

ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถาม  
ปลายเปิดที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดอย่างมี  
วิจารณญาณของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2



นางสาวพีชานิกา เพชรสังข์

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

CHULALONGKORN UNIVERSITY

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ปีการศึกษา 2556

ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทคัดย่อและแฟ้มข้อมูลฉบับเต็มของวิทยานิพนธ์ตั้งแต่ปีการศึกษา 2554 ที่ให้บริการในคลังปัญญาจุฬาฯ (CUIR)

เป็นแฟ้มข้อมูลของนิสิตเจ้าของวิทยานิพนธ์ ที่ส่งผ่านทางบัณฑิตวิทยาลัย

The abstract and full text of theses from the academic year 2011 in Chulalongkorn University Intellectual Repository (CUIR)  
are the thesis authors' files submitted through the University Graduate School.

EFFECTS OF ORGANIZING MATHEMATICS LEARNING ACTIVITIES USING 5E  
INSTRUCTIONAL MODEL AND OPEN-ENDED QUESTIONS ON MATHEMATICAL  
REASONING ABILITY AND CRITICAL THINKING ABILITY OF EIGHTH GRADE STUDENTS

Miss Peechanika Pechsung



จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

CHULALONGKORN UNIVERSITY

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements  
for the Degree of Master of Education Program in Mathematics Education

Department of Curriculum and Instruction

Faculty of Education

Chulalongkorn University

Academic Year 2013

Copyright of Chulalongkorn University

หัวข้อวิทยานิพนธ์

ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้  
รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิดที่มี  
ต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และ  
ความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียน  
มัธยมศึกษาปีที่ 2

โดย

นางสาวพีชานิกา เพชรสังข์

สาขาวิชา

การศึกษาคณิตศาสตร์

อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก

รองศาสตราจารย์ ดร. อัมพร ม้าคนอง

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้หัวข้อวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่ง  
ของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาโทบริหารศึกษาศาสตร์

.....คณบดีคณะครุศาสตร์

(รองศาสตราจารย์ ดร. ชนิตา รัชกุลเมือง)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

.....ประธานกรรมการ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. สมยศ ชิตมงคล)

.....อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก

(รองศาสตราจารย์ ดร. อัมพร ม้าคนอง)

.....กรรมการภายนอกมหาวิทยาลัย

(ดร. อรรถศาสตร์ นิมิตรพันธ์)

พีชานิก้า เพชรสังข์ : ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิดที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2. (EFFECTS OF ORGANIZING MATHEMATICS LEARNING ACTIVITIES USING 5E INSTRUCTIONAL MODEL AND OPEN-ENDED QUESTIONS ON MATHEMATICAL REASONING ABILITY AND CRITICAL THINKING ABILITY OF EIGHTH GRADE STUDENTS) อ.ที่ปริกษาวิทยานิพนธ์หลัก: รศ. ดร. อัมพร ม้าคอง, 218 หน้า.

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ

- 1) เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิดระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน
- 2) เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิดกับนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ
- 3) เปรียบเทียบความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิดระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน
- 4) เปรียบเทียบความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิดกับนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ
- 5) เพื่อศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิด

กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2556 โรงเรียนพุทธจักรวิทยา จำนวน 60 คน เป็นนักเรียนกลุ่มทดลอง 30 คนและกลุ่มควบคุม 30 คน โดยนักเรียนกลุ่มทดลองได้รับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิดและนักเรียนกลุ่มควบคุมได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือ แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และแบบวัดความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณ วิเคราะห์ข้อมูลโดยหาค่ามัชฌิมเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และทดสอบค่าที (t - test)

ผลการวิจัยพบว่า

- 1) นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิดมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
- 2) นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิดมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
- 3) นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิดมีความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
- 4) นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิดมีความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
- 5) ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนได้รับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิดมีพัฒนาการดีขึ้น

ภาควิชา หลักสูตรและการสอน

ลายมือชื่อนิสิต .....

สาขาวิชา การศึกษาคณิตศาสตร์

ลายมือชื่อ อ.ที่ปริกษาวิทยานิพนธ์หลัก .....

ปีการศึกษา 2556



# # 5583332927 : MAJOR MATHEMATICS EDUCATION

KEYWORDS: 5E INSTRUCTIONAL MODEL / OPEN - ENDED QUESTIONS / MATHEMATICAL REASONING ABILITY / CRITICAL THINKING ABILITY

PEECHANIKA PECHSUNG: EFFECTS OF ORGANIZING MATHEMATICS LEARNING ACTIVITIES USING 5E INSTRUCTIONAL MODEL AND OPEN-ENDED QUESTIONS ON MATHEMATICAL REASONING ABILITY AND CRITICAL THINKING ABILITY OF EIGHTH GRADE STUDENTS. ADVISOR: ASSOC. PROF. AUMPORN MAKANONG, Ph.D., 218 pp.

The purposes of this research were

- 1) to compare mathematical reasoning ability of students being taught by organizing mathematics learning activities by using 5E instructional model and open - ended questions between before and after learning.
- 2) to compare the mathematical reasoning ability of students being taught by organizing mathematics learning activities by using 5E instructional model and open - ended questions and those being taught by using a conventional approach.
- 3) to compare critical thinking ability of students being taught by organizing mathematics learning activities by using 5E instructional model and open - ended questions between before and after learning.
- 4) to compare critical thinking ability of students being taught by organizing mathematics learning activities by using 5E instructional model and open - ended questions and those being taught by using a conventional approach.
- 5) to study development of mathematical reasoning ability and critical thinking ability of students being taught by organizing mathematics learning activities by using 5E instructional model and open - ended questions.

The subjects were 60 eighth grade students in academic year 2013 of Buddhajak school. They were divided into two groups: an experimental group with 30 student and one control group with 30 student. Student in the experimental group were taught by organizing mathematics learning activities by using 5E instructional model and open - ended questions and those in the control group were taught by using a conventional approach. The research instrument were the mathematical reasoning ability test and the critical thinking ability test. The data were analyzed by using arihemetic mean, mean of percentage, and t - test.

The results of the study revealed that

- 1) mathematical reasoning ability of students being taught by organizing mathematics learning activities by using 5E instructional model and open - ended questions were higher than those before at the .05 level of significance.
- 2) mathematical reasoning ability of students being taught by organizing mathematics learning activities by using 5E instructional model and open - ended questions were higher than those being taught by using a conventional approach at the .05 level of significance.
- 3) critical thinking ability of students being taught by organizing mathematics learning activities by using 5E instructional model and open - ended questions were higher than those before at the .05 level of significance.
- 4) critical thinking ability of students being taught by organizing mathematics learning activities by using 5E instructional model and open - ended questions were higher than those being taught by using a conventional approach at the .05 level of significance.
- 5) mathematical reasoning ability and critical thinking ability of students being taught by organizing mathematics learning activities by using 5E instructional model and open - ended questions were developed in positive direction.

Department: Curriculum and Instruction

Student's Signature .....

Field of Study: Mathematics Education

Advisor's Signature .....

Academic Year: 2013

## กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงได้ด้วยความสำเร็จและความเมตตาและความกรุณาอย่างสูงจากรองศาสตราจารย์ ดร. อัมพร ม้าคนอง ซึ่งท่านได้สละเวลาให้คำปรึกษา คำแนะนำที่เป็นประโยชน์ที่มีคุณค่ายิ่ง และตรวจสอบแก้ไขข้อบกพร่องต่าง ๆ ด้วยความเอาใจใส่เป็นอย่างยิ่ง จนงานวิจัยฉบับนี้มีความสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น ผู้วิจัยจึงซาบซึ้งและขอกราบขอบพระคุณมา ณ โอกาสนี้เป็นอย่างสูง

ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. สมยศ ชิตมงคล ประธานกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ และ ดร.อรรถศาสตร์ นิมิตรพันธ์ กรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ที่ให้คำแนะนำและข้อเสนอแนะอันเป็นประโยชน์ต่องานวิจัยฉบับนี้ ทำให้งานวิจัยฉบับนี้มีความสมบูรณ์ยิ่งขึ้น

ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณผู้ทรงคุณวุฒิทุกท่านที่ได้สละเวลาให้ความช่วยเหลือ ให้คำแนะนำในการแก้ไขเครื่องมือในการวิจัย จนเป็นเครื่องมือที่สมบูรณ์ ขอขอบพระคุณ ผู้บริหาร คณะครูนักเรียน โรงเรียนพุทธจักรวิทยาและโรงเรียนยานนาวาศรีวิทยาคมที่ได้ให้ความร่วมมือในการทดลองใช้เครื่องมือและเก็บข้อมูลอย่างดียิ่ง

สุดท้ายนี้ ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณคุณพ่อและคุณแม่ที่สนับสนุนเป็นกำลังใจในการทำงานให้เสร็จลุล่วงไปได้ ขอขอบคุณ พี่ เพื่อน ภาคหลักสูตรและการสอน สาขาการศึกษา คณิตศาสตร์ที่ให้กำลังใจ ให้คำปรึกษาและมีส่วนช่วยให้วิทยานิพนธ์นี้สำเร็จลุล่วงด้วยดี ขอขอบคุณเจ้าหน้าที่ศูนย์บรรณสารสนเทศทางการศึกษา คณะครุศาสตร์ บัณฑิตวิทยาลัยและทุกท่าน ที่ได้ให้ความช่วยเหลือ ตลอดจนให้กำลังใจแก่ผู้วิจัยในระหว่างการทำวิทยานิพนธ์

## สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย.....	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	จ
กิตติกรรมประกาศ.....	ฉ
สารบัญ.....	ช
สารบัญตาราง.....	ญ
สารบัญภาพ.....	ฎ
บทที่ 1 บทนำ.....	1
ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....	1
วัตถุประสงค์ของการวิจัย.....	5
สมมติฐานการวิจัย.....	5
ขอบเขตของการวิจัย.....	7
คำจำกัดความในการวิจัย.....	7
ประโยชน์ที่ได้รับ.....	10
บทที่ 2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	11
1. รูปแบบการเรียนการสอน 5E.....	12
1.1 ความเป็นมาของรูปแบบการเรียนการสอน 5E.....	12
1.2 ความหมายและแนวคิดพื้นฐานของการเรียนการสอน 5E.....	13
1.3 รูปแบบการเรียนการสอน 5E.....	13
1.4 บทบาทของครูและนักเรียนในรูปแบบการเรียนการสอน 5E.....	18
2. คำถามปลายเปิด.....	21
2.1 ความหมายของคำถามปลายเปิด.....	21
2.2 ลักษณะและชนิดของคำถามปลายเปิด.....	21
2.3 การสร้างคำถามปลายเปิด.....	23
2.4 ลักษณะการใช้คำถามที่ดี.....	24
3. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์.....	27
3.1 ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์.....	27
3.2 ความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์.....	30

3.3 ประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ .....	33
3.4 แนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ .....	39
3.5 การวัดและการประเมินการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ .....	42
4. ความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณ .....	44
4.1 ความหมายของการคิดอย่างมีวิจารณญาณ .....	44
4.2 ความสำคัญของการคิดอย่างมีวิจารณญาณ .....	46
4.3 กระบวนการคิดอย่างมีวิจารณญาณ .....	48
4.4 ลักษณะของบุคคลที่มีการคิดอย่างมีวิจารณญาณ .....	55
4.4 แนวทางการพัฒนาความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณ .....	60
4.5 การประเมินการคิดอย่างมีวิจารณญาณ .....	63
5. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง .....	66
5.1 งานวิจัยต่างประเทศ .....	66
5.2 งานวิจัยในประเทศ .....	67
บทที่ 3 วิธีดำเนินการวิจัย .....	69
1. การศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง .....	69
2. การออกแบบการวิจัย .....	70
3. การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง .....	70
4. การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย .....	71
4.1 เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง .....	71
4.2 เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล .....	77
5. การดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล .....	90
5.1 ขั้นตอนเตรียมการ .....	90
5.2 ขั้นตอนดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล .....	90
6. การวิเคราะห์ข้อมูล .....	91
7. สถิติที่ใช้ในการวิจัย .....	92
7.1 สถิติที่ใช้ในการหาคุณภาพของเครื่องมือ .....	92
7.2 สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล .....	95

บทที่ 4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล .....	96
ตอนที่ 1 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ .....	98
ตอนที่ 2 ผลการวิเคราะห์เชิงคุณภาพ .....	102
บทที่ 5 สรุปผลการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ .....	124
สรุปผลการวิจัย .....	128
อภิปรายผลการวิจัย .....	129
ข้อเสนอแนะที่ได้จากการวิจัยในครั้งนี้ .....	132
รายการอ้างอิง .....	134
ภาคผนวก ก รายงานผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบเครื่องมือวิจัย .....	143
ภาคผนวก ข หนังสือเชิญผู้ทรงคุณวุฒิและขอความร่วมมือในการวิจัย .....	145
ภาคผนวก ค เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง .....	152
ภาคผนวก ง เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล .....	172
ภาคผนวก จ ผลการทดสอบความแตกต่างของค่าความแปรปรวน (F – test) และความแตกต่างของค่ามัชฌิมเลขคณิต (t – test) ของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณก่อนเรียน ของกลุ่มตัวอย่าง .....	215
ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์ .....	218

## สารบัญตาราง

## หน้า

ตารางที่ 1 เปรียบเทียบขั้นตอนการเรียนการสอนโดยใช้รูปแบบของ SCIS และรูปแบบการเรียนการ	13
ตารางที่ 2 บทบาทครูในการเรียนการสอน 5E ตามแนวคิดของ Bybee และคณะ.....	19
ตารางที่ 3 บทบาทของนักเรียนในการเรียนการสอน 5E ตามแนวคิดของ Bybee และคณะ.....	20
ตารางที่ 4 รูปแบบการวิจัย.....	70
ตารางที่ 5 กรอบแนวคิดของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม .....	73
ตารางที่ 6 แสดงแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้และสาระการเรียนรู้ เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัสและ .	77
ตารางที่ 7 เกณฑ์การตรวจให้คะแนนความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณ.....	84
ตารางที่ 8 แสดงค่ามัชฌิมเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S) และค่าที (t - test) ของคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนและหลังเรียนของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิด (คะแนนเต็ม 30 คะแนน).....	98
ตารางที่ 9 แสดงค่ามัชฌิมเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S) และค่าที (t - test) ของคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ระหว่างนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิดกับนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ (คะแนนเต็ม 30 คะแนน) .....	99
ตารางที่ 10 แสดงค่ามัชฌิมเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S) และค่าที (t - test) ของคะแนนความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณก่อนเรียนและหลังเรียนของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิด (คะแนนเต็ม 36 คะแนน).....	100
ตารางที่ 11 แสดงค่ามัชฌิมเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S) และค่าที (t - test) ของคะแนนความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิดกับนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ (คะแนนเต็ม 36 คะแนน).....	101
ตารางที่ 12 แสดงพัฒนาการของความสามารถในการให้เหตุผลแบบอุปนัย .....	114
ตารางที่ 13 แสดงพัฒนาการของความสามารถในการให้เหตุผลแบบนิรนัย .....	115
ตารางที่ 14 แสดงพัฒนาการของความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณ .....	122
ตารางที่ 15 ลักษณะแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน .....	174
ตารางที่ 16 ตารางวิเคราะห์แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน.....	176
ตารางที่ 17 แสดงค่าความเที่ยง ค่าความยาก (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน .....	183

หน้า

ตารางที่ 18 ลักษณะแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียน ..... 186

ตารางที่ 19 ตารางวิเคราะห์แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน ..... 186

ตารางที่ 20 แสดงค่าความเที่ยง ค่าความยาก (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียน..... 194

ตารางที่ 21 ลักษณะแบบวัดความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณก่อนเรียน ..... 197

ตารางที่ 22 ตารางวิเคราะห์แบบวัดความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณก่อนเรียน ..... 199

ตารางที่ 23 แสดงค่าความเที่ยง ค่าความยาก (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบวัดความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณก่อนเรียน ..... 205

ตารางที่ 24 ลักษณะแบบวัดความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณหลังเรียน..... 208

ตารางที่ 25 ตารางวิเคราะห์แบบวัดความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณหลังเรียน ..... 208

ตารางที่ 26 แสดงค่าความเที่ยง ค่าความยาก (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบวัดความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณก่อนเรียน ..... 213

ตารางที่ 27 ค่ามัชฌิมเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S) ของคะแนนวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของกลุ่มตัวอย่างในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2556 ค่าเอฟ (F – test) และ ..... 216

ตารางที่ 28 ค่ามัชฌิมเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S) ของคะแนนวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนของกลุ่มตัวอย่าง ค่าเอฟ (F – test) และค่าที (t – test) 216

ตารางที่ 29 ค่ามัชฌิมเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S) ของคะแนนวัดความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณก่อนเรียนของกลุ่มตัวอย่าง ค่าเอฟ (F – test) และค่าที (t – test)..... 217





## บทที่ 1

### บทนำ

#### ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

จุดมุ่งหมายของการจัดการศึกษาในศตวรรษที่ 21 คือ การให้นักเรียนประสบความสำเร็จทั้งในด้านการงานและการดำเนินชีวิต เพื่อให้ก้าวทันกับการเปลี่ยนแปลงที่เกิดขึ้น ดังนั้น ทักษะชีวิตจึงถือว่ามีค่ามาก เนื่องจากเป็นทักษะที่จำเป็นในการดำรงชีวิต ซึ่งประกอบไปด้วย การตัดสินใจ การแก้ปัญหา การสื่อสาร การคิดวิเคราะห์วิจารณ์ การคิดสร้างสรรค์ การรับรู้ในตน การเห็นใจผู้อื่น การจัดการกับอารมณ์ การจัดการกับความเครียด การสร้างสัมพันธภาพ (อัมพร ม้าคนอง 2554: 8) ซึ่งทักษะต่าง ๆ นั้นมีความเกี่ยวข้องกับทักษะคณิตศาสตร์ ในการพัฒนาทักษะต่าง ๆ เพื่อให้ผู้เรียนก้าวทันการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 วิชาคณิตศาสตร์จึงเป็นวิชาที่สำคัญมากต่อการพัฒนาความคิดมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ ช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหาและนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้องเหมาะสม อีกทั้งคณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยีและศาสตร์อื่น ๆ คณิตศาสตร์จึงมีส่วนช่วยในการพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้นและสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข (กระทรวงศึกษาธิการ, 2551: 56)

แม้ว่าคณิตศาสตร์จะมีความสำคัญต่อการพัฒนาทักษะต่าง ๆ เพื่อให้ผู้เรียนก้าวทันการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 แต่อย่างไรก็ตามการจัดการศึกษาคณิตศาสตร์ของประเทศก็ยังไม่ประสบความสำเร็จเท่าที่ควร ดังจะเห็นได้จากผลการทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติขั้นพื้นฐาน (O - NET) ปีการศึกษา 2552, 2553 และ 2554 พบว่า นักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ได้คะแนนเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์ ร้อยละ 26.05, 24.18 และ 32.08 ตามลำดับและจากผลการทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติขั้นพื้นฐาน (O - NET) ในปีการศึกษา 2555 พบว่า นักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ได้คะแนนเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์ร้อยละ 26.95 และจากการประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการศึกษาของ TIMSS 2007 หรือ Trends in International Mathematics and Science Study 2007 โครงการของสมาคมนานาชาติ พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการศึกษาของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยประเมินจากนักเรียน 5,412 คน จาก 150 โรงเรียน อยู่ในลำดับที่ 29 จากผู้ร่วมเข้าประเมิน จำนวน 59 ประเทศและมีค่าเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์เท่ากับ 441 คะแนน ซึ่งมีค่ากลางของการประเมินอยู่ที่ 500 คะแนน ซึ่งสอดคล้องกับการที่ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555: 4) เปิดเผยผลการวิจัยการศึกษาแนวโน้มการจัดการศึกษาคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ ระดับนานาชาติ พ.ศ. 2554 (Trend in International Mathematics and Science Study 2011 : TIMSS 2011) ดำเนินการโดย IEA (The International Association for the Evaluation of Educational Achievement) โดยผลประเทศไทยได้เข้าร่วมประเมินในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 และประถมศึกษาปีที่ 4 ซึ่งในส่วนของมัธยมศึกษาปีที่ 2 นั้น มีประเทศที่เข้าร่วมประเมิน 45 ประเทศ โดย

ไทยมีผลคะแนนเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์ 427 คะแนน ซึ่งมีค่ากลางของการประเมินอยู่ที่ 500 คะแนน จัดอยู่ในลำดับที่ 28 (สสวท., 2556: 4) ทั้งนี้เมื่อเปรียบเทียบกับคะแนนเฉลี่ยในปี 2007 พบว่า คะแนนเฉลี่ยของวิชาคณิตศาสตร์ลดลง โดยเมื่อปี 2007 คณิตศาสตร์มีคะแนนเฉลี่ย 441 เมื่อพิจารณาในภาพรวมประเทศไทยแล้วระดับคะแนนในวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ถูกจัดกลุ่มให้อยู่ในระดับแย่ (poor)

หนึ่งในทักษะที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์และมีส่วนทำให้นักเรียนก้าวทันในการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 ทั้งในส่วนที่เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้และการดำรงชีวิต (Baroody, อ้างถึงใน อัมพร ม้าคนอง, 2554: 48) คือการให้เหตุผล เนื่องจากมนุษย์ต้องใช้เหตุผลทั้งกับคนอื่นและต้องการได้รับเหตุผลจากคนอื่นเช่นกัน การเรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างเป็นเหตุเป็นผลจะทำให้นักเรียนมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ สามารถจดจำได้ดีและนานกว่าเดิม (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2551: 45) ทั้งนี้การให้เหตุผลเป็นการแสดงแนวคิดเกี่ยวกับการสร้างหลักการ การหาความสัมพันธ์ของแนวคิด และการสรุปที่สมเหตุสมผลตามแนวคิดนั้น ๆ ซึ่งการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์นั้นเป็นกระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ที่ต้องอาศัยการคิดวิเคราะห์และ/หรือความคิดสร้างสรรค์ในการรวบรวมข้อเท็จจริง/ข้อความ/แนวคิด/สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ต่างๆ แจกแจงความสัมพันธ์หรือการเชื่อมโยง เพื่อทำให้เกิดข้อเท็จจริงหรือสถานการณ์ใหม่ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2551: 46) และเป็นเรื่องที่อยู่ในชีวิตของมนุษย์ทุกคนเป็นเรื่องใกล้ตัวและสามารถนำไปแก้ปัญหาในการทำงานหรือในชีวิตประจำวันได้ ดังนั้นการพัฒนาทักษะการให้เหตุผลจึงเน้นไปที่การคิดอย่างเป็นเหตุเป็นผล (อัมพร ม้าคนอง, 2554: 49) ในการฝึกทักษะการให้เหตุผล ต้องใช้การฝึกจากประสบการณ์ที่หลากหลายและต่อเนื่องจากบรรยากาศในห้องเรียนที่สนับสนุนให้มีการอธิบายแลกเปลี่ยนความคิด ชี้แจงเหตุผลและแก้ปัญหาาร่วมกัน (Lappan และ Schram, 1989: 18 – 19) โดยครูต้องจัดบรรยากาศที่แสดงให้นักเรียนเห็นว่า การให้เหตุผลเป็นสิ่งสำคัญกว่าการได้เพียงคำตอบที่ถูกต้อง (Rowan and Morrow, 1993: 16 – 18) ซึ่ง Malloy (1999: 20) ได้เสนอแนวทางในการพัฒนาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษา โดยใช้แนวทางในการสืบสอบ (Inquiry) ในการส่งเสริมการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยจะช่วยให้ครูและนักเรียนในการพัฒนาอย่างกระตือรือร้นและปราศจากการรบกวนสภาพแวดล้อมสำหรับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ซึ่งจะช่วยให้นักเรียนทุกคนพัฒนาและใช้ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และ Sternberg (1999: 43) ได้เสนอแนวคิดในการพัฒนาทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน โดยผู้สอนควรคำนึงถึงกระบวนการทางปัญญาทั้ง 5 ชั้น คือ การระบุสภาพปัญหา การสร้างกลวิธีเพื่อแก้ปัญหา การสร้างมโนภาพของปัญหา การจัดการทรัพยากรเพื่อหาวิธีแก้ปัญหา และการกำกับและประเมินวิธีแก้ปัญหา ดังนั้น ในการพัฒนาทักษะในการคิดและการให้เหตุผล สามารถพัฒนาได้โดยให้นักเรียนแสดงพฤติกรรมในการสืบค้น คาดการณ์ ค้นหา วิธีการพิสูจน์สังเกตแบบรูป ภายใต้บรรยากาศการเรียนที่สนับสนุนให้นักเรียนอธิบายและชี้แจงเหตุผลและแก้ปัญหาาร่วมกัน

นอกจากนี้ทักษะการคิดยังเป็นทักษะที่มีความสำคัญสำหรับทุกคนในการดำรงชีวิตโดยเฉพาะทักษะการคิดอย่างมีวิจารณญาณ ซึ่งคนไทยโดยรวมยังขาดทักษะการคิดทำให้ความสามารถในการแข่งขันในเรื่องต่าง ๆ อยู่ในระดับต่ำไม่ว่าจะเทียบระหว่างคนในภูมิภาคเอเชียด้วยกันหรืออารยประเทศอื่น ๆ (คันสนีย์ ฉัตรคุปต์, 2544: ง) ซึ่งการคิดอย่างมีวิจารณญาณนั้นเป็นการคิดอย่างไตร่ตรองและมีเหตุผล ซึ่งให้ความสำคัญในการตัดสินใจว่าสิ่งใดควรเชื่อหรือไม่ควรเชื่อ (Ennis, 1985: 45) ประกอบด้วย 5 องค์ประกอบทั้งคือ การอนุมาน การระบุข้อตกลงเบื้องต้น การนิรนัย การตีความเพื่อลงข้อสรุป และการประเมินข้อโต้แย้ง (Watson และ Glaser, 2008: 2) จากองค์ประกอบทั้ง 5 นั้น เป็นสิ่งที่นักเรียนยังขาดและต้องได้รับการส่งเสริม เนื่องจากเป็นทักษะที่สำคัญที่ช่วยให้เกิดผลสำเร็จในการเรียนรู้ รวมทั้งยังใช้เป็นเครื่องมือในการดำเนินชีวิตในโลกปัจจุบันอย่างมีความสุขและสร้างสรรค์อีกด้วย และนอกจากนี้การคิดอย่างมีวิจารณญาณจะช่วยให้เราสามารถวิเคราะห์ แยกแยะ ข้อมูลต่าง ๆ หาเหตุผลที่ถูกต้อง สืบค้นหาความจริงได้ และตอบคำถามด้วยเหตุผลไม่ใช่ด้วยความรู้สึกส่วนตัว นั่นคือสามารถตอบคำถามหรือวิเคราะห์ข้อมูลข่าวสารได้อย่างมีหลักการ สามารถตัดสินใจบนพื้นฐานของการใช้เหตุผล (คันสนีย์ ฉัตรคุปต์, 2544: 45 - 47) ซึ่งครูจะมีบทบาทในการจัดการเรียนรู้ให้นักเรียนได้แสวงหาความรู้ด้วยตนเอง ตั้งคำถามที่หลากหลาย และจัดการเรียนรู้ที่กระตุ้นให้ผู้เรียนให้ใช้ทักษะพื้นฐานสำหรับการคิดอย่างมีวิจารณญาณ เช่น การคิดวิเคราะห์ การค้นหาคำตอบที่ถูกต้อง การจัดระเบียบข้อมูล การตีความ และการสังเกต เป็นต้น และนอกจากนี้ ยังต้องจัดการเรียนรู้ที่บูรณาการเชื่อมโยงเรื่องราวและแนวคิดของสิ่งที่เรียนรู้ในห้องเรียนกับชีวิตจริง และเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้พูดถึงความคิดและลงมือกระทำตามความคิดของตนเอง (คันสนีย์ ฉัตรคุปต์, 2544: 5 - 6)

จากความสำคัญและแนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณที่จะเน้นให้นักเรียนได้สืบค้น สังเกต ด้วยตนเอง โดยได้รับการสนับสนุนให้อธิบาย แลกเปลี่ยนความคิดเห็น โดยมีกรให้เหตุผลประกอบอย่างถูกต้อง ด้วยเหตุนี้ผู้วิจัยจึงสนใจศึกษารูปแบบการเรียนการสอนที่จะช่วยพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณ ซึ่งรูปแบบการเรียนการสอน 5E เป็นรูปแบบการเรียนการสอนที่เน้นให้นักเรียนสร้างองค์ความรู้ใหม่และแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผ่านการสำรวจ สืบค้นและเชื่อมโยงสิ่งที่เรียนรู้เข้ากับประสบการณ์หรือความรู้เดิม พร้อมกับเปิดโอกาสให้นักเรียนทำงานเป็นกลุ่ม แลกเปลี่ยนความคิด และตรวจสอบความถูกต้องของข้อมูล ประกอบด้วย 5 ขั้นตอนการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Bybee และคณะ (1997; cited in Bybee et .al, 2006: 2) ดังนี้

1. ขั้นสร้างความสนใจ (Engagement) เป็นขั้นที่ให้นักเรียนเกิดความอยากรู้อยากเห็นผ่านกิจกรรมสั้น ๆ และการล้วงความรู้เดิม เพื่อต้องการให้นักเรียนเชื่อมโยงประสบการณ์เดิมกับปัจจุบัน

2. ขั้นสำรวจค้นคว้า (Exploration) เป็นขั้นที่ให้นักเรียนมีประสบการณ์ในการสร้างองค์

ความรู้ใหม่ โดยใช้ความรู้เดิม ผ่านการวางแผน ตรวจสอบปัญหา ดำเนินการสำรวจตรวจสอบ สืบค้น รวบรวมข้อมูล และลงมือปฏิบัติ

3. **ชั้นอธิบายและลงข้อสรุป (Explanation)** เป็นชั้นที่ให้โอกาสนักเรียนได้แสดงความเข้าใจเกี่ยวกับความคิดรวบยอด ทักษะกระบวนการ และการปฏิบัติ และเป็นชั้นตอนที่เป็นโอกาสให้ครูแนะนำความคิดรวบยอด ทักษะกระบวนการและการปฏิบัติเพื่อให้นักเรียนมีความเข้าใจที่ลึกซึ้งมากยิ่งขึ้น

4. **ชั้นขยายความรู้ (Elaboration)** เป็นชั้นในการกระตุ้นและขยายความเข้าใจเกี่ยวกับความคิดรวบยอดและทักษะ ผ่านประสบการณ์ใหม่ ให้นักเรียนได้พัฒนาความเข้าใจให้ลึกและกว้างขึ้น

5. **ชั้นประเมินผล (Evaluation)** เป็นชั้นที่ให้นักเรียนได้ประเมินความเข้าใจและความสามารถของตนเอง และครูได้ประเมินความก้าวหน้าของนักเรียนตามวัตถุประสงค์ของการเรียน

นอกจากนี้ Beker และ Shimada (1997) ได้เสนอแนวทางที่จะเปิดโอกาสให้นักเรียนคิดและสื่อสารเหตุผล นั่นคือ การใช้คำถามปลายเปิดที่กระตุ้นให้นักเรียนได้คิดจากมุมมองที่แตกต่างกัน และเปิดโอกาสให้นักเรียนได้สื่อสารความเข้าใจ ความคิด เหตุผล ในเรื่องนั้น ๆ ได้อย่างอิสระและเต็มความสามารถ ทั้งจะทำให้ครูได้รู้ดีว่านักเรียนมีความรู้ ความเข้าใจ และสามารถประยุกต์ใช้ความรู้ได้อย่างไร และยังส่งเสริมให้นักเรียนที่มีความสามารถต่างกันสามารถเริ่มทำหรือแก้ปัญหาได้ด้วยตนเอง โดยการตั้งสมมติฐาน การพัฒนาวิธีการหาคำตอบและการสื่อสารวิธีการแก้ปัญหาของตนเอง

จากที่กล่าวมาข้างต้นผู้วิจัยพิจารณาเห็นว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิด เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นให้นักเรียนสืบค้น เก็บรวบรวมข้อมูล ในขณะที่คำถามปลายเปิดที่เน้นการแสดงความคิดเห็นหรือแนวคิด ซึ่งสอดคล้องกับแนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณ ผู้วิจัยจึงสนใจศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิด ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณเพื่อเป็นแนวทางในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณ

### **คำถามวิจัย**

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิด จะช่วยพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนให้ดีขึ้นได้หรือไม่ อย่างไร

## วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิดระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน
2. เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิดกับนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ
3. เปรียบเทียบความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิดระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน
4. เปรียบเทียบความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิดกับนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ
5. ศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิด

## สมมติฐานการวิจัย

จากการศึกษาวิจัยของ วนาวัน เมืองมงคล (2552) ได้ศึกษาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นทักษะการคิดพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม โดยใช้วิธีการสอนแบบ 5Es สำหรับนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 พบว่า 1) นักเรียนร้อยละ 86.67 มีคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดทักษะพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ผ่านเกณฑ์ที่กำหนด ซึ่งสอดคล้องกับ เสาวรัตน์ रामแก้ว (2552) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรม การเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผลการวิจัยพบว่า 1) นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางมีมโนทัศน์ ทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่เรียนแบบปกติ ที่ระดับนัยสำคัญ .05 2) นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่เรียนแบบปกติ ที่ระดับนัยสำคัญ .05 3) หลังจากนักเรียนได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทาง พบว่าพฤติกรรมการเรียนรู้มโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมีการพัฒนาขึ้นอย่างเป็นลำดับ นักเรียนสามารถวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูล สร้างข้อความคาดการณ์สรุปและตรวจสอบมโนทัศน์ได้ด้วยตัวของนักเรียนเอง

จากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบและการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E นั้น เป็นรูปแบบการเรียนการสอนที่มีพื้นฐานมาจากการสืบสอบ

เมื่อได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับการใช้คำถามปลายเปิดในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์พบว่า งานวิจัยของ เจนสมุทร แสงพันธ์ (2548) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การใช้คำถามปลายเปิดในการจัดการเรียนการสอนสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยเชียงใหม่ พบว่านักเรียนมีการพัฒนาทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ดีขึ้น ซึ่งหนึ่งในทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์นั้นคือการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ จากผลการวิจัยที่เกี่ยวข้องกับรูปแบบการเรียนการสอน 5E และคำถามปลายเปิด ผู้วิจัยจึงตั้งสมมติฐานของการวิจัยในครั้งนี้ว่า

1. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนแบบ 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิดหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน

2. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์นักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนแบบ 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิดสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

จากการศึกษาของ สมบัติ กาจนารักพงศ์ (2549) ได้เข้าร่วมโครงการครูเครือข่ายรับการขยายผลพัฒนาทักษะการคิดขั้นสูงในรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน รหัส ค 42103 เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ พบว่านักเรียนที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้แบบ 5E มีทักษะการคิดขั้นสูงเรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติอยู่ในระดับดีและพิมสิริ แก้วศรีหา (2554) ที่ได้ทำการศึกษาจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนแบบสืบเสาะหาความรู้ (5Es) ที่เน้นทักษะการคิดวิเคราะห์ เรื่องความน่าจะเป็น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการวิจัยพบว่า 1) การศึกษาทักษะการคิดวิเคราะห์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนแบบสืบเสาะหาความรู้ (5Es) พบว่า นักเรียนจำนวนร้อยละ 80.5 ได้คะแนนทักษะการคิดวิเคราะห์ตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไป 2) การพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนแบบสืบเสาะหาความรู้ (5Es) พบว่า นักเรียนจำนวนร้อยละ 90.24 มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนตั้งแต่ ร้อยละ 70 ขึ้นไป

จากการศึกษาวิจัยพบว่ารูปแบบการเรียนการสอนส่งผลต่อความสามารถในการคิดขั้นสูงและความสามารถในการคิดวิเคราะห์ ซึ่งผลการวิจัยของ Harrison (1984) พบว่า พฤติกรรมการคิดตั้งแต่การนำไปใช้ การคิดวิเคราะห์ การสังเคราะห์ การประเมินค่า ช่วยพัฒนาและส่งเสริมการคิดอย่างมีวิจารณญาณและทักษะการคิดขั้นสูงนั้นประกอบด้วยความคิดอย่างมีวิจารณญาณ ความคิดสร้างสรรค์ การตัดสินใจและการคิดวิเคราะห์

จากผลการวิจัยที่เกี่ยวข้องกับรูปแบบการเรียนการสอน 5E ผู้วิจัยจึงตั้งสมมติฐานของการวิจัยในครั้งนี้ว่า

1. ความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรม

การเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนแบบ 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิด หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน

2. ความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนแบบ 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิดสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

### ขอบเขตของการวิจัย

1. ประชากรที่ใช้ในการวิจัย เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษา เขต 2 สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ กรุงเทพมหานคร

2. เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย เป็นส่วนหนึ่งของหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัสและเส้นขนาน

3. ตัวแปรที่ศึกษามีดังนี้

3.1 ตัวแปรต้น ได้แก่

3.1.1 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิด

3.1.2 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

3.2 ตัวแปรตาม ได้แก่

3.2.1 ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

3.2.2 ความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณ

### คำจำกัดความในการวิจัย

1. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E หมายถึง การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นให้นักเรียนสำรวจ สืบค้นข้อมูล เพื่อสร้างองค์ความรู้ใหม่และแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเอง โดยเชื่อมโยงสิ่งที่เรียนรู้เข้ากับประสบการณ์หรือความรู้เดิมตามแนวคิดของ Bybee และคณะ (1997; cited in Bybee และคณะ, 2006: 2) และสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2545: online) ประกอบด้วย 5 ขั้นตอนดังนี้

1. **ขั้นสร้างความสนใจ (Engagement)** เป็นขั้นที่ทำให้นักเรียนเกิดความอยากรู้ อยากเห็น โดยเชื่อมโยงประสบการณ์เดิมกับปัจจุบัน เพื่อเตรียมความพร้อมที่จะเข้าสู่บทเรียนหรือโจทย์ปัญหาใหม่ เช่น สาธิต เล่าเรื่อง เหตุการณ์ สนทนา สร้างสถานการณ์หรือปัญหาที่น่าสงสัยแปลกใจ

2. **ขั้นสำรวจค้นคว้า (Exploration)** เป็นขั้นที่ให้นักเรียนมีประสบการณ์ร่วมกันในการตรวจสอบสถานการณ์หรือปัญหา โดยการวางแผน สำรวจ รวบรวมข้อมูล สังเกต วัด วิเคราะห์ และลงข้อสรุป

**3. ชั้นอธิบายและลงข้อสรุป (Explanation)** เป็นชั้นที่ให้โอกาสนักเรียนได้แสดง ความเข้าใจของตนเองเกี่ยวกับความคิดรวบยอดและวิธีการแก้โจทย์ปัญหาโดยมีการอ้างอิงความรู้ ประกอบการให้เหตุผล มีการลงข้อสรุปที่ถูกต้องเชื่อถือได้ โดยมีครูให้คำแนะนำเพื่อให้นักเรียนมีความ เข้าที่ลึกซึ้งมากยิ่งขึ้น

**4. ชั้นขยายความรู้ (Elaboration)** เป็นชั้นในการประยุกต์ ขยายหรือเพิ่มเติม การใช้สัญลักษณ์ นิยาม คำอธิบาย และทักษะไปสู่สถานการณ์ใหม่หรือโจทย์ปัญหาที่ซับซ้อนมากยิ่งขึ้น เพื่อให้นักเรียนมีความรู้ลึกซึ้งขึ้นหรือขยายกรอบความคิดกว้างขึ้นหรือเชื่อมโยงความรู้เดิมสู่ ความรู้ใหม่หรือนำไปสู่การศึกษาค้นคว้าทดลองเพิ่มขึ้น

**5. ชั้นประเมินผล (Evaluation)** เป็นชั้นในการประเมินผลการเรียนรู้ของนักเรียน โดยครูและนักเรียนมีส่วนร่วมในการประเมินทั้งด้านกระบวนการและผลผลิตและความถูกต้องของ ความรู้ที่ได้

**2. คำถามปลายเปิด** หมายถึง คำถามที่ไม่จำกัดขอบเขตวิธีคิด เปิดโอกาสให้นักเรียนแสดง แนวคิดและวิธีการแก้ปัญหา โดยอาจมีคำตอบและ/หรือแนวทางการหาคำตอบที่หลากหลาย ตาม ประสบการณ์เดิมและความรู้ของนักเรียน ซึ่งในงานวิจัยครั้งนี้จะใช้คำถามปลายเปิดที่สอดคล้องกับ การจัดกิจกรรมในแต่ละชั้น

**3. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับ คำถามปลายเปิด** หมายถึง การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นให้นักเรียนสร้างองค์ความรู้ ใหม่และแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยการสำรวจ สืบค้นข้อมูลและเชื่อมโยงกับประสบการณ์หรือ ความรู้เดิมของนักเรียนร่วมกับการใช้คำถามปลายเปิดที่เน้นให้นักเรียนแสดงความคิดที่หลากหลายทั้ง คำตอบและ/หรือแนวทางการหาคำตอบ ซึ่งประกอบด้วย 5 ชั้นดังนี้

**ชั้นที่ 1 ชั้นสร้างความสนใจ (Engagement)** เป็นชั้นที่ครูใช้คำถามปลายเปิดที่ให้นักเรียนระลึกความรู้เดิมหรือเชื่อมโยงความรู้เดิมกับความรู้ใหม่ที่เรียน เพื่อทำให้ผู้เรียนสนใจอยาก รู้ อยากเห็นในกิจกรรมและเตรียมความพร้อมที่จะนำเข้าสู่บทเรียนหรือปัญหาใหม่

**ชั้นที่ 2 ชั้นสำรวจค้นหา (Exploration)** เป็นชั้นที่ครูใช้คำถามปลายเปิดให้นักเรียนสำรวจข้อมูลและสังเกตลักษณะร่วมของปัญหา วิเคราะห์ข้อมูลและลักษณะร่วมของปัญหา แล้วลงข้อสรุป เพื่อให้นักเรียนมีประสบการณ์ร่วมกันในการสร้างและพัฒนาความคิดรวบยอด ตลอดจนวิธีการแก้ปัญหา ผ่านการอภิปรายแลกเปลี่ยนความคิดเกี่ยวกับความคิดรวบยอดและวิธีการ แก้ปัญหา แล้วลงข้อสรุปที่เป็นความคิดรวบยอดหรือวิธีการแก้ปัญหานั้น

**ชั้นที่ 3 ชั้นอธิบายและลงข้อสรุป (Explanation)** เป็นชั้นที่ครูใช้คำถามปลายเปิด ให้นักเรียนได้อธิบายความคิดรวบยอดและวิธีการแก้ปัญหานั้นที่ได้จากการสืบค้น แล้วตรวจสอบ ความคิดรวบยอดและวิธีการแก้ปัญหานั้นตลอดจนตัดสินใจความคิดรวบยอดและวิธีการแก้ปัญหานั้น เพื่อให้ได้ ใช้ข้อสรุปร่วมกันในการเชื่อมโยงสิ่งที่เรียน ซึ่งนักเรียนสามารถอธิบายความคิดรวบยอดและวิธีการ แก้ปัญหาได้อย่างเข้าใจโดยเชื่อมโยงประสบการณ์ ความรู้เดิมและสิ่งที่เรียนรู้เข้าด้วยกัน



**ขั้นที่ 4 ขั้นขยายความรู้ (Elaboration)** เป็นขั้นที่ครูใช้คำถามปลายเปิดให้นักเรียนประยุกต์ใช้ความรู้ในสถานการณ์หรือปัญหาใหม่ เพื่อให้ผู้เรียนได้ยืนยันและขยายกรอบความคิดกว้างขึ้น เพิ่มเติมความเข้าใจในความคิดรวบยอดและวิธีการแก้ปัญหาให้กว้างและลึกซึ้งยิ่งขึ้นหรือเชื่อมโยงความรู้เดิมสู่ความรู้ใหม่หรือนำไปสู่การศึกษาค้นคว้าเพิ่มขึ้น

**ขั้นที่ 5 ขั้นประเมินผล (Evaluation)** เป็นขั้นตอนที่ครูใช้คำถามปลายเปิดให้นักเรียนตรวจสอบลักษณะสำคัญของความคิดรวบยอดหรือให้นำความรู้ไปใช้แก้ปัญหาในสถานการณ์อื่นเพื่อประเมินความเข้าใจและความสามารถของนักเรียน

**4. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ** หมายถึง การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามคู่มือการจัดกิจกรรมการเรียนรู้กลุ่มสาระคณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 3 หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

**5. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์** หมายถึง ความสามารถในการคิดทางคณิตศาสตร์ โดยอาศัยการวิเคราะห์ ความคิดสร้างสรรค์ ตรรกะรองหาเหตุผล รวบรวมข้อเท็จจริง/ข้อมูล/ข้อความ/แนวคิด/สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ต่าง ๆ และหาความสัมพันธ์ เพื่อทำให้เกิดข้อเท็จจริงหรือสถานการณ์ใหม่ โดยการให้เหตุผลนั้นประกอบด้วย 2 ประเภท ต่อไปนี้

**1. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning)** เป็นการให้เหตุผลซึ่งเป็นการคิดจากข้อเท็จจริงย่อย โดยการสังเกตลักษณะร่วมที่สำคัญหรือแบบแผนของสิ่งที่พบ เพื่อนำไปสู่กฎเกณฑ์หรือหลักการทั่วไป

**2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning)** เป็นการให้เหตุผลซึ่งเป็นการคิดจากกฎเกณฑ์ หลักการ หรือข้อสรุปทั่วไปนำไปสู่การหาข้อสรุปของกรณีเฉพาะที่สอดคล้องกับกฎเกณฑ์หรือหลักการนั้น

**6. ความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณ** หมายถึง ความสามารถในการคิดพิจารณาไตร่ตรองอย่างมีเหตุผลที่มีจุดมุ่งหมายเพื่อการตัดสินใจว่าจะอะไรควรเชื่อ หรืออะไรควรทำ โดยมีพื้นฐานอยู่บนเหตุผล การคิดอย่างตรรกะรอง ความเชื่อและการกระทำที่เชื่อมโยงกัน ประกอบด้วย 5 องค์ประกอบตามองค์ประกอบของกระบวนการคิดอย่างมีวิจารณญาณของ Watson & Glaser (1980: 2)

**1. การอนุมาน** เป็นความสามารถในการจำแนกระดับความน่าจะเป็นของข้อสรุปต่าง ๆ ที่คาดคะเนว่าข้อสรุปใดเป็นจริงหรือเป็นเท็จ ในการอนุมานจากข้อมูลที่กำหนดให้

**2. การระบุข้อตกลงเบื้องต้น** เป็นความสามารถในการพิจารณาว่าข้อความใดเป็นข้อตกลงเบื้องต้น ที่ต้องยอมรับก่อนโต้แย้งหรืออธิบายข้อความอื่น

**3. การนิรนัย** เป็นความสามารถในการจำแนกว่าข้อสรุปใดเป็นผลมาจากความสัมพันธ์ของสถานการณ์ที่กำหนดให้และข้อสรุปใดไม่เป็นผลมาจากความสัมพันธ์ของสถานการณ์นั้น

**4. การตีความเพื่อลงข้อสรุป** เป็นความสามารถในการตกลงใจหรือตัดสินใจว่าจะไร

เป็นลักษณะหรือคุณสมบัติทั่วไปหรือข้อสรุป บนพื้นฐานของข้อมูลที่ได้รับการยอมรับ

**5. การประเมินข้อโต้แย้ง** เป็นความสามารถในการจำแนกได้ว่าข้อโต้แย้งใดหนักแน่นน่าเชื่อถือหรือไม่หนักแน่น เมื่อพิจารณาตามความสำคัญและความเกี่ยวข้องกับประเด็นปัญหา

**7. นักเรียน** หมายถึง นักเรียนที่กำลังศึกษาในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2556 จากโรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเขต 2 สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ กรุงเทพมหานคร

### ประโยชน์ที่ได้รับ

1. เป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิดเพื่อพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
2. เป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิดเพื่อพัฒนาความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณ
3. เป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัสและเส้นขนานโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิด

## บทที่ 2

### เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการวิจัยเรื่องผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิดที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้าตำรา เอกสาร และงานวิจัย ที่เกี่ยวข้องกับการวิจัยเรื่องนี้ และได้เสนอผลของการศึกษา ค้นคว้า ตามลำดับดังต่อไปนี้

1. รูปแบบการเรียนการสอน 5E
  - 1.1 ความเป็นมาของรูปแบบการเรียนการสอน 5E
  - 1.2 ความหมายและแนวคิดพื้นฐานของการเรียนการสอน 5E
  - 1.3 รูปแบบการเรียนการสอน 5E
  - 1.4 บทบาทของครูและนักเรียนในรูปแบบการเรียนการสอน 5E
2. คำถามปลายเปิด
  - 2.1 ความหมายของคำถามปลายเปิด
  - 2.2 ลักษณะและชนิดของคำถามปลายเปิด
  - 2.3 การสร้างคำถามปลายเปิด
  - 2.4 ลักษณะการใช้คำถามที่ดี
3. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
  - 3.1 ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
  - 3.2 ความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
  - 3.3 ประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
  - 3.4 แนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
  - 3.5 การวัดและการประเมินการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
4. ความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณ
  - 4.1 ความหมายของการคิดอย่างมีวิจารณญาณ
  - 4.2 ความสำคัญของการคิดอย่างมีวิจารณญาณ
  - 4.3 กระบวนการคิดอย่างมีวิจารณญาณ
  - 4.4 ลักษณะของบุคคลที่มีการคิดอย่างมีวิจารณญาณ
  - 4.5 แนวทางการพัฒนาความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณ
  - 4.6 การวัดและการประเมินการคิดอย่างมีวิจารณญาณ
5. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
  - 5.1 งานวิจัยต่างประเทศ
  - 5.2 งานวิจัยในประเทศไทย

## 1. รูปแบบการเรียนการสอน 5E

### 1.1 ความเป็นมาของรูปแบบการเรียนการสอน 5E

รูปแบบการเรียนการสอน 5E มีพื้นฐานมาจากวงจรการเรียนรู้ (Learning cycle) โดย Atkin และ Karplus (1997 cited in Bybee และคณะ, 2006:8 – 10) ได้เสนอวงจรการเรียนรู้นี้เป็นครั้งแรก และได้มีการนำวงจรการเรียนรู้ มาใช้ในการศึกษาและปรับปรุงหลักสูตรวิทยาศาสตร์ (Science Curriculum Improvement Study: SCIS) ของประเทศสหรัฐอเมริกา ในปี 1967 ประกอบด้วย 3 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นสำรวจค้นหา (Exploration)
2. ขั้นประดิษฐ์ (Invention)
3. ขั้นค้นพบ (Discovery)

ต่อมาในปี 1989 Barman และ Kotar (1989: 21 - 22) ได้ดัดแปลงและวงจรการเรียนรู้ออกเป็น 4 ขั้น ได้แก่

1. ขั้นสำรวจ (Exploration Phase)
2. ขั้นแนะนำโนทัศน์ (Concept Introduction Phase)
3. ขั้นประยุกต์ใช้โนทัศน์ (Concept Application Phase)
4. ขั้นประเมินและอภิปราย (Evaluation and Discussion Phase)

ต่อมา Martin และคณะ (1994: 193) ได้ปรับปรุงวงจรการเรียนรู้ของ Barman และ Kotar ได้แก่

1. ขั้นสำรวจ (Exploration Phase)
2. ขั้นอธิบายและลงข้อสรุป (Explanation Phase)
3. ขั้นขยายโนทัศน์ (Expansion Phase)
4. ขั้นประเมินผล (Evaluation Phase)

ต่อมา Bybee และคณะ (1997 cited in Bybee และคณะ, 2006: 8 – 10) นักพัฒนาหลักสูตรจัดทำหลักสูตรชีววิทยา (Biological Science Curriculum Study: BSCS) ของประเทศสหรัฐอเมริกา ได้เสนอรูปแบบการเรียนการสอน 5E ซึ่งเป็นที่รู้จักในอีกชื่อหนึ่งว่า “BSCS 5E Instructional Model” โดยเพิ่มเติมและปรับเปลี่ยนขั้นตอนวงจรการเรียนรู้ตามแนวคิดของวงจรการเรียนรู้ที่ใช้ในการศึกษาและปรับปรุงหลักสูตรวิทยาศาสตร์ (SCIS) ซึ่งเปรียบเทียบขั้นตอนการเรียนการสอนได้ดังตารางที่ 1

**ตารางที่ 1** เปรียบเทียบขั้นตอนการเรียนรู้การสอนโดยใช้รูปแบบของ SCIS และรูปแบบการเรียนการสอน 5E Bybee และคณะ (2006: 8 - 10)

SCIS MODEL	BSCS 5E Instruction
	ขั้นสร้างความสนใจ (Engagement)
ขั้นสำรวจค้นหา (Exploration)	ขั้นสำรวจค้นหา (Exploration)
ขั้นประดิษฐ์ (Invention)	ขั้นอธิบายและลงข้อสรุป (Explanation)
ขั้นค้นพบ (Discovery)	ขั้นขยายความรู้ (Elaboration)
	ขั้นประเมินผล (Evaluation)

## 1.2 ความหมายและแนวคิดพื้นฐานของการเรียนการสอน 5E

รูปแบบการเรียนการสอน 5E หมายถึง การเรียนการสอนที่ได้รับการจัดเป็นระบบ เพื่อให้เกิดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ ที่ประกอบด้วย 5 ขั้นตอนโดยมีพื้นฐานมาจากทฤษฎีสรณนิยม ซึ่งมีความเชื่อว่า การเรียนรู้เป็นกระบวนการที่เกิดขึ้นภายในตัวผู้เรียน ซึ่งจะสร้างความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่พบเห็นกับความเข้าใจที่ผู้เรียนมีอยู่แล้ว โดยทฤษฎีนี้มีพื้นฐานมาจากทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของเพียเจต์ ที่ผู้เรียนแต่ละคนพยายามที่จะนำความเข้าใจเกี่ยวกับสิ่งต่าง ๆ ที่ตนพบเห็น มาสร้างเป็นโครงสร้างทางปัญญา โดยเชื่อมโยงโลกภายนอกและโลกภายใน โดยการดูดซึม (Assimilation) ซึ่งจะนำไปสู่โครงสร้างทางปัญญา และหากเกิดข้อขัดแย้งทางปัญญาจะทำให้เกิดภาวะไม่สมดุล (Disequilibrium) ซึ่งจะทำให้เกิดกระบวนการปรับให้เหมาะสม (Accommodation) ส่งผลให้เกิดการปรับเปลี่ยนโครงสร้างทางปัญญา และทำให้เกิดการเรียนรู้ที่มีความหมายโดยที่ผู้สอนจัดสภาพการเรียนรู้ใหม่ให้ผู้เรียนเกิดความขัดแย้งทางปัญญาหรือเกิดภาวะไม่สมดุลขึ้น ซึ่งเป็นสภาวะที่ประสบการณ์ใหม่ไม่สอดคล้องกับประสบการณ์เดิม ผู้เรียนต้องพยายามปรับข้อมูลใหม่กับประสบการณ์เดิมที่มีอยู่แล้วสร้างเป็นความรู้ใหม่ที่สามารถคลี่คลายสถานการณ์ที่เป็นปัญหา หรือขจัดความขัดแย้งทางปัญญาได้ ความรู้ใหม่ที่ได้สามารถเชื่อมโยงกับประสบการณ์เดิม เกิดการเรียนรู้ที่มีความหมาย เป็นความรู้ที่สร้างด้วยตนเอง โดยที่ผู้สอนไม่ได้เป็นผู้สร้างให้ (ทศนา แคมมณี, 2544: 32)

จึงกล่าวสรุปได้ว่า รูปแบบการเรียนการสอน 5E หมายถึง การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นให้นักเรียนสำรวจ สืบค้นข้อมูล เพื่อสร้างองค์ความรู้ใหม่และแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเอง โดยเชื่อมโยงสิ่งที่เรียนรู้เข้ากับประสบการณ์หรือความรู้เดิมซึ่งประกอบด้วย 5 ขั้นตอน

## 1.3 รูปแบบการเรียนการสอน 5E

Bybee และคณะ (1997; cited in Bybee และคณะ, 2006: 8 - 10) นักพัฒนาหลักสูตรที่เกี่ยวข้องกับการศึกษาและจัดทำหลักสูตรชีววิทยา (Biological Science Curriculum Study: BSCS) ของประเทศสหรัฐอเมริกาได้เสนอรูปแบบการเรียนการสอน 5E ซึ่งมี 5 ขั้นตอน ดังนี้

1. **ขั้นสร้างความสนใจ (Engagement)** เป็นขั้นสร้างความสนใจให้นักเรียนเกิดความอยากรู้อยากเห็นผ่านกิจกรรมสั้น ๆ และการล้วงความรู้เดิม เพื่อต้องการให้นักเรียนเชื่อมโยงประสบการณ์เดิมกับปัจจุบัน
2. **ขั้นสำรวจค้นคว้า (Exploration)** เป็นขั้นที่ให้นักเรียนมีประสบการณ์ในการสร้างองค์ความรู้ใหม่ โดยใช้ความรู้เดิม ผ่านการวางแผน ตรวจสอบปัญหา ดำเนินการสำรวจ ตรวจสอบสืบค้น รวบรวมข้อมูล และลงมือปฏิบัติ
3. **ขั้นอธิบายและลงข้อสรุป (Explanation)** เป็นขั้นที่ให้โอกาสนักเรียนได้แสดงความเข้าใจเกี่ยวกับความคิดรวบยอด ทักษะกระบวนการ และการปฏิบัติ และเป็นขั้นตอนที่เปิดโอกาสให้ครูแนะนำความคิดรวบยอด ทักษะกระบวนการและการปฏิบัติเพื่อให้นักเรียนมีความเข้าใจลึกซึ้งมากยิ่งขึ้น
4. **ขั้นขยายความรู้ (Elaboration)** เป็นขั้นในการกระตุ้นและขยายความเข้าใจเกี่ยวกับความคิดรวบยอดและทักษะ ผ่านประสบการณ์ใหม่ ให้นักเรียนได้พัฒนาความเข้าใจให้ลึกและกว้างขึ้น
5. **ขั้นประเมินผล (Evaluation)** เป็นขั้นที่ให้นักเรียนได้ประเมินความเข้าใจและความสามารถของตนเอง และครูได้ประเมินความก้าวหน้าของนักเรียนตามวัตถุประสงค์ของเรียน

สุนีย์ เหมาะประสิทธิ์ (2542: 7 - 8) ได้นำรูปแบบการเรียนการสอน 5E ของหลักสูตรชีววิทยาของประเทศสหรัฐอเมริกา (Biological Science Curriculum Study หรือ BSCS) มาดัดแปลงเพื่อให้เหมาะสมกับเด็กไทย โดยมุ่งเน้นให้นักเรียนสามารถรวมกันแสวงหา ค้นพบและสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง อีกทั้งยังให้นักเรียนมีโอกาสประสบผลสำเร็จในการเรียนรู้อย่างมีความสุข ภายใต้สภาพการณ์ที่จำลองหรือที่เป็นจริงแห่งชีวิต เพื่อให้นักเรียนมีทักษะชีวิตและทักษะทางสังคม การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบ 5E ที่ได้ดัดแปลงประกอบด้วย

1. **ขั้นนำ (Engagement Phase)** เป็นขั้นที่ครูกระตุ้นเพื่อสร้างความสนใจแก่นักเรียนหรือตรวจสอบ/ทบทวนความรู้และประสบการณ์เดิมของนักเรียน เพื่อนำเข้าสู่การเรียนรู้บทเรียนใหม่
2. **ขั้นสำรวจ/ขั้นสำรวจข้อมูลเพื่อการค้นพบ (Exploration Phase)** เป็นขั้นที่นักเรียนได้ปฏิบัติกิจกรรมโดยอาจปฏิบัติเป็นกลุ่มและรายบุคคล โดยนักเรียนสามารถนำความรู้และประสบการณ์เดิมมาสัมพันธ์กับความรู้ใหม่จึงทำให้นักเรียนสามารถค้นพบหรือสร้างความรู้ด้วยตนเองโดยครูมีบทบาทเป็นผู้อำนวยความสะดวกในการเรียนรู้ เป็นที่ปรึกษาและเป็นผู้กระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดการค้นพบ สร้างความรู้ด้วยตนเอง กล่าวโดยสรุป ขั้นนี้เป็นขั้นที่นักเรียนเกิดหรือค้นพบมโนคติ (Concept)
3. **ขั้นอธิบาย/ขั้นนำเสนอข้อมูลเพื่อการค้นพบ (Explanation Phase)**

เป็นขั้นที่นักเรียนอธิบายหรือนำเสนอโมโนมิติหรือความรู้ที่นักเรียนค้นพบในขั้นที่ 2 โดยอาจใช้ความรู้และประสบการณ์เดิมเป็นฐาน ประกอบกับหลักฐานและข้อมูลที่ค้นพบใหม่ ครูมีบทบาทตั้งคำถามและให้ความรู้หรือข้อมูลเพิ่มเติม เพื่อให้นักเรียนกระจ่างชัดยิ่งขึ้น

4. ขั้นขยายหรือขั้นประยุกต์ใช้โมโนมิติ/ขั้นประยุกต์ใช้ (Elaboration Phase) เป็นขั้นตอนที่นักเรียนประยุกต์ใช้โมโนมิติในสถานการณ์ใหม่หรือในสภาพที่เป็นจริง หรือขยายโมโนมิติอื่น ๆ ให้กว้างขึ้น จนก่อให้เกิดความรู้สึกลึกซึ้ง หรือโมโนมิติอื่นๆ ที่สัมพันธ์หรือเกี่ยวข้องกัน

5. ขั้นแลกเปลี่ยนเรียนรู้ (Evaluation Phase) ขั้นนี้เป็นการประเมินการเรียนรู้ด้วยกระบวนการต่างๆ โดยมุ่งให้นักเรียนนำความรู้ที่ได้มาประมวล และประยุกต์ใช้หรือผลการค้นพบมาจัดแสดงเพื่อแลกเปลี่ยนเรียนรู้ ความคิด ทักษะ และเจตคติต่อการทำกิจกรรมต่างๆ โดยมีปฏิสัมพันธ์ร่วมกัน และปฏิสัมพันธ์กับครู อันก่อให้เกิดสังคมแห่งการเรียนรู้

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2545: online) ได้เผยแพร่รูปแบบการเรียนการสอน 5E ซึ่งมีขั้นตอนการจัดการเรียนการสอนดังนี้

1. การสร้างความสนใจ (Engage) เป็นการนำเข้าสู่บทเรียนหรือเรื่องที่น่าสนใจ ซึ่งอาจเกิดขึ้นเองจากความสงสัยหรือความสนใจของตัวนักเรียนเอง หรือเกิดจากการอภิปรายภายใน เรื่องที่น่าสนใจอาจมาจากเหตุการณ์ที่กำลังเกิดขึ้นอยู่ในช่วงเวลานั้น หรือเป็นเรื่องที่เชื่อมโยงกับความรู้เดิมที่เพิ่งเรียนมาแล้วเป็นตัวกระตุ้นให้นักเรียนสร้างคำถาม กำหนดประเด็นที่จะศึกษา ในกรณีที่ยังไม่มีประเด็นใดน่าสนใจ ครูอาจจะจัดกิจกรรมหรือสถานการณ์เพื่อกระตุ้น ชั่วๆ หรือท้าทายให้นักเรียนตื่นเต้น สงสัย ใครรู้ อากรู้อากรู้เห็น หรือขัดแย้ง เพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหา การศึกษาค้นคว้า หรือการทดลอง แต่ไม่ควรบังคับให้นักเรียนยอมรับประเด็นหรือปัญหาที่ครูกำลังสนใจเป็นเรื่องที่จะศึกษา ทำได้หลายแบบ เช่น สาธิต ทดลอง นำเสนอข้อมูล เล่าเรื่อง/เหตุการณ์ ให้ค้นคว้า/อ่านเรื่อง อภิปราย/พูดคุย สนทนา ใช้เกม ใช้สื่อ วัสดุอุปกรณ์ สร้างสถานการณ์/ปัญหาที่น่าสนใจ ที่น่าสนใจแปลกใจ

2. การสำรวจค้นหา (Explore) นักเรียนดำเนินการสำรวจ ทดลอง ค้นหา และรวบรวมข้อมูล วางแผนกำหนดการสำรวจตรวจสอบ หรือออกแบบการทดลอง ลงมือปฏิบัติ เช่น สังเกต วัด ทดลอง รวบรวมข้อมูล ข้อเสนอแนะ หรือปรากฏการณ์ต่างๆ

3. การอธิบาย (Explain) นักเรียนนำข้อมูลที่ได้จากการสำรวจและค้นหามาวิเคราะห์ แปลผล สรุปและอภิปราย พร้อมทั้งนำเสนอผลงานในรูปแบบต่างๆ ซึ่งอาจเป็นรูปวาด ตาราง แผนผัง ผลงานมีความหลากหลาย สนับสนุนสมมติฐานที่ตั้งไว้หรือโต้แย้งกับสมมติฐานที่ตั้งไว้หรือไม่เกี่ยวข้องกับประเด็นที่กำหนดไว้ โดยมีการอ้างอิงความรู้ประกอบการให้เหตุผลสมเหตุสมผล การลงข้อสรุปถูกต้องเชื่อถือได้ มีเอกสารอ้างอิงและหลักฐานชัดเจน

4. การขยายความรู้ (Elaborate)

4.1 ครูจัดกิจกรรมหรือสถานการณ์ เพื่อให้นักเรียนมีความรู้

ลึกซึ้งขึ้นหรือขยายกรอบความคิดกว้างขึ้นหรือเชื่อมโยงความรู้เดิมสู่ความรู้ใหม่หรือนำไปสู่การศึกษา ค้นคว้า ทดลอง เพิ่มขึ้น เช่น ตั้งประเด็นเพื่อให้นักเรียน ชี้แจงหรือร่วมอภิปรายแสดงความคิดเห็น เพิ่มเติมให้ชัดเจนยิ่งขึ้น ชักถามให้นักเรียนชัดเจนหรือกระจ่างในความรู้ที่ได้หรือเชื่อมโยงความรู้ที่ได้ กับความรู้เดิม

4.2 นักเรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรม เช่น อธิบายและขยายความรู้ เพิ่มเติมมีความละเอียดมากขึ้น ยกสถานการณ์ ตัวอย่าง อธิบายเชื่อมโยงความรู้ที่ได้เป็นระบบและ ลึกซึ้งยิ่งขึ้น หรือสมบูรณ์ละเอียดขึ้น นำไปสู่ความรู้ใหม่หรือความรู้ที่ลึกซึ้งยิ่งขึ้น ประยุกต์ความรู้ที่ได้ ไปใช้ในเรื่องอื่นหรือสถานการณ์อื่นๆ หรือสร้างคำถามใหม่และออกแบบการสำรวจ ค้นหา และ รวบรวมเพื่อนำไปสู่การสร้างความรู้ใหม่

## 5. การประเมิน (Evaluate)

5.1 นักเรียนระบุสิ่งที่นักเรียนได้เรียนรู้ทั้งด้านกระบวนการและ ผลผลิต

5.2 นักเรียนตรวจสอบความถูกต้องของความรู้ที่ได้ เช่น วิเคราะห์ วิจารณ์ แลกเปลี่ยนความรู้ซึ่งกันและกัน คิดพิจารณาให้รอบคอบทั้งกระบวนการและผลงาน อภิปราย ประเมินปรับปรุง เพิ่มเติมและสรุป ถ้ายังมีปัญหา ให้ศึกษาทบทวนใหม่อีกครั้ง อ้างอิงทฤษฎีหรือ หลักการและเกณฑ์ เปรียบเทียบผลกับสมมติฐาน เปรียบเทียบความรู้ใหม่กับความรู้เดิม

5.3 นักเรียนทราบจุดเด่น จุดด้อยในการศึกษาค้นคว้า หรือทดลอง

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2546: online) ได้เผยแพร่ รูปแบบการสอนแบบสืบเสาะหาความรู้ของประกอบด้วยขั้นตอนที่สำคัญดังนี้

1. ขั้นสร้างความสนใจ (Engagement) เป็นการนำเข้าสู่บทเรียนหรือเรื่อง ที่สนใจซึ่งเกิดขึ้นจากความสงสัย หรืออาจเริ่มจากความสนใจของตัวนักเรียนเองหรือเกิดจากการ อภิปรายภายในกลุ่ม เรื่องที่น่าสนใจอาจมาจากเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นในช่วงเวลานั้น หรือเป็นเรื่องที่ เชื่อมโยงกับความรู้เดิมที่เพิ่งเรียนรู้มาแล้ว เป็นตัวกระตุ้นให้นักเรียนสร้างคำถาม กำหนดประเด็นที่ ศึกษา ในกรณีที่ไม่มีประเด็นใดที่น่าสนใจ ครูอาจให้ศึกษาจากสื่อต่างๆ หรือเป็นผู้กระตุ้นด้วยการ เสนอด้วยประเด็นขึ้นมาก่อน แต่ไม่ควรบังคับให้นักเรียนยอมรับประเด็นหรือคำถามที่ครูกำลังสนใจ เป็นเรื่องที่จะใช้ศึกษา เมื่อมีคำถามที่น่าสนใจและนักเรียนส่วนใหญ่ยอมรับให้เป็นประเด็นที่ต้องการ ศึกษา จึงร่วมกันกำหนดขอบเขตและแจกแจงรายละเอียดของเรื่องที่จะศึกษาให้มีความชัดเจนมากขึ้น อาจรวมทั้งการรับรู้ประสบการณ์เดิมหรือความรู้จากแหล่งต่าง ๆ ที่จะช่วยให้นำไปสู่ความเข้าใจเรื่อง หรือประเด็นที่จะศึกษามากขึ้น และมีแนวทางที่ใช้ในการสำรวจตรวจสอบอย่างหลากหลาย

2. ขั้นสำรวจและค้นหา (Exploration) เมื่อทำความเข้าใจในประเด็นหรือ คำถามที่สนใจจะศึกษาอย่างถ่องแท้แล้ว ก็มีการวางแผนกำหนดแนวทางสำหรับการตรวจสอบ ตั้งสมมติฐาน กำหนดทางเลือกที่เป็นไปได้ ลงมือปฏิบัติเพื่อเก็บรวบรวมข้อมูล ข้อเสนอแนะ หรือ ปรากฏการณ์ต่าง ๆ วิธีการตรวจสอบอาจทำได้หลายวิธี เช่น ทำการทดลอง ทำกิจกรรมภาคสนาม



การใช้คอมพิวเตอร์เพื่อช่วยสร้างสถานการณ์จำลอง (Simulation) การศึกษาหาข้อมูลจากเอกสารอ้างอิงหรือจากแหล่งข้อมูลต่าง ๆ เพื่อให้ได้มาซึ่งข้อมูลอย่างเพียงพอที่จะใช้ในขั้นต่อไป

3. ขั้นอธิบายและลงข้อสรุป (Explanation) เมื่อได้ข้อมูลอย่างเพียงพอจากการสำรวจตรวจสอบแล้ว จึงนำข้อมูลข้อสนเทศที่ได้วิเคราะห์ แปรผล สรุปผลและนำเสนอผลที่ได้ในรูปแบบต่าง ๆ เช่น บรรยายสรุป สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ หรือรูปวาด สร้างตาราง ฯลฯ การค้นพบในขั้นนี้อาจเป็นไปได้หลายทาง เช่น สนับสนุนสมมติฐานที่ตั้งไว้ โต้แย้งกับสมมติฐานที่ตั้งไว้ หรือไม่เกี่ยวข้องกับผู้ตั้งไว้ที่กำหนดไว้ แต่ผลที่ได้จะอยู่ในรูปใดก็สามารถสร้างความรู้และช่วยให้เกิดการเรียนรู้ได้

4. ขั้นขยายความรู้ (Elaboration) เป็นการนำความรู้ที่สร้างขึ้นไปเชื่อมโยงกับความรู้เดิมหรือความคิดที่ได้ค้นคว้าเพิ่มเติมหรือนำแบบจำลองหรือข้อสรุปที่ได้ไปใช้อธิบายสถานการณ์หรือเหตุการณ์อื่น ๆ ถ้าใช้อธิบายเรื่องต่าง ๆ ได้มากก็แสดงว่าข้อจำกัดน้อย ซึ่งจะช่วยให้เชื่อมโยงกับเรื่องต่าง ๆ และทำให้เกิดความรู้กว้างขวางขึ้น

5. ขั้นประเมิน (Evaluation) เป็นการประเมินการเรียนรู้ด้วยกระบวนการต่าง ๆ ว่านักเรียนมีความรู้อะไรบ้าง อย่างไร และมากน้อยเพียงใด จากขั้นนี้จะนำไปสู่การนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในเรื่องอื่น ๆ การนำความรู้หรือแบบจำลองไปใช้อธิบายหรือประยุกต์ใช้กับเหตุการณ์หรือเรื่องอื่น ๆ จะนำไปสู่ข้อโต้แย้งหรือข้อจำกัดซึ่งจะก่อให้เกิดประเด็นหรือคำถาม หรือปัญหาที่จะต้องสำรวจตรวจสอบต่อไป ทำให้เกิดเป็นกระบวนการที่ต่อเนื่องกันไปเรื่อย ๆ จึงเรียกว่า Inquiry cycle กระบวนการสืบเสาะหาความรู้จึงช่วยให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ทั้งเนื้อหาหลัก และหลักการ ทฤษฎี ตลอดจนลงมือปฏิบัติ เพื่อให้ได้ความรู้ซึ่งจะเป็นพื้นฐานในการเรียนต่อไป

อีกประการหนึ่งการจัดกิจกรรมการจัดกิจกรรมเรียนรู้แบบนี้ แม้ดำเนินขั้นตอนไปยังไม่ครบวัฏจักรก็สามารถขึ้นต้นวัฏจักรใหม่เพื่อสืบเสาะเรื่องใหม่ซ้อนอยู่ในวัฏจักรเดิมได้อีก เช่น เมื่อครูจัดกิจกรรมอยู่ในขั้นตอนขยายความรู้ ครูไม่ใช้วิธีการบรรยาย แต่ครูต้องการจัดกิจกรรมอื่นแทน ดังนั้นครูอาจสร้างความสนใจเพื่อให้นักเรียนสงสัยต่อแล้วสำรวจและค้นหาเพิ่มเติมต่อไป

(สมบัติ การจนารักพงศ์, 2549: 7)

จึงกล่าวสรุปได้ว่า รูปแบบการเรียนการสอน 5E ประกอบด้วย 5 ขั้นคือ 1. ขั้นสร้างความสนใจ (Engagement) เป็นขั้นที่ทำให้นักเรียนเกิดความอยากรู้อยากเห็นโดยเชื่อมประสบการณ์เดิมกับปัจจุบัน เพื่อเตรียมความพร้อมที่จะเข้าสู่บทเรียนหรือโจทย์ปัญหาใหม่ เช่น สาธิต เล่าเรื่อง เหตุการณ์ สนทนา สร้างสถานการณ์หรือปัญหาที่น่าสงสัยแปลกใจ 2. ขั้นสำรวจค้นคว้า (Exploration) เป็นขั้นที่ให้นักเรียนมีประสบการณ์ร่วมกันในการตรวจสอบสถานการณ์หรือปัญหา โดยการวางแผน สำรวจ รวบรวมข้อมูล สังเกต วัด วิเคราะห์ และลงข้อสรุป 3. ขั้นอธิบายและลงข้อสรุป (Explanation) เป็นขั้นที่ให้นักเรียนได้แสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับความคิดรอบยอดและวิธีการแก้โจทย์ปัญหาโดยมีการอ้างอิงความรู้ประกอบการให้เหตุผล มีการลงข้อสรุปที่ถูกต้องเชื่อถือได้ โดยมีครูให้คำแนะนำเพื่อให้นักเรียนมีความเข้าใจที่ลึกซึ้งมากยิ่งขึ้น 4. ขั้นขยายความรู้

(Elaboration) เป็นขั้นในการประยุกต์ ขยายหรือเพิ่มเติมการใช้สัญลักษณ์ นิยาม คำอธิบาย และ ทักษะไปสู่สถานการณ์ใหม่หรือโจทย์ปัญหาที่ซับซ้อนมากยิ่งขึ้น เพื่อให้นักเรียนมีความรู้ลึกซึ้งขึ้นหรือ ขยายกรอบความคิดกว้างขึ้นหรือเชื่อมโยงความรู้เดิมสู่ความรู้ใหม่หรือนำไปสู่การศึกษาค้นคว้า ทดลองเพิ่มขึ้น และ 5. ขั้นประเมินผล (Evaluation) เป็นขั้นในการประเมินผลการเรียนรู้ของนักเรียน โดยครูและนักเรียนมีส่วนร่วมในการประเมินทั้งด้านกระบวนการ ผลผลิต และความถูกต้องของ ความรู้ที่ได้

#### 1.4 บทบาทของครูและนักเรียนในรูปแบบการเรียนการสอน 5E

BSCS พัฒนาหลักสูตรอย่างรอบคอบ โดยออกแบบในแต่ละส่วนเพื่อเป็นตัวอย่าง ของขั้นตอนการเรียนการสอน และนอกจากนี้ยังเป็นเครื่องมือสำหรับครูเพื่อนำไปใช้ในการวิจัย เพื่อให้มั่นใจว่าเครื่องมือนี้จะมีโอกาสทำให้ครูบรรลุผลดีที่สุด BSCS ได้แนะนำบทบาทของครู และ นักเรียนในการนำรูปแบบการเรียนการสอน 5E ไปใช้ ดังตารางที่ 2 และ 3

ตารางที่ 2 บทบาทครูในการเรียนการสอน 5E ตามแนวคิดของ Bybee และคณะ

(1997; cited in Bybee และคณะ, 2006: 34)

ขั้นตอนการเรียนการสอน	สิ่งที่ครูทำ	
	สอดคล้องกับ 5E	ไม่สอดคล้องกับ 5E
1. การสร้างความสนใจ (Engagement)	<ul style="list-style-type: none"> <li>- สร้างความสนใจ</li> <li>- สร้างความอยากรู้อยากเห็น</li> <li>- ตั้งคำถามกระตุ้นให้นักเรียนคิด</li> <li>- ดึงเอาคำตอบที่ยังไม่ครอบคลุมสิ่งที่นักเรียนรู้หรือแนวคิด หรือเนื้อหา</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- อธิบายแนวคิด</li> <li>- ให้คำจำกัดความและคำตอบ</li> <li>- สรุประเด็นให้</li> <li>- จัดคำตอบให้เป็นหมวดหมู่</li> <li>- บรรยาย</li> </ul>
2. การสำรวจและค้นหา (Exploration)	<ul style="list-style-type: none"> <li>- ส่งเสริมให้นักเรียนทำงานร่วมกันในการสำรวจ ตรวจสอบ</li> <li>- สังเกตและฟังการโต้ตอบกันระหว่าง นักเรียนกับนักเรียน</li> <li>- ชักถามเพื่อนำไปสู่การสำรวจตรวจสอบของนักเรียน</li> <li>- ให้นักเรียนในการคิดข้อสงสัยตลอดจนปัญหาต่าง ๆ</li> <li>- ทำหน้าที่ให้คำปรึกษาแก่นักเรียน</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- เตรียมคำตอบไว้ให้</li> <li>- บอกหรืออธิบายวิธีการแก้ปัญหา</li> <li>- จัดคำตอบให้เป็นหมวดหมู่</li> <li>- บอกนักเรียนเมื่อนักเรียนทำไม่ถูก</li> <li>- ให้ข้อมูลหรือข้อเท็จจริงที่ใช้ในการแก้ปัญหา</li> <li>- นำนักเรียนแก้ปัญหาที่ละขั้นตอน</li> </ul>
3. การอธิบายและลงข้อสรุป (Explanation)	<ul style="list-style-type: none"> <li>- ส่งเสริมให้นักเรียนอธิบายแนวคิด หรือให้คำจำกัดความด้วยคำพูดของตนเอง</li> <li>- ให้นักเรียนแสดงหลักฐาน ให้เหตุผลและอธิบายให้กระจ่าง</li> <li>- ให้นักเรียนอธิบาย ให้คำจำกัดความและชี้บอกส่วนต่างๆ ใน แผนภาพ</li> <li>- ให้นักเรียนใช้ประสบการณ์เดิมของตนเป็นพื้นฐานในการอธิบายแนวคิด</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- ยอมรับคำอธิบายโดยไม่มีหลักฐานหรือไม่เหตุผลประกอบ</li> <li>- ไม่สนใจคำอธิบายของนักเรียน</li> <li>- แนะนำนักเรียนโดยปราศจากการเชื่อมโยงแนวคิดหรือทักษะ</li> </ul>
4. การขยายความรู้ (Elaboration)	<ul style="list-style-type: none"> <li>- คาดหวังให้นักเรียนได้ใช้ประโยชน์จากการชี้บอกส่วนประกอบต่าง ๆ ในแผนภาพ คำจำกัดความ และอธิบายสิ่งที่เรียนรู้มาแล้ว</li> <li>- ส่งเสริมให้นักเรียนนำสิ่งที่นักเรียนได้เรียนรู้ไปประยุกต์ใช้หรือขยายความรู้และทักษะในสถานการณ์ใหม่</li> <li>- ให้นักเรียนอธิบายอย่างมีความหมายและอ้างอิงข้อมูลที่มีอยู่พร้อมทั้งแสดงหลักฐานและ ถามคำถามนักเรียนว่าได้เรียนรู้อะไรบ้าง หรือได้แนวคิดอะไร</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- ให้คำตอบที่ชัดเจน</li> <li>- บอกนักเรียนเมื่อนักเรียนทำไม่ถูก</li> <li>- ใช้เวลามากในการบรรยาย</li> <li>- นำนักเรียนแก้ปัญหาที่ละขั้นตอน</li> <li>- อธิบายวิธีแก้ปัญหา</li> </ul>
5. การประเมินผล (Evaluation)	<ul style="list-style-type: none"> <li>- สังเกตนักเรียนในการนำแนวคิดและทักษะใหม่ไปประยุกต์ใช้</li> <li>- ประเมินความรู้และทักษะนักเรียน</li> <li>- หาหลักฐานที่แสดงว่านักเรียนเปลี่ยนความคิดหรือพฤติกรรม</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- ทดสอบคำนิยามศัพท์และข้อเท็จจริง</li> <li>- ให้แนวคิดใหม่</li> <li>- สร้างความคลุมเครือ</li> <li>- ส่งเสริมการอภิปรายที่ไม่เชื่อมโยงแนวคิดหรือทักษะ</li> </ul>

ตารางที่ 3 บทบาทของนักเรียนในการเรียนการสอน 5E ตามแนวคิดของ Bybee และคณะ (1997; cited in และคณะ, 2006: 33)

ขั้นตอนการเรียนการสอน	สิ่งที่นักเรียนทำ	
	สอดคล้องกับ 5E	ไม่สอดคล้องกับ 5E
1. การสร้างความสนใจ (Engagement)	<ul style="list-style-type: none"> <li>- ถามคำถามเช่น ทำไม สิ่งนี้จึงเกิดขึ้น ฉันได้เรียนรู้อะไรบ้างเกี่ยวกับสิ่งนี้</li> <li>- แสดงความสนใจ</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- ถามหาคำตอบที่ถูกต้อง</li> <li>- ตอบเฉพาะคำตอบที่ถูกต้อง</li> <li>- ยืนยันคำตอบหรือคำอธิบาย ค้นหาวิธีการแก้ปัญหาเพียงวิธีเดียว</li> </ul>
2. การสำรวจค้นหา (Exploration)	<ul style="list-style-type: none"> <li>- คิดอย่างอิสระแต่อยู่ในขอบเขตของกิจกรรม</li> <li>- ทดสอบการคาดคะเนและสมมติฐาน</li> <li>- คาดคะเนและตั้งสมมติฐานใหม่</li> <li>- พยายามหาทางเลือกในการแก้ปัญหาและอภิปรายทางเลือกเหล่านั้นกับคนอื่น ๆ</li> <li>- บันทึกการสังเกตและให้ข้อคิดเห็น</li> <li>- ลงข้อสรุป</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- ให้คนอื่นคิดและสำรวจตรวจสอบ</li> <li>- ทำงานเพียงลำพังโดยมีปฏิสัมพันธ์กับผู้อื่นน้อยมาก</li> <li>- ปฏิบัติอย่างสับสนไม่มีเป้าหมายที่ชัดเจน</li> <li>- เมื่อแก้ปัญหาได้แล้วก็ไม่คิดต่อ</li> </ul>
3. การอธิบายและลงข้อสรุป (Explanation)	<ul style="list-style-type: none"> <li>- อธิบายการแก้ปัญหาหรือคำตอบที่ซับซ้อน</li> <li>- ฟังคำอธิบายของคนอื่นอย่างคิดวิเคราะห์</li> <li>- ถามคำถามเกี่ยวกับสิ่งที่คนอื่นได้อธิบาย</li> <li>- ฟังและพยายามทำความเข้าใจเกี่ยวกับสิ่งที่ครูอธิบาย</li> <li>- อ้างอิงกิจกรรมที่ได้ปฏิบัติมาแล้ว</li> <li>- ใช้ข้อมูลที่ได้จากการบันทึก/สังเกตในการอธิบาย</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- อธิบายโดยไม่มีเชื่อมโยงกับประสบการณ์เดิม</li> <li>- ยกตัวอย่างและประสบการณ์ที่ไม่เกี่ยวข้องกัน</li> <li>- ยอมรับคำอธิบายโดยไม่ให้เหตุผล</li> <li>- ไม่สนใจคำอธิบายของคนอื่นซึ่งมีเหตุผลพอที่จะเชื่อถือได้</li> </ul>
4. การขยายความรู้ (Elaboration)	<ul style="list-style-type: none"> <li>- นำการชี้บอกส่วนประกอบต่าง ๆ ในแผนภาพ คำจำกัดความ คำอธิบายและทักษะไปประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ใหม่ที่คล้ายกับสถานการณ์เดิม</li> <li>- ใช้ข้อมูลเดิมในการถามคำถาม กำหนดจุดประสงค์ในการแก้ปัญหา การตัดสินใจ และออกแบบการทดลอง</li> <li>- ลงข้อสรุปอย่างสมเหตุสมผลจากหลักฐานที่ปรากฏ</li> <li>- บันทึกการสังเกตและอธิบาย</li> <li>- ตรวจสอบความเข้าใจกับเพื่อน ๆ</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- ปฏิบัติโดยไม่มีเป้าหมายชัดเจน</li> <li>- ไม่สนใจข้อมูลหรือหลักฐานที่มีอยู่</li> <li>- อธิบายเหมือนกับที่ครูจัดเตรียมไว้หรือกำหนดไว้</li> </ul>
5. การประเมินผล (Evaluation)	<ul style="list-style-type: none"> <li>- ตอบคำถามปลายเปิดโดยใช้การสังเกต หลักฐาน และคำอธิบายที่ยอมรับมาแล้ว</li> <li>- แสดงออกถึงความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับความคิดรวบยอดหรือทักษะ</li> <li>- ประเมินความก้าวหน้าหรือความรู้ด้วยตนเอง</li> <li>- ถามคำถามที่เกี่ยวข้องเพื่อส่งเสริมให้มีการสำรวจตรวจสอบต่อไป</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- ลงข้อสรุปโดยปราศจากหลักฐานหรือคำอธิบายที่เป็นที่ยอมรับมาแล้ว</li> <li>- ตอบแต่เพียงว่าถูกหรือผิดและอธิบายให้คำจำกัดความโดยใช้ความจำ</li> <li>- ไม่สามารถอธิบายเพื่อแสดงความเข้าใจด้วยคำพูดของตนเอง</li> </ul>

## 2. คำถามปลายเปิด

### 2.1 ความหมายของคำถามปลายเปิด

ในการอธิบายความหมายของคำถามปลายเปิดนั้นมีนักการศึกษาหลายท่าน ได้ให้ความหมายต่าง ๆ ไว้ดังนี้

Stenmark (1991: 20) ได้กล่าวว่า คำถามปลายเปิดที่มีแนวทางเข้าสู่คำตอบได้อย่างหลากหลายและให้นักเรียนตอบได้อย่างหลากหลายวิธี

Cai และคณะ (1996: 137) ได้กล่าว คำถามปลายเปิดเป็นคำถามที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงความสามารถในการคิด การให้เหตุผล การสื่อสารและการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ถึงแม้จะมีผู้หาคำตอบได้แล้วนักเรียนคนอื่นก็ยังมีโอกาสหาคำตอบอื่นๆได้อีก ทำให้นักเรียนตอบคำถามได้ตามระดับความสามารถของตนเองซึ่งคำตอบที่ได้จะสะท้อนถึงระดับความเข้าใจของนักเรียนแต่ละคน

Becker และ Shimada (1997: 1) ได้กล่าวไว้ว่า คำถามปลายเปิดเป็นคำถามที่สร้างขึ้นให้มีคำตอบที่ถูกต้องหลายคำตอบ ซึ่งคำถามประเภทนี้มักพบอยู่เสมอในการสอนตามปกติในชั้นเรียน เมื่อครูใช้ถามนักเรียนโดยมีจุดมุ่งหมายในการพัฒนาความหลากหลายของวิธีการหรือแนวทางเข้าสู่การหาคำตอบของปัญหาที่กำหนด

दनัย ถนอมจิตร (2553: 27) ได้กล่าวว่า คำถามปลายเปิดหมายถึง คำถามที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงคำตอบหรือวิธีการอย่างหลากหลายในการแก้ปัญหา เป็นคำถามที่กระตุ้นให้คิด โดยนักเรียนที่มีความสามารถต่างกัน สามารถทำหรือแก้ปัญหาได้ตามความสามารถของตนเอง

ปรีชา เนาวิเย่นผล (2544: 27) ได้กล่าวว่า คำถามปลายเปิดเป็นคำถามที่สร้างขึ้นให้มีคำตอบเปิดกว้าง มีคำตอบที่ถูกต้องหลายคำตอบหรือวิธีการหรือแนวทางหาคำตอบได้หลายวิธี

ปิยะรัตน์ เจาพ่อง (2551: 18) กล่าวว่า คำถามปลายเปิดคือคำถามที่ให้นักเรียนได้แสดงถึงวิธีการแก้ปัญหาที่มีหลายคำตอบหรือมีความหลากหลายของการที่จะให้ได้มาซึ่งคำตอบด้วยความสามารถของตนเอง พัฒนารูปวิธีการแก้ปัญหาและการสื่อสารความคิดด้วยตนเอง

จากที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า คำถามปลายเปิดหมายถึงคำถามที่ไม่จำกัดขอบเขตวิธีคิด เปิดโอกาสให้นักเรียนแสดงแนวคิดและวิธีการแก้ปัญหา โดยอาจมีคำตอบและ/หรือแนวทางการหาคำตอบที่หลากหลาย ตามประสบการณ์เดิมและความรู้ของนักเรียน

### 2.2 ลักษณะและชนิดของคำถามปลายเปิด

นักการศึกษาได้อธิบายลักษณะและจำแนกชนิดของคำถามปลายเปิด โดยมีเกณฑ์ในการจำแนกที่แตกต่างกัน ดังนี้

Foong (2000: 135 - 140) ได้กำหนดลักษณะของคำถามปลายเปิดไว้ดังนี้

1. ปัญหาที่มีข้อมูลบางส่วนขาดหายไป
2. การนำเสนอปัญหาใหม่หลังจากแก้ปัญหาต้นแบบได้แล้ว
3. ปัญหาที่ให้นักเรียนอธิบายความคิดรวบยอด กฎเกณฑ์ ความผิดพลาดในการหาคำตอบต่าง ๆ
4. ปัญหาที่กำหนดให้นักเรียนค้นพบ

Partnership for Reform Initiatives in Sciences and Mathematics (PRISM) (2001: online) ได้จัดประเภทของคำถามปลายเปิดไว้ดังนี้

1. คำถามปลายเปิดประเภทให้วิเคราะห์ เป็นคำถามที่มักให้อธิบาย หรือ ยกตัวอย่าง เพื่อแสดงถึงความเข้าใจของนักเรียน
2. คำถามปลายเปิดประเภทให้เปรียบเทียบ เป็นคำถามที่มีเป้าหมายให้นักเรียนชี้ถึงความแตกต่างของสิ่งที่สัมพันธ์กันอยู่
3. คำถามปลายเปิดประเภทให้แก้ปัญหา เป็นคำถามที่กระตุ้นให้นักเรียน พยายามหาแนวทางต่าง ๆ ที่จะใช้ในการแก้ปัญหา ทำให้นักเรียนทราบว่านักเรียนมีทักษะการแก้ปัญหาอย่างน้อยเพียงใด

Noda (1983 อ้างถึงใน ดนัย ถนอมจิต, 2553: 28) ได้แบ่งชนิดของคำถามปลายเปิดออกเป็น 3 ชนิด

1. กระบวนการเปิด (Process is Open) คำถามปลายเปิดชนิดนี้จะมีการระบุคำถามเพื่อให้นักเรียนได้พยายามหาแนวทางในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย แนวทางการหาคำตอบที่หลากหลายนั้น ทำให้นักเรียนดำเนินกิจกรรมไปตามความสามารถและความสนใจ โดยอาศัยการอภิปรายกลุ่ม
2. ผลลัพธ์เปิด (End Product are Open) คำถามปลายเปิดชนิดนี้มีคำตอบที่ถูกต้องหลากหลาย
3. แนวทางในการพัฒนาคำถามปลายเปิด (Way do Develop are Open) หลังจากแก้ปัญหาได้แล้ว นักเรียนยังสามารถพัฒนาไปสู่ปัญหาใหม่ด้วยการเปลี่ยนแปลงเงื่อนไขหรือองค์ประกอบเดิม

Beker และ Shimada (1997: 23) ได้แบ่งคำถามปลายเปิดออกเป็น 3 ประเภท ดังนี้

1. คำถามที่เกี่ยวกับการหาความสัมพันธ์ (Finding Relations) คำถามประเภทนี้จะมีเป้าหมายเพื่อให้นักเรียนค้นหากฎเกณฑ์หรือความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ เช่น

“87 เป็นจำนวนที่อยู่ในพจน์ใดพจน์หนึ่งของลำดับ 3, 10, 17, 24, 31, ... หรือไม่เพราะเหตุใด ”

2. คำถามที่เกี่ยวกับการแยกประเภท (Classifying) เป็นคำถามเพื่อให้นักเรียนแยกประเภทหมวดหมู่ที่มีลักษณะแตกต่างกันโดยใช้เกณฑ์ของนักเรียนเอง ซึ่งจะนำไปสู่การสร้างความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์

3. คำถามที่เกี่ยวกับการประเมินหรือการประมาณของสิ่งต่างๆหรือสถานการณ์ (Measuring) คำถามในลักษณะนี้มีเป้าหมายเพื่อให้นักเรียนประเมินสถานการณ์ที่เป็นปัญหาใดๆที่เกี่ยวกับการคิด การตัดสินใจโดยใช้คณิตศาสตร์ นักเรียนจะได้รับการคาดหวังว่าจะประยุกต์ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์และทักษะพื้นฐานที่จะนำมาแก้ปัญหา เช่น “เศรษฐีคนหนึ่ง มีลูกน้องชื่อบุญมาเป็นคนซื้อสัตย์และทำหน้าที่คอยดูแลกิจการแทน เศรษฐี ดังนั้นเศรษฐีจึงให้รางวัลแก่บุญมา โดยให้เลือกระหว่าง 1) เอาทองคำหนัก 50 บาท 2) รับเงินรายวันโดยเริ่มวันแรก 1 บาท วันที่สอง 2 บาท วันที่สาม 4 บาท ส่วนวันต่อไปจะ ได้รับเงินเป็นสองเท่าของวันที่ได้รับก่อนหน้านั้นทุกวันและจะได้รับเงินเพิ่มแบบนี้จนครบ 20 วัน บุญมาจะเลือกรับรางวัลแบบใด จึงให้เหตุผล”

จากที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า ลักษณะของคำถามปลายเปิดนั้น เป็นคำถามที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้อธิบายและแสดงความคิดของตนเอง โดยสามารถแบ่งคำถามปลายเปิดเป็นประเภทได้หลากหลาย ตามเกณฑ์ในการแบ่งของนักการศึกษา

### 2.3 การสร้างคำถามปลายเปิด

นักการศึกษาได้เสนอแนวทางและขั้นตอนในการสร้างคำถามปลายเปิดไว้ดังนี้

Beker และ Shimada (1997: 28 - 31) กล่าวว่าเป็นการยากในการสร้างคำถามปลายเปิดที่ดีและเหมาะสมกับระดับความสามารถของนักเรียนที่แตกต่างกัน ซึ่งได้ให้ข้อเสนอแนะในการสร้างคำถามปลายเปิด ดังนี้

1. เตรียมสถานการณ์เชิงกายภาพที่เกี่ยวข้องกับตัวแปรเชิงปริมาณที่สามารถสังเกตความสัมพันธ์ได้
2. เปลี่ยนคำถามจากเดิมที่ให้พิสูจน์ทฤษฎีบทในรูป “ถ้า P แล้ว Q” เปลี่ยนเป็น “ถ้า P แล้วความสัมพันธ์ของสิ่งต่างๆที่นักเรียนพบมีอะไรบ้าง” โดยจะต้องมีการกำหนดขอบเขตของคำว่า “สิ่งต่างๆ” ให้เฉพาะเจาะจงขึ้น
3. ในการสอนเกี่ยวกับทฤษฎีบท ควรเริ่มต้นด้วยการยกตัวอย่างหลายๆตัวอย่างก่อนเพื่อให้นักเรียนได้สร้างข้อสรุปด้วยตนเอง
4. แสดงรายการที่เป็นลำดับหรือตารางของข้อมูลต่างๆเพื่อให้นักเรียนได้ค้นหาความสัมพันธ์หรือกฎทางคณิตศาสตร์
5. ใช้ตัวอย่างจริงเพื่อให้นักเรียนได้เห็นภาพ
6. แสดงคำถามที่มีลักษณะคล้ายๆกันหลายคำถามเพื่อให้นักเรียนได้หาคำตอบและหาสมบัติที่คำถามเหล่านั้นมีร่วมกัน

7. จัดสถานการณ์กึ่งคณิตศาสตร์ (Quasi - Mathematics) ซึ่งเป็นสถานการณ์ที่นักเรียนสามารถนำคณิตศาสตร์ไปใช้ในการช่วยอธิบายได้

8. แสดงตัวอย่างที่ชัดเจนของโครงสร้างทางพีชคณิต โดยแสดงตัวอย่างข้อมูลเชิงตัวเลขที่ง่ายในการพิจารณาเพื่อให้นักเรียนได้ค้นหากฎทางคณิตศาสตร์

Partnership for Reform Initiatives in Science and Mathematics (2001: online) ได้แนะนำขั้นตอนการสร้างคำถามปลายเปิดไว้ดังนี้

1. เลือกหัวเรื่องของคำถาม ซึ่งเป็นการกำหนดความคิดรวบยอดที่ต้องการใช้คำถามปลายเปิดประเมินพร้อมทั้งกำหนดเป้าหมายและเลือกส่วนของเนื้อหาบทเรียนที่จะใช้คำถามปลายเปิด

2. พิจารณาสິงที่ต้องการให้นักเรียนได้ปฏิบัติโดยต้องคำนึงถึงความเป็นไปได้ของรูปแบบที่ดีที่สุดที่นักเรียนจะใช้ เช่น เปรียบเทียบ อธิบาย ประเมินค่า ทำนาย เป็นต้น และควรมีการเชื่อมโยงเนื้อหากับความคาดหวังของครูที่ต้องการให้นักเรียนแสดงออกมา

3. ใช้รูปแบบ RAMPS ในการสร้างข้อคำถาม ดังนี้

3.1 เขียนสถานการณ์ของข้อคำถาม โดยมีการระบุถึงบทบาทของนักเรียน (Role: R) ผู้อ่านที่นักเรียนจะนำเสนอ (Audience: A) บริบทของปัญหา (Setting: S) ปัญหาที่ต้องการให้นักเรียนแก้ รวมถึงสมมติฐานของปัญหา (ถ้ามี)

3.2 เขียนความคาดหวังที่สัมพันธ์กับการแสดงออกของนักเรียนต่อคำถามได้แก่ รูปแบบหรือวิธีการที่เป็นไปได้ที่นักเรียนจะใช้ (Mode: M) เช่น การวางแผน การอธิบาย การสรุป เป็นต้น กำหนดเป้าหมายในการถาม (Purpose: P) เช่น ถามเพื่อประเมินค่า เปรียบเทียบ อธิบาย ทำนาย เป็นต้น นอกจากนี้ควรระบุความคาดหวังเฉพาะที่ต้องการให้นักเรียนอธิบาย ซึ่งอาจระบุให้นักเรียนอธิบายโดยใช้แผนภาพ ไดอะแกรม หรือรูปภาพ

4. พัฒนาเกณฑ์การให้คะแนน

พร้อมพรรณ อุดมสิน (2544 : 181) ได้เสนอแนวทางหนึ่งที่สามารถสร้างคำถามปลายเปิดได้คือ การปรับคำถามปลายปิดที่มีอยู่ในแบบเรียนให้เป็นคำถามปลายเปิดโดยใช้วิธีการเช่น ตัดเงื่อนไขบางประการออกไป การย้ายคำถาม การเพิ่มข้อมูลที่ไม่จำเป็นเข้าไปในคำถาม

จากข้อความข้างต้นสรุปได้ว่า การสร้างคำถามปลายเปิดนั้นสามารถทำได้โดยการนำคำถามปลายปิดมาสร้างเป็นคำถามปลายเปิด ซึ่งจะยึดสถานการณ์เดิมไว้ และตัดเงื่อนไขบางประการออกไป แล้วนำมาถามในแง่มุมใหม่

## 2.4 ลักษณะการใช้คำถามที่ดี

Beker และ Shimada (1997: 31 – 32) ได้ให้ข้อเสนอแนะว่า ก่อนที่จะนำคำถามปลายเปิดไปใช้ในการเรียนการสอนควรพิจารณาถึงสิ่งต่อไปนี้



1. คำถามนั้นมีคุณค่าทางคณิตศาสตร์หรือไม่ โดยคำถามที่ใช้นอกจากจะกระตุ้นให้นักเรียนได้คิดจากมุมมองที่แตกต่างกันแล้วควรมีคุณค่าในเชิงเนื้อหาคณิตศาสตร์ กล่าวคือ นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนทั้งสูงและต่ำสามารถแก้ปัญหาได้โดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ตนเองมีอยู่ ซึ่งแต่ละคนอาจจะใช้วิธีการที่แตกต่างกัน และในแต่ละวิธีการนั้นยังคงมีคุณค่าทางคณิตศาสตร์

2. ระดับของความรู้คณิตศาสตร์ที่ต้องใช้ในการตอบคำถามเหมาะสมกับระดับความรู้ของนักเรียนหรือไม่ เพราะเมื่อนักเรียนต้องตอบคำถามปลายเปิดนั้นเขาอาจต้องใช้ความรู้และทักษะทางคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนมาแล้ว ดังนั้นครูควรเลือกใช้คำถามที่เหมาะสมกับพื้นฐานความรู้ของนักเรียน

3. คำถามนั้นเมื่อใช้แล้วสามารถนำไปสู่การพัฒนาเชิงคณิตศาสตร์ได้หรือไม่ กล่าวคือ คำตอบที่เป็นไปได้ของคำถามปลายเปิดนั้นควรมีบางคำตอบที่สามารถเชื่อมโยงหรือสัมพันธ์กับมโนคติทางคณิตศาสตร์ในระดับที่สูงขึ้นได้

4. นักเรียนสามารถตอบได้อย่างหลากหลายทั้งวิธีการและคำตอบ ทั้งนี้ นักเรียนแต่ละคนย่อมมีความคิดที่ไม่เหมือนกัน และที่สำคัญควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้สื่อสารความเข้าใจในเรื่องนั้นๆ ได้อย่างอิสระและเต็มความสามารถ

5. เป็นคำถามที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้สื่อสารความคิดของตนเอง เพราะเมื่อใดที่นักเรียนได้สื่อสารความคิดหรือเหตุผลของตนแล้ว ครูสามารถรับรู้ได้ว่านักเรียนมีความรู้ ความเข้าใจ และสามารถประยุกต์ใช้ความรู้ได้อย่างไรบ้าง

6. คำถามที่ให้ควรมีความชัดเจน ว่าต้องการให้นักเรียนทำหรือแสดงอะไร เมื่อนักเรียนได้อ่านคำถามแล้ว ควรจะคาดเดาได้ว่าคำตอบลักษณะใดที่เป็นคำตอบที่เหมาะสม และตรงกับความต้องการของครู

Callahan และคณะ (1998: อ้างถึงใน ก่องแก้ว เจริญอักษร: 9) กล่าวว่า การใช้คำถามมีขั้นตอนดังนี้

1. ควรถามคำถามเสียก่อน ก่อนจะเรียกผู้เรียนให้ตอบ
2. ถามไปแล้ว ก็หยุดให้เขามีความคิดเสียก่อน ก่อนจะเรียกให้เขาตอบ
3. ถ้าเขาตอบคำถามแล้วบางส่วน ก็ควรขยายคำถามย่อย ๆ ให้เขาขยายคำตอบส่วนนั้นให้เป็นที่เข้าใจ (ถ้าพบว่าคำตอบยังไม่ชัดเจน)
4. โปรยคำถามไปทั่ว ๆ อย่าตกลูมถามแต่บางคนที่ชอบใจว่าจะตอบได้ดี
5. ชมเชยผู้ให้คำตอบได้ดี ไม่ตำหนิหรือแสดงความเบื่อหน่ายคำตอบที่ไม่ถูกต้อง แต่ให้กำลังใจต่อไปอีกด้วยการถามทำนองเดียวกันซ้ำ ๆ เพื่อให้ผู้ตอบได้ความคิดใหม่ ๆ จนมุ่งหาคำตอบที่ต้องการได้

Callahan และ Clark (1997 อ้างถึงในก่องแก้ว เจริญอักษร, 2533: 8) ได้กล่าวว่า การใช้คำถามที่ดี ควรระมัดระวังสิ่งต่อไปนี้ เช่น

1. ประโยคคำถามควรมีข้อความชัดเจนในตัวเอง
2. คำถามควรเป็นการกระตุ้นให้คิดหาคำตอบให้ยาว ๆ
3. ในตัวคำถามไม่ควรมีการบอกใบ้คำตอบแฝงอยู่
4. ในตัวคำถามไม่ควรมีข้อชี้แนะชัดเจนให้ตอบผิด ๆ
5. ไม่ควรใช้คำถามที่ให้ตอบรักหรือปฏิเสธง่าย ๆ
6. คำถามที่ดี ควรสร้างเสริมให้ผู้เรียนพัฒนาแนวคิดรวบยอด (concept)

ได้ด้วย

พิมพันธ์ เดชะคุปต์ (2544: 93 - 94) กล่าวว่า ลักษณะการใช้คำถามที่ดี มีดังต่อไปนี้

1. เตรียมคำถามล่วงหน้า เพราะจะสามารถถามได้อย่างเรียงลำดับ ตามความง่ายยาก ตามลำดับเนื้อหาและยังมีความมั่นใจในการถาม
2. ถามอย่างมั่นใจโดยใช้ภาษาชัดเจน กระชับรัด
3. ถามแล้วต้องมีเวลารอคอย (Wait - Time) ประมาณ 3 นาที เพื่อให้เปิดโอกาสให้ผู้เรียนทั้งเก่งและไม่เก่ง ได้คิดอย่างทั่วถึง จากนั้นจึงเรียกชื่อผู้เรียนให้ตอบคำถาม ไม่กำหนดผู้ตอบก่อนถามคำถาม

คนในคำถามเดียวกัน

4. ถามทีละคน และตอบทีละคน แต่ต้องเปิดโอกาสให้ผู้เรียนตอบหลาย ๆ
5. ควรใช้ท่าทาง เสียงประกอบ การถามเพื่อกระตุ้นความสนใจ
6. ควรใช้คำถามปูพื้น เมื่อตอบคำถามแรกไม่ได้
7. ควรใช้คำถามง่ายและยากปนกันในการสอนครั้งหนึ่ง ๆ
8. ควรเปิดโอกาสให้นักเรียนถามคำถามผู้สอน

อัมพร ม้าคนอง (2546: 44 - 45) กล่าวว่า การใช้คำถามให้เกิดประสิทธิภาพนั้น ผู้สอนอาจพิจารณาใช้เทคนิคต่อไปนี้

1. ถามคำถามเพื่อให้ผู้เรียนทุกคนได้มีโอกาสร่วมคิดอย่างทั่วถึง ไม่ถามคำถามที่มีเฉพาะผู้เรียนบางคนเท่านั้นที่จะตอบได้
2. ถามคำถามก่อนเรียกชื่อผู้เรียนให้ตอบ เพื่อให้ผู้เรียนทุกคนคิดว่าตนเป็นผู้มีโอกาสจะถูกเลือกเป็นผู้ตอบ ไม่ควรเรียกชื่อผู้เรียนก่อนตั้งถาม เพราะผู้เรียนคนอื่นจะไม่สนใจคำถาม และอาจไม่พยายามคิดหาคำตอบเนื่องจากตนเองจะไม่ได้เป็นผู้ตอบคำถามนั้น
3. เมื่อตั้งคำถามแล้ว ควรให้เวลาผู้เรียนคิด ให้เหมาะสมกับระดับความยากง่ายและความซับซ้อนของคำถาม
4. ไม่ควรถามคำถามเดิมซ้ำหรือซ้ำหลาย ๆ ครั้ง แต่อาจทำได้เมื่อมีผู้เรียนไม่เข้าใจคำถามหรือขอให้ผู้สอนใหม่อีกครั้ง
5. เมื่อถามคำถามแล้ว ควรให้โอกาสกับผู้เรียนที่ต้องการตอบได้ตอบ เพิ่ม

เป็นการให้ความสำคัญกับสิ่งที่ผู้เรียนคิด

จากคำกล่าวข้างต้น สรุปได้ว่าลักษณะของการใช้คำถามที่ดัดนั้น ผู้ใช้คำถามควรใช้ประเภทของคำถามเป็น และรู้จักลักษณะของคำถามแต่ละประเภทเป็นอย่างดี โดยการใช้คำถามที่ดีนั้นต้องเริ่มจากการใช้ประโยคคำถามที่มีลักษณะชัดเจน คำถามควรเปิดโอกาสให้ทุกคนได้คิด และไม่ได้กำหนดผู้ตอบคำถามก่อนถามคำถาม และส่งเสริมการใช้คำถามเพื่อส่งเสริมให้ผู้เรียนพัฒนาความคิดรวบยอดได้ด้วยตนเองอีกด้วย

### 3. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

#### 3.1 ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

การจัดการเรียนรู้ให้นักเรียนรู้จักคิดและให้เหตุผลเป็นสิ่งสำคัญ การให้เหตุผลเป็นการฝึกนักเรียนให้รู้จักคิดและให้เหตุผลอย่างสมเหตุสมผล ดังนั้นจะเห็นว่า การคิดและการให้เหตุผลนั้นมีความสัมพันธ์กัน ซึ่งมีนักการศึกษาได้ให้ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

Greenwood (1993: 144) ได้กล่าวถึงความหมายของการคิดทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นความสามารถในการเข้าใจรูปแบบ การหาสถานการณ์ร่วมของปัญหา เพื่อระบุข้อผิดพลาดหรือสร้างวิธีการใหม่ ซึ่งเป็นการเน้นกระบวนการเรียนรู้มากกว่าการเน้นที่คำตอบ ซึ่งจะช่วยส่งเสริมความสามารถในการคิดและการให้เหตุผลของนักเรียน

O'Daffer และ Thormquist (1993: 43) ได้ให้ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นการใช้ทักษะทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่หลากหลายในการค้นหาความสัมพันธ์ การทำความเข้าใจ การสร้างข้อสรุป และการตรวจสอบข้อสรุปของสถานการณ์ปัญหาหนึ่งๆ

Krulik และ Rudnick (1993: 3) ได้กล่าวถึงความหมายของการคิดว่าการคิดเป็นความสามารถของผู้เรียนในการได้มาซึ่งข้อสรุปที่สมเหตุสมผล จากข้อมูลที่กำหนดให้โดยที่ผู้เรียนต้องสร้างข้อคาดการณ์ หาข้อสรุปจากความสัมพันธ์ของสถานการณ์ปัญหา แล้วแสดงเหตุผลเพื่ออธิบายข้อสรุปและข้อยืนยันข้อสรุปนั้น ซึ่งข้อสรุปก็คือแนวความคิดหรือความรู้ใหม่ที่ผู้เรียนได้รับและยังได้แบ่งการคิดออกเป็น 4 ชั้นได้แก่ การคิดขั้นระลึกได้ (Recall) การคิดขั้นพื้นฐาน (Basic) การคิดขั้นวิเคราะห์ (Critical) และการคิดขั้นสร้างสรรค์ (Creative) ส่วนการให้เหตุผลนั้นพวกเขามองว่าเป็นการคิดขั้นที่เหนือไปจากการคิดขั้นระลึกได้ ซึ่งการให้เหตุผลเป็นการรวมตั้งแต่การคิดขั้นพื้นฐาน การคิดขั้นวิพากษ์ และการคิดขั้นสร้างสรรค์ สำหรับการคิดขั้นวิเคราะห์และการคิดขั้นสร้างสรรค์ เรียกว่า การคิดขั้นสูง (Higher - Order)

สมเดช บุญประจักษ์ (2540: 37) ได้กล่าวว่า การให้เหตุผลเป็นการแสดงแนวคิด

เกี่ยวกับการสร้างหลักการหาความสัมพันธ์ของแนวคิด และการสรุปที่สมเหตุสมผลตามแนวคิดนั้น ๆ ซึ่งความสามารถในการให้เหตุผลนั้น ประกอบด้วย ความสามารถในการวิเคราะห์และระบุความสัมพันธ์ของข้อมูลความสามารถในการหาข้อสรุป และยืนยันข้อสรุปของแนวคิดอย่างสมเหตุสมผล

ทิสนา แคมมณี (2542: 144) ได้ให้ความหมายของการคิดอย่างมีเหตุผลว่าเป็นการคิดที่มีจุดมุ่งหมาย เพื่อเข้าใจความคิดที่สามารถอธิบายได้ด้วยหลักเหตุผลโดยสามารถจำแนกข้อมูลที่เป็นจริง และพิจารณาเรื่องที่คิดบนพื้นฐานของข้อเท็จจริงโดยใช้หลักเหตุผลแบบนิรนัยและอุปนัย

กรมวิชาการ (2544: 24) ได้ให้ความหมายของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ตามระดับช่วงชั้น ดังนี้

ระดับ ป. 1 – ป. 3 ความสามารถในการให้เหตุผล หมายถึง การให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม

ระดับ ป. 4 – ป. 6 ความสามารถในการให้เหตุผล หมายถึง การให้เหตุผลและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม สามารถแสดงเหตุผลได้

ระดับ ม. 1 – ม. 3 ความสามารถในการให้เหตุผล หมายถึง การให้เหตุผลโดยการอ้างอิงความรู้ข้อมูลหรือข้อเท็จจริง หรือสร้างแผนภาพ

ระดับ ม. 4 – ม. 6 ความสามารถในการให้เหตุผล หมายถึง การนำวิธีการให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัยมาช่วยในการค้นหาความรู้หรือข้อสรุป และช่วยในการตัดสินใจบางอย่างได้

กฤษณะ โสขุม (2546: 5) ได้ให้ความหมายของการให้เหตุผลว่า เป็นการแสดงแนวคิดเพื่อให้ได้มาซึ่งข้อคาดการณ์ ข้อสรุป หรือคำตอบที่สมเหตุสมผลจากข้อมูลที่กำหนดให้ ประกอบด้วย การระบุถึงความสัมพันธ์ของข้อมูล การหาข้อคาดการณ์ข้อสรุปหรือคำตอบ และยืนยัน ข้อคาดการณ์ ข้อสรุปหรือคำตอบ

กิตติศักดิ์ แก้วทอง (2547: 19) ได้กล่าวไว้ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึงความสามารถของนักเรียนในการคิดหรือตรึงตรองหาเหตุผล เพื่อพิจารณาแนวทางในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยอาศัยองค์ประกอบพื้นฐานต่างๆ เช่นการสังเกตความรู้และประสบการณ์เดิม ซึ่งการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สามารถแสดงออกมาให้รับรู้โดยใช้ภาษาจะเป็นการพูดหรือภาษาเขียนก็ได้ จากข้อคำถามหรือข้อความที่กำหนดให้ในทางคณิตศาสตร์

จิณัฐตา เจียรพันธ์ (2548: 9) ได้กล่าวว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง วิธีการคิดเพื่อหาข้อสรุปจากความสัมพันธ์ของสถานการณ์ปัญหาหรือข้อเท็จจริงที่มีอยู่ พร้อมทั้งสามารถอธิบายข้อสรุปหรือข้อยืนยันนั้นได้

พนารัตน์ แซ่มชื่น (2548: 7) ได้กล่าวว่า ทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการแสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับการสร้างหลักการ หาความสัมพันธ์ของแนวคิด ระหว่างเหตุและผล และการสรุปที่สมเหตุสมผลตามแนวคิดนั้น ๆ หรือสรุปความคิดรวบยอดแล้ว ขยายหลักการ ไปสู่สิ่งอื่น ๆ ซึ่งทักษะในการให้เหตุผล

1. ความสามารถในการวิเคราะห์ และระบุถึงความสัมพันธ์ของข้อมูล
2. ความสามารถในการหาข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์
3. ความสามารถในการยืนยันหรือคัดค้าน ข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์

อย่างสมเหตุสมผล

พงศธร มหาวิจิตร (2550: 50) ได้กล่าวว่า ทักษะ/กระบวนการด้านการให้เหตุผล หมายถึง ความสามารถในการคิดหรืออธิบายแนวคิดให้ผู้อื่นรับรู้ได้ โดยนำวิธีการให้เหตุผลแบบอุปนัย และนิรนัยมาช่วยในการสรุปอย่างสมเหตุสมผล

จิตติมา ขอบเอียด (2551: 6) ได้กล่าวว่า ทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การอ้างหลักฐานเพื่อยืนยันข้อสรุปของเราว่าเป็นจริง หรือเป็นการแสดงแนวคิดเกี่ยวกับการ สร้างหลักการ หาความสัมพันธ์ของแนวคิดและการสรุปที่สมเหตุสมผลตามแนวคิด กฎเกณฑ์หรือ ความจริงนั้น ๆ พร้อมทั้งสามารถที่จะยืนยันหรือคัดค้านข้อความคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล

รุ่งฟ้า จันทร์จารภรณ์ (2551: 12) ได้กล่าวว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หมายถึง กระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ ที่ต้องอาศัยการคิดวิเคราะห์/ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ในการ รวบรวมข้อเท็จจริง/ข้อความ/แนวคิด/สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ต่าง ๆ แจกแจงความสัมพันธ์หรือ การเชื่อมโยงเพื่อทำให้เกิดข้อเท็จจริงหรือสถานการณ์ใหม่

วัชระ น้อยมี (2551: 75) ได้กล่าวว่า การให้เหตุผล หมายถึงการอ้างหลักฐาน เพื่อยืนยันข้อสรุปของเราว่าเป็นจริง หรือเป็นการแสดงแนวคิดเกี่ยวกับการสร้างหลักการ หาความสัมพันธ์ ของแนวคิด และการสรุปที่สมเหตุสมผลตามแนวคิด กฎเกณฑ์หรือความจริงนั้น ๆ พร้อมทั้งสามารถที่จะยืนยันหรือคัดค้านข้อความคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551: 46) ได้กล่าวถึงการให้ เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ ที่ต้องอาศัยการคิดวิเคราะห์และ/หรือความคิดสร้างสรรค์ในการรวบรวมข้อเท็จจริง/ข้อความ/ แนวคิด/สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ต่างๆแจกแจงความสัมพันธ์หรือการเชื่อมโยง เพื่อทำให้เกิด ข้อเท็จจริงหรือสถานการณ์ใหม่

สายสุณี สุทธิจักษ์ (2551: 10) กล่าวโดยสรุปได้ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์นั้น

เป็นการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างเหตุและผล เพื่อให้เกิดความเข้าใจและสามารถสรุปความคิดรวบยอดแล้วขยายหลักการไปสู่สิ่งอื่นโดยวัดจากความสามารถของนักเรียนในการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์และประสบการณ์ที่มีอยู่ในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

อัมพร ม้าคนอง (2554: 48) ได้กล่าวว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Reasoning) เป็นส่วนหนึ่งของการคิดทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการสร้างข้ออ้างทั่วไป และการหาข้อสรุปที่ถูกต้องเกี่ยวกับแนวคิดหรือวิธีการที่สิ่ง ๆ ต่าง ๆ เกี่ยวข้องหรือสัมพันธ์กัน

วาสนา ภูมิ (2555: 21) ได้ให้ความหมายของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า ความสามารถในการอ้างหลักฐานเพื่อยืนยันข้อสรุปว่าเป็นจริง จากกระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ที่ต้องอาศัยการคิดวิเคราะห์ ความคิดสร้างสรรค์ ตรรกะรองหาเหตุผล หาความสัมพันธ์ของแนวคิดและการสรุปที่สมเหตุสมผลตามแนวคิด เพื่อรวบรวมข้อเท็จจริง แล้วแสดงเหตุผลเพื่ออธิบายข้อสรุปและยืนยันข้อสรุปนั้นได้อย่างสมเหตุสมผล

จากข้อความข้างต้นสรุปได้ว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การคิดทางคณิตศาสตร์ โดยอาศัยการวิเคราะห์ ความคิดสร้างสรรค์ ตรรกะรองหาเหตุผล รวบรวมข้อเท็จจริง/ข้อมูล/ข้อความ/แนวคิด/สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ต่าง ๆ และหาความสัมพันธ์ เพื่อทำให้เกิดข้อเท็จจริงหรือสถานการณ์ใหม่

### 3.2 ความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาและนักวิชาการได้กล่าวถึงความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ไว้หลายท่านดังนี้

National Council of Teachers of Mathematics (1989: 5) ได้กำหนดให้การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เป็นหนึ่งในเป้าหมายในการเรียนรู้คณิตศาสตร์สำหรับผู้เรียนจากเป้าหมายในการเรียนรู้คณิตศาสตร์สำหรับผู้เรียน 5 ประการ คือ

1. เห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์
2. มีความมั่นใจในความสามารถของตนเอง
3. สามารถแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้
4. สามารถสื่อสารแนวความคิดทางคณิตศาสตร์
5. สามารถให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้

และกล่าวว่า การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์นั้น จะเป็นแนวทางในการพัฒนาให้เกิดการแสดงออกถึงความเข้าใจอันลึกซึ้งเกี่ยวกับปรากฏการณ์ต่างๆได้อย่างกว้างขวาง และได้กล่าวถึงจุดเน้นของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในแต่ละระดับ ดังนี้

ระดับอนุบาล - เกรด 4 มุ่งเน้นการให้เหตุผลที่ให้นักเรียนสามารถ

แนวคิดได้	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. หาผลสรุปทางคณิตศาสตร์ได้</li> <li>2. ใช้ความรู้ สมบัติ ความสัมพันธ์และรูปแบบต่างๆในการอธิบาย</li> <li>3. ให้เหตุผลเกี่ยวกับคำตอบและกระบวนการในการหาคำตอบได้</li> <li>4. ใช้รูปแบบและความสัมพันธ์ต่างๆในการวิเคราะห์สถานการณ์</li> </ol>
ทางคณิตศาสตร์ได้	<ol style="list-style-type: none"> <li>5. เชื่อว่าคณิตศาสตร์มีความสมเหตุสมผล</li> </ol>
เชิงมิติสัมพันธ์ได้	<p>เกรด 5 – 8 มุ่งเน้นการให้เหตุผลที่ให้นักเรียนสามารถ</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. มีความเข้าใจและใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัยได้</li> <li>2. สามารถทำความเข้าใจและประยุกต์ใช้กระบวนการให้เหตุผล</li> </ol>
ได้	<ol style="list-style-type: none"> <li>3. สร้างและตรวจสอบข้อคาดการณ์และข้อโต้แย้งทางคณิตศาสตร์</li> <li>4. ให้เหตุผลในความคิดของตนเองได้</li> <li>5. เห็นความสำคัญของการให้เหตุผลว่าเป็นส่วนสำคัญของ</li> </ol>
คณิตศาสตร์	<p>เกรด 9 - 12 สนับสนุนให้นักเรียนได้ขยายทักษะการให้เหตุผล โดยมุ่ง</p>
ให้นักเรียนสามารถ	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. สร้างและตรวจสอบข้อการณได้</li> <li>2. ยกตัวอย่างคัดค้านได้</li> <li>3. แสดงการให้เหตุผลที่สมเหตุสมผลได้</li> <li>4. ตัดสินข้อขัดค้านด้วยเหตุและผลได้</li> <li>5. อ้างเหตุผลอย่างง่ายได้</li> </ol>

Alice และ Shirel (1999: 144) ได้กล่าวถึงการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นส่วนที่ทำให้การแก้ปัญหาสมบูรณ์ ผู้เรียนจะไม่สามารถเข้าใจปัญหา วิเคราะห์ปัญหาหรือวางแผนในการแก้ปัญหาได้ หากปราศจากการให้เหตุผล

National Council of Teachers of Mathematics (2000: 29) กล่าวว่า การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์นั้น จะเป็นแนวทางในการพัฒนาให้เกิดการแสดงออกถึงความเข้าใจอันลึกซึ้งซึ่งเกี่ยวกับปรากฏการณ์ต่างๆได้อย่างกว้างขวาง

สมัย เหล่าวานิชย์ (2525: 4) อธิบายว่า กระบวนการให้เหตุผลเป็นเครื่องมือที่มนุษย์ใช้สำหรับแสวงหาความรู้ใหม่ โดยการวิเคราะห์ แจกแจงเหตุการณ์ หรือสมมติฐานที่กำหนดขึ้นมาทำให้ได้ผลหรือข้อเท็จจริงใหม่ขึ้นมา

กรมวิชาการ (2546: 13 - 14) ได้กล่าวถึงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่า เป็นทักษะที่นักเรียนจำเป็นต้องได้รับการพัฒนาให้เกิดความเชื่อมั่น ความสามารถด้านเหตุผลและการคิด การตัดสินใจ เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ และในชีวิตประจำวันจะช่วยให้เด็กนักเรียนมีสมรรถนะของการรับรู้ในทางคณิตศาสตร์ มีตรรกะในการคิดและสามารถอธิบายให้เหตุผลต่าง ๆ ให้ผู้อื่นรับรู้ข้อเท็จจริงได้ การพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงตรรกะขึ้นอยู่กับพัฒนาการด้านเชาวน์ปัญญาและการใช้ภาษาของนักเรียน นักเรียนชั้นประถมศึกษาให้นักคิดเชิงรูปธรรมซึ่งใช้รูปธรรมและกายภาพสนับสนุนเหตุผลของตนและพัฒนาขึ้นเรื่อย ๆ เมื่ออยู่ชั้นมัธยมศึกษา ด้วยการถ้อยแถลงการให้เหตุผลที่เป็นรูปธรรมเพื่อการสนับสนุนการให้เหตุผล

กิตติศักดิ์ แก้วทอง (2547: 13) ได้กล่าวไว้ว่า การให้เหตุผลเป็นกิจกรรมในชีวิตประจำวันของมนุษย์ เหตุผลคือหลักฐานหรือสิ่งที่ยืนยันความเชื่ออย่างใดอย่างหนึ่งว่าเป็นจริงเมื่อจะทำอะไรก็ตามเราต้องคิดก่อนว่าเราควรทำหรือไม่เพราะเหตุใด นี่คือการถามหาเหตุผลมาสนับสนุนความคิดและการกระทำของตัวเอง การให้เหตุผล (Reasoning) เป็นกระบวนการทางความคิดที่พยายามแสดงว่าข้อสรุปควรเป็นที่ยอมรับเพราะมีเหตุผลหรือหลักฐานที่ตีมาสนับสนุน นอกจากนี้ เรายังต้องอธิบายเหตุผลนี้ให้คนอื่นเข้าใจและยอมรับด้วย เมื่อได้ฟังเรื่องราวบางอย่างเราอาจไม่เชื่อทั้งหมดในการเลือกว่าเรื่องใดควรเชื่อหรือไม่ควรเชื่อ เราก็ต้องใช้เหตุผลในการพิจารณาการตัดสินใจ เมื่อเรามีความคิดเห็นไม่ตรงกันหรือมีปัญหาขัดแย้ง เราก็สามารถยุติความขัดแย้งนี้ได้โดยใช้เหตุผล ใครมีเหตุผลดีกว่าข้อสรุปของเขาก็จะเป็นที่ยอมรับได้มากกว่า ยิ่งไปกว่านั้นมนุษย์ประสบความสำเร็จยิ่งใหญ่ในการให้เหตุผลเป็นเครื่องมือแสวงหาความรู้จนกลายเป็นความเจริญก้าวหน้าทางวิทยาการด้านต่างๆอย่างที่เรารู้กันอยู่ในโลกปัจจุบันเหตุผลจึงมีบทบาทสำคัญยิ่งในการดำเนินชีวิตของมนุษย์

พร้อมพรรณ อุดมสิน และ อัมพร ม้าคนอง (2547: 97) ได้กล่าวไว้ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Reasoning) เป็นการโยงความสัมพันธ์เชิงตรรก (Logical Interconnections) ในทางคณิตศาสตร์ (Raimi, 2002) การให้เหตุผลมีความสำคัญมาก เนื่องจากในกระบวนการให้เหตุผลผู้เรียนต้องใช้การคิดหลายลักษณะ เช่น การคิดวิเคราะห์ สังเคราะห์ คิดไตร่ตรอง คิดอย่างมีวิจารณญาณ เพื่อให้ได้ข้อสรุปที่ถูกต้อง นอกจากนี้ ข้อมูลการให้เหตุผลของผู้เรียนยังมีความสำคัญโดยอาจทำให้ผู้สอนสามารถดำเนินการในสิ่งต่อไปนี้

1. อธิบายระดับพัฒนาการของผู้เรียนในการเรียนมนทัศน์เฉพาะใดๆ
2. ระบุความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนหรืออุปสรรคต่อการเรียนรู้ของผู้เรียน

พร้อมทั้งเหตุผล

3. วิเคราะห์แนวคิดใหม่ๆ (Emerging Idea) ที่เกิดจากการให้เหตุผลของผู้เรียนเพื่อที่จะขยายความและอภิปรายร่วมกับผู้เรียนคนอื่นๆ
4. ระบุโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Structures) หรือประเภทของปัญหาที่จำเป็นสำหรับการสร้างแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่มีความหมายของผู้เรียน



5. จัดหาสถานการณ์ที่เหมาะสมสำหรับการเรียนรู้ของผู้เรียน
6. ตรวจสอบผลของสิ่งแวดล้อมและวัฒนธรรมในห้องเรียนที่มีต่อความคิดและความเข้าใจของผู้เรียน

กระทรวงศึกษาธิการ (2551: 91) ได้กล่าวถึงหลักสูตรคณิตศาสตร์ในประเทศไทย ได้กำหนดความสำคัญในการให้เหตุผลเป็นมาตรฐานหนึ่งในสาระหลักที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนทุกคน โดยกำหนดให้เป็นส่วนหนึ่งในสาระที่ 6 ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยมีตัวชี้วัดชั้นปี ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 คือ ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551: 45) ได้กล่าวไว้ว่า การคิดอย่างมีเหตุผลจึงเป็นหัวใจสำคัญของการสอนคณิตศาสตร์ นอกจากนี้ยังมีงานวิจัยจำนวนมากที่ยืนยันว่า การสอนให้นักเรียนเรียนด้วยความเข้าใจอย่างมีเหตุผล ดีกว่าการสอนแบบให้จดจำ การสอนคณิตศาสตร์อย่างเป็นเหตุเป็นผล จะทำให้นักเรียนมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ สามารถจดจำได้ดีและนานกว่าเดิม

อัมพร ม้าคนอง (2554: 48) ได้กล่าวว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญทั้งในการเป็นเครื่องมือสำหรับการเรียนรู้และใช้งานคณิตศาสตร์ และการดำรงชีวิตของมนุษย์ (Baroody, 1993) การให้เหตุผลมีความสำคัญต่อชีวิตมนุษย์ทุกวัย

ธิติมา อุดมพรมนตรี (2555: 23) ได้กล่าวว่า ความสามารถในการเหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นมาตรฐานหนึ่งในสาระหลักที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนทุกคน โดยกำหนดให้เป็นส่วนหนึ่งในสาระที่ 6 ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ และยังมีมีความสำคัญต่อการเรียนรู้เพราะจะช่วยให้ นักเรียนมีสมรรถนะของการรับรู้ในทางคณิตศาสตร์ มีตรรกะในการคิดและสามารถอธิบายให้เหตุผลต่าง ๆ ให้ผู้อื่นรับรู้ข้อเท็จจริงได้ รวมทั้งจะเป็นการพัฒนาพื้นฐานแนวการเรียนรู้คณิตศาสตร์และศาสตร์อื่น ๆ ซึ่งจะมีคุณค่าต่ออนาคตของนักเรียนต่อไป

ดังนั้นอาจกล่าวได้ว่าการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญควบคู่ไปกับการแก้ปัญหา สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551: 45) ได้กล่าวไว้ว่า การคิดอย่างมีเหตุผลจึงเป็นหัวใจสำคัญของการสอนคณิตศาสตร์ นอกจากนี้ยังมีงานวิจัยจำนวนมากที่ยืนยันว่า การสอนให้นักเรียนเรียนด้วยความเข้าใจอย่างมีเหตุผล ดีกว่าการสอนแบบให้จดจำ การสอนคณิตศาสตร์อย่างเป็นเหตุเป็นผลจะทำให้นักเรียนมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ สามารถจดจำได้ดีและนานกว่าเดิม

### 3.3 ประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาและนักวิชาการได้แบ่งประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

Eysenck และคณะ (1972: 214) ได้แบ่งประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 วิธีคือ

1. การหาเหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning) เป็นการให้เหตุผลจากการอ้างประโยค (Premise) ไปยังข้อสรุป (Conclusion) โดยข้อสรุปนี้มีความสมเหตุสมผล ถ้าการสรุปนั้นไม่สมกันเหตุผลที่กำหนด เรียกว่า ไม่สมเหตุสมผล
2. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning) เป็นการคิดริเริ่มจากข้อเท็จจริงย่อย ๆ แล้วพยายามหากฎหรือหลักทั่วไปเพื่อรวบรวมส่วนย่อยเข้าด้วยกันเป็นส่วนรวม

O'Daffer (1990: 378) กล่าวว่ามิตักษะการให้เหตุผลที่มีความสำคัญต่อความสำเร็จทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนอยู่ 2 ประเภท คือ

1. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning) เป็นกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นการใช้ข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับการอธิบายสมบัติและโครงสร้างหลักการใหม่ค้นหารูปทั่วไป รูปแบบทางคณิตศาสตร์ วิเคราะห์สถานการณ์ และในการอธิบายสมบัติและโครงสร้างต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ เพื่อนำไปสู่การสรุปโนมติหรืออาจกล่าวได้ว่า การให้เหตุผลแบบอุปนัย เกิดจากผลของกรณีเฉพาะหลาย ๆ กรณี แล้วนำไปสู่การสรุปเป็นกฎเกณฑ์ทั่วไป
2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning) เป็นกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นการใช้ข้อความหรือแบบรูปที่เป็นจริงหรือสมเหตุสมผลอยู่แล้ว เพื่อนำไปสู่ข้อสรุปจากหลักฐานที่ปรากฏเป็นการพิสูจน์ข้อสรุปและตัดสินความถูกต้องของขั้นตอนการคิด การให้เหตุผลแบบนี้เป็นการให้เหตุผลระบบตรรกะ เป็นการให้เหตุผลโดยใช้โครงสร้างทางคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐาน คือ อนิยาม นิยาม สัจพจน์ และทฤษฎีบท อาจกล่าวได้ว่า การให้เหตุผลแบบนิรนัย เป็นการให้เหตุผลที่ใช้ข้อสรุปที่เป็นกฎเกณฑ์ทั่วไปเป็นหลัก แล้วจะได้ผลสรุปของกรณีที่สอดคล้องกับกฎเกณฑ์ที่เป็นจริงเสมอ

Baroody และ Coslick (1993: 2 - 59) ได้กล่าวว่าการให้เหตุผลนั้นมี 3 ประเภทคือ

1. การให้เหตุผลเชิงหยั่งรู้ (Intuitive Reasoning) ซึ่งเป็นลักษณะของการให้เหตุผลที่เกิดจากการหยั่งรู้ (Insight) หรือเกิดจากกลางสังหรณ์ไม่ได้มีข้อมูลที่จำเป็นทั้งหมดในการตัดสินใจ จึงตัดสินใจจากข้อมูลที่เห็นหรือจากความรู้สึกภายใน เหตุผลเชิงหยั่งรู้จึงเป็นเหตุผลที่วางอยู่บนสิ่งที่ปรากฏหรือข้อสมมติฐาน ซึ่งสิ่งปรากฏอาจถูกหรือผิดก็ได้
2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning) เป็นการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นการใช้ข้อความหรือสิ่งที่จริงอยู่แล้ว เพื่อนำไปสู่ข้อสรุป
3. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning) เป็นการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นการใช้ข้อมูลของสมาชิกบางสมาชิกในเซตหนึ่ง ๆ เพื่อนำไปสู่กรณีทั่วไปหรือนำไปสู่สมาชิกทุกตัวในเซตนั้น

Stiggins (1997: 260 - 262) ได้กล่าวว่า ทักษะการให้เหตุผลประกอบด้วย

1. การให้เหตุผลแบบวิเคราะห์ (Analytical Reasoning) เป็นการให้เหตุผลโดยพิจารณาผ่านส่วนย่อยหรือส่วนประกอบซึ่งประกอบกันเป็นสิ่งนั้น ๆ และให้เหตุผลว่าส่วนประกอบย่อยเหล่านั้นรวมกันอย่างไร
2. การให้เหตุผลแบบเปรียบเทียบ (Comparative Reasoning) เป็นการให้เหตุผลที่มุ่งพิจารณาว่าสิ่งต่าง ๆ มีความเหมือนหรือแตกต่างกันอย่างไร
3. การให้เหตุผลแบบประเมิน (Evaluative Reasoning) ใช้เมื่อต้องการที่จะตัดสินค่าหรือพิจารณาว่าสิ่งใดมีความเหมาะสมหรือไม่เหมาะสม โดยใช้เกณฑ์ที่สมเหตุสมผลในการพิจารณา
4. การให้เหตุผลแบบสังเคราะห์ (Synthesizing Reasoning) เป็นการให้เหตุผลที่ใช้วิธีการรวบรวมข้อมูลต่าง ๆ มาหลอมรวมกันเพื่อสร้างเป็นข้อสรุป
5. การให้เหตุผลแบบจำแนก (Classifying Reasoning) เป็นการให้เหตุผลที่ใช้ในกรณีที่ต้องการแยกประเภทของสิ่งต่าง ๆ ว่าสิ่งใดควรจะถูกจัดอยู่ในกลุ่มไหน เพราะเหตุใด
6. การให้เหตุผลแบบสรุปอ้างอิง (Inferential Reasoning) เป็นการให้เหตุผลที่ประกอบด้วย 2 ลักษณะ ได้แก่
  - 6.1 การให้เหตุผลที่ใช้การรวบรวมข้อมูลหรือหลักฐานจากกรณีเฉพาะหลาย ๆ กรณี เพื่อสรุปเป็นหลักการหรือกฎทั่วไป
  - 6.2 การให้เหตุผลที่ใช้การอ้างอิงกฎหรือหลักการทั่วไปที่มีอยู่แล้ว เพื่อช่วยในการหาคำตอบของปัญหาในกรณีเฉพาะ

สมัย เหล่าวานิชย์ (2525: 4) แบ่งการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ไว้ 2 ลักษณะ คือ

1. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning) เป็นวิธีการให้เหตุผลโดยมีเหตุย่อยหลาย ๆ เหตุ เหตุย่อยแต่ละเหตุจะเป็นอิสระต่อกัน และเหตุย่อยทั้งหลายนี้จะสรุปรวมเป็นเหตุการณ์ทั่ว ๆ ไปในวงกว้าง
2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning) เป็นวิธีการให้เหตุผลโดยมีเหตุใหญ่ (Major Premise) และติดตามด้วยเหตุย่อย (Minor Premise) ลดหลั่นกันตามลำดับความสัมพันธ์ระหว่างเหตุใหญ่ และเหตุย่อยจะทำให้เกิดผลสรุป

ฉวีวรรณ เสวตมาลย์ และคณะ (2545: 69 - 70) ได้กล่าวถึงการให้เหตุผลไว้ว่า การให้เหตุผล มี 2 ประเภท คือ

1. การให้เหตุผลแบบนิรนัย เป็นการให้เหตุผลโดยกำหนดให้หรือยอมรับเหตุเป็นจริงนั้นคือ เหตุที่ตั้ง ขึ้นบังคับให้เกิดผลลัพธ์อย่างหลีกเลี่ยงไม่ได้ ซึ่งจะสมเหตุสมผลหรือไม่สมเหตุสมผลจะต้องตรวจสอบความสมเหตุสมผลนั้น
2. การให้เหตุผลแบบอุปนัย เป็นการใช้ประสบการณ์ย่อยๆ หลากๆ ตัวอย่าง

หรือการคาดคะเนในการสรุปผล นั่นคือเหตุที่จะตั้ง ขึ้นเป็นการเก็บข้อมูลในแต่ละครั้งที่เกิดขึ้นแล้วสรุป ซึ่งผลลัพธ์ที่ได้อาจไม่สอดคล้องกับเหตุการณ์ เนื่องจากผลลัพธ์ที่ได้อาจเป็นจริงหรือไม่เป็นจริงก็ได้

กิตติศักดิ์ แก้งทอง (2547: 20) ได้กล่าวไว้ว่า มนุษย์รู้จักใช้การให้เหตุผล เพื่อสนับสนุนความเชื่อ หรือเพื่อหาความจริง หรือข้อสรุปในเรื่องใดเรื่องหนึ่งมาแต่ครั้งโบราณ การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่สำคัญมีอยู่ 2 วิธีได้แก่

1. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning) เป็นการให้เหตุผลโดยยึดความจริงจากส่วนย่อยที่พบเห็นไปสู่ความจริงที่เป็นส่วนรวม เช่น เราพบว่า ทุกเช้าพระอาทิตย์จะขึ้นทางทิศตะวันออกและตอนเย็นจะตกทางทิศตะวันตก จึงให้ข้อสรุปว่า พระอาทิตย์ขึ้นทางทิศตะวันออกและตกทางทิศตะวันตก

2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning) เป็นการนำความรู้พื้นฐานซึ่งอาจเป็นความเชื่อ ข้อตกลง หรือบทนิยาม ซึ่งเป็นสิ่งที่รู้มาก่อนและยอมรับว่าเป็นจริง เพื่อหาเหตุผลนำไปสู่ข้อสรุป

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551: 46 - 63) ได้แบ่งการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 3 รูปแบบ ได้แก่

1. การให้เหตุผลแบบสหัชญาณ เป็นการให้เหตุผลที่มาจากการใช้ความรู้เดิมหรือสามัญสำนึก เช่น ถ้าวันพรุ่งนี้น้ำมันจะขึ้นราคา คนส่วนใหญ่มีกริบเติมน้ำมันในวันนี้ เป็นต้น ซึ่งมนุษย์จะมีการให้เหตุผลแบบสหัชญาณมากหรือน้อยนั้นขึ้นอยู่กับประสบการณ์ที่ตนมีอยู่ เช่น เมื่อน้ำตาลทรายกำลังจะขึ้นราคา น้ำตาลทรายมักจะขาดตลาด ชาวบ้านและแม่ค้ามักกริบสะสมน้ำตาลทรายในราคาเดิมก่อนขึ้นราคา หรือในวันที่ฝนตกตอนเช้า คนในเมืองใหญ่มักจะออกจากบ้านเร็วกว่าปกติ เพราะคิดว่าการจราจรน่าจะติดขัดมากกว่าวันที่ฝนไม่ตกตอนเช้า เป็นต้น

2. การให้เหตุผลแบบอุปนัย เป็นกระบวนการที่ใช้การสังเกตหรือการทดลองหลาย ๆ ครั้ง แล้วรวบรวมข้อมูลเพื่อหาแบบรูปที่จะนำไปสู่ข้อสรุปซึ่งเชื่อว่าน่าจะเป็นจริง มีความเป็นไปได้มากที่สุด แต่ยังไม่พิสูจน์ว่าเป็นจริงและยังไม่พบข้อขัดแย้ง เรียกข้อสรุปนี้ว่าข้อความคาดการณ์ในทางคณิตศาสตร์ เรายืนยันว่า ข้อความคาดการณ์เป็นจริงโดยการแสดงหรือพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ถ้าแสดงหรือพิสูจน์ได้ว่า ข้อความคาดการณ์เป็นจริงในกรณีทั่วไป ข้อความคาดการณ์นั้นจะเป็นทฤษฎีบท ในทางตรงกันข้าม ถ้าสามารถยกตัวอย่างค้านได้แม้เพียงกรณีเดียวข้อความคาดการณ์นั้นเป็นเท็จทันที ตัวอย่างการให้เหตุผลแบบอุปนัย

$$\text{เมื่อทราบว่ } 5^3 \times 2^2 = 5^5$$

$$7^{(-1)} \times 7^8 = 7^7$$

$$\text{และ } (-3)^4 \times (-3)^5 = (-3)^9$$

$$\text{ดังนั้นจึงสรุปได้ว่า } a^m \times a^n = a^{m+n}$$

3. การให้เหตุผลแบบนิรนัย เป็นกระบวนการที่ยกเอาสิ่งที่รู้ว่าเป็นจริงหรือยอมรับว่าเป็นจริงโดยไม่ต้องพิสูจน์ แล้วใช้เหตุผลตามหลักตรรกศาสตร์ อ้างจากสิ่งที่รู้ว่าเป็นจริงนั้น เพื่อนำไปสู่ข้อสรุปหรือผลสรุปเพิ่มเติมขึ้นมาใหม่ การให้เหตุผลแบบนิรนัยประกอบด้วยส่วนสำคัญ 2 ส่วน คือ เหตุหรือสมมติฐาน ซึ่งหมายถึง สิ่งที่เป็นจริงหรือยอมรับว่าเป็นจริงโดยไม่ต้องพิสูจน์ ได้แก่ บทนิยาม คำอธิบาย สัจพจน์ ทฤษฎีบทที่พิสูจน์แล้ว กฎหรือสมบัติต่างๆ อีกส่วนหนึ่งคือ ผลหรือข้อสรุป ซึ่งหมายถึง ข้อสรุปที่ได้จากเหตุหรือสมมติฐาน โดยทั่วไปเหตุหรือสมมติฐานของการให้เหตุผลแบบนิรนัยมักประกอบด้วย เหตุกรณีทั่วไป และตามด้วยเหตุกรณีเฉพาะ ซึ่งความสัมพันธ์ระหว่างเหตุกรณีทั่วไปและเหตุกรณีเฉพาะก่อให้เกิดผล หรือผลสรุป ถ้าเหตุทำให้เกิดผล หรือผลสรุปเสมอเราเรียกว่าเป็นการให้เหตุผลที่สมเหตุสมผล ในทางตรงกันข้าม ถ้าเหตุไม่ทำให้เกิดผลหรือผลสรุปเสมอ เราเรียกว่าเป็นการให้เหตุผลที่ไม่สมเหตุสมผล ตัวอย่างการให้เหตุผลแบบนิรนัย พิจารณาการให้เหตุผลต่อไปนี้

เหตุ : 1. จำนวนเฉพาะ คือ จำนวนที่มี 1 และตัวมันเองเป็นตัวประกอบ

2. 2 มีตัวประกอบคือ 1 และ 2

ผล : 2 เป็นจำนวนเฉพาะ

พร้อมพรรณ อุคณสิน และ อัมพร ม้าคอง (2547: 97) ได้กล่าวไว้ว่า การฝึกให้ผู้เรียนใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ควรทำในบริบททางคณิตศาสตร์ (Mathematical Context) เช่น ในขณะที่เรียนเนื้อหาคณิตศาสตร์ ในขณะที่ทำกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ มากกว่าจะเป็นการกระตุ้นให้ผู้เรียนเห็นความสำคัญหรือให้เรียนรู้การให้เหตุผลเดี่ยวๆ แยกจากสิ่งอื่น โดยอาจทำในการสอนเนื้อหาโมโนทัศน์ หรือการแก้ปัญหา หากเป็นการแก้ปัญหา ผู้สอนไม่ควรคำนึงถึงคำตอบสุดท้ายที่ถูกต้องเท่านั้น แต่ควรให้ความสำคัญกับเหตุผลว่าทำไมผู้เรียนจึงได้คำตอบเหล่านั้น และคำตอบเหล่านั้น น่าจะถูกต้องหรือผิดเพราะเหตุใด การให้ผู้เรียนได้อธิบายหรือชี้แจงเหตุผลจะช่วยให้ผู้เรียนได้ทบทวนการทำงานเพื่อสะท้อนความคิดของตน และที่สำคัญคือ ผู้เรียนจะได้ข้อสรุปหรือตัดสินความถูกต้องของสิ่งต่างๆ ด้วยตนเองมากกว่าที่จะเชื่อตามที่ผู้สอนบอกหรือตามที่หนังสือเขียนไว้

อัมพร ม้าคอง (2554: 51 - 54) ได้กล่าวว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มีหลายลักษณะดังนี้

1. การให้เหตุผลเชิงตรรก (Logical reasoning) เป็นการให้เหตุผลที่ใช้การคิดเชิงตรรกประกอบด้วย การให้เหตุผล 2 ประเภท ต่อไปนี้

1.1 การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive reasoning) เป็นการให้เหตุผลตามการคิดแบบอุปนัย ซึ่งเป็นการคิดจากข้อเท็จจริงย่อย โดยการสังเกตลักษณะร่วมที่สำคัญหรือแบบแผนของสิ่งที่พบ เพื่อนำไปสู่กฎเกณฑ์หรือหลักการทั่วไป การให้เหตุผลแบบนี้จึงใช้ข้อมูลที่เป็นจริงจากข้อมูลย่อย ๆ ไปสู่ข้อสรุปหรือความจริงทั่วไป หรือเป็นการมองเห็นตัวอย่างหลาย ๆ

1.2 การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning) เป็นการให้เหตุผลตามการคิดแบบนิรนัย ซึ่งเป็นการคิดจากกฎเกณฑ์ หลักการ หรือข้อสรุปทั่วไปไปสู่ข้อเท็จจริงย่อย การให้เหตุผลแบบนี้จึงเป็นการใช้ข้อสรุปที่เป็นกฎหรือหลักเกณฑ์ทั่วไปที่ยอมรับกันว่าเป็นจริงโดยมีการพิสูจน์มาแล้ว เป็นหลักในการหาข้อสรุปของกรณีเฉพาะที่สอดคล้องกับกฎหรือเกณฑ์นั้น

2. การให้เหตุผลเชิงสัดส่วน (Proportional Reasoning) เป็นการให้เหตุผลโดยใช้ความคิดเกี่ยวกับสัดส่วน ทั้งสัดส่วนที่เกี่ยวข้องกับจำนวนและตัวเลข และข้อมูลเชิงคุณภาพ เช่น การหาค่าที่หายไป การเปรียบเทียบจำนวน การเปลี่ยนแปลงของอัตราส่วน การให้เหตุผลเชิงสัดส่วนมีหลายลักษณะดังต่อไปนี้

2.1 การให้เหตุผลเชิงคุณภาพ (Qualitative Reasoning) เป็นการให้เหตุผลเกี่ยวกับการเปลี่ยนแปลงของอัตราส่วนและเศษส่วน เมื่อตัวเศษและ/หรือตัวส่วนของเศษส่วนเดิมเพิ่มขึ้น ลดลง หรือเท่าเดิม ซึ่งแบ่งเป็น 8 ประเภทดังนี้

1. เมื่อตัวเศษและตัวส่วนเพิ่มขึ้น ไม่สามารถระบุค่าของเศษส่วนใหม่ได้

2. เมื่อตัวเศษเพิ่มขึ้น ตัวส่วนเท่าเดิม เศษส่วนมีค่าเพิ่มขึ้น

3. เมื่อตัวเศษเพิ่มขึ้น ตัวส่วนลดลง เศษส่วนมีค่าเพิ่มขึ้น

4. เมื่อตัวเศษเท่าเดิม ตัวส่วนเพิ่มขึ้น เศษส่วนมีค่าลดลง

5. เมื่อตัวเศษเท่าเดิม ตัวส่วนลดลง เศษส่วนมีค่าเพิ่มขึ้น

6. เมื่อตัวเศษลดลง ตัวส่วนเพิ่มขึ้น เศษส่วนมีค่าลดลง

7. เมื่อตัวเศษลดลง ตัวส่วนเท่าเดิม เศษส่วนมีค่าลดลง

8. เมื่อตัวเศษและตัวส่วนลดลง ไม่สามารถระบุค่าของเศษส่วน

ใหม่ได้ การให้เหตุผลเชิงคุณภาพ เป็นการเปรียบเทียบระดับคุณภาพจากข้อมูลที่มีอยู่

1. การเปรียบเทียบเชิงคุณภาพ เป็นการเปรียบเทียบระดับคุณภาพจากข้อมูลที่มีอยู่ เช่น วัวตัวแรกกินหญ้าหนึ่งกระสอบหมดในเวลา 4 วัน วัวตัวที่สองกินหญ้ากระสอบขนาดเดียวกันหมดในเวลา 5 วัน แสดงว่า วัวตัวแรกกินจุกว่าวัวตัวที่สอง

2. การบอกทิศทางของการเปลี่ยนแปลง เป็นการระบุทิศทางของการเปลี่ยนแปลงจากข้อมูลที่กำหนดให้ เช่น ในการตัดเสื้อเดีอนนี้ ช่างตัดเสื้อใช้เวลามากกว่าเดิมแต่ได้จำนวนเสื้อน้อยกว่าเดิม แสดงว่า ความสามารถในการตัดเสื้อของช่างลดลง

2.2 การให้เหตุผลเชิงตัวเลข (Numerical Reasoning) เป็นการให้เหตุผลที่เกี่ยวข้องกับตัวเลขแบ่งเป็น 2 ประเภทดังนี้

1. การระบุค่าของตัวแปร เป็นการให้เหตุผลเกี่ยวกับที่มาของค่าของตัวแปรจากปัญหาสัดส่วน

2. การเปรียบเทียบเชิงตัวเลข เป็นการให้เหตุผลจากการ

เปรียบเทียบอัตราส่วนหรือเศษส่วน

2.3 การให้เหตุผลเชิงปริภูมิ (Spatial Reasoning) เป็นการเหตุผลเกี่ยวกับมิติสัมพันธ์ หรือสิ่งที่ปรากฏในมิติต่าง ๆ เช่น ภาพ 2 มิติ หรือ ทรง 3 มิติ และการให้เหตุผลเกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตทั้งในมิติเดียวกันและมิติต่างกัน รวมถึงการให้เหตุผลเกี่ยวกับการแปลงข้อมูลเชิงคุณภาพเป็นภาพหรือทรงมิติต่าง ๆ เพื่อความเข้าใจที่ชัดเจนขึ้น (Zhan, 2002)

จากที่กล่าวมาสรุปได้ว่า การจัดประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักการศึกษาตามที่ได้กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า การแบ่งประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ขึ้นอยู่กับเกณฑ์ที่ใช้ในการจัดแยก ซึ่งประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่พบเห็นกันได้ค่อนข้างมาก คือ 1) การให้เหตุผลแบบอุปนัย เป็นการให้เหตุผลซึ่งเป็นการคิดจากข้อเท็จจริงย่อย โดยการสังเกตลักษณะร่วมที่สำคัญหรือแบบแผนของสิ่งที่พบ เพื่อนำไปสู่กฎเกณฑ์หรือหลักการทั่วไป 2) การให้เหตุผลแบบนิรนัย เป็นการคิดจากกฎเกณฑ์ หลักการ หรือข้อสรุปทั่วไปนำไปสู่การหาข้อสรุปของกรณีเฉพาะที่สอดคล้องกับกฎเกณฑ์หรือหลักกรณัั้น

### 3.4 แนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

นักวิชาการและนักการศึกษาได้เสนอแนวทางในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

Lappan และ Schram (1989: 18 - 19) กล่าวโดยสรุปว่าความสามารถในการคิดการให้เหตุผล เป็นทักษะที่ต้องใช้การฝึกจากประสบการณ์ที่หลากหลายและต่อเนื่อง โดยบรรยากาศของชั้นเรียนที่เน้นการอธิบายแลกเปลี่ยนความ ชี้แจงเหตุผลและแก้ปัญหาาร่วมกัน ดังนั้นจึงควรจัดกิจกรรมให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมและแสดงพฤติกรรมในการสืบค้น คาดการณ์ ค้นหา วิธีการพิสูจน์ สังเกตแบบรูป ชี้แจงเหตุผลของแนวคิด

Rowan และ Morrow (1993: 16 - 18) ได้กล่าวไว้ว่า ครูต้องจัดบรรยากาศที่แสดงให้นักเรียนเห็นว่า การให้เหตุผลเป็นสิ่งสำคัญกว่าการได้เพียงคำตอบที่ถูกต้องซึ่งเป็นบรรยากาศที่สนับสนุนและส่งเสริมให้นักเรียนได้พูดอธิบายและแสดงเหตุผลของแนวคิด ได้กระทำและสรุปพร้อมทั้งแสดงการยืนยันข้อสรุปของแนวคิดนั้น ๆ

Malloy (1999: 20) ได้เสนอแนวทางในการพัฒนาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษา โดยใช้แนวทางในการสืบสอบ (Inquiry) ในการส่งเสริมการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยจะช่วยทั้งครูและนักเรียนในการพัฒนาอย่างกระตือรือร้นและปราศจากการคุมคามสภาพแวดล้อมสำหรับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ซึ่งจะช่วยให้ นักเรียนทุกคนพัฒนาและใช้ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

Sternberg และ Baron (1985: 43) ได้เสนอแนวคิดในการพัฒนาทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน โดยผู้สอนควรคำนึงถึงกระบวนการทางปัญญาทั้ง 5 ชั้น คือ การระบุสภาพปัญหา การสร้างกลวิธีเพื่อแก้ปัญหา การสร้างมโนภาพของปัญหา การจัดการทรัพยากรเพื่อหาวิธีแก้ปัญหา และการกำกับและประเมินวิธีแก้ปัญหา

National Council of Teacher of Mathematics (2000: 345 - 346) กล่าวว่าในการพัฒนาความคิดและการให้เหตุผลของนักเรียนควรทำเป็นประจำ ครูต้องมีความเข้าใจในวิชาคณิตศาสตร์เป็นอย่างดี ครูต้องจัดบรรยากาศในการเรียนคณิตศาสตร์ ครูต้องแสดงให้เห็นความสำคัญของสิ่งที่รู้ว่ามีเหตุผลในเรื่องรูปแบบ และข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์ เพื่อประเมินความสมเหตุสมผลข้อเสนอที่ได้อภิปรายไว้ นักเรียนต้องพัฒนาความเชื่อมั่นในความสามารถของการให้เหตุผลที่มีต่อคำถามที่มีเหตุผลทางคณิตศาสตร์อื่น ๆ วิธีนี้ทำให้นักเรียนเชื่อว่าตรรกศาสตร์สำคัญกว่าอำนาจภายนอกในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในระดับชั้นอื่นๆ ครูพยายามที่จะสร้างบรรยากาศในการอภิปราย การตั้งคำถามและการฟังในชั้น เรียนครูคาดหวังว่านักเรียนจะค้นหา กำหนดและวิจารณ์คำอธิบายของเพื่อนในชั้น เรียนแบบสืบสวนสอบสวน ครูจะต้องช่วยนักเรียนอภิปรายถึงโครงสร้างทางตรรกศาสตร์ด้วยเหตุผลของนักเรียนเอง การวิจารณ์อย่างมีเหตุผลและการอภิปรายข้อคาดการณ์เป็นเนื้อหาสาระที่มีความละเอียดรอบคอบ การเดาอย่างมีเหตุผลสามารถอธิบายได้ ด้วยคำแนะนำดังกล่าว นักเรียนจะพัฒนามาตรฐานระดับสูงของการยอมรับความคิดเห็น และพวกเขาเข้าใจถึงความถูกต้องและความรับผิดชอบในการพัฒนาและปกป้องเหตุผลของพวกเขา ดังเช่น ความคาดหวังที่มีความชัดเจนในโรงเรียนแมนอร์วิลล์ (Manorville School) การให้เหตุผลอย่างเป็นกันเอง และคำแนะนำในการคำนวณเพียงเล็กน้อย ทำให้นักเรียนหาผลรวมทางสถิติที่กำหนดให้ได้ คล้ายกับมีความสัมพันธ์ทางสถิติที่กำหนดให้ในหน่วยที่ต่างออกไป แต่อย่างไรก็ตาม การให้เหตุผลอย่างเป็นกันเอง และการสนับสนุนตัวอย่างต้องเริ่มต้นก่อนแทนที่จะอยู่ตอนท้าย ในการส่งเสริมสภาพแวดล้อมนักเรียนจะถูกกระตุ้นให้แสดงเหตุผลอย่างระมัดระวังในการจำแนกข้อความคาดการณ์ ซึ่งจะพบมาตรฐานกว้างๆในกลุ่มวิชาคณิตศาสตร์

National Council of Teacher of Mathematics (2009: 11) ได้เสนอเคล็ดลับในการพัฒนาการให้เหตุผลไว้ดังนี้

1. ให้งานที่ต้องการให้นักเรียนนี้ภาพออกมาสำหรับตัวเอง
2. ถามคำถามเพื่อให้นักเรียนบรรยายเป็นภาษาของตนเอง รวมทั้งรวมถึงสมมติฐานต่างที่นักเรียนได้สร้างขึ้น
3. ให้อาจารย์นักเรียนในการวิเคราะห์ปัญหา สืบหาปัญหามากขึ้นโดยใช้แบบรูปและหลังจากนั้นดำเนินการต่อไปเป็นวิธีการที่เป็นทางการ
4. หลีกเลี่ยงการบอกวิธีการแก้ปัญหาเมื่อนักเรียนไม่ประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหาและหาวิธีการอื่น ๆ เพื่อสนับสนุนให้นักเรียนคิดและลงมือปฏิบัติ



5. ถามคำถามที่กระตุ้นให้นักเรียนคิด เช่น นักเรียนรู้ได้อย่างไร
6. รอเวลาที่เหมาะสมหลังถามคำถามเพื่อให้นักเรียนคิดเหตุผลของตนเอง
7. กระตุ้นให้นักเรียนถามคำถามที่ทำให้เกิดการค้นพบด้วยตนเองและผู้อื่น
8. คาดหวังให้นักเรียนสื่อสารเหตุผลของตนเองกับเพื่อนร่วมชั้นและครูผู้สอน โดยการพูดและเขียนในภาษาทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสม
9. เน้นการอธิบายที่เป็นตัวอย่างที่ดีและให้นักเรียนสะท้อนสิ่งที่นักเรียนได้ทำ
10. กำหนดสภาพห้องเรียนให้นักเรียนรู้สึกสะดวกสบายในการแบ่งปันข้อโต้แย้งทางคณิตศาสตร์และวิจารณ์ข้อโต้แย้งของเพื่อนในลักษณะที่สร้างสรรค์

สมเดช บุญประจักษ์ (2540: 39) ได้กล่าวว่า การคิดกับการให้เหตุผลมีส่วนที่สัมพันธ์กันอย่างใกล้ชิดและเป็นพื้นฐานสำคัญของการเรียนรู้ และการแก้ปัญหา ด้วยเหตุนี้ จึงได้เสนอแนวการสอนไว้ 3 แนวทาง คือ

1. การสอนเพื่อให้เกิด การสอนตามแนวทางนี้เน้นในด้านการสอนเนื้อหาวิชา โดยมีการปรับเปลี่ยนกระบวนการสอนเพื่อเพิ่มความสามารถในด้านการคิดของผู้เรียน
2. การสอนการคิด การสอนตามแนวทางนี้มีจุดเน้นเกี่ยวกับกระบวนการทางสมองที่นำมาใช้ในการคิดโดยเฉพาะ โดยเน้นไปที่ทักษะการคิดหรือเป็นแนวทางที่สอนทักษะการคิดโดยตรง แนวทางในการสอนนั้นจะมีลักษณะที่แตกต่างกันหลายแนวทาง ตามความเชื่อพื้นฐานของผู้ที่จัดสร้างแนวทางการสอน
3. การสอนเกี่ยวกับการคิด การสอนตามแนวทางนี้เป็นแนวทางที่ใช้การคิดเป็นเนื้อหาสาระของการสอนโดยมุ่งเน้นให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ถึงสิ่งที่เป็นการคิดของตนเอง โดยรู้ว่าตนกำลังคิดอะไร ต้องการรู้อะไร และในขณะที่กำลังคิดอยู่นั้น ตนเองรู้อะไรไม่รู้อะไร ซึ่งสิ่งดังกล่าวนี้จะช่วยให้ผู้เรียนได้เข้าใจถึงกระบวนการคิดของตนเองอันก่อให้เกิดทักษะที่เรียกว่า การสังเคราะห์ความคิดของตนเอง แนวทางการสอนเกี่ยวกับการคิดนี้เริ่มเป็นที่สนใจของนักการศึกษาทั่วไปเพิ่มขึ้น โดยเชื่อว่าเป็นแนวทางที่ทำให้ผู้เรียนสามารถควบคุมและตรวจสอบการคิดของตนเองได้ในขณะที่ทำการคิด ซึ่งจะช่วยให้ผู้เรียนสามารถค้นหาข้อบกพร่องของตนเอง ทั้งนี้เพื่อหาแนวทางแก้ไขได้ตรงจุด

กรมวิชาการ (2545: 198 - 199) ได้กล่าวถึงแนวทางในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่า ในการฝึกให้ผู้เรียนรู้จักคิดและให้เหตุผลอย่างสมเหตุสมผลได้นั้นสามารถที่จะสอดแทรกได้ในระหว่างการจัดการเรียนการสอนเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์และวิชาอื่น ๆ ด้วย และได้เสนอองค์ประกอบหลักที่จะส่งเสริมให้ผู้เรียนสามารถคิดอย่างมีเหตุผลและรู้จักการให้เหตุผลดังนี้

1. ควรให้ผู้เรียนได้พบกับโจทย์หรือปัญหาที่ผู้เรียนสนใจ เป็นปัญหาที่ไม่

ยากเกินไปความสามารถของผู้เรียนที่จะคิดและให้เหตุผล

2. ให้ผู้เรียนมีโอกาสและเป็นอิสระที่จะแสดงออกถึงความคิดเห็นในการให้เหตุผลของตัวเอง

3. ผู้สอนช่วยสรุปและชี้แจงให้ผู้เรียนเข้าใจว่า เหตุผลของผู้เรียนถูกต้องตามหลักเกณฑ์หรือไม่ขาดตกบกพร่องอย่างไร การเริ่มต้นที่จะส่งเสริมให้ผู้เรียนเรียนรู้ และเกิดทักษะในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ผู้สอนควรจัดสถานการณ์หรือปัญหาที่น่าสนใจให้ผู้เรียนได้ลงมือปฏิบัติ ผู้สอนสังเกตพฤติกรรมของผู้เรียนและคอยช่วยเหลือโดยการกระตุ้นหรือชี้แนะอย่างกว้าง ๆ โดยใช้คำถามกระตุ้นด้วยคำว่า “ทำไม” “อย่างไร” “เพราะเหตุใด” พร้อมทั้งให้ข้อคิดเพิ่มอีก เช่น “ถ้า...แล้ว” ผู้เรียนคิดว่า...จะเป็นอย่างไร” ผู้เรียนที่ให้เหตุผลได้ไม่สมบูรณ์ ผู้สอนจะต้องไม่ตัดสินด้วยคำว่าไม่ถูกต้อง แต่อาจใช้คำพูดเสริมแรงและให้กำลังใจว่าคำตอบที่ผู้เรียนตอบมามีบางอย่างถูกต้อง ผู้เรียนคนใดจะให้คำอธิบายหรือให้เหตุผลเพิ่มเติมของเพื่อนได้อีกบ้าง เพื่อให้ผู้เรียนมีการเรียนรู้ร่วมกันมากยิ่งขึ้น ในการจัดการเรียนรู้ผู้สอนควรเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้คิดอย่างหลากหลาย โจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ที่กำหนดควรเป็นปัญหาปลายเปิด ที่ผู้เรียนสามารถแสดงความคิดเห็นหรือให้เหตุผลที่แตกต่างกัน

อัมพร ม้าคอง (2554: 50) ได้กล่าวโดยสรุปไว้ว่า การฝึกให้ผู้เรียนใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ควรทำในบริบททางคณิตศาสตร์ (Mathematical Context) เช่น ในขณะที่เรียนเนื้อหาคณิตศาสตร์ ในขณะที่ทำกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ มากกว่าจะเป็นการกระตุ้นให้ผู้เรียนเห็นความสำคัญหรือให้เรียนรู้การให้เหตุผลเดี่ยวๆ แยกจากสิ่งอื่น โดยอาจทำในการสอนเนื้อหาบทเรียน หรือการแก้ปัญหา หากเป็นการแก้ปัญหา ผู้สอนไม่ควรคำนึงถึงคำตอบสุดท้ายที่ถูกต้องเท่านั้น แต่ควรให้ความสำคัญกับเหตุผลว่าทำไมผู้เรียนจึงได้คำตอบเหล่านั้น และคำตอบเหล่านั้นน่าจะถูกต้องหรือผิดเพราะเหตุใด การให้ผู้เรียนได้อธิบายหรือชี้แจงเหตุผลจะช่วยให้ผู้เรียนได้ทบทวนการทำงานเพื่อสะท้อนความคิดของตน และที่สำคัญคือ ผู้เรียนจะได้ข้อสรุปหรือตัดสินความถูกต้องของสิ่งต่างๆ ด้วยตนเองมากกว่าที่จะเชื่อตามที่ผู้สอนบอกหรือตามที่หนังสือเขียนไว้

สรุปแนวทางในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ คือ ต้องฝึกจากประสบการณ์ที่หลากหลายและต่อเนื่อง ผ่านการแลกเปลี่ยนความคิด พูดอธิบาย ชี้แจงด้วยเหตุผลจึงควรจัดกิจกรรมโดยใช้แนวทางการสืบสอบ เพื่อให้ให้นักเรียนมีโอกาสในการสืบค้น คาดการณ์ ค้นหา วิธีการพิสูจน์ สังเกตแบบรูป รวมถึงครูควรจัดบรรยากาศให้นักเรียนรู้สึกกล้าที่จะแสดงความคิดเห็นในกรณีต่าง ๆ

### 3.5 การวัดและการประเมินการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาได้เสนอแนวทางการวัดและการประเมินการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

อรรถัย เศรษฐสุกโก (2514: 68) ได้กล่าวถึงแบบทดสอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นการวัดความสามารถในการเพิ่ม – ลดโจทย์ปัญหา (Missing Data) วิธีการทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการแก้ปัญหา โดยยกตัวอย่างเครื่องมือที่ใช้วัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นแบบทดสอบ

วิเชียร เกตุสิงห์ (2518: 123 - 124) ได้กล่าวถึงแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นแบบทดสอบวัดแนวความคิดรวบยอดของนักเรียน คือ ทดสอบว่าเมื่อเรียนรู้กฎเกณฑ์ต่าง ๆ ไปแล้วจะสามารถนำไปใช้ได้อย่างมีเหตุมีผลหรือไม่ โดยยกตัวอย่างแบบทดสอบ เป็นแบบทดสอบปรนัยชนิดเลือกตอบ 5 ตัวเลือก

มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช (2537: 191) ได้เสนอแนะว่า แบบทดสอบที่ใช้วัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ควรจะใช้แบบทดสอบชนิดเลือกตอบ และควรจะใช้แบบทดสอบชนิดเขียนตอบที่เน้นกระบวนการคิดควบคู่กัน

กรมวิชาการ (2542: 196) ได้กล่าวถึงเครื่องมือที่เหมาะสมสำหรับวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่า ควรใช้โจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ที่กำหนดให้ควรเป็นปัญหาปลายเปิด ที่ผู้เรียนสามารถแสดงความคิดเห็น หรือใช้เหตุผลที่แตกต่างกันไป

เกรียงศักดิ์ รำพรรณ (2552: 20) ได้กล่าวว่า แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ยังนิยมใช้แบบทดสอบปรนัยแบบเลือกตอบ และควรจะใช้แบบทดสอบเขียนตอบควบคู่

อัมพร ม้าคอง (2554: 176 – 178) ได้กล่าวว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มีหลายประเภท การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลจึงมักประเมินตามประเภทของการให้เหตุผลและลักษณะของเนื้อหาคณิตศาสตร์ โดยทั่วไป ผู้สอนมักประเมินการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 3 ประเภทต่อไปนี้

1. การให้เหตุผลเชิงตรรก เป็นการใช้หลักตรรกศาสตร์ในการอธิบายสิ่งต่าง ๆ ที่เกิดขึ้น

1.1 การให้เหตุผลแบบอนุัย เป็นการให้เหตุผลที่เกิดจากการสังเกตเห็นตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่างที่เหมือนกันหรือมีความสัมพันธ์แบบเดียวกัน จึงทำให้ได้ข้อสรุปที่มีเหตุผล

1.2 การให้เหตุผลแบบนिरัย เป็นการให้เหตุผลที่เกิดจากการใช้หลักหรือกฎทั่วไปอ้างอิงไปสู่สิ่งที่กำลังพิจารณา ในทางคณิตศาสตร์มักเป็นการให้เหตุผลที่อ้างอิงทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม ฯลฯ

2. การให้เหตุผลเชิงสัดส่วน เป็นการให้เหตุผลโดยใช้ความคิดเกี่ยวกับ สัดส่วนของปริมาณที่หายไปหรือที่เปลี่ยนด้วยการเพิ่มขึ้นหรือลดลง เช่น การให้เหตุผลว่าเศษส่วนที่กำหนดให้จะมีค่าลดลง ถ้าตัวเศษลดลงในขณะที่ตัวส่วนมีค่าเท่ากัน

3. การให้เหตุผลเชิงปริภูมิ เป็นการให้เหตุผลเกี่ยวกับสิ่งที่ปรากฏเป็นมิติต่าง ๆ เช่น ภาพ 2 มิติ หรือทรง 3 มิติ เช่นการให้เหตุผลเพื่ออธิบายความสัมพันธ์หรือความเกี่ยวข้องกันระหว่างภาพ 2 มิติของวัตถุชิ้นหนึ่งกับภาพที่แสดงวัตถุนั้นใน 3 มิติ

การประเมินความสามารถสามารถในการให้เหตุผลส่วนมากใช้ปัญหาหรือกิจกรรม เป็นเครื่องมือ และประเมินการให้เหตุผลตามบริบทของปัญหาหรือกิจกรรมนั้น ซึ่งอาจจะประเมินการให้เหตุผลหลายอย่างในปัญหาเดียวกัน และคำถามที่ใช้ในการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลนั้นควรเป็นคำถามที่กระตุ้นให้ผู้เรียนคิดเพื่อหาเหตุผลมาอธิบายคำตอบ และเอื้อต่อการให้เหตุผลที่หลากหลาย

จากที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า ในการวัดประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์นั้นสามารถประเมินได้จากการใช้แบบทดสอบปรนัยชนิดเลือกตอบ ซึ่งควรจะควบคู่ไปกับการใช้แบบทดสอบเขียนตอบ หรือใช้ปัญหา/สถานการณ์ปลายเปิด

#### 4. ความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณ

##### 4.1 ความหมายของการคิดอย่างมีวิจารณญาณ

นักการศึกษาได้ให้ความหมายของการคิดอย่างมีวิจารณญาณไว้ดังนี้

Dewey (1933: 9) กล่าวว่า การคิดอย่างมีวิจารณญาณ หมายถึง การคิดอย่าง ไคร่ครวญ ไตร่ตรอง

Good (1973: 684) ได้ให้ความหมายของคำว่า การคิดอย่างมีวิจารณญาณสรุปได้ว่าเป็นกระบวนการคิดตามหลักการประเมินอย่างรอบคอบตามข้ออ้าง หลักฐานเพื่อนำไปสู่ข้อสรุปที่เป็นไปได้จริง และพิจารณาถึงองค์ประกอบที่เกี่ยวข้อง รวมถึงการใช้กระบวนการทางตรรกวิทยา ได้อย่างถูกต้องสมเหตุสมผล

Beger (1984: 306 - 309) ได้ให้ความหมายของการคิดอย่างมีวิจารณญาณว่า เป็นกระบวนการในการพิจารณาตัดสิน ความเชื่อถือได้ และคุณค่าของข้อมูลหรือข้อความรู้ในการกล่าวอ้างถึงโดยการคิดอย่างมีวิจารณญาณประกอบไปด้วย ทักษะซึ่งบุคคลสามารถใช้และมีแนวโน้มว่าต้องใช้ในการพิจารณาตัดสินใจ เพื่อให้ได้คุณค่าและความเชื่อถือได้อย่างแน่นอน

Ennis (1985: 45) ให้ความหมายว่า การคิดอย่างมีวิจารณญาณหมายถึง การคิดอย่างไตร่ตรองและมีเหตุผล ที่ซึ่งให้ความสำคัญในการตัดสินใจว่าสิ่งใดควรเชื่อหรือไม่ควรเชื่อ

Moor และ Parker (1986: 67) อธิบายความหมายของการคิดอย่างมีวิจารณญาณว่า เป็นการคิดพิจารณาไตร่ตรองอย่างรอบคอบ ในการตัดสินใจที่จะรับหรือปฏิเสธข้ออ้างต่าง ๆ ความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณนี้เป็นสิ่งสำคัญในการดำรงชีวิตเพราะว่าตลอดชีวิตจะพบกับข้ออ้างต่าง ๆ ที่เกิดขึ้น จึงต้องใช้การตัดสินใจที่จะเชื่อถือ ยอมรับและประเมินอยู่เสมอ

Dewey (1993) ได้อธิบายการคิดอย่างมีวิจารณญาณว่า เป็นการพิจารณาตรรกะตรงอย่างกระตือรือร้นไม่ลดละ และมีความรอบคอบต่อความเชื่อหรือความรู้ต่าง ๆ โดยอาศัยหลักฐานมาสนับสนุนความเชื่อหรือความรู้นั้น รวมทั้งข้อสรุปอื่น ๆ ที่เกี่ยวข้อง

Lipman (1993: 38) กล่าวว่า การคิดอย่างมีวิจารณญาณ เป็นกระบวนการของการคิด และเป็นเครื่องมือที่บุคคลใช้ในการแก้ปัญหาตัดสินใจและเรียนรู้โมทัศน์ใหม่ ๆ

เพ็ญพิศุทธิ์ เนคมานุรักษ์ (2537: 8) ได้ให้ความหมายของการคิดอย่างมีวิจารณญาณว่าเป็นการคิดไตร่ตรองอย่างรอบคอบเกี่ยวกับข้อมูลหรือสถานการณ์ที่ปรากฏโดยใช้ความรู้ ความคิด และประสบการณ์ของตนเองในการสำรวจอย่างรอบคอบเพื่อนำไปสู่ข้อสรุปที่สมเหตุสมผล

มลิวัลย์ สมศักดิ์ (2540: 11) ได้ให้ความหมายของการคิดอย่างมีวิจารณญาณว่า หมายถึงกระบวนการคิดอย่างไตร่ตรอง เกี่ยวกับข้อมูลที่เป็นปัญหา ข้อโต้แย้ง หรือข้อมูลที่คลุมเครือเพื่อตัดสินใจและนำไปสู่การสรุปเป็นข้อยุติอย่างสมเหตุสมผล

ศันสนีย์ ฉัตรคุปต์ และ อุษา ชูชาติ (2544: 31 - 32) ได้กล่าวว่า การคิดอย่างมีวิจารณญาณ คือ การคิดวิเคราะห์ สังเคราะห์ ตัดสินใจ และแก้ปัญหาโดยยึดหลักการคิดด้วยเหตุผลจากข้อมูลที่เป็นจริงมากกว่าอารมณ์ และการคาดเดา พิจารณาความเป็นไปได้ในแง่มุมต่าง ๆ ว่าอะไรคือความจริง อะไรคือความถูกต้อง คิดด้วยความรอบคอบระมัดระวัง ใช้สติปัญญาและทักษะทางการคิดไตร่ตรองอย่างมีวิจารณญาณมากกว่าการใช้อารมณ์ที่ทำให้เกิดความลำเอียง เกิดอคติซึ่งจะมีผลต่อการตัดสินใจ ดังนั้นการคิดอย่างมีวิจารณญาณจึงเป็นความคิดที่เปิดกว้าง มีเป้าหมายแน่นอน มีเหตุผล มีความถูกต้อง แม่นยำ สามารถตรวจสอบความคิดและประเมินความคิดของตนเองได้

อรปวีณ์ สุตะพาหะ (2546: 24) ได้ให้ความหมายของการคิดอย่างมีวิจารณญาณว่า หมายถึง กระบวนการคิดที่ผ่านกระบวนการพิจารณา ไตร่ตรองอย่างรอบคอบเกี่ยวกับข้อมูลที่คลุมเครือ หรือสถานการณ์ที่เป็นปัญหา โดยใช้ความรู้ ใช้ทักษะการคิดหลายทักษะ ลักษณะการคิดหลายลักษณะ และมีเกณฑ์การพิจารณาคุณภาพของความคิด และประสบการณ์ของตนเองในการพิจารณาหลักฐาน และข้อมูลที่เชื่อถือได้ต่าง ๆ เพื่อนำไปสู่การสรุปและตัดสินใจได้อย่างสมเหตุสมผล

สัณหวัช สอนท่าโก (2550: 11) ได้กล่าวว่าการคิดอย่างมีวิจารณญาณได้ว่าเป็นการคิดพิจารณาไตร่ตรองอย่างรอบคอบ มีเหตุผล เพื่อตัดสินใจว่าอะไรควรเชื่อหรือสิ่งใดควรทำ ช่วยให้ การตัดสินใจแต่ละสภาพการณ์เป็นไปอย่างถูกต้อง

อุษณีย์ อนุรุทธ์วงศ์ (2555: 78) กล่าวว่า การคิดอย่างมีวิจารณญาณ เป็น กระบวนการคิดไตร่ตรองรอบคอบเกี่ยวกับข้อมูล เหตุการณ์ ปรากฏการณ์ต่าง ๆ ที่ปรากฏเพื่อนำไปสู่ การหาข้อสรุปอย่างสมเหตุสมผล และการตัดสินใจที่ถูกต้องเหมาะสมว่า สิ่งใดถูกต้องหรือไม่ถูกต้อง สิ่งใดดีหรือไม่ดี สิ่งใดควรเชื่อหรือไม่ควรเชื่อ สิ่งใดควรทำหรือไม่ควรทำ

จากข้อความข้างต้นสรุปได้ว่า การคิดอย่างมีวิจารณญาณ หมายถึง การคิดพิจารณา ไตร่ตรองอย่างมีเหตุผลที่มีจุดมุ่งหมายเพื่อการตัดสินใจว่าอะไรควรเชื่อ หรืออะไรควรทำ โดยมี พื้นฐานอยู่บนเหตุผล การคิดอย่างตรรกะตรง ความเชื่อ และการกระทำที่เชื่อมโยงกัน

#### 4.2 ความสำคัญของการคิดอย่างมีวิจารณญาณ

การคิดอย่างมีวิจารณญาณจะถูกนำมาใช้ใน 2 ลักษณะคือ ใช้ในการตัดสินใจและใช้ ในเรื่องเกี่ยวกับความรู้ การเรียน การอภิปรายและการแก้ปัญหาต่าง ๆ ซึ่งนักการศึกษาหลายท่าน เห็นว่าการคิดอย่างมีวิจารณญาณนั้นเป็นสิ่งที่สำคัญดังนี้

Crescimanno (1991: 12) กล่าวว่า การคิดอย่างมีวิจารณญาณทำให้เรามี ความสามารถที่จะควบคุมจัดการกับความคิดของตนเองได้ และประโยชน์ที่เห็นง่าย ๆ สำหรับการคิด อย่างมีวิจารณญาณ คือเมื่อเราสามารถจัดการกับความคิดของเราได้ก็เท่ากับเราสามารถควบคุมการ ดำเนินชีวิตของเราได้เช่นกัน รวมทั้งเราอาจปรับปรุงแก้ไขชีวิตเราให้ดีขึ้นและเดินไปในทางที่ถูกต้อง

อรพรรณ ลือบุญรัชชัย (2543: 7) ได้กล่าวว่าการคิดอย่างมีวิจารณญาณมี ความสำคัญสำหรับบุคคลทุกระดับ ทุกอาชีพ รวมถึงการดำเนินชีวิตประจำวันดังนี้

1. การคิดเป็นคุณสมบัติพิเศษของมนุษย์ที่มีสมอง มีปัญญา มนุษย์จะต้อง คิดอยู่ตลอดเวลา เพื่อพัฒนาสร้างสรรค์โลก สังคม ครอบครัว และตนเอง เพื่อการดำรงชีวิตที่ดีขึ้น
2. การคิดอย่างมีวิจารณญาณจะนำไปสู่ความรู้ที่ดีขึ้น เมื่อมีสิ่งเร้าผ่าน กระทบความรู้สึก เราเพียงแต่รับรู้ เมื่อเราได้ใช้ความคิดต่อไปเราก็จะมีการรับรู้ที่ดีขึ้น ชัดเจนขึ้น เมื่อ เราใช้การสังเกต เราก็จะเห็นข้อมูล เมื่อมีการคิด การตีความ การทำความเข้าใจข้อมูล เหตุการณ์ด้วย การใช้สมองต่อไป เราก็จะเกิดความชัดเจนในประเด็นปัญหา สามารถอธิบายได้ ยืนยันได้ถูกต้อง เหมาะสม

3. การคิดอย่างมีวิจารณญาณจะนำไปสู่การตัดสินใจอย่างมีประสิทธิภาพ ในการดำเนินชีวิตประจำวัน ในสังคมยุคข้อมูลข่าวสารที่แพร่กระจายอย่างรวดเร็วและมากมาย การ ตัดสินใจเลือกรับข้อมูลข่าวสาร การตัดสินใจเชื่อหรือไม่ในข้อมูล และเหตุการณ์ที่รับทราบตลอดจน การตัดสินใจในการเลือกปฏิบัติ จำเป็นต้องอาศัยการคิดวิเคราะห์ วินิจฉัย และตีความข้อมูลอย่าง ถูกต้องเหมาะสม

4. ความเจริญทางวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี ทุกสาขาวิชามีความเจริญก้าวหน้าอย่างรวดเร็ว มนุษย์จะต้องใช้ปัญญาในการติดตามข้อความรู้เหล่านั้นสม่ำเสมอ มนุษย์ต้องคิด วิเคราะห์เพื่อประยุกต์ศาสตร์ต่าง ๆ ที่มีพัฒนาการมากขึ้น เพื่อนำไปใช้ได้อย่างถูกต้องเหมาะสม จำเป็นต้องใช้ความคิดอย่างมีวิจารณญาณ

ทิสนา แคมมณี และคณะ (2544: 59) กล่าวว่า การคิดอย่างมีวิจารณญาณนั้นมีความสำคัญต่อผู้เรียนดังนี้

1. ช่วยให้ผู้เรียนสามารถปฏิบัติงานอย่างมีหลักการและเหตุผล และได้งานที่มีประสิทธิภาพ
2. ช่วยให้ผู้เรียนสามารถประเมินงานโดยใช้เกณฑ์อย่างสมเหตุสมผล
3. ส่งเสริมให้รู้จักประเมินตนเองอย่างมีเหตุผล และมีทักษะในการตัดสินใจ
4. ช่วยให้ผู้เรียนได้เรียนรู้เนื้อหาอย่างมีความหมายและเป็นประโยชน์
5. ช่วยให้ผู้เรียนได้ฝึกทักษะการใช้เหตุผลในการแก้ปัญหา
6. ช่วยให้ผู้เรียนสามารถกำหนดเป้าหมาย รวบรวมข้อมูลเชิงประจักษ์ ค้นคว้า ทฤษฎี หลักการ ตั้งข้อสันนิษฐาน ตีความหมาย และลงข้อสรุป
7. ช่วยให้ผู้เรียนสามารถประสบความสำเร็จในการใช้ภาษาและสื่อความหมาย
8. ช่วยให้ผู้เรียนสามารถคิดอย่างชัดเจน คิดอย่างถูกต้อง คิดอย่างแจ่มแจ้ง คิดอย่างกว้างขวาง และคิดอย่างลุ่มลึก ตลอดจนคิดอย่างสมเหตุสมผล
9. ช่วยให้ผู้เรียนเป็นผู้มีปัญญา กอปรด้วยความรับผิดชอบ ความมีระเบียบวินัย ความเมตตา และเป็นผู้มีประโยชน์
10. ช่วยให้ผู้เรียนสามารถอ่าน เขียน พูด ฟัง ได้ดี
11. ช่วยให้ผู้เรียนพัฒนาความสามารถในการเรียนรู้ตลอดชีวิตอย่างต่อเนื่องในสถานการณ์ที่โลกมีการเปลี่ยนแปลง

ศันสนีย์ ฉัตรคุปต์ (2544: 50 – 51) ได้กล่าวว่า การคิดอย่างมีวิจารณญาณเป็นเครื่องมือสำคัญที่ใช้ในการเรียนรู้และการดำเนินชีวิตอย่างมีคุณค่าในโลกปัจจุบันยุคข้อมูลข่าวสาร บุคคลที่มีการคิดอย่างมีวิจารณญาณจะสามารถคิดวิเคราะห์ได้อย่างมีหลักการ สามารถควบคุมจัดการ และตรวจสอบความคิดตนเองได้ รวมทั้งสามารถตัดสินใจและแก้ปัญหาโดยการใช้อย่างถูกต้องเหมาะสม สิ่งเหล่านี้เป็นทักษะที่ดีที่จะช่วยปรับปรุงให้ชีวิตดีขึ้นและเดินไปในทางที่ถูกต้องและที่สำคัญอย่างยิ่งเป็นทักษะที่จะพัฒนาบุคคลให้มีลักษณะ “คิดเป็น ทำเป็น แก้ปัญหาเป็น” อันเป็นคุณลักษณะที่จะช่วยให้สามารถยืนหยัดอยู่ได้อย่างมั่นคงในโลกปัจจุบันและอนาคต

สุคนธ์ สิ้นธพานนท์ และคณะ (2552: 72 - 73) ได้กล่าวว่า บุคคลผู้รู้จักนำวิธีคิด

อย่างมีวิจารณญาณไปใช้ในการดำเนินชีวิตย่อมเกิดประโยชน์หลายประการ ดังนี้

1. มีความมั่นใจในการเผชิญต่อปัญหาต่างๆ และแก้ไขปัญหานั้นๆ ได้ถูกทาง
2. สามารถตัดสินใจในสถานการณ์ต่างๆ ได้อย่างเหมาะสมและมีเหตุผล
3. มีบุคลิกภาพดี เป็นคนสุขุมรอบคอบ ละเอียดลอบ ก่อนตัดสินใจในเรื่องใดจะต้องมีข้อมูลหลักฐานประกอบ แล้ววิเคราะห์ด้วยเหตุผลก่อนตัดสินใจ
4. ทำกิจการงานต่างๆ ประสบความสำเร็จตามเป้าหมายที่กำหนดอย่างมีคุณภาพเนื่องจากมีระบบความคิดอย่างเป็นขั้นตอน
5. มีทักษะในการสื่อสารกับผู้อื่นได้ดี ทั้งด้านการอ่าน เขียน ฟัง พูด
6. การพัฒนาวิธีคิดอย่างมีวิจารณญาณอยู่เสมอ ส่งผลให้สติปัญญาเฉียบแหลม พัฒนาความสามารถในการเรียนรู้ตลอดชีวิตอย่างต่อเนื่องในสถานการณ์ของโลกที่มีการเปลี่ยนแปลง
7. เป็นผู้ที่มีความรับผิดชอบ มีระเบียบวินัย
8. เป็นผู้ที่ปฏิบัติงานอยู่บนหลักการและเหตุผล ส่งผลให้งานสำเร็จอย่างมีคุณภาพ

อุษณีย์ อนุรุทธ์วงศ์ (2555: 99) ได้กล่าวถึงประโยชน์ของการคิดอย่างมีวิจารณญาณว่าจะช่วยให้ผู้เรียนตระหนักถึงข้อผิดพลาดในการกล่าวอ้าง การยกเหตุผลที่ไม่เหมาะสม การด่วนสรุปโดยปราศจากการไตร่ตรองหรือตรวจสอบข้อมูล เช่น เด็กคนหนึ่งไม่ยอมร้องเพลงโดยอ้างว่า “หนูร้องไม่ได้ค่ะ เพราะเจ็บนิ้ว” หรือผู้ใหญ่อ้างว่า “ผมไม่โกหกหรอก เพราะผมแก่แล้วหรือผมรวยแล้ว” เป็นข้อกล่าวอ้างที่ไม่สมเหตุสมผล และไม่เกี่ยวข้องกับประเด็น ซึ่งความสามารถทางความคิดอย่างมีวิจารณญาณนั้นเป็นความสำคัญจำเป็นระดับต้น ๆ ของการพัฒนาความคิดของเด็กและเยาวชนไทย เนื่องจากเราอยู่ในยุคข้อมูลข่าวสารที่มีข้อมูลใหม่ ๆ ทุกวินาที จึงต้องหาวิธีการกรองข้อมูลไม่ให้เชื่อโดยด่วนสรุป หรือเชื่อเพราะเขากล่าวต่อ ๆ กันมาอย่างง่าย ๆ นอกจากนี้ กระบวนการตรวจสอบและรวบรวมข้อมูลยังช่วยให้เกิดความรู้ในเรื่องนั้น ๆ ที่จะนำไปสู่การตัดสินใจได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม

#### 4.3 กระบวนการคิดอย่างมีวิจารณญาณ

จากการศึกษาข้อมูลเกี่ยวกับกระบวนการคิดอย่างมีวิจารณญาณ นักการศึกษาได้อธิบายถึงกระบวนการคิดอย่างมีวิจารณญาณไว้ดังนี้

Dressel (1954: 179 - 181) กล่าวถึง กระบวนการคิดอย่างมีวิจารณญาณไว้ว่าประกอบด้วย

1. การนิยามปัญหา
2. การเลือกข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับการหาคำตอบของปัญหา



3. การตระหนักในข้อตกลงเบื้องต้นหรือการระบุ
4. การกำหนดและเลือกสมมติฐานที่เป็นไปได้มาก
5. การลงสรุปอย่างสมเหตุสมผล

Decaroli (1973: 68) ได้กล่าวถึงกระบวนการคิดอย่างมีวิจารณญาณไว้ว่า ประกอบด้วย

1. การนิยามเป็นการกำหนดปัญหา ทำความตกลงเกี่ยวกับความหมายของ คำและข้อความและการกำหนดเกณฑ์
2. กำหนดสมมติฐาน การคิดถึงความสัมพันธ์เชิงเหตุผล หาทางเลือก และการพยากรณ์
3. การประมวลผลข่าวสาร เป็นการระบุข้อมูลที่จำเป็น รวบรวมข้อมูลที่เกี่ยวข้องหาหลักฐานและจัดระบบข้อมูล
4. การตีความข้อเท็จจริงและการสรุปอ้างอิงจากหลักฐาน
5. การใช้เหตุผล โดยระบุเหตุและผล ความสัมพันธ์เชิงตรรกศาสตร์
6. การประเมินผล โดยอาศัยเกณฑ์ความสมเหตุสมผล
7. การประยุกต์ใช้หรือนำไปปฏิบัติ

Watson และ Glaser (1980: 2) ได้กล่าวว่ากระบวนการคิดอย่างมีวิจารณญาณ มีดังนี้

1. การอนุมาน (Inference)
2. การระบุข้อตกลงเบื้องต้น (Recognition of Assumption)
3. การนิรนัย (Deduction)
4. การตีความเพื่อลงข้อสรุป (Interpretation)
5. การประเมินข้อโต้แย้ง (Evaluation of Arguments)

Kneedler (1985: 278 - 280) ได้เสนอกระบวนการคิดอย่างมีวิจารณญาณไว้ดังนี้

1. การนิยามและทำความเข้าใจปัญหา ประกอบด้วย
  - 1.1 การระบุเรื่องราวที่สำคัญหรือการกระทำ
  - 1.2 การเปรียบเทียบความคล้ายคลึงและความแตกต่างของคน ความคิดวัตถุสิ่งของหรือผลลัพธ์ตั้งแต่ 2 อย่าง
  - 1.3 การตัดสินใจระหว่างข้อมูลที่ชัดเจนกับข้อมูลที่คลุมเครือ ข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้อง ข้อมูลที่จำเป็นกับไม่จำเป็น
  - 1.4 การตั้งคำถามที่จะนำไปสู่ความเข้าใจที่ลึกซึ้ง และชัดเจนเกี่ยวกับเรื่องราวหรือสถานการณ์

2. การพิจารณาตัดสินข้อมูลที่มีความสัมพันธ์กับปัญหา ประกอบด้วย
  - 2.1 การจำแนกความแตกต่างระหว่างข้อเท็จจริง ความคิดเห็น และการตัดสินอย่างเหตุผล
  - 2.2 การตัดสินว่าข้อความหรือสัญลักษณ์ที่กำหนดให้มีความสอดคล้องสัมพันธ์ซึ่งกันและกัน และสอดคล้องกับบริบททั้งหมดหรือไม่
  - 2.3 การระบุข้อสมมติฐานที่ไม่ได้กล่าวไว้ในการอ้างเหตุผล
  - 2.4 การระบุความคิดที่คนยึดติด หรือความคิดดั้งเดิมเกี่ยวกับคนกลุ่มคน
  - 2.5 การระบุความมีอคติ ปัจจัยด้านอารมณ์ การโฆษณา การเข้าข้างตนเอง
  - 2.6 การระบุความคล้อยคลึงและความแตกต่างระหว่างระบบค่านิยม และอุดมการณ์ที่แตกต่างกัน
3. การแก้ปัญหา/การลงข้อสรุป ประกอบด้วย
  - 3.1 การระบุความเพียงพอของข้อมูล
  - 3.2 การพยากรณ์ผลลัพธ์ที่อาจเป็นไปได้

Sternberg และ Baron (1985: 42 - 43) ได้กำหนดขั้นตอนการคิดอย่างมีวิจาร์ณญาณไว้ดังนี้

1. การนิยามและทำความเข้าใจ (Define and Clarify)
  - 1) การกำหนดประเด็นและปัญหา
  - 2) การกำหนดข้อสรุป
  - 3) การกำหนดเหตุผล
  - 4) การกำหนดข้อคำถามให้เหมาะสม
2. การเลือกสรรข้อมูล
  - 1) เลือกข้อมูล ละสังเกตุได้ถูกต้อง เชื่อถือได้
  - 2) หาความสัมพันธ์ของข้อมูล
  - 3) จำข้อมูลได้แม่นยำ
3. การวินิจฉัยเพื่อแก้ปัญหาและสรุปเหตุผล
  - 1) วินิจฉัยและตัดสินข้อสรุปเชิงอนุมาน
  - 2) ทบทวนและตัดสินด้วยการอนุมานอย่างถูกต้อง
  - 3) ทำนายความน่าจะเป็นอย่างมีเหตุผล

Paul (1996 อ้างใน ทิศนา แชนมณี และ คณະ, 2544: 151 - 152) กล่าวไว้ว่า

การคิดอย่างมีวิจารณญาณ มีความสัมพันธ์กับการแก้ปัญหา (Problem solving) คือ การคิดอย่างมี วิจารณญาณเป็นทักษะสำคัญของการแก้ปัญหา (Critical Thinking is a Major Tool in Problem Solving ) การแก้ปัญหาล้วนใหญ่ต้องใช้การคิดอย่างมีวิจารณญาณ (The Problem Solving is a Major use of Critical Thinking) การคิดอย่างมีวิจารณญาณเป็นการคิดอย่างมีเหตุผลนั้น กอปร ด้วย 7 ประการ คือ

1. จุดมุ่งหมาย คือ เป้าหมายหรือวัตถุประสงค์ของการคิด คือ คิดเพื่อหา แนวทางแก้ปัญหาหรือคิดเพื่อหาความรู้
2. ประเด็นคำถาม คือ ปัญหาหรือคำตอบที่ต้องการรู้ คือ ผู้คิดสามารถระบุ ปัญหา คำถามต่างๆ รวมทั้งระบุปัญหาสำคัญที่ต้องการแก้ได้ หรือปัญหาสำคัญที่ต้องการรู้
3. สารสนเทศ คือ ข้อมูลความรู้ต่างๆ เพื่อใช้ประกอบการคิด ข้อมูลต่างๆ ที่ได้มาควรมีความกว้าง ลึก ชัดเจน ยืดหยุ่น และมีความถูกต้อง
4. ข้อมูลเชิงประจักษ์ คือ ข้อมูลที่ได้มานั้นต้องเชื่อถือได้ มีความชัดเจน ถูกต้อง และมีความเพียงพอต่อการใช้เป็นพื้นฐานของการคิดอย่างมีเหตุผล
5. แนวคิดอย่างมีเหตุผล คือ แนวคิดทั้งหลายที่อาจรวมถึง กฎ ทฤษฎี หลักการซึ่งแนวคิดดังกล่าวมีความจำเป็นสำหรับการคิดอย่างมีเหตุผล และแนวคิดที่ได้มานั้นต้องมีความเกี่ยวข้องกับปัญหาหรือคำถามที่ต้องการคำตอบ และต้องเป็นแนวคิดที่ถูกต้องด้วย
6. ข้อเสนอพื้นฐาน เป็นองค์ประกอบสำคัญของทักษะการคิดอย่างมีเหตุผล เพราะผู้คิดต้องมีความสามารถในการตั้งข้อสันนิษฐานให้มีความชัดเจน สามารถตัดสินได้เพื่อ ประโยชน์ในด้านการหาข้อมูลมาใช้ในการคิดอย่างมีเหตุผล
7. การนำไปใช้และผลที่ตามมา เป็นองค์ประกอบสำคัญของการคิดอย่างมี เหตุผลซึ่งผู้คิดต้องคำนึงถึงผลกระทบ คือ ต้องมีความสามารถคิดไกล มองถึงผลที่ตามมารวมกับ การนำไปใช้ได้หรือไม่เพียงใดกระบวนการคิดอย่างมีวิจารณญาณ

กรมวิชาการ (2534 อ้างถึงใน ทิศนา แชมมณี และคณะ, 2544: 152 – 153) ได้นำเสนอกระบวนการคิดอย่างมีวิจารณญาณ ไว้ดังนี้

1. สังเกต เน้นการให้ทำกิจกรรมรับรู้แบบปรนัยจนเกิดความเข้าใจ ได้ ความคิดรวบยอดสามารถเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของสิ่งต่าง ๆ และสรุปเป็นใจความสำคัญครบถ้วน ตรงตามหลักฐานข้อมูล
2. อธิบาย ให้ผู้เรียนตอบคำถามแสดงความคิดเห็นเชิงเห็นด้วยหรือไม่เห็น ด้วยกับสิ่งที่กำหนด เน้นการใช้เหตุผล ด้วยหลักการ กฎเกณฑ์ หรือหลักฐานข้อมูลประกอบให้ น่าเชื่อถือ
3. รับฟัง ให้ผู้เรียนได้ฟังความคิดเห็น ได้ตอบคำถามวิพากษ์วิจารณ์จาก ผู้อื่นที่มีต่อความคิดของตน เน้นการปรับเปลี่ยนความคิดเดิมของตนตามเหตุผลหรือข้อมูล โดยไม่ใช้อารมณ์หรือดื้อแพ่งต่อความคิดเดิม

4. เชื่อมโยงความสัมพันธ์ ให้ผู้เรียนได้เปรียบเทียบความแตกต่าง และความคล้ายคลึงของสิ่งต่างๆ ให้สรุปจัดกลุ่มสิ่งที่เป็นพวกเดียวกัน เชื่อมโยงเหตุการณ์เชิงสาเหตุและผล หากกฎเกณฑ์การเชื่อมโยงในลักษณะอุปมาอุปไมย

5. วิจัยจัดกิจกรรมให้วิเคราะห์เหตุการณ์ คำกล่าว แนวคิด หรือการกระทำ แล้วให้จำแนกหาจุดเด่น - จุดด้อย ส่วนดี - ส่วนเสีย ส่วนสำคัญ - ไม่สำคัญ ด้วยการยกเหตุผลหลักการมาประกอบการวิจารณ์

ทิสนา แคมมณี และคณะ (2544: 153) กล่าวไว้ว่า จากการศึกษาแนวคิดเกี่ยวกับการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักการศึกษาและนักคิดต่างๆ พบว่า แต่ละแนวคิดมีจุดเน้นที่ไม่เหมือนกัน ในทรรศนะของผู้เขียน ความถูกต้องของความคิดขึ้นอยู่กับความพอเพียงและความถูกต้องของข้อมูลเป็นประการสำคัญ ดังนั้นขั้นตอนของการแสวงหาข้อมูลและประเมินข้อมูลจึงเป็นขั้นตอนสำคัญที่ควรระบุให้เห็นอย่างชัดเจน และการตัดสินใจเลือกความคิดหรือทางเลือกที่เหมาะสมนั้น ควรพิจารณาถึงคุณค่า ค่านิยมที่แท้จริงตามหลักโยนิโสมนสิการ หรือการคิดโดยแยกกายตามหลักพุทธธรรม การคิดแบบคุณค่าแท้ - คุณค่าเทียมเป็นวิธีคิดวิธีหนึ่งที่เห็นว่า จะเป็นประโยชน์อย่างยิ่งต่อการคิดหรือการตัดสินใจเลือกความคิด

พิรุณ ศิริศักดิ์ (2547: 12 - 15) ได้สรุปกระบวนการของการคิดอย่างมีวิจารณญาณไว้ดังนี้

1. การระบุปัญหา เป็นความสามารถในการพิจารณาข้อคำถาม ข้อความ ข้ออ้าง ข้อโต้แย้ง หรือสถานการณ์ เพื่อทำความเข้าใจ และสร้างความชัดเจนให้กับประเด็นปัญหา
2. การรวบรวมข้อมูล เป็นความสามารถในการรวบรวมข้อมูลจากแหล่งข้อมูล ทั้งจากการสังเกตหรือการรวบรวมข้อมูลที่มีอยู่แล้ว จากแหล่งข้อมูลที่หลากหลาย เช่น เอกสาร ตำรา ห้องสมุด และอินเทอร์เน็ต รวมไปถึง การดึงข้อมูลจากประสบการณ์เดิมของบุคคล
3. การพิจารณาความน่าเชื่อถือของข้อมูลและแหล่งข้อมูล เป็นความสามารถในการประเมินองค์ประกอบของข้อมูล และแหล่งข้อมูล ในด้านความเกี่ยวข้องกับประเด็นปัญหา ความถูกต้องเหมาะสม และความพอเพียงของข้อมูลและแหล่งข้อมูลทั้งในด้านปริมาณและคุณภาพ
4. การระบุลักษณะของข้อมูล เป็นความสามารถในการจำแนกความแตกต่างระหว่างข้อมูลที่เป็นข้อเท็จจริงกับข้อมูลที่เป็นข้อคิดเห็นรวมถึงการจัดลำดับความสำคัญของข้อมูล และการพิจารณาข้อตกลงเบื้องต้นที่อยู่ในข้อมูล
5. การตั้งสมมติฐาน เป็นความสามารถในการคิดหาความสัมพันธ์เชิงเหตุผลระหว่างข้อมูล เพื่อใช้ในการคาดคะเนคำตอบหรือระบุทางเลือกที่เป็นไปได้ เพื่อให้เกิดขอบเขตและแนวทางในการพิจารณาหาข้อสรุปหรือคำตอบของประเด็นปัญหา
6. การลงข้อสรุป เป็นความสามารถในการใช้หลักตรรกศาสตร์ เพื่อการ

แก้ปัญหาหรือการคิดหาเหตุผลของคำตอบ ซึ่งแบ่งออกเป็น 2 ลักษณะ ดังนี้

6.1 การสร้างข้อสรุปแบบนิรนัย เป็นวิธีการสร้างข้อสรุป โดยใช้หลักเหตุผลที่เริ่มต้นด้วยการกำหนดข้อความหลัก และนำไปสู่การถอดแบบไปเป็นข้อเสนอหรือข้อสรุปสำหรับสถานการณ์เฉพาะต่าง ๆ

6.2 การสร้างข้อความแบบอุปนัย เป็นวิธีการใช้เหตุผลที่เริ่มต้นด้วยการสังเกตความเป็นจริงจากปรากฏการณ์เฉพาะต่าง ๆ เพื่อให้ได้ข้อมูลเชิงประจักษ์ แล้วจึงสรุปเป็นกฎเกณฑ์หรือข้อสรุปทั่วไป

7. การประเมินข้อสรุป เป็นความสามารถในการพิจารณาคำตอบหรือข้อสรุปเชิงพยากรณ์ความเป็นไปได้ หรือผลที่จะเกิดขึ้นตามมาอย่างน่าเชื่อถือ และสมเหตุสมผล

กษมา วุฒิสารวัฒนา (2548: 58) ได้กล่าวว่าการคิดอย่างมีวิจารณญาณประกอบด้วยกระบวนการต่าง ๆ ที่จำเป็น 4 ด้านดังนี้

1. การนิยามปัญหา และการพิจารณาความน่าเชื่อถือของข้อมูล แหล่งที่มาของข้อมูล การพิจารณาความเพียงพอของข้อมูล การจัดระบบข้อมูล
2. การระบุข้อตกลงเบื้องต้นที่ไม่ได้กล่าวไว้ในการอ้างเหตุผล
3. การใช้ข้อตกลงเบื้องต้นและข้อมูลที่เกี่ยวข้องในการลงข้อสรุป
4. การสรุปโดยใช้หลักตรรกศาสตร์การเพื่อการแก้ปัญหาอย่างมีเหตุผล

อุษณีย์ อนุรุทธ์วงศ์ (2555: 89 - 91) ได้กล่าวว่าการคิดอย่างมีวิจารณญาณประกอบด้วยกระบวนการ ดังต่อไปนี้

1. การกำหนดปัญหา หมายถึง การทำความเข้าใจกับปัญหา โดยพิจารณาเพื่อทำความเข้าใจว่าอะไรคือปัญหาที่แท้จริง ข้อโต้แย้งหรือข้อมูลที่คลุมเครือ การหา การรวบรวมประเด็นปัญหา การจัดลำดับปัญหา การกำจัดปัญหาที่อาจไม่ใช่ปัญหาที่แท้จริงออกไป การแยกประเด็นปัญหา รวมทั้งการนิยามความหมายของคำหรือข้อความ การนิยามปัญหาเป็นกระบวนการที่เป็นจุดเริ่มต้นของการคิดอย่างมีวิจารณญาณ เป็นการกระตุ้นให้บุคคลเริ่มต้นคิดเมื่อตระหนักว่ามีปัญหาหรือข้อโต้แย้ง หรือได้รับข้อมูลข่าวสารที่คลุมเครือ จะพยายามหาคำตอบที่สมเหตุสมผลเพื่อทำความเข้าใจกับปัญหานั้น ปัญหาจึงเป็นสิ่งที่เร้าที่เป็นจุดเริ่มต้นของการคิดอย่างมีวิจารณญาณ
2. การรวบรวมข้อมูล หมายถึง การรวบรวมข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับปัญหา ข้อโต้แย้ง หรือข้อมูลที่คลุมเครือ จากแหล่งต่าง ๆ การพิจารณาหาข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับปัญหา รวมทั้งการดึงข้อมูลหรือความรู้จากประสบการณ์ที่มีอยู่มาใช้ เมื่อบุคคลพบกับสถานการณ์ที่เป็นปัญหาหรือความสงสัยจะแสวงหาข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับปัญหานั้นจากแหล่งต่าง ๆ ให้มากที่สุดเพื่อให้ครอบคลุมปัญหา ข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับประเด็นที่จำเป็นต้องใช้กระบวนการคิดอย่างมีวิจารณญาณนั้นส่วนมากเป็นข้อมูลที่เป็นปัญหา ข้อโต้แย้ง หรือข้อมูลที่คลุมเครือ ดังนั้น วิธีการรวบรวมข้อมูลที่เป็นสำหรับการ

คิดอย่างมีวิจารณญาณ ได้แก่ การสังเกต ทั้งการสังเกตด้วยตนเอง และการรวบรวมข้อมูลจากรายงาน ผลการสังเกตของผู้อื่น

3. การจัดระบบข้อมูล หมายถึง การพิจารณาความน่าเชื่อถือของแหล่งข้อมูล พิจารณาความเพียงพอของข้อมูล และการจัดระบบของข้อมูล ภายหลังจากได้รวบรวมข้อมูล จะต้องพิจารณาความน่าเชื่อถือของแหล่งที่มาของข้อมูล เพราะข้อมูลที่ได้อาจมาจากแหล่งที่ขาดความน่าเชื่อถือจะต้องตัดทิ้ง ส่วนข้อมูลที่ได้จากแหล่งที่น่าเชื่อถือก็จะเก็บไว้ใช้ต่อไป ขณะเดียวกันก็ต้องประเมินความถูกต้องและความเพียงพอของข้อมูลที่รวบรวมได้ว่าจะนำไปสู่การอ้างอิงได้หรือไม่ ในการสรุปอ้างอิง ถ้าข้อมูลไม่เพียงพอจะต้องรวบรวมข้อมูลเพิ่มเติม เมื่อรวบรวมข้อมูลมาจากแหล่งข้อมูลที่น่าเชื่อถือ ข้อมูลถูกต้องและเพียงพอแล้ว จะต้องมีการจัดระบบข้อมูลที่รวบรวมได้โดยแยกแยะความแตกต่างของข้อมูลคือ จำแนกความแตกต่างระหว่างข้อมูลที่ชัดเจนกับข้อมูลที่คลุมเครือ ข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้องกับปัญหา การระบุข้อตกลงเบื้องต้น เพื่อนำมาจัดกลุ่มและจัดลำดับความสำคัญของข้อมูลเพื่อใช้เป็นแนวทางในการตั้งสมมติฐาน

4. การตั้งสมมติฐาน หมายถึง การพิจารณาแนวทางการสรุปอ้างอิงของปัญหา ข้อโต้แย้งหรือข้อมูลที่คลุมเครือ โดยการนำข้อมูลที่มีการจัดระบบแล้วมาพิจารณาเชื่อมโยงหาความสัมพันธ์ เพื่อกำหนดแนวทางการสรุปที่นำไปได้ว่า จากข้อมูลที่ปรากฏสามารถเป็นไปได้ ในทิศทางใดบ้าง เพื่อที่จะได้พิจารณาเลือกแนวทางที่เป็นไปได้มากที่สุด หรือการตัดสินใจอย่างสมเหตุสมผลในการอ้างอิงต่อไป

5. การสรุปอ้างอิงโดยใช้หลักเหตุผลหรือหลักตรรกศาสตร์ หมายถึง การพิจารณาเลือกแนวทางที่สมเหตุสมผลที่สุดจากข้อมูลและหลักฐานที่มีอยู่ หลักจากกำหนดแนวทางเลือกที่อาจจะเป็นไปได้ก็จะพยายามเลือกวิธีการ หรือแนวทางที่เป็นไปได้มากที่สุดจะนำไปสู่การสรุปที่สมเหตุสมผล การใช้เหตุผลเป็นทักษะวิธีการคิดที่จำเป็นต่อการตัดสินใจสรุป และเป็นทักษะการคิดที่สำคัญของการคิดอย่างมีวิจารณญาณ เพราะการคิดที่ดีขึ้นอยู่กับการใช้เหตุผลที่ดี และการสรุปที่ดีจะต้องได้รับการสนับสนุนจากเหตุผลที่ดีด้วย ดังนั้น การคิดอย่างมีวิจารณญาณจึงจำเป็นต้องใช้เหตุผลที่ดีนำไปสู่ข้อสรุปอย่างสมเหตุสมผล และคุณลักษณะของการคิดอย่างมีวิจารณญาณมีความสัมพันธ์กับการให้เหตุผลแบบตรรกศาสตร์ หรือการใช้เหตุผลแบบอุปมาน และอนุมาน เพราะฉะนั้นกระบวนการที่สำคัญที่จะช่วยให้การสรุปอ้างอิงเป็นไปอย่างสมเหตุสมผล คือ การใช้เหตุผลแบบอุปมานและอนุมาน หรือการสรุปอ้างอิงโดยใช้หลักตรรกศาสตร์

6. การประเมินและสรุป หมายถึง การประเมินความสมเหตุสมผลของการสรุปอ้างอิงภายหลังจากการตัดสินใจสรุปโดยใช้หลักตรรกศาสตร์ จะต้องประเมินข้อสรุปอ้างอิงว่าสมเหตุสมผลหรือไม่ รวมทั้งพิจารณาว่าข้อสรุปนั้นสามารถนำไปใช้ประโยชน์หรือไม่ ผลที่เกิดขึ้นจะเป็นอย่างไร ถ้าข้อมูลที่ได้รับมีการเปลี่ยนแปลง และค้นพบข้อมูลเพิ่มเติมต้องกลับไปรวบรวมข้อมูลที่มีอยู่อีกครั้งหนึ่ง เพื่อตั้งสมมติฐานและข้อสรุปอ้างอิงใหม่

จากข้อความสรุปได้ว่า กระบวนการคิดอย่างมีวิจารณญาณประกอบด้วย การ

อนุমান การระบุข้อตกลงเบื้องต้น การนิรนัย การตีความเพื่อลงข้อสรุป และการประเมินข้อโต้แย้ง

#### 4.4 ลักษณะของบุคคลที่มีการคิดอย่างมีวิจารณญาณ

นักการศึกษาได้อธิบายถึงลักษณะของบุคคลที่มีการคิดอย่างมีวิจารณญาณไว้แตกต่างกันดังนี้

Dressel (1954: 179 – 181) ได้กล่าวถึงพฤติกรรมของบุคคลที่มีการคิดอย่างมีวิจารณญาณไว้ดังนี้

1. ความสามารถในการวิเคราะห์ข้อความหรือสถานการณ์ต่าง ๆ ที่เป็นปัญหา ตระหนักถึงความมีอยู่ของปัญหา สามารถบอกลักษณะของปัญหาที่เกิดขึ้นได้ ซึ่งการนิยามปัญหานี้มีความสำคัญมากสำหรับการอ่าน และการฟังเรื่องราว
2. ความสามารถในการพิจารณาและเลือกข้อมูลเพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง พิจารณาความน่าเชื่อถือของแหล่งข้อมูล พิจารณาความพอเพียงของข้อมูล จัดระบบข้อมูล ซึ่งมีความสำคัญในการแก้ปัญหาต่าง ๆ และมีผลกับความสามารถในการมองเห็นว่าอะไรคือปัญหาที่แท้จริง
3. ความสามารถในการพิจารณาแยกแยะสมมติฐาน ความน่าเชื่อถือของข้อสมมติฐานของข้อความหรือสถานการณ์ที่กำหนดให้ การอ้างเหตุผลสนับสนุนสมมติฐาน ความสามารถนี้มีความสำคัญเพราะว่าทำให้เห็นความแตกต่างของข้อมูลเพื่อลงความเห็นว่าจะยอมรับหรือไม่
4. ความสามารถในการกำหนดหรือเลือก สมมติฐานจากข้อความหรือสถานการณ์ให้ตรงกับปัญหาในข้อความหรือสถานการณ์ความสามารถนี้มีความสำคัญเพราะทำให้มีความรอบคอบ และมีความพยายามในการคิดถึงความเป็นไปได้ของการแก้ปัญหา หรือความเป็นไปได้ของสมมติฐาน
5. ความสามารถในการคิดพิจารณาตัดสินความสมเหตุสมผลของการคิดหาเหตุผล โดยคำนึงถึงข้อเท็จจริงที่เป็นสาเหตุและประเมินข้อสรุปโดยอาศัยเกณฑ์การประยุกต์ใช้ ความสามารถนี้มีความสำคัญเพราะทำให้สามารถลงความเห็นได้ตามความจริงจากหลักฐานหรือข้อมูลที่มีอยู่

Hudgins (1977: 173 - 178) ได้อธิบายลักษณะของบุคคลที่มีการคิดอย่างมีวิจารณญาณ ไว้ดังนี้

1. เป็นบุคคลที่มีความเข้าใจองค์ประกอบสำคัญของข้อโต้แย้ง อธิบายว่าความคิดวิจารณ์ไม่เกิดขึ้น ถ้าไม่ตระหนักหรือเข้าใจในสิ่งที่ข้อโต้แย้ง ดังนั้นจึงต้องมีข้อมูลเพียงพอในการพิจารณาความเป็นจริงของข้อโต้แย้ง หรือทำนายผลที่เกิดขึ้น

2. สามารถแสวงหาหลักฐานเพื่อสนับสนุนข้อโต้แย้งหรือข้อสรุปได้ ลักษณะนี้มีความสำคัญมากต่อการตัดสินใจในเรื่องราวต่าง ๆ มีเหตุผลที่สามารถตรวจสอบหลักฐานตามวิธีการต่อไปนี้

2.1 พิจารณาจากข้อเท็จจริง จากข้อมูลที่สังเกตได้หรือข้อมูลอื่น ๆ

2.2 พิจารณาถึงความคลาดเคลื่อนของหลักฐานที่นำมา

ประกอบการลงข้อสรุป เช่น ข้อมูลที่ได้จากการสังเกตอาจเชื่อถือไม่ได้ รายงานที่ขาดหลักฐานไม่น่าเชื่อถือ เป็นต้น

3. เป็นบุคคลที่สามารถชี้แจงน้ำหนักหรือประเมินหลักฐานที่นำมาใช้ก่อนมีการลงข้อสรุปจนกว่าจะมีหลักฐานที่เพียงพอ

4. เป็นบุคคลที่สนใจบันทึกและเอาใจใส่ต่อสิ่งที่ไม่ได้กล่าวในข้อโต้แย้งหรือข้อสรุป เพื่อใช้ตรวจสอบข้อตกลงและตีความสิ่งที่ยังคลุมเครือ หรือการสรุปลักษณะต่าง ๆ ซึ่งอาจจะไม่ได้กล่าวชัดเจนในข้อตกลง

Watson และ Glaser (1980 : 2) ได้กล่าวถึงพฤติกรรมของบุคคลที่มีการคิดอย่างมีวิจรรณญาณไว้ว่ามีลักษณะดังนี้

1. ความสามารถในการจำแนกระดับความน่าจะเป็นของข้อสรุปต่าง ๆ ว่าข้อสรุปใดเป็นจริงหรือเป็นเท็จ ในการอนุมานจากข้อมูลที่กำหนดให้

2. ความสามารถในการพิจารณาว่าข้อความใดเป็นข้อตกลงเบื้องต้น ที่ต้องยอมรับก่อนโต้แย้งหรืออธิบายข้อความอื่น

3. ความสามารถในการจำแนกว่าข้อสรุปใดเป็นผลมาจากความสัมพันธ์ของสถานการณ์ที่กำหนดให้และข้อสรุปใดไม่เป็นผลมาจากความสัมพันธ์ของสถานการณ์นั้น

4. ความสามารถในการตกลงใจหรือตัดสินใจว่าอะไรเป็นลักษณะหรือคุณสมบัติทั่วไปหรือข้อสรุป บนพื้นฐานของข้อมูลที่ได้รับการยอมรับ

5. ความสามารถในการจำแนกได้ว่าข้อโต้แย้งใดหนักแน่นน่าเชื่อถือหรือไม่หนักแน่น เมื่อพิจารณาตามความสำคัญและความเกี่ยวข้องกับประเด็นปัญหา

Harnadek (1986: 21) ได้เสนอลักษณะของบุคคลที่มีการคิดอย่างมีวิจรรณญาณสรุปได้ ดังนี้

1. เปิดใจยอมรับความคิดใหม่ๆ
2. ไม่โต้แย้งในเรื่องใดๆ
3. ทราบว่าเมื่อไรที่จำเป็นต้องใช้ข้อมูลเพิ่มเติม
4. จำแนกข้อมูลที่น่าจะเป็นจริง
5. ยอมรับว่าคนเราเข้าใจความหมายของคำแตกต่างกัน
6. พยายามหลีกเลี่ยงความผิดพลาดในการให้เหตุผล



7. พยายามถามทุกสิ่งที่ไม่เข้าใจ
8. พยายามใช้เหตุผลช่วยในการคิดตัดสินใจ
9. พยายามคิดคำใหม่ๆ และเสนอความคิดของตนเองให้ผู้ฟัง

Ennis (1993: 180) ได้กล่าวถึงลักษณะของบุคคลที่มีการคิดอย่างมีวิจารณญาณไว้

ดังนี้

1. ตัดสินความน่าเชื่อถือของแหล่งข้อมูล
2. ระบุข้อสรุป, เหตุผลและข้อสันนิษฐาน
3. ตัดสินคุณภาพของข้อพิสูจน์ รวมถึงเหตุการณ์ที่น่าเชื่อถือของเหตุผลข้อสันนิษฐานและหลักฐาน
4. พัฒนาและแก้ไขมุมมองในหัวข้อต่าง ๆ
5. ถามคำถามชัดเจนและเหมาะสม
6. วางแผนการทดลองและตัดสินใจการออกแบบการทดลอง
7. ระบุข้อตกลงให้เหมาะสมกับบริบท
8. ใจกว้าง
9. พยายามเป็นผู้ที่รอบรู้
10. ลงข้อสรุปเมื่อมีหลักฐานด้วยความระมัดระวัง

Mayfield (1994: 8 – 9) กล่าวว่า ลักษณะพฤติกรรมของบุคคลที่มีการคิดอย่างมี  
 วิจารณญาณ คือ

1. สังเกตในกระบวนการคิดของตนเอง
2. เมื่อได้รับข้อมูลข่าวสารใด ๆ หยุดคิดตัดสินใจก่อน
3. สนใจและตั้งใจในการตั้งคำถามหรือตั้งปัญหาเมื่อเกิดข้อสงสัย
4. แยกแยะสิ่งต่าง ๆ โดยอาศัยข้อมูลอ้างอิง ความคิดเห็น และการประเมิน
5. บันทึกข้อมูลหรือเหตุการณ์ที่มีอยู่หรือที่ยังขาด
6. ตระหนักถึงข้อสรุปหรือข้ออ้างและสถานการณ์ต่าง ๆ
7. แยกแยะความสอดคล้องและความไม่แน่นอนออกมาจากความไม่สอดคล้องและความไม่แน่นอน
8. ตระหนักถึงจุดสนใจและข้อจำกัดต่าง ๆ
9. ค้นหาเหตุผลที่ทำให้แน่ใจเพื่อสนับสนุนข้ออ้างหรือข้อสรุป
10. มีความไวต่อข้อมูลที่เชื่อไม่ได้ ความคลุมเครือ หรือสิ่งที่ซ่อนอยู่
11. มีเหตุผลหนักแน่นพอ ไม่เชื่อการชักชวนง่าย ๆ และไม่ยึดมั่นในความคิดใด ความคิดหนึ่งเกินไป
12. ค้นหาข้อความจริงก่อนที่จะเชื่อ ยอมรับข้อผิดพลาด และยอมรับใน

ข้อสรุปหรือ ข้ออ้างที่ดีกว่า

Alfaro (1995: 10) กล่าวว่า ลักษณะพฤติกรรมของบุคคลที่มีการคิดอย่างมี  
 วิจารณ์ญาณ คือ

1. มีความรอบรู้เกี่ยวกับความเชื่อ ความลำเอียง และอคติต่าง ๆ
2. มีความเชื่อมั่น กระตือรือร้น และมีเจตคติที่ดีต่อคำถาม
3. มีทักษะในการติดต่อสื่อสารที่ดี เมื่อมีการแลกเปลี่ยนความคิดเห็น การ  
 ทำความเข้าใจข้อเท็จจริง และการแสวงหาทางเลือก
4. มีใจเปิดกว้าง ยอมรับความคิดที่แตกต่างจากตน และจะตัดสินใจเมื่อมี  
 หลักฐานที่เชื่อถือได้
5. รู้จักถ่อมตัว และยอมรับความจริงว่าไม่มีใครรู้ทุกสิ่งทุกอย่าง
6. มีการคิดในเชิงรุก เน้นการป้องกันมากกว่าการแก้ปัญหา
7. มีระบบและวิธีการที่ดีในการแก้ปัญหาและตัดสินใจ
8. มีความยืดหยุ่น รู้จักปรับเปลี่ยนวิธีการและทางเลือกเมื่อมีเหตุผลใหม่ ที่  
 ดีพอ
9. มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับหลักตรรกศาสตร์ รู้จักค้นหาหลักฐานและ  
 รู้จักประเมินความเสี่ยงหรือผลที่ได้รับก่อนลงมือปฏิบัติ
10. ยอมรับว่า คำตอบที่ดีที่สุดไม่ใช่คำตอบที่สมบูรณ์แบบที่สุด
11. การรู้จักสร้างสรรค์ และผูกพันกับสิ่งดีเลิศ เพื่อหาทางเลือกในการ  
 ปรับปรุงตนเองและปรับปรุง

Wade (1995: 24 - 28) กล่าวว่า ลักษณะพฤติกรรมของบุคคลที่มีการคิดอย่างมี  
 วิจารณ์ญาณ คือ

1. คิดตั้งคำถาม
2. ทำให้คำถามมีความชัดเจน
3. ตรวจสอบหาข้อมูล
4. วิเคราะห์ข้อสันนิษฐานและความลำเอียงที่อาจเกิดขึ้น
5. หลีกเลี่ยงที่จะใช้อารมณ์มาเป็นตัวตัดสิน
6. หลีกเลี่ยงการคิดแบบตื้น ๆ ง่าย ๆ เกินไป
7. พิจารณาถึงการตีความที่อาจเป็นไปได้หลายทาง
8. ยอมรับว่าอาจมีภาวะกำกวมไม่ตรงไปตรงมาเกิดขึ้นได้
9. ตระหนักรู้เกี่ยวกับความคิดของตน รู้ตัวว่าคิดอะไรอยู่

คັນสนีย์ ฉัตรคุปต์ (2544: 40) ได้กล่าวว่า ผู้ที่คิดอย่างมีวิจารณญาณจะต้องมีลักษณะสำคัญลำดับแรกคือ การคิดตั้งคำถามที่ชัดเจน ต่อมาต้องมีความสนใจใฝ่รู้และต้องการคิดค้นหาคำตอบที่ถูกต้อง โดยการเสาะแสวงหาข้อมูล รวบรวมข้อเท็จจริง ตรวจสอบข้อมูล วิเคราะห์ข้อสันนิษฐานความเห็นต่าง ๆ ประเมินข้อถกเถียงได้ ตีความที่เป็นไปได้หลาย ๆ ทาง ตัดสินและหาข้อสรุปบนพื้นฐานของเหตุผลและข้อเท็จจริงเพื่อใช้ในการตัดสินใจ ไม่ใช่ข้อคิดหรืออารมณ์ในการตัดสินใจ ยอมรับฟังความของผู้อื่นและเปลี่ยนความคิดเห็นและจุดยืนได้หากได้รับข้อมูลใหม่เพิ่มขึ้นหรือเมื่อมีเหตุผลที่ดีกว่า

อุษณีย์ โพธิสุข และคณะ (2544: 44 - 45) กล่าวโดยสรุปว่าพฤติกรรมของบุคคลที่มีการคิดอย่างมีวิจารณญาณนั้นประกอบด้วยลักษณะดังนี้

1. มีความสามารถในการนิยามปัญหาโดยการกำหนดปัญหา ข้อโต้แย้งหรือข้อมูลที่คลุมเครือให้ชัดเจนและเข้าใจความหมายของคำ ข้อความหรือแนวคิด
2. มีความสามารถในการคิดรวบรวมข้อมูลโดยการสังเกตปรากฏการณ์ต่าง ๆ ด้วยการเลือกข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับปัญหา ข้อโต้แย้งหรือข้อมูลที่คลุมเครือ แสวงหาข้อมูลที่ต้องชัดเจนมากยิ่งขึ้น ถามและพิจารณาทัศนะของคนอื่นและแสวงหาความรู้ที่ทันสมัย
3. มีความสามารถในการจัดระบบข้อมูลโดยแสวงหาแหล่งที่มาของข้อมูล วินิจฉัยความน่าเชื่อถือของแหล่งข้อมูล พิจารณาความเพียงพอของข้อมูล ระบุข้อตกลงเบื้องต้นของข้อความ จัดระบบข้อสนเทศต่าง ๆ เช่น จำแนกความแตกต่างระหว่างข้อมูลที่ชัดเจนกับข้อมูลที่คลุมเครือ ข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับปัญหาและข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้องกับปัญหา ข้อเท็จจริงกับความคิดเห็น ความคิดเห็นด้วยอารมณ์กับความคิดเห็นด้วยเหตุผล พิจารณาข้อมูลที่แสดงถึงความลำเอียงและการโฆษณาชวนเชื่อ พิจารณาและตัดสินความขัดแย้งของข้อความและเสนอข้อสรุปได้
4. มีความสามารถในการตั้งสมมติฐาน โดยการกำหนดสมมติฐานจากความสัมพันธ์เชิงเหตุผล มองหาทางเลือกหลาย ๆ ทางในการแก้ปัญหาและเลือกสมมติฐาน
5. มีความสามารถในการสรุปอ้างอิงโดยพิจารณาและตัดสินมีเหตุผลเพียงพอที่สรุปได้หรือไม่จำแนกข้อสรุปที่สัมพันธ์กับสถานการณ์และข้อสรุปเป็นกฎเกณฑ์ได้
6. มีความสามารถในการประเมินการสรุปอ้างอิงโดยพิจารณาและตัดสินข้อสรุปตามข้อมูลหรือหลักฐานหรือไม่ พิจารณาความคลุมเครือของการสรุปเหตุผล บอกเหตุผลที่ไม่เป็นตามหลักตรรกศาสตร์ จำแนกข้อสรุปที่มีเหตุผลหนักแน่นและน่าเชื่อถือเมื่อพิจารณาความเกี่ยวข้องกับข้อมูลและประเด็นปัญหา พิจารณาผลที่เกิดจากการตัดสินโดยยืนยันการสรุปเดิม ถ้ามีเหตุผลและหลักฐานเพียงพอและพิจารณาการสรุปใหม่ถ้าการสรุปไม่มีเหตุผล มีข้อมูลหรือเหตุผลเพิ่มเติม และพิจารณาและตัดสินการนำข้อสรุปและตัดสินการนำข้อสรุปไปประยุกต์ใช้

เกษณนาพร สายรอด (2544: 12 - 13) สรุปว่า ผู้ที่มีการคิดอย่างมีวิจารณญาณจะแสดงพฤติกรรมของการคิดอย่างมีวิจารณญาณในแต่ละด้าน ดังนี้

1. การนิยามปัญหา แสดงออกโดยตีความปัญหาโดยพิจารณาถึงการตีความที่อาจเป็นไปได้หลายทาง
2. การรวบรวมข้อมูลที่น่าเชื่อถือ แสดงออกโดยจำแนกข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับปัญหาออกเป็นข้อมูลที่จำเป็น และไม่จำเป็น ก่อนการแก้ปัญหา หรือจัดข้อมูลให้ง่ายต่อการใช้ จำแนกความน่าเชื่อถือของข้อมูลหรือแนวคิดต่าง ๆ
3. การให้เหตุผลแบบอุปนัย แสดงออกโดยหาหลักฐาน ข้อมูล หรือความรู้ เพื่อสร้างข้อคาดเดา หรือเรียนรู้ว่าการแก้ปัญหาไม่ได้หลายทางไม่ยึดมั่นในความคิดใดความคิดหนึ่งเกินไป โดยพิจารณาจากหาหลักฐาน ข้อมูล หรือความรู้
4. การให้เหตุผลแบบนิรนัย แสดงออกโดยนำเสนอ สนับสนุน และโต้แย้งแนวคิดต่าง ๆ โดยการแสดงหลักฐาน หรือข้อมูลสนับสนุนอย่างเพียงพอบนพื้นฐานของเหตุผล
5. การประเมินผล แสดงออกโดยยอมรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่นที่แตกต่างจากตนเอง เพื่อนำมาพิจารณาประกอบการตัดสินใจ ประเมินข้อมูลหรือความรู้ก่อนการสรุป หลีกเลี่ยงการสรุปจนกว่าจะมีข้อมูลหรือความรู้เพียงพอ หรือรู้จักปรับเปลี่ยนวิธีการและทางเลือกเมื่อมีเหตุผลใหม่ที่ดีพอในการตัดสินใจเกี่ยวกับวิธีแก้ปัญหา และคำตอบของปัญหา

สรุปได้ว่า ลักษณะของบุคคลที่มีการคิดอย่างมีวิจารณญาณนั้นจะต้องเป็นคนที่มีความสามารถในการคิดไตร่ตรองอย่างรอบคอบ การวิเคราะห์ การพิสูจน์ความรู้และความจริง การประมวลข้อมูลสู่การสรุปที่ถูกต้อง

#### 4.4 แนวทางการพัฒนาความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณ

ในการพัฒนาการคิดอย่างมีวิจารณญาณนั้นสามารถทำได้หลายวิธี ซึ่งนักการศึกษาได้เสนอแนวทางหรือวิธีในการพัฒนาไว้ดังนี้

Ennis (1985: 45) ได้กล่าวถึงกิจกรรมที่ครอบคลุมคำนิยามของการคิดอย่างมีวิจารณญาณ คือ การสร้างสมมติฐาน คำถาม ทางเลือก และการวางแผนเพื่อการทดลอง ซึ่งกิจกรรมที่ถูกใช้ได้จริงก็คือการให้ตัดสินใจว่าอะไรควรเชื่อหรือไม่ควรเชื่อ

Ruggiero (1988: 64) ได้สรุปกลยุทธ์ในการพัฒนาทักษะการคิดอย่างมีวิจารณญาณดังต่อไปนี้

1. เน้นความมีเหตุผลดี การพัฒนาตามจุดเน้นนี้ ประเด็นสำคัญ คือ การสร้างให้รู้จักคิดก่อนทำและสามารถอธิบายการทำหน้าที่ที่เกิดขึ้นแล้วว่ามีเหตุผลอย่างไร ครูหรือผู้ใหญ่ต้องตั้งคำถามว่า “ทำไม” ให้เด็กได้ตอบ โดยใช้หลักฐานรองรับอยู่เสมอ
2. ส่งเสริมให้เด็กตัดสินใจด้วยตนเอง การเปิดโอกาสให้เด็กได้ตัดสินใจด้วย

ตนเองถือว่าเป็นการพัฒนาทักษะการคิด ความเชื่อในตัวเองและความรู้สึกที่เป็นอิสระ เด็กที่มีพื้นฐาน การช่วยเหลือตนเองมาจากบ้านเมื่อมาโรงเรียนได้รับการฝึกฝนเพิ่มเติมให้มีกิจกรรมในการตัดสินใจ ด้วยตนเองมากขึ้น

3. สร้างความสัมพันธ์ของเหตุผลในการอ่าน โดยซักถามถึงประสบการณ์ เดิมในเรื่องที่คล้ายกับเรื่องนั้นก่อนประมาณ 2 - 3 คำถาม แล้วให้เด็กอ่าน เมื่ออ่านจบแล้วครูถามต่อ ว่าเรื่องนี้คล้ายหรือแตกต่างกับเด็กอย่างไร

4. อภิปรายจากการ์ตูนล้อการเมือง วิธีอาจเหมาะสำหรับนักเรียน ประถมศึกษาตอนปลาย

Ennis (2002a: 44 - 46) ได้ให้ข้อเสนอแนะแนวทางการสอนความคิดไว้ดังนี้

1. ให้ความสำคัญกับเหตุผล ตอบคำถามให้ได้ว่าทำไม
2. ให้ความสำคัญกับการเคารพความคิดเห็นคนอื่น
3. ให้ผู้เรียนฝึกคิดร่วมกับผู้อื่น เรียนรู้กระบวนการคิดของคนอื่นไปใน ขณะเดียวกัน
4. ตั้งคำถามกับนักเรียนให้มีการถกเถียงเกี่ยวกับประเด็นปัญหาหรือคำถาม ว่ามีคำตอบหรือไม่
5. ให้เวลาคิดอย่างเพียงพอ เหมาะสมกับแต่ละโจทย์
6. ให้มีข้อตกลงเกณฑ์การประเมินในแต่ละเรื่อง

จรรยา ภูอุดม (2544: 25 - 26) ได้สังเคราะห์ลักษณะปัญหาที่เหมาะสมสำหรับเน้น ให้ผู้เรียนเป็นผู้สร้างความรู้ และได้พัฒนาการคิดอย่างมีวิจารณญาณ ว่าลักษณะของสถานการณ์ ปัญหาควรมีลักษณะดังนี้

1. เป็นสถานการณ์แบบองค์รวมมีการบูรณาการเนื้อหา เน้นมโนคติหรือ แนวคิด
2. ข้อมูลที่นำมาใช้ในสถานการณ์เป็นข้อมูลที่สอดคล้องกับความเป็นจริง การดำรงชีวิต ปัญหาที่อยู่รอบตัวผู้เรียน ไม่เป็นข้อมูลที่แต่งขึ้น
3. เป็นสถานการณ์ที่เหมาะสมกับวัย ความสนใจ และมีความหมายกับ ผู้เรียน
4. เป็นสถานการณ์ที่มีภูมิหลังมาก มีความซับซ้อนตรงตามสภาพจริงในชีวิต ประจำวัน
5. เป็นสถานการณ์ที่ส่งเสริมการสำรวจ การอภิปราย และการตัดสินใจ
6. เป็นสถานการณ์ปัญหาที่ท้าทาย สามารถหาคำตอบได้หลายวิธี

กฤษณาพร สายรอด (2554: 14) กล่าวว่า การคิดอย่างมีวิจารณญาณสามารถ

ส่งเสริมได้ โดยการจัดประสบการณ์การเรียนรู้ที่เหมาะสม เป็นระบบและต่อเนื่อง โดยเฉพาะเด็กที่อยู่ในวัยรุ่นซึ่งเป็นวัยเริ่มต้นที่สามารถคิดอย่างเป็นนามธรรมได้ นอกจากนี้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมการคิดอย่างมีวิจารณญาณควรเป็นกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นให้นักเรียนได้แก้ปัญหาด้วยแนวทางของตนเอง และใช้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน เหมาะสมกับวัย มีลักษณะเป็นปัญหาที่ต้องใช้การตัดสินใจ มีหลายทางเลือกในการแก้ปัญหา หรือเป็นปัญหาที่มีโครงสร้างไม่สมบูรณ์

สุคนธ์ สิ้นธพานนท์ และคณะ (2550: 121) กล่าวว่า ในการพัฒนาความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณให้นักเรียนนั้น ครูผู้สอนมีส่วนสำคัญในการจัดการเรียนรู้รูปแบบต่าง ๆ เช่น

1. ปรับปรุงเปลี่ยนแปลงกระบวนการสอน โดยมีการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นกระบวนการคิดอย่างมีวิจารณญาณอย่างเป็นระบบ ให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการเรียนรู้ เปิดโอกาสให้นักเรียนรู้จักคิดในสิ่งที่เรียน รู้จักคิดในแง่การตีความในรายละเอียด รู้จักขยายผลของสิ่งที่คิด และปรับสิ่งที่ได้จากการคิดดังกล่าวไปใช้สถานการณ์อื่น ๆ ฝึกให้นักเรียนได้รู้ปัญหา วิธีแก้ไขปัญหามาบนพื้นฐานของข้อมูลต่าง ๆ โดยนำมาวิเคราะห์ พิจารณาความน่าเชื่อถือก่อนการตัดสินใจ ประเด็นสำคัญคือการสร้างให้นักเรียนรู้จักคิดก่อนทำ และสามารถอธิบายการกระทำของตนเองว่ามีเหตุผลอย่างไร การฝึกให้นักเรียนมีเหตุผลจะใช้คำถามว่า “ทำไม” ให้นักเรียนตอบ โดยมีพื้นฐานรองรับอยู่เสมอ
2. ส่งเสริมให้นักเรียนตัดสินใจด้วยตนเอง เปิดโอกาสให้นักเรียนตัดสินใจด้วยตนเอง เป็นการพัฒนาทักษะการคิด มีความเชื่อมั่นในตนเองและมีความรู้สึกที่เป็นอิสระ ซึ่งผู้สอนอาจจัดกิจกรรมเสริมการเรียนรู้ทั้งในและนอกโรงเรียน และให้นักเรียนได้มีโอกาสตัดสินใจการทำกิจกรรมต่าง ๆ เป็นการฝึกฝนและพัฒนาการคิดอย่างมีวิจารณญาณ อันเป็นพื้นฐานสำคัญที่ส่งเสริมให้นักเรียนมีทักษะการเรียนรู้จากประสบการณ์ตรง
3. จัดสื่อการเรียนรู้รูปแบบต่าง ๆ เพื่อส่งเสริมการฝึกทักษะการคิดอย่างมีวิจารณญาณซึ่งสื่อมีหลายรูปแบบ สื่อสิ่งพิมพ์ เช่น หนังสือ บทความประเภทต่าง ๆ หนังสือพิมพ์ นิตยสาร ฯลฯ เมื่อนักเรียนอ่านแล้วครูอาจใช้คำถามฝึกการคิด เช่น เรื่องนี้คล้ายหรือแตกต่างกันอย่างไร
4. ฝึกให้นักเรียนมีการอภิปรายร่วมกันตามหัวข้อต่าง ๆ ที่น่าสนใจหรือเป็นเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นในปัจจุบัน จากข้อมูลข่าวสารต่าง ๆ จากความคิดเห็นของบุคคลต่าง ๆ ในข่าวประจำวัน จะทำให้นักเรียนมีทักษะในการอภิปรายเชิงวิเคราะห์ วิวิจารณ์ ฝึกให้นักเรียนมีทักษะในการลงข้อสรุปและรู้จักประเมินความคิดเห็นของผู้อื่น ทำให้นักเรียนรู้จักการอ้างเหตุผล และรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่นด้วยใจเป็นกลาง
5. ส่งเสริมให้นักเรียนวางแผนการทำงานหรือกิจกรรมต่าง ๆ โดยแนะนำให้นักเรียนวางแผนเป้าหมาย ตรวจสอบขั้นตอนการดำเนินการว่าเป็นไปตามจุดหมายหรือไม่ โดยมีข้อมูลหลักฐานในการตรวจสอบและใช้เหตุผลในการพิจารณาตัดสินใจปรับปรุง หรือดำเนินการตามแผน และรู้จักวิธีการในการแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม รอบคอบ และควบคุมตนเองให้ดำเนินการตามแผน

การทำงานหรือกิจกรรมใด ๆ ก็ตามที่ครูฝึกให้นักเรียนรู้จักวางแผนการยอมเป็นการดำเนินงานและมีการตรวจสอบ ตลอดจนเมื่อมีการกำเนินการตามแผนแล้วมีการประเมินผลการทำงานนั้นจัดได้ว่าเป็นแนวทางหนึ่งที่จะส่งเสริมให้นักเรียนได้ใช้การคิดอย่างมีวิจารณญาณ

จากข้อความข้างต้นสรุปได้ว่า การพัฒนาการคิดอย่างมีวิจารณญาณ สามารถทำได้โดยจัดสถานการณ์หรือปัญหาให้นักเรียนได้แสวงหาความรู้ด้วยตนเอง ตั้งคำถามที่ให้นักเรียนได้คิดวิเคราะห์ ผสมผสานความรู้ คิดค้นหาคำตอบหรือแนวคิดที่ถูกต้อง มีการตีความ ตรวจสอบข้อมูล การทดลอง การลงมือกระทำ การตัดสินใจโดยใช้หลักการคิดด้วยเหตุผลหรือให้สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่มีการบูรณาการเชื่อมโยงกับเรื่องราวและแนวคิดของสิ่งที่เรียนรู้ในห้องเรียนกับความเป็นจริงในชีวิตจริง จัดสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์โดยจัดกิจกรรมในรูปแบบกลุ่ม รู้จักประเมินความคิดเห็นของผู้อื่น ทำให้นักเรียนรู้จักการอ้างเหตุผล และรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่นด้วยใจเป็นกลาง

#### 4.5 การประเมินการคิดอย่างมีวิจารณญาณ

การวัดการคิดอย่างมีวิจารณญาณ ในต่างประเทศและจากงานวิจัยในประเทศพบว่า แบบวัดส่วนใหญ่เป็นแบบวัดแบบปรนัยที่สร้างขึ้นโดยใช้องค์ประกอบของการคิดอย่างมีวิจารณญาณ ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

1. การวัดการคิดอย่างมีวิจารณญาณของ Watson - Glaser Critical Thinking Appraisal แบบวัดนี้สร้างขึ้นโดย Watson and Glaser (1937 อ้างถึงใน ทิศนา ขัมมณีและคณะ, 2544: 182) และพัฒนาอย่างต่อเนื่อง ฉบับปรับปรุงล่าสุดพัฒนาในปี ค.ศ. 1980 ใช้กับนักเรียนเกรด 9 ถึงระดับวัยผู้ใหญ่ แบบสอบมี 2 แบบ (Form) ซึ่งคู่ขนานกันคือ แบบ A และ B แต่ละแบบประกอบด้วย 5 แบบสอบย่อย (Subtest) มีข้อสอบรวมทั้งหมด 80 ข้อ ใช้เวลาตอบ 50 นาที แต่ละแบบย่อยวัดความสามารถในการคิดต่าง ๆ กัน ดังนี้

1.1 ความสามารถในการสรุปอ้างอิง (Inference) เป็นการวัดความสามารถในการตัดสินใจนำความน่าจะเป็นของข้อสรุปว่า ข้อสรุปใดเป็นจริงหรือเป็นเท็จ ลักษณะของแบบสอบย่อยนี้มีการกำหนดสถานการณ์มาให้แล้วมีข้อสรุปประมาณ 3 - 5 ข้อสรุป จากนั้นผู้ตอบต้องพิจารณาตัดสินใจว่า ข้อสรุปแต่ละข้อเป็นเช่นไร โดยเลือกจากตัวเลือก 5 ตัว คือ เป็นจริง น่าจะเป็นจริง ข้อมูลที่ให้ไม่เพียงพอ น่าจะเป็นเท็จ และเป็นเท็จ

1.2 ความสามารถในการระบุข้อตกลงเบื้องต้น (Recognition of Assumption) เป็นการวัดความสามารถในการจำแนกว่า ข้อความใดเป็นข้อตกลงเบื้องต้น ลักษณะของแบบสอบย่อยนี้มีการกำหนดสถานการณ์มาให้แล้วมีข้อความตามมา 2 - 3 ข้อความ จากนั้นผู้ตอบต้องพิจารณาตัดสินใจว่าข้อความในแต่ละข้อ ข้อใดเป็นหรือไม่เป็นข้อตกลงเบื้องต้นของสถานการณ์ทั้งหมด

1.3 ความสามารถในการนิรนัย (Deductive) เป็นการวัดความสามารถใน

การหาข้อสรุปอย่างสมเหตุสมผลจากข้ออ้าง โดยใช้หลักตรรกศาสตร์ ลักษณะของแบบสอบย่อยนี้มี การกำหนดสถานการณ์มาให้ 1 ย่อหน้า แล้วมีข้อสรุปตามมา สถานการณ์ละ 2 - 4 ข้อ จากนั้นผู้ตอบ ต้องพิจารณาตัดสินว่าข้อสรุปในแต่ละข้อสรุปนี้เป็นไปได้หรือไม่ตามสถานการณ์

1.4 ความสามารถในการแปลความ (Interpretation) เป็นการวัดความสามารถในการให้นำหน้าของข้อมูลหรือหลักฐานเพื่อตัดสินความเป็นไปได้ของข้อสรุป ลักษณะของแบบสอบย่อยนี้มีกำหนดสถานการณ์มาให้ แล้วมีข้อสรุปสถานการณ์ละ 2 - 3 ข้อ จากนั้นผู้ตอบ ต้องพิจารณาตัดสินว่าข้อสรุปในแต่ละข้อว่าน่าเชื่อถือหรือไม่ภายใต้สถานการณ์อันนั้น

1.5 ความสามารถในการประเมินข้อโต้แย้ง (Evaluation of Arguments) เป็นการวัดความสามารถในการจำแนกการใช้เหตุผลว่าสิ่งใดเป็นความสมเหตุสมผล ลักษณะของแบบสอบย่อยนี้มีกำหนดชุดของคำถามเกี่ยวกับประเด็นปัญหาสำคัญได้ ซึ่งแต่ละคำถามมีชุดของคำตอบพร้อมเหตุผลกำกับ จากนั้นผู้ตอบต้องพิจารณาตัดสินว่าคำตอบใดมีความสำคัญเกี่ยวข้องโดยตรงกับคำถามหรือไม่ และให้เหตุผลประกอบ

2. การวัดการคิดอย่างมีวิจารณญาณของ Cornell Critical Thinking Test แบบวัดนี้สร้างโดย Ennis and Millman (1985 อ้างถึงใน ทิศนา ขัมมณีและคณะ, 2544: 183) และได้พัฒนาเป็นระยะ แบบวัดฉบับล่าสุด สร้างขึ้นในปี ค.ศ. 1985 ซึ่ง เอนนิสและมิลแมน ได้สร้างแบบวัดเป็น 2 ฉบับ ใช้วัดกับกลุ่มบุคคลต่างระดับกัน โดยกำหนดว่าการคิดอย่างมีวิจารณญาณมีองค์ประกอบ 3 ส่วน คือ

1. การนิยามปัญหา/สิ่งเกี่ยวข้องและการกระทำให้กระจ่าง (Define and Clarity) ซึ่งประกอบด้วยความสามารถต่าง ๆ ดังนี้

- 1.1 ระบุประเด็นปัญหาต่าง ๆ ที่สำคัญ (Identify Problems)
- ระบุข้อสรุป (Identify Conclusion)
- 1.2 ระบุเหตุที่ปรากฏและไม่ปรากฏ (Identify Reasons)
- 1.3 ตั้งคำถามให้เหมาะสมในแต่ละสถานการณ์ (Identify Appropriate Questions to Ask)
- 1.4 ระบุข้อตกลงเบื้องต้น (Identify Assumptions)

2. การพิจารณาตัดสินข้อมูล (Judge Information) ซึ่งประกอบด้วยความสามารถต่าง ๆ ดังนี้

1. ตัดสินความน่าเชื่อถือของแหล่งข้อมูลและการสังเกต (Determine Credibility of Source and Observation)
2. ตัดสินความเกี่ยวข้องของข้อมูลกับปัญหา (Determine Relevance)
3. ตระหนักในความคงเส้นคงวาของข้อมูล (Recognize Consistency)



3. การอ้างอิงเพื่อการแก้ปัญหาและการลงข้อสรุปอย่างสมเหตุสมผล (Inference Solving Problem and Draw Reasonable Conclusion) ซึ่งประกอบด้วยความสามารถต่าง ๆ ดังนี้

1. ตัดสินสรุปแบบอุปนัยและอ้างอิง (Infer and Judge Inductive Conclusions)
2. การนิรนัย (Deduction)
3. ทำนายผลที่จะเกิดขึ้นตามมา (Predict Probable Consequence)

แบบสอบ Cornell Critical Thinking Test ทั้ง Level X และ Level Z เหมาะสำหรับที่ใช้กับกลุ่มตัวอย่างคนละกลุ่ม และสมรรถภาพที่มุ่งวัดมีความต่างกันตามกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ โดยแบบสอบ Level X ใช้สำหรับนักเรียนระดับประถมศึกษาปีที่ 4 ถึงมัธยมศึกษา ประกอบด้วยข้อสอบแบบเลือกตอบ 71 ข้อ โดยมีองค์ประกอบของการคิด 4 ด้าน คือ ด้านการตัดสินสรุป การอ้างอิงแบบอุปนัย (Inductive Inference) การตัดสินความน่าเชื่อถือของแหล่งข้อมูลและการสังเกต (Credibility of Source and Observation) การนิรนัย (Deduction) และการระบุข้อตกลงเบื้องต้น (Assumption Identification)

สำหรับแบบสอบ Cornell Critical Thinking Test, Level Z ใช้สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย นักศึกษาระดับปริญญาตรีและบัณฑิตศึกษา รวมทั้งผู้ใหญ่ ประกอบด้วยข้อสอบแบบเลือกตอบ 52 ข้อ โดยวัดองค์ประกอบของการคิด 7 ด้าน คือ การนิรนัย (Deduction) การให้ความหมาย (Meaning) ความน่าเชื่อถือของแหล่งข้อมูล (Credibility) การสรุปโดยอ้างเหตุผลที่สนับสนุนด้วยเหตุผล (Inductive Inference, Direction of Support) การสรุปโดยการทดสอบสมมติฐาน และการทำนาย (Inductive Inference, Prediction and Hypothesis Testing) การนิยามและการใช้เหตุผลที่ไม่ปรากฏ (Definition and Unstated Reasons) และการระบุข้อตกลงเบื้องต้น (Assumption Identification)

3. การวัดการคิดอย่างมีวิจารณญาณของ Ross Test of Higher Cognitive Process แบบวัดนี้สร้างโดย John and Catherine (1976 อ้างถึงใน ทิศนา แคมมณี และคณะ, 2544: 185) ในปีค.ศ. 1976 และพัฒนาปรับปรุงในปี ค.ศ. 1979 ใช้กับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 – 6 ซึ่งแบบวัดชุดนี้มุ่งวัดความสามารถทางสมองขั้นสูงระดับการวิเคราะห์ การสังเคราะห์ และการประเมิน ตามการจัดระดับจุดมุ่งหมายทางการศึกษาของบลูมซึ่งวัดกระบวนการคิดทางสมอง 8 ตอน ดังนี้ 1) การอุปมาอุปไมย (Analogies) 2) การใช้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning) 3) ข้ออ้างที่อ้างผิด (Missing Premises) 4) ความสัมพันธ์นามธรรม (Abstract Relation) 5) การจัดลำดับ (Sequential Synthesis) 6) ยุทธวิธีคำถาม (Questioning Strategies) 7) การวิเคราะห์ถึงข้อมูลเกี่ยวข้องหรือไม่เกี่ยวข้อง (Analysis of Relevant and Irrelevant Information) และ 8) วิเคราะห์การระบุสาเหตุ (Analysis of Attributes)

4. แบบวัดทักษะการให้เหตุผลของ New Jersey Test of Reasoning Skills แบบวัดนี้สร้างโดยสถาบันเพื่อการส่งเสริมด้านปรัชญาสำหรับเด็ก (Institute for the Advancement of Philosophy for Children) เพื่อใช้ในโครงการปรัชญาสำหรับเด็ก เมื่อปี ค.ศ.1983 ใช้กับนักเรียนประถมศึกษาปีที่ 5 ถึงระดับมัธยมศึกษา แบบวัดชุดนี้วัดความสามารถด้าน การใช้เหตุผลทางภาษา เป็นแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ 50 ข้อ แบ่งออกเป็น 5 ตอน ดังนี้ 1) การระบุข้อตกลงเบื้องต้น (Assumption Identification) 2) การอุปนัย (Induction) 3) การอ้างเหตุผลที่ดี (Good Reasoning) และ 4) ชนิดและระดับ (Kind and Degrees)

5. แบบวัดของ Judgement Deduction Logic And Assumption Recognition แบบวัดนี้พัฒนาโดย Edith Shaffer and Joann Steiger (1971) แบบวัดนี้ เป็นแบบวัดประเภทอิงเกณฑ์ (criterion – refer – enced test) สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 – 6 แบบวัดประกอบด้วยข้อสอบจำนวน 48 ข้อ ใช้เวลาสอบ 40 นาที แบบวัดมุ่งวัดความสามารถในการคิดในด้านการตัดสินความน่าเชื่อถือของแหล่งข้อมูลและการสังเกต (Credibility of Sources Observation) การลงข้อสรุปแบบนิรนัย (Deduction) อุปนัย (Induction) และการวัดลักษณะสำคัญที่จำเป็นต่อการคิด (Thinking Dispositions)

จากแบบวัดต่าง ๆ ที่เสนอมานี้จะเห็นได้ว่าแบบวัดที่ใช้ในการวัดการคิดอย่างมีวิจารณญาณนั้นจะสร้างขึ้นตามจุดมุ่งหมายของสิ่งที่ต้องการวัด ซึ่งพบว่าจุดมุ่งหมายของการวัดจะแตกต่างกันไปตามแนวคิดหรือทฤษฎีที่ใช้เป็นหลักในการอ้างอิงหรือแตกต่างกันไปตามนิยามของสิ่งที่ต้องการวัด

## 5. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ผู้วิจัยได้ศึกษางานวิจัยต่างประเทศและในประเทศที่เกี่ยวข้องกับรูปแบบการเรียนการสอน 5E คำถามปลายเปิด ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณ

### 5.1 งานวิจัยต่างประเทศ

Pollack (1987) ศึกษาเกี่ยวกับการส่งเสริมการคิดอย่างมีวิจารณญาณโดยการสร้างบรรยากาศและสิ่งแวดล้อมที่หลากหลาย ได้แก่ การแข่งขัน การทำงานเป็นกลุ่ม กลวิธีการใช้คำถาม ตารางยึดหยุ่น การให้ข้อมูลย้อนกลับและการประเมินผลของผู้สอน พบว่าทั้งการแข่งขันระหว่างกลุ่มและการแข่งขันกับตนเองก่อให้เกิดการพัฒนาการคิดอย่างมีวิจารณญาณเพิ่มขึ้น การทำงานกลุ่มและการเรียนรู้ร่วมกันจะช่วยสร้างบรรยากาศที่พัฒนาการคิดอย่างมีวิจารณญาณ ส่วนกลวิธีการใช้คำถาม การกำหนดตารางยึดหยุ่น การให้ข้อมูลย้อนกลับของผู้สอนนั้น ช่วยสนับสนุนให้ผู้เรียนมีกำลังที่จะประเมินผลการทำงานของตนเอง

Leader และ Middleton (2004) ได้ทำการวิจัย เรื่อง ส่งเสริมคุณลักษณะการคิดอย่างมีวิจารณญาณโดยใช้การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษา เพื่อออกแบบโปรแกรมการสอนที่ส่งเสริมคุณลักษณะของการคิดอย่างมีวิจารณญาณ พบว่าปัญหาที่มีโครงสร้างไม่สมบูรณ์ จะกระตุ้นให้นักเรียนในระดับมัธยมศึกษาเกิดคุณลักษณะที่เกี่ยวกับการคิดอย่างมีวิจารณญาณ

Inoue และ Buczynski (2010) ได้ศึกษาผลของการใช้บทเรียนแบบสืบสอบของครูฝึกประสบการณ์ในค่ายคณิตศาสตร์ฤดูร้อน นักเรียนเกรด 3 - 6 พบว่าเกิดสิ่งกีดขวางที่เป็นอุปสรรคกับบทเรียนแบบสืบสอบ เมื่อครูฝึกประสบการณ์ใช้คำถามปลายเปิดและนักเรียนตอบสนองหลากหลาย และไม่คาดคิด เพราะครูฝึกประสบการณ์ไม่ได้คาดการณ์คำตอบที่เป็นไปได้และครูไม่ได้ตอบสนองอย่างมีความหมายกับนักเรียน และบ่อยครั้งที่ครูฝึกประสบการณ์เพิกเฉยต่อการตอบสนองที่ไม่ได้คาดคิดเอาไว้และผู้วิจัยได้แนะนำครูฝึกประสบการณ์ในการเตรียมตัวเกี่ยวกับ 1) คาดการณ์การตอบสนองที่หลากหลายของนักเรียน 2) ให้คำอธิบายที่เชื่อมโยงกับเนื้อหาทางคณิตศาสตร์และความคิดของนักเรียนและ 3) ประเมินการกระทำของครูและการตอบสนองในห้องเรียนที่ละขั้น

Tuna และ Kacar (2013) ได้ศึกษาเกี่ยวกับผลของการใช้รูปแบบวงจรการเรียนรู้ 5E ในการสอนเรื่องตรีโกณมิติต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนของความรู้ของนักเรียน พบว่า นักเรียนที่เรียนโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนของความรู้สูงกว่านักเรียนที่เรียนด้วยวิธีปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

## 5.2 งานวิจัยในประเทศ

เจนสมุทร แสงพันธ์ (2548) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การใช้คำถามปลายเปิดในการจัดการเรียนการสอนสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยเชียงใหม่ พบว่านักเรียนมีการพัฒนาทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ดีขึ้น

สุวรรณณี เปลี่ยนรัมย์ (2549) ได้ทำการวิจัย เรื่อง การศึกษาการคิดอย่างมีวิจารณญาณในสถานการณ์การแก้ปัญหาปลายเปิดทางคณิตศาสตร์ โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อวิเคราะห์กระบวนการคิดอย่างมีวิจารณญาณในสถานการณ์การแก้ปัญหาปลายเปิดทางคณิตศาสตร์ ตามกรอบแนวคิดของ Pual & Elder (2004) พบว่าปฏิสัมพันธ์ระหว่างครูและนักเรียนโดยใช้คำถามในเชิง “อะไร” “ทำไม” และ “อย่างไร” เป็นตัวส่งเสริมการวิเคราะห์การคิดของผู้เรียนโดยตัวผู้เรียนเอง ซึ่งแสดงออกมาในรูปของการให้เหตุผลประเภทต่าง ๆ และเป็นสิ่งที่ช่วยเพิ่มศักยภาพการประเมินการคิดของผู้เรียนเมื่อเทียบกับเกณฑ์มาตรฐานทางสติปัญญาแบบสากล

เสาวรัตน์ รามแก้ว (2552) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรม การเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิต

ศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผลการวิจัยพบว่า 1) นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางมีเมโนทัศน์ ทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่เรียนแบบปกติ ที่ระดับนัยสำคัญ .05 2) นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางมี ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่เรียนแบบปกติ ที่ระดับนัยสำคัญ .05 3) หลังจากนักเรียนได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทาง พบว่า พฤติกรรมการเรียนรู้เมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมีการพัฒนาขึ้นอย่างเป็นลำดับ นักเรียนสามารถวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูล สร้างข้อความคาดการณ์ สรุปและตรวจสอบเมโนทัศน์ได้ด้วยตัวของนักเรียนเอง

วนาวัน เมืองมงคล (2552) ได้ศึกษาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ที่เน้นทักษะการคิดพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม โดยใช้วิธีการสอนแบบ 5Es สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 พบว่า 1) นักเรียนร้อยละ 86.67 มีคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดทักษะการพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ผ่านเกณฑ์ที่กำหนด 2) นักเรียนร้อยละ 76.67 มีคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ผ่านเกณฑ์ที่กำหนด

ธนิตพงษ์ ชีระธนิตโรจน์ (2553) ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้วัฏจักรการเรียนรู้ 5E ผลการวิจัยพบว่า 1) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วัฏจักรการเรียนรู้ 5E กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร มีคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 2) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีความพึงพอใจต่อการจัดการเรียนรู้โดยใช้วัฏจักรการเรียนรู้ 5E กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร โดยรวมอยู่ในระดับมาก

พิมสิริ แก้วศรีหา (2554) การศึกษากิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสอนแบบสืบเสาะหาความรู้ (5Es) ที่เน้นทักษะการคิดวิเคราะห์ เรื่องความน่าจะเป็นชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการวิจัยพบว่า 1) การศึกษาทักษะการคิดวิเคราะห์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสอนแบบสืบเสาะหาความรู้ (5Es) พบว่า นักเรียนจำนวน ร้อยละ 80.5 ได้คะแนนพัฒนาทักษะการคิดวิเคราะห์ตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไป 2) การพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสอนแบบสืบเสาะหาความรู้ (5Es) พบว่า นักเรียนจำนวน ร้อยละ 90.24 มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนตั้งแต่ ร้อยละ 70 ขึ้นไป

### บทที่ 3

## วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิดที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผู้วิจัยมีวิธีการดำเนินการวิจัยดังนี้

1. การศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
2. การออกแบบการวิจัย
3. การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง
4. การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
5. การดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล
6. การวิเคราะห์ข้อมูล
7. สถิติที่ใช้ในการวิจัย

#### 1. การศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้าความรู้จากเอกสาร ตำรา และงานวิจัยต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับการวิจัยครั้งนี้ ดังต่อไปนี้

1. ศึกษาเอกสาร ตำรา และงานวิจัยทั้งในประเทศและต่างประเทศที่เกี่ยวข้องกับรูปแบบการเรียนการสอน 5E คำถามปลายเปิด ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณ
2. ศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ช่วงชั้นที่ 3 (ม. 1 – 3) สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ
3. ศึกษาเนื้อหาเรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัสและเส้นขนานจากหนังสือเรียนสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐานเล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 หนังสือคู่มือครูและหนังสืออ่านประกอบอื่น ๆ เพื่อเป็นแนวทางในการจัดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้
4. ศึกษาเอกสาร ตำรา และงานวิจัยเกี่ยวกับวิธีวิจัย การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย วิธีการวัดและประเมินผลการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา ศึกษาทฤษฎี หลักการวิธีสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และแบบวัดความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณ

## 2. การออกแบบการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยกึ่งทดลอง (Quasi Experimental Research) ซึ่งประกอบด้วยกลุ่มทดลอง 1 กลุ่ม และกลุ่มควบคุม 1 กลุ่ม ดังตารางที่ 4

ตารางที่ 4 รูปแบบการวิจัย

กลุ่มตัวอย่าง	การทดสอบก่อนการทดลอง	การทดลอง	การทดสอบหลังการทดลอง
E	- ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ - ความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณ	X	- ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ - ความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณ
C	- ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ - ความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณ	~X	- ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ - ความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณ

สัญลักษณ์ที่ใช้ในรูปแบบการวิจัย

E	แทน	กลุ่มทดลอง
C	แทน	กลุ่มควบคุม
X	แทน	การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิด
~X	แทน	การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

## 3. การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเขต 2 สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ กรุงเทพมหานคร

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยเลือกกลุ่มตัวอย่างโดยใช้การเลือกแบบเจาะจง (Purposive sampling) เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2556 โรงเรียนพุทธจักรวิทยา สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเขต 2 สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ กรุงเทพมหานคร จำนวน 2 ห้องเรียน ซึ่งเลือกจากนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 3 ห้องเรียน โดยผู้วิจัยได้สุ่มนักเรียนเพื่อใช้เป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม กลุ่มละ 1 ห้องเรียน ซึ่งมีขั้นตอนการจัดห้องเรียน ดังนี้

ผู้วิจัยนำคะแนนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 1

ปีการศึกษา 2556 ของนักเรียนทั้ง 3 ห้อง มาหาค่ามัชฌิมเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S) แล้วเลือกห้องที่มีค่ามัชฌิมเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S) ใกล้เคียงกันมากที่สุด จำนวน 2 ห้อง คือ ห้อง ม.2/1 และ ม.2/3 ซึ่งมีค่ามัชฌิมเลขคณิตเท่ากับ 69.87 และ 69.67 ตามลำดับ นำค่ามัชฌิมเลขคณิตของนักเรียนทั้งสองห้องมาทดสอบความแปรปรวนโดยใช้ค่าเอฟ (F – test) ซึ่งผลการทดสอบ พบว่าความแปรปรวนของคะแนนสอบของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 จากนั้นทดสอบความแตกต่างของค่ามัชฌิมเลขคณิตของนักเรียนทั้งสองห้องด้วยค่าการทดสอบที (t - test) พบว่าค่ามัชฌิมเลขคณิตของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แสดงว่านักเรียนทั้งสองห้องมีความรู้รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานก่อนเรียนไม่แตกต่างกัน

หลังจากนั้นผู้วิจัยทำการจับสลากเพื่อกำหนดกลุ่มตัวอย่าง ผลปรากฏว่า นักเรียนห้อง ม. 2/1 เป็นกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิดและนักเรียนห้อง ม.2/3 เป็นกลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

#### 4. การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ แบ่งเป็น 2 ชนิด คือ เครื่องมือที่ใช้ในการทดลองและเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ซึ่งมีรายละเอียดการสร้างดังต่อไปนี้

##### 4.1 เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง

เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง คือ แผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิด และแผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ ซึ่งครอบคลุมสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัสและเส้นขนาน จำนวน 15 คาบ เป็นเวลา 4 สัปดาห์ ซึ่งมีรายละเอียดในการดำเนินการดังนี้

4.1.1 ศึกษาแนวคิด ทฤษฎี ที่เกี่ยวข้องกับแผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิด จากเอกสารและตำราต่าง ๆ

4.1.2 ศึกษาหลักสูตรสถานศึกษาของโรงเรียนพุทธจักรวิทยาที่อิงตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

4.1.3 ศึกษามาตรฐานการเรียนรู้ ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง รายละเอียดของสาระการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ การวัดและประเมินผล แล้วแบ่งเนื้อหาให้เหมาะสมกับเวลาที่จะดำเนินการสอน

4.1.4 เขียนแผนการจัดการเรียนรู้รายคาบที่สอดคล้องกับการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E และคำถามปลายเปิด สำหรับกลุ่มทดลองและการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ สำหรับกลุ่มควบคุม โดยแผนการจัดการเรียนรู้สำหรับกลุ่มทดลองประกอบด้วย มาตรฐานการเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้

สาระสำคัญ กิจกรรมการเรียนรู้ สื่อ/แหล่งการเรียนรู้ บันทึกการสอน สำหรับกิจกรรมการเรียนรู้ของกลุ่มทดลอง ผู้วิจัยแบ่งเป็น 5 ขั้นตอน คือ ขั้นสร้างความสนใจ ขั้นสำรวจค้นหา ขั้นอธิบายและลงข้อสรุป ขั้นขยายความรู้และขั้นประเมินผล และกิจกรรมการเรียนรู้ของกลุ่มควบคุม ผู้วิจัยแบ่งเป็น ขั้นนำ ขั้นสอนและขั้นสรุป สิ่งที่มีความแตกต่างกันอย่างชัดเจน คือขั้นจัดกิจกรรม แผนการจัดการเรียนรู้แต่ละแผนใช้เวลาสอนไม่เท่ากัน รวมแผนการจัดการเรียนรู้มีทั้งหมดจำนวน 13 แผน ใช้ในการทดลองสอน 15 คาบ เป็นเวลาทั้งสิ้น 4 สัปดาห์ ผู้วิจัยได้เสนอไว้ในตารางที่ 5 ต่อไปนี้



จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย  
CHULALONGKORN UNIVERSITY



ตารางที่ 5 กรอบแนวคิดของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

<p>กลุ่มทดลอง (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถาม ปลายเปิด)</p>	<p>กลุ่มควบคุม (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ แบบปกติ)</p>
<p><b>1. ชั้นสร้างความสนใจ (Engagement)</b> เป็นขั้นที่ครูใช้คำถามปลายเปิดที่ให้นักเรียน ระลึกความรู้เดิมหรือเชื่อมโยงความรู้เดิมกับความรู้ ใหม่ที่เรียน เพื่อทำให้ผู้เรียนสนใจอยากรู้อยากเห็นใน กิจกรรมและเตรียมความพร้อมที่จะนำเข้าสู่บทเรียน หรือปัญหาใหม่</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- ครูยกตัวอย่าง สื่อ สถานการณ์ หรือปัญหาเพื่อให้ นักเรียนระลึกความรู้เดิมหรือเชื่อมโยงความรู้เดิม</li> <li>- ครูถามคำถามปลายเปิดให้เพื่อให้นักเรียนระลึกความ รู้เดิมหรือเชื่อมโยงความรู้เดิมที่เป็นพื้นฐานหรือ เกี่ยวกับความคิดรวบยอดหรือปัญหาใหม่ <ul style="list-style-type: none"> <li>• นักเรียนรู้อะไรเกี่ยวกับเรื่องนี้บ้าง</li> <li>• ความรู้อะไรบ้างที่เกี่ยวข้องกับเรื่องนี้</li> </ul> </li> </ul> <p><b>2. ชั้นสำรวจค้นหา (Exploration)</b> เป็นขั้นที่ครูใช้คำถามปลายเปิดให้นักเรียน สำรวจข้อมูลและสังเกตลักษณะร่วมของปัญหา วิเคราะห์ข้อมูลและลักษณะร่วมของปัญหาแล้วลง ข้อสรุป เพื่อให้นักเรียนมีประสบการณ์ร่วมกันในการ สร้างและพัฒนาความคิดรวบยอด ตลอดจนวิธีการ แก้ปัญหา ผ่านการอภิปรายแลกเปลี่ยนความคิด เกี่ยวกับความคิดรวบยอดและวิธีการแก้ปัญหา แล้วลง ข้อสรุปที่เป็นความคิดรวบยอดหรือวิธีการแก้ปัญหานั้น</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- ครูแจกใบกิจกรรมและจัดกิจกรรมให้นักเรียนสำรวจ และค้นหา เป็นรายกลุ่ม เพื่อให้นักเรียนได้มีโอกาส ลงมือปฏิบัติและทำงานร่วมกันในสร้างและพัฒนา ความคิดรวบยอดหรือหาวิธีในการแก้ปัญหา</li> </ul>	<p><b>ชั้นนำ</b> ครูทบทวนความรู้เกี่ยวกับ หัวข้อหรือปัญหาใหม่ โดยครูจะจัด ประสบการณ์หรือสถานการณ์ที่ หลากหลาย</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- ครูสนทนากับนักเรียนเพื่อสร้างความ สนใจ ซึ่งเป็นการแนะนำเรื่องที่จะ สอน โดยครูกล่าวถึง สถานการณ์หรือยก ตัวอย่างสิ่งเกี่ยวกับความคิดรวบยอด หัวข้อ หรือปัญหาใหม่ ที่นักเรียนจะได้ เรียนในคาบเรียน</li> <li>- ครูตรวจสอบว่านักเรียนแต่ละคนมี พื้นฐานเพียงพอในการเรียนหัวข้อใหม่ หรือปัญหาใหม่หรือไม่ ถ้าพบว่านักเรียน ส่วนใหญ่ขาดความรู้พื้นฐาน ครูจะ ทบทวนความรู้เดิมให้นักเรียนทั้ง ชั้นเรียน แต่หากพบว่ามึนักเรียนบางคน ขาดความรู้พื้นฐาน ครูอาจสอนเพิ่มเติม ในระหว่างทำกิจกรรมหรือนัดเวลาซ่อม เสริม</li> </ul> <p><b>ชั้นสอน</b> ครูดำเนินการจัดกิจกรรมการ เรียนการสอนตามแนวการจัดการเรียนรู้ ตามคำแนะนำในคู่มือครูรายวิชา คณิตศาสตร์ กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ หลักสูตรแกนกลางการศึกษา ขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 โดยให้</p>

<p style="text-align: center;"><b>กลุ่มทดลอง</b> (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิด)</p>	<p style="text-align: center;"><b>กลุ่มควบคุม</b> (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ)</p>
<p>- ครูใช้คำถามปลายเปิดให้นักเรียนสำรวจข้อมูลสังเกตลักษณะร่วมของข้อมูล เพื่อวิเคราะห์และลงข้อสรุป</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• นักเรียนสังเกตเห็นอะไรบ้าง</li> <li>• อะไรที่จำเป็นจะต้องเก็บรวบรวม</li> <li>• นักเรียนสังเกตเห็นการเปลี่ยนแปลงอะไรบ้าง</li> <li>• วิธีการที่ดีที่สุดในการแก้ปัญหาเป็นอย่างไร</li> </ul> <p>- ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มอธิบายแลกเปลี่ยนความคิดเห็นเกี่ยวกับงานในใบกิจกรรมที่ครูได้มอบหมายให้</p> <p>- ครูให้เวลานักเรียนในการสำรวจค้นหา</p> <p><b>3. ชั้นอธิบายและลงข้อสรุป (Explanation)</b> เป็นชั้นที่ครูใช้คำถามปลายเปิดให้นักเรียนได้อธิบายความคิดรวบยอดและวิธีการแก้ปัญหาที่ได้จากการสืบค้น แล้วตรวจสอบความคิดรวบยอดและวิธีการแก้ปัญหาลงจุดตัดสินใจความคิดรวบยอดและวิธีการแก้ปัญหา เพื่อให้ได้ใช้ข้อสรุปร่วมกันในการเชื่อมโยงสิ่งที่เรียน ซึ่งนักเรียนสามารถอธิบายความคิดรวบยอดและวิธีการแก้ปัญหาได้อย่างเข้าใจโดยเชื่อมโยงประสบการณ์ ความรู้เดิมและสิ่งที่เรียนรู้เข้าด้วยกัน</p> <p>- ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มส่งตัวแทนออกมานำเสนอข้อสรุปที่เป็นความคิดรวบยอดหรือวิธีแก้ปัญหาที่ได้จากการสำรวจและค้นหา</p> <p>- ครูถามคำถามปลายเปิดให้นักเรียนแปลความหมายความคิดรวบยอดหรือวิธีการแก้ปัญหา</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• นักเรียนสังเกตเห็นรูปแบบอะไร</li> <li>• แนวโน้มของข้อมูลเป็นอย่างไร</li> </ul>	<p>นักเรียนได้มีโอกาสได้ลงมือปฏิบัติร่วมกันในการทำความเข้าใจหัวข้อใหม่หรือแก้ปัญหา และเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามในสิ่งที่ไม่เข้าใจ และคอยกำกับควบคุมการทำงานของนักเรียนอย่างใกล้ชิด</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- ครูแจกใบกิจกรรมและจัดกิจกรรมให้นักเรียนมีโอกาสได้ลงมือปฏิบัติทำงานร่วมกัน</li> <li>- ครูยกตัวอย่างประกอบการสอนที่ละตัวอย่างโดยตัวอย่างแรกๆครูจะเป็นผู้สาธิตและอธิบายเอง</li> <li>- ครูให้นักเรียนสอบถามได้หากเกิดข้อสงสัย</li> <li>- ครูให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติด้วยตนเองในตัวอย่างที่มีลักษณะคล้ายกัน</li> <li>- ครูสุ่มนักเรียนออกมานำเสนอหน้าชั้นเรียนเกี่ยวกับผลของการทำกิจกรรม โดยครูและนักเรียนช่วยกันตรวจสอบความถูกต้อง</li> <li>- ครูให้นักเรียนที่มีวิธีการแก้ปัญหาที่แตกต่างออกไป มานำเสนอหน้าชั้นเรียน โดยครูและนักเรียนช่วยกันตรวจสอบความถูกต้อง</li> </ul> <p><b>ขั้นสรุป</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปสิ่งที่ได้เรียนรู้ในคาบเรียน และให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดเพิ่มเติมเป็นการบ้าน</li> </ul>

<p style="text-align: center;"><b>กลุ่มทดลอง</b> (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถาม ปลายเปิด)</p>	<p style="text-align: center;"><b>กลุ่มควบคุม</b> (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ แบบปกติ)</p>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• สิ่งที่นักเรียนค้นพบเหมือน หรือ แตกต่างจากสมมติฐานที่ตั้งไว้อย่างไร</li> <li>• สามารถประยุกต์ใช้สิ่งที่ค้นพบกับสิ่ง ที่ได้เรียนรู้มาก่อนหน้าได้อย่างไร</li> <li>• สิ่งที่นักเรียนได้เรียนรู้คืออะไร</li> <li>• หลักฐานอะไรที่สนับสนุนคำอธิบาย ของนักเรียน</li> <li>• นักเรียนจะอธิบายสิ่งที่ค้นพบอย่างไร</li> </ul> <p>- ครูถามคำถามปลายเปิดเพื่อให้นักเรียนกันพิจารณา และตรวจสอบความคิดรวบยอดและวิธีการแก้ปัญหา ที่ถูกต้องเหมาะสม ซึ่งต้องมีเหตุผลประกอบการ พิจารณาด้วย</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• นักเรียนมีความคิดเห็นแตกต่างจาก ข้อสรุปของเพื่อนอย่างไร</li> <li>• นักเรียนคิดว่าคิดว่าข้อสรุปใด เหมาะสมที่สุด เพราะอะไร</li> </ul> <p><b>4. ขยายความรู้ (Elaboration)</b></p> <p>เป็นขั้นที่ครูใช้คำถามปลายเปิดให้นักเรียน ประยุกต์ใช้ความรู้ในสถานการณ์หรือปัญหาใหม่ เพื่อให้ผู้เรียนได้ยืนยันและขยายกรอบความคิดกว้าง ขึ้น เพิ่มเติมความเข้าใจในความคิดรวบยอดและวิธีการ แก้ปัญหาให้กว้างและลึกซึ้งยิ่งขึ้นหรือเชื่อมโยงความรู้ เดิมสู่ความรู้ใหม่หรือนำไปสู่การศึกษาค้นคว้าเพิ่มขึ้น</p> <p>- ครูใช้คำถามปลายเปิดให้นักเรียนประยุกต์ใช้ความรู้ ในสถานการณ์เดิมหรือปัญหาเดิมที่มีการปรับ/ขยาย เงื่อนไขหรือเปลี่ยนปัญหาใหม่ที่มีความคล้ายคลึงกับ ปัญหาเดิม เพื่อให้นักเรียนได้ใช้แนวทางเดิมในการใน การหาคำตอบของสถานการณ์หรือปัญหาใหม่</p>	

<p style="text-align: center;"><b>กลุ่มทดลอง</b> (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถาม ปลายเปิด)</p>	<p style="text-align: center;"><b>กลุ่มควบคุม</b> (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ แบบปกติ)</p>
<p>ปัญหาเดิม เพื่อให้นักเรียนได้ใช้แนวทางเดิมในการในการหาคำตอบของสถานการณ์หรือปัญหาใหม่</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• ถ้ามีการเปลี่ยนแปลง... จะเกิดอะไรขึ้น</li> <li>• นักเรียนสามารถเชื่อมโยงความรู้อะไรมาใช้ในสถานการณ์หรือปัญหาใหม่นี้</li> </ul> <p>- ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มอภิปรายเพื่อแสดงแนวคิดเพิ่มเติมหรือหาวิธีการแก้ปัญหา เพื่อให้ได้ความรู้ที่สมบูรณ์และลึกซึ้งหรือขยายกรอบความรู้ให้กว้างขึ้น</p> <p><b>5. ชั้นประเมินผล (Evaluation)</b></p> <p>เป็นขั้นตอนที่ครูใช้คำถามปลายเปิดให้นักเรียนตรวจสอบลักษณะสำคัญของความคิดรวบยอดหรือให้นำความรู้ไปใช้แก้ปัญหาในสถานการณ์อื่นเพื่อประเมินความเข้าใจและความสามารถของนักเรียน</p> <p>- ครูนำเสนอสถานการณ์หรือปัญหาอื่น ๆ โดยครูใช้คำถามปลายเปิดให้นักเรียนตรวจสอบลักษณะสำคัญของความคิดรวบยอดหรือให้นำความรู้ไปใช้เป็นรายบุคคล</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• นักเรียนจะนำสิ่งที่ได้เรียนรู้ไปใช้อย่างไร</li> </ul> <p>- ครูมอบหมายการบ้านหรือชิ้นงานเป็นรายบุคคลหรือรายกลุ่ม</p>	

สำหรับรายละเอียดการเรียนรู้ในแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัสและเส้นขนาน จำนวน 13 แผน 15 คาบ แสดงดังต่อไปนี้

ตารางที่ 6 แสดงแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้และสาระการเรียนรู้ เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัสและเส้นขนาน

แผนการเรียนรู้ที่	คาบที่	สาระการเรียนรู้
1	1	สมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก
2	2	สมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก
3	3	ทฤษฎีบทพีทาโกรัส
4	4	การแก้ปัญหโดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส
5	5	การแก้ปัญหโดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส
6	6 - 7	การแก้ปัญหโดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส
7	8	บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส
8	9 - 10	การแก้ปัญหโดยใช้บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส
9	11	การแก้ปัญหโดยใช้บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส
10	12	การแก้ปัญหโดยใช้บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส
11	13	เส้นขนาน
12	14	ขนาดของมุมภายในที่อยู่ข้างเดียวกันของเส้นตัด
13	15	ผลบวกของขนาดของมุมภายในที่อยู่ข้างเดียวกันของเส้นตัด

4.1.5 นำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจพิจารณาความถูกต้องเหมาะสมของเนื้อหา และให้ข้อเสนอแนะเพื่อปรับปรุง ซึ่งอาจารย์ที่ปรึกษาได้ให้เสนอแนะดังนี้

ก. การเขียนแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ใช้คำถามปลายเปิดนั้น ไม่จำเป็นต้องเขียนคำถามทุกคำถาม เนื่องจากในการตั้งคำถามคำถามต่อไปนั้น ขึ้นอยู่กับสถานการณ์ในห้องเรียนและคำตอบของนักเรียนในคำถามก่อนหน้า

ข. แบบฝึกหัดในใบกิจกรรมไม่ควรมากจนเกินไป เนื่องจากเป็นการจัดการเรียนการสอนที่นักเรียนต้องสร้างองค์ความรู้และแก้ปัญหด้วยตนเอง

ค. คำถามปลายเปิดไม่ควรเป็นคำถามที่ชี้้นำคำตอบ

4.1.6 นำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ตรวจสอบแล้วมาปรับปรุงแก้ไขพัฒนาให้ดีขึ้น และนำไปใช้กับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

#### 4.2 เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล

เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลครั้งนี้ ได้แก่

- 1) แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ การวัด แผนภูมิรูปวงกลม การแปลงทางเรขาคณิต และการเท่ากันทุกประการ
  - 2) แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียนเรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและเส้นขนาน
  - 3) แบบวัดความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณฉบับก่อนเรียน เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ การวัด แผนภูมิรูปวงกลม การแปลงทางเรขาคณิต และการเท่ากันทุกประการ
  - 4) แบบวัดความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณฉบับหลังเรียนเรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและเส้นขนาน
  - 5) แบบสังเกตพฤติกรรมในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และการคิดอย่างมีวิจารณญาณ
- ผู้วิจัยสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลขึ้นเองโดยมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

**4.2.1 แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนเรื่อง** อัตราส่วนและร้อยละ การวัด แผนภูมิรูปวงกลม การแปลงทางเรขาคณิต และการเท่ากันทุกประการ

- 1) ศึกษาแนวคิด ทฤษฎี และผลการวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
- 2) ศึกษาวิธีการสร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ จากตำรา เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
- 3) สร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน จำนวน 1 ฉบับ ซึ่งเป็นข้อสอบแบบเลือกตอบมี 4 ตัวเลือก จำนวน 40 ข้อ โดยมีเกณฑ์การให้คะแนนในแต่ละข้อดังต่อไปนี้
  - ให้ 1 คะแนน ในกรณีที่ตอบถูก
  - ให้ 0 คะแนน ในกรณีที่ตอบผิด ไม่ตอบ หรือตอบมากกว่า 1

คำตอบ

4) นำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนที่ผู้วิจัยสร้างไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจสอบ และให้ข้อเสนอแนะ ผลการตรวจสอบของอาจารย์ที่ปรึกษาพบว่า แบบวัดที่สร้างขึ้นมีส่วนที่ต้องปรับปรุงแก้ไขดังนี้

4.1 ในส่วนของการให้เหตุผลแบบอุปนัย ให้ลดจำนวนข้อความที่เป็นสถานการณ์ที่ให้นักเรียนสังเกต ให้เหลือ 2 - 3 ข้อความเท่านั้น

4.2 การให้เหตุผลแบบนิรนัย ให้แก้ไขให้มีลักษณะของการนำ

ทฤษฎีบท กฎ สูตร และนิยามไปใช้ในสถานการณ์ที่หลากหลาย

5) ปรับปรุงแก้ไขแบบวัดตามคำแนะนำของอาจารย์ที่ปรึกษา แล้วนำแบบวัดไปให้ผู้ทรงคุณวุฒิจำนวน 3 ท่าน (ภาคผนวก ก) ตรวจสอบความตรงของเนื้อหา ความตรงเชิงโครงสร้าง ข้อคำถามและตัวเลือก ความเหมาะสมของสำนวนภาษา พร้อมทั้งให้ข้อเสนอแนะในการปรับปรุงแบบวัด ผลการตรวจสอบของผู้ทรงคุณวุฒิพบว่า แบบวัดที่สร้างขึ้นมีส่วนที่ต้องปรับปรุงแก้ไขดังนี้

5.1 แก้ไขคำถามให้มีความเหมาะสมมากยิ่งขึ้น เช่น “เดิมราคาของกางเกงขาสั้นติดป้ายไว้เท่าไร” ให้เปลี่ยนเป็น “เดิมราคาของกางเกงขาสั้นติดป้ายไว้เท่าไร”

5.2 แก้ไขข้อคำถามให้มีความถูกต้องมากยิ่งขึ้น เช่น โจทย์เดิม “จากวิธีการข้างต้น จงหารูปสี่เหลี่ยมขนาด  $1 \times 1$ ”  
แก้ไขเป็น “จากวิธีข้างต้น จงหารูปสี่เหลี่ยมขนาด  $1 \times 1$ ”

5.3 แก้ไขให้มีการระบุชื่อรูปภาพ เช่น รูปที่ 1

5.4 แก้อัปเดตตัวเลือกให้มีความแตกต่างกัน เช่น

ตัวเลือกเดิม ก.  $100 : 50 =$  ร้อยละ 50

ข.  $20 : 25 =$  ร้อยละ 80

ค.  $4.5 : 100 =$  ร้อยละ 45

ง.  $3 : 20 =$  ร้อยละ 3

แก้ไขเป็น ก.  $100 : 50 =$  ร้อยละ 50

ข.  $15 : 5 =$  ร้อยละ 300

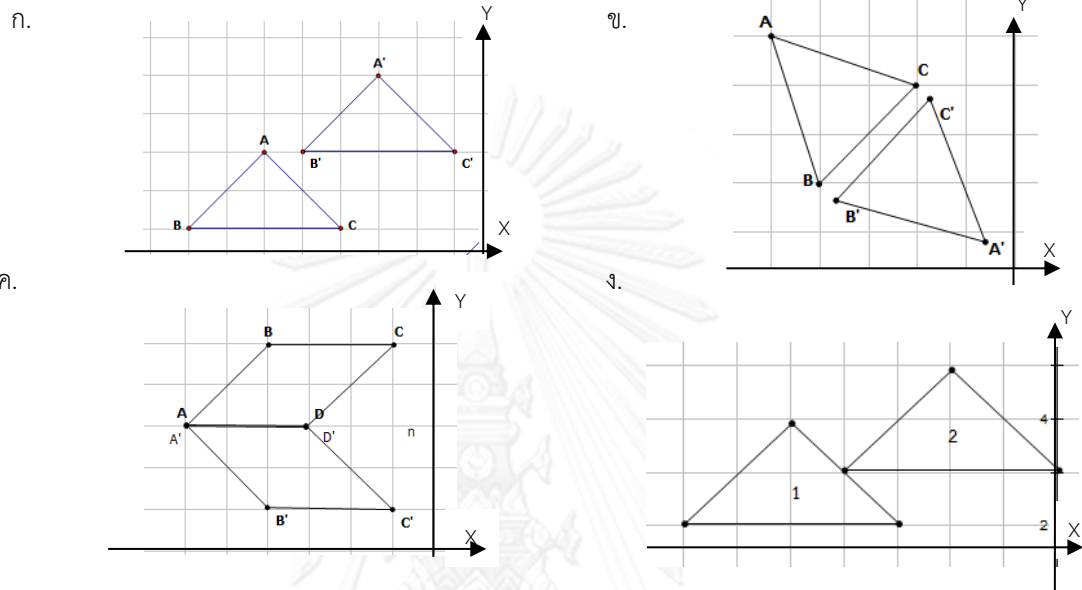
ค.  $4.5 : 100 =$  ร้อยละ 45

ง.  $3 : 20 =$  ร้อยละ 3

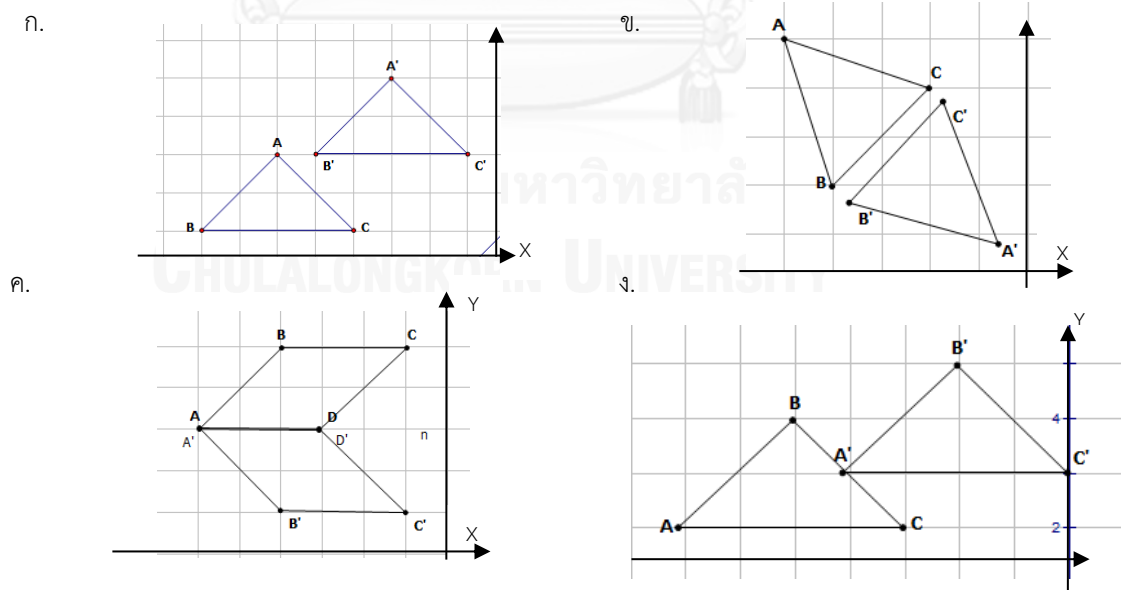
5.5 แก้วตัวเลือกให้มีการกำหนดชื่อรูปเรขาคณิตโดยใช้ตัวอักษร

ภาษาอังกฤษ โดยในตัวเลือก ง ให้สอดคล้องกับตัวเลือกอื่น ๆ

ตัวเลือกเดิม



แก้ไขเป็น





6) นำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน ไปปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของผู้ทรงคุณวุฒิ แล้วนำไปทดลองใช้กับนักเรียนระดับชั้น ม. 3 โรงเรียนยานนาเวศวิทยาเขต ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2556 จำนวน 50 คน แล้วนำมาตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์ที่กำหนด

7) นำคะแนนจากข้อ 6 มาวิเคราะห์หาค่าความเที่ยงของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนโดยใช้ Kuder – Richardson แบบ KR – 20 โดยมีเกณฑ์ความเที่ยงตั้งแต่ 0.60 ขึ้นไป แล้วนำมาหาค่าความยาก (p) อยู่ระหว่าง 0.20 – 0.80 และค่าอำนาจจำแนก (r) มีค่า 0.20 ขึ้นไป หากแบบวัดดังกล่าวไม่ได้ตามเกณฑ์ที่ตั้งไว้ต้องนำมาปรับปรุงแก้ไข ซึ่งได้ผลการวิเคราะห์คุณภาพข้อสอบดังนี้

ค่าความเที่ยง มีค่า 0.79

ค่าความยาก มีค่า 0.32 – 0.80

ค่าอำนาจจำแนก มีค่า 0.12 – 0.58

โดยมีข้อสอบที่มีค่าความยากและค่าอำนาจจำแนกที่เป็นไปตามที่เกณฑ์กำหนดไว้จำนวน 32 ข้อ ซึ่งครบตามจำนวนที่กำหนดไว้ หลังจากนั้นผู้วิจัยจึงคัดเลือกข้อสอบที่เป็นไปตามเกณฑ์จำนวน 30 ข้อ ซึ่งข้อสอบมีคุณภาพดังนี้

ค่าความเที่ยง มีค่า 0.79

ค่าความยาก มีค่า 0.38 – 0.80

ค่าอำนาจจำแนก มีค่า 0.22 – 0.58

8) นำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนที่มีคุณภาพตามเกณฑ์ที่กำหนดไปใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่างทั้ง 2 กลุ่ม

#### 4.2.2 แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนเรื่อง

ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและเส้นขนาน

1) ศึกษาแนวคิด ทฤษฎี และผลการวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

2) ศึกษาวิธีการสร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จากตำรา เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

3) สร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนจำนวน 1 ฉบับ ซึ่งเป็นข้อสอบแบบเลือกตอบมี 4 ตัวเลือก จำนวน 40 ข้อ

4) นำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนที่

ผู้วิจัยสร้างไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจสอบ และให้ข้อเสนอแนะ ผลการตรวจสอบของอาจารย์ที่ปรึกษาพบว่า แบบวัดที่สร้างขึ้นมีส่วนที่ต้องปรับปรุงแก้ไขดังนี้

4.1 ในส่วนของการให้เหตุผลแบบอุปนัย ให้ลดจำนวนข้อความที่เป็นสถานการณ์ที่ให้นักเรียนสังเกต ให้เหลือ 2 - 3 ข้อความเท่านั้น

4.2 การให้เหตุผลแบบนิรนัย ให้แก้ไขให้มีลักษณะของการนำทฤษฎีบท กฎ สูตร และนิยามไปใช้ในสถานการณ์ที่หลากหลาย

4.3 แก้ไขการใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ให้ถูกต้อง

5) ปรับปรุงแก้ไขแบบวัดตามคำแนะนำของอาจารย์ที่ปรึกษา แล้วนำแบบวัดไปให้ผู้ทรงคุณวุฒิจำนวน 3 ท่าน (ภาคผนวก ก) ตรวจสอบความตรงของเนื้อหา ความตรงเชิงโครงสร้าง ข้อคำถามและตัวเลือก ความเหมาะสมของสำนวนภาษา พร้อมทั้งให้ข้อเสนอแนะในการปรับปรุงแบบวัด ผลการตรวจสอบของผู้ทรงคุณวุฒิพบว่า แบบวัดที่สร้างขึ้นมีส่วนที่ต้องปรับปรุงแก้ไขดังนี้

5.1 ปรับข้อคำถามให้มีความสละสลวยและได้ใจความ

คำถามเดิม “จากรูปถักรูปสามเหลี่ยมมุมฉากในรูปที่ 4 จะมีด้านประกอบมุมฉากยาวด้านละเท่าไร”

แก้ไขเป็น “จากรูป รูปที่ 4 จะมีด้านประกอบมุมฉากยาวด้านละเท่าไร”

5.2 แก้ไขความเหมาะสมในการใช้ภาษา เช่น

คำถามเดิม “ข้อใดต่อไปนี้เป็นความยาวทั้ง 3 ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก”

แก้ไขเป็น “ข้อใดต่อไปนี้เป็นความยาวทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก”

5.3 แก้ไขลำดับของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสให้มีการเรียงจากน้อยไปมาก

คำถามเดิม “พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส 64, 100 และ 36 ตารางหน่วย”

แก้ไขเป็น “พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส 36, 64 และ 100 ตารางหน่วย”

5.4 แก้ไขสัญลักษณ์ที่แทนเส้นตรงหรือส่วนของเส้นตรงให้ถูกต้อง

6) นำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนไปปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของผู้ทรงคุณวุฒิ แล้วนำไปทดลองใช้กับนักเรียนระดับชั้น ม. 3 โรงเรียนยานนาเวศวิทยาคม ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2556 จำนวน 50 คน แล้วนำมาตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์ที่กำหนด

#### 7) นำคะแนนจากข้อ 6 มาวิเคราะห์หาค่าความเที่ยงของแบบวัด

ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนโดยใช้ Kuder – Richardson แบบ KR – 20 โดยมีเกณฑ์ความเที่ยงตั้งแต่ 0.60 ขึ้นไป แล้วนำมาหาค่าความยาก (p) อยู่ระหว่าง 0.20 – 0.80 และค่าอำนาจจำแนก (r) มีค่า 0.20 ขึ้นไป หากแบบวัดดังกล่าวไม่ได้ตามเกณฑ์ที่ตั้งไว้ต้องนำมาปรับปรุงแก้ไข ซึ่งได้ผลการวิเคราะห์คุณภาพข้อสอบดังนี้

ค่าความเที่ยง มีค่า 0.86

ค่าความยาก มีค่า 0.24 – 0.85

ค่าอำนาจจำแนก มีค่า 0.17 – 0.92

โดยมีข้อสอบที่มีค่าความยากและค่าอำนาจจำแนกที่เป็นไปตามที่เกณฑ์กำหนดไว้จำนวน 31 ข้อ ซึ่งครบตามจำนวนที่กำหนดไว้ หลังจากนั้นผู้วิจัยจึงคัดเลือกข้อสอบที่เป็นไปตามเกณฑ์จำนวน 30 ข้อ ซึ่งข้อสอบมีคุณภาพดังนี้

ค่าความเที่ยง มีค่า 0.86

ค่าความยาก มีค่า 0.24 – 0.85

ค่าอำนาจจำแนก มีค่า 0.25 – 0.92

8) นำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนที่มีคุณภาพตามเกณฑ์ที่กำหนดไปใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่างทั้ง 2 กลุ่ม

#### 4.2.3 แบบวัดความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณก่อนเรียนเรื่อง

อัตราส่วนและร้อยละ การวัด แผนภูมิรูปวงกลม การแปลงทางเรขาคณิต และการเท่ากันทุกประการ

1) ศึกษาแนวคิด ทฤษฎี และผลการวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณ

2) ศึกษาวิธีการสร้างแบบวัดความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณ ตำรา เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

3) สร้างแบบวัดความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณก่อนเรียนจำนวน 1 ฉบับ ซึ่งประกอบด้วย 5 องค์กรประกอบ แบ่งเป็น 2 ตอน ดังนี้

ตอนที่ 1 แบบวัดแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก วัด 2 องค์กรประกอบคือ

1. การระบุข้อตกลงเบื้องต้น
2. การนิรนัย

ตอนที่ 2 แบบวัดแบบเติมคำตอบ วัด 3 องค์กรประกอบ คือ

1. การอนุมาน
2. การตีความเพื่อลงข้อสรุป

## 3. การประเมินข้อโต้แย้ง

โดยเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณ

ตอนที่ 1 เป็นแบบวัดแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก วัด 2 องค์ประกอบ

1. การระบุข้อตกลงเบื้องต้น
2. การนิรนัย

เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณ

ให้ 1 คะแนน ในกรณีที่ตอบถูก

ให้ 0 คะแนน ในกรณีที่ตอบผิด ไม่ตอบ หรือตอบมากกว่า 1

คำตอบ

ตอนที่ 2 เป็นแบบวัดแบบเติมคำตอบ วัด 3 องค์ประกอบ

1. การอนุมาน
2. การตีความเพื่อลงข้อสรุป
3. การประเมินข้อโต้แย้ง

ตารางที่ 7 เกณฑ์การตรวจให้คะแนนความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณ

คะแนน	ลักษณะการตอบคำถาม
1	ลงข้อสรุปถูกต้องและให้เหตุผลสมเหตุสมผล
0.5	ลงข้อสรุปถูกต้องแต่ให้เหตุผลไม่สมเหตุสมผล
	ลงข้อสรุปถูกต้องแต่ไม่ให้เหตุผล
	ลงข้อสรุปไม่ถูกต้องแต่ให้เหตุผลสมเหตุสมผล
	ไม่ลงข้อสรุปแต่ให้เหตุผลสมเหตุสมผล
0	ลงข้อสรุปไม่ถูกต้องและให้เหตุผลไม่สมเหตุสมผล
	ไม่ลงข้อสรุปและไม่ให้เหตุผล

4) นำแบบวัดความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณก่อนเรียนที่ผู้วิจัยสร้างไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจสอบ และให้ข้อเสนอแนะ ผลการตรวจสอบของอาจารย์ที่ปรึกษาพบว่า แบบวัดที่สร้างขึ้นมีส่วนที่ต้องปรับปรุงแก้ไขดังนี้

4.1 แก้ไขข้อสถานการณ์ให้ตรงสอดคล้องกับสิ่งที่ต้องการจะวัดสถานการณ์เดิม “ลูกบาศก์ลูกหนึ่งยาวด้านละ  $x$  หน่วย มีปริมาตร  $x^3$  ลูกบาศก์หน่วย”

แก้ไขเป็น “ลูกบาศก์ลูกหนึ่งยาวด้านละ 2 หน่วย มีปริมาตร 8 ลูกบาศก์หน่วย”

4.2 แก้ไขสถานการณ์ให้มีความสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น

สถานการณ์เดิม “หลายคนที่กล่าวว่า เขาเป็นคนที่ได้ที่ดินมากที่สุด”

แก้ไขเป็น “หลายคนที่สามกล่าวว่า เขาเป็นคนที่ได้ที่ดินมากที่สุด”

4.3 แก้ไขข้อความให้ถูกต้องและเหมาะสม ง่ายต่อความเข้าใจ

ข้อความเดิม นิตาชลกล่าวว่า  $\frac{3}{5} > \frac{4}{7}$  เพราะเมื่อทำให้ส่วน

เท่ากันแล้วจะ ได้  $\frac{21}{35}$  และ  $\frac{20}{35}$

แก้ไขเป็น นิตาชลกล่าวว่า  $\frac{3}{5} > \frac{4}{7}$  เพราะเมื่อทำให้ตัวส่วน

เท่ากันแล้วจะ ได้  $\frac{3}{5} = \frac{21}{35}$  และ  $\frac{4}{7} = \frac{20}{35}$

5) ปรับปรุงแก้ไขแบบวัดตามคำแนะนำของอาจารย์ที่ปรึกษา แล้วนำแบบวัดไปให้ผู้ทรงคุณวุฒิจำนวน 3 ท่าน (ภาคผนวก ก) ตรวจสอบความตรงของเนื้อหา ความตรงเชิงโครงสร้าง ข้อคำถามและตัวเลือก ความเหมาะสมของสำนวนภาษา พร้อมทั้งให้ข้อเสนอแนะในการปรับปรุงแบบวัด ผลการตรวจสอบของผู้ทรงคุณวุฒิพบว่า แบบวัดที่สร้างขึ้นมีส่วนที่ต้องปรับปรุงแก้ไขดังนี้

5.1 แก้ไขข้อคำถามให้เหมาะสม เช่น กำหนดให้  $\frac{3}{x}, \frac{21}{y}$  ให้แก้ไข

เป็น  $\frac{3}{x}$  และ  $\frac{21}{y}$

5.2 ในกรณีที่ในสถานการณ์หรือข้อคำถามมีชื่อบุคคลปรากฏอยู่ให้แก้ไข ให้เป็นชื่อที่ธรรมดาที่จะไม่ทำให้เป็นจุดสนใจต่อนักเรียน

6) นำแบบวัดความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณก่อนเรียนไปปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของผู้ทรงคุณวุฒิ แล้วนำไปทดลองใช้กับนักเรียนระดับชั้น ม. 3 โรงเรียนยานนาเวศวิทยาคม ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2556 จำนวน 50 คน แล้วนำมาตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์ที่กำหนด

7) นำคะแนนจากข้อ 6 มาวิเคราะห์หาค่าความเที่ยงของแบบวัดความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณก่อนเรียนโดยสูตรสัมประสิทธิ์แอลฟา (Alpha Coefficient) ของครอนบาค (Cronbach) โดยมีเกณฑ์ความเที่ยงตั้งแต่ 0.60 ขึ้นไป แล้วนำมาหาค่าความยาก (p) อยู่ระหว่าง 0.20 – 0.80 และค่าอำนาจจำแนก (r) มีค่า 0.20 ขึ้นไป หากแบบวัดดังกล่าวไม่ได้ตามเกณฑ์ที่ตั้งไว้ต้องนำมาปรับปรุงแก้ไข ซึ่งได้ผลการวิเคราะห์คุณภาพข้อสอบดังนี้

ค่าความเที่ยง มีค่า 0.76

ค่าความยาก มีค่า 0.16 – 0.72

ค่าอำนาจจำแนก มีค่า -0.17 – 0.91

โดยมีข้อสอบที่มีค่าความยากและค่าอำนาจจำแนกที่เป็นไปตามที่เกณฑ์กำหนดไว้จำนวน 31 ข้อ ซึ่งครบตามจำนวนที่กำหนดไว้ หลังจากนั้นผู้วิจัยจึงคัดเลือกข้อสอบที่เป็นไปตามเกณฑ์จำนวน 30 ข้อ ซึ่งข้อสอบมีคุณภาพดังนี้

ค่าความเที่ยง มีค่า 0.76

ค่าความยาก มีค่า 0.23 – 0.72

ค่าอำนาจจำแนก มีค่า 0.27 – 0.91

8) นำแบบวัดความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณก่อนเรียนที่มีคุณภาพตามเกณฑ์ที่กำหนดไปใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่างทั้ง 2 กลุ่ม

#### 4.2.4 แบบวัดความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณหลังเรียนเรื่อง

ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและเส้นขนาน

1) ศึกษาแนวคิด ทฤษฎี และผลการวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณ

2) ศึกษาวิธีการสร้างแบบวัดความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณ ตำรา เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

3) สร้างแบบวัดความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณหลังเรียนจำนวน 1 ฉบับ ซึ่งประกอบด้วย 5 องค์กรประกอบ แบ่งเป็น 2 ตอน ดังนี้

ตอนที่ 1 แบบวัดแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก วัด 2 องค์กรประกอบคือ

1. การระบุข้อตกลงเบื้องต้น

2. การนิรนัย

ตอนที่ 2 แบบวัดแบบเติมคำตอบ วัด 3 องค์กรประกอบ คือ

1. การอนุมาน

2. การตีความเพื่อลงข้อสรุป

3. การประเมินข้อโต้แย้ง

4) นำแบบวัดความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณหลังเรียนที่ผู้วิจัยสร้างไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจสอบ และให้ข้อเสนอแนะ ผลการตรวจสอบของอาจารย์ที่ปรึกษาพบว่า แบบวัดที่สร้างขึ้นมีส่วนที่ต้องปรับปรุงแก้ไขดังนี้

4.1 แก้ไขคำถามให้ถูกต้อง

คำถามเดิม “ถ้า  $\triangle BCD$  เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก มี  $\hat{B}$  เป็นมุมฉาก ที่มี

ด้านตรงข้ามมุมฉากยาว  $a$  หน่วยแล้ว  $(a + 2)^2 = 2^2 + b^2$ ”

แก้ไขเป็น “ถ้า  $\triangle BCD$  เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก มี  $\hat{B}$  เป็นมุมฉาก ที่มีด้านตรงข้ามมุมฉากยาว  $a$  หน่วยแล้ว  $(a + 2)^2 + 2^2 = b^2$ ”

#### 4.2 แก้ไขสถานการณ์ให้ถูกต้อง

สถานการณ์เดิม “กำหนดให้  $BT$  ตัดกับ  $NM$  ทำให้  $MO = NB$  และ  $BO = OT$  ดังรูป”

แก้ไขเป็น “กำหนดให้  $BT$  ตัดกับ  $NM$  ทำให้  $MO = NO$  และ  $BO = OT$  ดังรูป”

5) ปรับปรุงแก้ไขแบบวัดตามคำแนะนำของอาจารย์ที่ปรึกษา แล้วนำแบบวัดไปให้ผู้ทรงคุณวุฒิจำนวน 3 ท่าน (ภาคผนวก ก) ตรวจสอบความตรงของเนื้อหา ความตรงเชิงโครงสร้าง ข้อคำถามและตัวเลือก ความเหมาะสมของสำนวนภาษา พร้อมทั้งให้ข้อเสนอแนะในการปรับปรุงแบบวัด ผลการตรวจสอบของผู้ทรงคุณวุฒิพบว่า แบบวัดที่สร้างขึ้นมีส่วนที่ต้องปรับปรุงแก้ไขดังนี้

#### 5.1 แก้ไขตัวเลือก

ตัวเลือกเดิม ก.  $AB \parallel EF$

ข.  $AB \parallel GH$

ค.  $CD \parallel GH$

ง. ไม่สามารถสรุปได้

แก้ไขเป็น ก.  $AB \parallel EF$

ข.  $AB \parallel GH$

ค. ข้อ ก. และ ข. ถูกต้อง

ง. ไม่สามารถสรุปได้

5.2 ในกรณีที่ในสถานการณ์หรือข้อคำถามมีชื่อบุคคลปรากฏอยู่ให้แก้ไขให้เป็นชื่อที่ธรรมดาที่จะไม่ทำให้เป็นจุดสนใจต่อนักเรียน

#### 5.3 แก้ไขคำถามให้มีความเหมาะสม

คำถามเดิม ถ้าสุรชัยกล่าวว่า “เขาเดินไปโรงเรียนด้วยระยะทางที่สั้นที่สุด” จากสถานการณ์นี้ นักเรียนสรุปเกี่ยวกับคำกล่าวของสุรชัยได้อย่างไร

แก้ไขเป็น ถ้าสุรชัยกล่าวว่า “เขาสามารถเดินไปโรงเรียนด้วยระยะทางที่สั้นที่สุดได้” จากสถานการณ์นี้ นักเรียนสรุปเกี่ยวกับคำกล่าวของสุรชัยได้อย่างไร

#### 5.4 แก้ไขความถูกต้องของคำถามและความเหมาะสมของสำนวน

ภาษา

คำถามเดิม ถ้ามานีกกล่าวว่า “รูปสี่เหลี่ยมหน้าจั่วนี้มีความยาวของฐานมากกว่าด้านคู่ที่เท่ากัน” จากสถานการณ์นี้ นักเรียนสรุปเกี่ยวกับค่ากล่าวของสูตรชั้ยได้อย่างไร

แก้ไขเป็น ถ้ามานีกกล่าวว่า “รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วนี้มีความยาวของฐานมากกว่าความยาวของด้านคู่ที่เท่ากัน” จากสถานการณ์นี้ นักเรียนสรุปเกี่ยวกับค่ากล่าวของสูตรชั้ยได้อย่างไร

6) นำแบบวัดความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณหลังเรียนไปปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของผู้ทรงคุณวุฒิ แล้วนำไปทดลองใช้กับนักเรียนระดับชั้น ม. 3 โรงเรียนยานนาเวศวิทยาคม ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2556 จำนวน 50 คน แล้วนำมาตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์ที่กำหนด

7) นำคะแนนจากข้อ 6 มาวิเคราะห์หาค่าความเที่ยงของแบบวัดความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณโดยสูตรสัมประสิทธิ์แอลฟา (Alpha Coefficient) ของครอนบาค (Cronbach) โดยมีเกณฑ์ความเที่ยงตั้งแต่ 0.60 ขึ้นไป แล้วนำมาหาค่าความยาก (p) อยู่ระหว่าง 0.20 – 0.80 และค่าอำนาจจำแนก (r) มีค่า 0.20 ขึ้นไป หากแบบวัดดังกล่าวไม่ได้ตามเกณฑ์ที่ตั้งไว้ต้องนำมาปรับปรุงแก้ไข ซึ่งได้ผลการวิเคราะห์คุณภาพข้อสอบดังนี้

ค่าความเที่ยง มีค่า 0.88

ค่าความยาก มีค่า 0.39 – 0.85

ค่าอำนาจจำแนก มีค่า 0.16 – 0.81

โดยมีข้อสอบที่มีค่าความยากและค่าอำนาจจำแนกที่เป็นไปตามที่เกณฑ์กำหนดไว้จำนวน 35 ข้อ ซึ่งครบตามจำนวนที่กำหนดไว้ หลังจากนั้นผู้วิจัยจึงคัดเลือกข้อสอบที่เป็นไปตามเกณฑ์จำนวน 30 ข้อ ซึ่งข้อสอบมีคุณภาพดังนี้

ค่าความเที่ยง มีค่า 0.88

ค่าความยาก มีค่า 0.40 – 0.85

ค่าอำนาจจำแนก มีค่า 0.22 – 0.81

8) นำแบบวัดความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณหลังเรียนที่มีคุณภาพตามเกณฑ์ที่กำหนดไปใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่างทั้ง 2 กลุ่ม

#### 4.2.5 แบบสังเกตพฤติกรรมทำให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และการคิดอย่างมี วิจารณญาณ

แบบสังเกตพฤติกรรมในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และการคิดอย่างมี



วิจารณ์ญาณผู้วิจัยได้ดำเนินการสร้างแบบบันทึกการเรียนรู้ ตามขั้นตอนดังนี้

1. วิเคราะห์พฤติกรรมในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และการคิดอย่างมี

วิจารณ์ญาณ

2. สร้างแบบสังเกตพฤติกรรมในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และการคิดอย่างมี  
วิจารณ์ญาณ ซึ่งในการสังเกตพฤติกรรมการให้เหตุผลนั้นจะสังเกตแยกออกเป็นการให้เหตุผลแบบ  
อุปนัยและนิรนัย ส่วนพฤติกรรมความคิดอย่างมีวิจารณ์ญาณนั้นจะสังเกตตามองค์ประกอบทั้ง 5 ดังนี้

#### การให้เหตุผลแบบอุปนัย

- สังเกตลักษณะร่วมของข้อมูลหรือแบบแผน
- วิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูล
- นำข้อมูลที่สังเกตและวิเคราะห์สร้างข้อคาดการณ์
- ประเมินข้อคาดการณ์
- หาข้อสรุป
- ขยายข้อสรุปไปสู่กฎเกณฑ์หรือหลักการทั่วไปได้

#### การให้เหตุผลแบบนิรนัย

- พิจารณาขอบเขตของทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม
- วิเคราะห์ความสัมพันธ์ของทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยามและกรณี

เฉพาะ

- พิจารณาและเลือกทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยามและกรณีเฉพาะ
- ใช้ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม ในการหาข้อสรุปของกรณีเฉพาะได้

ถูกต้อง

- ตรวจสอบและประเมินความถูกต้องของข้อสรุปโดยใช้ทฤษฎีบท

กฎ สูตร นิยาม

#### การคิดอย่างมีวิจารณ์ญาณ

- การอนุมาน
- การระบุข้อตกลงเบื้องต้น
- การนิรนัย
- การตีความเพื่อลงข้อสรุป
- การประเมินข้อโต้แย้ง

3. นำแบบสังเกตพฤติกรรมในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และการคิดอย่างมี  
วิจารณ์ญาณที่สร้างขึ้นไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจพิจารณาแล้วนำมาปรับปรุงแก้ไข

4. ปรับปรุงแบบสังเกตพฤติกรรมในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และการคิด  
อย่างมีวิจารณ์ญาณจากข้อบกพร่องที่พบ และจัดพิมพ์เป็นฉบับสมบูรณ์เพื่อนำไปใช้ในการเก็บข้อมูล  
กับนักเรียนกลุ่มทดลอง

## 5. การดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล

การวิจัยในครั้งนี้ผู้วิจัยได้ดำเนินการทดลองสอนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างทั้งกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม โดยมีขั้นตอนการดำเนินการ ดังนี้

### 5.1 ชั้นเตรียมการ

5.1.1 ผู้วิจัยสร้างแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิดสำหรับกลุ่มทดลอง และแผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติสำหรับกลุ่มควบคุม

5.1.2 ผู้วิจัยจัดเตรียมสื่อ อุปกรณ์ และเอกสารที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์สำหรับกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่ม

5.1.3 ผู้วิจัยนำหนังสือขออนุญาตดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูลจากคณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ถึงผู้อำนวยการโรงเรียนพุทธจักรวิทยา สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัชฌิมศึกษาเขต 2 สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ กรุงเทพมหานคร

5.1.4 ผู้วิจัยทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณก่อนเรียนกับนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่มโดยใช้แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และแบบวัดความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

5.1.5 ผู้วิจัยตรวจให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณ จากแบบทดสอบโดยใช้เกณฑ์การให้คะแนนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

5.1.6 ผู้วิจัยสุ่มเลือกห้องเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

### 5.2 ชั้นดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล

5.2.1 ผู้วิจัยให้นักเรียนทั้ง 2 ห้องทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน ซึ่งได้ค่ามัชฌิมเลขคณิตของคะแนนสอบห้อง ม.2/1 และ ม.2/3 เท่ากับ 14.93 และ 13.53 ตามลำดับ จากนั้นนำคะแนนจากการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนของนักเรียนทั้ง 2 ห้อง ไปทดสอบความแปรปรวนโดยใช้ค่าเอฟ (F - test) ซึ่งผลการทดสอบพบว่า ความแปรปรวนของคะแนนสอบของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 จากนั้นทดสอบความแตกต่างของค่ามัชฌิมเลขคณิตจากการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนด้วยการทดสอบที (t - test) พบว่า คะแนนจากการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แสดงว่านักเรียนทั้งสองห้องมีความสามารถในการให้เหตุผลทาง

คณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกัน จากนั้นผู้วิจัยให้นักเรียนทั้งสองห้องทำแบบวัดความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณก่อนเรียน ซึ่งได้ค่ามัชฌิมเลขคณิตของคะแนนสอบห้อง ม.2/1 และ ม.2/3 เท่ากับ 15.73 และ 14.98 ตามลำดับ จากนั้นนำคะแนนจากการทำแบบวัดความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณก่อนเรียนของนักเรียนทั้ง 2 ห้อง ไปทดสอบความแปรปรวนโดยใช้ค่าเอฟ (F - test) ซึ่งผลการทดสอบพบว่า ความแปรปรวนของคะแนนสอบของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 จากนั้นทดสอบความแตกต่างของค่ามัชฌิมเลขคณิตจากการทำแบบวัดความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณก่อนเรียนด้วยการทดสอบที (t - test) พบว่าคะแนนจากการทำแบบวัดความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณก่อนเรียนของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แสดงว่านักเรียนทั้งสองห้องมีความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณไม่แตกต่างกัน จากการทดสอบดังกล่าว จะได้ว่านักเรียนทั้งสองห้องมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณไม่แตกต่างกัน

5.2.2 ผู้วิจัยดำเนินการสอนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่มด้วยแผนการจัดการจัดการเรียนรู้อันทั้งสองชนิดที่เตรียมไว้

5.2.3 ผู้วิจัยทำการทดลอง กลุ่มละ 4 คาบต่อสัปดาห์ เป็นเวลา 4 สัปดาห์ ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2556 โดยสอนตามชั่วโมงปกติที่ทางโรงเรียนพุทธจักรวิทยาจัดไว้สำหรับการเรียนการสอนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน และได้ดำเนินการขอคาบเรียนเพิ่มเติมสัปดาห์ละ 1 คาบ โดยเริ่มสอนตั้งแต่วันที่ 5 - 28 กุมภาพันธ์ 2556

5.2.4 ระหว่างดำเนินการสอนในแต่ละคาบ ผู้วิจัยจะสังเกตพฤติกรรมการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนโดยใช้แบบสังเกตพฤติกรรมการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และการคิดอย่างมีวิจารณญาณ

5.2.5 เมื่อดำเนินการสอนตามที่กำหนดไว้ในแผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ครบแล้ว ผู้วิจัยทำการทดสอบหลังเรียนโดยใช้แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียนและแบบวัดความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณฉบับหลังเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นกับนักเรียนกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่มแล้วนำผลการทดสอบจากการทดสอบมาตรวจให้คะแนนและทำการวิเคราะห์ข้อมูล

## 6. การวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยนำคะแนนที่ได้จากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และแบบวัดความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่มมาตรวจให้คะแนนและวิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูปเพื่อการวิจัยทางสังคมศาสตร์ (Statistical Package for the Social Sciences: SPSS) โดยมีกระบวนการวิเคราะห์ข้อมูลดังนี้

1. เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิดระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน ด้วยการทดสอบค่าที่ (t - Paired Samples Test) ที่ระดับนัยสำคัญ .05

2. เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิดและนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติด้วยการทดสอบค่าที่ (t - Independent Samples Test) ที่ระดับนัยสำคัญ .05

3. เปรียบเทียบความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิดระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน ด้วยการทดสอบค่าที่ (t - Paired Samples Test) ที่ระดับนัยสำคัญ .05

4. เปรียบเทียบความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิดและนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติด้วยการทดสอบค่าที่ (t - Independent Samples Test) ที่ระดับนัยสำคัญ .05

5. วิเคราะห์พัฒนาการความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิดจากร่องรอยการทำงานของนักเรียน จากใบกิจกรรมการสังเกตในชั้นเรียนและแบบสังเกตพฤติกรรมการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และการคิดอย่างมีวิจารณญาณ ซึ่งจะนำข้อมูลในแต่ละสัปดาห์มาวิเคราะห์พัฒนาการ เพื่อให้เห็นถึงพัฒนาการความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณที่พัฒนาขึ้นในแต่ละสัปดาห์

## 7. สถิติที่ใช้ในการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยใช้สถิติในการคำนวณหาคุณภาพของแบบวัดและวิเคราะห์ข้อมูลดังนี้

### 7.1 สถิติที่ใช้ในการหาคุณภาพของเครื่องมือ

1. สถิติที่ใช้ในการหาคุณภาพของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ใช้สูตรดังนี้

1.1 หาค่าความเที่ยง (Reliability) ของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีของ Kuder - Richardson แบบ KR - 20 ดังนี้

$$R_{tt} = \frac{k}{k-1} \left[ 1 - \frac{\Sigma pq}{S^2} \right]$$

เมื่อ	k	แทน	จำนวนข้อสอบ
	p	แทน	สัดส่วนของผู้ตอบถูกในแต่ละข้อ (ค่าความยาก)
	q	แทน	1 - p
	S <sup>2</sup>	แทน	ความแปรปรวนของคะแนนจากแบบทดสอบทั้งฉบับ

(วรรณิ แกมเกตุ, 2551: 232)

1.2 หาค่าความยาก (p) ของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์โดยใช้สูตรของ Johnson ดังนี้

$$p = \frac{R_h + R_l}{n_h + n_l}$$

เมื่อ	p	แทน	ค่าความยากง่าย
	R <sub>h</sub>	แทน	จำนวนคนที่ตอบถูกในกลุ่มสูง
	R <sub>l</sub>	แทน	จำนวนคนที่ตอบถูกในกลุ่มต่ำ
	n <sub>h</sub>	แทน	จำนวนคนในกลุ่มสูง
	n <sub>l</sub>	แทน	จำนวนคนในกลุ่มต่ำ

(วรรณิ แกมเกตุ, 2551: 223)

1.3 หาค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์โดยใช้สูตรของ Johnson ดังนี้

$$r = \frac{R_h - R_l}{n_l}$$

เมื่อ	p	แทน	ค่าอำนาจจำแนก
	R <sub>h</sub>	แทน	จำนวนคนที่ตอบถูกในกลุ่มสูง
	R <sub>l</sub>	แทน	จำนวนคนที่ตอบถูกในกลุ่มต่ำ
	n <sub>l</sub>	แทน	จำนวนคนในกลุ่มต่ำ

(วรรณิ แกมเกตุ, 2551: 223)

2. สถิติที่ใช้ในการหาคุณภาพของแบบวัดความสามารถในการคิดอย่างมี  
 วิจารณ์ญาณ ใช้สูตรดังนี้

2.1 หาค่าความเที่ยง (Reliability) ของแบบวัดความสามารถในการคิด  
 อย่างมีวิจารณ์ญาณ โดยใช้วิธี Alpha Coefficient ของ Cronbach โดยใช้สูตร ดังนี้

$$\alpha = \left( \frac{k}{k-1} \right) \left( 1 - \frac{\sum s_i^2}{s_t^2} \right)$$

เมื่อ	$\alpha$	แทน	ค่าความเที่ยงของแบบวัด
	k	แทน	จำนวนข้อในแบบวัด
	$s_i^2$	แทน	ความแปรปรวนของข้อสอบในแต่ละข้อ
	$s_t^2$	แทน	ความแปรปรวนของข้อสอบทั้งหมด

(พร้อมพรรณ อุดมสิน, 2544: 147)

2.2 หาค่าความยาก (p) ของแบบวัดความสามารถในการคิดอย่างมี  
 วิจารณ์ญาณ ดังนี้

$$p = \frac{s_h + s_l - (n_t)(x_{\min})}{(n_t)(x_{\max} - x_{\min})}$$

เมื่อ	p	แทน	ค่าความยาก
	$S_h$	แทน	ผลรวมของคะแนนกลุ่มสูง
	$S_l$	แทน	ผลรวมของคะแนนกลุ่มต่ำ
	$X_{\max}$	แทน	คะแนนสูงสุดที่ได้
	$X_{\min}$	แทน	คะแนนต่ำสุดที่ได้
	$n_t$	แทน	จำนวนคนกลุ่มสูงและกลุ่มต่ำรวมกัน

(พร้อมพรรณ อุดมสิน, 2544: 147)

2.3 หาค่าอำนาจจำแนก ( $r$ ) ของแบบวัดความสามารถในคิดอย่างมี  
 วิจารณ์ญาณ โดยใช้สูตรของ Whitnet and Sabers ดังนี้

$$r = \frac{S_h - S_l}{(n_h)(x_{\max} - x_{\min})}$$

เมื่อ	$r$	แทน	ค่าอำนาจจำแนก
	$S_h$	แทน	ผลรวมของคะแนนกลุ่มสูง
	$S_l$	แทน	ผลรวมของคะแนนกลุ่มต่ำ
	$X_{\max}$	แทน	คะแนนสูงสุดที่ได้
	$X_{\min}$	แทน	คะแนนต่ำสุดที่ได้
	$n_h$	แทน	จำนวนคนกลุ่มสูงและกลุ่มต่ำรวมกัน

(พร้อมพรรณ อุดมสิน, 2544: 147)

## 7.2 สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

วิเคราะห์ข้อมูลโดยการหาค่ามัชฌิมเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ความแปรปรวน วิเคราะห์ค่าที ( $t$  - test) และวิเคราะห์ค่าเอฟ ( $F$  - test) ด้วยโปรแกรมสำเร็จรูปเพื่อการวิจัยทางสังคมศาสตร์ (Statistical Package for Social Science : SPSS)

## บทที่ 4

### ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิจัยเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิดที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิดระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน 2) เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิดกับนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ 3) เปรียบเทียบความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิดระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน 4) เปรียบเทียบความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิดกับนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ และ 5) ศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิด โดยผู้วิจัยได้นำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

#### ตอนที่ 1 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ

ผู้วิจัยนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ ดังนี้

1.1 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิดระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน

1.2 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิดกับนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

1.3 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิดระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน



1.4 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิดกับนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

## ตอนที่ 2 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพเพื่อศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณ ผู้วิจัยนำเสนอ ดังนี้

- 2.1 ข้อมูลทั่วไปเกี่ยวกับโรงเรียน ครู และนักเรียน
- 2.2 พัฒนาการของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
- 2.3 พัฒนาการของความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณ

## ตอนที่ 1 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลในแต่ละตอนมีรายละเอียดได้ดังนี้

1.1 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิด ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน แสดงผลดังตารางที่ 8

ตารางที่ 8 แสดงค่ามัชฌิมเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S) และค่าที (t - test) ของคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนและหลังเรียนของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิด (คะแนนเต็ม 30 คะแนน)

กลุ่มทดลอง	$\bar{x}$	S	t	Sig.
ก่อนเรียน	14.93	3.331	6.053	.000*
หลังเรียน	17.90	3.689		

\*p< .05

จากตารางที่ 8 ผลปรากฏว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิดมีค่ามัชฌิมเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) ของคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนและหลังเรียนเท่ากับ 14.93 และ 17.90 ตามลำดับ และจากการทดสอบค่าที (t - Paired Sample Test) พบว่า นักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิด มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

1.2 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิด กับนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมแบบปกติแสดงดังตารางที่ 9

**ตารางที่ 9** แสดงค่ามัชฌิมเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S) และค่าที (t - test) ของคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ระหว่างนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิด กับนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ (คะแนนเต็ม 30 คะแนน)

กลุ่มตัวอย่าง	$\bar{x}$	S	t	Sig.
กลุ่มทดลอง	17.90	3.689	3.854	.000*
กลุ่มควบคุม	14.00	4.136		

\*p < .05

จากตารางที่ 9 ผลปรากฏว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิดและนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติมีค่ามัชฌิมเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) ของคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เท่ากับ 17.90 และ 14.00 ตามลำดับและจากการทดสอบค่าที (t - Independent Sample Test) พบว่า นักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิด มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

1.3 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิดระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน แสดงผลดังตารางที่ 10

**ตารางที่ 10** แสดงค่ามัชฌิมเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S) และค่าที (t - test) ของคะแนนความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณก่อนเรียนและหลังเรียนของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิด (คะแนนเต็ม 36 คะแนน)

กลุ่มทดลอง	$\bar{x}$	S	t	Sig.
ก่อนเรียน	15.73	2.9235	4.722	.000*
หลังเรียน	19.62	3.5005		

\*p < .05

จากตารางที่ 10 ผลปรากฏว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิดมีค่ามัชฌิมเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) ของคะแนนความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณก่อนและหลังเรียนเท่ากับ 15.733 และ 19.617 ตามลำดับ และจากการทดสอบค่าที (t - Paired Sample Test) พบว่า นักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิดมีความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

1.4 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิดกับนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ แสดงผลดังตารางที่ 11

**ตารางที่ 11** แสดงค่ามัชฌิมเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S) และค่าที่ (t - test) ของคะแนนความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิดกับนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ (คะแนนเต็ม 36 คะแนน)

กลุ่มตัวอย่าง	$\bar{x}$	S	t	Sig.
กลุ่มทดลอง	19.62	3.5005	4.514	.000*
กลุ่มควบคุม	15.97	2.7131		

\*p < .05

จากตารางที่ 11 ผลปรากฏว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิดและนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ มีค่ามัชฌิมเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) ของคะแนนความสามารถในการให้คิดอย่างมีวิจารณญาณเท่ากับ 19.617 และ 15.967 ตามลำดับและจากการทดสอบค่าที่ (t - Independent Sample Test) พบว่า นักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิด มีความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณหลังเรียนสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

## ตอนที่ 2 ผลการวิเคราะห์เชิงคุณภาพ

ผลการศึกษาวิจัยมีดังนี้

### 2.1 ข้อมูลทั่วไปเกี่ยวกับโรงเรียน ครู นักเรียนและชุมชน

#### 2.1.1 ข้อมูลทั่วไปเกี่ยวกับโรงเรียน

โรงเรียนที่ผู้วิจัยทำการทดลอง คือ โรงเรียนพุทธจักรวิทยา ซึ่งเป็นโรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเขต 2 สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ กรุงเทพมหานคร เปิดสอนในระดับมัธยมศึกษาปีที่ 1 ถึงชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 (ช่วงชั้นที่ 3 และ ช่วงชั้นที่ 4) มีทั้งหมด 21 ห้องเรียน ซึ่งช่วงชั้นที่ 3 มีห้องเรียนระดับชั้นละ 3 ห้องเรียน ช่วงชั้นที่ 4 มีห้องเรียนระดับชั้นละ 4 ห้องเรียน แบ่งออกเป็น 4 แผนได้แก่ แผนการเรียนวิทย์-คณิต แผนการเรียนอังกฤษ - คณิต แผนการเรียนอังกฤษ-ฝรั่งเศส - จีน และแผนการเรียนทั่วไป ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีจำนวนนักเรียนเฉลี่ยห้องละ 30 คน โดยห้องที่ 1 ถึงห้อง 3 เป็นนักเรียนที่เรียนในแผนการเรียนวิทย์ - คณิต

#### 2.1.2 ข้อมูลทั่วไปเกี่ยวกับครู

ในปีการศึกษา 2556 โรงเรียนพุทธจักรวิทยามีครูทั้งหมด 43 คน เป็นครูในกลุ่มสาระคณิตศาสตร์จำนวน 5 คน เป็นผู้สำเร็จการศึกษาระดับปริญญาตรี จำนวน 5 คน คิดเป็น 100% ซึ่งในระดับปริญญาตรีสำเร็จการศึกษาทางการสอนคณิตศาสตร์โดยตรงทั้งหมด 5 คน ด้านภาระงานในการสอนของครูในกลุ่มสาระคณิตศาสตร์ ครูแต่ละท่านได้รับมอบหมายให้สอนรายวิชาคณิตศาสตร์โดยเฉลี่ยประมาณ 18 คาบต่อสัปดาห์ รายวิชาอื่น ๆ เช่น กิจกรรมชุมนุม กิจกรรมลูกเสือ - เนตรนารี จริยธรรม และมีภาระงานอื่นที่นอกเหนือจากการสอน เช่น งานวิชาการ งานฝ่ายการเงิน งานฝ่ายปกครอง งานนโยบายและแผน เป็นต้น

#### 2.1.3 ข้อมูลทั่วไปเกี่ยวกับนักเรียน

ในปีการศึกษา 2556 โรงเรียนพุทธจักรวิทยามีจำนวนนักเรียนทั้งหมด 659 คน เป็นนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 91 คน นักเรียนกลุ่มทดลองมีจำนวน 30 คน และนักเรียนกลุ่มควบคุมมีจำนวน 30 คน นักเรียนทั้งสองกลุ่มมีผลการเรียนอยู่ในระดับปานกลาง มีความกระตือรือร้นในการเรียน ให้ความสนใจและให้ความร่วมมือในการทำกิจกรรมเป็นอย่างดี นักเรียนส่วนใหญ่อาศัยอยู่กับผู้ปกครอง ซึ่งผู้ปกครองของนักเรียนส่วนใหญ่ประกอบอาชีพ ค้าขาย และรับจ้าง

#### 2.1.4 ข้อมูลทั่วไปเกี่ยวกับชุมชน

โรงเรียนพุทธจักรวิทยา ตั้งอยู่บริเวณชุมชนวัดหัวลำโพง มีลักษณะเป็นวงกลม โดยด้านหน้าของโรงเรียนติดอยู่กับหลังวัดหัวลำโพง ประชาชนที่อาศัยอยู่ในชุมชนส่วนใหญ่มีอาชีพรับจ้างและอาชีพค้าขาย และเพียงส่วนน้อยที่มีอาชีพรับราชการ ประชาชนส่วนใหญ่นับถือศาสนาพุทธ สถานที่ตั้งโรงเรียนมีลักษณะเด่น คือ ตั้งใกล้ย่านธุรกิจและแหล่งบันเทิง (บริเวณถนน

พระราม 4 ถนนสุรวงศ์ ถนนสีลม ถนนวิฑูรย์และถนนสาทร) ตั้งอยู่ใกล้วัด สถานศึกษาและสถานที่ราชการที่เป็นแหล่งเรียนรู้ภายนอก ดังนี้ วัดหัวลำโพง พระอารามหลวง วัดแก้วแจ่มฟ้า วัดไตรมิตร จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย เป็นต้น

## 2.2 พัฒนาการของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

จากการศึกษาการพัฒนาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างทำกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิด ซึ่งประกอบด้วยกิจกรรม 5 ขั้นตอนคือ 1. ขั้นสร้างความสนใจ 2. ขั้นสำรวจค้นหา 3. ขั้นอธิบายและลงข้อสรุป 4. ขั้นขยายความรู้ และ 5. ขั้นประเมินผล ซึ่งผู้วิจัยได้ทำการวิเคราะห์การพัฒนาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์โดยนำข้อมูลที่เกิดขึ้นรวบรวมจากการทำใบกิจกรรม การตอบคำถาม และแบบสังเกตพฤติกรรม โดยมีรายละเอียดดังนี้

### สัปดาห์ที่ 1

ในสัปดาห์ที่ 1 เป็นช่วงแรกที่ผู้วิจัยได้เริ่มใช้กิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิด ซึ่งนักเรียนส่วนใหญ่ยังไม่คุ้นเคยกับรูปแบบการเรียนการสอน เมื่อพิจารณาจากใบกิจกรรมจะพบว่านักเรียนส่วนใหญ่สามารถสังเกตลักษณะร่วมที่สำคัญและความสัมพันธ์ของข้อมูลได้ แต่ไม่พบว่านักเรียนสามารถนำข้อมูลเหล่านั้นมาวิเคราะห์แล้วสร้างข้อคาดการณ์และให้สมาชิกในกลุ่มช่วยกันประเมินข้อคาดการณ์เหล่านั้น และนักเรียนส่วนใหญ่จะไม่สามารถนำข้อมูลมาขยายเป็นข้อสรุปได้ นักเรียนจะทำเพียงนำสิ่งที่นักเรียนสังเกตได้มาเป็นข้อสรุปโดยไม่มีการวิเคราะห์/เรียบเรียงเป็นข้อความที่แสดงความสัมพันธ์ของสิ่งเหล่านั้น และนอกจากนี้นักเรียนยังคงไม่ได้เก็บรวบรวมข้อมูลซึ่งเป็นสิ่งที่เป็นลักษณะร่วมเช่นกันซึ่งเป็นสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ ซึ่งทำให้ขาดข้อมูลที่สำคัญที่มีความสำคัญและจะทำให้ข้อสรุปนั้นสมบูรณ์และสามารถนำไปใช้กับกรณีทั่วไปได้ เมื่อนักเรียนต้องตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบหรือเมื่อนำไปเสนอหน้าชั้นเรียน นักเรียนส่วนใหญ่ไม่วิเคราะห์หรือพิจารณาที่จะนำ กฎ สูตร นิยามมาใช้อ้างอิงเพื่อสนับสนุนคำตอบหรือคำอธิบายของนักเรียน แต่นักเรียนจะทำการคาดการณ์เท่านั้นและตรวจสอบความถูกต้องของการคำนวณเท่านั้น ตลอดจนเมื่อมีโอกาสได้ลงมือทำใบกิจกรรมด้วยตนเองนักเรียนส่วนใหญ่ก็คำนึงถึงความถูกต้องของคำตอบ โดยการนำไปตรวจสอบกับสิ่งที่โจทย์ที่ให้ว่าตรงกันหรือไม่

2.1 จากตาราง สิ่งทีนักเรียนได้เรียนรู้คืออะไร $C^2 = a^2 + b^2$	1
.....	
.....	
.....	
2.2 นักเรียนคิดว่ารูปสามเหลี่ยมมุมฉากมีสมบัติอย่างไร เมื่อ $C$ สี่เหลี่ยมทั้งสี่แล้ว $C^2 = a^2 + b^2$	2

ภาพที่ 1 แสดงผลจากการทำใบกิจกรรม เรื่อง สมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

จากภาพที่ 1 เป็นตัวอย่างจากใบกิจกรรมของนักเรียนที่ให้นักเรียนเติมค่า  $c$  และค่าอื่น ๆ ลงในตาราง ซึ่งจากหมายเลข 1 แสดงให้เห็นว่านักเรียนสามารถสังเกตลักษณะร่วมและความสัมพันธ์ของความยาวด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากจากตารางที่แสดงความยาวด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากได้ โดยนักเรียนสามารถสังเกตได้ว่ากำลังสองของความยาวด้านที่ยาวที่สุดเท่ากับผลบวกของกำลังสองของความยาวด้านของด้านที่เหลือ และจากหมายเลข 2 นักเรียนไม่ได้รวบรวมข้อมูลอื่น ๆ ที่มีส่วนสำคัญต่อการสรุปสมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก โดยนักเรียนจะนำสิ่งที่นักเรียนสังเกตเห็นชัด คือ  $c$  มีค่ามากที่สุด มาขยายเป็นสมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

<p>ขั้นที่ 4 ตรวจสอบ</p> $BC^2 = AB^2 + AC^2$ $0.5^2 = 0.4 + 0.3^2$ $0.25 = 0.16 + 0.09$ $0.25 = 0.25 \text{ เป็จริง}$
--

ภาพที่ 2 แสดงผลจากการทำใบกิจกรรม เรื่อง สมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

จากภาพที่ 2 แสดงการตรวจสอบคำตอบของนักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มทดลองที่ไม่มีการนำสูตร กฎ นิยาม มาอ้างอิงเพื่อให้เป็นการสนับสนุนความถูกต้องและสมเหตุสมผลของคำตอบ นักเรียนเพียงแต่ตรวจสอบความถูกต้องจากการคำนวณเท่านั้น

<p>ขั้นที่ 4 ตรวจสอบ</p> $\Delta ABC, \quad AC^2 = AB^2 + BC^2$ $25^2 = 7^2 + BC^2$ $BC^2 = 625 - 49$ $= 576$ $\therefore BC = 24 \text{ ซม.}$ <p>พวกมันที่โง่ทงกัณหอ</p>
---

1

ภาพที่ 3 แสดงผลจากการทำใบกิจกรรม เรื่อง สมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

จากภาพที่ 3 เป็นการตรวจคำตอบของนักเรียนที่ยังคงไม่มีการอ้างอิงสูตร กฎ หรือหลักการทั่วไป จากหมายเลข 1 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนจะนำผลที่ได้จากการคำนวณไปตรวจกับสิ่งที่โจทย์กำหนดให้เท่านั้น



ชั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน

จากสมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากได้

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$AC^2 = 7^2 + 24^2$$

$$= 49 + 576$$

$$= 625$$

$$AC = 25$$

∴ AC = 25 ซม.

---

ชั้นที่ 4 ตรวจสอบ

จาก  $AC^2 = AB^2 + BC^2$

$$25^2 = 49 + 576$$

$$625 = 625 \text{ เป็นจริง}$$

\* AC เป็นด้านตรงข้ามมุมฉาก ดังนั้นคือมุมที่เล็ก

1  
2

**ภาพที่ 4** แสดงผลจากการทำใบกิจกรรม เรื่อง สมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก จากภาพที่ 4 เป็นผลจากการทำกิจกรรมของนักเรียน 1 กลุ่มที่พยายามใช้สมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากมาอ้างอิงและสนับสนุนความถูกต้องของคำตอบที่ได้จากการแก้ปัญหาควบคู่ไปกับการตรวจสอบความถูกต้องจากการคำนวณ จากหมายเลข 1 แสดงให้เห็นการตรวจสอบความถูกต้องจากการคำนวณ และหมายเลข 2 แสดงให้เห็นว่านักเรียนยังนำสมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากไปใช้ในการสนับสนุนผลที่ได้จากการแก้ปัญหา

### สัปดาห์ที่ 2

สัปดาห์ที่ 2 เมื่อให้นักเรียนทำกิจกรรมกลุ่มและช่วยกันทำใบกิจกรรมต่าง ๆ ซึ่งจากการสังเกตพบว่านักเรียนแต่ละคนก็ช่วยกันสังเกตลักษณะร่วมและนำมาวิเคราะห์ถึงความสัมพันธ์ของสิ่งเหล่านี้ได้ โดยมีสมาชิกในกลุ่มช่วยเสนอความคิดของตนเอง และสมาชิกคนอื่น ๆ ช่วยกันพิจารณา ซึ่งนักเรียนบางคนเริ่มสนใจข้อมูลต่างที่จะนำมาใช้ประกอบในการลงข้อสรุปได้ และจากใบกิจกรรมพบว่า บางครั้งถึงแม้นักเรียนจะเริ่มสนใจนำข้อมูลอื่น ๆ มาสร้างเป็นข้อสรุปแล้วก็ตาม แต่ก็ยังขาดข้อมูลที่มีความสำคัญต่อการนำมาสร้างเป็นความรู้ใหม่ หลังจากนั้นนักเรียนก็ช่วยกันนำข้อมูลต่าง ๆ โดยนักเรียนบางส่วนสามารถนำข้อมูลที่คิดว่าสำคัญมาเขียนเป็นข้อความและใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ประกอบได้อย่างถูกต้อง ในสัปดาห์ที่ 2 นี้ ยังได้เห็นนักเรียนถึง 2 กลุ่มสามารถนำหลักการของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัยไปใช้ในการหาความสัมพันธ์ระหว่างพื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากได้ และเมื่อนักเรียนนำทฤษฎีบทพีทาโกรัสไปแก้ปัญหาแล้ว นักเรียนบางส่วนเริ่มให้เหตุผลประกอบการอธิบายทั้งในกลุ่มหรือหน้าชั้นเรียนและนำไปสนับสนุนคำตอบร่วมกับการตรวจสอบจากการคำนวณแม้ว่าจะถูกบ้างผิดบ้างก็ตาม

ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน	
$\Delta OBD, OB^2 = OD^2 + BD^2$	$\Delta OCD, OC^2 = OD^2 + CD^2$
$10^2 = 6^2 + BD^2$	$x^2 = 6^2 + 15^2$
$BD^2 = 100 - 36$	$= 64 + 225$
$BD = 8$	$= 289$
$\therefore BD = 8 \text{ ซม.}$	$x = 17 \text{ ซม.}$
$CD = 21 - 6 = 15 \text{ ซม.}$	
ขั้นที่ 4 ตรวจสอบ	
เพราะ $\Delta OCD$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ดังนั้น	
$OC$ มีค่าเท่ากับ $OC$ หรือ $OC = 17$ เป็นด้านที่มี	
ตรงมุมฉากที่ $C$ และ $\Delta OCD, OC^2 = OD^2 + CD^2$	
จะได้ $17^2 = 6^2 + CD^2$	
$CD^2 = 289 \text{ ซม.}$	
$\therefore CD = 17 \text{ ซม.}$	
ซึ่งตรงกับที่ โจทย์กำหนด	

### ภาพที่ 5 แสดงผลจากการทำใบกิจกรรม เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

จากภาพที่ 5 เป็นการตรวจคำตอบของนักเรียนที่มีการใช้สมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก สนับสนุนความถูกต้องของคำตอบ จากหมายเลข 1 นักเรียนนำสมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากมาใช้เพื่อสนับสนุนคำตอบที่ได้จากการคำนวณและนำผลที่ได้จากการคำนวณไปตรวจสอบกับโจทย์ที่กำหนดให้ ดังหมายเลข 2

1. นักเรียนมีวิธีการอย่างไรในการหาความสัมพันธ์ระหว่างพื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก และสามารถสรุปความสัมพันธ์ได้อะไร	1
นักเรียนได้ลองทำโจทย์แล้วพบว่าใช้วิธีนี้ได้ดีกว่าวิธีอื่นที่คิดไว้ก่อนหน้า และสรุปได้ว่าวิธีนี้ใช้ได้กับทุกกรณี	2

### ภาพที่ 6 แสดงผลจากการทำใบกิจกรรม เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

จากภาพที่ 6 เป็นตัวอย่างการสังเกตและวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านตรงข้ามมุมฉากกับด้านประกอบมุมฉากและนำมาขยายเป็นหลักการทั่วไป โดยนักเรียนนำสิ่งที่นักเรียนค้นพบ ดังหมายเลข 1 และนักเรียนสามารถขยายไปเป็นทฤษฎีบทพีทาโกรัสได้ แต่ข้อสรุปที่

นักเรียนค้นพบนั้นยังขาดบางส่วนที่สำคัญซึ่งทำให้หลักการนั้นยังไม่ครบถ้วนเพราะพื้นที่ที่อยู่บนด้านของรูปสามเหลี่ยมนั้นต้องเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส

1. นักเรียนมีวิธีการอย่างไรในการหาความสัมพันธ์ระหว่างพื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก และสามารถสรุปความสัมพันธ์ได้ว่าอะไร		
1	สังเกตความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก	1
2	ทุกพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก	
3	สังเกตพื้นที่ของสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านตรงข้ามมุมฉาก และ ด้านประกอบจะ) ได้ความสัมพันธ์ดังนี้	
พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านตรงข้ามมุมฉาก เท่ากับผลรวมของพื้นที่บนด้านประกอบมุมฉาก		2
<div style="border: 1px solid black; padding: 10px; margin-top: 10px;"> <p>สำหรับรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านตรงข้ามมุมฉาก เท่ากับผลรวมของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส บนด้านประกอบมุมฉาก</p> </div>		

ภาพที่ 7 แสดงผลจากการทำใบกิจกรรม เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

จากภาพที่ 7 เป็นตัวอย่างจากใบกิจกรรมของนักเรียน ที่นักเรียนนำหลักการของการให้เหตุผลแบบอุปนัยไปใช้ในการสร้างความรู้ใหม่ ซึ่งจากหมายเลข 1 จะพบว่านักเรียนพยายามกำหนดความยาวด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากและนำมาหาพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากและนักเรียนในกลุ่มช่วยสังเกตลักษณะที่เหมือนกันและความสัมพันธ์ของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส และสามารถขยายไปเป็นทฤษฎีบทพีทาโกรัสได้ ดังหมายเลข 2

ชั้นที่ 4 ตรวจสอบ

$$\triangle STP, SP^2 = ST^2 + PT^2$$

$$13^2 = 12^2 + PT^2$$

$$\therefore PT^2 = 169 - 144 = 25$$

$$PT = 5 \text{ (ตรงกัน/จริง)}$$

คือตรงกับสมบัติของสามเหลี่ยมมุมฉากที่ด้านตรงข้ามมุมฉากคือด้านที่ยาวที่สุด ซึ่ง  $SP = 13$  เป็นด้านตรงข้ามด้านที่ยาวที่สุดคือ  $ST$

(1)

(2)

ภาพที่ 8 แสดงผลจากการทำใบกิจกรรม เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

จากภาพที่ 8 นักเรียนนำผลที่ได้จากการคำนวณไปตรวจสอบกับสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ ดังหมายเลข 1 และนักเรียนยังนำสมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากมาใช้ประกอบในการสนับสนุนความถูกต้องในการแก้ปัญหา ดังหมายเลข 2

ชั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน

$$\triangle ABC, AB^2 = AC^2 + BC^2$$

$$= 6^2 + 8^2$$

$$\therefore AB = 10$$

AB คือเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลมจะได้

$$r = 5 \text{ ซม. เพราะ}$$

รัศมีเท่ากับครึ่งหนึ่งของเส้นผ่านศูนย์กลาง

(1)

ชั้นที่ 4 ตรวจสอบ

$$\triangle ABC, AC = 9, BC = 6, AB = 10$$

$$AB^2 = AC^2 + BC^2$$

$$10^2 = 81 + 36$$

$$BC = 36$$

$$BC = 6 \text{ ซม. ตรงกัน/จริง}$$

(2)

$\triangle ABC$  เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ที่มี  $AB = 10$  คือเส้นผ่านศูนย์กลาง เพราะเป็นด้านตรงข้ามมุมฉาก

(3)

ภาพที่ 9 แสดงผลจากการทำใบกิจกรรม เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

จากภาพที่ 9 เป็นตัวอย่างจากการทำใบกิจกรรมของนักเรียน ซึ่งจากหมายเลข 1 แสดงให้เห็นว่านักเรียนนำความรู้เรื่องเส้นผ่านศูนย์กลางมาใช้ในการสนับสนุนว่าทำไม รัศมียาวเท่ากับ 5 และนอกจากการตรวจสอบผลที่ได้จากการคำนวณกับสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ตามหมายเลข 2 แล้ว จากหมายเลข 3 แสดงให้เห็นว่านักเรียนสามารถนำสมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากมาใช้ในการสนับสนุนความถูกต้องอีกด้วย

### สัปดาห์ที่ 3

นักเรียนส่วนใหญ่ในแต่ละกลุ่มมีความกระตือรือร้นในการร่วมกิจกรรมกลุ่มในชั้นเรียนกล้าที่จะอธิบายและให้เหตุผลเพื่อสนับสนุนความคิดของตนเอง เมื่อให้นักเรียนร่วมกิจกรรมกลุ่มจากแบบสังเกตพฤติกรรมพบว่านักเรียนส่วนใหญ่ในแต่ละกลุ่มสามารถสังเกตและวิเคราะห์ความสัมพันธ์ได้ด้วยตนเองและวิเคราะห์ความสัมพันธ์ได้อย่างถูกต้องแล้วนักเรียนนำสิ่งที่ได้สังเกตได้รวมไปถึงความสัมพันธ์ของสิ่งเหล่านั้นมาสร้างเป็นข้อสรุปได้ ซึ่งเมื่อครูเดินสังเกตการทำกิจกรรมจะพบว่านักเรียนส่วนใหญ่จะช่วยกันเก็บรวบรวมข้อมูลต่าง ๆ ที่จะนำมาสร้างเป็นข้อสรุป โดยจะเห็นได้ชัดว่านักเรียนไม่ได้นำข้อมูลทุกอย่างที่สังเกตได้มาเป็นข้อสรุปหรือนำสิ่งที่ได้จากการสังเกตมาสร้างข้อสรุปเท่านั้น แต่นักเรียนจะช่วยกันพิจารณาว่าข้อมูลนั้นเกี่ยวข้องและเป็นส่วนที่สำคัญและจำเป็นต้องปรากฏอยู่ในข้อสรุปด้วยหรือไม่ตลอดจนนักเรียนช่วยกันนำมาเขียนเรียบเรียงเป็นข้อสรุปหรือองค์ความรู้ใหม่ด้วยภาษาของตนเอง และเมื่อพิจารณาไปกิจกรรมของนักเรียนพบว่าในการแก้ปัญหาของนักเรียน นักเรียนก็สามารถที่เลือกความรู้ ภูมิ หรือนิยามมาใช้ได้อย่างถูกต้องเหมาะสมและเมื่อนักเรียนได้มีโอกาสออกมานำเสนอหน้าชั้นเรียน ถึงแม้ว่าตัวแทนกลุ่มที่ออกมาแนะนำเสนอนั้นจะเป็นนักเรียนที่ไม่ค่อยกล้าแสดงความคิดเห็นในสัปดาห์แรกก็สามารถที่อธิบายถึงเหตุผลต่าง ๆ ทั้งที่ถูกต้องและไม่ถูกต้องมาสนับสนุนวิธีการแก้ปัญหาหรือคำตอบได้อย่างถูกต้อง

1.1) จากการสังเกต รูปภาพที่อยู่ในกลุ่มดอกลมะลิ และไม่ใช้ดอกลมะลิมีลักษณะต่างกันอย่างไร ดอกลมะลิ - มีขนาด C ในขนาด AC มีความยาว มีขนาดของดอกลมะลิ $AB = AC + BC$ ไม่ใช่ดอกลมะลิ - ไม่มีขนาด $AB \neq AC + BC$	1
1.2) นักเรียนสรุปลักษณะของรูปภาพที่อยู่ในกลุ่มดอกลมะลิได้อย่างไร รูปสามเหลี่ยม ABC กำลังสองของความยาวด้าน ด้านหรือเท่ากับ ผลบวกของกำลังสองของความ ยาวด้านที่เหลือ แล้วรูปสามเหลี่ยม ABC เป็น	2
รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก	

ภาพที่ 10 แสดงผลการทำใบกิจกรรม เรื่อง บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส

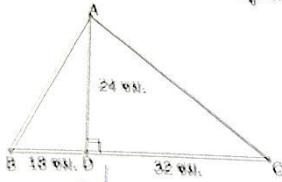
จากภาพที่ 10 เป็นตัวอย่างการตอบคำถามของนักเรียน ซึ่งจากหมายเลข 1 แสดงให้เห็นว่านักเรียนสามารถสังเกตลักษณะที่เหมือนกันและความสัมพันธ์ของรูปภาพที่อยู่ในแต่ละกลุ่ม และสามารถพิจารณาความแตกต่างของรูปภาพที่ปรากฏในแต่ละกลุ่มได้ นอกจากนี้นักเรียนส่วนใหญ่สามารถเลือกข้อมูลที่มีความสำคัญและจำเป็นจะต้องปรากฏอยู่ในหลักการทั่วไปมาสร้างเป็นกฎหรือหลักการทั่วไปได้อย่างครบถ้วนด้วยภาษาของตนเอง ดังหมายเลข 2



<p>1.1) จากการสังเกต รูปภาพที่อยู่ในกลุ่มดอกมะลิ และไม่ใช่ดอกมะลิมีลักษณะต่างกันอย่างไรร</p> <p>ใน 1 ดอกมีดอกมะลิ คือ หงอก หงอก หรือ หงอก คือ หงอก และ <math>AB^2 = AC^2 + CB^2</math> ต่างกับที่ใน 1 ดอกมีไม่ใช่ดอกมะลิ คือ หงอก หงอก หรือ หงอก เป็นสองเท่าที่ต่างกัน</p>	1
<p>1.2) นักเรียนสรุปลักษณะของรูปภาพที่อยู่ในกลุ่มดอกมะลิ ได้อย่างไร</p> <p><math>AB^2 = AC^2 + CB^2</math> และ หงอก เป็น <math>\Delta ABC</math> มีด้านยาว <math>a, b</math> และ <math>c</math> หน้า และ หงอก และ หงอก หน้า <math>C</math> หน้า เป็นด้านตรงข้ามมุมฉาก</p>	2

ภาพที่ 11 แสดงผลการทำใบกิจกรรม เรื่อง บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส

จากภาพที่ 11 เป็นตัวอย่างใบกิจกรรมของนักเรียนที่สามารถสังเกตลักษณะที่เหมือนกันและความสัมพันธ์ของรูปภาพได้ ดังหมายเลข 1 และสามารถขยายไปสู่กฎ หรือหลักการทั่วไปได้เช่นกัน โดยนักเรียนไม่ได้นำข้อมูลที่สังเกตได้ทั้งหมดมาใช้ในการสรุปลักษณะของรูปภาพที่อยู่ในกลุ่มดอกมะลิ ซึ่งจากการสังเกตในระหว่างที่นักเรียนกำลังนำข้อมูลที่ได้จากการสังเกตมาขยายไปสู่กฎหรือหลักการทั่วไป พบว่า นักเรียนนำข้อมูลที่แต่ละส่วนโดยเรียงจากสิ่งที่จำเป็นต้องมีก่อนเป็นอันดับแรกและนำข้อมูลต่าง ๆ มาต่อจนเป็นข้อความที่สมบูรณ์ครบถ้วนด้วยภาษาและความเข้าใจของนักเรียนเอง

<p>1. จงแสดงว่ารูปสามเหลี่ยมในข้อต่อไปนี้เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก</p> <p>1)</p>  <p>วิธีทำ</p> <p><math>\Delta ABC, AB = AD + BD</math></p> <p><math>AB = 24 + 18</math></p> <p><math>= 54 + 324</math></p> <p><math>= 900</math></p> <p><math>\therefore AB = 30</math> ซม.</p> <p><math>\Delta ACD, AC = AD + CD</math></p> <p><math>= 24 + 32</math></p> <p><math>= 576 + 1024</math></p> <p><math>= 1600</math></p> <p><math>AC = 40</math> ซม.</p>	<p><math>\Delta ABC</math></p> <p>ในกรณีที่ยาวที่สุดคือ <math>C = 50</math></p> <p><math>a = 30, b = 40</math></p> <p><math>a^2 = 900, b^2 = 1600, c^2 = 2500</math></p> <p><math>a + b = 2500</math></p> <p><math>\therefore c = a + b</math></p> <p>ดังนั้น <math>\Delta ABC</math> เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากจากเท่า: BC</p> <p><math>= c</math> ซม. เป็นด้านตรงข้ามมุมฉาก</p>	1
--	--	---

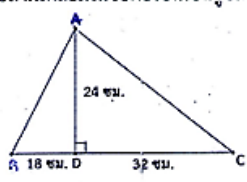
ภาพที่ 12 แสดงผลการทำใบกิจกรรม เรื่อง บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส

จากภาพที่ 12 เป็นตัวอย่างจากใบกิจกรรม ซึ่งจากหมายเลข 1 แสดงให้เห็นว่านักเรียนสามารถเลือกสูตร กฎ หลักการมาใช้อ้างอิงได้อย่างถูกต้องเหมาะสมแม้ว่าในใบกิจกรรมนักเรียนจะ

ไม่ได้ระบุว่ามุมใดเป็นมุมฉาก แต่เมื่อนำเสนอหน้าชั้นเรียนนักเรียนก็สามารถอธิบายพร้อมกับให้เหตุผลได้และสามารถนำเสนอสมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากมาช่วยให้นักเรียนสรุปได้ว่ามุม A เป็นมุมฉาก

1. จงแสดงว่ารูปสามเหลี่ยมในข้อต่อไปนี้เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

1)



วิธีทำ

$\Delta ABD, AB^2 = AD^2 + BD^2$	$\Delta ABC, a = 30$
$= 24^2 + 18^2$	$b = 40, c = 50$
$= 576 + 324$	จะได้ $a^2 = 900$
$= 900$	$b^2 = 1,600$
$\therefore AB = 30$ ซม.	$c^2 = 2,500$
$\Delta CD, BC^2 = CD^2 + DC^2$	ดังนั้น $c^2 = a^2 + b^2$
$= 24^2 + 32^2$	$\therefore \Delta ABC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก
$c^2 = 576 + 1024$	ที่ $\hat{A}$ เป็นมุมฉาก
$= 1,600$	
$\therefore c = 40$ ซม.	

ภาพที่ 13 แสดงผลการทำใบกิจกรรม เรื่อง บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส

จากภาพที่ 13 แม้ว่าจากใบกิจกรรมจะไม่มีอ้างอิง สูตร กฎ หลักการ แต่ในระหว่างที่

นักเรียนอธิบายหน้าชั้นเรียน นักเรียนสามารถอธิบายได้ว่าทำไม  $\hat{A}$  เป็นมุมฉากเพราะอะไร โดยอ้างอิงอ้างอิง สูตร กฎ หลักการ

#### สัปดาห์ที่ 4

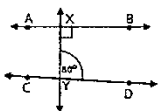
สัปดาห์ที่ 4 จากแบบสังเกตพบว่านักเรียนส่วนใหญ่สามารถสังเกตลักษณะร่วมของข้อมูลได้และนำมาวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ได้อย่างถูกต้อง และจากการสังเกตระหว่างที่นักเรียนทำกิจกรรมกลุ่มอยู่นั้นนักเรียนในกลุ่มก็สามารถที่จะประเมินข้อคาดการณ์ของกลุ่มตนเองเพื่อพิจารณาถึงข้อมูลต่าง ๆ ที่จะนำไปสร้างเป็นข้อสรุปที่เป็นองค์ความรู้ใหม่ได้อย่างถูกต้องและสมบูรณ์ โดยจากใบกิจกรรมของนักเรียนพบว่านักเรียนส่วนใหญ่สามารถนำข้อมูลต่าง ๆ มาขยายเป็นทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยามได้ แต่ก็มีนักเรียนอยู่ 1 กลุ่ม เมื่อนำข้อมูลต่าง ๆ ที่ได้จากการสังเกตหรือวิเคราะห์มาสร้างเป็นข้อสรุปนั้น ยังขาดข้อมูลบางประการอยู่และในระหว่างที่ทำกิจกรรมกลุ่มหรือการออกไปนำเสนอหน้าชั้นเรียน นักเรียนก็สามารถที่จะเลือกกฎ หลักเกณฑ์ หรือหลักทั่วไปมาใช้เพื่ออ้างอิง หรือนำมาใช้เพื่อหาสรุปของกรณีเฉพาะที่สอดคล้องและอยู่ในขอบเขตของกฎ หลักเกณฑ์หรือหลักการทั่วไปได้อย่างถูกต้อง ซึ่งนักเรียนที่ไม่เคยแสดงเหตุผลเลยแม้ในกลุ่มหรือหน้าชั้นเรียนก็สามารถที่จะให้เหตุผลประกอบการอธิบายได้แม้จะเป็นเหตุผลสั้น ๆ ก็ตาม

<p>1. จากการสังเกต รูปในกลุ่มดอกมะลิ มีลักษณะเป็นอย่างไร          สี่เหลี่ยมในดอกมะลิ มีสองเส้นขนาน และสี่เหลี่ยมในดอกมะลิ สี่เหลี่ยมมุมที่อยู่ภายในเส้นขนานคู่หนึ่ง          และมุมยอดรูปในดอก ออกนอกความขนานในมุม มุมๆ ข้างเดิมภายในของเส้นขนาน</p>	1
<p>2. รูปที่อยู่ในกลุ่มดอกมะลิและในกลุ่มไม้ไซดอกมะลิมีลักษณะแตกต่างกันอย่างไร          หงุดหงิดรูปสี่เหลี่ยมในดอกมะลิ สี่เหลี่ยมมุมภายใน เส้นตรงคู่หรือเงาเงา แต่รูปสี่เหลี่ยม 9 รูปมุม 12 รูป          ดอกมะลิ มีสี่เหลี่ยมมุมภายใน และภายในของดอกมะลิตรง</p>	2
<p>3. จากข้อมูลข้างต้นนักเรียนคิดว่าดอกมะลิคืออะไรและไม่ใช่นอกดอกมะลิคืออะไร          ดอกมะลิ คือ สี่เหลี่ยมมุมภายใน เส้นตรงคู่สองเส้น และ มุมๆ ข้างเดิมภายใน ของเส้นขนาน          ไม่ใช่ดอกมะลิ คือ สี่เหลี่ยมมุมภายใน เส้นตรง คู่สองเส้น แต่มุมจุด ข้างกับ เส้นขนาน</p>	2

ภาพที่ 14 แสดงผลการทำใบกิจกรรม เรื่อง เส้นขนาน

จากภาพที่ 14 เป็นตัวอย่างจากใบกิจกรรม ซึ่งแสดงถึงความสามารถของนักเรียนในการสังเกตลักษณะร่วมของรูปที่อยู่กลุ่มดอกมะลิ แสดงดังหมายเลข 1 และนอกจากนี้ยังสามารถนำข้อมูลที่ได้จากจากการพิจารณาลักษณะที่แตกต่างกันของรูปที่อยู่ในกลุ่มดอกมะลิและในกลุ่มไม้ไซดอกมะลิ ดังหมายเลข 2 และสามารถเลือกใช้ข้อมูลจากหมายเลข 1 และ 2 ไปช่วยในการหาข้อสรุปได้ถูกต้องดังหมายเลข 3

5.

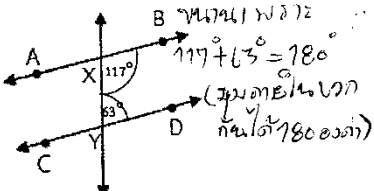


จากรูปนักเรียนคิดว่าเส้นตรงคู่นี้ขนานกันเพราะเหตุใด และจะต้องเปลี่ยนแปลงส่วนใดและอย่างไรเพื่อให้เส้นตรงคู่นี้ขนานกัน

ถ้าจะขนานกัน เพราะ: จากภาพจะเห็นว่ามุมที่อยู่ข้างเดียวกันของเส้นตรงคู่หนึ่ง (มุมภายใน) 190 องศา และถ้ามุมนี้จะเปลี่ยนเป็น 90 องศาเส้นตรงคู่หนึ่ง จะขนานกัน ๒ มุมรวม  $\times 40$  ให้ได้ ๑๘๐ องศา

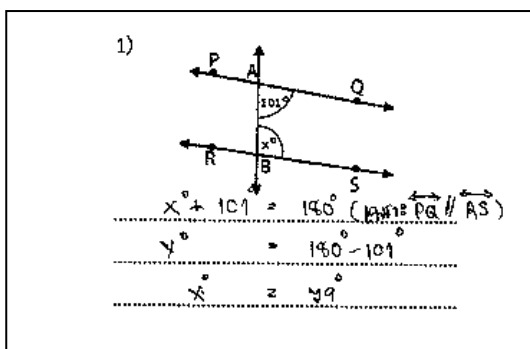
ภาพที่ 15 แสดงผลการทำใบกิจกรรม เรื่อง เส้นขนาน

1. เส้นตรงแต่ละคู่ต่อไปนี้ ขนานกันหรือไม่ เพราะเหตุใด

1) 
 B ขนานกับ A เพราะ  $117 + 63 = 180$   
 (มุมภายในในพวกกันจะได้ 180 องศา)

ภาพที่ 16 แสดงผลการทำใบกิจกรรม เรื่อง เส้นขนาน





ภาพที่ 17 แสดงผลการทำงานใบกิจกรรม เรื่อง เส้นขนาน

จากภาพที่ 15 - 17 เป็นตัวอย่างแสดงความสามารถของนักเรียนในการนำ สูตร กฎ หลักการที่เกี่ยวกับเรื่องเส้นขนานมาใช้สนับสนุนความคิดหรือคำตอบของตนเอง

ผู้วิจัยได้ข้อมูลจากใบกิจกรรม การสังเกตในชั้นเรียนและแบบสังเกตพฤติกรรมมาสรุปเป็น พัฒนาการของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ดังแสดงในตารางที่ 12

ตารางที่ 12 แสดงพัฒนาการของความสามารถในการให้เหตุผลแบบอุปนัย

พฤติกรรม	สัปดาห์ที่ 1	สัปดาห์ที่ 2	สัปดาห์ที่ 3	สัปดาห์ที่ 4
การสังเกต ลักษณะร่วมหรือ แบบแผนของ ข้อมูล	นักเรียนส่วนใหญ่ สามารถสังเกต ลักษณะร่วมหรือ แบบแผนของ ข้อมูลได้	นักเรียนส่วนใหญ่ มีพฤติกรรม เช่นเดียวกับ สัปดาห์ที่ 2	นักเรียนทุกคน สามารถสังเกต ลักษณะร่วมหรือ แบบแผนของ ข้อมูลได้	นักเรียนทุกคนมี พฤติกรรมเช่น เดียวกับสัปดาห์ ที่ 3
วิเคราะห์ความ สัมพันธ์ของ ข้อมูลได้	นักเรียนบางส่วน สามารถวิเคราะห์ ความสัมพันธ์ของ ข้อมูลได้	นักเรียนส่วนใหญ่ เริ่มมีการเปลี่ยน แปลงโดยสามารถ วิเคราะห์ความ สัมพันธ์ข้อมูลได้ แต่อาจถูกต้อง บ้าง ไม่ถูกต้อง บ้าง	นักเรียนส่วนใหญ่ สามารถวิเคราะห์ ความสัมพันธ์ได้ อย่างถูกต้องมาก ยิ่งขึ้น	นักเรียนส่วนใหญ่ มีพฤติกรรมเช่น เดียวกับสัปดาห์ ที่ 3
นำข้อมูลที่สังเกต และวิเคราะห์มา สร้างข้อ คาดการณ์	นักเรียนไม่นำ ข้อมูลที่ได้จาก การสังเกตและ วิเคราะห์มาสร้าง ข้อคาดการณ์	นักเรียนบางส่วน เริ่มที่จะสนใจใน การสร้างข้อคาด การณ์ก่อนที่จะ สร้างเป็นข้อสรุป	นักเรียนส่วนใหญ่ นำข้อมูลต่าง ๆ ที่ ได้มาวิเคราะห์ และสร้างเป็นข้อ คาดการณ์ก่อนที่จะ สร้างข้อสรุป	นักเรียนส่วนใหญ่ มีพฤติกรรม เช่นเดียวกันกับ สัปดาห์ที่ 3
ประเมินข้อ คาดการณ์	ไม่พบว่านักเรียน มีการประเมินข้อ คาดการณ์	ไม่พบว่านักเรียน มีการประเมินข้อ คาดการณ์	นักเรียนบางส่วน เริ่มสนใจที่จะ ประเมินความ ถูกต้องของข้อ คาดการณ์ก่อน	นักเรียนส่วนใหญ่ สามารถประเมิน ความถูกต้องและ ครบถ้วนของข้อ คาดการณ์ได้

พฤติกรรม	สัปดาห์ที่ 1	สัปดาห์ที่ 2	สัปดาห์ที่ 3	สัปดาห์ที่ 4
หาข้อสรุปได้	สร้างข้อสรุปจาก สิ่งที่นักเรียน สังเกตได้	นักเรียนส่วนใหญ่ นำข้อมูลต่าง ๆ มาสร้างเป็น ข้อสรุปแต่ก็ยัง ขาดข้อมูล บางส่วนไป	นักเรียนบางส่วน เริ่มเปลี่ยนแปลง พฤติกรรมการ สร้างข้อสรุปโดย จะมีการพิจารณา ความเกี่ยวข้อง และความสำคัญ และความจำเป็น ของข้อมูลนั้น ก่อนที่จะสร้าง ข้อสรุป	นักเรียนส่วนใหญ่ สร้างข้อสรุปได้ อย่างถูกต้อง
ขยายข้อสรุปไปสู่ กฎเกณฑ์หรือ หลักการทั่วไปได้	ไม่สามารถขยาย ข้อสรุปไปสู่ กฎเกณฑ์หรือ หลักการทั่วไปได้	พบนักเรียน บางส่วนขยาย ข้อสรุปไปสู่ กฎเกณฑ์ทั่วไป แต่ยังขาดข้อมูล บางส่วน	นักเรียนมีการ เปลี่ยนแปลง พฤติกรรมคือ นักเรียนส่วนใหญ่ สามารถขยาย ข้อสรุปไปสู่ กฎเกณฑ์ทั่วไปได้ อย่างถูกต้องด้วย ภาษาของ นักเรียนเอง	นักเรียนส่วนใหญ่ มีพฤติกรรม เช่นเดียวกันกับ สัปดาห์ที่ 3

ผู้วิจัยได้ข้อมูลจากใบกิจกรรม การสังเกตในชั้นเรียนและแบบสังเกตพฤติกรรมมาสรุปเป็น  
พัฒนาการของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ดังแสดงในตารางที่ 13  
ตารางที่ 13 แสดงพัฒนาการของความสามารถในการให้เหตุผลแบบนิรนัย

พฤติกรรม	สัปดาห์ที่ 1	สัปดาห์ที่ 2	สัปดาห์ที่ 3	สัปดาห์ที่ 4
พิจารณา ขอบเขตของ ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม	ไม่พบว่านักเรียน มีการพิจารณา ขอบเขตของ ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม	ไม่พบว่านักเรียน มีการพิจารณา ขอบเขตของ ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม	นักเรียนบางส่วน เริ่มพิจารณา ขอบเขตของ ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม ก่อนที่จะนำไปใช้	พบว่านักเรียน ส่วนใหญ่ พิจารณาขอบเขต ของทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม ก่อนที่จะนำไปใช้

พฤติกรรม	สัปดาห์ที่ 1	สัปดาห์ที่ 2	สัปดาห์ที่ 3	สัปดาห์ที่ 4
วิเคราะห์ความสัมพันธ์ของทฤษฎีบทกฎ สูตร นิยาม และกับกรณีเฉพาะ	นักเรียนไม่พิจารณาขอบเขตของทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยามและกับกรณีเฉพาะ	นักเรียนไม่พิจารณาขอบเขตของทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยามและกับกรณีเฉพาะ	นักเรียนบางส่วนเริ่มสนใจพิจารณาขอบเขตของทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยามและกับกรณีเฉพาะ	นักเรียนส่วนใหญ่พิจารณาขอบเขตของทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยามและกับกรณีเฉพาะ
พิจารณาและเลือกทฤษฎีบทกฎ สูตร นิยามได้ถูกต้อง	นักเรียนไม่พิจารณาและเลือกทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยามได้ถูกต้อง	นักเรียนบางส่วนเริ่มพิจารณาและเลือกทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยามได้ถูกต้อง	นักเรียนมีพฤติกรรมเช่นเดียวกันกับสัปดาห์ที่ 2	นักเรียนส่วนใหญ่พิจารณาและเลือกทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยามได้ถูกต้อง
ใช้ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม ในการหาข้อสรุปของกรณีเฉพาะได้ถูกต้อง	นักเรียนไม่ใช้ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม ในการหาข้อสรุปของกรณีเฉพาะได้ถูกต้อง	นักเรียนบางส่วนเริ่มใช้ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม ในการหาข้อสรุปของกรณีเฉพาะได้ถูกต้อง	นักเรียนส่วนใหญ่มีพฤติกรรมเช่นเดียวกันกับสัปดาห์ที่ 2	นักเรียนส่วนใหญ่มีพฤติกรรมเปลี่ยนไปคือนักเรียนสามารถใช้ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม ในการหาข้อสรุปของกรณีเฉพาะได้ถูกต้อง
ตรวจสอบและประเมินความถูกต้องของข้อสรุปโดยใช้ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม	นักเรียนไม่ตรวจสอบและประเมินความถูกต้องของข้อสรุปโดยใช้ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม	นักเรียนบางส่วนตรวจสอบและประเมินความถูกต้องของข้อสรุปโดยใช้ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม	นักเรียนส่วนใหญ่ตรวจสอบและประเมินความถูกต้องของข้อสรุปโดยใช้ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม	นักเรียนส่วนใหญ่มีพฤติกรรมเช่นเดียวกันกับสัปดาห์ที่ 3

## 2.3 พัฒนาการของความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณ

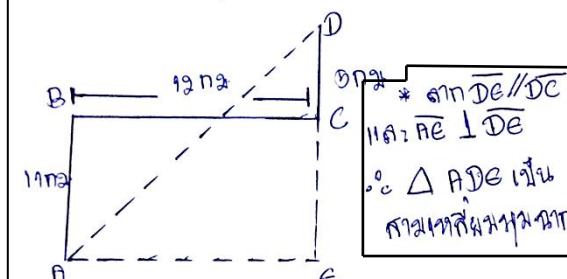
### สัปดาห์ที่ 1

สัปดาห์ที่ 1 เป็นสัปดาห์แรกที่ผู้วิจัยเริ่มใช้กิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิด นักเรียนส่วนใหญ่ยังไม่คุ้นเคยกับการเรียนการสอน และยังไม่ค่อยมีการโต้ตอบทั้งกับเพื่อนในกลุ่มและกับครู แต่ในระหว่างที่นักเรียนทำกิจกรรมกลุ่มมีนักเรียน 1 กลุ่มนั้นพยายามพิจารณาและไตร่ตรองว่าข้อสรุปที่นักเรียนได้นั้นเป็นจริงหรือไม่ โดยพิจารณาจากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และมีการโต้ตอบกันในกลุ่ม เมื่อเพื่อนเสนอความคิดเห็นโดยเชื่อมโยงกับความรู้ที่นักเรียนมีและให้เหตุผลเพื่อสนับสนุนความคิดของตนเอง นักเรียนคนอื่น ๆ จะรับฟังและตัดสินว่าความคิดของใครนั้นน่าเชื่อถือหรือน่าจะเป็นจริงมากที่สุด โดยพิจารณาจากเหตุผลของแต่ละคนที่อ้าง แต่เมื่อครูให้นักเรียนออกมานำเสนอหน้าชั้นเรียน นักเรียนกลุ่มอื่น ๆ ไม่มีการโต้ตอบหรือซักถาม นักเรียนทุกคนฟังตามเท่านั้น

### สัปดาห์ที่ 2

ในสัปดาห์นี้เมื่อนักเรียนเริ่มทำใบกิจกรรม มีนักเรียนบางส่วนให้ความสำคัญกับการอ่านโจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ที่ครูกำหนดให้ แล้วคิด พิจารณา วิเคราะห์ ว่าอะไรเป็นสิ่งที่ เป็น ข้อตกลงที่โจทย์ข้อนี้ก่อนที่นักเรียนจะสามารถแก้ปัญหาหรือหาคำตอบได้และนักเรียนพยายาม รวบรวมข้อมูลและหาข้อสรุปที่อาศัยการอนุมานจากข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้หรือข้อมูลหาเพิ่มเติม นอกจากนี้มีนักเรียนบางส่วนที่เมื่อเห็นความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากสองด้านแล้ว นักเรียน สามารถบอกได้ว่าความยาวของด้านที่ต้องการนั้นจะเป็นอย่างไร มีความยาวได้มากที่สุดและน้อยที่สุดเท่าไร ตลอดจนสามารถหาข้อสรุปที่เป็นผลมาจากสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้อีกด้วย และเมื่อลงมือ แก้ปัญหาในกลุ่มของตนเองแล้ว นักเรียนบางส่วนเริ่มแสดงความคิดเห็นถึงวิธีการแก้ปัญหาที่ตนเอง คิด ซึ่งนักเรียนในกลุ่มยังคงฟังการอธิบายเพื่อน ๆ ในกลุ่มเท่านั้น โดยไม่มีการให้เหตุผลสนับสนุน หรือคัดค้านความคิดของเพื่อน ตลอดจนเมื่อนักเรียนสามารถหาคำตอบของปัญหาหรือคำถามได้แล้ว ไม่พบว่านักเรียนนำคำตอบเหล่านั้นมาพิจารณาอีกครั้งว่าผลที่ได้นั้น ซึ่งพฤติกรรมเหล่านี้ที่สามารถ สังเกตได้นั้นมักเกิดจากกลุ่มเดิม

3. ลูกเสือออกเดินทางไปยังที่พักแรมแห่งหนึ่ง ตามแผนผัง  
 เดินทางจะต้องเดินทางไปทางทิศเหนือของโรงแรม 11  
 กิโลเมตร เลี้ยวขวาตรงไปทางทิศตะวันออก 12 กิโลเมตร  
 แล้วตรงขึ้นไปทางทิศเหนือ 5 กิโลเมตร จึงจะถึงที่พักแรม  
 จงหาว่าที่พักแรมอยู่ห่างจากโรงเรียนกี่กิโลเมตร

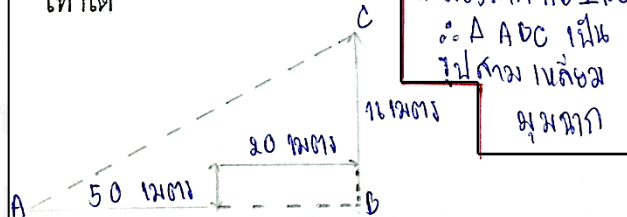


1

ภาพที่ 18 แสดงผลการทำใบกิจกรรม เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

จากภาพที่ 18 เป็นตัวอย่างใบกิจกรรมของนักเรียนที่จะเห็นว่านักเรียนสามารถนำข้อมูลจากสถานการณ์ที่กำหนดให้ แล้วนักเรียนนำข้อมูลต่าง ๆ เหล่ามาช่วยในการสรุปได้ว่า  $\triangle ADE$  เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ซึ่งนักเรียนจะพิจารณาก่อนว่า  $\triangle ADE$  เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากก่อนที่จะนำความรู้เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัสมาช่วยในการแก้ปัญหา ดังหมายเลข 1

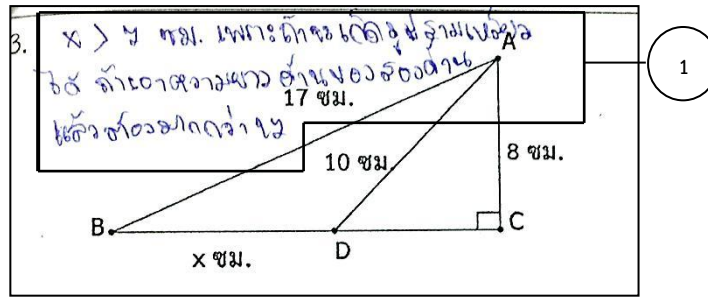
1. สุรชัยเดินทางออกจากบ้านไปทางทิศตะวันออกระยะทาง  
 50 เมตรแล้วเลี้ยวขึ้นไปทางทิศเหนือ 8 เมตร แล้วเลี้ยว  
 ไปทางทิศตะวันออกอีก 20 เมตร แล้วจึงเลี้ยวขึ้นไปทาง  
 ทิศเหนืออีก 16 เมตร ก็ถึงโรงเรียนของเขาพอดี อยาก  
 ทราบว่าโรงเรียนอยู่ห่างจากบ้านของสุรชัยเป็นระยะทาง  
 เท่าใด



1

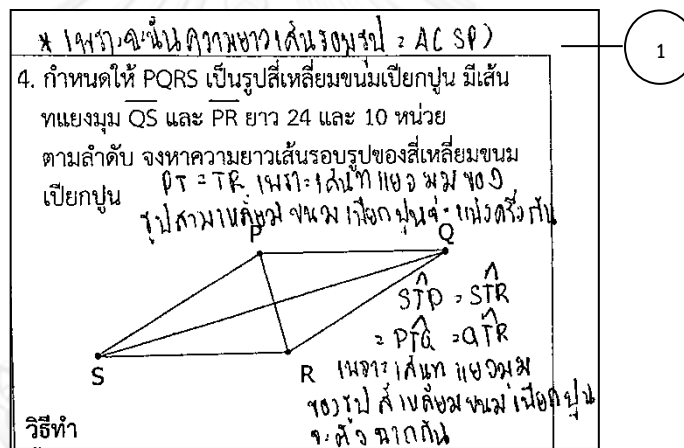
ภาพที่ 19 แสดงผลการทำใบกิจกรรม เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

จากภาพที่ 19 เป็นตัวอย่างจากใบกิจกรรมของนักเรียนที่แสดงให้เห็นว่าเมื่อนักเรียนอ่านโจทย์แล้ว นักเรียนสามารถระบุได้ว่าเพราะอะไรที่จะทำให้  $\triangle ABC$  เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ที่แสดงดังหมายเลข 1



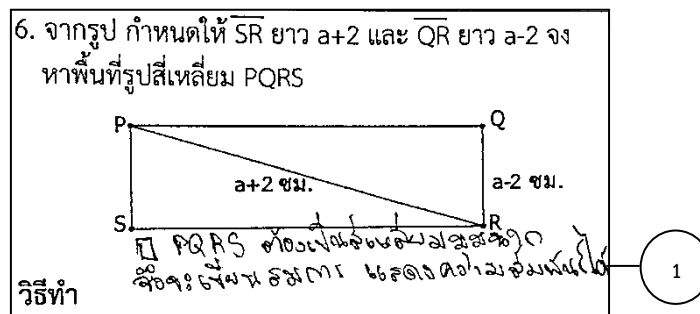
ภาพที่ 20 แสดงผลการทำใบกิจกรรม เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

จากภาพที่ 20 เป็นตัวอย่างจากใบกิจกรรมของนักเรียน ซึ่งจากหมายเลข 1 พบว่า เมื่อนักเรียนพิจารณาโจทย์ที่ครูกำหนดให้แล้ว นักเรียนสามารถพิจารณาได้ว่า เมื่อ  $\triangle ABD$  เป็นรูปสามเหลี่ยมนั้น แล้ว  $x$  จะต้องมีค่าเท่าไรจึงจะสามารถทำให้เกิดรูปสามเหลี่ยมได้ ซึ่งนักเรียนพบว่าค่า  $x$  ต้องมีค่ามากกว่า 7 จึงจะทำให้เกิดรูปสามเหลี่ยมได้ ซึ่งจากที่นักเรียนพิจารณาได้ในลักษณะนี้จะ เป็นประโยชน์ต่อการตรวจสอบความถูกต้องในการหาคำตอบอีกด้วย



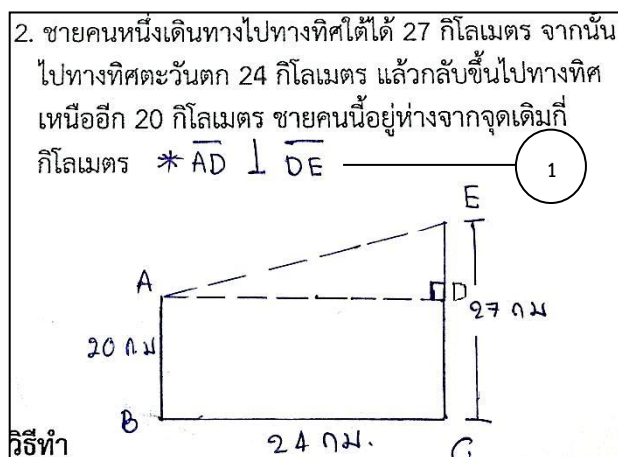
ภาพที่ 21 แสดงผลการทำใบกิจกรรม เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

จากภาพที่ 21 เป็นตัวอย่างจากใบกิจกรรม ซึ่งจากหมายเลข 1 พบว่านักเรียนสามารถหาข้อสรุปได้จากการความสัมพันธ์ของข้อมูลต่าง ๆ ที่กำหนดให้ PQRS เป็นรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน ทำให้  $PT = TR$  และ  $ST = TQ$  ซึ่งทำให้นักเรียนได้ข้อสรุปว่า ความยาวเส้นรอบรูป =  $4(SP)$



ภาพที่ 22 แสดงตัวอย่างการทำใบกิจกรรมเรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

จากภาพที่ 22 เป็นตัวอย่างจากใบกิจกรรมของนักเรียนที่แสดงให้เห็นว่าเมื่อนักเรียนอ่าน โจทย์ที่กำหนดให้แล้ว นักเรียนสามารถที่จะพิจารณาไตร่ตรองและไม่ลงมือทำโดยไม่พิจารณาถึงสิ่งที่ จำเป็นต้องพิจารณาหรือกำหนดก่อนที่จะลงมือแก้ปัญหา โดยจากโจทย์ข้อนี้ ไม่มีการกำหนดมาให้ว่า PQRS เป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ซึ่งหากไม่ใช่รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากจะไม่สามารถนำความรู้เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัสมาใช้ในการแก้ปัญหาได้ ดังหมายเลข 1



ภาพที่ 23 แสดงผลการทำใบกิจกรรม เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

จากภาพที่ 23 แสดงให้เห็นว่านักเรียนสามารถใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์มาประกอบการ พิจารณาและไม่ลงมือแก้ปัญหาโดยไม่ได้ไตร่ตรองก่อน ซึ่งจากหมายเลข 1 พบว่า เมื่อนักเรียน ต้องการใช้ความรู้เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัสมาใช้ในการแก้ปัญหา นักเรียนจึงต้องพิจารณาก่อนที่จะ นำไปใช้ว่าจะต้องมีอะไรบางอย่างที่เป็นข้อตกลงซึ่ง จากโจทย์ข้อนี้ นักเรียนสามารถพิจารณาได้ว่า  $\overline{AD}$  ต้อง ตั้งฉากกับ  $\overline{DE}$  หรือ  $\overline{EC}$  เพื่อทำให้เกิดรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

### สัปดาห์ที่ 3

ในสัปดาห์ที่ 3 นักเรียนส่วนใหญ่คุ้นเคยกับกิจกรรมการเรียนรู้และบรรยากาศการ เรียนรู้ของแต่ละกลุ่มก็มีลักษณะคล้ายกันคือ จากการสังเกตในระหว่างทำกิจกรรมพบว่านักเรียนใน แต่ละกลุ่มต่างก็เสนอความคิดเห็นของตนเองและรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่นพร้อมกันช่วยกัน พิจารณาว่าความคิดเห็นและเหตุผลของแต่ละคนนั้นสมเหตุสมผลและน่าเชื่อถือหรือไม่ บางครั้งอาจ ไม่ถูกต้องก็ตาม นักเรียนบางคนที่ไม่เคยเสนอความคิดเห็นเลยก็แสดงความคิดเห็นและอธิบายสั้น ๆ และเมื่อนักเรียนออกไปนำเสนอหน้าชั้นเรียนครบทุกกลุ่มแล้ว สมาชิกแต่ละกลุ่มก็ช่วยกันพิจารณา ไตร่ตรองความน่าเชื่อถือและความถูกต้องวิธีการหรือคำตอบจากข้อมูลต่าง ๆ ซึ่งทำให้ภาพรวมใน ระยะเวลาที่ 3 นักเรียนส่วนใหญ่สามารถคิดพิจารณาไตร่ตรองอย่างมีเหตุผล เพื่อจะตัดสินความน่าเชื่อถือ ของข้อมูล ข้อสรุป หรือคำตอบ ตลอดจนการทำกิจกรรมเป็นกลุ่มรวมไปถึงในระหว่างการนำเสนอหน้า ชั้นเรียนและเมื่อนักเรียนแก้ปัญหาด้วยตัวเองคนเดียว ก็ยังพบว่านักเรียนก็ยังคงคิดพิจารณา ไตร่ตรองอย่างมีเหตุผลเช่นเดียวกับเมื่อทำกิจกรรมเป็นกลุ่ม



1. จงแสดงว่ารูปสามเหลี่ยมในข้อต่อไปนี้เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

1)

วิธีทำ

$\Delta ABD, AB^2 = AD^2 + BD^2$	$\Delta ADC, d^2 = AD^2 + DC^2$
$= 24^2 + 18^2$	$b = 40, d = 50$
$= 576 + 324$	จะได้ $d^2 = 2500$
$= 900$	$b^2 = 1600$
$\therefore AB = 30 \text{ ซม.}$	$d^2 = 2500$
$\Delta CD, BC^2 = BD^2 + DC^2$	จะได้ $c^2 = d^2 + b^2$
$= 18^2 + 32^2$	$\therefore \Delta ABC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก
$c^2 = 576 + 1024$	ที่ $A$ เป็นมุมฉาก
$= 1600$	
$\therefore c = 40 \text{ ซม.}$	

ภาพที่ 24 แสดงผลการทำใบกิจกรรม เรื่อง บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส

2)  $\Delta ACE$  เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหรือไม่

$AE^2 = 74^2 = 5476$

$AC^2 = 70^2 = 4900$

$CE^2 = 24^2 = 576$

เนื่องจาก  $5476 = 4900 + 576$

$\therefore AE^2 = AC^2 + CE^2$

ดังนั้น  $\Delta ACE$  เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก  
ที่มีมุม  $C$  เป็นมุมฉาก เพราะด้านตรงข้าม  
มุม  $C$  ยาวที่สุด

ภาพที่ 25 แสดงผลการทำใบกิจกรรม เรื่อง บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส

3. จากรูป  $AD = 15$  เซนติเมตร  $BD = 20$  เซนติเมตร และ  $AB = 25$  เซนติเมตร แล้วรูปสี่เหลี่ยม  $ABCD$  มีพื้นที่ที่ตารางเซนติเมตร

วิธีทำ

$\Delta ABD$  ให้ด้านที่ยาวที่สุดคือ  $C = 25$  ซม.

$a = 20$  ซม.  $b = 15$  ซม.

$a^2 = 400$   $b^2 = 225$   $c^2 = 625$

$a^2 + b^2 = c^2$

$\therefore \Delta ABD$  เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

ดังนั้น  $D$  เป็นจุดบนเส้นตรง  $AC$  เพราะด้านตรงข้ามมุม  $D$  เป็นด้านที่ยาวที่สุดจากจุด  $D$

พ.น.  $\Delta ABD = \frac{1}{2} \times 25 \times DE$

ภาพที่ 26 แสดงผลการทำใบกิจกรรม เรื่อง บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส

จากภาพที่ 24 - 26 นักเรียนสรุปได้ว่ารูปสามเหลี่ยมนี้เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีมุมใดเป็นมุมฉาก โดยการอนุมานจากข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่นักเรียนได้จากการแก้ปัญหา

#### สัปดาห์ที่ 4

ระยะที่ 4 นั้น จากแบบสังเกตพฤติกรรมและใบกิจกรรม พบว่านักเรียนส่วนใหญ่สามารถคิดพิจารณาไตร่ตรองอย่างมีเหตุผล โดยนักเรียนสามารถคิดพิจารณาได้ว่าอะไรที่นักเรียนต้องพิจารณาก่อนเพื่อที่จะดำเนินการหาคำตอบหรือแก้โจทย์ปัญหาได้ โดยในการหาคำตอบหรือแก้ปัญหา นั้น นักเรียนส่วนใหญ่ก็สามารถที่จะหาข้อสรุปและพิจารณาได้ว่าข้อสรุปนั้นเป็นจริงตามข้อมูลหรือสถานการณ์ที่กำหนดให้หรือไม่ โดยในระหว่างที่นักเรียนทำกิจกรรมเป็นกลุ่ม นักเรียนต่างร่วมมือกันเสนอความคิดเห็นและพิจารณาความถูกต้องของข้อโต้แย้งที่เกิดขึ้นภายในกลุ่มได้

ผู้วิจัยได้ข้อมูลจากใบกิจกรรม การสังเกตในชั้นเรียนและแบบสังเกตพฤติกรรมมาสรุปเป็นพัฒนาการของความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณ ดังแสดงในตารางที่ 14

ตารางที่ 14 แสดงพัฒนาการของความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณ

พฤติกรรม	สัปดาห์ที่ 1	สัปดาห์ที่ 2	สัปดาห์ที่ 3	สัปดาห์ที่ 4
การอนุมาน	มีนักเรียนบางส่วนที่พยายามพิจารณาว่าข้อสรุปที่ได้นั้นเป็นจริงหรือไม่ โดยพิจารณาจากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้	นักเรียนมีพฤติกรรมเช่นเดียวกันกับสัปดาห์ที่ 1	นักเรียนมีพฤติกรรมเช่นเดียวกันกับสัปดาห์ที่ 2	นักเรียนมีการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมคือมีนักเรียนที่สามารถพิจารณาว่าข้อสรุปที่ได้นั้นเป็นจริงหรือไม่ โดยพิจารณาจากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้มากขึ้น
การระบุข้อตกลงเบื้องต้น	ไม่พบว่านักเรียนสามารถพิจารณาได้ว่าอะไรเป็นข้อตกลงเบื้องต้น	นักเรียนบางส่วนสามารถพิจารณาได้ว่าอะไรเป็นข้อตกลงเบื้องต้น	นักเรียนสามารถพิจารณาได้ว่าอะไรเป็นข้อตกลงเบื้องต้นได้ถูกต้องมากขึ้น	นักเรียนส่วนใหญ่สามารถพิจารณาได้ว่าอะไรคือข้อตกลงเบื้องต้นได้อย่างถูกต้อง

พฤติกรรม	สัปดาห์ที่ 1	สัปดาห์ที่ 2	สัปดาห์ที่ 3	สัปดาห์ที่ 4
การนิรภัย	ไม่พบว่านักเรียนสามารถหาข้อสรุปที่เป็นผลมาจากความสัมพันธ์ของสถานการณ์ได้	นักเรียนบางส่วนเริ่มหาข้อสรุปต่าง ๆ ที่เป็นผลมาจากความสัมพันธ์ของสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้	นักเรียนส่วนใหญ่มีพฤติกรรมเช่นเดียวกันกับสัปดาห์ที่ 2	นักเรียนส่วนใหญ่มีพฤติกรรมเช่นเดียวกันกับสัปดาห์ที่ 3
การตีความเพื่อลงข้อสรุป	ไม่พบว่านักเรียนมีการตัดสินใจว่าอะไรเป็นลักษณะหรือคุณสมบัติทั่วไป	นักเรียนเริ่มมีพิจารณาและตัดสินใจว่าอะไรเป็นลักษณะหรือคุณสมบัติจากข้อมูลที่กำหนดให้	นักเรียนส่วนใหญ่มีพฤติกรรมเช่นเดียวกันกับสัปดาห์ที่ 2	นักเรียนส่วนใหญ่สามารถตัดสินใจได้ว่าอะไรเป็นลักษณะหรือคุณสมบัติทั่วไปจากข้อมูลที่กำหนดให้
การประเมินข้อโต้แย้ง	นักเรียนบางส่วนสนใจและสามารถประเมินข้อโต้แย้งที่เกิดในกลุ่มได้	นักเรียนในแต่ละกลุ่มมีความสนใจมากยิ่งขึ้นที่จะพิจารณาข้อโต้แย้งว่าของใครน่าเชื่อถือและสามารถประเมินข้อโต้แย้งที่เกิดขึ้นในชั้นเรียนได้	นักเรียนมีพฤติกรรมเช่นเดียวกันกับสัปดาห์ที่ 2	นักเรียนส่วนใหญ่มีความสนใจที่จะประเมินข้อโต้แย้งและสามารถประเมินข้อโต้แย้งได้อย่างมีเหตุผล

## บทที่ 5

### สรุปผลการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การวิจัยเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิดที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีวัตถุประสงค์ของการวิจัยดังนี้

1. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิดระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน

2. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิดกับนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

3. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิดระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน

4. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิดกับนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

5. เพื่อศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิด

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเขต 2 สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ กรุงเทพมหานคร

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยเลือกกลุ่มตัวอย่างโดยใช้การเลือกแบบเจาะจง (Purposive sampling) เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2556 โรงเรียนพุทธจักรวิทยา สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเขต 2 สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ กรุงเทพมหานคร เปิดสอนในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ถึงมัธยมศึกษาปีที่ 6 มีห้องเรียนทั้งหมด 21 ห้องเรียน แบ่งเป็นระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นชั้นเรียนละ 3 ห้อง และชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายชั้นเรียนละ 4 ห้องเรียน ผู้วิจัยเลือกทดลองกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ซึ่งมีทั้งหมด 3 ห้องเรียน มีนักเรียนเฉลี่ยห้องละ 30 คน ผู้วิจัยเลือกนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม โดยพิจารณาคะแนนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2556 ของนักเรียนทั้ง 3 ห้อง มาหาค่ามัชฌิมเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

(S) แล้วเลือกห้องที่มีค่ามัชฌิมเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S) ใกล้เคียงกันมากที่สุด จำนวน 2 ห้อง คือ ห้อง ม.2/1 และ ม.2/3 ซึ่งมีค่ามัชฌิมเลขคณิตเท่ากับ 69.87 และ 69.67 ตามลำดับ นำค่ามัชฌิมเลขคณิตของนักเรียนทั้งสองห้องมาทดสอบความแปรปรวนโดยใช้ค่าเอฟ (F – test) ซึ่งผลการทดสอบพบว่าความแปรปรวนของคะแนนสอบของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากนั้นทดสอบความแตกต่างของค่ามัชฌิมเลขคณิตของนักเรียนทั้งสองห้องด้วยค่าการทดสอบที (t – test) พบว่าค่ามัชฌิมเลขคณิตของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แสดงว่านักเรียนทั้งสองห้องมีความรู้รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานก่อนเรียนไม่แตกต่างกัน จากนั้นผู้วิจัยให้นักเรียนทั้ง 2 ห้องทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน ซึ่งได้ค่ามัชฌิมเลขคณิตของคะแนนสอบห้อง ม.2/1 และ ม.2/3 เท่ากับ 14.93 และ 13.53 ตามลำดับ จากนั้นนำคะแนนจากการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนของนักเรียนทั้ง 2 ห้อง ไปทดสอบความแปรปรวนโดยใช้ค่าเอฟ (F – test) ซึ่งผลการทดสอบพบว่า ความแปรปรวนของคะแนนสอบของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 จากนั้นทดสอบความแตกต่างของค่ามัชฌิมเลขคณิตจากการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนด้วยการทดสอบที (t – test) พบว่า คะแนนจากการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แสดงว่านักเรียนทั้งสองห้องมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกัน

หลังจากนั้นผู้วิจัยทำการสุ่มอย่างง่ายโดยการจับสลากเพื่อกำหนดกลุ่มตัวอย่าง ผลปรากฏว่านักเรียนห้อง ม. 2/1 เป็นกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิดและนักเรียนห้อง ม.2/3 เป็นกลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

จากนั้นผู้วิจัยให้นักเรียนทั้งสองห้องทำแบบวัดความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณก่อนเรียน ซึ่งได้ค่ามัชฌิมเลขคณิตของคะแนนสอบห้อง ม.2/1 และ ม.2/3 เท่ากับ 15.73 และ 14.98 ตามลำดับ จากนั้นนำคะแนนจากการทำแบบวัดความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณก่อนเรียนของนักเรียนทั้ง 2 ห้อง ไปทดสอบความแปรปรวนโดยใช้ค่าเอฟ (F – test) ซึ่งผลการทดสอบพบว่าความแปรปรวนของคะแนนสอบของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 จากนั้นทดสอบความแตกต่างของค่ามัชฌิมเลขคณิตจากการทำแบบวัดความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณก่อนเรียนด้วยการทดสอบที (t – test) พบว่าคะแนนจากการทำแบบวัดความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณก่อนเรียนของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แสดงว่านักเรียนทั้งสองห้องมีความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณไม่แตกต่างกัน จากการทดสอบดังกล่าว จะได้ว่านักเรียนทั้งสองห้องมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณไม่แตกต่างกัน

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ประกอบด้วย

### 1. เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง

1.1 แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิด

#### 1.2 แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

ผู้วิจัยสร้างแผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิด และแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ ครอบคลุมสาระการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและเส้นขนาน ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผู้วิจัยได้เขียนแผนการจัดการเรียนรู้โดยมีองค์ประกอบคือ มาตรฐานการเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระสำคัญ กิจกรรมการเรียนรู้ สื่อ/แหล่งการเรียนรู้ บันทึกการสอน สำหรับกิจกรรมการเรียนรู้ของกลุ่มทดลอง ผู้วิจัยแบ่งเป็น 5 ขั้นตอน คือ ขั้นสร้างความสนใจ ขั้นสำรวจค้นหา ขั้นอธิบายและลงข้อสรุป ขั้นขยายความรู้และขั้นประเมินผล และกิจกรรมการเรียนรู้ของกลุ่มควบคุม ผู้วิจัยแบ่งเป็น ขั้นนำ ขั้นสอนและขั้นสรุป สิ่งที่มีความแตกต่างกันอย่างชัดเจน คือขั้นจัดกิจกรรม แผนการจัดการเรียนรู้แต่ละแผนใช้เวลาสอนไม่เท่ากัน รวมแผนการจัดการเรียนรู้มีทั้งหมดจำนวน 13 แผน ใช้ในการทดลองสอน 15 คาบ เป็นเวลาทั้งสิ้น 4 สัปดาห์ โดยได้นำแผนการจัดการเรียนรู้ทั้งหมดไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ตรวจสอบพิจารณาความถูกต้องเหมาะสมกับเนื้อหา ความสอดคล้องขององค์ประกอบต่าง ๆ ในแผนการจัดการเรียนรู้ แล้วนำมาปรับปรุงแก้ไข และนำไปใช้กับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

### 2. เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล

2.1 เครื่องมือที่ใช้วัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนคือ แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ การวัด แผนภูมิรูปวงกลม การแปลงทางเรขาคณิตและการเท่ากันทุกประการ เป็นแบบวัดแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ ใช้เวลา 60 นาที ซึ่งมีค่าความเที่ยงเท่ากับ 0.79 ค่าความยาก (p) 0.38 – 0.80 และค่าอำนาจจำแนก (r) 0.22 – 0.58

2.2 เครื่องมือที่ใช้วัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนคือ แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและเส้นขนาน เป็นแบบวัดแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ ใช้เวลา 60 นาที ซึ่งมีค่าความเที่ยงเท่ากับ 0.86 ค่าความยาก (p) 0.24 – 0.85 และค่าอำนาจจำแนก (r) 0.25 – 0.92

2.3 แบบวัดความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณ ฉบับก่อนเรียน เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ การวัด แผนภูมิรูปวงกลม การแปลงทางเรขาคณิตและการเท่ากันทุกประการ ผู้วิจัยได้สร้างแบบวัดความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณตามองค์ประกอบของ Watson & Glaser (2008: 2) ซึ่งประกอบด้วย 5 องค์ประกอบ คือ 1. การอนุมาน 2. การระบุข้อตกลงเบื้องต้น การนิรนัย การตีความเพื่อลงข้อสรุป และการประเมินข้อโต้แย้ง โดยแบ่งเป็นแบบวัดแบบเลือกตอบ

4 ตัวเลือก ซึ่งวัด 2 องค์ประกอบคือ 1. การระบุข้อตกลงเบื้องต้น และการนิรนัย และแบบวัดแบบเติมคำตอบ วัด 3 องค์ประกอบคือ 1. การอนุมาน 2. การตีความเพื่อลงข้อสรุป และ 3. การประเมินข้อโต้แย้ง จำนวน 30 ข้อ องค์ประกอบละ 6 ข้อ ข้อสอบวัดการระบุข้อตกลงเบื้องต้น การนิรนัย การอนุมาน และการตีความเพื่อลงข้อสรุป ข้อละ 1 คะแนน ส่วนการประเมินข้อโต้แย้งข้อละ 2 คะแนน ซึ่งครอบคลุมเนื้อหาที่ผู้วิจัยได้กำหนดไว้ ซึ่งจากการวิเคราะห์คุณภาพของแบบวัดพบว่า แบบวัดความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณฉบับก่อนเรียน มีค่าความเที่ยง เท่ากับ 0.76 มีค่าความยาก (p) 0.23 – 0.72 มีค่าอำนาจจำแนก (r) 0.27 – 0.91

2.4 แบบวัดความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณ ฉบับหลังเรียน เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส และเส้นขนาน ผู้วิจัยได้สร้างแบบวัดความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณตามองค์ประกอบของ Watson & Glaser (1980: 2) ซึ่งประกอบด้วย 5 องค์ประกอบ คือ 1. การอนุมาน 2. การระบุข้อตกลงเบื้องต้น การนิรนัย การตีความเพื่อลงข้อสรุป และการประเมินข้อโต้แย้ง โดยแบ่งเป็นแบบวัดแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก ซึ่งวัด 2 องค์ประกอบคือ 1. การระบุข้อตกลงเบื้องต้น และการนิรนัย และแบบวัดแบบเติมคำตอบ วัด 3 องค์ประกอบคือ 1. การอนุมาน 2. การตีความเพื่อลงข้อสรุป และ 3. การประเมินข้อโต้แย้ง จำนวน 30 ข้อ องค์ประกอบละ 6 ข้อ ข้อสอบวัดการระบุข้อตกลงเบื้องต้น การนิรนัย การอนุมาน และการตีความเพื่อลงข้อสรุป ข้อละ 1 คะแนน ส่วนการประเมินข้อโต้แย้งข้อละ 2 คะแนน ซึ่งครอบคลุมเนื้อหาที่ผู้วิจัยได้กำหนดไว้ ซึ่งจากการวิเคราะห์คุณภาพของแบบวัดพบว่า แบบวัดความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณฉบับก่อนเรียน มีค่าความเที่ยง เท่ากับ 0.88 มีค่าความยาก (p) 0.40 – 0.85 มีค่าอำนาจจำแนก (r) 0.22 – 0.81

2.5 แบบสังเกตพฤติกรรมการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และการคิดอย่างมีวิจารณญาณ ผู้วิจัยได้สร้างแบบสังเกตพฤติกรรมเพื่อสังเกตพฤติกรรมการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียน ซึ่งเป็นการสังเกตถึงภาพรวมของพฤติกรรมต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นในชั้นเรียน โดยได้แบ่งการสังเกตออกเป็น 3 ส่วน คือการสังเกตพฤติกรรมการให้เหตุผลแบบอุปนัย การให้เหตุผลแบบนิรนัยและการคิดอย่างมีวิจารณญาณ ซึ่งในการสังเกตนั้นผู้วิจัยได้สร้างแบบสังเกตเป็นแบบสังเกตแบบตรวจสอบรายการที่มีการระบุของการเกิดพฤติกรรมต่าง ๆ

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณก่อนเรียนของกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่มด้วยแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนและแบบวัดความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณก่อนเรียน เรื่องอัตราส่วนและร้อยละ การวัด แผนภูมิรูปวงกลม การแปลงทางเรขาคณิต และการเท่ากันทุกประการ แล้วดำเนินการสอนตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่สร้างขึ้นสำหรับนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ซึ่งกลุ่มทดลองใช้แผนการจัดการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิดและกลุ่มควบคุมใช้แผนการจัดการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ ใช้เวลาสอนสัปดาห์ละ 4 คาบ เป็นเวลา 4 สัปดาห์ รวม 15 คาบ เมื่อดำเนินการสอนครบตามแผนการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่กำหนดแล้ว ผู้วิจัยวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และ

ความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณด้วยแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนเรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัสและเส้นขนาน จำนวน 30 ข้อ เวลา 50 นาที และความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณหลังเรียนเรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัสและเส้นขนาน จำนวน 30 ข้อ เวลา 50 นาที หลังจากนั้นทำการวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อสรุปผลการวิจัย โดยนำคะแนนที่ได้จากการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนและก่อนเรียนเส้นมาหาค่ามัชฌิมเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนของกลุ่มทดลองโดยใช้ค่าที่ ( $t - \text{Paired Sample Test}$ ) , นำคะแนนจากการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมมาหาค่ามัชฌิมเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนของกลุ่มทดลองโดยใช้ค่าที่ ( $t - \text{Independent Samples Test}$ ) , นำคะแนนที่ได้จากการทำแบบวัดความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณหลังเรียนและก่อนเรียนเส้นมาหาค่ามัชฌิมเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนของกลุ่มทดลองโดยใช้ค่าที่ ( $t - \text{Paired Sample Test}$ ) , นำคะแนนจากการทำแบบวัดความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณหลังเรียนของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมมาหาค่ามัชฌิมเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนของกลุ่มทดลองโดยใช้ค่าที่ ( $t - \text{Independent Samples Test}$ ) และนำร่องรอยจากใบกิจกรรมการสังเกตในชั้นเรียน และแบบสังเกตพฤติกรรมมาศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณ

### สรุปผลการวิจัย

การวิจัยเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิดที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 สรุปผลการวิจัยดังนี้

1. นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิดมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05
2. นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิดมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05
3. นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิดมีความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05



4. นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิดมีความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

5. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิดมีพัฒนาการดีขึ้น

### อภิปรายผลการวิจัย

1. จากการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิด มีคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานที่ผู้วิจัยได้ตั้งขึ้นข้อที่ 1 ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิดที่ผู้วิจัยใช้เป็นกรอบในการจัดกิจกรรมทำให้นักเรียนได้สำรวจ สืบค้น เพื่อนำข้อมูลต่าง ๆ ที่ได้จากการสืบค้นไปสร้างองค์ความรู้ใหม่หรือแก้ปัญหาด้วยตนเอง ซึ่งการใช้แนวทางการสืบสอบ (Inquiry) นั้นจะช่วยให้ นักเรียนทุกคนได้พัฒนาและใช้ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (Molloy, 1999: 20) และนอกจากนี้ นักเรียนยังมีโอกาสที่จะแสดงแนวคิดและวิธีแก้ปัญหาที่หลากหลายตามความสามารถของแต่ละคนซึ่ง นักเรียนจะได้มีโอกาสในการอธิบายหรือชี้แจงเหตุผลของตนเอง ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ เจนสมุทธร แสงพันธ์ (2548) ที่ได้ศึกษาเกี่ยวกับการใช้คำถามปลายเปิดในการจัดการเรียนการสอนสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยเชียงใหม่ พบว่า นักเรียนมีการพัฒนาทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ดีขึ้น ซึ่งในทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ก็คือการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์นั่นเอง

2. จากการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิด มีคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานที่ตั้งไว้ข้อที่ 2 ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิดที่ผู้วิจัยใช้เป็นกรอบในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้นั้น ในแต่ละชั้นมีส่วนร่วมช่วยในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยในชั้นสำรวจค้นหา จะช่วยให้นักเรียนมีพัฒนาการความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์โดยนักเรียนจะมีโอกาสได้สังเกตลักษณะร่วมและความสัมพันธ์ของข้อมูลหรือแบบรูป และนำมาสร้างเป็นองค์ความรู้ใหม่ด้วยภาษาของนักเรียนเอง ตลอดจนนักเรียนจะได้นำทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยามต่าง ๆ มาใช้ในการแก้ปัญหาหรือสนับสนุนการอธิบายภายในกลุ่มเพื่อ

นำไปสู่การแก้ปัญหาที่ถูกต้อง ซึ่งสอดคล้องกับ สภาครุคณิตศาสตร์แห่งชาติสหรัฐอเมริกา (2009: 11) ที่ได้เสนอเคล็ดลับในการพัฒนาการให้เหตุผลว่าควรให้นักเรียนได้บรรยายเป็นภาษาของตนเองและให้เวลานักเรียนในการวิเคราะห์ปัญหา สำหรับปัญหามากขึ้นโดยใช้แบบรูป

นอกจากนี้ในชั้นอธิบายและลงข้อสรุป ที่นักเรียนจะได้อธิบายสิ่งที่นักเรียนได้จากชั้นสำรวจ ค้นหาโดยไม่ได้อัดที่ความถูกต้องของคำตอบเพียงอย่างเดียว แต่นักเรียนแต่ละกลุ่มจะได้อธิบายเหตุผลของตน ซึ่งนักเรียนทุกคนจะเห็นว่าในการออกมาอธิบายหน้าชั้นเรียนถ้าคำตอบของนักเรียนไม่ตรงกับเพื่อนก็ไม่ได้แสดงว่าสิ่งที่นักเรียนทำนั้นผิด แต่นักเรียนต้องสามารถอธิบายเหตุผลได้ว่าทำไมนักเรียนถึงทำเช่นนั้น และเป็นเช่นนั้นเพราะอะไร ซึ่งสอดคล้องกับ Rowan และ Morrow (1993: 16 – 18) ที่ได้กล่าวไว้ว่า ครูต้องจัดบรรยากาศที่แสดงให้นักเรียนเห็นว่าการให้เหตุผลเป็นสิ่งสำคัญกว่าการได้เพียงคำตอบที่ถูกต้อง และผู้สอนไม่ควรคำนึงถึงคำตอบสุดท้ายที่ถูกต้องเท่านั้น แต่ควรให้ความสำคัญกับเหตุผลว่าทำไมผู้เรียนจึงได้คำตอบเหล่านั้น และคำตอบเหล่านั้นน่าจะถูกต้องหรือผิดเพราะเหตุใด (อัมพร ม้าคนอง, 2554: 50) และในชั้นขยายความรู้ที่นักเรียนก็จะได้เจอกับสถานการณ์หรือปัญหาใหม่ที่นักเรียนต้องนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ก็ทำให้นักเรียนคิดถึงลักษณะที่เหมือนกันของปัญหา/สถานการณ์เดิมกับปัญหา/สถานการณ์ใหม่เพื่อเป็นแนวทางในการหาคำตอบหรือแก้ปัญหา โดยนักเรียนก็จะได้พิจารณาถึงขอบเขตของการนำทฤษฎีบท กฎ สูตร หลักการที่จะนำมาใช้ในการหาคำตอบหรือแก้ปัญหา ซึ่งจะทำให้นักเรียนได้สื่อสารเหตุผลของตนเองกับเพื่อนร่วมชั้นและครูผู้สอน (Nation Council of Teachers of Mathematics, 2009: 11)

นอกจากนี้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนแบบ 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิดนั้นมีการออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้ที่ใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิดทุกคาบ ซึ่งเป็นการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์อย่างต่อเนื่องและควบคู่ไปพร้อมกับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ (กรมวิชาการ, 2545: 198 – 198) มากกว่าจะเป็นการกระตุ้นให้ผู้เรียนเห็นความสำคัญหรือให้เรียนรู้การให้เหตุผลเดี่ยวๆ แยกจากสิ่งอื่น โดยอาจทำในการสอนเนื้อหาบทสนทนา หรือการแก้ปัญหา (อัมพร ม้าคนอง, 2544: 50) ซึ่งสอดคล้องกับ Guildford และ Hoepfner (1971: 28 – 32) ที่ได้ให้ความเห็นว่า การพัฒนาบุคคลให้มีความสามารถในการให้เหตุผลนั้น ต้องเริ่มจากการส่งเสริมให้บุคคลได้คิดอย่างมีเหตุผล ความสามารถในการให้เหตุผลดังกล่าว เป็นสิ่งที่จำเป็นที่โรงเรียนควรจัดทำ และเป็นสิ่งที่สามารถฝึกได้โดยสอนควบคู่ไปกับเนื้อหาวิชาปกติ หรือสถานการณ์ต่าง ๆ ที่เหมาะสม

3. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิด มีคะแนนความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานที่ผู้วิจัยตั้งไว้ข้อที่ 3 ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยใช้เป็นกรอบในการจัด

กิจกรรมนั้น ทำให้ผู้เรียนได้ลงมือสืบค้น อธิบาย ไตร่ตรองและช่วยกันตัดสินใจภายใต้ข้อมูล สถานการณ์หรือเหตุผลที่น่าเชื่อถือในการสร้างองค์ความรู้ใหม่หรือในการแก้ปัญหา ซึ่งการที่ผู้สอน เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ตัดสินใจด้วยตนเองนั้นเป็นการพัฒนาทักษะการคิด (สุคนธ์ สิ้นธพานนท์ และ คณะ, 2550: 121) และนอกจากนี้ในการจัดกิจกรรมนักเรียนก็จะได้ทำกิจกรรมร่วมกัน ซึ่งนักเรียนจะ ได้อภิปรายร่วมกันทั้งระหว่างเพื่อนในกลุ่ม ในชั้นเรียนและกับครูเอง ซึ่งสอดคล้องกับแนวทางในการ สอนความคิดที่ควรให้ความสำคัญกับการเคารพความคิดเห็นของคนอื่น และให้ผู้เรียนได้ฝึกคิดร่วมกับ ผู้อื่นและได้ถกเถียงเกี่ยวกับประเด็นปัญหาและคำถาม (Ennis, 2002a: 44 – 46) และสอดคล้องกับ งานวิจัยของ สมจิต บุญคง (2549) ที่พบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนการสอนด้วยวิธีสืบสอบมี ความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนการสอนแบบวิธี ปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

4. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้รูปแบบการ เรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิด มีคะแนนความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณหลัง เรียนสูงกว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 สอดคล้องกับสมมติฐานที่ผู้วิจัยตั้งไว้ข้อที่ 4 ซึ่งความสามารถใน การคิดอย่างมีวิจารณญาณการ ที่สามารถสังเกตได้ชัดเจนคือ การระบุข้อตกลงเบื้องต้น ซึ่งในขั้นการ สำรวจค้นหาและการขยายความรู้ ซึ่งเป็นในขั้นการสำรวจค้นหาที่นักเรียนต้องสร้างองค์ความรู้ใหม่ หรือแก้ปัญหานั้น ก่อนที่นักเรียนจะนำข้อมูลต่างที่ได้จากการสำรวจมาลงข้อสรุปหรือแก้ปัญหา นักเรียนภายในกลุ่มจะช่วยกันพิจารณา วิเคราะห์ข้อมูลต่าง ๆ ที่เก็บรวบรวมได้ ว่าสามารถที่จะลง ข้อสรุปหรือแก้ปัญหได้แล้วหรือไม่ หรือต้องมีอะไรที่เป็นเงื่อนไขหรือข้อตกลง ที่นักเรียนต้องพิจารณา ก่อนที่จะหาคำตอบหรือแก้ปัญหา รวมถึงในขั้นการขยายความรู้ก็เช่นเดียวกัน เนื่องจากเป็นการนำ ความรู้ไปประยุกต์ในสถานการณ์ใหม่ ซึ่งในสถานการณ์ใหม่มีเงื่อนไขที่เปลี่ยนไป หากนักเรียนจะนำ ความรู้ที่มีอยู่ไปใช้ นักเรียนก็จะพิจารณาว่าอะไรเป็นเงื่อนไขหรือข้อตกลงของการนำความรู้ไปใช้และ ในสถานการณ์ใหม่ที่กำหนดให้ นั้น สอดคล้องกับเงื่อนไขหรือไม่

นอกจากนี้อีกหนึ่งองค์ประกอบของการคิดอย่างมีวิจารณญาณที่สามารถเกิดการพัฒนาได้ อย่างชัดเจนนั่นคือ การประเมินข้อโต้แย้ง เพราะเนื่องจากในขั้นการสำรวจค้นหาและขั้นอธิบายและ ขั้นขยายความรู้เป็นการทำกิจกรรมกลุ่มและเปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงความคิดเห็นและอธิบาย โดยในการทำกิจกรรมขั้นนี้ เมื่อเกิดข้อโต้แย้งในกลุ่ม ซึ่งทำให้สมาชิกทุกคนในกลุ่มต้องช่วยกัน พิจารณาถึงความน่าเชื่อถือของข้อโต้แย้ง ว่าข้อโต้แย้งของใครน่าเชื่อถือหรือไม่น่าเชื่อถือ นอกจากนี้ใน ขั้นการอธิบายและลงข้อสรุป เนื่องจากต้องมีการลงข้อสรุปร่วมกันทั้งชั้น ดังนั้นเมื่อเกิดข้อโต้แย้ง ระหว่างกลุ่ม นักเรียนในชั้นเรียนก็จะนำข้อมูลหรือเหตุผลต่างมาประกอบ เพื่อตัดสินใจความน่าเชื่อถือ ของข้อโต้แย้งนั้น ๆ แต่อย่างไรก็ตามในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้อัตนศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียน

การสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิดในชั้นอื่น ๆ นั้นก็ยังคงมีส่วนช่วยในการพัฒนาความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณในแต่ละองค์ประกอบเช่นกัน

ผลการวิจัยครั้งนี้สอดคล้องกับงานวิจัยของสมบัติ กาญจนารักษ์พงษ์และคณะ (2549) ได้เข้าร่วมโครงการครูเครือข่ายรับการพัฒนาทักษะการคิดขั้นสูงในรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน รหัส ค 42103 เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ พบว่านักเรียนที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้แบบ 5E มีทักษะการคิดขั้นสูงเรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติอยู่ในระดับดี ซึ่งหนึ่งในทักษะการคิดขั้นสูงก็คือการคิดอย่างมีวิจารณญาณ ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของพัชรีย์ ทองสมบัติและวรรณจรรย์ มั่งสิงห์ (2550) ที่ยังพบว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนโดยใช้กระบวนการสืบเสาะหาความรู้กับการสอนตามปกติ ได้คะแนนการคิดอย่างมีวิจารณญาณจากการทดสอบหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

### ข้อเสนอแนะที่ได้จากการวิจัยในครั้งนี้

จากผลการวิจัยดังกล่าว ผู้วิจัยมีข้อเสนอแนะดังนี้

#### 1. ข้อเสนอแนะในการนำผลการวิจัยไปใช้ให้เกิดประโยชน์

1.1 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิด เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ให้นักเรียนมีส่วนร่วมและสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเองจึงต้องใช้เวลามากในการทำกิจกรรม ดังนั้นครูผู้สอนจึงควรวางแผนการจัดกิจกรรมให้เหมาะสมกับเวลาในการสอน

1.2 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิดเป็นกิจกรรมการเรียนรู้ที่มี 5 ขั้นตอน ซึ่งในขั้นตอนที่ 1 – 4 เป็นกิจกรรมที่ให้นักเรียนทำงานเป็นกลุ่ม ดังนั้นครูผู้สอนจึงควรมีบทบาทในการกระตุ้นให้นักเรียนทุกคนในแต่ละกลุ่มได้มีส่วนร่วม แสดงความคิดเห็น และอภิปรายแลกเปลี่ยนซึ่งกันและกัน

1.3 ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ผู้สอนไม่ควรข้ามขั้นตอนการสอน เนื่องจากการใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิดนั้นเป็นการจัดกิจกรรมที่แต่ละขั้นตอนมีความต่อเนื่องและสัมพันธ์กัน

1.4 เนื่องจากเป็นการจัดกิจกรรมที่ให้นักเรียนได้สร้างองค์ความรู้หรือแก้ปัญหาด้วยตัวเอง ดังนั้น ในบางเนื้อหาควรใช้เวลาในการจัดกิจกรรมต่อกัน 2 คาบ

1.5 การใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิดนั้นในการทำกิจกรรม นักเรียนยังไม่คุ้นเคยกับการทำกิจกรรมด้วยตนเอง ดังนั้นในระยะแรก ครูควรให้คำแนะนำในการทำกิจกรรม และเมื่อนักเรียนเกิดความคุ้นเคยในการปฏิบัติกิจกรรมแล้ว จึงให้นักเรียนทำกิจกรรมด้วยตนเอง

1.6 การจัดกิจกรรมในชั้นสำรวจค้นหา แม้ว่าจะเป็นการกิจกรรมที่ให้นักเรียนได้สืบค้น ค้นหา ด้วยตนเอง แต่ครูควรจะมีการควบคุมเวลาในการทำกิจกรรมในชั้นนี้ด้วย เพื่อให้เหมาะสมกับเนื้อหาที่ได้ศึกษา และครูไม่ควรบอกคำตอบแก่นักเรียน รวมไปถึงไม่นำนักเรียนแก้ปัญหาที่ละชั้น นอกจากนี้ในชั้นอธิบายและลงข้อสรุป ครูควรกระตุ้นให้นักเรียนทุกคนมีโอกาสที่จะอธิบาย และแสดงความคิดเห็นให้ได้มากที่สุด และครูต้องไม่ยอมรับการอธิบายที่ไม่มีหลักฐาน หรือไม่มีเหตุผลประกอบ เพื่อเป็นการกระตุ้นให้นักเรียนแสดงเหตุผลหรือหลักฐานที่นักเรียนได้สืบค้นมา

## 2. ข้อเสนอสำหรับการวิจัยในครั้งต่อไป

ควรมีการศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิด ที่เกี่ยวข้องกับทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์อื่น ๆ ซึ่งเป็นทักษะที่สำคัญเช่นกัน เช่น ความสามารถในการแก้ปัญหา ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เป็นต้น

## รายการอ้างอิง

### ภาษาไทย

- เกรียงศักดิ์ รำพรรณ. (2552). การพัฒนาแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นปีที่ 1 ในเขตพื้นที่การศึกษาราชบุรี เขต 2 นครศาสตร์ มหาบัณฑิต, มหาวิทยาลัยราชภัฏกาญจนบุรี.
- เจนสมุทรร แสงพันธ์. (2548). การใช้คำถามปลายเปิดในการจัดการการสอนสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยเชียงใหม่. คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่.
- เพ็ญพิศุทธิ์ เนคมานุรักษ์. (2537). การพัฒนารูปแบบการจัดการศึกษานอกระบบโรงเรียน สำหรับ นักศึกษาคครู. วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตรดุษฎีบัณฑิต สาขาจิตวิทยาการศึกษา, บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- เสาวรัตน์ รามแก้ว. (2552). ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยใช้การสืบสอบแบบแนะ แนวทาง ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2. จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, กรุงเทพฯ.
- กรมวิชาการ. (2542). พระราชบัญญัติการศึกษา พุทธศักราช 2542. กรุงเทพฯ: องค์การรับส่งสินค้าและ พัสดุภัณฑ์.
- กรมวิชาการ. (2544). หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544. กรุงเทพฯ: องค์การรับส่งสินค้า และพัสดุภัณฑ์.
- กรมวิชาการ. (2545). เอกสารประกอบหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2544 คู่มือการจัดการ เรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์.
- กรมวิชาการ. (2546). หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2542 และที่แก้ไขเพิ่มเติม (ฉบับที่ 2) พุทธศักราช 2545. กรุงเทพมหานคร: องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์ (ร.ส.พ).
- กระทรวงศึกษาธิการ. (2551). ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์ชุมนุม สหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.
- กฤษณะ ไสขุมมา. (2546). การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสนใจในการเรียนวิชา คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ระดับความสามารถต่างกัน โดยการสอบแบบ ปฏิบัติการ ปริญญาโท กศ.ม. (การมัธยมศึกษา), มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, กรุงเทพฯ.
- กษมา วุฒิสารวัฒนา. (2548). ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ โดยเน้นการเรียนรู้ จากประสบการณ์ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และการคิดอย่างมีวิจารณญาณ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จังหวัดพะเยา. ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต, จุฬาลงกรณ์ มหาวิทยาลัย.
- กษณณาพร สายรอด. (2544). การใช้ปัญหาปลายเปิดทางคณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมการคิดอย่างมี วิจารณญาณของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนบ้านใหม่ศรีนคร จังหวัดนครสวรรค์. ศึกษา ศาสตร์มหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา. บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเชียงใหม่, เชียงใหม่.

- กิตติศักดิ์ แก้งทอง. (2547). การศึกษาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เรื่องความน่าจะเป็นของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาในโรงเรียนสังกัดกรมสามัญศึกษา เขตการศึกษา 11 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และภูมิหลังต่างกัน. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรการสอนและเทคโนโลยีการศึกษา คณะครุศาสตร์, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- จรรยา ภูอุดม. (2544). การพัฒนาชุดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การเรียนรู้แบบร่วมมือแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ (STAD) เรื่องการแก้โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทศึกษาศาสตร์, บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, กรุงเทพฯ.
- จิณัฐตา เจียรพันธ์. (2548). การศึกษาความสัมพันธ์เชิงเหตุของคุณลักษณะบางประการกับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนช่วงชั้นที่ 4 จังหวัดสุราษฎร์ธานี. ปริญญาโท กศ.ม. (วิจัยและสถิติทางการศึกษา), มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, กรุงเทพฯ.
- จิตติมา ขอบเอียด. (2551). การใช้ปัญหาปลายเปิดเพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผลและทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. ปริญญาโท กศ.ม. (การศึกษามัธยมศึกษา), บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, กรุงเทพฯ.
- ฉวีวรรณ เศรษฐมาลย์ และคณะ. (2545). กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 3 (ม.1 - 3) สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ประสานมิตร.
- दनัย ถนอมจิตร. (2553). การจัดการเรียนรู้โดยเน้นการใช้คำถามปลายเปิด เพื่อส่งเสริมความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนนวมวิทย์ ฝ่ายมัธยม จังหวัดเชียงใหม่. ปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต. วิทยานิพนธ์ศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา มหาวิทยาลัยเชียงใหม่.
- ทิตนา แคมมณี. (2542). การจัดการเรียนการสอนโดยยึดผู้เรียนเป็นศูนย์กลางซิปปาโมเดล (Cippa model) คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ทิตนา แคมมณี และคณะ. (2544). วิทยาการด้านการคิด. กรุงเทพมหานคร: เดอะมาสเตอร์กรุ๊ป แมเนจเม้นท์จำกัด.
- ธนิตพงษ์ ธีระธนิตโรจน์. (2553). ผลการจัดการจัดการเรียนรู้เรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้วัฏจักรการเรียนรู้ 5E. กศ.ม. หลักสูตรและการสอน, มหาวิทยาลัยมหาสารคาม.
- ธิตติมา อุดมพรมนตรี. (2555). การศึกษาปัจจัยบางประการที่ส่งผลต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ลพบุรี สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 5. ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต, บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, กรุงเทพมหานคร.
- ปรีชา เนาว์เย็นผล. (2544). กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้คำถามปลายเปิดสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. ปริญญาโทการศึกษาศึกษาศาสตร์บัณฑิต. มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- ปิยะรัตน์ เกาฝ่อง. (2551). การใช้คำถามปลายเปิดเพื่อพัฒนาทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ในชั้นเรียน สำหรับนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสารภีพิทยาคม จังหวัดเชียงใหม่. มหาบัณฑิต. ศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต(คณิตศาสตร์ศึกษา), มหาวิทยาลัยเชียงใหม่.

- พงศธร มหาวิทยาลัย. (2550). กิจกรรมเสริมทักษะ/กระบวนการคณิตศาสตร์ สาระการเรียนรู้ จำนวนและ การดำเนินการและเรขาคณิต. วารสารคณิตศาสตร์ สิงหาคม - ตุลาคม.
- พนารัตน์ แซ่มชื่น. (2548). ชุดกิจกรรมแบบปฏิบัติการเพื่อส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาและการให้เหตุผล ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่องแบบรูป. สารนิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา), บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, กรุงเทพฯ.
- พร้อมพรรณ อุดมสิน และ อัมพร ม้าคนอง. (2547). ประมวลบทความหลักการและแนวทางการจัดการ เรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: ศูนย์ตำราและเอกสารทางวิชาการ คณะ ครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- พิมพ์พันธ์ เดชะคุปต์. (2544). การเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ แนวคิด วิธีและเทคนิคการสอน. กรุงเทพมหานคร: บริษัทเดอะมาสเตอร์กรุ๊ป แมเนจเม้นท์ จำกัด.
- พิมพ์สิริ แก้วศรีหา. (2554). การศึกษากิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสอนแบบสืบเสาะหาความรู้ (5Es) ที่เน้นทักษะการคิดวิเคราะห์เรื่องความน่าจะเป็นชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. มหาวิทยาลัยขอนแก่น, ขอนแก่น.
- พิรุณ ศิริศักดิ์. (2547). ผล ของ การ จัด กิจกรรม ชุมชน แห่ง การ สืบ สอบ เชิง ปรัชญา ที่ มี ต่อ การ คิด อย่าง วิจัยญาณ และ ผล สัมฤทธิ์ ทาง การ เรียน วิทยาศาสตร์ ของ นักเรียน ระดับ มัธยมศึกษา ตอน ปลาย กรุงเทพมหานคร.
- มลิวลัย สมศักดิ์. (2540). รูปแบบการสอนเพื่อพัฒนาการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนในโครงการ ขยายโอกาสทางการศึกษาขั้นพื้นฐาน ปริญญาโท กศ.ด., มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสาน มิตร, กรุงเทพฯ.
- มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช. (2537). ประมวลสาระชุดสารัตถะและวิทยวิธีทางวิชาคณิตศาสตร์ที่ 12-15. นนทบุรี: มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช.
- รุ่งฟ้า จันท์จารภรณ์. (2551). การเขียนประกอบการบรรยาย เรื่อง ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ สำหรับครูคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา.
- รวนาวัน เมืองมงคล. (2552). การศึกษาการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นทักษะการคิดพื้นฐานทาง คณิตศาสตร์ เรื่องระบบจำนวนเต็ม โดยใช้วิธีการสอนแบบ 5Es สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. มหาวิทยาลัยขอนแก่น, ขอนแก่น.
- วัชระ น้อยมี. (2551). การพัฒนาชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์แบบสืบสวน เรื่อง การให้เหตุผลและ การพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. ปริญญาโท กศ.ม. (การมัธยมศึกษา), บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, กรุงเทพฯ.
- วาสนา ภูมิ. (2555). ผลของการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน(Problem -Beseed Learning) เรื่อง อัตราส่วนร้อยละ ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการให้ เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. ปริญญาโทปริญญาการศึกษา มหาบัณฑิต, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, กรุงเทพมหานคร.
- วิเชียร เกตุสิงห์. (2518). หลักการสร้างและวิเคราะห์ข้อสอบ. กรุงเทพฯ: บรรณกิจ.
- คันสนีย์ ฉัตรคุปต์ และ อุษา ชูชาติ. (2544). ฝึกสมองให้คิดอย่างมีวิจารณญาณ. กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์วัฒนาพานิช จำกัด.



- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2545). รูปแบบการเรียนการสอนที่พัฒนากระบวนการคิดระดับสูง วิชาชีววิทยา ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย. เข้าถึงเมื่อ, 8 ตุลาคม 2545. แหล่งที่มา: <http://biology.ipst.ac.th/index.php/article-year-2545/121-2009-12-21-10-23-38.html>
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2546). การจัดกระบวนการเรียนรู้แบบวัฏจักรการสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน. เข้าถึงเมื่อ, 8 ตุลาคม 2546. แหล่งที่มา: <http://www.anantasook.com/lesson-plan-5e-inquiry-approach/>
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2551). ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: ส.เจริญการพิมพ์.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555). สรุปผลการวิจัยโครงการ TIMSS 2011 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. สมุทรปราการ: บริษัท แอดวานซ์ พรินติ้ง เซอร์วิส จำกัด.
- สมเดช บุญประจักษ์. (2540). การพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้การเรียนแบบร่วมมือ. ปรินญาพินพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์), มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, กรุงเทพฯ.
- สมบัติ กาจนารักษ์พงศ์. (2549). เทคนิคการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบ 5E ที่เน้นพัฒนาทักษะการคิดขั้นสูง: กลุ่มสาระคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: ธารอักษร.
- สมัย เหล่าวานิชย์. (2525). หลักและวิธีการของคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: ภาควิชาคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- สันหวัช สอนท่าโก. (2550). การคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนช่วงชั้นที่ 3 ที่เรียนวิทยาศาสตร์ด้วยวิธีสืบเสาะหาความรู้ โดยเสริมกิจกรรมการคิดอย่างมีวิจารณญาณ. ปรินญาศึกษาสาตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิทยาศาสตร์ศึกษา. บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเชียงใหม่.
- สายสุณี สุทธิจักษ์. (2551). ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้การตั้งปัญหาเสริมกระบวนการแก้ปัญหาที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและผลสัมฤทธิ์ทางการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จังหวัดหนองคาย. ปรินญาครุศาสตรมหาบัณฑิต. คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, กรุงเทพมหานคร.
- สุนทร สันธพานนท์ และคณะ. (2552). พัฒนาทักษะการคิด พิชิตการสอน. กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- สุนีย์ เหมาะะประสิทธิ์. (2542). เอกสารประกอบการอบรม ทฤษฎีสรคินิยม (Constructivism). กรุงเทพฯ: ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- สุวรรณ เป็ลียนรัมย์. (2549). การศึกษาการคิดอย่างมีวิจารณญาณในสถานการณ์ทางแก้ปัญหาแบบปลายเปิดทางคณิตศาสตร์. มหาวิทยาลัยขอนแก่น, ขอนแก่น.
- อรทัย เสนอรุสีกโก. (2514). การศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความคิดแบบสอบสวน (Inquiry) กับความคิดแบบอื่น ๆ (Cognitive Styles) และความคิดสร้างสรรค์ (Creativity). กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสารมิตร.

- อรปวีณ์ สุตะพาหะ. (2546). ผลของการฝึกการเรียนรู้ตามแนวคิดของแมคคาร์ธี (4MAT)ที่มีต่อการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสตรีรัตนบทุ จังหวัดนนทบุรี. สารนิพนธ์ กศ.ม. (จิตวิทยาการศึกษา), บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- อรพรรณ ลีบุญธวัชชัย. (2543). การคิดอย่างมีวิจารณญาณการเรียนการสอนทางพยาบาลศาสตร์. กรุงเทพฯ: ธนาเพรส แอนด์ กราฟฟิค.
- อัมพร ม้าคนอง. (2546). คณิตศาสตร์: การสอนและการเรียนรู้. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อัมพร ม้าคนอง. (2554). ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์: การพัฒนาเพื่อพัฒนาการ. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อุษณีย์ โพธิ์สุข และคณะ. (2544). สร้างสรรค์นักคิด: คู่มือการจัดการศึกษาสำหรับผู้มีความสามารถพิเศษด้านทักษะความคิดระดับสูง. กรุงเทพฯ: รัตนพรชัย.
- อุษณีย์ อนุรุทธ์วงศ์. (2555). การพัฒนาทักษะการคิดระดับสูง. กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์ไอคิว.บุ๊กเซ็นเตอร์.

#### ภาษาอังกฤษ

- Alfaro, L. R. (1995). *Critical thinking in nursing: A practical approach*. Saunders.
- Alice, A. and Shirel, Y. F. (1999). Mathematical reasoning during small-group problem solving. *Developing mathematical reasoning in grades K-12*, 115-126.
- Barman, C. R. and Kotar, M. (1989). Teaching Teachers: The Learning Cycle. *Science and Children*, 26(7), 30-32.
- Baroody, A. J. and Coslick, R. T. (1993). *Problem solving, reasoning, and communicating, K-8: Helping children think mathematically*. Prentice Hall.
- Becker, J. P. and Shimada, S. (1997). *The open-ended approach: A new proposal for teaching mathematics*. National Council of Teachers of.
- Beger, M. C. (1984). Critical Thinking Ability and nursing students *Journal of Nursing Education*, 23, 306-309.
- Bybee, R. W. et al. (2006). The BSCS 5E instructional model: Origins and effectiveness. *Colorado Springs, CO: BSCS*.
- Cai, J. ,Lane, S., and Jakabcsin, M. S. (1996). The role of open-ended tasks and holistic scoring rubrics: Assessing students' mathematical reasoning and communication. *Communication in mathematics, K-12 and beyond*, 137-145.
- Callahan, J. F. ,Clark, L. H., and Kellough, R. D. (1998). *Teaching in the middle and secondary schools*. Merrill.
- Crescimanno, R. (1991). The cultivation of critical thinking: Some tools and techniques. *VCCA Journal*, 6(1), 12-17.
- Decaroli, J. (1973). What research say to the classroom teacher: Critical thinking. *Social Education*. Vol. 37, 67-69.

- Dewey. (1933). *How we think: A restatement of the relation of reflective thinking to the educative process*. Boston: D. C. Heath and Company.
- Dewey. (1993). *How we think: A restatement of the relation of reflective thinking to the educative process*. Boston: D. C. Heath and Company.
- Dressel, P. L. (1954). *Critical Thinking in Social Science: A Handbook of Suggestions for Evaluation and Teaching*. WC Brown Company.
- Ennis. (1985). Educational Leadership. *A logical basis for measuring critical thinking skill*. 45-48.
- Ennis. (1993). Critical thinking assessment. *Theory into practice*, 32(3), 179-186.
- Ennis. (2002a). Goals for a critical thinking curriculum and its assessment. *Developing minds*. 3<sup>rd</sup> ed. Alexandria, VA: ASCD. 3<sup>rd</sup>.
- Eysenck, J. J., Arnold, W., and Meili, R. (1972). *Encyclopedia of psychology*. London: Search Press Limited.
- Foong, Y. P. (2000). *Using short open-ended question to promote thinking and understanding*.
- Good, C. V. (1973). *Dictionary of Education*. New York: McGraw - Hill.
- Greenwood, J. (1993). On the Nature of Teaching and Assessing "Mathematical Power" and "Mathematic Thinking". *Arithmetic Teacher*, 41, 144-152.
- Harnadek, A. E. (1986). *Critical thinking*. Midwest Publications.
- Harrison, J. M. (1984). The Relationship Between Bloom's Taxonomy and Critical Thinking Skills. *Dissertation Abstracts International*.
- Hudgins, B. B. (1977). *Learning and thinking: A primer for teachers*. FE Peacock Publishers.
- Inoue, N. and Buczynski, S. (2010). You Asked Open-Ended Questions, Now What? Understanding the Nature of Stumbling Blocks in Teaching Inquiry Lessons. *Mathematics Educator*, 20(2).
- Kneedler, P. (1985). California assesses critical thinking. *Developing Minds: A Resource Book for Teaching Thinking*. Alexandria VA: Association for Supervision and Curriculum Development.
- Krulik, S. and Rudnick, J. A. (1993). *Reasoning and problem solving: A handbook for elementary school teachers*. Allyn and Bacon.
- Lappan, G. and Schram, P. W. (1989). Communication and reasoning: Critical dimensions of sense making in mathematics teacher *In new directions for elementary school mathematics. 1989 yearbook*. Reston Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics.
- Lipman, M. (1993). *Thinking children and education*. Iowa: Kendall/Hunt.

- Malloy, C. E. (1999). Developing math mathematical reasoning in the middle grades recognizing diversity. *Developing mathematical reasoning in grades K-12*. Reston Virginia: Nation Council of Teacher of Mathematics.
- Martin, R. E. ,Sexton, C. M., and Gerlovich, J. A. (1994). *Teaching science for all children*. Allyn and Bacon Needham Heights, MA.
- Moor, B. N. and Parker, P. (1986). *Critical thinking evaluating claims and arguments in everyday life*. California: Mayfield.
- National Council of Teachers of Mathematics. (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Natl Council of Teachers of.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. (1): Natl Council of Teachers of.
- O'Daffer. (1990). Mathematics Teaching. *Inductive and deductive ressoning*. Vol. 84, 378-410.
- O'Daffer and Thormquist, B. A. (1993). In Research Ideas for the Classroom, High School Mathematics. *Critical Thinking, Mathematical Reasoning*. 39-56. New York: Macmillan Publishing Company.
- Partnership for Reform Initiatives in Sciences and Mathematics (PRISM). (2001). *Open Response Questioning Strategies*. เข้าถึงเมื่อ, 20 มกราคม 2001. แหล่งที่มา: <http://www.muuraystate.edu/prism/openrpl.htm>
- Pollack, H. L. (1987). *Fostering critical Thinking : A Study of the effects of classroom climate in a gifted program*. New Jersey Prentic-hall Inc.
- Rowan, T. E. and Morrow, L. J. (1993). *Implementing K-8 Curriculum and evalution standard* Reston Virginia: The Nation Council of Teachers of Mathematics.
- Ruggiero, V. R. (1988). *Teaching thinking across the curriculum*. Harper & Row New York.
- Stenmark, J. K. (1991). *Mathematics mssessment : Models, mood questios, and practical suggestions*. (6<sup>th</sup> Ed.). Virginia: Nation Council of Teacher of Mathematics.
- Sternberg, R. J. and Baron, J. B. (1985). A Statewide Approach to Measuring Critical Thinking Skills. *Educational Leadership*, 43(2), 40-43.
- Stiggins, R. J. (1997). *Student-centered classroom assessment*. New Jersey: Macmillan College Publishing Company
- Tuna, A. and Kacar, A. (2013). THE EFFECT OF 5E LEARNING CYCLE MODEL IN TEACHING TRIGONOMETRY ON STUDENTS'ACADEMIC ACHIEVEMENT AND THE PERMANENCE OF THEIR KNOWLEDGE. *International Journal on New Trends in Education & their Implications (IJONTE)*, 4(1).
- Wade, C. (1995). Using writing to develop and assess critical thinking. *Teaching of Psychology*, 22(1), 24-28.

Watson, G. and Glaser, E. M. (1980). Watson-Glaser critical thinking appraisal manual:  
Forms A and B. *San Antonio: The Psychological Corporation.*





ภาคผนวก

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย  
**CHULALONGKORN UNIVERSITY**



ภาคผนวก ก  
รายนามผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย  
CHULALONGKORN UNIVERSITY

### รายชื่อผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบเครื่องมือ

#### แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

1. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. ชานนท์ จันทรา อาจารย์ประจำสาขาวิชาศึกษาศาสตร์  
คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
2. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. ชนิศรวา เลิศอมรพงษ์ อาจารย์ประจำสาขาวิชาศึกษาศาสตร์  
คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
3. อาจารย์วิมลมาศ อ่ำพลพงษ์ อาจารย์ประจำสภาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์  
โรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย  
ฝ่ายมัธยม

#### แบบวัดความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณ

1. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. ชานนท์ จันทรา อาจารย์ประจำสาขาวิชาศึกษาศาสตร์  
คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
2. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. ชมนาด เชื้อสุวรรณทวี อาจารย์ประจำสภาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์  
โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ  
ประสานมิตร ฝ่ายมัธยม
3. อาจารย์วิมลมาศ อ่ำพลพงษ์ อาจารย์ประจำสภาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์  
โรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย  
ฝ่ายมัธยม





ภาคผนวก ข

หนังสือเชิญผู้ทรงคุณวุฒิและขอความร่วมมือในการวิจัย

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย  
CHULALONGKORN UNIVERSITY



ที่ ศธ 0512.6(2771)/57- **1493**

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย  
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

3 มีนาคม 2557

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย

เรียน ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ชานนท์ จันทร์ตรา

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวพิชาณิกา เพชรสังข์ นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง “ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิดที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2” โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้ใคร่ขอเชิญท่านเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และแบบวัดความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณ ทั้งนี้ นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

*อ.จตุรนต์ วิชาผล*

(อาจารย์ ดร.จตุรนต์ วิชาผล)

รองคณบดี

ปฏิบัติราชการแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ

โทร. 0-2218-2681-82 ต่อ 600

ที่ ศธ 0512.6(2771)/57- **1494**คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย  
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

3 มีนาคม 2557

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย

เรียน ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ชนิศวรา เลิศอมรพงษ์

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวพิชานิกา เพชรสังข์ นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิทยานิพนธ์เรื่อง “ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิดที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2” โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้ใคร่ขอเชิญท่านเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ทั้งนี้ นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(อาจารย์ ดร.จuthาร์ตัน วิบูลผล)

รองคณบดี

ปฏิบัติกรแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ  
โทร. 0-2218-2681-82 ต่อ 600



ที่ ศธ 0512.6(2771)/57- **1496**

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย  
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

3 มีนาคม 2557

เรื่อง ขอเชิญบุคคลากรในสังกัดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ องครักษ์

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวพีชานิกา เพชรสังข์ นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง “ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิดที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2” โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในกรณีนี้ใคร่ขอเชิญท่านเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจแบบวัดความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณ ทั้งนี้ นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(อาจารย์ ดร.จuthาร์ตัน วิบูลสมล)

รองคณบดี

ปฏิบัติการแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ  
โทร. 0-2218-2681-82 ต่อ 600



## บันทึกข้อความ

ส่วนงาน งานหลักสูตรและการจัดการเรียนฯ ฝ่ายวิชาการ คณะครุศาสตร์ จุฬาฯ โทร. 82681-2 ต่อ 600  
 ที่ ศร 0512.6(2771)/57- **1495** วันที่ 3 มีนาคม 2557  
 เรื่อง ขอเชิญบุคคลากรในสังกัดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ฝ่ายมัธยม และรองคณบดี

ด้วย นางสาวพีชานิกา เพชรสังข์ นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิทยานิพนธ์เรื่อง “ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิดที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2” โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้ใคร่ขอเชิญท่านเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และแบบวัดความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณ ทั้งนี้ นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

*อภินันท์ วิบูลผล*

(อาจารย์ ดร.จุฑารัตน์ วิบูลผล)  
 รองคณบดี





ที่ ศธ 0512.6(2771)/57- 1497

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย  
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

3 มีนาคม 2557

เรื่อง ขอตกลงใช้เครื่องมือวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนยานนาเวศวิทยาคม

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวพีชานิกา เพชรสังข์ นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง “ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิดที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2” โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้ นิสิตมีความจำเป็นต้องขอตกลงใช้เครื่องมือ คือ แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณ กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ทั้งนี้ นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้นิสิตได้ขอตกลงใช้เครื่องมือดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(อาจารย์ ดร.จuthาร์ตัน วิบูลผล)

รองคณบดี

ปฏิบัติการแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ  
โทร. 0-2218-2681-2 ต่อ 600



ที่ ศธ 0512.6(2771)/57- 1498

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย  
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

3 มีนาคม 2557

เรื่อง ขอความร่วมมือในการเก็บข้อมูลวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนพุทธจักรวิทยา

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวพีชานิกา เพชรสังข์ นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง “ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิดที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2” โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในกรณีนี้ นิสิตมีความจำเป็นต้องขอเก็บข้อมูลวิจัยด้วยแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ แบบวัดความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณ แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิด และแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ทั้งนี้ นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้นิสิตได้ทำการเก็บข้อมูลวิจัยดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(อาจารย์ ดร.จuthาร์ตน์ วิบูลผล)

รองคณบดี

ปฏิบัติการแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ  
โทร. 0-2218-2681-2 ต่อ 600



ภาคผนวก ค  
เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย  
CHULALONGKORN UNIVERSITY



## แผนการจัดการเรียนรู้

สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2  
 หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ทฤษฎีบทพีทาโกรัส  
 เรื่องย่อ สมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก  
 ผู้สอน นางสาวพีชานิกา เพชรสังข์ จำนวน 1 ชั่วโมง

---

### 1. สาระที่ 3 เรขาคณิต

มาตรฐาน ค 3.2 ใช้การนิกภาพ (visualization) ใช้เหตุผลเกี่ยวกับปริภูมิ (spatial reasoning) และใช้แบบจำลองทางเรขาคณิต (geometric model) ในการแก้ปัญหา

- ใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับในการ ให้เหตุผลและแก้ปัญหา

### 2. จุดประสงค์การเรียนรู้ นักเรียนสามารถ

#### ด้านความรู้

- เขียนสมการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

#### ด้านทักษะ/กระบวนการ

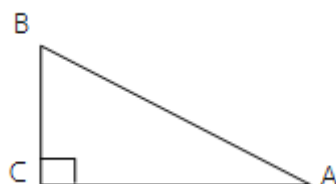
- ใช้สัญลักษณ์และภาษาทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร สื่อความหมายและการนำเสนอความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากได้อย่างถูกต้อง
- เชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์เพื่อนำมาอธิบายหรือสร้างข้อสรุปและแก้ปัญหาเกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก
- นำความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากไปใช้ในการแก้ปัญหาได้
- แสดงผลประกอบการอธิบายโดยอ้างอิงความรู้เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัสกับความรู้เดิมได้

#### ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

- นักเรียนมีความกระตือรือร้นที่จะเรียน และเห็นถึงคุณค่าของเนื้อหาและการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน
- นักเรียนให้ความร่วมมือในการทำกิจกรรมและฟังความคิดเห็นของเพื่อนนักเรียน
- นักเรียนกล้าคิด กล้าเสนอแนวคิด หรือ แสดงความคิดเห็น และนำเสนอหน้าชั้นเรียนได้
- นักเรียนมีความรับผิดชอบต่องานที่ครูได้มอบหมาย

### 3. สำคัญ

รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC ที่มีมุม C เป็นมุมฉาก



เรียก  $\overline{AB}$  ว่าด้านตรงข้ามมุมฉาก

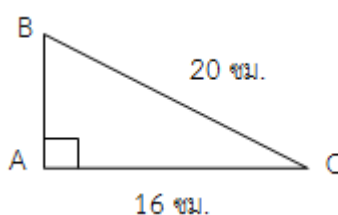
เรียก  $\overline{AC}$  และ  $\overline{BC}$  ว่าด้านประกอบมุมฉาก

ด้านตรงข้ามมุมฉากเป็นด้านที่ยาวที่สุด

ความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากข้างต้น เป็นไปตามสมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่กล่าวว่า

ความสัมพันธ์ระหว่างรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใดๆ กำลังสองของความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก เท่ากับผลบวกของกำลังสองของความยาวของด้านประกอบมุมฉาก สมบัติข้างต้นนี้เรียกว่า **ทฤษฎีบทพีทาโกรัส**

ตัวอย่างที่ 1 จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่กำหนดให้ จงหา AB



#### ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ต้องการทราบ ความยาวของ  $\overline{AB}$

จากโจทย์กำหนดให้

- รูปสามเหลี่ยม ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ที่บอกความยาวด้านตรงข้ามมุมฉากเท่ากับ 20 เซนติเมตรและด้านประกอบมุมฉากด้านหนึ่งยาว 16 เซนติเมตร

## ขั้นที่ 2 วางแผนการแก้ปัญหา

ข้อมูลที่ต้องใช้คือ ความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก และ ความยาวด้านประกอบมุมฉากหนึ่งด้าน

ดำเนินการโดย

- เขียนสมการที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากข้างต้น

- แก้สมการเพื่อหาคำตอบที่โจทย์ต้องการ

## ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน

$$\text{จะได้ } BC^2 = AB^2 + AC^2$$

$$20^2 = AB^2 + 16^2$$

$$400 = AB^2 + 256$$

$$AB^2 = 400 - 256$$

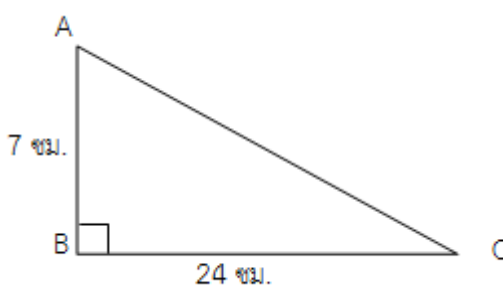
$$AB^2 = 144$$

$$\text{ดังนั้น } AB = 12 \text{ ซม.}$$

## ขั้นที่ 4 ตรวจสอบ

คำตอบที่ได้ถูกต้องเนื่องจาก AB เป็นความยาวของด้านประกอบมุมฉากซึ่งมีความยาวด้านน้อยกว่าความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก สอดคล้องกับโจทย์ที่กำหนดให้  $AC = 16$  ซม. และ  $BC = 20$  ซม. นั่นคือ  $400 = 256 + 144$

ตัวอย่างที่ 2 จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่กำหนดให้ จงหา AC



## ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ต้องการทราบ ความยาวของ AC

จากโจทย์กำหนดให้

- รูปสามเหลี่ยม ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ที่บอกความยาวของด้านประกอบมุมฉากซึ่งยาว 7 ซม. และ 24 ซม.

### ขั้นที่ 2 วางแผนการแก้ปัญหา

ข้อมูลที่ต้องใช้คือ ความยาวด้านประกอบมุมฉาก

ดำเนินการโดย

- เขียนสมการที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากข้างต้น

- แก้สมการเพื่อหาคำตอบที่โจทย์ต้องการ

### ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน

$$\text{จะได้ } AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$AC^2 = 7^2 + 24^2$$

$$AC^2 = 49 + 576$$

$$AC^2 = 625$$

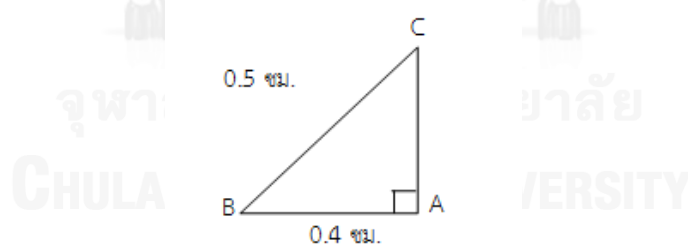
$$AC = 25 \text{ ซม.}$$

$$\text{ดังนั้น } AC = 25 \text{ ซม.}$$

### ขั้นที่ 4 ตรวจสอบ

คำตอบที่ได้ถูกต้องเนื่องจาก AC เป็นความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉากจึงเป็นด้านที่มีความยาวด้านมากที่สุด สอดคล้องกับโจทย์ที่กำหนดให้  $AB = 7$  ซม. และ  $BC = 24$  ซม. นั่นคือ  $625 = 576 + 49$

ตัวอย่างที่ 3 จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่กำหนดให้ จงหา BC



### ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ต้องการทราบ ความยาวของ  $\overline{AC}$

จากโจทย์กำหนดให้

- รูปสามเหลี่ยม ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ที่บอกความยาวของด้านประกอบมุมฉากยาว 0.4 ซม. และด้านตรงข้ามมุมฉากยาว 0.5 ซม.

### ขั้นที่ 2 วางแผนการแก้ปัญหา

ข้อมูลที่ต้องใช้คือ ความยาวด้านตรงข้ามมุมฉากและความยาวด้านประกอบมุมฉากหนึ่งด้าน

ดำเนินการโดย

- เขียนสมการที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากข้างต้น

- แก้สมการเพื่อหาคำตอบที่โจทย์ต้องการ


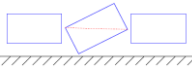

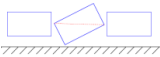
**ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน**

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } AC^2 &= BC^2 - AB^2 \\ AC^2 &= 0.5^2 - 0.4^2 \\ AC^2 &= 0.25 - 0.16 \\ AC^2 &= 0.9 \\ AC &= 0.3 \text{ ซม.} \\ \text{ดังนั้น } AC &= 0.3 \text{ ซม.} \end{aligned}$$

**ขั้นที่ 4 ตรวจสอบ**

คำตอบที่ได้ถูกต้องเนื่องจาก AC เป็นความยาวของด้านประกอบมุมฉากจึงเป็นด้านที่มีความยาวน้อยกว่าความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก สอดคล้องกับโจทย์ที่กำหนดให้  $AB = 0.4$  ซม. และ  $BC = 0.5$  ซม. นั่นคือ  $0.25 = 0.16 + 0.9$

## 4. กิจกรรมการเรียนรู้

<p style="text-align: center;"><b>กลุ่มทดลอง</b> (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับ คำถามปลายเปิด)</p>	<p style="text-align: center;"><b>กลุ่มควบคุม</b> (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ แบบปกติ)</p>
<p><b>ขั้นสร้างความสนใจ 1</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>ครูยกตัวอย่างสถานการณ์ “รถยนต์สามคันจอดขนานกับฟุตบอลเรียงกันดังภาพ”</li> <li>ครูถามนักเรียนว่า “ถ้านักเรียนเป็นเจ้าของรถยนต์คันสีเหลือง นักเรียนจะอย่างไรจึงจะสามารถนำรถของตนออกมาได้โดยไม่เกิดความเสียหายและไม่ต้องเลื่อนรถคันหน้าและรถคันหลัง</li> </ol>  <ol style="list-style-type: none"> <li>ครูจำลองภาพการจอดรถบนฟุตบอลดังรูป</li> </ol>  <ol style="list-style-type: none"> <li>ครูถามคำถามปลายเปิดเพื่อให้ให้นักเรียนระลึกความหรือเติมหรือเชื่อมโยงความรู้เดิมที่เป็นพื้นฐานเกี่ยวกับความคิดรวบยอดใหม่ <ul style="list-style-type: none"> <li>นักเรียนมีความรู้อะไรบ้างเกี่ยวกับรูปต่าง ๆ ที่นักเรียนสังเกตเห็นจากภาพจำลอง</li> </ul> </li> </ol> <p><b>ขั้นสำรวจค้นหา1</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>ครูแจกใบกิจกรรมที่ 1 เพื่อให้นักเรียนวิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างความยาวด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากจากกิจกรรมข้อ 1 - 2</li> <li>ครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่มๆ 4 คน โดยคละความสามารถทางการเรียน ระดับเก่ง ปานกลาง และอ่อน</li> </ol>	<p><b>ขั้นนำ</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>ครูยกตัวอย่างสถานการณ์ “รถยนต์สามคันจอดขนานฟุตบอลเรียงกันดังภาพ รถคันสีน้ำเงินจะต้องอยู่ห่างจากรถคันสีแดงมากที่สุดเพียงใด จึงจะสามารถนำรถคันสีเหลืองออกมาได้โดยไม่เกิดความเสียหายและไม่ต้องเลื่อนรถคันหน้าและรถคันหลัง</li> </ol>  <ol style="list-style-type: none"> <li>ครูจำลองภาพการจอดรถบนฟุตบอลดังรูป</li> </ol>  <ol style="list-style-type: none"> <li>ครูชี้ให้นักเรียนเห็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากซึ่งจะนำมาช่วยในการแก้ไขสถานการณ์นี้</li> </ol> <p><b>ขั้นสอน</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>ครูทบทวนความรู้ของนักเรียนเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก</li> <li>ครูแจกใบกิจกรรมที่ 1 เพื่อให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติกิจกรรมข้อ 1 - 2</li> <li>ครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่มๆ 4 คน โดยคละความสามารถทางการเรียน ระดับเก่ง ปานกลาง และอ่อน</li> <li>ครูและนักเรียนช่วยกันเติมคำตอบลงในใบกิจกรรมที่ 1</li> <li>ครูชี้ให้นักเรียนเห็นถึงความสัมพันธ์ของความยาวด้านทั้งสามของสามเหลี่ยมมุมฉาก โดยครูจะชี้ให้นักเรียนเห็นว่า ด้านตรงข้ามมุมฉาก</li> </ol>

<p style="text-align: center;"><b>กลุ่มทดลอง</b> (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับ คำถามปลายเปิด)</p>	<p style="text-align: center;"><b>กลุ่มควบคุม</b> (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ แบบปกติ)</p>
<p>7. ครูใช้คำถามปลายเปิดให้นักเรียนสำรวจข้อมูล สังเกตลักษณะร่วมของข้อมูล วางแผน วิเคราะห์ลักษณะร่วมและลงข้อสรุป ดังที่ ปรากฏในใบกิจกรรมที่ 1 ข้อ 1 - 2</p> <p>8. ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มอภิปรายแลกเปลี่ยน ความคิดเกี่ยวกับงานในใบกิจกรรมที่ 1 ข้อ 1 - 2 ที่ครูได้มอบหมายให้</p> <p>9. ครูให้เวลานักเรียนในการสำรวจค้นหา <b>ชั้นอธิบายและลงข้อสรุป 1</b></p> <p>10. ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มส่งตัวแทนออกมา นำเสนอข้อสรุปที่เกี่ยวกับความคิดรวบยอดที่ ได้จากการสำรวจและค้นหาหน้าชั้นเรียน</p> <p>11. ครูถามคำถามปลายเปิดให้นักเรียนแปล ความหมายข้อสรุปที่เกี่ยวกับความคิดรวบ ยอด โดยครูพยายามให้นักเรียนได้อธิบาย เกี่ยวกับสิ่งที่นักเรียนแต่ละกลุ่มค้นพบ</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- นักเรียนได้ค้นพบอะไรบ้างจากการสำรวจและ ค้นหา</li> <li>- นักเรียนได้เรียนรู้อะไรจากการทำกิจกรรม</li> <li>- ทำไมนักเรียนจึงคิดว่าสิ่งที่นักเรียนค้นพบนั้น ถูกต้องนักเรียนมีหลักฐานอะไรที่จะแสดงให้เห็น ครูและเพื่อนเห็นว่าข้อสรุปของนักเรียน ถูกต้องและสมเหตุผล</li> <li>- นักเรียนมีความคิดเห็นที่แตกต่างจากข้อสรุป ของเพื่อนอย่างไร</li> </ul> <p>12. ครูให้นักเรียนที่มีข้อสรุปแตกต่างจากเพื่อน ออกมานำเสนอข้อสรุปที่ได้จากการสำรวจ และค้นหาหน้าชั้นเรียน</p>	<p>จะเป็นด้านที่มีความยาวมากที่สุดและ ความสัมพันธ์ระหว่างรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ใดๆ กำลังสองของความยาวของด้านตรงข้าม มุมฉาก เท่ากับผลบวกของกำลังสองของ ความยาวของด้านประกอบมุมฉาก สมบัติข้างต้นนี้เรียกว่า ทฤษฎีบทพีทาโกรัส</p> <p>9. ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนที่มีข้อสงสัยถาม เกี่ยวกับความสัมพันธ์ของด้านทั้งสามของรูป สามเหลี่ยมมุมฉาก</p> <p>10. ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับ ความสัมพันธ์ระหว่างความยาวด้านทั้งสาม ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากไปใช้กับสถาน การณ์การนำรถคันกลางออกได้โดยไม่ให้ เกิดความเสียหายและนำมาหาความยาว ของด้านใดด้านหนึ่งของรูปสามเหลี่ยมมุม ฉากที่ต้องการทราบได้เสมอ เมื่อทราบ ความยาวด้านอีกสองด้านของรูป สามเหลี่ยมนั้น</p> <p>11. ครูยกตัวอย่างโจทย์ ในใบกิจกรรมที่ 1 ข้อ 3.1</p> <p>12. ครูให้นักเรียนอ่านโจทย์ปัญหาในใบ กิจกรรมที่ 1 แล้วครูถามนักเรียนว่าโจทย์ ต้องการอะไร และกำหนดอะไรมาให้บ้าง (ต้องการทราบความยาวของ <math>\overline{AB}</math> เมื่อ กำหนดให้ <math>BC = 20</math> ซม. และ <math>AC = 16</math> ซม.)</p> <p>13. ครูอธิบายว่า เมื่อนักเรียนทำความเข้าใจกับ การแก้ปัญห</p>

<p style="text-align: center;"><b>กลุ่มทดลอง</b> (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับ คำถามปลายเปิด)</p>	<p style="text-align: center;"><b>กลุ่มควบคุม</b> (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ แบบปกติ)</p>
<p><b>ขั้นสร้างความสนใจ 2</b></p> <p>13. ครูถามนักเรียนว่า “นักเรียนคิดว่านักเรียนสามารถนำทฤษฎีบทพีทาโกรัสไปใช้ได้อย่างไร”(เราสามารถใช้ความสัมพันธ์ระหว่างความยาวด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก หาคความยาวของด้านใดด้านหนึ่งของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่ต้องการทราบได้ เสมอเมื่อทราบความยาวด้านอีกสองด้านของรูปสามเหลี่ยมนั้น)</p> <p><b>ขั้นสำรวจค้นหา2</b></p> <p>15. ครูยกตัวอย่างโจทย์ ในใบกิจกรรมที่ 1 ข้อ 3.1</p> <p>16. ครูใช้คำถามปลายเปิดให้นักเรียนสำรวจและวิเคราะห์ข้อมูล วางแผนการแก้ปัญหา ลงมือแก้ปัญหา ตรวจสอบ</p> <p>- วิธีการที่ดีที่สุดในการแก้ปัญหานี้เป็นอย่างไร</p> <p>17. ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มอภิปรายแลกเปลี่ยนความคิดเห็นเกี่ยวกับงานในใบกิจกรรมที่ 1 ที่ครูได้มอบหมายให้</p> <p>18. ครูให้เวลานักเรียนในการสำรวจค้นหา</p> <p><b>ขั้นอธิบายและลงข้อสรุป 2</b></p> <p>19. ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มส่งตัวแทนออกมา นำเสนอข้อสรุปที่เกี่ยวกับความคิดรวบยอดที่ได้จากการสำรวจและค้นหาหน้าชั้นเรียน</p> <p>20. ครูถามคำถามปลายเปิดให้นักเรียนแปลความหมายข้อสรุปที่เกี่ยวกับวิธีการ</p>	<p>โจทย์ปัญหาแล้ว ในการแก้โจทย์ปัญหาสิ่งที่นักเรียนต้องทำต่อไปคือ การวางแผนใน</p> <p>14. ครูถามนักเรียนว่าโจทย์ต้องการหาคความยาวของ <math>\overline{AB}</math> ดังนั้นนักเรียนมีวิธีอย่างไรและจะดำเนินการอย่างไร (ความสัมพันธ์ระหว่างรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใดๆ กำลังสองของความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉากเท่ากับผลบวกของกำลังสองของความยาวของด้านประกอบมุมฉาก โดยสร้างสมการแทนความสัมพันธ์และแทนความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉากและด้านประกอบมุมฉากหนึ่งด้านลงในสมการ จากนั้นแก้สมการหาคำตอบ)</p> <p>15. ครูและนักเรียนช่วยกันดำเนินแก้ปัญหาตามวิธีที่ได้คิดเอาไว้</p> <p>16. ครูให้นักเรียนสรุปคำตอบที่ได้จากการแก้สมการ</p> <p>17. ครูให้นักเรียนทุกคนช่วยกันตรวจสอบคำตอบที่ได้ว่าคำตอบนั้นถูกต้องหรือไม่</p> <p>18. ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนที่ไม่เข้าใจหรือมีข้อสงสัยได้ถาม</p> <p>19. ครูยกตัวอย่างในใบกิจกรรมที่ 1 ข้อ 3.2 และครูถามนักเรียนว่า ในการแก้โจทย์ปัญหานักเรียนต้องทำอะไรบ้าง (ทำความเข้าใจปัญหา วางแผน ดำเนินการตามแผน และตรวจสอบคำตอบ)</p> <p>20. ครูให้นักเรียนช่วยกันแก้โจทย์ปัญหาตามขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหา</p>



<p style="text-align: center;"><b>กลุ่มทดลอง</b> (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับ คำถามปลายเปิด)</p>	<p style="text-align: center;"><b>กลุ่มควบคุม</b> (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ แบบปกติ)</p>
<p>แก้ปัญหาโดยครูพยายามให้นักเรียนได้ อธิบายเกี่ยวกับสิ่งที่นักเรียนแต่ละกลุ่มค้นพบ</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- นักเรียนได้ค้นพบอะไรบ้างจากการสำรวจและ ค้นหา</li> <li>- ทำไมนักเรียนจึงคิดว่าสิ่งที่นักเรียนค้นพบนั้น ถูกต้อง นักเรียนมีหลักฐานอะไรที่จะแสดงเพื่อ ยืนยันว่าข้อสรุปของนักเรียนถูกต้องและ สมเหตุสมผล</li> <li>- นักเรียนมีความคิดเห็นที่แตกต่างจากข้อสรุป ของเพื่อนอย่างไร</li> </ul> <p>21. ครูให้นักเรียนที่มีข้อสรุปแตกต่างจากเพื่อน ออกมานำเสนอข้อสรุปที่ได้จากการสำรวจ และค้นหาหน้าชั้นเรียน</p> <p>22. ครูถามคำถามปลายเปิดเพื่อให้นักเรียน ช่วยกันพิจารณาและตรวจสอบวิธีแก้ปัญหา และคำตอบ</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- นักเรียนคิดว่าข้อสรุปใดเป็นข้อสรุปที่มีความ เหมาะสมมากที่สุด เพราะอะไร และข้อสรุปที่ ไม่เหมาะสมนั้น ไม่เหมาะสมเพราะอะไร</li> </ul> <p><b>ขั้นสำรวจค้นหา 3</b></p> <p>23. ครูยกตัวอย่างโจทย์ ในใบกิจกรรมที่ 1 ข้อ 3.2</p> <p>24. ครูใช้คำถามปลายเปิดให้นักเรียนสำรวจและ วิเคราะห์ข้อมูล วางแผนการแก้ปัญหา ลงมือ แก้ปัญหาตรวจสอบ</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- นักเรียนคิดว่าวิธีการแก้โจทย์ปัญหานี้เหมือน และแตกต่างจากที่นักเรียนเคยทำมาอย่างไร</li> </ul>	<p>21. ครูสุ่มนักเรียนออกมานำเสนอหน้าชั้น เรียนโดยครูและนักเรียนช่วยกันตรวจสอบ คำตอบและความถูกต้องของวิธีการ แก้ปัญหา</p> <p>22. ครูให้นักเรียนที่มีวิธีการปัญหาที่แตกต่างกับ คนอื่นออกมานำเสนอหน้าชั้นเรียน</p> <p>23. ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนที่ไม่เข้าใจหรือ สงสัยได้ถาม</p> <p><b>ขั้นสรุป</b></p> <p>24. ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปความรู้ที่ได้จาก การเรียนเรื่องสมบัติของสามเหลี่ยมมุมฉาก ได้แก่ ด้านตรงข้ามมุมฉากยาวที่สุด และ ความสัมพันธ์ระหว่างรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ใด ๆ กำลังสองของความยาวของด้านตรง ข้ามมุมฉาก เท่ากับผลบวกของกำลังสอง ของความยาวของด้านประกอบมุมฉาก สมบัติข้างต้นนี้เรียกว่า ทฤษฎีบทพีทาโกรัส และเราสามารถใช้ความสัมพันธ์ระหว่าง ความยาวด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุม ฉาก หาความยาวของด้านใดด้านหนึ่งของ รูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่ต้องการทราบได้ เสมอ เมื่อทราบความยาวด้านอีกสองด้าน ของรูปสามเหลี่ยมนั้น</p>

<p style="text-align: center;"><b>กลุ่มทดลอง</b> (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับ คำถามปลายเปิด)</p>	<p style="text-align: center;"><b>กลุ่มควบคุม</b> (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ แบบปกติ)</p>
<p>25. ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มอภิปรายแลกเปลี่ยน ความคิดเห็นเกี่ยวกับงานในใบกิจกรรมที่ 1 ที่ครูได้มอบหมายให้</p> <p>26. ครูให้เวลานักเรียนในการสำรวจค้นหา ได้จากการสำรวจและค้นหาหน้าชั้นเรียน</p> <p>28. ครูถามคำถามปลายเปิดให้นักเรียนแปล ความหมายข้อสรุปที่เกี่ยวกับวิธีการแก้โจทย์ ปัญหาโดยครูพยายามให้นักเรียนได้อธิบาย เกี่ยวกับสิ่งที่นักเรียนแต่ละกลุ่ม ได้จากการสำรวจและค้นหาหน้าชั้นเรียน</p> <p>29. ครูให้นักเรียนที่มีข้อสรุปแตกต่างจากเพื่อน ออกมานำเสนอข้อสรุปที่ได้จากการสำรวจ และค้นหาหน้าชั้นเรียน</p> <p>30. ครูถามคำถามปลายเปิดเพื่อให้นักเรียน ช่วยกันพิจารณาและตรวจสอบวิธีแก้ปัญหา และคำตอบเช่นเดียวกับชั้นอธิบายและลง ข้อสรุป 2</p> <p><b>ขั้นขยายความรู้</b></p> <p>31. ครูยกตัวอย่างโจทย์ในใบกิจกรรมที่ 1 ข้อ 3.3</p> <p>32. ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มดำเนินการตามที่ นักเรียนเข้าใจ</p> <p>33. ครูสุ่มนักเรียนออกมาแสดงวิธีการแก้ปัญหา ของตนเองโดยครูและเพื่อน ๆ ในชั้นเรียน ช่วยกันซักถามหากเกิดข้อสงสัย โดยครูใช้ คำถามปลายเปิดดังนี้</p>	

<p>กลุ่มทดลอง (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถาม ปลายเปิด)</p>	<p>กลุ่มควบคุม (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ แบบปกติ)</p>
<p>- หากมีการเปลี่ยนแปลงความยาวด้านของรูป สามเหลี่ยมมุมฉากเป็นทศนิยม นักเรียนคิดว่า นักเรียนจะนำความรู้เรื่องสมบัติมุมฉากมาใช้ อย่างไรและเพราะอะไรนักเรียนถึงคิดว่า สามารถนำสมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากมา ใช้กับโจทย์ปัญหาข้อนี้ได้</p> <p><b>ขั้นที่ 5 ขั้นประเมินผล</b></p> <p>34. ครูถามว่า“ถ้าครูต้องการหาความยาวของ เส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า นักเรียนคิดว่า นักเรียนจะสามารถหาความยาวของเส้นทแยงมุม นั้นอย่างไร และเพราะอะไรจึงใช้วิธีเช่นนั้น”</p>	

## 5. สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มสาระการ  
เรียนรู้คณิตศาสตร์ หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

1. ใบกิจกรรมที่ 1 (สำหรับกลุ่มทดลอง) สมบัติของสามเหลี่ยมมุมฉากและการแก้ปัญหา  
โดยใช้สมบัติของสามเหลี่ยมมุมฉาก

2. ใบกิจกรรมที่ 1 (สำหรับกลุ่มควบคุม) สมบัติของสามเหลี่ยมมุมฉากและการแก้ปัญหา  
โดยใช้สมบัติของสามเหลี่ยมมุมฉาก

3. แหล่งข้อมูลต่าง ๆ ในห้องสมุด เช่น หนังสือเสริมทักษะ เอกสารและวารสารคณิตศาสตร์  
เป็นต้น

## 6. บันทึกการสอน

## กลุ่มทดลอง

ผลการสอน	
ชั้นสร้างความสนใจ	
ชั้นสำรวจและค้นคว้า	
ชั้นอธิบายและลงข้อสรุป	
ชั้นขยายความรู้	
ชั้นประเมินผล	
การวัดและประเมินผล	
ความถูกต้องในการทำใบกิจกรรมที่ 1, การทำแบบฝึกหัดที่ 1.1	

## กลุ่มควบคุม

การประเมินการเรียนรู้ ประเมินในประเด็นดังต่อไปนี้

การวัดผล	การประเมินผล
1) สังเกตการนำเสนอ การตอบคำถาม การอภิปราย และการมีส่วนร่วมในกิจกรรมเกี่ยวกับคำถามเกี่ยวกับสมบัติของสามเหลี่ยมมุมฉาก	
2) ความถูกต้องในการทำใบกิจกรรมที่ 1 และ แบบฝึกหัดที่ 1.1	
3) มีความรับผิดชอบในงานที่ได้รับมอบหมาย ส่งงานตรงต่อเวลา	

บันทึกหลังการสอน

ผลการสอน.....

ปัญหาและอุปสรรค.....

แนวทางการแก้ไข.....

ลงชื่อ.....

(นางสาวพีชานิกา เพชรสังข์)

ผู้สอน

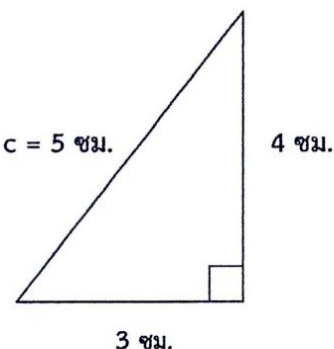
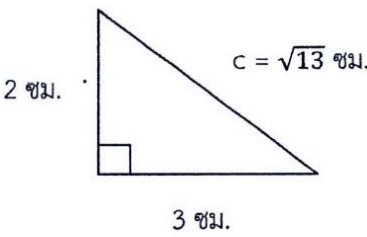
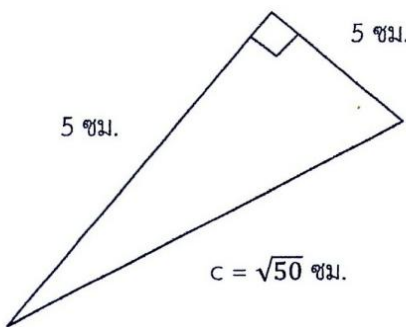
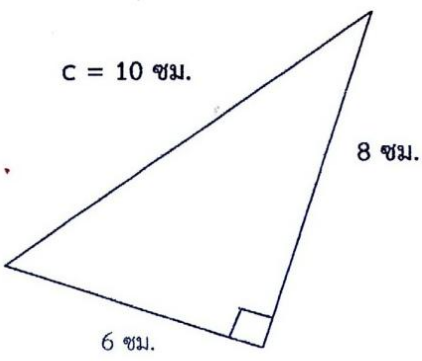
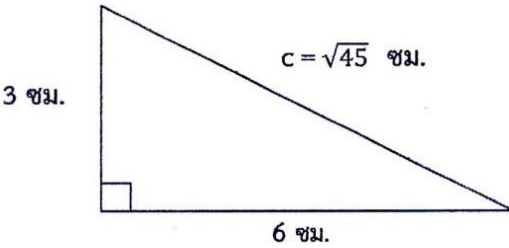
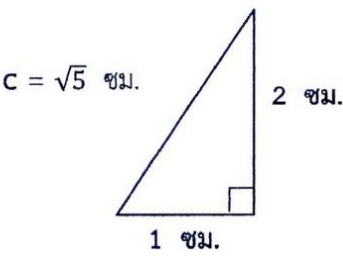
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย  
CHULALONGKORN UNIVERSITY

ใบกิจกรรมที่ 1 สมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก (กลุ่มทดลอง)

1. ชื่อ..... เลขที่..... 3. ชื่อ..... เลขที่.....  
 2. ชื่อ..... เลขที่..... 4. ชื่อ..... เลขที่.....

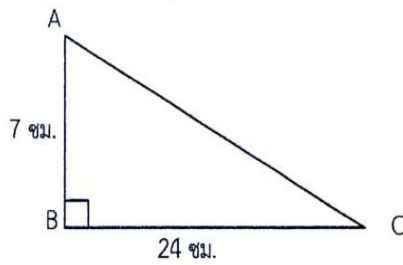
กำหนดให้รูปสามเหลี่ยมมุมฉากต่อไปนี้ มีด้านตรงข้ามมุมฉากยาว  $c$  เซนติเมตร และ ด้านประกอบมุมฉากยาว  $a$  และ  $b$  เซนติเมตร

ให้นักเรียนพิจารณารูปสามเหลี่ยมมุมฉากและตอบคำถามในข้อ 1 - 2

<p>1) </p> <p>2) </p> <p>3) </p>	<p>4) </p> <p>5) </p> <p>6) </p>
---	---

1. เมื่อพิจารณารูปสามเหลี่ยมมุมฉากทุกรูป นักเรียนค้นพบอะไรได้บ้าง.....  
 .....  
 .....

3.2 จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่กำหนดให้ จงหา AC



วิธีทำ

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ต้องการทราบว่าจะหา.....  
จากโจทย์กำหนดให้.....

ขั้นที่ 2 วางแผน

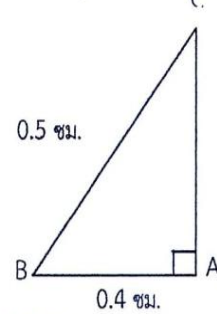
ข้อมูลที่ต้องใช้คือ .....

ดำเนินการโดย .....

ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบ

3.3 จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่กำหนดให้ จงหา AC



วิธีทำ

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ต้องการทราบว่าจะหา.....  
จากโจทย์กำหนดให้.....

ขั้นที่ 2 วางแผน

ข้อมูลที่ต้องใช้คือ .....

ดำเนินการโดย .....

ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบ

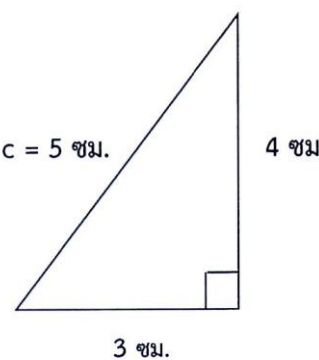
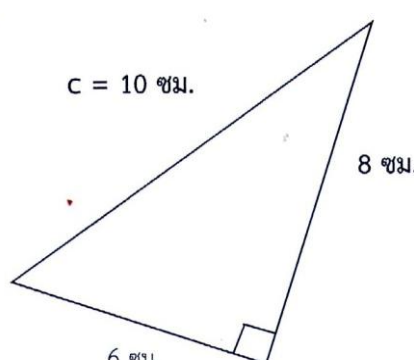
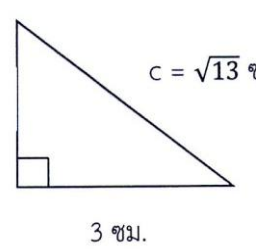
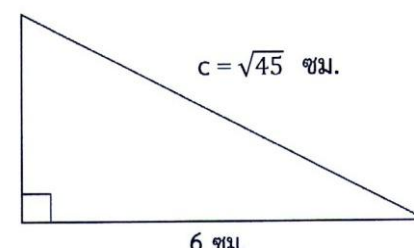
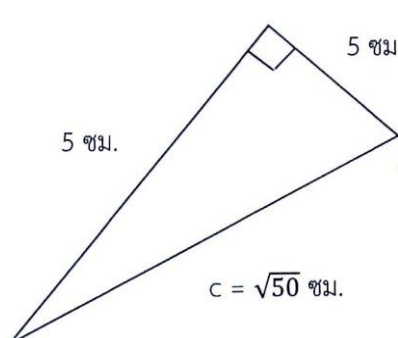
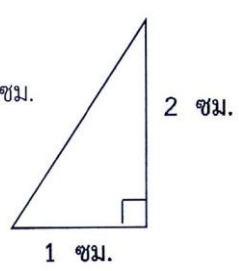
ใบกิจกรรมที่ 1 สมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก (กลุ่มควบคุม)

1. ชื่อ..... เลขที่..... 3. ชื่อ..... เลขที่.....

2. ชื่อ..... เลขที่..... 4. ชื่อ..... เลขที่.....

กำหนดให้รูปสามเหลี่ยมมุมฉากต่อไปนี้มีความยาวด้านตรงข้ามมุมฉากยาว  $c$  เซนติเมตร และ ด้านประกอบมุมฉากยาว  $a$  และ  $b$  เซนติเมตร

ให้นักเรียนพิจารณารูปสามเหลี่ยมมุมฉากและตอบคำถามในข้อ 1 - 2

<p>1)</p>  <p><math>c = 5</math> ซม. 3 ซม. 4 ซม.</p>	<p>4)</p>  <p><math>c = 10</math> ซม. 6 ซม. 8 ซม.</p>
<p>2)</p>  <p>2 ซม. 3 ซม. <math>c = \sqrt{13}</math> ซม.</p>	<p>5)</p>  <p>3 ซม. 6 ซม. <math>c = \sqrt{45}</math> ซม.</p>
<p>3)</p>  <p>5 ซม. 5 ซม. <math>c = \sqrt{50}</math> ซม.</p>	<p>6)</p>  <p><math>c = \sqrt{5}</math> ซม. 1 ซม. 2 ซม.</p>

1. จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ลักษณะของความยาวด้านตรงข้ามมุมฉากเป็นอย่างไร.....



2. ให้นักเรียนเติมค่า  $c$  ที่ได้จากข้อ 1 และค่าอื่น ๆ ลงในตารางให้สมบูรณ์

ข้อที่	a	b	c	$a^2$	$b^2$	$c^2$	$a^2 + b^2$
1	3	4					
2	2	3					
3	5	5					
4	6	8					
5	3	6					
6	1	2					

2.1 จากตารางจะได้ว่าความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากคือ.....

.....

.....

.....

.....

2.2 นักเรียนคิดว่านักเรียนสามารถนำความรู้เรื่องสมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากมาใช้กับสถานการณ์ “รถยนต์สามคันจอดขนาน พุดบาทเรียงกัน ซึ่งสามารถนำรถคันสี่เคลื่อนออกมาได้โดยไม่เกิดความเสียหายและไม่ต้องเลื่อนรถคันหน้าและรถคันหลังได้อย่างไร”



.....

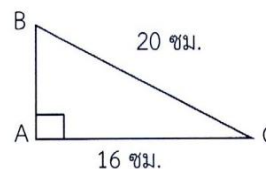
.....

.....

.....

3. ให้นักเรียนเติมคำตอบลงในช่องว่างที่กำหนดให้

3.1 จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่กำหนดให้ จงหา AB



วิธีทำ

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ต้องการทราบว่าจะ.....

จากโจทย์กำหนดให้.....

ขั้นที่ 2 วางแผน

ข้อมูลที่ต้องใช้คือ .....

ดำเนินการโดย .....

ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบ

.....

.....

.....

.....

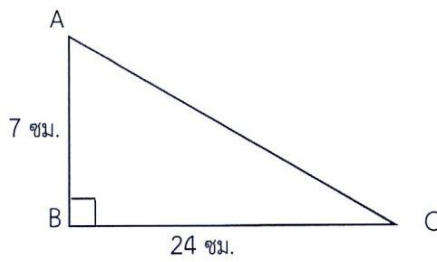
.....

.....

.....

.....

3.2 จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่กำหนดให้ จงหา AC



วิธีทำ

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ต้องการทราบว่า.....

จากโจทย์กำหนดให้.....

ขั้นที่ 2 วางแผน

ข้อมูลที่ต้องใช้คือ .....

ดำเนินการโดย .....

ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน

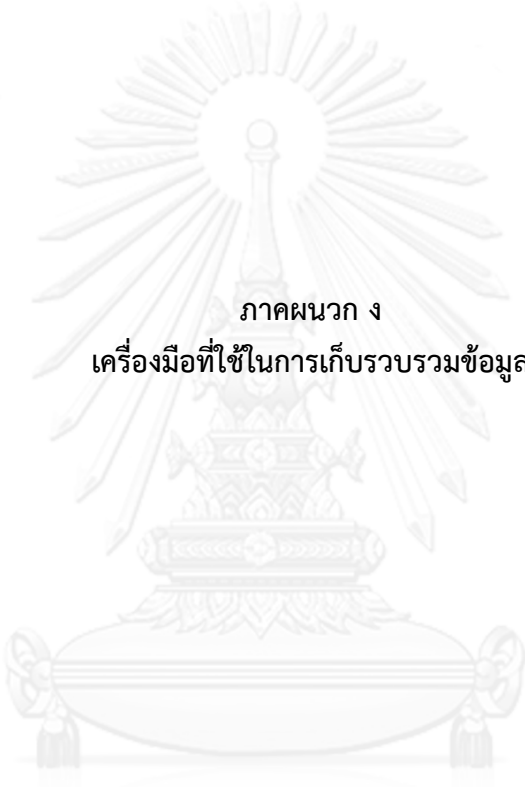
ขั้นที่ 4 ตรวจสอบ

### แบบสังเกตพฤติกรรมทำให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

พฤติกรรมที่สังเกต	ระดับของการปฏิบัติ		
	ปฏิบัติบ่อยครั้ง	ปฏิบัติบางครั้ง	ไม่ได้ปฏิบัติ
<b>การให้เหตุผลแบบอุปนัย</b>			
1. สังเกตลักษณะร่วมของข้อมูลหรือแบบแผน			
2. วิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูล			
3. นำข้อมูลที่สังเกตและวิเคราะห์มาสร้างข้อ คาดการณ์			
4. ประเมินข้อคาดการณ์			
5. หาข้อสรุปได้			
6. ขยายข้อสรุปไปสู่กฎเกณฑ์หรือหลักการทั่วไป ได้			
<b>การให้เหตุผลแบบนิรนัย</b>			
1. พิจารณาขอบเขตของทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม			
2. วิเคราะห์ความสัมพันธ์ของทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยามและกรณีเฉพาะ			
3. พิจารณาและเลือกทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยามได้ถูกต้อง			
4. ใช้ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม ในการหาข้อสรุป ของกรณีเฉพาะได้ถูกต้อง			
5. ตรวจสอบและประเมินความถูกต้องของข้อสรุป โดยใช้ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม			

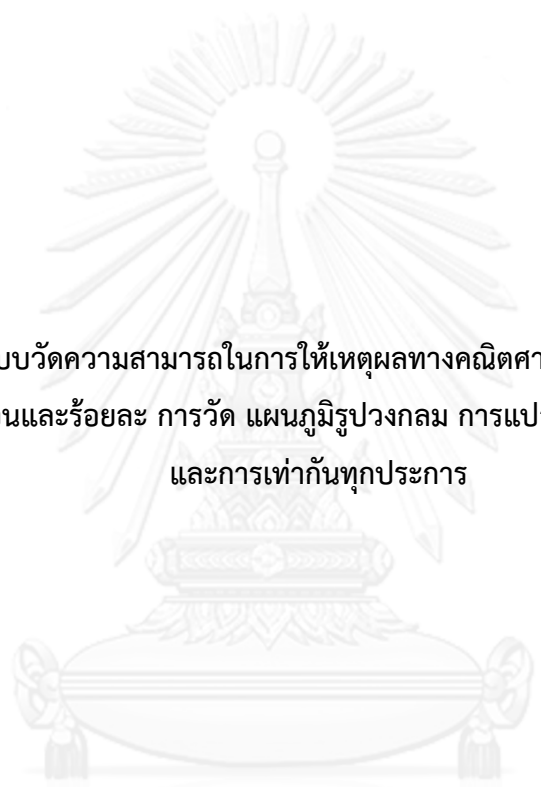
### แบบสังเกตพฤติกรรมการคิดอย่างมีวิจารณญาณ

พฤติกรรมที่สังเกต	ระดับของการปฏิบัติ		
	ปฏิบัติบ่อยครั้ง	ปฏิบัติบางครั้ง	ไม่ได้ปฏิบัติ
1. การอนุมาน			
2. การระบุข้อตกลงเบื้องต้น			
3. การนิรนัย			
4. การตีความเพื่อลงข้อสรุป			
5. การประเมินข้อโต้แย้ง			



ภาคผนวก ง  
เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย  
CHULALONGKORN UNIVERSITY



แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนเรื่อง  
อัตราส่วนและร้อยละ การวัด แผนภูมิรูปวงกลม การแปลงทางเรขาคณิต  
และการเท่ากันทุกประการ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย  
CHULALONGKORN UNIVERSITY

ตารางที่ 15 ลักษณะแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน

เนื้อหาเรื่อง	หัวข้อย่อย	จำนวน ชั่วโมง	จำนวนข้อสอบ	
			ทดลอง	ใช้จริง
1. อัตราส่วน	1.1 อัตราส่วน 1.2 อัตราส่วนที่เท่ากัน 1.3 อัตราส่วนจำนวนหลาย ๆ จำนวน 1.4 สัดส่วน 1.5 ร้อยละ	18	12 ข้อ	9 ข้อ
2. การวัด	2.1 ความเป็นมาของการวัด 2.2 การวัดความยาว 2.3 การวัดพื้นที่ 2.4 การวัดปริมาตรและน้ำหนัก 2.5 การวัดเวลา	10	6 ข้อ	5 ข้อ
3. แผนภูมิรูปวงกลม	3.1 การอ่านแผนภูมิรูปวงกลม 3.2 การเขียนแผนภูมิรูปวงกลม	6	4 ข้อ	3 ข้อ
4. การแปลงทางเรขาคณิต	4.1 การเลื่อนขนาน 4.2 การสะท้อน 4.3 การหมุน	12	8 ข้อ	6 ข้อ

เนื้อหาเรื่อง	หัวข้อย่อย	จำนวน ชั่วโมง	จำนวนข้อสอบ	
			ทดลอง	ใช้จริง
5. การเท่ากัน ทุก ประการ	5.1 ความเท่ากันทุกประการของ รูปเรขาคณิต 5.2 ความเท่ากันทุกประการของ รูปสามเหลี่ยม 5.3 รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่มี ความสัมพันธ์กันแบบ ด-ม-ด 5.4 รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่มี ความสัมพันธ์กันแบบ ม-ด-ม 5.5 รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่มี ความสัมพันธ์กันแบบ ด-ด-ด 5.6 การนำไปใช้	14	10 ข้อ	7 ข้อ
รวม		60	40	30

ตารางที่ 16 ตารางวิเคราะห์แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน

เนื้อหาเรื่อง	หัวข้อย่อย	จำนวน ชั่วโมง	จำนวนข้อสอบ			
			อุปนัย		นิรนัย	
			ทดลอง	ใช้จริง	ทดลอง	ใช้จริง
1.อัตราส่วน	1.1 อัตราส่วน 1.2 อัตราส่วนที่เท่ากัน 1.3 อัตราส่วนจำนวนหลาย ๆ จำนวน 1.4 สัดส่วน 1.5 ร้อยละ	18	6 ข้อ 1 - 6	4 ข้อ 2, 3, 5, 6	6 ข้อ 21 - 26	5 ข้อ 21, 22, 23, 25, 26
2. การวัด	2.1 ความเป็นมาของการวัด 2.2 การวัดความยาว 2.3 การวัดพื้นที่ 2.4 การวัดปริมาตรและน้ำหนัก 2.5 การวัดเวลา	10	3 ข้อ 7 - 9	3 ข้อ 7 - 9	3 ข้อ 27, 28, 29	3 ข้อ 27, 28, 29
3. แผนภูมิรูป วงกลม	3.1 การอ่านแผนภูมิรูปวงกลม 3.2 การเขียนแผนภูมิรูปวงกลม	6	2 ข้อ 10 - 11	1 ข้อ 14	2 ข้อ 30 - 31	1 ข้อ 31
4. การแปลง ทางเรขาคณิต	4.1 การเลื่อนขนาน 4.2 การสะท้อน 4.3 การหมุน	12	4 ข้อ 12 - 15	3 ข้อ 16, 17, 18	4 ข้อ 32 - 35	3 ข้อ 34, 35, 36
5. การเท่ากัน ทุกประการ	5.1 ความเท่ากันทุกประการของ รูปเรขาคณิต 5.2 ความเท่ากันทุกประการของ รูปสามเหลี่ยม 5.3 รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่มี ความสัมพันธ์กันแบบ ด-ม-ด 5.4 รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่มี ความสัมพันธ์กันแบบ ม-ด-ม 5.5 รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่มี ความสัมพันธ์กันแบบ ด-ด-ด 5.6 การนำไปใช้	14	5 ข้อ 16 - 20	4 ข้อ 16, 18, 19, 20	5 ข้อ 36 - 40	3 ข้อ 37, 38, 39
<b>รวม</b>		60	20	15	20	15



## แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน

### การให้เหตุผลแบบอุปนัย

#### 1. จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

พื้นที่ 1 ตารางเมตร คิดเป็น  $1 \times 100 \times 100$  ตารางเซนติเมตร

พื้นที่ 2 ตารางเมตร คิดเป็น  $2 \times 100 \times 100$  ตารางเซนติเมตร

พื้นที่ 3 ตารางเมตร คิดเป็น  $3 \times 100 \times 100$  ตารางเซนติเมตร

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง เมื่อ  $n$  แทนจำนวนเต็มบวกใด ๆ

ก. พื้นที่  $n+1$  ตารางเมตร คิดเป็น  $n+1 \times 101 \times 1,001$  ตารางเซนติเมตร

ข. พื้นที่  $2n$  ตารางเมตร คิดเป็น  $n \times 200 \times 200$  ตารางเซนติเมตร

ค. พื้นที่  $n^2$  ตารางเมตร คิดเป็น  $n^2 \times 100^2 \times 100^2$  ตารางเซนติเมตร

ง. พื้นที่  $5n^2$  ตารางเมตร คิดเป็น  $5n^2 \times 100 \times 100$  ตารางเซนติเมตร

#### 2. จงสังเกตความสัมพันธ์ระหว่างรูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการสะท้อน เมื่อใช้แกน X เป็นแกนสะท้อน

รูปต้นแบบ	ภาพที่ได้จากการสะท้อน
(1,2)	(1,-2)
(-5,3)	(-5,-3)
(-4,-3)	(-4,3)
(7,-2)	(7,2)

ภาพที่ได้จากการสะท้อน  $(-a,-b)$  โดยใช้แกน X เป็นแกนสะท้อน เมื่อ  $a, b$  เป็นจำนวนจริง คือข้อใด ก.  $(a,b)$

ข.  $(a,-b)$

ค.  $(-a,b)$

ง.  $(-a,-b)$

#### 3. จงสังเกตความสัมพันธ์ระหว่างรูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการเลื่อนขนาน

รูปต้นแบบ	ระยะของการเลื่อนขนาน	ภาพที่ได้จากการเลื่อนขนาน
(1,2)	$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$	(2,4)
(-5,3)	$\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$	(-3,7)
(-4,-3)	$\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$	(-5,1)
(7,-2)	$\begin{pmatrix} 0 \\ -2 \end{pmatrix}$	(7,-4)

ถ้าภาพต้นแบบคือ  $(a,-b)$  แล้วภาพที่เกิดจากการเลื่อนขนาน โดยมีระยะการเลื่อนขนานเป็น  $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$

เมื่อ  $a,b$  เป็นจำนวนจริงคือข้อใด

ก.  $(a+x,-b)$

ข.  $(a,-b+y)$

ค.  $(a+x,-b+y)$

ง.  $(a+y,-b+x)$

4. จงสังเกตความสัมพันธ์ระหว่างรูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการหมุน  $90^\circ$  ตามเข็มนาฬิกา

รูปต้นแบบ	ภาพที่ได้จากการหมุน
(1,3)	(3,-1)
(-5,3)	(3,5)
(-2,-2)	(-2,2)
(0,-4)	(-4,0)

ถ้าภาพที่ได้จากการหมุน  $90^\circ$  ตามเข็มนาฬิกาคือ  $(-a,b)$  เมื่อ  $a, b$  เป็นจำนวนจริงแล้วภาพต้นแบบคือข้อใด

ก.  $(-b,-a)$

ข.  $(-a,-b)$

ค.  $(b, a)$

ง.  $(-b, a)$

5. พิจารณาข้อความต่อไปนี้

เมื่อ  $c$  แทนความยาวของเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม และ  $r$  แทนรัศมีของวงกลม

รูปที่	$c$	$r$	วงกลมที่เท่ากันทุกประการ
1	10	5	รูปที่ 1 $\cong$ รูปที่ 4 รูปที่ 3 $\cong$ รูปที่ 6
2	4	2	
3	6	3	
4	10	5	
5	2	4	
6	6	3	

ข้อใดต่อไปนี้สรุปไม่ถูกต้องเกี่ยวกับการเท่ากันทุกประการของรูปวงกลม 2 รูป

ก. รูปวงกลมทุกรูปเท่ากันทุกประการ

ข. รูปวงกลมที่มีพื้นที่เท่ากันจะเท่ากันทุกประการ

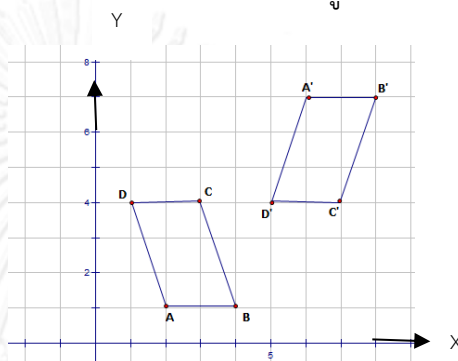
ค. รูปวงกลมที่มีรัศมียาวเท่ากันจะเท่ากันทุกประการ

ง. รูปวงกลมที่มีเส้นผ่านศูนย์กลางยาวเท่ากันจะเท่ากันทุกประการ

### การให้เหตุผลแบบนิรนัย

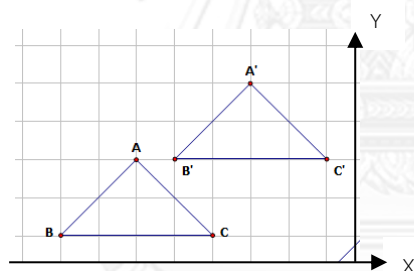
6. “โรงเรียนแห่งหนึ่ง ครู 4 คน จะดูแลนักเรียน 60 คน ดังนั้นอัตราส่วนระหว่างจำนวนครูและนักเรียนเป็น 1:15 ถ้านักเรียนใช้หลักการเดียวกันในการเขียนอัตราส่วน” ข้อใดไม่ถูกต้อง
- ก. มะนาว 10 ลูก ราคา 10 บาท อัตราส่วนของมะนาวเป็นลูกต่อราคาเป็นบาทเป็น 10:10
- ข. ลูกเสือ 15 คน พักในเต็นท์ 3 หลัง อัตราส่วนของจำนวนลูกเสือเป็นคนต่อเต็นท์เป็นหลังเป็น 5 : 1
- ค. ค่าโดยสารคนละ 4 บาท อัตราส่วนของจำนวนคนเป็นคนต่อค่าโดยสารเป็นบาทเป็น 1 : 4
- ง. ส้ม 4 กิโลกรัม ราคา 100 บาท อัตราส่วนของจำนวนส้มเป็นกิโลกรัมต่อราคาเป็นบาทเป็น 1 : 25
7. ครูเขียนอัตราส่วน  $\frac{48}{84}$  แล้วจากนั้นครูเขียนอัตราส่วนที่เท่ากันคือ  $\frac{4}{7}$  ถ้ามานพใช้หลักการเดียวกันกับ  $\frac{72}{27}$  แล้วข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง
- ก.  $\frac{72}{27} = \frac{24}{9}$
- ข.  $\frac{72}{27} = \frac{36}{9}$
- ค.  $\frac{72}{27} = \frac{8}{3}$
- ง.  $\frac{72}{27} = \frac{18}{3}$
8. “พื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีฐานและความสูงเท่ากับด้านประกอบมุมฉากของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากจะเป็นครึ่งหนึ่งของพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก” ถ้า B เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ที่มีพื้นที่ 100 ตารางเซนติเมตร ข้อใดสรุปได้ถูกต้อง
- ก. รูปสามเหลี่ยมที่เกิดจากการลากเส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส B มีพื้นที่ 50 ตารางเซนติเมตร
- ข. รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ด้านคู่ที่เท่ากันยาวเท่ากับความยาวด้านของรูปสี่เหลี่ยม B มีพื้นที่ 50 ตารางเซนติเมตร
- ค. รูปสามเหลี่ยมด้านเท่า ที่ด้านทุกด้านยาวเท่ากับความยาวด้านของรูปสี่เหลี่ยม B มีพื้นที่ 50 ตารางเซนติเมตร
- ง. รูปสามเหลี่ยมมุมฉากทุกรูปที่มีฐานยาวเท่ากับความยาวด้านของรูปสี่เหลี่ยม B มีพื้นที่ 50 ตารางเซนติเมตร

9. ถ้ารูปสี่เหลี่ยมใด ๆ จะเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานก็ต่อเมื่อด้านตรงข้ามยาวเท่ากัน มุมตรงข้ามมีขนาดเท่ากันและเส้นทแยงมุมแบ่งครึ่งซึ่งกันและกัน ข้อใดต่อไปนี้เป็นจริง
- รูปสี่เหลี่ยมคางหมูเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน
  - รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน
  - รูปสี่เหลี่ยมรูปว่าวเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน
  - รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน
10. กำหนดให้  $A'B'C'D'$  เป็นภาพของ  $ABCD$  ที่เกิดจากการแปลง ดังรูป

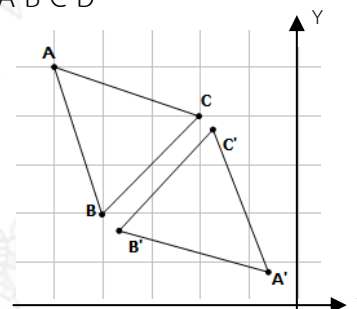


ข้อใดต่อไปนี้เป็นหลักการแปลงเดียวกันกับรูปสามเหลี่ยม  $A'B'C'D'$

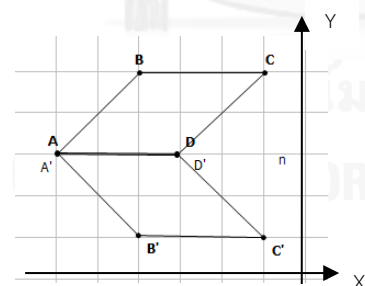
ก.



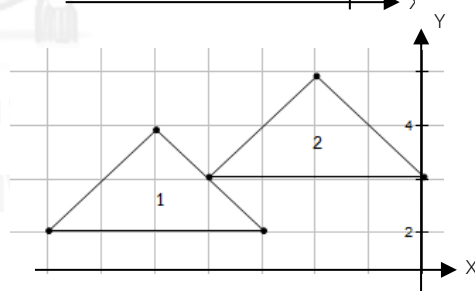
ข.



ค.



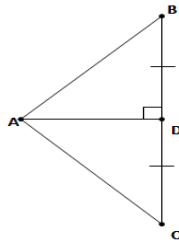
ง.



11. ถ้าสามารถเลื่อนรูป  $\triangle A'B'C'$  ไปทับกับรูป  $\triangle ABC$  ได้โดยไม่ต้องมีการพลิกรูป ข้อสรุปใดถูกต้อง
- $\triangle A'B'C'$  ไม่ได้เป็นผลจากการหมุน  $\triangle ABC$
  - $\triangle A'B'C'$  เป็นผลจากการหมุน  $\triangle ABC$
  - $\triangle ABC$  เป็นผลจากการหมุน  $\triangle A'B'C'$
  - ไม่สามารถสรุปได้

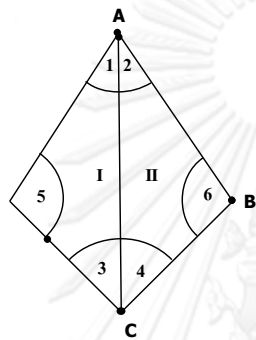
12. “ถ้ากำหนดจุด A (2,-3) และเส้นสะท้อนเป็นแกน X แล้วสะท้อนได้เป็น A' (2, 3)” จากข้อความข้างต้นข้อใดถูกต้อง
- ก. A(1,3) เป็นจุดของรูปสามเหลี่ยม ถ้า A'(1, x) เป็นจุดที่เกิดจากการสะท้อนที่แกน X แล้ว  $x = -3$
- ข. ถ้า B(-1,-3) เป็นจุดบนรูปหกเหลี่ยม แล้ว B'(-1,-3) เป็นจุดที่เกิดจากการสะท้อนที่แกน X
- ค. ถ้า C(-1,3) เป็นจุดบนรูปสี่เหลี่ยม แล้ว B'(1,-3) เป็นจุดที่เกิดจากการสะท้อนที่แกน X
- ง. ถ้า D(1,3) เป็นจุดบนรูปหกเหลี่ยม แล้ว B'(-1,-3) เป็นจุดที่เกิดจากการสะท้อนที่แกน X
13. พิจารณาข้อความต่อไปนี้
- “เมื่อ  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$  แล้ว  $\hat{A} = \hat{D}$ ,  $\hat{C} = \hat{F}$ ,  $AB = DE$  และ  $AC = DF$  ”
- ดังนั้นข้อใดต่อไปนี้ไม่เป็นจริงเมื่อ  $\triangle JLI \cong \triangle VFU$
- ก.  $\hat{J} = \hat{V}$
- ข.  $\hat{I} = \hat{V}$
- ค.  $JL = VF$
- ง.  $LI = FU$
14. “รูปเรขาคณิตสองรูปเท่ากันทุกประการก็ต่อเมื่อ เคลื่อนที่รูปหนึ่งไปทับอีกรูปหนึ่งได้สนิท” จากข้อความข้างต้นถ้าใช้หลักการดังกล่าวในการพิจารณา ข้อใดเป็นจริง
- ก. รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่มีพื้นที่เท่ากัน จะเท่ากันทุกประการ
- ข. รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสสองรูปที่มีพื้นที่เท่ากันจะเท่ากันทุกประการ
- ค. รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีพื้นที่เท่ากันจะเท่ากันทุกประการ
- ง. รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่มีขนาดของมุมเท่ากันจะเท่ากันทุกประการ

15. พิจารณารูปต่อไปนี้

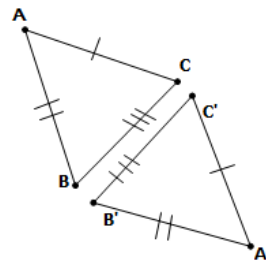


จากรูปข้างต้น ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปมีความสัมพันธ์กันเช่นเดียวกับ  $\triangle ABD$  และ  $\triangle ADC$  ข้อใดถูกต้อง

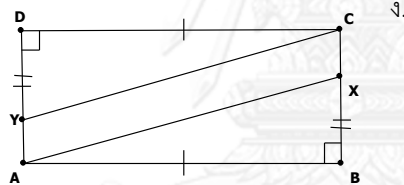
ก.



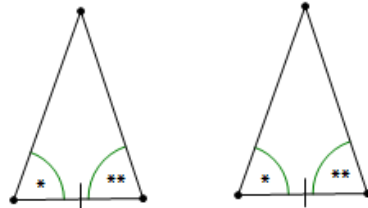
ข.



ค.



ง.



ผลการวิเคราะห์คุณภาพของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน

ตารางที่ 17 แสดงค่าความเที่ยง ค่าความยาก (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบวัด  
ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน


ข้อที่	ค่าความยาก	ค่าอำนาจจำแนก	ค่าความเที่ยงของ แบบวัดทั้งฉบับ
1	0.62	0.40	0.79
2	0.38	0.33	
3	0.62	0.31	
4	0.80	0.32	
5	0.68	0.25	
6	0.58	0.31	
7	0.63	0.31	
8	0.72	0.29	
9	0.78	0.41	
10	0.38	0.42	
11	0.72	0.29	
12	0.50	0.30	
13	0.70	0.58	
14	0.68	0.28	
15	0.55	0.34	
16	0.72	0.38	
17	0.77	0.36	
18	0.77	0.40	
19	0.63	0.40	
20	0.72	0.34	
21	0.63	0.37	
22	0.63	0.38	
23	0.62	0.22	
24	0.67	0.47	
25	0.62	0.52	
26	0.73	0.28	
27	0.67	0.43	
28	0.57	0.21	

ข้อที่	ค่าความยาก	ค่าอำนาจจำแนก	ค่าความเที่ยงของ แบบวัดทั้งฉบับ
28	0.57	0.21	
29	0.65	0.41	
30	0.68	0.37	



จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย  
CHULALONGKORN UNIVERSITY





แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนเรื่อง  
ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและเส้นขนาน

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย  
CHULALONGKORN UNIVERSITY

ตารางที่ 18 ลักษณะแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียน

เนื้อหาเรื่อง	หัวข้อย่อย	จำนวน ชั่วโมง	จำนวนข้อสอบ	
			ทดลอง	ใช้จริง
1. ทฤษฎีบทพีทาโกรัส	1.1 สมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก 1.2 ทฤษฎีบทพีทาโกรัส 1.3 บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส	12	30 ข้อ	24 ข้อ
2. เส้นขนาน	2.1 เส้นขนานและมุมภายใน	3	10 ข้อ	6 ข้อ
<b>รวม</b>		15	40	30

ตารางที่ 19 ตารางวิเคราะห์แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน

เนื้อหาเรื่อง	หัวข้อย่อย	จำนวน ชั่วโมง	จำนวนข้อสอบ			
			อุปนัย		นิรนัย	
			ทดลอง	ใช้จริง	ทดลอง	ใช้จริง
1. ทฤษฎีบทพีทาโกรัส	1.1 สมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก 1.2 ทฤษฎีบทพีทาโกรัส 1.3 บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส	12	15 ข้อ 1 - 15	12 ข้อ 2 - 10, 12 - 13, 15	15 ข้อ 21 - 35	12 ข้อ 21 - 29, 31 - 32, 34
2. เส้นขนาน	2.1 เส้นขนานและมุมภายใน	3	5 ข้อ 16 - 20	3 ข้อ 16 - 18	5 ข้อ 36 - 40	3 ข้อ 36, 38 40
<b>รวม</b>		15	20	15	20	15

### แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียน

#### การให้เหตุผลแบบอุปนัย

1. พิจารณาความยาวของด้านทั้งสามของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ดังต่อไปนี้

กำหนดให้รูปสามเหลี่ยมมุมฉากมีด้านตรงข้ามมุมฉากยาว  $c$  เซนติเมตร และด้านประกอบมุมฉากยาว  $a$  เซนติเมตร และ  $b$  เซนติเมตร

$m$	$a$	$b$	$c$
2	4	3	5
3	6	8	10
4	8	15	17
5	10	24	26

เมื่อ  $m > 1$  ข้อใดต่อไปนี้ เป็นความยาวทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

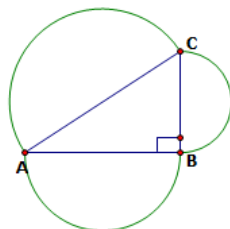
- ก.  $2m, m^2 - 1, m^2 + 1$   
 ข.  $2m, 2m - 1, m + 1$   
 ค.  $m, m^2 - 1, m^2 + 1$   
 ง.  $m, m - 1, m + 1$
2. พิจารณาความยาวของด้านทั้งสามของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ต่อไปนี้
- กำหนดให้รูปสามเหลี่ยมมุมฉากมีด้านตรงข้ามมุมฉากยาว  $c$  เซนติเมตร และด้านประกอบมุมฉากยาว  $a$  เซนติเมตร และ  $b$  เซนติเมตร

	$a$	$b$	$c$	รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก
คำสั่ง	3	4	5	✓
คุณ 2	6	8	10	✓
คุณ 3	9	12	15	✓
คุณ 0.1	0.3	0.4	0.5	✓
หาร 2	15	2	2.5	✓

ข้อใดถูกต้อง

- ก. รูปสามเหลี่ยมที่มีด้านทั้งสามยาว 102, 136 และ 170 เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก  
 ข. รูปสามเหลี่ยมที่มีด้านทั้งสามยาว 45, 60 และ 70 เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก  
 ค. รูปสามเหลี่ยมที่มีด้านทั้งสามยาว 27, 35 และ 45 เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก  
 ง. รูปสามเหลี่ยมที่มีด้านทั้งสามยาว 30, 48 และ 60 เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

3. สัณเจตพื้นที่รูปครึ่งวงกลม ต่อไปนี้



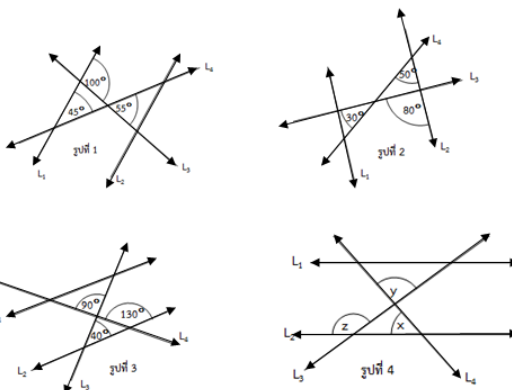
กำหนดให้รูปสามเหลี่ยมมุมฉากมีด้านตรงข้ามมุมฉากยาว  $b$  เซนติเมตร และด้านประกอบมุมฉากยาว  $a$  เซนติเมตร และ  $c$  เซนติเมตร

ความยาวด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก	พื้นที่รูปครึ่งวงกลมบนด้านตรงข้ามมุมฉาก (b)	พื้นที่รูปครึ่งวงกลมบนด้านประกอบมุมฉาก (a)	พื้นที่รูปครึ่งวงกลมบนด้านประกอบมุมฉาก (c)
6, 8, 10	$\pi (5^2) = 25\pi$	$\pi (3^2) = 9\pi$	$\pi (4^2) = 16\pi$
10, 24, 26	$\pi (13^2) = 169\pi$	$\pi (5^2) = 25\pi$	$\pi (12^2) = 144\pi$
12, 16, 20	$\pi (10^2) = 100\pi$	$\pi (6^2) = 36\pi$	$\pi (8^2) = 64\pi$

ข้อใดสรุปได้ถูกต้อง

- สำหรับรูปครึ่งวงกลมใด ๆ พื้นที่ของรูปครึ่งวงกลมบนด้านตรงข้ามมุมฉาก เท่ากับผลบวกของพื้นที่รูปครึ่งวงกลมบนด้านประกอบมุมฉาก
- สำหรับรูปวงกลมใด ๆ พื้นที่ของรูปวงกลมบนด้านตรงข้ามมุมฉาก เท่ากับผลบวกของพื้นที่รูปวงกลมบนด้านประกอบมุมฉาก
- สำหรับรูปเรขาคณิตใด ๆ พื้นที่ของรูปเรขาคณิตใด ๆ บนด้านตรงข้ามมุมฉาก เท่ากับผลบวกของพื้นที่ของรูปเรขาคณิตนั้นบนด้านประกอบมุมฉาก
- ไม่มีข้อใดสรุปถูกต้อง

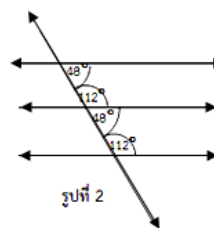
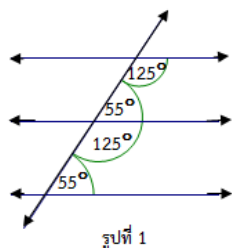
4. กำหนดให้เส้นตรง  $L_1 \parallel L_2$



พิจารณารูปที่ 1 – 3 และนำหลักการดังกล่าวมาตรวจสอบว่าข้อใดต่อไปนี้เป็นข้อที่ถูกต้อง

- ก.  $y = z - x$       ข.  $y + z = x$       ค.  $z + x = y$       ง.  $x - y + z = 0$

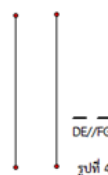
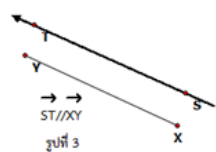
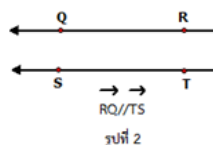
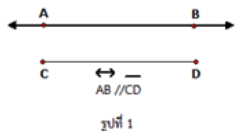
5. กำหนดให้เส้นตรงทั้งสามเส้นขนานกัน ดังรูป



พิจารณารูปที่ 1 และ 2 และนำหลักการมาตรวจสอบว่าข้อใดต่อไปนี้เป็นข้อที่ถูกต้อง

- ก. เส้นตรงสามเส้นขนานกัน มุมภายในที่อยู่ข้างเดียวกันรวมกันได้  $180^\circ$   
 ข. เส้นตรงสามเส้นขนานกัน มุมภายในที่อยู่ข้างเดียวกันรวมกันได้  $360^\circ$   
 ค. เส้นตรงสามเส้นขนานกัน มุมภายนอกที่อยู่ข้างเดียวกันรวมกันได้  $180^\circ$   
 ง. เส้นตรงสามเส้นขนานกัน มุมภายนอกที่อยู่ข้างเดียวกันรวมกันได้  $360^\circ$

6.



จากรูปที่กำหนดให้ ข้อใดต่อไปนี้เป็นข้อที่ถูกต้อง

- ก. เส้นตรงทุกเส้นขนานกัน  
 ข. ส่วนของเส้นตรงขนานกันก็ต่อเมื่อมีความยาวเท่ากัน  
 ค. ส่วนของเส้นตรงหรือรังสีขนานกันก็ต่อเมื่อส่วนของเส้นตรงหรือรังสี เป็นส่วนหนึ่งของเส้นตรงที่ขนานกัน  
 ง. รังสีขนานกันก็ต่อเมื่อมีความยาวเท่ากัน และ อยู่ในระนาบเดียวกัน

### การให้เหตุผลแบบนิรนัย

7. กำหนดให้  $a$ ,  $b$  และ  $c$  แทนความยาวของด้านทั้ง 3 ของรูปสามเหลี่ยม  $ABC$  และ  $c$  เป็นความยาวของด้านที่ยาวที่สุด

ถ้า  $c^2 = a^2 + b^2$  แล้ว  $ABC$  เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

ถ้า  $c^2 > a^2 + b^2$  แล้ว  $ABC$  เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมป้าน

ถ้า  $c^2 < a^2 + b^2$  แล้ว  $ABC$  เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมแหลม

ข้อสรุปใดเป็นจริง

- รูปสามเหลี่ยมที่มีด้านทั้งสามยาว 5, 7 และ 9 เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก
  - รูปสามเหลี่ยมที่มีด้านทั้งสามยาว 5, 6 และ 7 เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมแหลม
  - รูปสามเหลี่ยมที่มีด้านทั้งสามยาว 20, 21 และ 29 เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมป้าน
  - รูปสามเหลี่ยมที่มีด้านทั้งสามยาว 12, 10 และ 14 เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมป้าน
8. พิจารณาข้อความต่อไปนี้

“กำหนดให้  $a$ ,  $b$  และ  $c$  เป็นความยาวด้านทั้งสามของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก และ  $n > 0$  ถ้า 3, 4, 5 เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากแล้ว 6, 8, 10 เป็นความยาวของรูปสามเหลี่ยม” จากข้อความข้างต้นถ้าใช้หลักการเดียวกัน ถ้า 8, 15, 17 เป็นความยาวด้านทั้งสามของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ข้อใดต่อไปนี้ไม่ถูกต้อง

- 40, 75, 85 เป็นความยาวด้านทั้งสามของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก
  - 80, 150, 170 เป็นความยาวด้านทั้งสามของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก
  - 96, 180, 204 เป็นความยาวด้านทั้งสามของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก
  - 120, 150, 170 เป็นความยาวด้านทั้งสามของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก
9. พิจารณาข้อความต่อไปนี้

“20, 16 และ 12 เป็นความยาวของด้านตรงข้ามมุม  $A$ ,  $B$ ,  $C$  ตามลำดับ ถ้า  $20^2 = 16^2 + 12^2$  แล้ว  $ABC$  เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก” จากข้อความข้างต้น ถ้ารูปสามเหลี่ยม  $ABC$  มีความยาวด้านเป็น  $a$ ,  $b$ ,  $c$  และ  $c$  เป็นความยาวของด้านที่ยาวที่สุด แล้ว  $c^2 \neq a^2 + b^2$  ข้อใดสรุปได้ถูกต้อง

- $\triangle ABC$  ไม่ใช่รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก
- $\triangle ABC$  เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมป้าน
- $\triangle ABC$  เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมแหลม
- ไม่มีข้อใดสรุปถูกต้อง

## 10. พิจารณาข้อความต่อไปนี้

“3, 4 และ 5 เป็นความยาวของด้านตรงข้ามมุม A, B, C ตามลำดับและ 5 เป็นความยาวของด้านที่ยาวที่สุด ถ้า  $5^2 = 4^2 + 3^2$  แล้ว  $\triangle ABC$  มี  $\hat{C}$  เป็นมุมฉาก” จากข้อความข้างต้นถ้า a, b และ c เป็นความยาวของด้านตรงข้ามมุม A, B, C ตามลำดับและ b เป็นความยาวของด้านที่ยาวที่สุด และ  $b^2 = a^2 + c^2$  ข้อใดสรุปได้ถูกต้อง

- ก.  $\hat{C}$  เป็นมุมฉาก
- ข.  $\hat{B}$  เป็นมุมฉาก
- ค.  $\hat{A}$  และ  $\hat{B}$  เป็นมุมฉาก
- ง. ไม่สามารถสรุปได้

11. สี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปหนึ่งมีเส้นทแยงมุมยาว 16 เซนติเมตร ทำให้รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสนี้มีความยาวด้านละ  $\sqrt{8}$  เซนติเมตร ถ้าใช้หลักการเดียวกัน ข้อใดต่อไปนี้ไม่ถูกต้อง

- ก. รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีเส้นทแยงมุมยาว 32 เซนติเมตร มีความยาวด้านละ 4 เซนติเมตร
- ข. รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีเส้นทแยงมุมยาว 10 เซนติเมตร มีความยาวด้านละ  $\sqrt{5}$  เซนติเมตร
- ค. รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีเส้นทแยงมุมยาว 7.2 เซนติเมตร มีความยาวด้านละ 0.6 เซนติเมตร
- ง. รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีเส้นทแยงมุมยาว 4 เซนติเมตร มีความยาวด้านละ  $\sqrt{2}$  เซนติเมตร

## 12. พิจารณาข้อความต่อไปนี้

“กำหนดให้ a, b และ c เป็นความยาวด้านทั้งสามของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก และ  $n > 0$  ถ้า 18, 24, 30 เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากแล้ว 6, 8, 10 เป็นความยาวของรูปสามเหลี่ยม” จากข้อความข้างต้นถ้าใช้หลักการเดียวกัน ถ้า 30, 40, 50 เป็นความยาวด้านทั้งสามของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

- ก. 15, 20, 25 เป็นความยาวด้านทั้งสามของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก
- ข. 10, 40, 5 เป็นความยาวด้านทั้งสามของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก
- ค. 0.3, 4, 0.5 เป็นความยาวด้านทั้งสามของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก
- ง. 6, 4, 10 เป็นความยาวด้านทั้งสามของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก

13. พิจารณาข้อความต่อไปนี้

“รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก มีมุม B เป็นมุมฉาก และ  $AB : BC$  เป็น  $3 : 4$  ถ้าเส้นรอบรูปยาว 72 เซนติเมตร แล้ว  $AC = 30$  เซนติเมตร” ถ้าใช้หลักการเดียวกันกับรูปสามเหลี่ยมที่มีเส้นรอบรูปยาว 180 เซนติเมตร แล้วข้อใดถูกต้อง

- ก.  $AC = 15$  เซนติเมตร
- ข.  $AB = 60$  เซนติเมตร
- ค.  $BC = 45$  เซนติเมตร
- ง. ไม่มีข้อใดถูกต้อง

14.

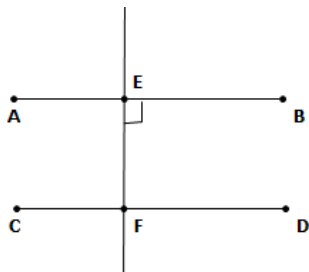


จากรูป  $L_1$  ไม่ขนานกับ  $L_2$  ถ้านักเรียนใช้หลักการเดียวกันในการพิจารณา ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

- ก. ข.
- ค. ง. ไม่มีข้อใดถูกต้อง



15. พิจารณาข้อความต่อไปนี้ “ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกัน ผลบวกของมุมภายในบนด้านเดียวกันของเส้นตัด เท่ากับ 180 ” จากข้อความข้างต้นถ้า  $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$  ดังรูป



ข้อใดต่อไปนี้เป็นข้อที่ไม่ถูกต้อง

- ก.  $\hat{E}F D + \hat{F}E B = 180^\circ$   
 ข.  $\hat{F} > 90^\circ$   
 ค.  $\hat{F} = 90^\circ$   
 ง.  $\hat{E}F D = 180^\circ - \hat{F}E B$

ผลการวิเคราะห์คุณภาพของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียน

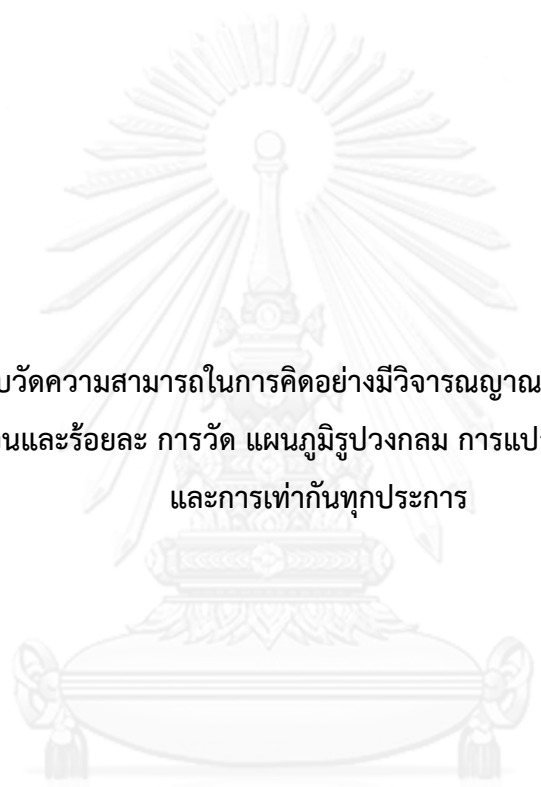
ตารางที่ 20 แสดงค่าความเที่ยง ค่าความยาก (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบวัด  
ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียน

ข้อที่	ค่าความยาก	ค่าอำนาจจำแนก	ค่าความเที่ยงของ แบบวัดทั้งฉบับ
1	0.78	0.58	0.86
2	0.76	0.58	
3	0.85	0.50	
4	0.72	0.42	
5	0.52	0.67	
6	0.63	0.50	
7	0.39	0.33	
8	0.41	0.42	
9	0.72	0.75	
10	0.65	0.75	
11	0.52	0.25	
12	0.30	0.33	
13	0.37	0.83	
14	0.57	0.83	
15	0.72	0.58	
16	0.63	0.58	
17	0.57	0.75	
18	0.41	0.50	
19	0.50	0.58	
20	0.59	0.92	
21	0.52	0.50	
22	0.46	0.58	
23	0.54	0.50	
24	0.37	0.67	
25	0.44	0.75	
26	0.26	0.33	
27	0.54	0.67	
28	0.35	0.42	

ข้อที่	ค่าความยาก	ค่าอำนาจจำแนก	ค่าความเที่ยงของ แบบวัดทั้งหมด
28	0.37	0.42	
29	0.24	0.25	
30	0.65	0.47	



จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย  
CHULALONGKORN UNIVERSITY



แบบวัดความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณก่อนเรียนเรื่อง  
อัตราส่วนและร้อยละ การวัด แผนภูมิรูปวงกลม การแปลงทางเรขาคณิต  
และการเท่ากันทุกประการ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย  
CHULALONGKORN UNIVERSITY

ตารางที่ 21 ลักษณะแบบวัดความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณก่อนเรียน

เนื้อหาเรื่อง	หัวข้อย่อย	จำนวน ชั่วโมง	จำนวนข้อสอบ	
			ทดลอง	ใช้จริง
1. อัตราส่วน	1.1 อัตราส่วน 1.2 อัตราส่วนที่เท่ากัน 1.3 อัตราส่วนจำนวนหลาย ๆ จำนวน 1.4 สัดส่วน 1.5 ร้อยละ	18	12 ข้อ	9 ข้อ
2. การวัด	2.1 ความเป็นมาของการวัด 2.2 การวัดความยาว 2.3 การวัดพื้นที่ 2.4 การวัดปริมาตรและน้ำหนัก 2.5 การวัดเวลา	10	6 ข้อ	5 ข้อ
3. แผนภูมิรูป วงกลม	3.1 การอ่านแผนภูมิรูปวงกลม 3.2 การเขียนแผนภูมิรูปวงกลม	6	4 ข้อ	3 ข้อ
4. การแปลง ทางเรขาคณิต	4.1 การเลื่อนขนาน 4.2 การสะท้อน 4.3 การหมุน	12	8 ข้อ	6 ข้อ

เนื้อหาเรื่อง	หัวข้อย่อย	จำนวน ชั่วโมง	จำนวนข้อสอบ	
			ทดลอง	ใช้จริง
5. การเท่ากัน ทุก ประการ	5.1 ความเท่ากันทุกประการของ รูปเรขาคณิต 5.2 ความเท่ากันทุกประการของ รูปสามเหลี่ยม 5.3 รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่มี ความสัมพันธ์กันแบบ ด-ม-ด 5.4 รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่มี ความสัมพันธ์กันแบบ ม-ด-ม 5.5 รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่มี ความสัมพันธ์กันแบบ ด-ด-ด 5.6 การนำไปใช้	14	10 ข้อ	7 ข้อ
รวม		60	40	30

ตารางที่ 22 ตารางวิเคราะห์แบบวัดความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณก่อนเรียน

เนื้อหาเรื่อง	หัวข้อย่อย	จำนวน ชั่วโมง	จำนวนข้อสอบ									
			การระบุ ข้อตกลงเบื้องต้น		การนิรนัย		การอนุมาน		การตีความเพื่อ ลงข้อสรุป		การประเมินข้อ โต้แย้ง	
			ทดลอง	ใช้จริง	ทดลอง	ใช้จริง	ทดลอง	ใช้จริง	ทดลอง	ใช้จริง	ทดลอง	ใช้จริง
1.อัตราส่วน	1.1 อัตราส่วน 1.2 อัตราส่วนที่ เท่ากัน 1.3 อัตราส่วน จำนวน หลาย ๆ จำนวน 1.4 สัดส่วน 1.5 ร้อยละ	18	3 ข้อ 1 - 3	2 ข้อ 2, 3	2 ข้อ 9-10	1 ข้อ 10	2 ข้อ 17-18	2 ข้อ 17, 18	2 ข้อ 25, 26	2 ข้อ 25, 26	3 ข้อ 33, 35	2 ข้อ 34, 35
2. การวัด	2.1 ความเป็นมา ของการวัด 2.2 การวัดความ ยาว 2.3 การวัดพื้นที่ 2.4 การวัด ปริมาณ และน้ำหนัก 2.5 การวัดเวลา	10	1 ข้อ 4	1 ข้อ 4	1 ข้อ 11	1 ข้อ 11	1 ข้อ 19	1 ข้อ 19	1 ข้อ 27	1 ข้อ 27	2 ข้อ 36-37	1 ข้อ 36
3. แผนภูมิ รูปวงกลม	3.1 การอ่าน แผนภูมิ รูปวงกลม 3.2 การเขียน แผนภูมิรูป วงกลม	6	1 ข้อ 5	1 ข้อ 5	1 ข้อ 12	1 ข้อ 12	1 ข้อ 20	0 ข้อ -	0 ข้อ -	0 ข้อ -	1 ข้อ 38	1 ข้อ 38
4. การแปลง ทางเรขาคณิต	4.1 การเลื่อน ขนาน 4.2 การสะท้อน 4.3 การหมุน	12	1 ข้อ 6	1 ข้อ 6	2 ข้อ 13-14	1 ข้อ 13	1 ข้อ 21	1 ข้อ 20	3 ข้อ 28-30	2 ข้อ 30	1 ข้อ 39	1 ข้อ 40

เนื้อหาเรื่อง	หัวข้อย่อย	จำนวน ชั่วโมง	จำนวนข้อสอบ										
			การระบุ ข้อตกลงเบื้องต้น		การนิรภัย		การอนุมาน		การตีความเพื่อ ลงข้อสรุป		การประเมินข้อ โต้แย้ง		
			ทดลอง	ใช้จริง	ทดลอง	ใช้จริง	ทดลอง	ใช้จริง	ทดลอง	ใช้จริง	ทดลอง	ใช้จริง	
5. การ เท่ากันทุก ประการ	5.1 ความเท่ากัน ทุกประการ ของรูป เรขาคณิต	14											
	5.2 ความเท่ากัน ทุกประการ ของรูป สามเหลี่ยม												
	5.3 รูปสาม เหลี่ยมสอง รูปที่มีความ สัมพันธ์กัน แบบ ต-ม-ด		2 ข้อ 7-8	1 ข้อ 7	2 ข้อ 15-16	2 ข้อ 15-16	3 ข้อ 22-24	2 ข้อ 23-24	2 ข้อ 31-32	1 ข้อ 31	1 ข้อ 40	1 ข้อ 40	
	5.4 รูปสาม เหลี่ยมสอง รูปที่มีความ สัมพันธ์กัน แบบ ม-ด-ม												
	5.5 รูปสาม เหลี่ยมสอง รูปที่มี ความ สัมพันธ์กัน แบบ ด-ด-ด												
	5.6 การนำไปใช้												
<b>รวม</b>		60	8	6	8	6	8	6	8	6	8	6	

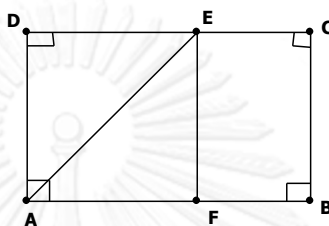


### แบบวัดความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณก่อนเรียน

#### การระบุข้อตกลงเบื้องต้น

ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงคำตอบเดียว

1. กำหนดให้รูปสี่เหลี่ยม ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ดังรูป ถ้า  $\overline{AE}$  เป็นเส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยม ADEF แล้ว พื้นที่  $\triangle ADE =$  พื้นที่  $\triangle AFE$



ข้อใดต่อไปนี้เป็นเหตุที่ทำให้ข้อความข้างต้นเป็นจริง

- ก.  $\overline{BE}$  เป็นเส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยม BCEF  
 ข.  $\overline{DA} \parallel \overline{EF}$   
 ค.  $AF = BF$   
 ง.  $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$
2. กำหนดให้ a, b, c และ d เป็นจำนวนใด ๆ ถ้า  $a : b$ ,  $b : c$  และ  $c : d$  แล้วจะได้  $a : b : c : d$   
 ข้อใดต่อไปนี้เป็นเหตุที่ทำให้ข้อความข้างต้นเป็นจริง
- ก.  $a \neq 0$   
 ข.  $a \neq 0, b \neq 0$   
 ค.  $b \neq 0, c \neq 0$   
 ง.  $b \neq 0, c \neq 0$  และ  $d \neq 0$

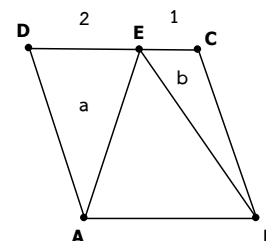
#### การนิรนัย

ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงคำตอบเดียว

3. กำหนดให้รูปต้นแบบ เป็นรูปซึ่งอยู่ในจุดภาคที่ 1 โดยมีจุด (0, 0) เป็นจุดหมุนและหมุนทวนเข็มนาฬิกาด้วยมุม 270 องศา จากสถานการณ์นี้ นักเรียนสรุปได้ว่าอย่างไร
- ก. ภาพที่ได้จากการหมุนอยู่ในจุดภาคที่ 1  
 ข. ภาพที่ได้จากการหมุนอยู่ในจุดภาคที่ 2  
 ค. ภาพที่ได้จากการหมุนอยู่ในจุดภาคที่ 3  
 ง. ภาพที่ได้จากการหมุนอยู่ในจุดภาคที่ 4

4. กำหนดให้ E แบ่งด้าน CD ของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน ABCD โดยทำให้  $DE = EC = 2 : 1$  และรูปสามเหลี่ยม ADE กับรูปสามเหลี่ยม BCE มีพื้นที่ a และ b ตารางหน่วย ตามลำดับ ดังรูป นักเรียนสรุปได้ว่อย่างไร

- ก.  $a = b$   
 ข.  $a = -b$   
 ค.  $a = 2b$   
 ง.  $a = 3b$



### การอนุมาน

ให้นักเรียน พิจารณาข้อสรุปว่าเป็นจริงหรือเท็จ พร้อมให้เหตุผลประกอบ

5. พิจารณาข้อความต่อไปนี้

A : ลูกบาศก์ลูกหนึ่งมีขนาดยาวด้านละ 2 หน่วย มีปริมาตร 8 ลูกบาศก์หน่วย

B : ลูกบาศก์ลูกหนึ่งมีขนาดยาวด้านละ X หน่วย มีปริมาตร  $X^3$  ลูกบาศก์หน่วย

B :  $3X$  แทนความยาวด้านของทรงลูกบาศก์ที่เพิ่มขนาดเป็น 3 เท่าจากลูกบาศก์เดิม มีปริมาตร  $(3X)^3$  ลูกบาศก์หน่วย

จึงสรุปว่า ปริมาตรลูกบาศก์ลูกใหม่เป็น 27 เท่าของปริมาตรลูกบาศก์ลูกเดิม นักเรียนคิดว่า ข้อสรุปนี้เป็นจริงหรือเท็จ

เป็นจริง เพราะ.....

เป็นเท็จ เพราะ.....

ไม่สามารถสรุปได้ เพราะ.....

6. พิจารณาข้อความต่อไปนี้

A : จำนวนผู้บริจาคเงินให้กับวัดมีทั้งหมด 2000 คน

B : ตารางแสดงจำนวนเงินที่บริจาคให้กับวัด เป็นดังนี้

จำนวนเงิน (บาท)	จำนวนผู้บริจาค (คน)
10 - 50	420
60 - 100	640
105 - 150	320
160 - 200	340
220 - 240	80
250 - 300	200
รวม	2,000

จึงสรุปว่า ไม่มีใครบริจาคเงินให้วัดเป็นจำนวนเงิน 210 บาท นักเรียนคิดว่าข้อสรุปนี้เป็นจริงหรือเท็จ

- เป็นจริง เพราะ.....
- เป็นเท็จ เพราะ.....
- ไม่สามารถสรุปได้ เพราะ.....

### การตีความเพื่อลงข้อสรุป

ให้นักเรียน ตัดสินคำกล่าวในแต่ละข้อว่าเป็นจริงหรือไม่จริงตามสถานการณ์ที่กำหนดให้พร้อมให้เหตุผลประกอบ

ข้อ 7 ให้นักเรียนพิจารณาสถานการณ์ต่อไปนี้

โรงงานแห่งหนึ่งมีอัตราส่วนของคนงานชายต่อคนงานหญิงเป็น 2 : 3

7. ถ้าผู้จัดการโรงงานกล่าวว่า “โรงงานของเรามีพนักงานหญิงมากกว่าพนักงานชาย” จากสถานการณ์นี้ นักเรียนสรุปเกี่ยวกับคำกล่าวของผู้จัดการโรงงานได้อย่างไร

- เป็นจริง เพราะ.....
- ไม่เป็นจริง เพราะ.....
- ข้อมูลไม่เพียงพอที่จะตัดสิน เพราะ.....

ข้อ 8 ให้นักเรียนพิจารณาสถานการณ์ต่อไปนี้

ในการแบ่งมรดกของตระกูลมหาเศรษฐี โดยมีการแบ่งที่ดินให้กับหลานทั้ง 3 ซึ่งหลานคนที่หนึ่งได้ที่ดินเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส หลานคนที่สองได้ที่ดินเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน และหลานคนที่สามได้ที่ดินเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า

8. หลานคนที่สามกล่าวว่า “เขาเป็นคนที่ได้ที่ดินมากที่สุด” จากสถานการณ์นี้ นักเรียนสรุปเกี่ยวกับคำกล่าว

ของหลานคนที่สามได้อย่างไร

- เป็นจริง เพราะ.....
- ไม่เป็นจริง เพราะ.....
- ข้อมูลไม่เพียงพอที่จะตัดสิน เพราะ.....

### การประเมินข้อโต้แย้ง

ให้นักเรียนตัดสินข้อโต้แย้งในแต่ละข้อว่าข้อโต้แย้งนั้นมีความน่าเชื่อถือหรือไม่มีความน่าเชื่อถือ พร้อมให้เหตุผลประกอบ

9. นิสากลกล่าวกับวิชาเวชว่า “ $\frac{3}{5} > \frac{4}{7}$  เพราะเมื่อทำให้ตัวส่วนเท่ากันแล้วจะได้  $\frac{3}{5} = \frac{21}{35}$  และ  $\frac{4}{7} =$

$\frac{20}{35}$  แต่วิชาเวชกล่าวว่า “ไม่ใช่  $\frac{3}{5} > \frac{4}{7}$  เพราะเมื่อทำการคูณไขว้จะได้  $21 > 20$ ”

คำกล่าวของนิสากล

น่าเชื่อถือ เพราะ.....

ไม่น่าเชื่อถือ เพราะ.....

คำกล่าวของวิชาเวช

น่าเชื่อถือ เพราะ.....

ไม่น่าเชื่อถือ เพราะ.....

10. พลอยพรรณกล่าวกับเบญจพรว่า “รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีพื้นที่เท่ากันจะเท่ากันทุกประการ เพราะเมื่อเลื่อนมาทับกันแล้วสามารถทับกันได้สนิท” เบญจพรตอบว่า “ไม่ใช่ เพราะถ้ารูปทั้งสองมีพื้นที่ 18 ตารางหน่วยเท่ากันรูปแรกอาจจะมีขนาด  $2 \times 9$  ตารางหน่วย และรูปที่ 2 อาจจะมีขนาด  $3 \times 6$  ตารางหน่วย”

คำกล่าวของพลอยพรรณ

น่าเชื่อถือ เพราะ.....

ไม่น่าเชื่อถือ เพราะ.....

คำกล่าวของเบญจพร

น่าเชื่อถือ เพราะ.....

ไม่น่าเชื่อถือ เพราะ.....

ผลการวิเคราะห์คุณภาพของแบบวัดความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณก่อนเรียน

ตารางที่ 23 แสดงค่าความเที่ยง ค่าความยาก (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบวัดความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณก่อนเรียน

ข้อที่	ค่าความยาก	ค่าอำนาจจำแนก	ค่าความเที่ยงของแบบวัดทั้งฉบับ
1	0.40	0.27	0.76
2	0.53	0.82	
3	0.55	0.91	
4	0.58	0.91	
5	0.50	0.73	
6	0.43	0.55	
7	0.23	0.27	
8	0.63	0.64	
9	0.35	0.55	
10	0.45	0.82	
11	0.38	0.46	
12	0.33	0.46	
13	0.22	0.43	
14	0.42	0.83	
15	0.42	0.83	
16	0.45	0.82	
17	0.70	0.40	
18	0.63	0.27	
19	0.27	0.53	
20	0.62	0.23	
21	0.67	0.40	
22	0.72	0.43	
23	0.68	0.36	
24	0.35	0.67	
25	0.43	0.78	
26	0.43	0.80	
27	0.49	0.48	
28	0.32	0.64	

ข้อที่	ค่าความยาก	ค่าอำนาจจำแนก	ค่าความเที่ยงของ แบบวัดทั้งหมด
28	0.45	0.39	
29	0.53	0.27	
30	0.50	0.33	



จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย  
CHULALONGKORN UNIVERSITY

แบบวัดความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณ์ญาณหลังเรียนเรื่อง  
ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและเส้นขนาน

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย  
CHULALONGKORN UNIVERSITY

ตารางที่ 24 ลักษณะแบบวัดความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณหลังเรียน

เนื้อหาเรื่อง	หัวข้อย่อย	จำนวน ชั่วโมง	จำนวนข้อสอบ	
			ทดลอง	ใช้จริง
1. ทฤษฎีบทพีทาโกรัส	1.1 สมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก 1.2 ทฤษฎีบทพีทาโกรัส 1.3 บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส	12	30 ข้อ	24 ข้อ
2. เส้นขนาน	2.1 เส้นขนานและมุมภายใน	3	10 ข้อ	6 ข้อ
<b>รวม</b>		15	40	30

ตารางที่ 25 ตารางวิเคราะห์แบบวัดความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณหลังเรียน

เนื้อหาเรื่อง	หัวข้อย่อย	จำนวน ชั่วโมง	จำนวนข้อสอบ									
			การระบุ ข้อตกลงเบื้องต้น		การนิรนัย		การอนุมาน		การตีความเพื่อ ลงข้อสรุป		การประเมินข้อ โต้แย้ง	
			ทดลอง	ใช้จริง	ทดลอง	ใช้จริง	ทดลอง	ใช้จริง	ทดลอง	ใช้จริง	ทดลอง	ใช้จริง
1. ทฤษฎีบทพีทาโกรัส	1.1 สมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก 1.2 ทฤษฎีบทพีทาโกรัส 1.3 บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส	12	6 ข้อ 1-6	5 ข้อ 1, 3-6	6 ข้อ 9-14	4 ข้อ 11-14	6 ข้อ 17-22	5 ข้อ 17-20 22	6 ข้อ 25-30	5 ข้อ 25-26 28-30	6 ข้อ 33-38	5 ข้อ 33-35 36, 38
2. เส้นขนาน	2. เส้นขนานและมุมภายใน	3	2 ข้อ 7-8	1 ข้อ 7	2 ข้อ 15-16	1 ข้อ 16	2 ข้อ 23-24	1 ข้อ 24	2 ข้อ 31-32	1 ข้อ 31	2 ข้อ 39-40	1 ข้อ 40
<b>รวม</b>		15	8	6	8	6	8	6	8	6	8	6

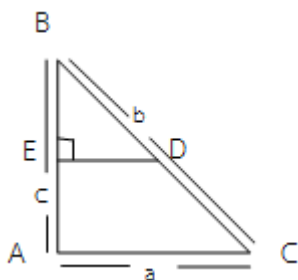


### แบบวัดความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณหลังเรียน

#### การระบุข้อตกลงเบื้องต้น

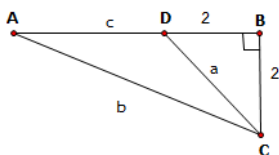
ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องเพียงคำตอบเดียว

1. กำหนดให้  $a$ ,  $b$  และ  $c$  เป็นความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมดังรูป ถ้า รูปสามเหลี่ยม  $BED$  เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก แล้วจะได้ว่า  $b^2 = a^2 + c^2$



ข้อใดต่อไปนี้เป็นเหตุผลที่ทำให้ข้อความข้างต้นเป็นจริง

- ก.  $BE = EA$   
 ข.  $\overline{ED} \parallel \overline{AC}$   
 ค.  $\overline{BD} \parallel \overline{CD}$   
 ง.  $BD = DC$
2. ถ้า  $\triangle BCD$  เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก มี  $\hat{B}$  เป็นมุมฉาก ที่มีด้านตรงข้ามมุมฉากยาว  $a$  หน่วยแล้ว  $(a + 2)^2 + 2^2 = b^2$



ข้อใดต่อไปนี้เป็นเหตุผลที่ทำให้ข้อความข้างต้นเป็นจริง

- ก.  $AC = AD$   
 ข.  $\triangle ACD$  เป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า  
 ค.  $AD = DB$   
 ง.  $AD = BC$

### การนิรนัย

ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องเพียงคำตอบเดียว

3. กำหนดให้  $a$ ,  $b$  และ  $c$  เป็นความยาวของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ถ้า  $c$  มีความยาวมากกว่า  $b$  แต่น้อยกว่า  $a$  จากสถานการณ์นี้ นักเรียนสรุปว่าอย่างไร

ก.  $a^2 = b^2 + c^2$

ข.  $a^2 = c^2 - b^2$

ค.  $b^2 = a^2 + c^2$

ง.  $c^2 = b^2 + a^2$

4.  $\triangle ABC$  มี  $\hat{B}$  เป็นมุมฉาก ถ้า  $x + 4$ ,  $x$ ,  $x + 2$  เป็นความยาวของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากจากสถานการณ์นี้ ข้อใดสรุปไม่ถูกต้อง

ก.  $x + 4 < x + (x + 2)$

ข.  $x + 4$  เป็นความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก

ค.  $x$ ,  $x + 4$  เป็นความยาวของด้านประกอบมุมฉาก

ง.  $(x + 4)^2 = x^2 + (x + 2)^2$

### การอนุมาน

ให้นักเรียน พิจารณาข้อสรุปว่าเป็นจริงหรือเป็นเท็จ พร้อมให้เหตุผลประกอบ

5. พิจารณาข้อความต่อไปนี้

A: รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC มีความสัมพันธ์ระหว่างด้านตรงข้ามมุมฉากกับด้านประกอบมุมฉาก เป็น  $5^2 = 4^2 + 3^2$

B: ให้  $b$  เป็นความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉากของรูปสามเหลี่ยม ABC

จึงสรุปว่า  $b = 5$  ซม. นักเรียนคิดว่าข้อสรุปนี้เป็นจริงหรือเป็นเท็จ

เป็นจริง เพราะ.....

เป็นเท็จ เพราะ.....

ไม่สามารถสรุปได้ เพราะ.....

6. พิจารณาข้อความต่อไปนี้

A:  $\overline{AB}$  และ  $\overline{CD}$  เป็นเส้นที่อยู่บนระนาบเดียวกัน มี  $\overline{EF}$  เป็นเส้นตัด

B:  $\hat{BEF} = a^\circ$  และ  $\hat{DFE} + a^\circ = 180^\circ$

จึงสรุปว่า  $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$  นักเรียนคิดว่าข้อสรุปนี้เป็นจริงหรือเป็นเท็จ

เป็นจริง เพราะ.....

เป็นเท็จ เพราะ.....

ไม่สามารถสรุปได้ เพราะ.....

### การตีความเพื่อลงข้อสรุป

ให้นักเรียน ตัดสินค่ากล่าวในแต่ละข้อว่าเป็นจริงหรือไม่เป็นจริงตามสถานการณ์ที่กำหนดให้ พร้อมให้เหตุผลประกอบ

ข้อ 7 ให้นักเรียนพิจารณาสถานการณ์ต่อไปนี้

ถ้าสุรชัยเดินทางออกจากบ้านไปทางทิศตะวันออกระยะทาง 50 เมตร แล้วเลี้ยวขึ้นไปทางทิศเหนือ 8 เมตร แล้วเลี้ยวไปทางทิศตะวันออกอีก 20 เมตร แล้วจึงเลี้ยวขึ้นไปทางทิศเหนืออีก 16 เมตร ก็ถึงโรงเรียนของเขาพอดี

7. ถ้าสุรชัยกล่าวว่า “เขาสามารถเดินไปโรงเรียนด้วยระยะทางที่สั้นที่สุดได้” จากสถานการณ์นี้ นักเรียนสรุป

เกี่ยวกับค่ากล่าวของสุรชัยได้อย่างไร

- เป็นจริง เพราะ.....
- ไม่เป็นจริง เพราะ.....
- ข้อมูลไม่เพียงพอที่จะตัดสิน เพราะ.....

ข้อ 8 ให้นักเรียนพิจารณาสถานการณ์ต่อไปนี้

เส้นตรงสองเส้นเมื่อวัดระยะห่างระหว่างเส้นตรงสองเส้น โดยวัดจากจุดที่แตกต่างกันแล้วพบว่า ระยะห่างระหว่างเส้นตรงสองเส้นเพิ่มขึ้นเรื่อย ๆ

8. ถ้ามานิกกล่าวว่า “เส้นตรงสองเส้นนี้ไม่มีทางขนานกันอย่างแน่นอน” จากสถานการณ์นี้ นักเรียนสรุปเกี่ยวกับค่ากล่าวของมานิกได้อย่างไร

- เป็นจริง เพราะ.....
- ไม่เป็นจริง เพราะ.....
- ข้อมูลไม่เพียงพอที่จะตัดสิน เพราะ.....

### การประเมินข้อโต้แย้ง

ให้นักเรียนตัดสินข้อโต้แย้งในแต่ละข้อว่าข้อโต้แย้งนั้นมีความน่าเชื่อถือหรือไม่มีความน่าเชื่อถือ พร้อมให้เหตุผลประกอบ

9. น้อยหน้าสร้างรูปสามเหลี่ยมที่มีด้านทั้งสามยาว 10, 12 และ 14 และน้อยหน้ากล่าวกับมายว่า “รูปสามเหลี่ยมนี้เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมแหลมเพราะเมื่อนำรูปสามเหลี่ยมนี้ไปทับกับรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่ยาว 10 และ กว้าง 12 แล้วพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมนี้ไม่เป็นครึ่งหนึ่งของรูปสี่เหลี่ยม และมุมตรงข้ามกับด้านที่ยาว 14 น้อยกว่า  $90^\circ$ ” แต่มายกล่าวว่า “รูปสามเหลี่ยมนี้เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมแหลมเพราะ  $14^2 < 10^2 + 12^2$ ”

คำกล่าวของน้อยหน้า

- น่าเชื่อถือ เพราะ.....
- ไม่น่าเชื่อถือ เพราะ.....

คำกล่าวของมาย

- น่าเชื่อถือ เพราะ.....
- ไม่น่าเชื่อถือ เพราะ.....

10. ถ้าวัฏระยะห่างระหว่างเส้นตรงสองเส้นโดยวัดจากจุดที่ต่างกันทั้งหมด 7 จุดพบว่า มีระยะห่างเป็น 3, 3, 5, 5, 5, 5, 5

สุธีกล่าวกับมานี่ว่า “เส้นตรงสองเส้นนี้ขนานกัน เพราะเมื่อวัฏระยะห่างต่อไปเรื่อย ๆ ก็จะมีระยะห่างเป็น 5” แต่มานี่กล่าวว่า “เส้นตรงสองเส้นนี้ไม่ขนานกันเพราะเส้นตรงสองส่วนนี้มีส่วนหนึ่งที่ระยะห่างไม่เท่ากัน”

คำกล่าวของสุธี

- น่าเชื่อถือ เพราะ.....
- ไม่น่าเชื่อถือ เพราะ.....

คำกล่าวของมานี่

- น่าเชื่อถือ เพราะ.....
- ไม่น่าเชื่อถือ เพราะ.....

ผลการวิเคราะห์คุณภาพของแบบวัดความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณหลังเรียน

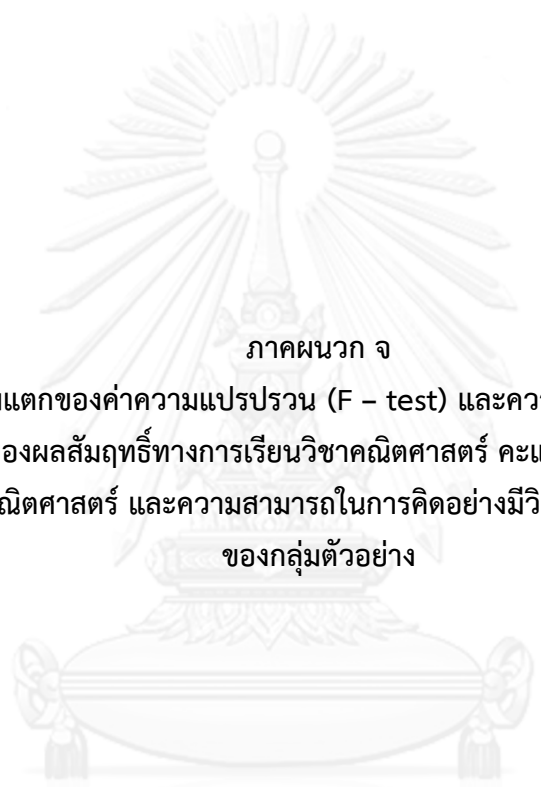
ตารางที่ 26 แสดงค่าความเที่ยง ค่าความยาก (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบวัดความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณก่อนเรียน

ข้อที่	ค่าความยาก	ค่าอำนาจจำแนก	ค่าความเที่ยงของแบบวัดทั้งฉบับ
1	0.63	0.59	0.88
2	0.78	0.58	
3	0.76	0.67	
4	0.85	0.58	
5	0.70	0.34	
6	0.50	0.62	
7	0.63	0.43	
8	0.40	0.50	
9	0.41	0.38	
10	0.70	0.61	
11	0.59	0.81	
12	0.44	0.52	
13	0.61	0.34	
14	0.69	0.42	
15	0.71	0.26	
16	0.69	0.34	
17	0.73	0.34	
18	0.65	0.26	
19	0.76	0.40	
20	0.57	0.22	
21	0.61	0.34	
22	0.69	0.42	
23	0.71	0.26	
24	0.69	0.34	
25	0.71	0.30	
26	0.69	0.22	
27	0.78	0.32	
28	0.47	0.26	

ข้อที่	ค่าความยาก	ค่าอำนาจจำแนก	ค่าความเที่ยงของ แบบวัดทั้งฉบับ
28	0.60	0.28	
29	0.63	0.42	
30	0.79	0.34	



จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย  
CHULALONGKORN UNIVERSITY



ภาคผนวก จ

ผลการทดสอบความแตกต่างของค่าความแปรปรวน (F – test) และความแตกต่างของค่ามัชฌิมเลข  
คณิต (t – test) ของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ คะแนนความสามารถในการให้  
เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณก่อนเรียน  
ของกลุ่มตัวอย่าง

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย  
CHULALONGKORN UNIVERSITY

ผลการทดสอบความแตกต่างของค่าความแปรปรวน (F – test) และความแตกต่างของค่ามัชฌิมเลขคณิต (t – test) ของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณก่อนเรียนของกลุ่มตัวอย่าง

ตารางที่ 27 ค่ามัชฌิมเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S) ของคะแนนวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของกลุ่มตัวอย่างในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2556 ค่าเอฟ (F – test) และค่าที (t – test)

กลุ่มตัวอย่าง	n	$\bar{x}$	S	F	t
กลุ่มทดลอง	30	69.87	8.283	1.421	.235*
กลุ่มควบคุม	30	69.67	8.281		

\*p< .05

ตารางที่ 28 ค่ามัชฌิมเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S) ของคะแนนวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนของกลุ่มตัวอย่าง ค่าเอฟ (F – test) และค่าที (t – test)

กลุ่มตัวอย่าง	n	$\bar{x}$	S	F	t
กลุ่มทดลอง	30	14.93	3.331	1.002	1.833*
กลุ่มควบคุม	30	13.53	2.529		

\*p< .05



ตารางที่ 29 ค่ามัชฌิมเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S) ของคะแนนวัดความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณก่อนเรียนของกลุ่มตัวอย่าง ค่าเอฟ (F – test) และค่าที (t – test)

กลุ่มตัวอย่าง	n	$\bar{x}$	S	F	t
กลุ่มทดลอง	30	15.733	2.99235	.0556	.265*
กลุ่มควบคุม	30	14.976	2.3228		

\*p < .05



จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย  
CHULALONGKORN UNIVERSITY

### ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นางสาวพีชานิกา เพชรสังข์ เกิดเมื่อวันที่ 1 เมษายน พุทธศักราช 2532 อยู่บ้านเลขที่ 185/28 หมู่ที่ 3 ต.ตะเคียนเตี้ย อ.บางละมุง จ.ชลบุรี สำเร็จการศึกษาปริญญาครุศาสตรบัณฑิต สาขาวิชา ศึกษาศาสตร์ เอกคณิตศาสตร์ จากคณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย เมื่อปีการศึกษา 2554



จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย  
CHULALONGKORN UNIVERSITY