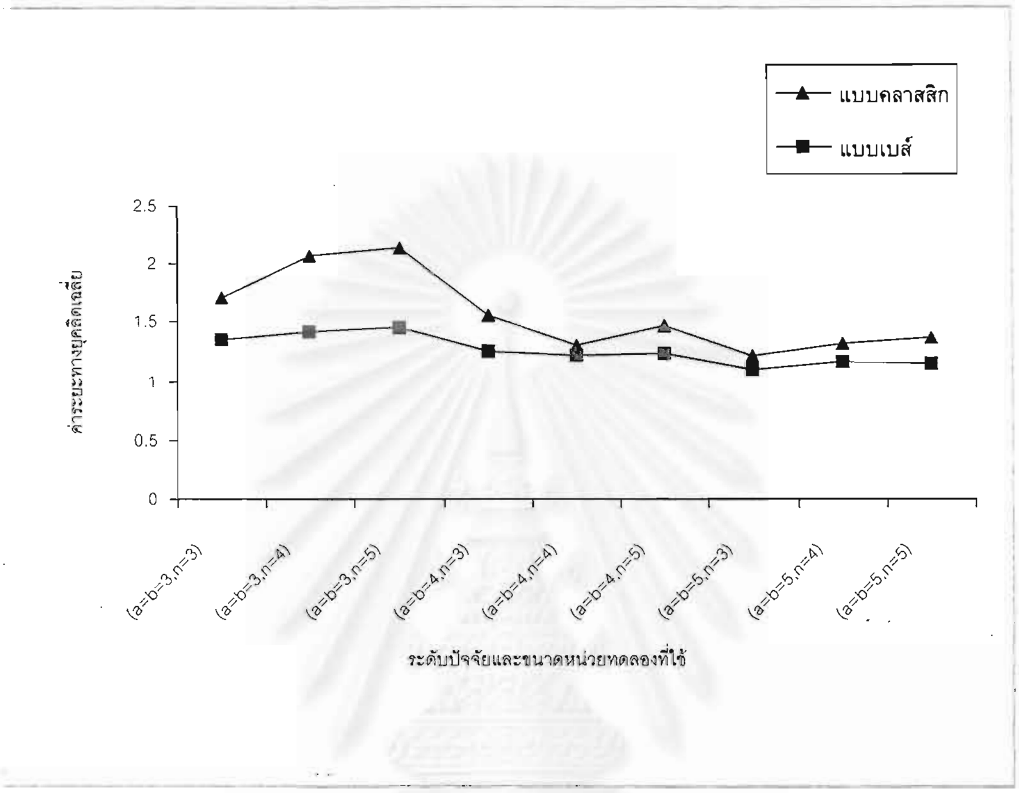
รูปที่ 4.59 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยกับระดับปัจจัยและขนาดหน่วยทดลองที่ใช้ ที่ค่าสัมประสิทธิ์การแปรผัน 15% และ k=2



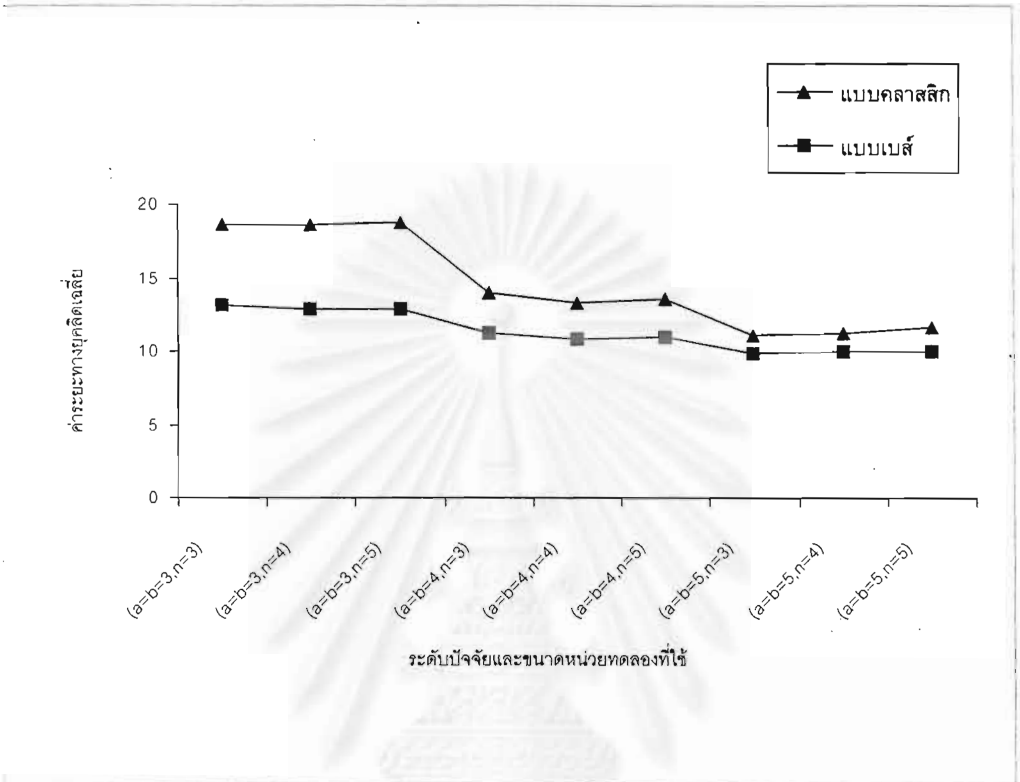
รูปที่ 4.60 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยกับระดับปัจจัยและขนาดหน่วยทดลองที่ใช้ ที่ค่าสัมประสิทธิ์การแปรผัน 25% และ k=2



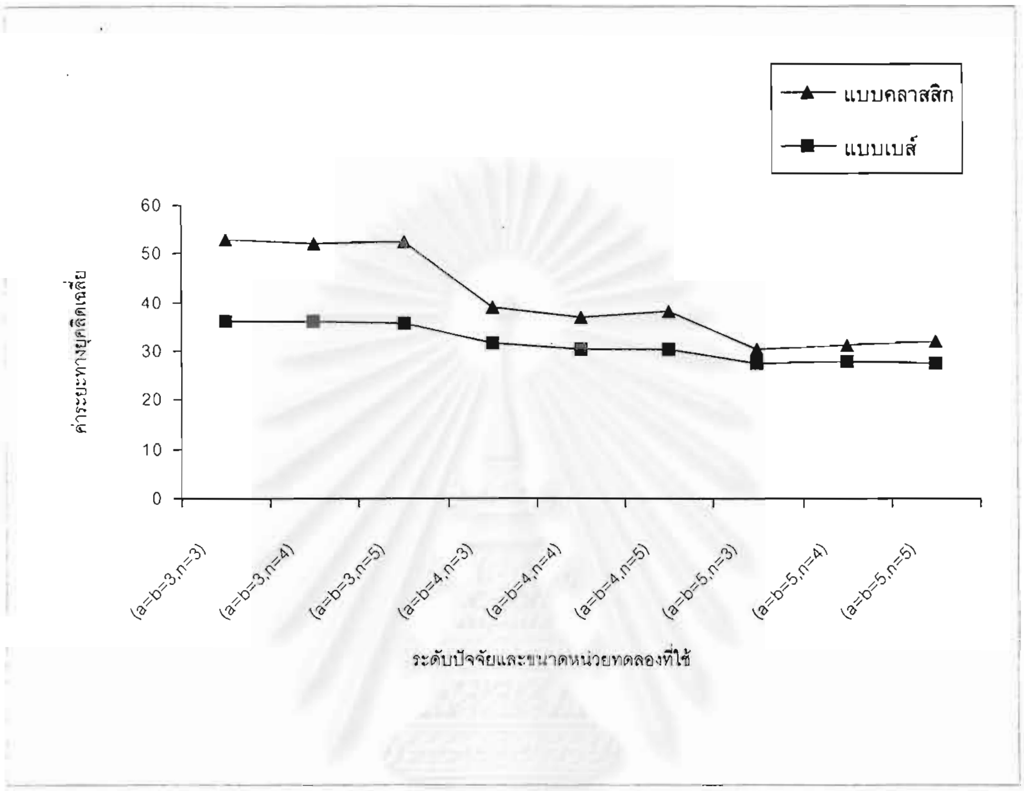
รูปที่ 4.61 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยกับระดับปัจจัยและขนาดหน่วยทดลองที่ใช้ ที่ค่าสัมประสิทธิ์การแปรผัน 5% และ k=3



รูปที่ 4.62 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยกับระดับปัจจัยและขนาดหน่วยทดลองที่ใช้ ที่ค่าสัมประสิทธิ์การแปรผัน 15% และ k=3

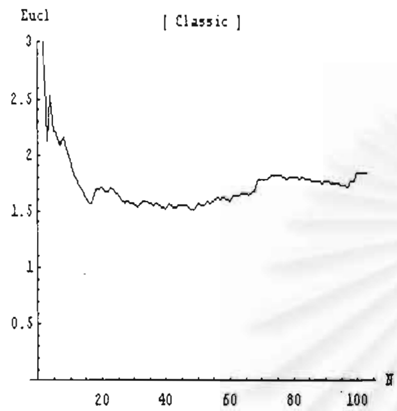


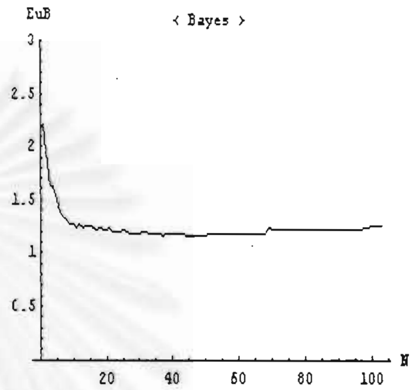
รูปที่ 4.63 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยกับระดับปัจจัยและขนาดหน่วยทดลองที่ใช้ ที่ค่าสัมประสิทธิ์การแปรผัน 25% และ k=3



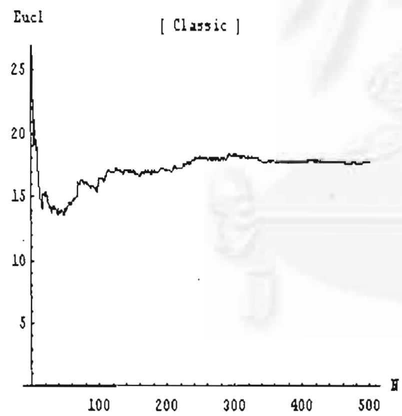
รูปที่ 4.64 แสดงการลู่เข้าสู่ค่าคงที่ของค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ย
เมื่อ ระดับปัจจัยและขนาดหน่วยทดลองที่ใช้ คือ a=3,b=3,n=3 และ k=1

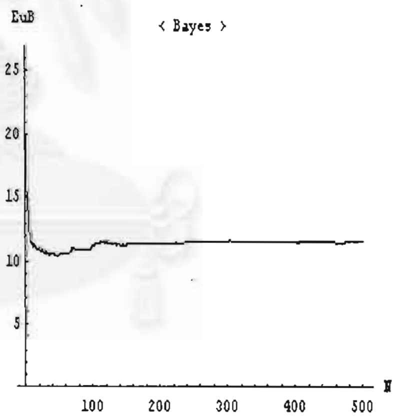
1. ที่สัมประสิทธิ์การแปรผัน (CV%) เท่ากับ 5%



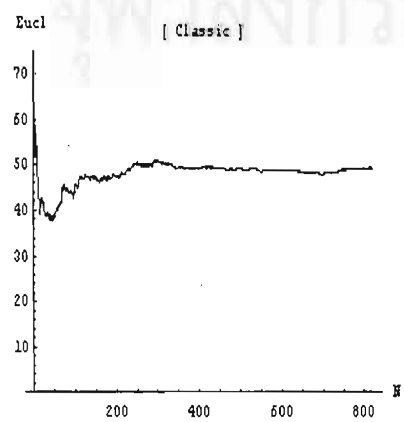


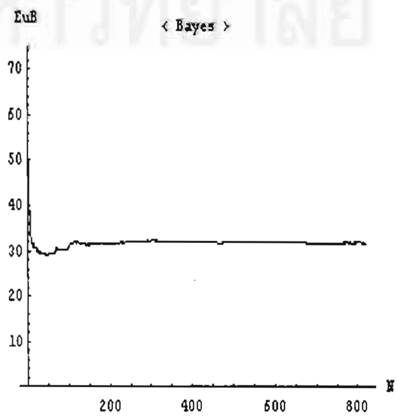
2. ที่สัมประสิทธิ์การแปรผัน (CV%) เท่ากับ 15%





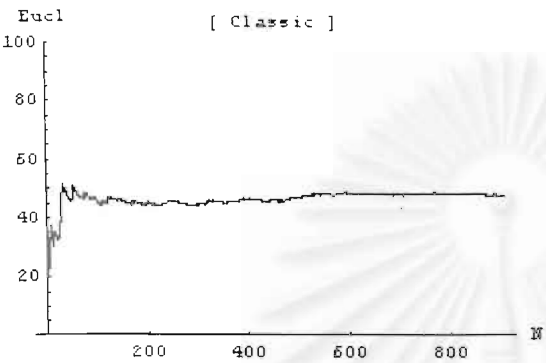
3. ที่สัมประสิทธิ์การแปรผัน (CV%) เท่ากับ 25%

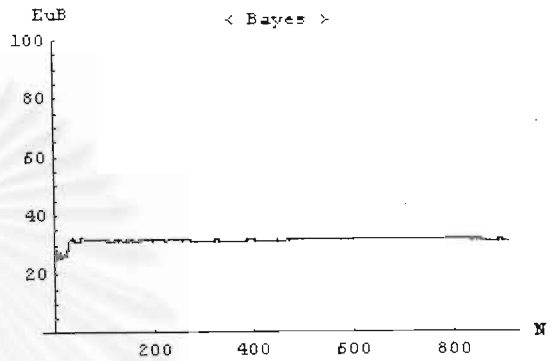




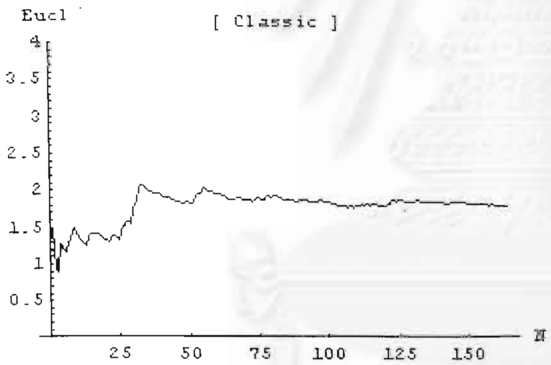
รูปที่ 4.65 แสดงการลู่เข้าสู่ค่าคงที่ของค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ย
เมื่อ ระดับปัจจัยและขนาดหน่วยทดลองที่ใช้ คือ a=3,b=3,n=4 และ k=1

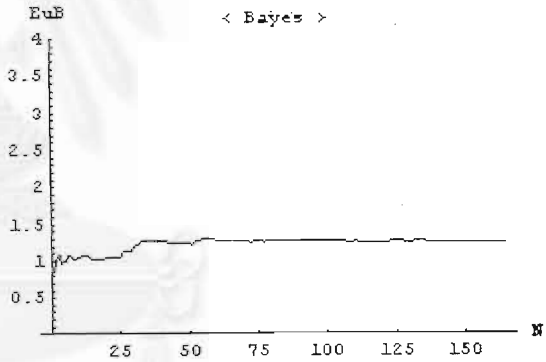
1. ที่สัมประสิทธิ์การแปรผัน (CV%) เท่ากับ 5%



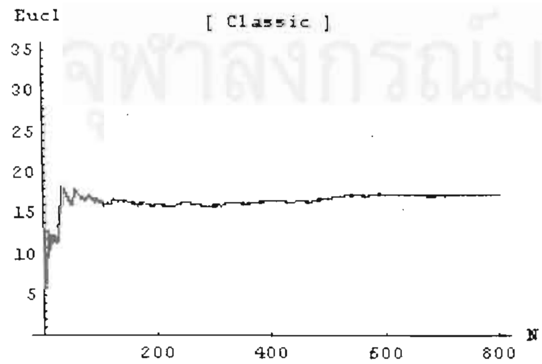


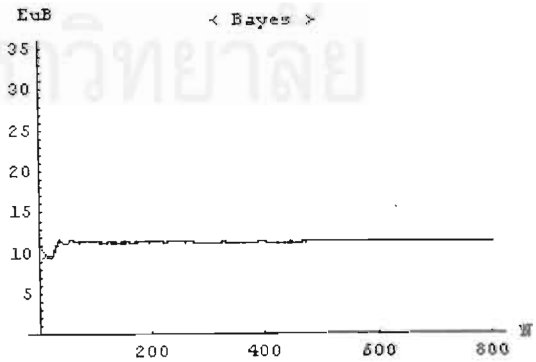
2. ที่สัมประสิทธิ์การแปรผัน (CV%) เท่ากับ15%





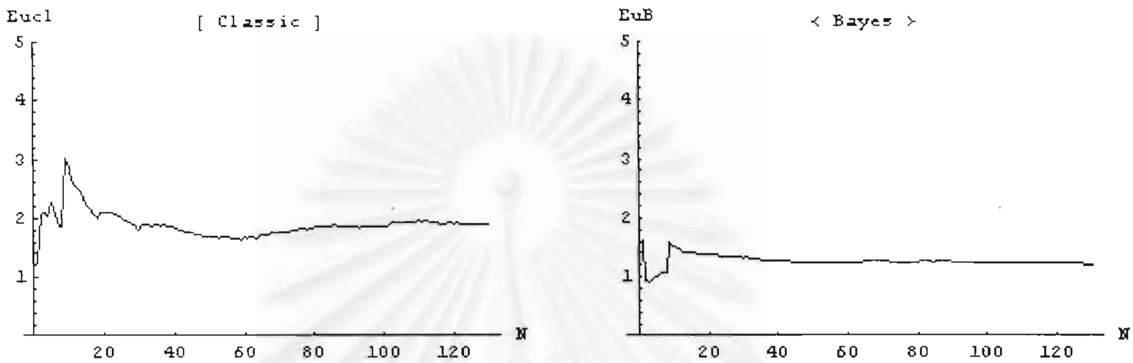
3. ที่สัมประสิทธิ์การแปรผัน (CV%) เท่ากับ 25%



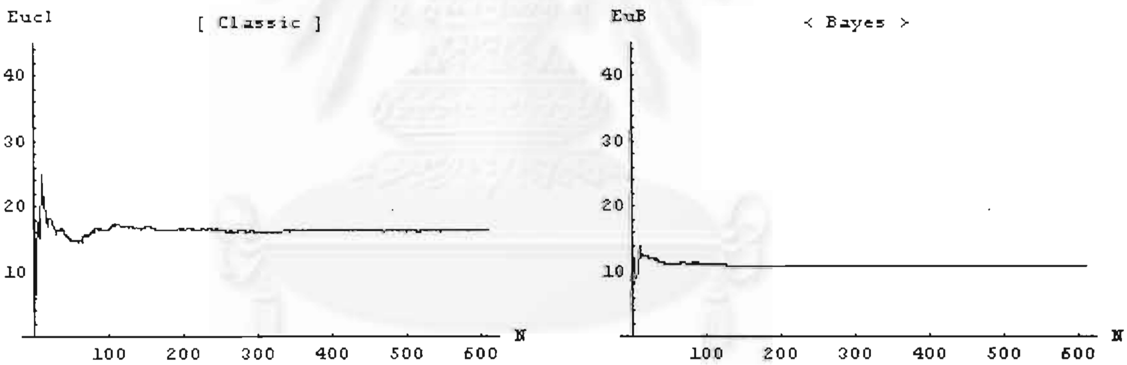


รูปที่ 4.66 แสดงการลู่เข้าสู่ค่าคงที่ของค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ย
เมื่อ ระดับปัจจัยและขนาดหน่วยทดลองที่ใช้ คือ a=3,b=3,n=5 และ k=1

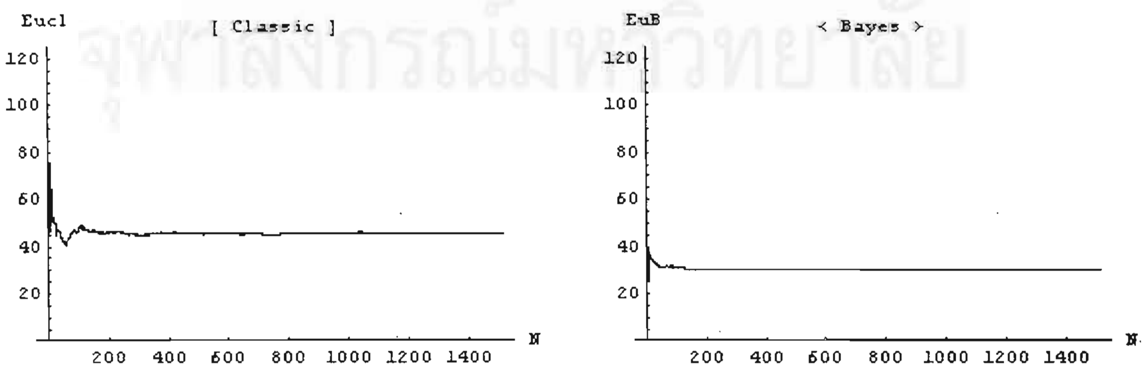
1. ที่สัมประสิทธิ์การแปรผัน (CV%) เท่ากับ 5%



2. ที่สัมประสิทธิ์การแปรผัน (CV%) เท่ากับ 15%

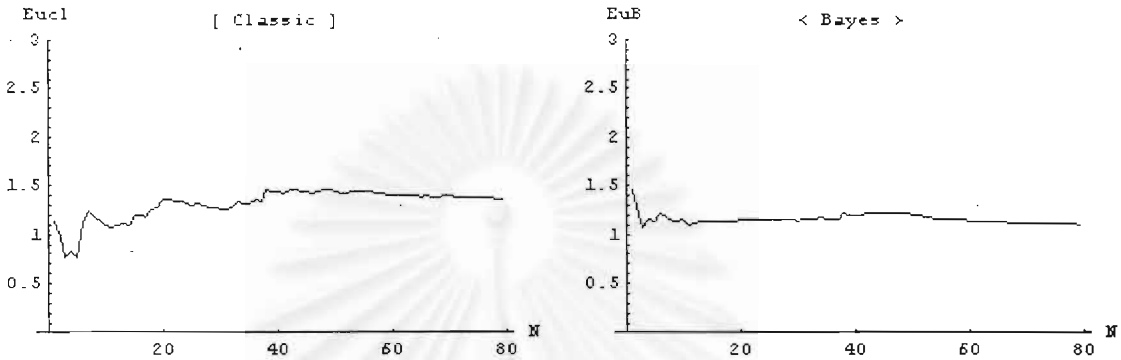


3. ที่สัมประสิทธิ์การแปรผัน (CV%) เท่ากับ 25%

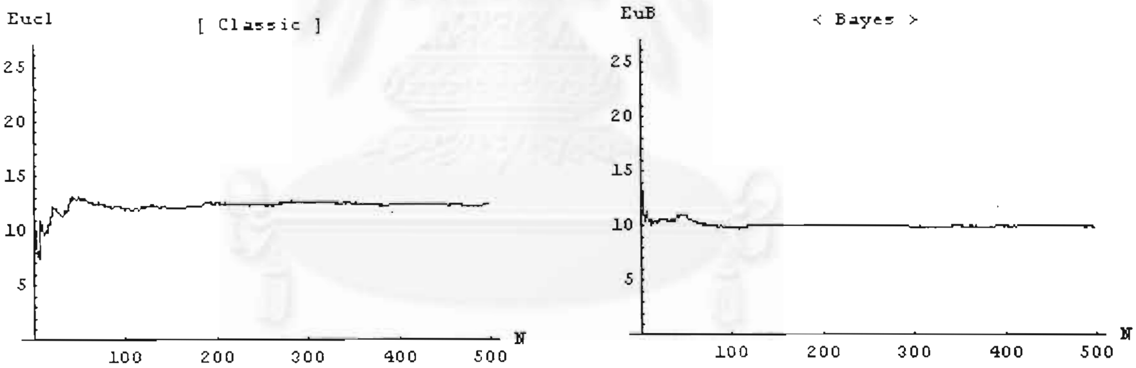


รูปที่ 4.67 แสดงการลู่เข้าสู่ค่าคงที่ของค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ย
เมื่อระดับปัจจัยและขนาดหน่วยทดลองที่ใช้ คือ a=4,b=4,n=3 และ k=1

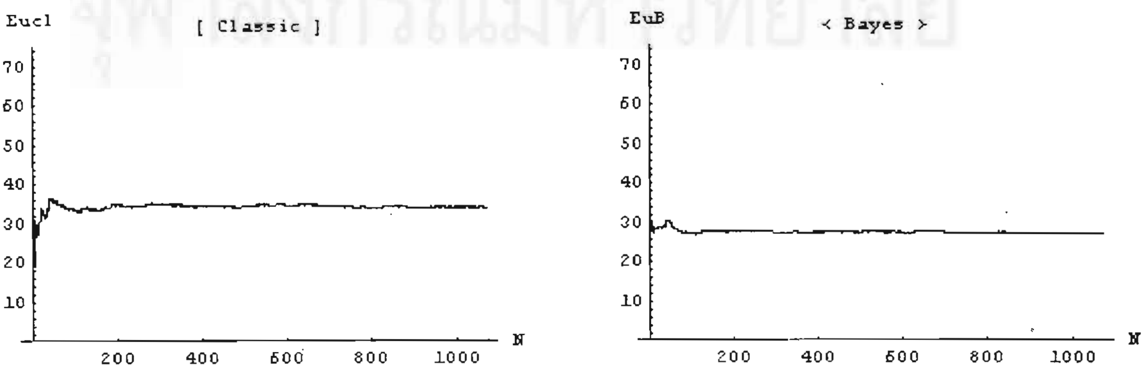
1. ที่สัมประสิทธิ์การแปรผัน (CV%) เท่ากับ 5%



2. ที่สัมประสิทธิ์การแปรผัน (CV%) เท่ากับ 15%

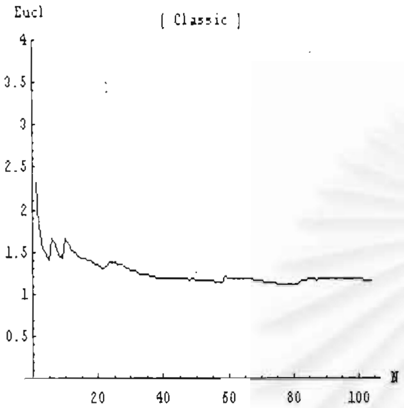


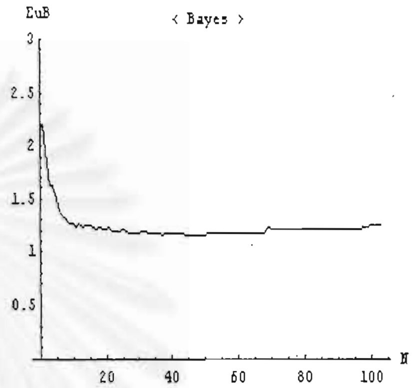
3. ที่สัมประสิทธิ์การแปรผัน (CV%) เท่ากับ 25%



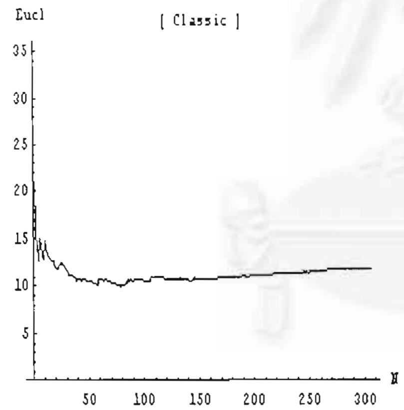
รูปที่ 4.68 แสดงการลู่เข้าสู่ค่าคงที่ของค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ย
เมื่อ ระดับปัจจัยและขนาดหน่วยทดลองที่ใช้ คือ a=4,b=4,n=4 และ k=1

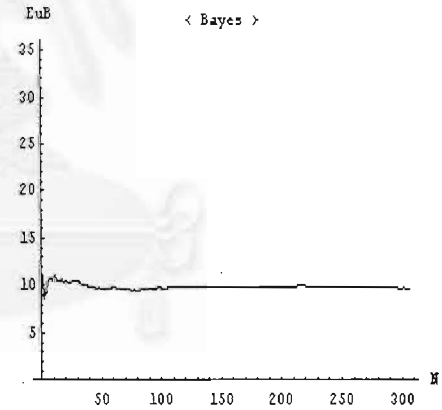
1. ที่สัมประสิทธิ์การแปรผัน (CV%) เท่ากับ 5%



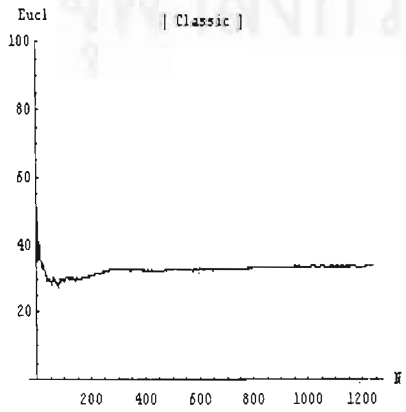


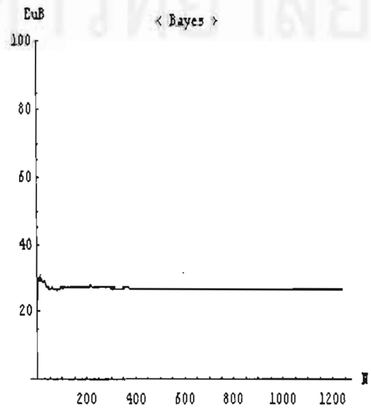
2. ที่สัมประสิทธิ์การแปรผัน (CV%) เท่ากับ 15%





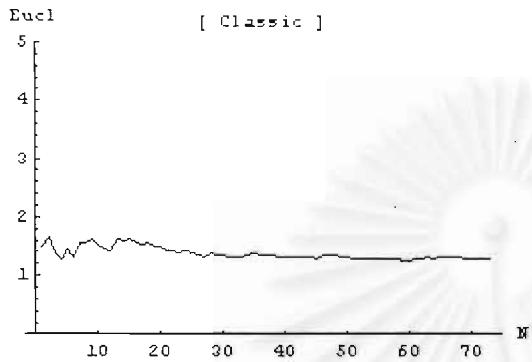
3. ที่สัมประสิทธิ์การแปรผัน (CV%) เท่ากับ 25%

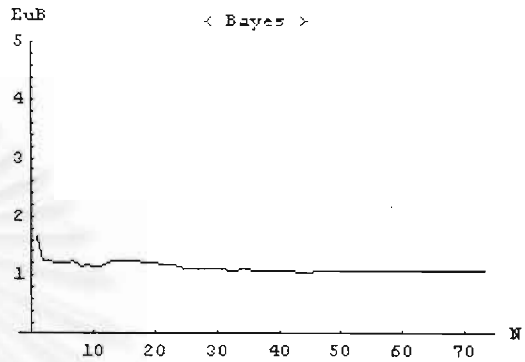




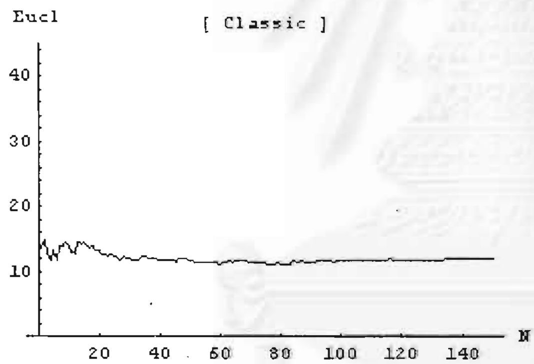
รูปที่ 4.69 แสดงการลู่เข้าสู่ค่าคงที่ของค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ย
เมื่อ ระดับปัจจัยและขนาดหน่วยทดลองที่ใช้ คือ a=4,b=4,n=5 และ k=1

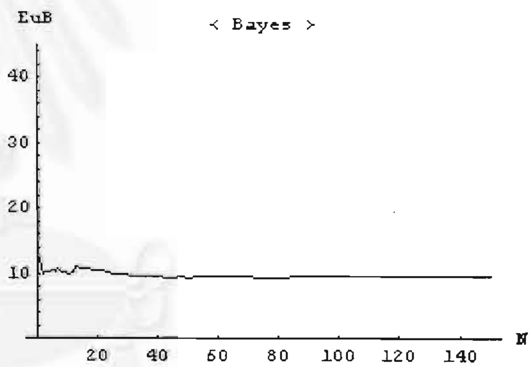
1. ที่สัมประสิทธิ์การแปรผัน (CV%) เท่ากับ 5%



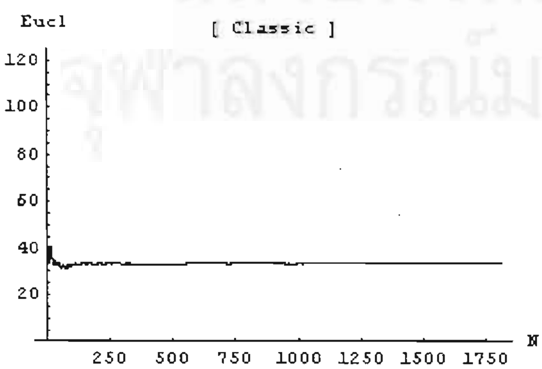


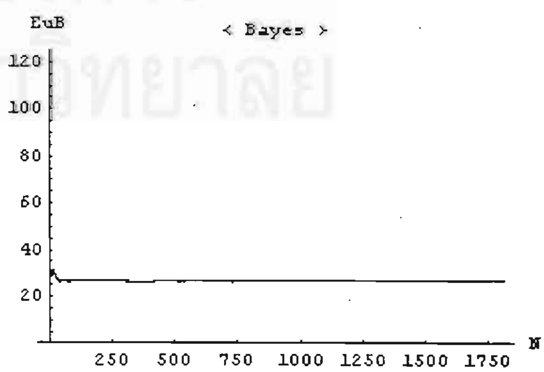
2. ที่สัมประสิทธิ์การแปรผัน (CV%) เท่ากับ15%





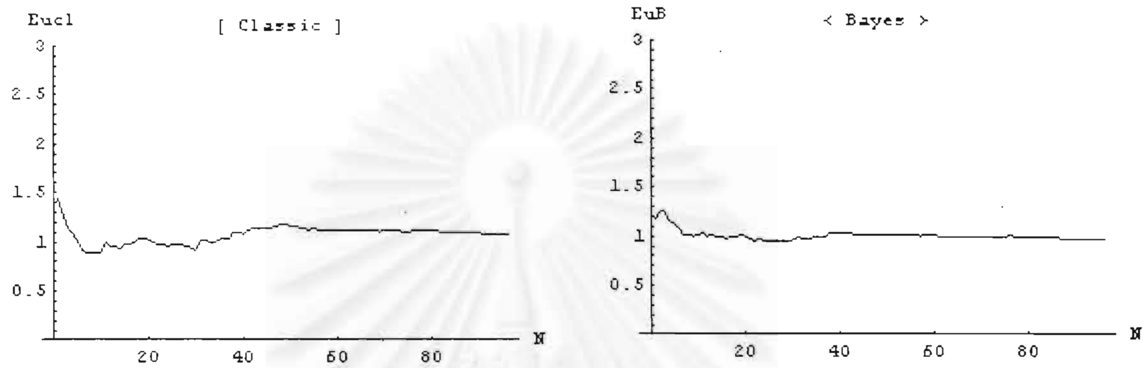
3. ที่สัมประสิทธิ์การแปรผัน (CV%) เท่ากับ 25%



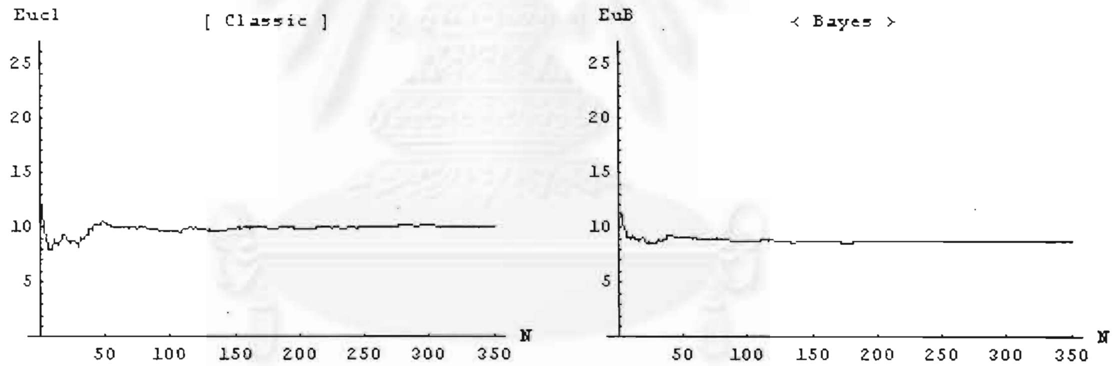


รูปที่ 4.70 แสดงการลู่เข้าสู่ค่าคงที่ของค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ย
เมื่อ ระดับปัจจัยและขนาดหน่วยทดลองที่ใช้ คือ a=5,b=5,n=3 และ k=1

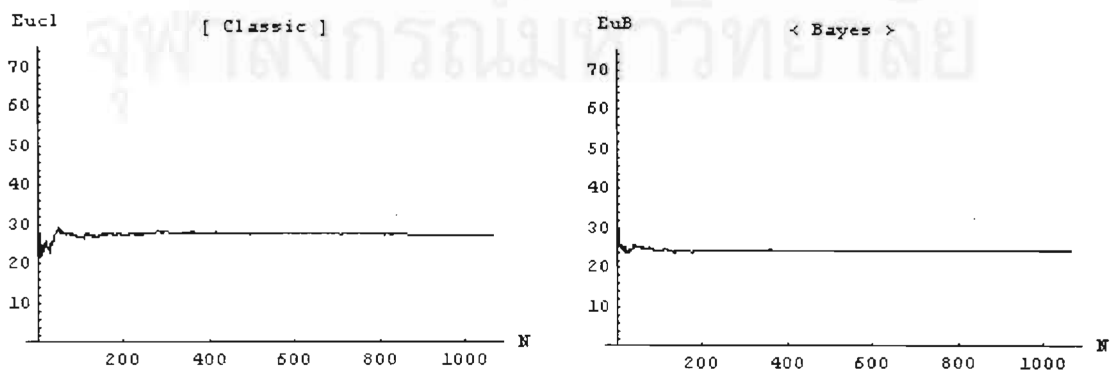
1. ที่สัมประสิทธิ์การแปรผัน (CV%) เท่ากับ 5%



2. ที่สัมประสิทธิ์การแปรผัน (CV%) เท่ากับ15%

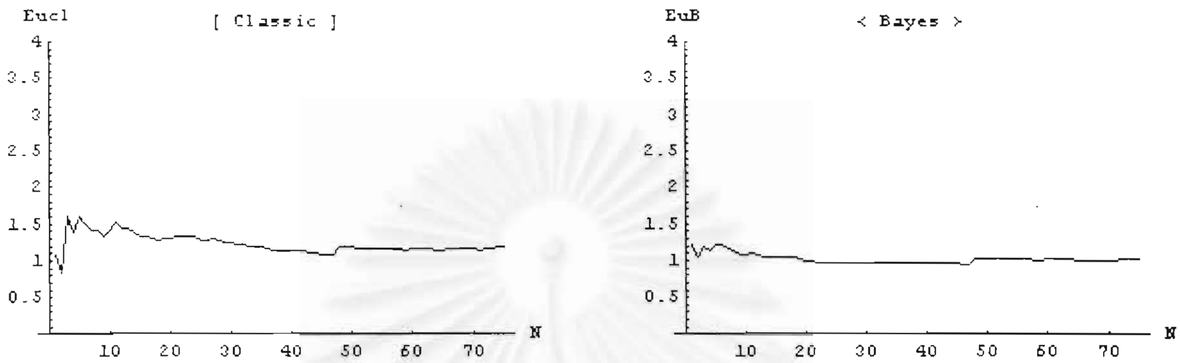


3. ที่สัมประสิทธิ์การแปรผัน (CV%) เท่ากับ 25%

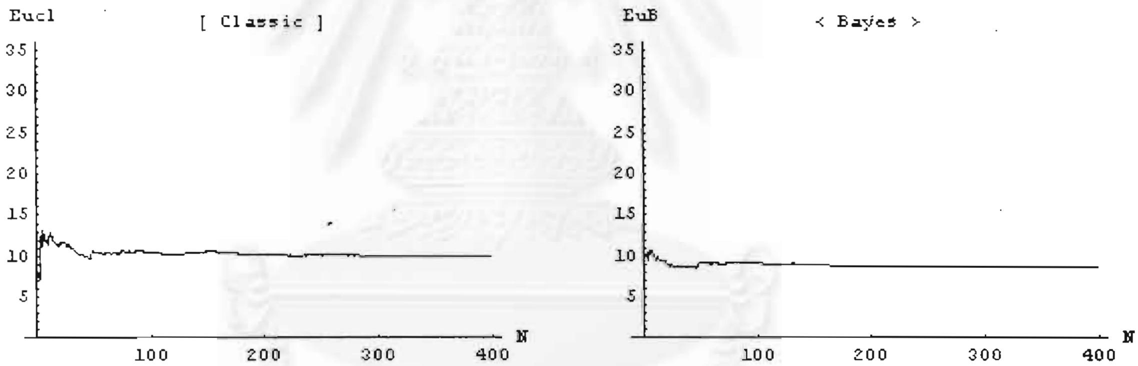


รูปที่ 4.71 แสดงการลู่เข้าสู่ค่าคงที่ของค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ย
เมื่อ ระดับปัจจัยและขนาดหน่วยทดลองที่ใช้ คือ a=5,b=5,n=4 และ k=1

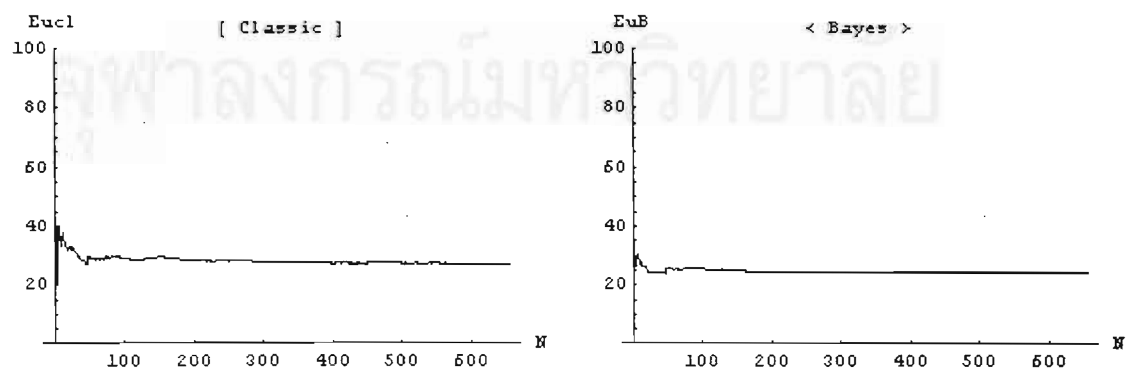
1. ที่สัมประสิทธิ์การแปรผัน (CV%) เท่ากับ 5%



2. ที่สัมประสิทธิ์การแปรผัน (CV%) เท่ากับ 15%

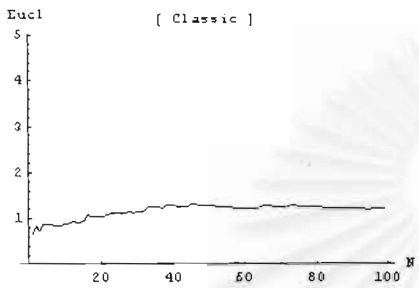


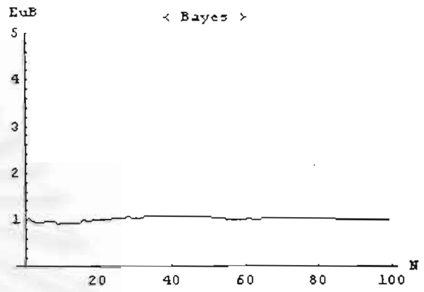
3. ที่สัมประสิทธิ์การแปรผัน (CV%) เท่ากับ 25%



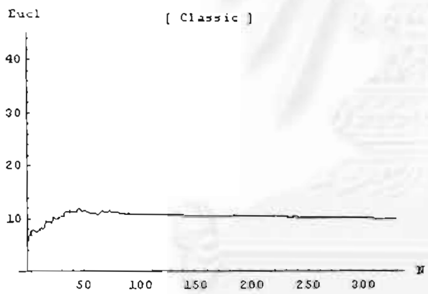
รูปที่ 4.72 แสดงการลู่เข้าสู่ค่าคงที่ของระยะทางยุคลิด
เมื่อระดับปัจจัยและขนาดหน่วยทดลองที่ใช้ คือ a=5,b=5,n=5 และ k=1

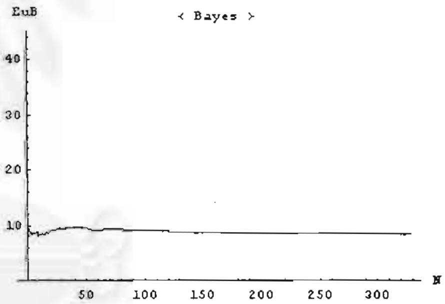
1. ที่สัมประสิทธิ์การแปรผัน (CV%) เท่ากับ 5%



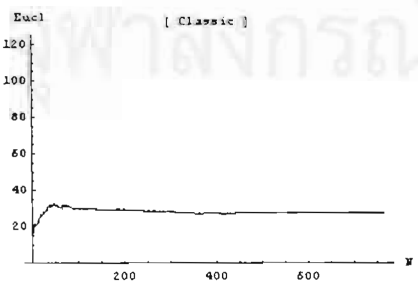


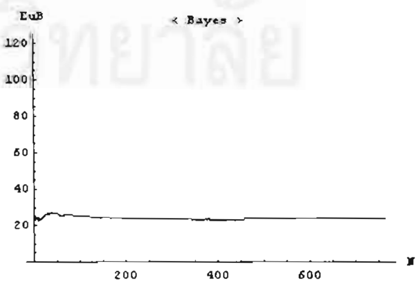
2. ที่สัมประสิทธิ์การแปรผัน (CV%) เท่ากับ 15 %





3. ที่สัมประสิทธิ์การแปรผัน (CV%) เท่ากับ 25 %





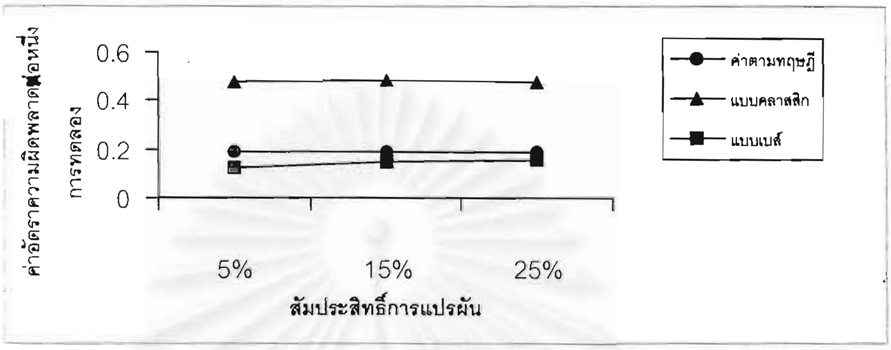
4.2 ผลจากการเปรียบเทียบค่าอัตราความผิดพลาดต่อหนึ่งการทดลองของวิธีการประมาณทั้ง 2 วิธี

วิธีการประมาณค่าองค์ประกอบความแปรปรวนแบบช่วงด้วยวิธีแบบเบส์ให้ค่าอัตราความผิดพลาดต่อหนึ่งการทดลองใกล้เคียงกับค่าความน่าจะเป็นของการเกิดความผิดพลาดประเภทที่ 1 ($\alpha = 0.05$) ซึ่งเท่ากับ 0.18459 มากกว่าวิธีแบบคลาสสิก ในทุกสถานการณ์ของการทดลองที่ศึกษา

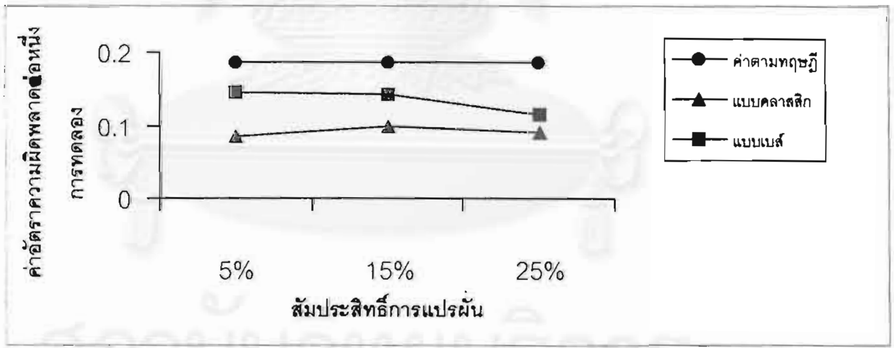
ตารางที่ 4.19 แสดงการเปรียบเทียบค่าอัตราความผิดพลาดต่อหนึ่งการทดลองจากวิธีการประมาณทั้ง 2 วิธี ที่ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 95% (α =0.05)

ระดับปัจจัย และขนาดหน่วยทดลองที่ใช้	ค่าสัมประสิทธิ์การแปรผัน CV(%)	จำนวนการทดลองทั้งหมด	อัตราความผิดพลาดต่อหนึ่งการทดลองจากแบบคลาสสิก	อัตราความผิดพลาดต่อหนึ่งการทดลองจากแบบเบส์
a=3,b=3,n=3	5	103	0.4757	0.1262
	15	502	0.4880	0.1454
	25	821	0.4738	0.1535
a=4,b=4,n=4	5	83	0.0843	0.1445
	15	420	0.1000	0.1428
	25	648	0.0895	0.1142
a=5,b=5,n=5	5	99	0.1414	0.2121
	15	328	0.0915	0.1616
	25	767	0.0834	0.1473

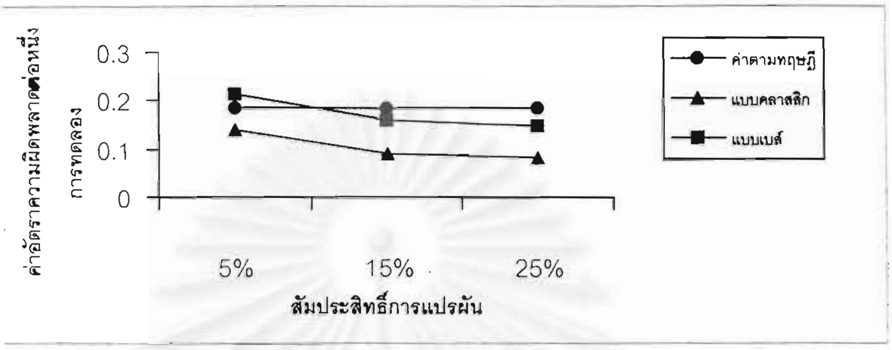
รูปที่ 4.73 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างอัตราความผิดพลาดต่อหนึ่งการทดลอง กับ ค่าสัมประสิทธิ์การแปรผัน เมื่อระดับปัจจัยและขนาดตัวอย่างที่ใช้ คือ a=3,b=3,n=3 และสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 95%



รูปที่ 4.74 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างอัตราความผิดพลาดต่อหนึ่งการทดลอง กับ ค่าสัมประสิทธิ์การแปรผัน เมื่อระดับปัจจัยและขนาดตัวอย่างที่ใช้ คือ a=4,b=4,n=4 และสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 95%



รูปที่ 4.75 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างอัตราความผิดพลาดต่อหนึ่งการทดลอง กับ ค่าสัมประสิทธิ์การแปรผัน เมื่อระดับปัจจัยและขนาดตัวอย่างที่ใช้ คือ a=5,b=5,n=5 และสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 95%



บทที่ 5

สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

ในการวิจัยครั้งนี้ต้องการศึกษาและเปรียบเทียบการประมาณค่าองค์ประกอบความแปรปรวน สำหรับตัวแบบข้ามกลุ่ม 2 ปัจจัยสุ่ม 2 วิธี คือ 1) วิธีแบบคลาสสิก (Classical Estimation) 2) วิธีแบบเบส์ (Bayesian Estimation) การเปรียบเทียบกระทำภายใต้สถานการณ์ของระดับต่าง ๆ ของปัจจัย 2 ปัจจัย สมมติ ปัจจัยทดลอง A มีอยู่ a ระดับ ปัจจัยทดลอง B มีอยู่ b ระดับและขนาดหน่วยทดลอง n โดยที่สถานการณ์ต่าง ๆ เป็นดังนี้ 1) a เท่ากับ 3 b เท่ากับ 3 และ n เท่ากับ 3,4,5 2) a เท่ากับ 4 , b เท่ากับ 4 และ n เท่ากับ 3,4,5 3) a เท่ากับ 5 b เท่ากับ 5 และ n เท่ากับ 3,4,5 โดยการจำลองสถานการณ์จะกระทำเมื่อ สัมประสิทธิ์การแปรผัน (CV%) คือ 5%,15%และ 25% กำหนดค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 95% ข้อมูลที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ได้จากการจำลองด้วยเทคนิคมอนติคาร์โล และทำการทดลองซ้ำ ๆ กันจนกว่าค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยจากวิธีการประมาณทั้ง 2 แบบลู่เข้าสู่ค่าคงที่ ด้วยโปรแกรม Mathematica 4.0 และหลักเกณฑ์ที่นำมาใช้ในการเปรียบเทียบทั้ง 2 วิธี สำหรับการประมาณค่าแบบจุดใช้ค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยเป็นเกณฑ์ในการเปรียบเทียบ ส่วนการประมาณค่าแบบช่วงใช้ค่าอัตราความผิดพลาดต่อหนึ่งการทดลองเป็นเกณฑ์ในการเปรียบเทียบ

5.1 สรุปผลการวิจัย

5.1.1 การประมาณค่าองค์ประกอบความแปรปรวนแบบจุด ด้วยวิธีแบบเบส์ จะให้ค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ย ต่ำกว่า วิธีแบบคลาสสิก ในทุกสถานการณ์ของการทดลองที่ได้ศึกษา นั่นคือ

5.1.1.1 ที่ระดับปัจจัยและหน่วยทดลองที่ใช้หนึ่ง ๆ เมื่อค่าคงที่ k เพิ่มขึ้น จะให้ค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยที่มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น สำหรับทั้ง 2 วิธี แต่วิธีแบบเบส์ให้ค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ย ต่ำกว่า วิธีแบบคลาสสิก

5.1.1.2 ที่ระดับปัจจัยและหน่วยทดลองที่ใช้หนึ่ง ๆ เมื่อสัมประสิทธิ์การแปรผันเพิ่มขึ้น จะให้ค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยเพิ่มขึ้นด้วย สำหรับทั้ง 2 วิธี แต่วิธีแบบเบส์ให้ค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยต่ำกว่า วิธีแบบคลาสสิก

5.1.1.3 ที่ระดับสัมประสิทธิ์การแปรผัน และ ค่าคงที่ k หนึ่ง ๆ เมื่อระดับปัจจัยมีขนาดเพิ่มขึ้น จะให้ค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยลดลง สำหรับทั้ง 2 วิธี แต่วิธีแบบเบส์ให้ค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ย ต่ำกว่า วิธีแบบคลาสสิก

5.1.1.4 ที่ระดับสัมประสิทธิ์การแปรผัน และ ค่าคงที่ k หนึ่ง ๆ เมื่อระดับปัจจัยคงที่แต่ขนาดหน่วยทดลองที่ใช้เพิ่มขึ้นจะให้ค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยที่มีแนวโน้มลดลง สำหรับทั้ง 2 วิธี แต่วิธีแบบเบส์ให้ค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ย ต่ำกว่า วิธีแบบคลาสสิก

5.1.2 การประมาณค่าองค์ประกอบความแปรปรวนแบบช่วงด้วยวิธีแบบเบส์ ให้ค่าอัตราความผิดพลาดต่อหนึ่งการทดลองใกล้เคียงกับค่าความน่าจะเป็นของการเกิดความผิดพลาดประเภทที่ 1 (α=0.05) มากกว่าวิธีการประมาณแบบคลาสสิก ในทุกสถานการณ์ของการทดลองที่ศึกษา

นั่นคือ การประมาณค่าองค์ประกอบความแปรปรวนที่ได้ด้วยวิธีแบบเบส์โดยส่วนใหญ่มีค่าใกล้เคียงพารามิเตอร์มากกว่า การประมาณค่าองค์ประกอบความแปรปรวนโดยรวมด้วยวิธีแบบคลาสสิก

5.2 ข้อเสนอแนะ

จากผลการวิจัยจะเสนอแนะเป็น 2 ด้านคือ

ด้านการนำไปใช้

5.2.1.1 การประมาณค่าองค์ประกอบความแปรปรวนด้วยวิธีแบบเบส์ ในงานวิจัยครั้งนี้ได้กำหนดไว้ว่า ไม่ทราบลักษณะการแจกแจงเบื้องแรก นั่นคือ ไม่ทราบว่าพารามิเตอร์ควรมีค่าแท้จริงเท่าใด ดังนั้นการแจกแจงเบื้องแรกใช้การแจกแจงสม่ำเสมอในช่วงของค่าพารามิเตอร์ที่เป็นไปได้ แต่ละค่าของพารามิเตอร์มีโอกาสเกิดขึ้นเท่า ๆ กัน การกำหนดการแจกแจงเบื้องแรกแบบนี้เหมาะสำหรับงานวิจัยทางด้านวิทยาศาสตร์ ซึ่งต้องการสรุปผลต่าง ๆ จากการทดลอง นอกจากนี้ควรศึกษาเปรียบเทียบเพิ่มเติม ในกรณีที่การแจกแจงเบื้องแรกเป็น การแจกแจงของเจฟฟรีส์ หรือการแจกแจงอื่นๆ

5.2.1.2 การประมาณค่าองค์ประกอบความแปรปรวนสำหรับตัวแบบข้ามกลุ่ม 2 ปัจจัยเชิงสุ่มซึ่งมี 4 พารามิเตอร์ คือ ความแปรปรวนของปัจจัยแรก ความแปรปรวนของปัจจัยสอง

ความแปรปรวนของผลกระทบร่วมของปัจจัยทั้งสอง และ ความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน ด้วยวิธีการประมาณแบบเบส์ จะทำให้ทราบลักษณะขององค์ประกอบความแปรปรวนได้จาก ฟังก์ชันประมาณการแจกแจงภายหลังขององค์ประกอบความแปรปรวนนั้น ซึ่งการวิจัยครั้งนี้ได้ ศึกษาไว้ (หน้า 21-23)

5.2.1.2 ในการวิจัยครั้งนี้ ได้กำหนดให้ พารามิเตอร์ของประชากรที่มีการแจกแจงปกติมี ค่าเฉลี่ย (μ) เท่ากับ 40 หากกำหนดให้ค่าเฉลี่ย (μ) เป็นค่าอื่น ๆ ผลสรุปจากการวิจัยยังคง เหมือนเดิม

5.2.2 ด้านการศึกษาวิจัย

5.2.2.1 ในการศึกษาครั้งนี้ ได้ศึกษาและเปรียบเทียบการประมาณค่าองค์ประกอบความ แปรปรวนสำหรับตัวแบบข้ามกลุ่ม 2 ปัจจัยเชิงสุ่ม ระดับปัจจัยทดลอง A (a) เท่ากับ ระดับปัจจัย ทดลอง B (b) นั่นคือ 1) a=b=3 2) a=b=4 3) a=b=5 และการจำลองสถานการณ์จะกระทำเมื่อ สัมประสิทธิ์การแปรผัน (CV%) คือ 5%,15%และ 25% กำหนดค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 95% ซึ่งในการศึกษาครั้งต่อไป อาจศึกษาเมื่อ ระดับปัจจัยทดลอง A (a) ไม่เท่ากับระดับปัจจัยทดลอง B (b) เช่น a=3 และ b=4 ที่สัมประสิทธิ์การแปรผัน เป็น 10%,20%,30%และ 50% และค่า สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 90% 95% และ 99%

5.2.2.2 ในการวิจัยครั้งนี้กำหนดให้ $\sigma_\alpha^2 = \sigma_\beta^2 = \sigma_{\alpha\beta}^2 = k\sigma_\varepsilon^2$ โดยที่ k เป็นค่าจำนวนเต็ม คงที่ เท่ากับ 1,2, และ 3 ในการศึกษาครั้งต่อไปอาจจะทำการศึกษาโดย
$\sigma_\alpha^2 = k_1\sigma_\varepsilon^2, \sigma_\beta^2 = k_2\sigma_\varepsilon^2, \sigma_{\alpha\beta}^2 = k_3\sigma_\varepsilon^2$ โดยที่ $k_1 \neq k_2 \neq k_3$ และ $k_1 > 0, k_2 > 0, k_3 > 0$

รายการอ้างอิง

ภาษาไทย

ธีระพร วีระถาวร . การอนุมานเชิงสถิติขั้นกลาง:โครงสร้างและความหมาย .พิมพ์ครั้งที่ 2 . กรุงเทพมหานคร:โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย , 2536.

มัลลิกา บุนนาค. สถิติเพื่อการตัดสินใจ . พิมพ์ครั้งที่ 3 . กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย , 2539.

สุชาดา กีระนันทน์ . การอนุมานเชิงสถิติ:ทฤษฎีขั้นต้น . พิมพ์ครั้งที่ 4 .กรุงเทพมหานคร:โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย , 2537.

สุพล ดุรงค์วัฒนา . การวางแผนการทดลองขั้นสูง . เอกสารประกอบการสอนวิชาการวางแผนการทดลองขั้นสูง ภาควิชาสถิติ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย 2540.

ภาษาอังกฤษ

Box,G.E.P ,and Tiao.G.C. Bayesian Inference in Statistical Analysis. Massachusetts : Addison-Wesley Publishing Company,1973.

Cochran,W.G.,and Cox,G.M. Experimental Design. New York : John Wiley & Sons, 1976.

Graybill,F.A.,An Introduction to Linear Statistical Model 1 vol., New York : McGraw – Hill, 1961.

Lindley,D.V., Introduction to Probability and Statistics from a Bayesian Viewpoint Part2 Inference. Cambridge:Cambridge University Press,1970.

Montgomery , C.D. Design and Analysis of Experiments. 4 nd ed.Canada : John Wiley & Sons,1997.

Norman L. Johnson and Samule Kotz . Continous Univariate Distribution.1-2 Vols. Cannada : John Wiley & Sons,1970.

Sattertwait, F.E. An Approximate Distribution of Estimates of Variance Components. Biometrics Bull.2 (1946) : 110 – 112.

Shayle R. Searle,George Casella and Charlese Mcculloch .Variance Component. Cannada : John Wiley & Sons,1992.

Stephen K. Mathematica as a tool. Boston : Birk hauser ,1994.

Stephen Wolfram. Mathematica a System for doing Mathematica by Computer.2 nd ed. California : Addison-Wesley Publishing Company,1991.

William R .Dillon and Matthew Goldstein .Multivariate Analysis Method and Applications. Cannada : John Wiley & Sons,1984.

ภาคผนวก

(* โปรแกรมการคำนวณหาค่าประมาณแบบจุดทั้งวิธีคลาสสิกและวิธีเบส์ *)

(* ขั้นตอนในการกำหนดค่า Imax ,Imin , a, b, n, cv, k, u *)

```
Imax =1500;
Imin=0;
a =3;
b =3;
n =3;
k1 =1;
u = 40;
cv = 0.25;
va=a-1;
vb=b-1;
vi=(a-1)*(b-1);
ve=a*b*(n-1);
Array[f1,{a,b}];
Array[f2,{a,b,n}];
Array[f,{a,b,n}];
Vr[u_,k1_,cv_] := (cv*u)^2/(3*k1+1);
var = N[Vr[u,k1,cv],5];
q1=k1*var;
q2=k1*var;
q3=k1*var;
q4=var;
v = q1+q2+q3+q4;
Print[u,"\t",var,"\t",v];
```

(* ขั้นตอนในการสร้างข้อมูล *)

```
(*SeedRandom[65479];*)
kkix = 0;
Nor[u_,var_ ] := If[kkix?1, kkix=0;
                        g1=Random[];
                        g2=Random[];
```

```
                              ztwo = Sqrt[-2*Log[g1]]*Sin[2*Pi*g2];
                              gn = ztwo*Sqrt[var]+u;
                             , kkix = 1;
                               zone= Sqrt[-2*Log[g1]]*Cos[2*Pi*g2];
                               gn=zone*Sqrt[var]+u;
                    ];

(* การเก็บข้อมูลลงไฟล์เพื่อเช็คข้อมูลว่ามีการแจกแจงเป็นไปตามข้อกำหนด *)
file1 = OpenWrite["Cross.dat"]; (* ไฟล์ข้อมูลทั้งหมด *)
Array[ h1, a];
Array[ h2, b];
Array[ h3, a*b];
Array[ h4, a*b*n];
Do[
   Do[ Nor[ 0,q1 ]; h1[i] = gn , {i,a}];
   Do[ Nor[ 0,q2 ];  h2[i] = gn, {i,b}];
   Do[ Nor[ 0,q3 ];  h3[i] = gn, {i,a*b}];
   Do[ Nor[ 0,q4 ];  h4[i] = gn, {i,a*b*n}];
    tot1 =0;
    tot2 = 0;
    For[i=1, i<a+1,i++,For[j=1, j<b+1,j++,tot1=tot1+1; f1[i,j]=h3[tot1] ]];
    For[i=1, i<a+1,i++,For[j=1, j<b+1,j++, For[k=1, k<n+1,k++,tot2=tot2+1; f2[i,j,k]=h4[tot2] ]]];
    Do[ Do[ Do[  f[i,j,k]=N[ u+h1[i]+h2[j]+f1[i,j]+f2[i,j,k] ,6 ];
                    temp = ToString[ f[i,j,k] ];
                    WriteString[ file1, StringJoin[temp,"\t"] ]
    ,{k,n}],{j,b}],{ i, a}];
     WriteString[ file1, "\n"]
,{ z, lmax }];
Close[ file1];

(* การเปิดไฟล์ข้อมูล *)
file1 = OpenRead["Cross.dat"];
rdata = ReadList[ file1,  { {{Real,Real,Real},{Real,Real,Real},{Real,Real,Real}},
                            {{Real,Real,Real},{Real,Real,Real},{Real,Real,Real}},
```

```
                    {{Real,Real,Real},{Real,Real,Real},{Real,Real,Real}}}];   (* a=b=n=3 *)
    (* {{{Real,Real,Real,Real}, Real,Real,Real,Real},{Real,Real,Real,Real},{Real,Real,Real,Real}},
       {{Real,Real,Real,Real}, {Real,Real,Real,Real},{Real,Real,Real,Real},{Real,Real,Real,Real}},
       {{Real,Real,Real,Real}, {Real,Real,Real,Real},{Real,Real,Real,Real},{Real,Real,Real,Real}},
       {{Real,Real,Real,Real}, {Real,Real,Real,Real},{Real,Real,Real,Real},{Real,Real,Real,Real}} }];*) (* a=b=n=4 *)
(* { {{Real,Real,Real,Real,Real}, {Real,Real,Real,Real},{Real,Real,Real,Real,Real},{Real,Real,Real,Real,Real},
{Real,Real,Real,Real,Real}},
{ {Real,Real,Real,Real,Real}, {Real,Real,Real,Real,Real},{Real,Real,Real,Real,Real},{Real,Real,Real,Real,Real},
{Real,Real,Real,Real,Real}},
{{Real,Real,Real,Real,Real}, {Real,Real,Real,Real,Real},{Real,Real,Real,Real,Real},{Real,Real,Real,Real,Real},
{Real,Real,Real,Real,Real}},
{{Real,Real,Real,Real,Real}, {Real,Real,Real,Real,Real},{Real,Real,Real,Real,Real},{Real,Real,Real,Real,Real},
{Real,Real,Real,Real,Real}},
{ {Real,Real,Real,Real,Real}, {Real,Real,Real,Real,Real},{Real,Real,Real,Real,Real},{Real,Real,Real,Real,Real},
{Real,Real,Real;Real,Real}} }];*)   (* a=b=n=5 *)

( * การเก็บข้อมูลลงไฟล์เพื่อนำไปใช้ในการประมาณค่าแบบช่วงทั้งวิธีคลาสสิกและเบส์ *)
file2 = OpenWrite["CrossCB.dat"]; (* ไฟล์ที่เก็บค่าประมาณแบบจุดที่มีค่าเป็นบวกทั้ง 2 วิธี *)
file3 = OpenWrite["Cross2.dat"]; (* ไฟล์ที่เก็บค่าไว้เพื่อนำไปใช้ประมาณค่าแบบช่วงคลาสสิก *)
file4 = OpenWrite["Cross3.dat"]; (* ไฟล์ที่เก็บค่าไว้เพื่อนำไปใช้ประมาณค่าแบบช่วงเบส์ *)
file5 = OpenWrite["Cross1.dat"]; (* ไฟล์ข้อมูลที่ทำให้ค่าประมาณเป็นบวก *)
dataEuCl = Table[{x,0}, {x,Imax}];
dataEuB  = Table[{x,0}, {x,Imax}];
EuCl = 0;
EuB  = 0;
chkEu = 0;
oldEuCl = 0;
oldEuB  = 0;

(* ขั้นตอนการคำนวณค่าประมาณแบบจุดของทั้ง 2 วิธี *)
Do[ y = rdata[[z]];
     ss = ((Sum[y[[i,j,k]], {i,1,a}, {j,1,b}, {k,1,n}])^2)/(a*b*n);
     se = Sum[(y[[i,j,k]])^2,{i,1,a},{j,1,b},{k,1,n}];
     sa= (Sum[(Sum[y[[i,j,k]],{j,1,b},{k,1,n}])^2,{i,1,a}])/(b*n);
     sb = (Sum[(Sum[y[[i,j,k]],{i,1,a},{k,1,n}])^2,{j,1,b}])/(a*n);
     si = (Sum[(Sum[y[[i,j,k]],{k,1,n}])^2,{j,1,b},{i,1,a}])/n;
```

```
ssa = sa-ss;
ssb = sb-ss;
ssi = si-ss-ssa-ssb;
sse = se-ss-ssa-ssb-ssi;
msa = ssa/(va);
msb = ssb/(vb);
msi = ssi/(vi);
mse = sse/(ve);
Cla = (msa-msi)/(b*n);
Clb = (msb-msi)/(a*n);
Cli = (msi-mse)/n;
Cle = mse;
x1 = ssi/(ssi+sse);
I1 = BetaRegularized[x1,(vi/2)+2,(ve/2)];
I2 = BetaRegularized[x1,(vi/2)+1,(ve/2)];
I3 = BetaRegularized[x1,(vi/2),(ve/2)];
c1 = ((((vi)/2)+1)*(I1/I2)) -(((vi)/2)*(I2/I3));
d1 = ((vi)/c1)*(I2/I3);
r1 = ssi/(c1*d1);
x2 = ssb/(ssb+ssi);
I4 = BetaRegularized[x2,(vb/2),(vi/2)+2];
I5 = BetaRegularized[x2,(vb/2),(vi/2)+1];
I6 = BetaRegularized[x2,(vb/2),(vi/2)];
c2 = (((vi/2)+1)*(I4/I5)) -((vi/2)*(I5/I6));
d2 = (vi/c2)*(I5/I6);
r2 = ssi/(c2*d2);
x3 = ssa/(ssa+(d2*r2));
I7 = BetaRegularized[x3,(va/2),(d2/2)+2];
I8= BetaRegularized[x3,(va/2),(d2/2)+1];
I9 = BetaRegularized[x3,(va/2),(d2/2)];
c3 = (((d2/2)+1)*(I7/I8)) -((d2/2)*(I8/I9));
d3 = (d2/c3)*(I8/I9);
r3 = (r2*d2)/(c3*d3);
```

```
x4 = (r3*d3)/((r3*d3)+sse);
I10 = BetaRegularized[x4,(d3/2),(ve/2)+2];
I11=  BetaRegularized[x4,(d3/2),(ve/2)+1];
I12 = BetaRegularized[x4,(d3/2),(ve/2)];
c4 = (((ve/2)+1)*(I10/I11)) -((ve/2)*(I11/I12));
d4  = (ve/c4)*(I11/I12);
r4 = (sse)/(c4*d4);
Ba = (1/(2*(va/2+1))-(r1/ssa))/((b*n)/ssa);
Bb = (1/(2*(vb/2+1))-(r1/ssb))/((a*n)/ssb);
Bi = (1/(2*(d3/2+1))-(mse/(d3*r3)))/(n/(d3*r3));
Be = (d4*r4)/(d4+2);

If[ (CIa >= 0 && CIb >=0 && CIi >=0 && CIe >= 0 && Ba >= 0 && Bb >= 0 && Bi>=0&& Be >=
0 && chkEu==0),
Imin = Imin + 1;
ECI  =  Sqrt[ (CIa-q1)^2+ (CIb-q2)^2 + (CIi-q3)^2 + (CIe-q4)^2 ];
EB   =  Sqrt[ (Ba-q1)^2+ (Bb-q2)^2 + (Bi-q3)^2 + (Be-q4)^2 ];
EuCI = EuCI + ECI;
EuB  = EuB + EB;

If[ (Imin >= 50) ,
If[ (Abs[ (EuCI / Imin) - oldEuCI ] <= 0.001) && (Abs[ (EuB / Imin) - oldEuB] <= 0.001) , chkEu =
1 ]];
 Print[Imin,"\t",EuCI / Imin,"\t" ,EuB / Imin,"\t",Abs[ (EuCI / Imin) - oldEuCI ],"\t",Abs[ (EuB / Imin) -
 oldEuB ] ];
     dataEuCI[[ Imin,2 ]] = EuCI / Imin;
     dataEuB[[ Imin,2 ]]  = EuB / Imin;
     oldEuCI = EuCI / Imin;
     oldEuB  = EuB / Imin;

WriteString[ file2, StringJoin[ ToString[CIa],"\t", ToString[CIb],"\t", ToString[CIi],"\t", ToString[CIe], "\t",
                                   ToString[Ba],"\t", ToString[Bb],"\t", ToString[Bi],"\t", ToString[Be], "\n" ]];
WriteString[ file3, StringJoin[ToString[sse], "\t",ToString[msa],"\t", ToString[msb],"\t", ToString[msi],"\t",
                                   ToString[mse],"\t", ToString[CIa],"\t",ToString[CIb],"\t", ToString[CIi], "\n" ]];
```

```
WriteString[ file4, StringJoin[ToString[r1],"\t", ToString[r3],"\t", ToString[r4],"\t", ToString[d3],"\t",
                              ToString[d4] ,"\t",ToString[ssa],"\t", ToString[ssb],"\t",ToString[mse],"\n" ]];
        Do[ Do[Do[  WriteString[ file5, StringJoin[ ToString[ y[[i,j,k]] ], "\t"] ], {k,n}],{j,b}],{ i, a}];
         WriteString[ file5, "\n"];
       ]
,{ z, Imax }];
Print[Imin];
EC =EuCl / Imin;
EB = EuB / Imin;
Diff = EC - EB ;
Print[EC,"\t" ,EB,"\t",Diff];

(*  กราฟแสดงระยะทางยูคลีเดียนลู่เข้าสู่ค่าคงที่ *)
data1 = Table[{x,0}, {x,Imin}];
data2 = Table[{x,0}, {x,Imin}];
Do[  data1[[ i,2 ]]  = dataEuCl[[ i,2 ]];
       data2[[ i,2 ]]  = dataEuB[[ i,2 ]];
 ,{i,Imin}];
ListPlot[ data1, PlotJoined -> True, PlotRange -> {0,n*k1*var}, PlotLabel -> " [ Classic ] ", AxesLabel -
> { "N","Eucl"}];
ListPlot[ data2, PlotJoined -> True, PlotRange -> {0,n*k1*var}, PlotLabel -> " < Bayes > ", AxesLabel -
> {"N","EuB" }];
Close[ file1 ];
Close[ file2 ];
Close[ file3 ];
Close[ file4 ];
Close[ file5 ];

(*  โปรแกรมการคำนวณหาค่าประมาณแบบช่วงวิธีคลาสสิก  *)
a = 3;
b = 3;
n = 3;
u = 40;
k = 1;
```

```
cv = 0.25;
up = 0.005;
lo = 0.995;
va=a-1;
vb=b-1;
vi=(a-1)*(b-1);
ve=a*b*(n-1);
Vr[u_,k1_,cv_] :=  (cv*u)^2/(3*k1+1);
var = N[Vr[u,k1,cv],5];
q1=k1*var;
q2=k1*var;
q3=k1*var;
q4=var;
Chi[r_,Alp_] := FindRoot[Integrate[(w^(r/2-1)*E^(-w/2))/(Gamma[r/2]*2^(r/2)),
                                        {w,0,q}]==Alp,{q,0.0001,2000}];

( * การเปิดไฟล์ข้อมูลที่เก็บค่าไว้มาใช้ในการหาค่าประมาณแบบช่วงคลาสสิก *)
file1 = OpenRead["Cross2.dat"];
rdata = ReadList[ file1,  { Real,Real,Real,Real,Real,Real,Real,Real }];
Imax = 354;
chkluC =0;
file2 = OpenWrite["CrossluC.dat"];
Do[ y = rdata[[z]];
      sse = y[[1]];
      msa = y[[2]];
      msb = y[[3]];
      msi = y[[4]];
      mse = y[[5]];
      Cla = y[[6]];
      Clb = y[[7]];
      Cli = y[[8]];
ra=((msa-msi)^2)/((((msa)^2)/va)+(((msi)^2)/vi));
rb=((msb-msi)^2)/((((msb)^2)/vb)+(((msi)^2)/vi));
ri=((msi-mse)^2)/((((msi)^2)/vi)+(((mse)^2)/ve));
```

```
Cal = N[q /. Chi[ra,lo],6];
Cbl = N[q /. Chi[rb,lo],6];
Cil = N[q /. Chi[ri,lo],6];
Cel = N[q /. Chi[ve,lo],6];

Cau = N[q /. Chi[ra,up],6];
Cbu = N[q /. Chi[rb,up],6];
Ciu = N[q /. Chi[ri,up],6];
Ceu = N[q /. Chi[ve,up],6];

lCa = N[ (Cla*ra)/Cal ,6];
lCb = N[ (Clb*rb)/Cbl ,6];
lCi = N[ (Cli*ri)/Cil ,6];
lCe = N[ sse/Cel ,6];

uCa = N[ (Cla*ra)/Cau ,6];
uCb = N[ (Clb*rb)/Cbu ,6];
uCi = N[ (Cli*ri)/Ciu ,6];
uCe = N[ sse/Ceu ,6];

Sa0 = StringPosition[ ToString[lCa], {"+","i","I"}];
Sb0 = StringPosition[ ToString[lCb], {"+","i","I"}];
Si0 = StringPosition[ ToString[lCi], {"+","i","I"}];
Sa1 = StringPosition[ ToString[uCa], {"+","i","I"}];
Sb1 = StringPosition[ ToString[uCb], {"+","i","I"}];
Si1 = StringPosition[ ToString[uCi], {"+","i","I"}];

Print[z,"\t","[",lCa,",",uCa,"]", "\t","[",lCb,",",uCb,"]", "\t","[",lCi,",",uCi,"]", "\t","[",lCe,",",uCe,"]"];
      WriteString[ file2, StringJoin[ "[", ToString[lCa], "," , ToString[uCa], "]\t",
     "[", ToString[lCb], "," , ToString[uCb], "]\t", "[", ToString[lCi], "," , ToString[uCi], "]\t",
      "[", ToString[lCe], "," , ToString[uCe], "]\n" ]];
       If[ (q1 < lCa || q1 > uCa) || (q2 < lCb || q2 > uCb) ||
           (q3 < lCi || q3 > uCi)  || (q4 < lCe || q4 > uCe) ||
            Sa0 != {} || Sb0 != {}|| Si0 != {} || St1 != {} || Sb1 != {} || Si1 != {} ,
```

```
        chkluC = chkluC + 1;
      ];
      Print[" "]
,{z, Imax}];
Print[ chkluC ];
Print[N[ chkluC / Imax,6] ];
Close[file1];
Close[file2];

(*  โปรแกรมการคำนวณหาค่าประมาณแบบช่วงวิธีเบส์  *)
a = 3;
b = 3;
n = 3;
u = 40;
k1 = 1;
cv = 0.25;
al = 0.01;
alp = al/2;

va=a-1;
vb=b-1;
vi=(a-1)*(b-1);
ve=a*b*(n-1);
Vr[u_,k1_,cv_] :=  (cv*u)^2/(3*k1+1);
var = N[Vr[u,k1,cv],5];

q1=k1*var;
q2=k1*var;
q3=k1*var;
q4=var;

file1 = OpenRead["Cross3.dat"];
rdata = ReadList[ file1,  { Real,Real,Real,Real,Real,Real,Real,Real }];
Imin= 354;
```

```
chkLUB =0;

(*y = rdata[[1]]
Print[ y[[8]] ]
*)

file2 = OpenWrite["CrossluB.dat"];
Do[ y = rdata[[z]];

    r1 = y[[1]];
    r3 = y[[2]];
    r4 = y[[3]];

    d3 = y[[4]];
    d4 = y[[5]];

    ssa = y[[6]];
    ssb = y[[7]];
    mse = y[[8]];

fn12[v1_,s1_,r_,b_,n_] :=Integrate[( (b*n/s1)*((r+(b*n*z1))/s1)^(-1*(v1/2+1))*E^((-1/2)
                    *(s1/(r+(b*n*z1)))) ) / (Gamma[v1/2]*2^(v1/2)),{z1,0,Infinity}];

fn3[vt2_,mt2_,m4_,n_] := Integrate[((((z3*n)+m4)/(vt2*mt2))^(-(vt2/2+1))*E^-(1/(2*(((z3*n)+m4)
                    / (vt2*mt2))))) /(Gamma[vt2/2]*2^(vt2/2))*(n/(vt2*mt2)),{z3,0,Infinity}];

fn4[ve1_,me1_] :=Integrate[((z4/(ve1*me1))^(-(ve1/2+1))*E^-(1/(2*(z4/(ve1*me1)))))
                    /(Gamma[ve1/2]*2^(ve1/2))*(1/(ve1*me1)),{z4,0,Infinity}];

Al= N[fn12[va,ssa,r1,b,n] ,5];
Be= N[fn12[vb,ssb,r1,a,n] ,5];
Int= N[fn3[d3,r3,mse,n] ,5];
Er= N[fn4[d4,r4] ,5];
```

```
f12[v1_,
```

```
f3[vt2_,r
```

```
Uf4[ve1_,me1_,Alp4_,C1_] := FindRoot[Integrate[((z4/(ve1*me1))^(-(ve1/2+1))*E^-(1/(2*(z4/(ve1*me1)))))
                                         /(Gamma[ve1/2]*2^(ve1/2))*(1/(ve1*me1))/C1,{z4,u4,Infinity}]==Alp4,
                                         {u4,0.0001,2000}];

LBa = N[y1  /. Lf1[va,ssa,r1,b,n,alp,Al] ,5];
LBb = N[ y1  /. Lf1[vb,ssb,r1,a,n,alp,Be] ,5];
LBi = N[ y3  /. Lf3[d3,r3,mse,n,alp,Int] ,5];
LBe = N[ y4  /. Lf4[d4,r4,alp,Er] ,5];

UBa = N[u1  /. Uf1[va,ssa,r1,b,n,alp,Al] ,5];
UBb = N[ u1  /. Uf1[vb,ssb,r1,a,n,alp,Be] ,5];
UBi = N[ u3  /. Uf3[d3,r3,mse,n,alp,Int] ,5];
UBe = N[u4  /. Uf4[d4,r4,alp,Er] ,5];

  Print[z,"\t","[",LBa,",",UBa,"]", "\t","[",LBb,",",UBb,"]", "\t","[",LBi,",",UBi,"]", "\t","[",LBe,",",UBe,"]"];
       WriteString[ file2, StringJoin[ "[", ToString[LBa], "," , ToString[UBa], "]\t",
                                      "[", ToString[LBb], "," , ToString[UBb], "]\t",
                                      "[", ToString[LBi], "," , ToString[UBi], "]\t",
                                      "[", ToString[LBe], "," , ToString[UBe], "]\n" ]];

      If[ (q1 < LBa || q1 > UBa) || (q2 < LBb || q2 > UBb) ||
          (q3 < LBi || q3 > UBi)  || (q4 < LBe || q4 > UBe),
          chkLUB = chkLUB + 1;
      ];
      Print[" "]
,{z, Imin}];

Print[ chkLUB ];
Print[N[ chkLUB / Imin,4] ];
Close[file1];
Close[file2];

(* จบการทำงาน *)
```

ประวัติผู้เขียน

นางสาว อมตา เลิศนาคร เกิดวันที่ 15 กุมภาพันธ์ พ.ศ.2518 ที่อำเภอ เมือง จังหวัดนครศรีธรรมราช สำเร็จการศึกษาปริญญาตรีวิทยาศาสตรบัณฑิต วิชาเอกสถิติ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ภาคใต้ ในปีการศึกษา 2539 และเข้าศึกษาต่อในหลักสูตรสถิติศาสตรมหาบัณฑิตที่ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย เมื่อ พ.ศ.2540