

การวิเคราะห์แบบไร้เชิงเส้นทางวัสดุของโครงข้อแข็งในระนาบ



นายธิตี จุติวิโรจน์

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

CHULALONGKORN UNIVERSITY

บทคัดย่อและแฟ้มข้อมูลฉบับเต็มของวิทยานิพนธ์ตั้งแต่ปีการศึกษา 2554 ที่ให้บริการในคลังปัญญาจุฬาฯ (CUIR)

เป็นแฟ้มข้อมูลของนิสิตเจ้าของวิทยานิพนธ์ ที่ส่งผ่านทางบัณฑิตวิทยาลัย

The abstract and full text of theses from the academic year 2011 in Chulalongkorn University Intellectual Repository (CUIR) are the thesis authors' files submitted through the University Graduate School.

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมโยธา ภาควิชาวิศวกรรมโยธา

คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ปีการศึกษา 2557

ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

MATERIAL NONLINER ANALYSIS OF PLANAR FRAMES

Mr. Titi Jutiviroj



A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements  
for the Degree of Master of Engineering Program in Civil Engineering

Department of Civil Engineering

Faculty of Engineering

Chulalongkorn University

Academic Year 2014

Copyright of Chulalongkorn University

หัวข้อวิทยานิพนธ์	การวิเคราะห์แบบไร้เชิงเส้นทางวัสดุของโครงข้อแข็งใน ระนาบ
โดย	นายฉัตร จุติวิโรจน์
สาขาวิชา	วิศวกรรมโยธา
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก	ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. วัฒนชัย สมิตถากร

---

คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้บัณฑิตวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วน  
หนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต

.....คณบดีคณะวิศวกรรมศาสตร์  
(ศาสตราจารย์ ดร. บัณฑิต เอื้ออาภรณ์)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

.....ประธานกรรมการ  
(รองศาสตราจารย์ ดร. จรุงนัย รุ่งอมรรัตน์)

.....อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก  
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. วัฒนชัย สมิตถากร)

.....กรรมการ  
(รองศาสตราจารย์ ดร. อัครวัชร เล่นวารี่)

.....กรรมการภายนอกมหาวิทยาลัย  
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. กฤดาฤทธิ์ ชมภูมิ่ง)



# # 5570233221 : MAJOR CIVIL ENGINEERING

KEYWORDS: NONLINEAR ANALYSIS / FIBER MODEL / MATERIAL NONLINEARITY / SPREAD PLASTICITY

TITI JUTIVIROJ: MATERIAL NONLINEAR ANALYSIS OF PLANAR FRAMES. ADVISOR: ASST. PROF. WATANACHAI SMITTAKORN, Ph.D., 53 pp.

When structures are subjected to loads larger than desired, internal forces may exceed the yield strength of materials. Consequently, nonlinear behavior occurs and induces structural stability and failure characteristics. This research presents an analysis method of planar frames considering materially nonlinear behavior. A computer program is developed by applying the fiber model and spread plasticity to construct the structural element. Static monotonic loading is applied at structural nodes. Solutions to the nonlinear problems are carried out by a displacement control method and a load control method to obtain the load and displacement relationship.

Results from case studies are shown that the computer program developed in this research, both stiffness and flexibility method, can predict the materially nonlinear behavior and yields the results with accuracy more than 99% when compared with the exact solution. The stiffness method, which is based on assumed shape functions, needs to refine meshes in order to yield a good result. On the other hand, the flexibility method, which is based on exact force interpolation functions, does not require a large number of elements. However, considering spread plasticity along the element can help improve the accuracy. Applying 7 integration points in each element, each structural member can be modeled using only 1 finite element. Consequently, a remarkable result can be obtained within a short computer time.

Department: Civil Engineering

Student's Signature .....

Field of Study: Civil Engineering

Advisor's Signature .....

Academic Year: 2014

## กิตติกรรมประกาศ

ผู้เขียนกราบขอบพระคุณ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. วัฒนชัย สมิตากร อาจารย์ที่  
ปรึกษาวิทยานิพนธ์ รองศาสตราจารย์ ดร. จรูญ รุ่งอมรรรัตน์ ประธานกรรมการสอบวิทยานิพนธ์  
รองศาสตราจารย์ ดร. อัครวัชร เล่นวารี และผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. กฤดายุทธ์ ชมภูมิ่ง  
กรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ที่ให้ความกรุณาเป็นที่ปรึกษา แนะนำ และให้ความช่วยเหลือในด้าน  
ต่างๆด้วยความเมตตาตราบกระทั่งวิทยานิพนธ์เสร็จสมบูรณ์

ผู้เขียนขอกราบขอบพระคุณ คุณพ่อ คุณแม่ ที่ให้ความอุปการะ และเป็นกำลังใจแก่  
ข้าพเจ้าโดยตลอดมา ทำให้งานวิจัยชิ้นนี้สำเร็จลุล่วงเป็นอย่างดี



## สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย.....	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	จ
กิตติกรรมประกาศ.....	ฉ
สารบัญ.....	ช
สารบัญตาราง.....	ญ
สารบัญรูป.....	ฎ
คำอธิบายสัญลักษณ์และคำย่อ .....	ฐ
บทที่ 1 บทนำ.....	1
1.1 ความเป็นมา.....	1
1.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	2
1.2.1 การวิเคราะห์โครงข้อแข็งแบบไร้เชิงเส้น.....	2
1.2.2 ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขที่ใช้ในการวิเคราะห์แบบไร้เชิงเส้น .....	7
1.3 วัตถุประสงค์ของงานวิจัย .....	10
1.4 ขอบเขตงานวิจัย .....	10
1.5 ขั้นตอนและวิธีการดำเนินการวิจัย.....	10
บทที่ 2 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง .....	11
2.1 การวิเคราะห์โครงข้อแข็งในระนาบ (Planar frame analysis).....	11
2.1.1 การวิเคราะห์โดยวิธีสติฟเนส (Stiffness method) .....	11
2.1.2 การวิเคราะห์โดยวิธีเฟล็กซิบิลิตี (Flexibility method) .....	14
2.1.3 สติฟเนสเมตริกซ์ของชิ้นส่วนในระบบพิกัดรวม .....	15
2.2 แบบจำลองทางวัสดุ .....	16
2.3 แบบจำลองไฟเบอร์ (Fiber model).....	17

2.4 การวิเคราะห์การกระจายหน้าตัดพลาสติก .....	18
2.5 ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขวิธีการทำซ้ำ.....	20
2.5.1 วิธีควบคุมการเปลี่ยนตำแหน่ง .....	21
2.5.1 วิธีควบคุมน้ำหนักบรรทุก.....	22
บทที่ 3      การพัฒนาโปรแกรมสำหรับงานวิจัย.....	23
3.1 ขั้นตอนการคำนวณของโปรแกรม .....	23
3.1.1 ขั้นตอนของรอบการคำนวณ (Incremental Steps) .....	23
3.1.2 ขั้นตอนรอบการทำซ้ำ (Iteration step).....	25
3.1.3 ขั้นตอนการวิเคราะห์โดยวิธีสติฟเนส (Stiffness method) .....	27
3.1.4 ขั้นตอนการวิเคราะห์โดยวิธีเฟล็กซิบิลิตี้ (Flexibility method) .....	29
บทที่ 4      กรณีศึกษา.....	33
4.1 โครงสร้างเสาปลายยึดตรึง.....	34
4.2 โครงสร้างคานยื่น .....	36
4.2.1 การตรวจสอบความเหมาะสมของจำนวนไฟเบอร์ .....	36
4.2.2 การตรวจสอบการลู่เข้าของคำตอบ .....	37
4.3 โครงสร้างคานปลายยึดตรึงทั้งสองข้าง.....	40
4.3.1 ผลของการแบ่งเอลิเมนต์.....	40
4.3.2 การวิเคราะห์กลไกการพังทลาย .....	43
4.4 โครงข้อแข็งแบบพอร์ทัล (Portal Frame).....	45
บทที่ 5      สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ .....	47
5.1 สรุปผลการวิจัย.....	47
5.2 ข้อเสนอแนะ .....	48
รายการอ้างอิง .....	49



ณ

หน้า

ภาคผนวก ก..... 52

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์..... 53



## สารบัญตาราง

หน้า

ตารางที่ 2.1 ตำแหน่งและพารามิเตอร์โดย Gauss-Lobatto.....	19
ตารางที่ 4.1 คุณสมบัติของโครงสร้าง และวัสดุของโครงสร้างเสาปลายยึดตั้ง.....	34
ตารางที่ 4.2 การวิเคราะห์ผลของแบบจำลองไฟเบอร์ .....	36
ตารางที่ 4.3 ค่าความคลาดเคลื่อนจากผลการวิเคราะห์โครงสร้างคานยื่นโดยวิธีสตีเฟนส์ .....	37
ตารางที่ 4.4 ค่าความคลาดเคลื่อนจากการวิเคราะห์โครงสร้างคานยื่นโดยวิธีเฟลทชิลิตี .....	38
ตารางที่ 4.5 ผลการเปรียบเทียบอัตราส่วนน้ำหนักบรรทุกวิกฤตคานปลายยึดตั้งทั้งสองข้าง .....	42



สารบัญรูป

หน้า

รูปที่ 1.1 การวิเคราะห์โครงข้อแข็งด้วยวิธีต่างๆ ..... 2

รูปที่ 1.2 แบบจำลองจุดหมุนพลาสติก และแบบจำลองไฟเบอร์ ..... 3

รูปที่ 1.3 ขั้นตอนการวิเคราะห์ด้วยวิธีจุดหมุนพลาสติก ..... 4

รูปที่ 1.4 การกระจายหน้าตัดพลาสติก..... 4

รูปที่ 1.5 การวิเคราะห์โมเมนต์และค่าความโค้ง ..... 5

รูปที่ 1.6 ฟังก์ชันรูปร่างแบบ Moving least squares ..... 6

รูปที่ 1.7 การกระจายหน้าตัดพลาสติก และแบบจำลองไฟเบอร์ ..... 6

รูปที่ 1.8 วิธี Incremental Method ..... 7

รูปที่ 1.9 วิธี Newton-Raphson ..... 8

รูปที่ 1.10 วิธี Modified Newton-Raphson..... 8

รูปที่ 1.11 วิธี Displacement control ..... 9

รูปที่ 2.1 แบบจำลองชิ้นส่วนที่มีระดับขั้นเสรีเท่ากับ 6 ..... 11

รูปที่ 2.2 การเสียรูปในหน้าตัด ..... 13

รูปที่ 2.3 แบบจำลองชิ้นส่วนที่มีระดับขั้นเสรีเท่ากับ 3..... 14

รูปที่ 2.4 แบบจำลองทางวัสดุ ..... 16

รูปที่ 2.5 แบบจำลองไฟเบอร์ ..... 17

รูปที่ 2.6 การคำนวณวิธีควบคุมการเปลี่ยนตำแหน่ง..... 21

รูปที่ 2.7 การคำนวณวิธีควบคุมน้ำหนักบรรทุก..... 22

รูปที่ 3.1 ขั้นตอนของรอบการคำนวณ..... 24

รูปที่ 3.2 ขั้นตอนรอบการทำซ้ำ..... 26

รูปที่ 3.3 ขั้นตอนวิเคราะห์โดยวิธีสติฟเนส (Stiffness method) ..... 28

รูปที่ 3.4 ขั้นตอนวิเคราะห์โดยวิธีฟลักซิบิลิตี้ (Flexibility method)..... 32

รูปที่ 4.1 ลักษณะของโครงสร้างเสาปลายยึดตั้ง.....	34
รูปที่ 4.2 ผลการวิเคราะห์โครงสร้างเสาปลายยึดตั้ง.....	35
รูปที่ 4.3 ลักษณะของโครงสร้างคานยื่น.....	36
รูปที่ 4.4 ค่าความคลาดเคลื่อนจากผลการวิเคราะห์โครงสร้างคานยื่นโดยวิธีสติฟเนส.....	38
รูปที่ 4.5 ค่าความคลาดเคลื่อนจากการวิเคราะห์โครงสร้างคานยื่นโดยวิธีเฟลกชิบิลิตี้.....	38
รูปที่ 4.6 ผลการวิเคราะห์โครงสร้างคานยื่นวิธีสติฟเนสและเฟลกชิบิลิตี้.....	39
รูปที่ 4.7 ลักษณะของโครงสร้าง และวัสดุที่ใช้ของโครงสร้างคานปลายยึดตั้งทั้งสองข้าง.....	40
รูปที่ 4.8 ผลการวิเคราะห์วิธีสติฟเนสคานปลายยึดตั้งทั้งสองข้างโดยการแบ่งเอลิเมนต์.....	41
รูปที่ 4.9 ผลการวิเคราะห์วิธีเฟลกชิบิลิตี้คานปลายยึดตั้งทั้งสองข้างโดยการแบ่งเอลิเมนต์.....	41
รูปที่ 4.10 ผลการวิเคราะห์กลไกการพังทลายคานปลายยึดตั้งทั้งสองข้าง.....	43
รูปที่ 4.11 การกระจายโมเมนต์ของคานปลายยึดตั้งทั้งสองข้าง ( $\Delta = 4mm$ ).....	43
รูปที่ 4.12 การกระจายค่าความโค้งของคานปลายยึดตั้งทั้งสองข้าง ( $\Delta = 4mm$ ).....	44
รูปที่ 4.13 ลักษณะของโครงสร้าง และวัสดุที่ใช้ของโครงข้อแข็งแบบพอร์ทัล.....	45
รูปที่ 4.14 ผลการวิเคราะห์โครงข้อแข็งแบบพอร์ทัล.....	46

## คำอธิบายสัญลักษณ์และคำย่อ

$[ ]$	สัญลักษณ์ของเมทริกซ์
$[ ]^{-1}$	สัญลักษณ์ของเมทริกซ์ผกผัน
$[ ]^T$	สัญลักษณ์ของเมทริกซ์ทรานสโพส
$\{ \}$	สัญลักษณ์ของเวกเตอร์
$\{P\}$	แรงกระทำที่จุดต่อ
$\{u\}$	การกระจัดที่จุดต่อ
$\{D\}$	แรงกระทำที่จุดต่อในระบบอย่างง่าย
$\{d\}$	การกระจัดที่จุดต่อในระบบอย่างง่าย
$\{q\}$	ความเครียดในหน้าตัด
$[B]$	เมทริกซ์ความสัมพันธ์ระหว่างการกระจัดที่จุดต่อและความเครียด
$[b]$	เมทริกซ์ความสัมพันธ์ระหว่างแรงจุดต่อและแรงในหน้าตัด
$[K]$	สติฟเนสเมทริกซ์ของชิ้นส่วน
$[F]$	เฟลกซิบิลิตีเมทริกซ์ของชิ้นส่วน
$\{Q_e\}$	แรงภายในชิ้นส่วน
$[k_s]$	สติฟเนสเมทริกซ์ของหน้าตัด
$[f_s]$	เฟลกซิบิลิตีเมทริกซ์ของหน้าตัด
$\{Q_s\}$	แรงภายในหน้าตัด
$\xi$	ค่าโคออร์ดิเนตธรรมชาติของชิ้นส่วน
$E$	โมดูลัสยืดหยุ่น
$A$	พื้นที่หน้าตัดของชิ้นส่วน
$L$	ความยาวของชิ้นส่วน

- $w$  พารามิเตอร์ของเกาส์
- $\sigma$  ความเค้นของไฟเบอร์
- $\varepsilon$  ความเครียดของไฟเบอร์
- $\overline{d\Delta}$  การกระจัดจากน้ำหนักบรรทุกทุกอ้างอิง
- $\overline{\overline{d\Delta}}$  การกระจัดจากแรงไม่สมดุล
- $\{UBF\}$  แรงไม่สมดุลที่แต่ละรอบการคำนวณ
- $d\lambda$  พารามิเตอร์น้ำหนักกระทำในแต่ละรอบการทำซ้ำ
- Step* จำนวนรอบการคำนวณ



# บทที่ 1

## บทนำ

### 1.1 ความเป็นมา

ในกรณีที่โครงสร้างต้องแบกรับน้ำหนักบรรทุกที่มีค่ามากกว่าที่ออกแบบไว้ แรงภายในชิ้นส่วนอาจสูงเกินจุดครากของวัสดุ ส่งผลให้เกิดพฤติกรรมแบบไร้เชิงเส้นทางวัสดุ โดยในอดีตที่ผ่านมามีการศึกษาพฤติกรรมไร้เชิงเส้นทางวัสดุมากมาย ซึ่งแบ่งเป็นสองกลุ่มคือ Lumped plasticity model และ Spread plasticity model ในการวิเคราะห์แบบ Lump plasticity model จะพิจารณาการครากแบบรวมตัวอยู่เฉพาะจุด ซึ่งการวิเคราะห์โดยวิธีนี้อาจไม่แม่นยำนักเนื่องจากพฤติกรรมการครากในชิ้นส่วนมีแนวโน้มกระจายไปในสองทิศทาง กล่าวคือมีการครากเกิดขึ้นในหน้าตัดและในความยาวของชิ้นส่วนโครงสร้าง(Plastic zone) ดังนั้นการวิเคราะห์โดยวิธี Spread plasticity ที่พิจารณาพฤติกรรมการครากตลอดความยาวของชิ้นส่วนร่วมกับการวิเคราะห์แบบจำลองไฟเบอร์(Fiber model) ที่พิจารณาพฤติกรรมการครากในหน้าตัดจะทำให้สามารถจำลองพฤติกรรมโครงสร้างในช่วงไร้เชิงเส้นได้ใกล้เคียงความเป็นจริงมากยิ่งขึ้น

การวิเคราะห์ชิ้นส่วนโครงสร้างแบบไร้เชิงเส้นไร้เชิงเส้นวิธีที่นิยมใช้คือวิธีการไฟไนต์เอลิเมนต์(Finite element method)ซึ่งสามารถแบ่งได้เป็นสองกลุ่มคือ การวิเคราะห์โดยวิธีสติฟเนส(Stiffness method)และการวิเคราะห์โดยวิธีเฟล็กซิบิลิตี(Flexibility method) ซึ่งมีสมมติฐานตั้งต้นที่แตกต่างกัน ในการแก้ปัญหาแบบไร้เชิงเส้นวิธีที่นิยมใช้คือวิธีนิวตัน-ราฟสัน(Newton-Raphson) ซึ่งใช้รูปแบบการวิเคราะห์วิธีการควบคุมน้ำหนักกระทำ(load control) แต่จะมีข้อจำกัดคือไม่สามารถวิเคราะห์พฤติกรรมหลังจุดวิกฤติได้ อย่างไรก็ตามอาจพิจารณาวิธีการควบคุมการเปลี่ยนตำแหน่ง(displacement control) เพื่อใช้แก้ปัญหาให้เหมาะสมได้

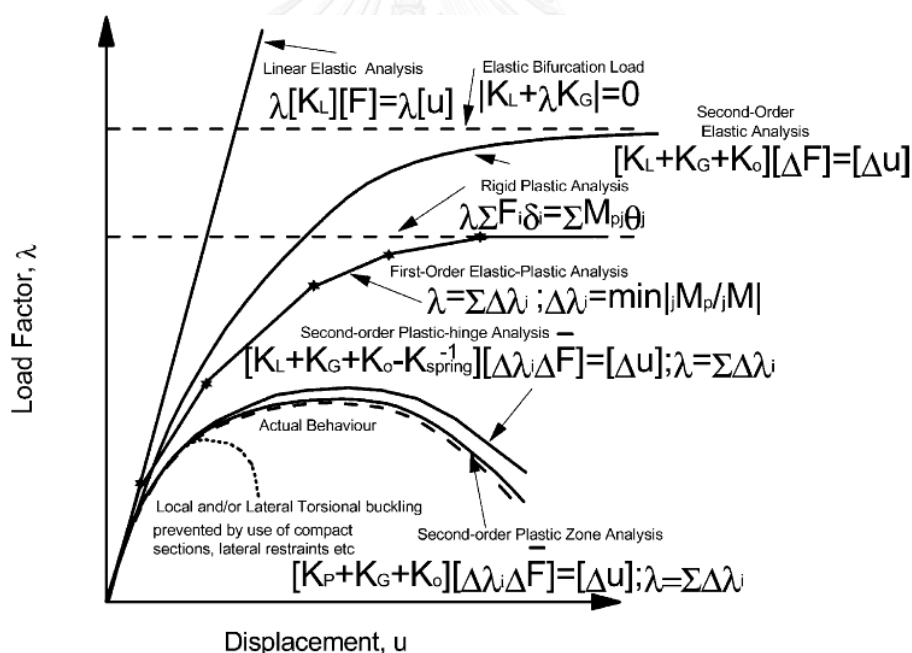
ด้วยเหตุผลข้างต้น งานวิจัยนี้จึงมุ่งนำเสนอการศึกษาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อวิเคราะห์โครงสร้างข้อแฉ่งในระนาบแบบไร้เชิงเส้นทางทางวัสดุร่วมกับการพัฒนาโปรแกรมคอมพิวเตอร์เพื่อทำนายพฤติกรรมของโครงสร้างข้อแฉ่ง และเปรียบเทียบกับผลการวิจัยในอดีต

## 1.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในบทนี้กล่าวถึงการศึกษางานวิจัยในอดีตที่เกี่ยวข้อง ซึ่งสามารถแบ่งได้เป็น 2 กลุ่ม คือ งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการวิเคราะห์โครงข้อแข็งแบบไร้เชิงเส้น และงานวิจัยที่เกี่ยวกับระเบียบวิธีเชิงตัวเลขที่ใช้ในการวิเคราะห์แบบไร้เชิงเส้น

### 1.2.1 การวิเคราะห์โครงข้อแข็งแบบไร้เชิงเส้น

S.L. Chan (2001) ได้ทำการรวบรวมการวิเคราะห์พฤติกรรมแบบไร้เชิงเส้นของโครงข้อแข็งเหล็ก ซึ่งการวิเคราะห์แบบไร้เชิงเส้นมีหลายวิธี โดยแต่ละวิธีจะมีข้อจำกัดแตกต่างกัน การวิเคราะห์ช่วงพลาสติก(Plastic Zone Analysis) จะพิจารณาการครากของวัสดุกระจายในหน้าตัดตลอดความยาวทั้งชิ้นส่วน ส่วนการวิเคราะห์จุดหมุนพลาสติก(Plastic Hinge Analysis) จะพิจารณาการครากของวัสดุกระจายในหน้าตัดเฉพาะจุด

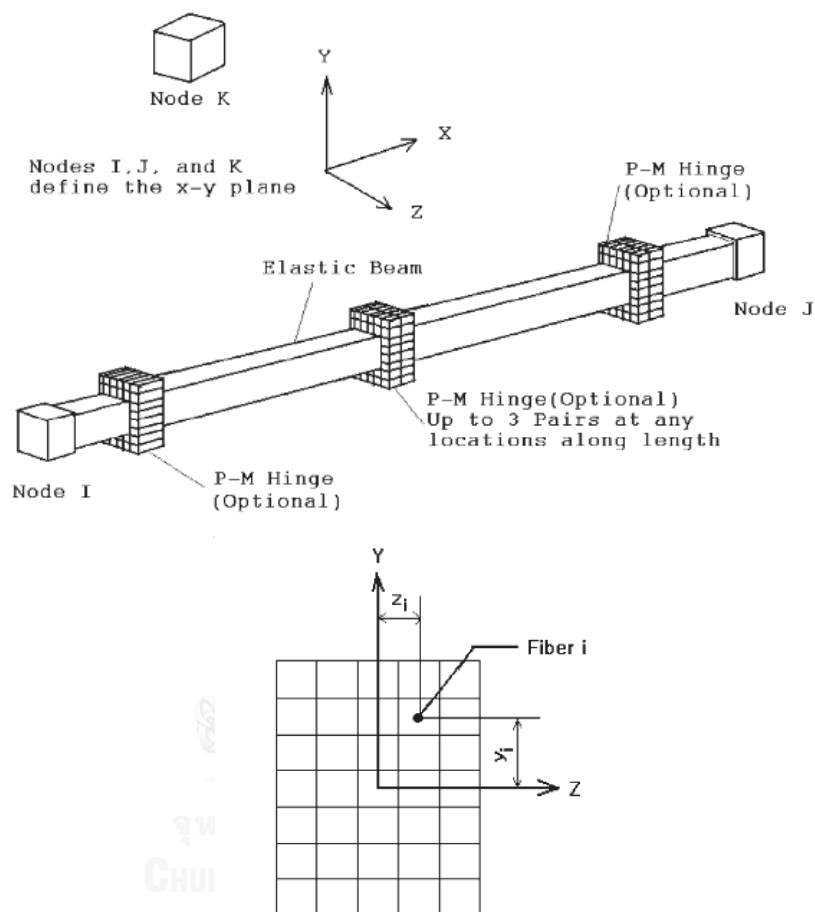


รูปที่ 1.1 การวิเคราะห์โครงข้อแข็งด้วยวิธีต่างๆ (Chan 2001)

รูปที่ 1.1 แสดงการเปรียบเทียบการวิเคราะห์โครงข้อแข็งด้วยวิธีต่างๆจะเห็นว่า การวิเคราะห์แบบไร้เชิงเส้นจะสามารถจำลองพฤติกรรมของโครงสร้างจริงได้ดีกว่าการวิเคราะห์แบบเชิงเส้น โดยการวิเคราะห์ที่ใกล้เคียงพฤติกรรมโครงสร้างจริงที่สุดคือ Second-order Plastic Zone Analysis

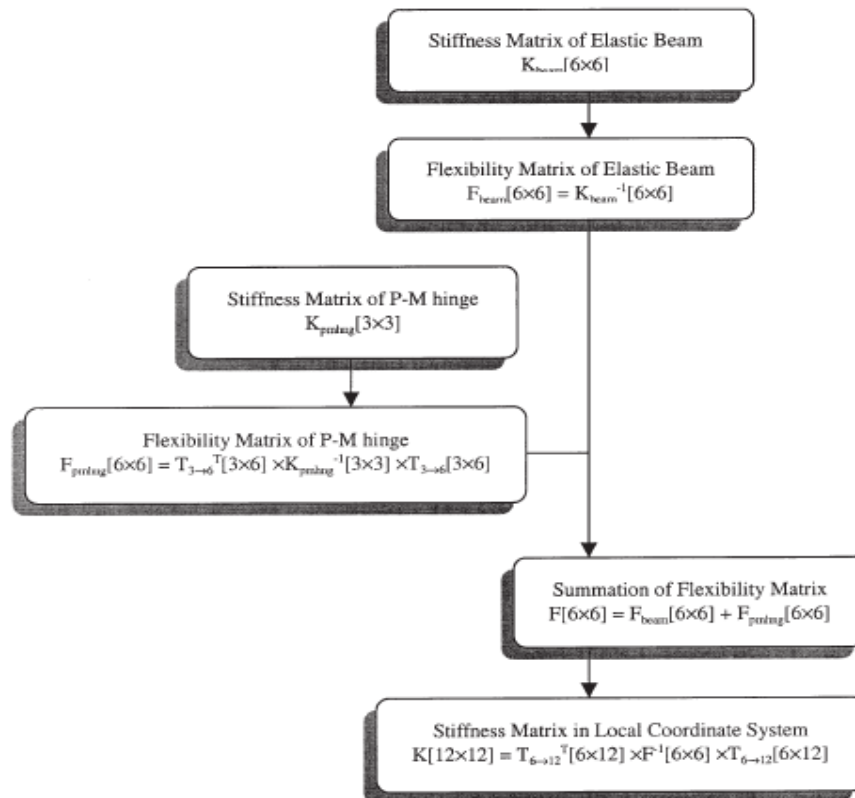


Seung-Eock Kim และคณะ (2001) ได้ศึกษาการวิเคราะห์โครงสร้างข้อแข็งเหล็กแบบไร้เชิงเส้น การวิเคราะห์ความไร้เชิงเส้นทางวัสดุผู้วิจัยได้จำลองจุดหมุนพลาสติกโดยใช้แบบจำลองไฟเบอร์(fiber-model) และพิจารณาจุดหมุนพลาสติก 3 จุดในแต่ละชิ้นส่วนดังรูปที่ 1.2



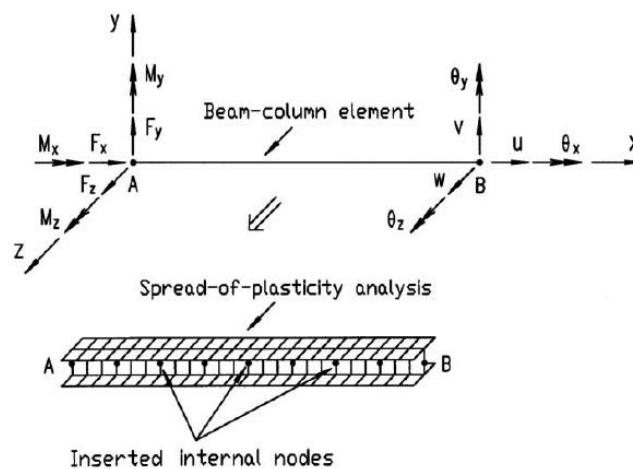
รูปที่ 1.2 แบบจำลองจุดหมุนพลาสติก และแบบจำลองไฟเบอร์ (Kimและคณะ 2001)

โดยขั้นตอนการวิเคราะห์ด้วยวิธีจุดหมุนพลาสติกทางผู้วิจัยใช้เมตริกซ์ยึดหยุ่นของจุดหมุนพลาสติกมาปรับปรุงสติเฟเนสเมตริกซ์ดังรูปที่ 1.3 ผลการทดสอบโครงสร้างข้อแข็งเหล็กพบว่า การแบ่งจุดหมุนพลาสติกส่งผลให้ประหยัดเวลาในการคำนวณเนื่องจากใช้เพียงหนึ่งเอลิเมนต์ต่อชิ้นส่วน



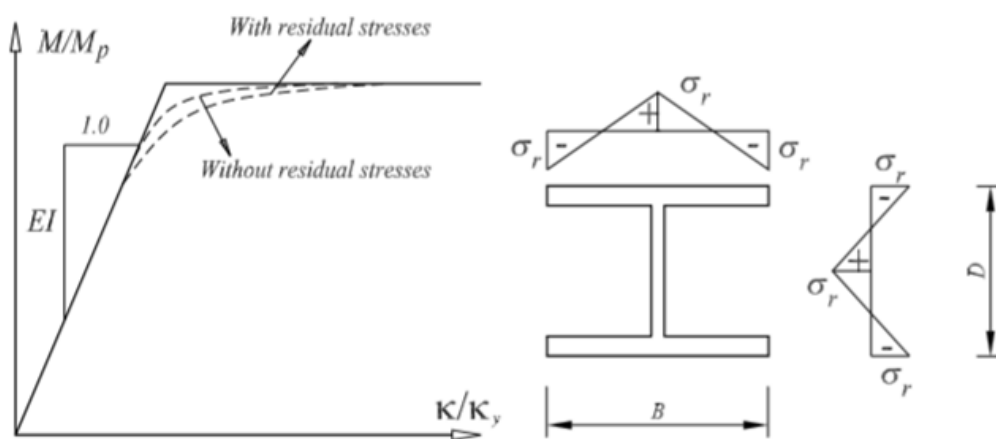
รูปที่ 1.3 ขั้นตอนการวิเคราะห์ด้วยวิธีจุดหมุนพลาสติก (Kim และคณะ 2001)

Xiao-Mo Jiang และคณะ (2002) ได้ศึกษาการวิเคราะห์โครงสร้างข้อแข็งเหล็กสามมิติแบบไร้เชิงเส้น ที่พิจารณาความไร้เชิงเส้นทางวัสดุโดยใช้หลักการกระจายหน้าตัดพลาสติกตลอดความยาวชิ้นส่วนตามรูปที่ 1.4 และที่แต่ละหน้าตัดใช้แบบจำลองไฟเบอร์



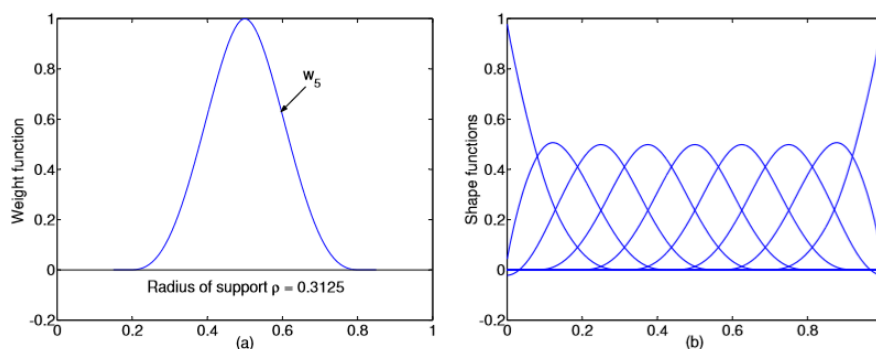
รูปที่ 1.4 การกระจายหน้าตัดพลาสติก (Jiang และคณะ 2002)

M. Sekulovic และ M. Nefovska-Danilovic (2008) ได้ศึกษาการวิเคราะห์โครงสร้างแข็งเหล็กในระนาบแบบไร้เชิง ที่พิจารณาความไร้เชิงเส้นทั้งทางวัสดุและทางเรขาคณิตมีรายละเอียดดังนี้ ความไร้เชิงเส้นทางวัสดุใช้หลักการจุดหมุนพลาสติกโดยจำลองจุดหมุนที่มีพฤติกรรมกึ่งแข็งในหน้าตัดทางผู้วิจัยใช้หลักการพิจารณากำลังรับแรงของหน้าตัดที่พิจารณาความเค้นคงค้างของหน้าตัดร่วมด้วยดังแสดงในรูปที่ 1.5 พบว่าการพิจารณาความเค้นคงค้างในหน้าตัดส่งผลให้เกิดการครากของหน้าตัดเร็วขึ้น และผลการวิเคราะห์โดยวิธีนี้ให้ผลใกล้เคียงกับการวิเคราะห์โดยวิธี Plastic zone



รูปที่ 1.5 การวิเคราะห์โมเมนต์และค่าความโค้ง (M. Sekulovic และ M. Nefovska-Danilovic 2008)

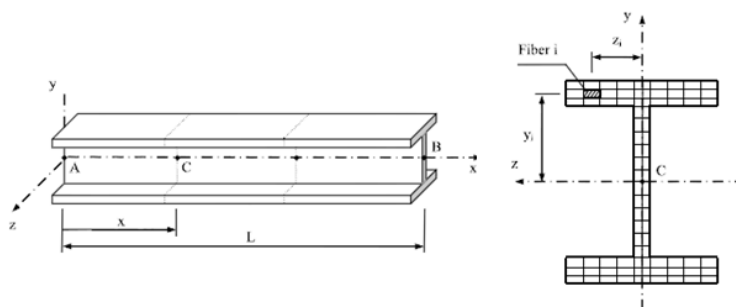
Louie L. Yaw, Sashi K. Kunnath และ N. Sukumar (2009) ได้ศึกษาวิเคราะห์โครงสร้างแข็งในระนาบแบบไร้เชิงเส้นทางวัสดุโดยวิธี Meshfree method ซึ่งใช้ฟังก์ชันรูปร่างแบบ Moving least squares ดังแสดงรูปที่ 1.6 และชิ้นส่วนในระนาบใช้การแก้ปัญหาโดยวิธี Plane stress จากผลการวิเคราะห์เปรียบกับหลักการไฟไนต์เอลิเมนต์พบว่าให้คำตอบที่ใกล้เคียงกัน โดยไม่จำเป็นต้องแบ่งเอลิเมนต์แต่จำเป็นต้องแบ่งจุดต่อของชิ้นส่วน



รูปที่ 1.6 ฟังก์ชันรูปร่างแบบ Moving least squares (Yawและคณะ 2009)

Huu-Tai Thai และ Seung-Eock Kim (2011) ได้ศึกษาวิเคราะห์โครงข้อแข็งสามมิติแบบไร้เชิงเส้นที่พิจารณาความไร้เชิงเส้นทั้งทางวัสดุและทางเรขาคณิตมีรายละเอียดดังนี้ ความไร้เชิงเส้นทางวัสดุใช้หลักการกระจายหน้าตัดพลาสติกตลอดความยาวชิ้นส่วนและที่แต่ละหน้าตัดใช้แบบจำลองไฟเบอร์ดังรูปที่ 1.7 ซึ่งใช้การเพิ่มขึ้นของความเครียดมาปรับมูลค่าโมดูลัสยืดหยุ่น สติเฟนสของชิ้นส่วนได้จากการรวมสติเฟนสในแต่ละไฟเบอร์และตลอดความยาวชิ้นส่วน

ในส่วนของความไร้เชิงเส้นทางเรขาคณิตเพื่อสังเกตพฤติกรรมของแรงในแนวแกนต่อการเสียรูปด้านข้าง(P- $\delta$  effect) ทางผู้วิจัยใช้ฟังก์ชันความเสถียร(stability function) มาปรับปรุงสติเฟนสเมตริกซ์ ซึ่งเกิดจากผลของแรงในแนวแกนและโมเมนต์ดัด และเพื่อสังเกตพฤติกรรมของแรงในแนวแกนต่อการเสียรูปที่ปลายชิ้นส่วน(P- $\Delta$  effect) ทางผู้วิจัยใช้สติเฟนสเมตริกซ์เรขาคณิต เพื่อจำลองการเปลี่ยนพิกัดที่จุดปลายของชิ้นส่วน และเปรียบเทียบผลการวิเคราะห์ด้วยโปรแกรม ABAQUS และ SAP2000 พบว่าผลการคำนวณใกล้เคียงกับผลจากโปรแกรม ABAQUS และ SAP2000 แต่ใช้จำนวนเอลิเมนต์น้อยกว่า



รูปที่ 1.7 การกระจายหน้าตัดพลาสติก และแบบจำลองไฟเบอร์ (ThaiและKim 2011)

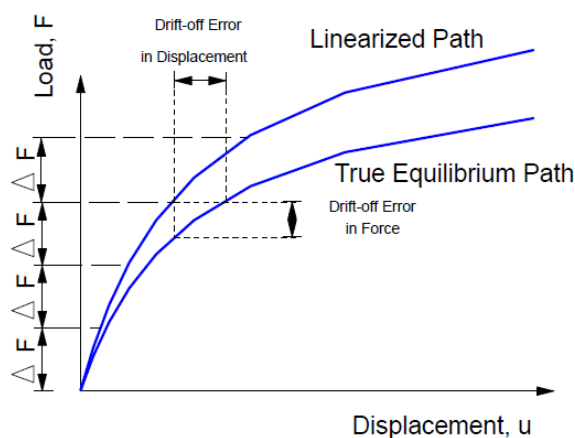
นันทวัฒน์ โกสุมภ์สุวรรณค์ (2011) นำเสนอการวิเคราะห์โครงสร้างข้อแข็งคอนกรีตเสริมเหล็ก ด้วยสมมติฐานไร้เชิงเส้นทางวัสดุและทำการพัฒนาโปรแกรมคอมพิวเตอร์ โดยใช้แบบจำลองไฟเบอร์ร่วมกับการพิจารณาแบบจำลองทางวัสดุในการจำลองหน้าตัดโดยใช้หน้าตัดที่กึ่งกลาง ชิ้นส่วนเป็นตัวแทน สติฟเนสเมตริกซ์ของเอลิเมนต์สร้างขึ้นด้วยวิธีการโดยตรง การวิเคราะห์ทำโดยวิธีการควบคุมการกระจัดที่คำนึงถึงพฤติกรรมทั้งก่อนและหลังการรับน้ำหนักบรรทุกสูงสุด

Ahmed H. Zubyan (2013) ได้ศึกษาวิเคราะห์โครงสร้างข้อแข็งเหล็กสามมิติแบบไร้เชิงเส้น (H-section) โดยความไร้เชิงเส้นทั้งทางวัสดุใช้หลักการกระจายหน้าตัดพลาสติกตลอดความยาว ชิ้นส่วน โดยทางผู้วิจัยได้ทำการพัฒนาแบบจำลองเพื่อทำนายกำลังของหน้าตัดพลาสติกจากผลการทดลองของแบบจำลองไฟเบอร์โดยพิจารณาผลของความเค้นค้ำในหน้าตัดร่วมด้วย พบว่าผลการวิเคราะห์ใกล้เคียงกับผลจากโปรแกรม ABAQUS และ แบบจำลองไฟเบอร์ แต่ไม่จำเป็นต้องแบ่งไฟเบอร์ย่อย

### 1.2.2 ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขที่ใช้ในการวิเคราะห์แบบไร้เชิงเส้น

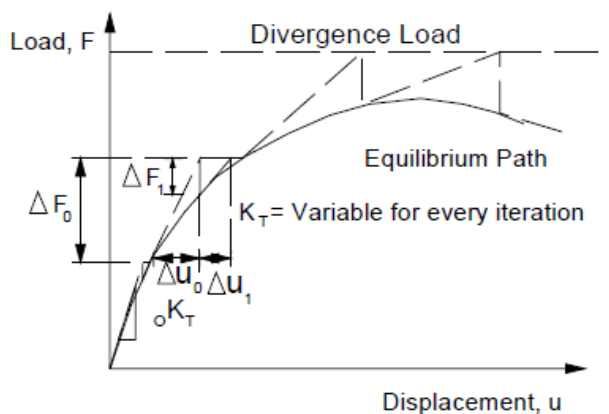
S.L. Chan และ P.P.T. Chui (2004) กล่าวถึงระเบียบวิธีเชิงตัวเลขที่ใช้ในการแก้ปัญหาแบบไร้เชิงเส้น โดยแบ่งเป็น 4 วิธี คือ

1. วิธีเพิ่มทีละขั้น (Incremental method) โดยวิธีเพิ่มทีละขั้นใช้หลักการแบ่งน้ำหนักบรรทุกออกเป็นช่วงย่อยๆและใช้สมการเชิงเส้นคำนวณหาการเคลื่อนที่ที่เพิ่มขึ้นและกระทำซ้ำไปเรื่อยๆ แต่จะเกิดความคลาดเคลื่อนสะสมเนื่องจากการแบ่งช่วง ดังรูปที่ 1.8



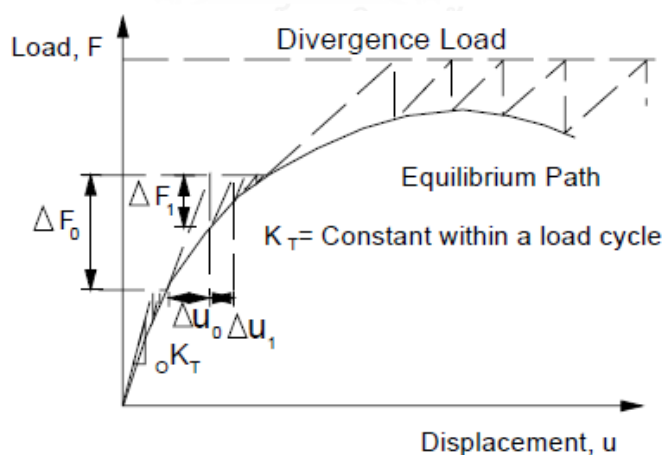
รูปที่ 1.8 วิธี Incremental Method (ChanและChui 2000)

2. วิธีนิวตัน-ราฟสัน ใช้หลักการคล้ายกับวิธีเพิ่มทีละขั้น แต่จะมีการตรวจสอบสมดุลและใช้สตีเฟนสันส์ในแต่รอบการคำนวณ (iteration) ซึ่งทำให้ใช้รอบการคำนวณน้อย ดังรูปที่ 1.9



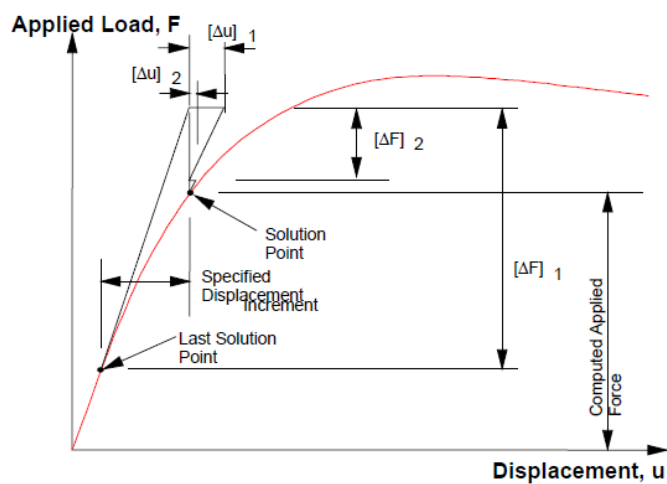
รูปที่ 1.9 วิธี Newton-Raphson (ChanและChui 2000)

3. วิธีนิวตัน-ราฟสันดัดแปลง (modified Newton-Raphson) ใช้หลักการคำนวณคล้ายกับวิธีนิวตัน-ราฟสัน แต่จะแตกต่างที่สตีเฟนสันส์ในแต่รอบการคำนวณจะเป็นค่าคงที่ ทำให้ในแต่รอบการคำนวณใช้เวลาน้อยลง แต่ใช้จำนวนรอบเพิ่มขึ้น ดังรูปที่ 1.10



รูปที่ 1.10 วิธี Modified Newton-Raphson (ChanและChui 2000)

4. วิธีควบคุมการเปลี่ยนตำแหน่ง (displacement control) ซึ่งแตกต่างจาก 3 วิธีที่กล่าวมาเนื่องจากใช้การแบ่งการเคลื่อนที่เป็นช่วงย่อยๆ เพื่อคำนวณหาหน้าหนักกระทำแทน ดังรูปที่ 1.11



รูปที่ 1.11 วิธี Displacement control (ChanและChui 2000)



### 1.3 วัตถุประสงค์ของงานวิจัย

1. ศึกษาทฤษฎีและปัจจัยต่างๆที่มีผลต่อพฤติกรรมแบบไร้เชิงเส้นทางวัสดุของโครงข้อแข็ง
2. ศึกษาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับวิเคราะห์พฤติกรรมไร้เชิงเส้นทางวัสดุของโครงข้อแข็งในระนาบ และพัฒนาโปรแกรมคอมพิวเตอร์สำหรับแบบจำลองดังกล่าว
3. วิเคราะห์โครงสร้างตัวอย่าง และศึกษาผลของพารามิเตอร์ต่างๆที่เกี่ยวข้องกับการไร้เชิงเส้นทางวัสดุ
4. ทำนายพฤติกรรมของโครงข้อแข็งในระนาบ และเปรียบเทียบผลการวิเคราะห์กับงานวิจัยในอดีต

### 1.4 ขอบเขตงานวิจัย

1. พิจารณาโครงสร้างที่เป็นโครงข้อแข็งในระนาบ
2. แรงแกระทำเป็นแรงแบบสถิตและกระทำที่จุดต่อของชิ้นส่วนเท่านั้น
3. การวิเคราะห์แบบไร้เชิงเส้นพิจารณาเฉพาะความไร้เชิงเส้นทางวัสดุเท่านั้น
4. ความสัมพันธ์ของวัสดุเป็นแบบยึดหยุ่นไร้เชิงเส้น
5. ไม่พิจารณาผลจากการเสียรูปเนื่องจากแรงเฉือน
6. ไม่พิจารณาการโก่งเดาะของชิ้นส่วน

### 1.5 ขั้นตอนและวิธีการดำเนินการวิจัย

1. ศึกษางานวิจัยที่ผ่านมา
2. ศึกษาทฤษฎีการวิเคราะห์แบบไร้เชิงเส้นของโครงข้อแข็ง และระเบียบวิธีทางตัวเลข
3. พัฒนาโปรแกรมการวิเคราะห์แบบไร้เชิงเส้นของโครงข้อแข็งโดยใช้ภาษาจาวา
4. ศึกษาผลการวิเคราะห์ด้วยโปรแกรมที่พัฒนาขึ้นและเปรียบเทียบกับงานวิจัยในอดีต
5. วิเคราะห์และสรุปผลวิจัย
6. จัดทำรูปเล่มวิทยานิพนธ์



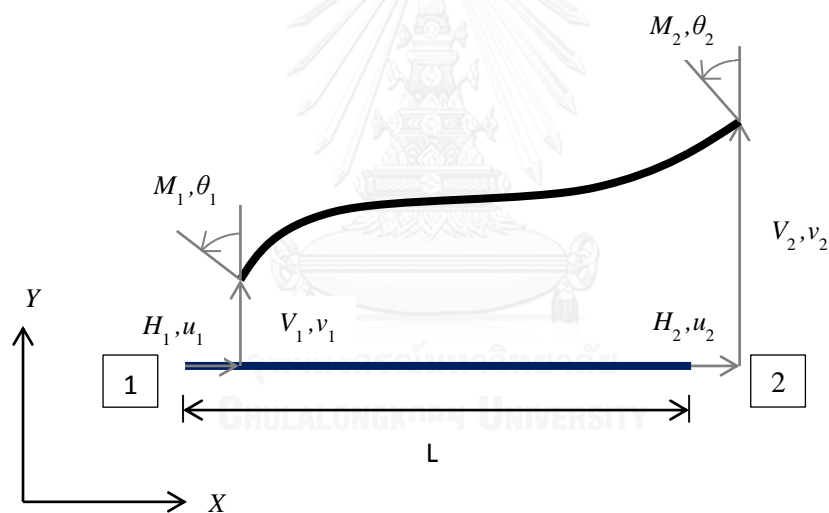
## บทที่ 2 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

### 2.1 การวิเคราะห์โครงข้อแข็งในระนาบ (Planar frame analysis)

ในการวิเคราะห์โครงข้อแข็งในระนาบ จะอาศัยการวิเคราะห์โครงสร้างโดยวิธีเมตริกซ์ เนื่องจากสามารถวิเคราะห์ได้เป็นระบบจึงเป็นวิธีที่เหมาะสมที่จะนำมาวิเคราะห์โครงสร้างขนาดใหญ่โดยใช้คอมพิวเตอร์

#### 2.1.1 การวิเคราะห์โดยวิธีสติฟเนส (Stiffness method)

พิจารณาชิ้นส่วนโครงสร้างยาว  $L$  ที่มีระดับชั้นความเสรีเท่ากับ 6 โดยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ ตามสมมติฐานของ Euler-Bernoulli ดังแสดงในรูปที่ 2.1



รูปที่ 2.1 แบบจำลองชิ้นส่วนที่มีระดับชั้นเสรีเท่ากับ 6

เมื่อกำหนดให้  $\{u\}$ ,  $\{Q_e\}$ ,  $[K_e]$  คือ เวกเตอร์การกระจัด แรงกระทำที่จุดต่อและ สติฟเนสเมตริกซ์ของชิ้นส่วนในระบบพิกัดเฉพาะตามลำดับ จะสามารถเขียนความสัมพันธ์ระหว่าง แรงกระทำที่จุดต่อและการกระจัดได้ดังนี้

$$\{Q_e\} = [K_e]\{u\} \quad (2.1)$$

เมื่อ

$$\{u\} = [u_1 \quad v_1 \quad \theta_1 \quad u_2 \quad v_2 \quad \theta_2]^T$$

$$\{Q_e\} = [H_1 \quad V_1 \quad M_1 \quad H_2 \quad V_2 \quad M_2]^T$$

กำหนดความยาวของชิ้นส่วนให้อยู่ในรูปค่าโคออร์ดิเนตธรรมชาติระหว่าง  $[-1, 1]$  จะได้ว่า

$$\xi = \frac{2x}{L} - 1 \quad (2.2)$$

เมื่อ  $x$  คือ ตำแหน่งใดๆของชิ้นส่วนมีค่าระหว่าง  $[0, L]$

จากฟังก์ชันรูปร่างแบบ Hermitian cubic และ Lagrange linear ดังนั้นการประมาณค่าการเสียรูปในหน้าตัดที่ระยะ  $\xi$  ใดๆ สามารถเขียนได้เป็น

$$v(\xi) = [N_{v_1}(\xi) \quad N_{\theta_1}(\xi) \quad N_{v_2}(\xi) \quad N_{\theta_2}(\xi)] [v_1 \quad \theta_1 \quad v_2 \quad \theta_2]^T \quad (2.3)$$

$$u(\xi) = [N_{u_1}(\xi) \quad N_{u_2}(\xi)] [u_1 \quad u_2]^T \quad (2.4)$$

เมื่อ

$$N_{v_1} = \frac{1}{4}(1-\xi)^2(2+\xi)$$

$$N_{\theta_1} = \frac{1}{8}l(1-\xi)^2(1+\xi)$$

$$N_{v_2} = \frac{1}{4}(1+\xi)^2(2-\xi)$$

$$N_{\theta_2} = -\frac{1}{8}l(1+\xi)^2(1-\xi)$$

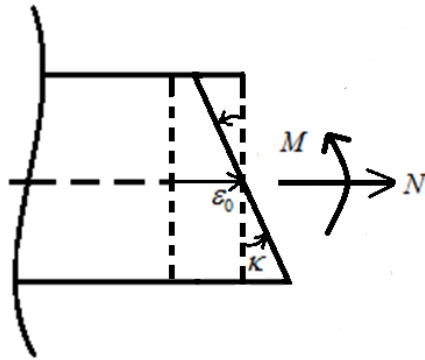
$$N_{u_1} = \frac{1}{2}(1-\xi)$$

$$N_{u_2} = \frac{1}{2}(1+\xi)$$

เมื่อไม่พิจารณาผลของการเสียรูปจากแรงเฉือนค่าความเครียดในแนวแกนที่จุดกึ่งกลางหน้าตัด ( $\mathcal{E}$ ) และค่าความโค้ง ( $\mathcal{K}$ ) ของหน้าตัดดังแสดงในรูปที่ 2.2 ได้จากการหาอนุพันธ์ของการกระจัด ตามสมการ

$$\mathcal{E} = \frac{du(x)}{dx} = \frac{2}{L} \frac{du(\xi)}{d\xi} = [N'] [u_1 \quad u_2]^T \quad (2.5)$$

$$\mathcal{K} = \frac{d^2v(x)}{dx^2} = \frac{4}{L^2} \frac{d^2v(\xi)}{d\xi^2} = [N''] [v_1 \quad \theta_1 \quad v_2 \quad \theta_2]^T \quad (2.6)$$



รูปที่ 2.2 การเสียรูปในหน้าตัด

จากสมการที่ 2.4 และ 2.5 ความสัมพันธ์ระหว่างการเสียรูปในหน้าตัด  $\{q\} = [\varepsilon \ \kappa]^T$  และการกระจัดที่จุดต่อของชิ้นส่วน  $\{u\}$  สามารถเขียนได้เป็น

$$\{q\} = [B]\{u\} \quad (2.7)$$

เมื่อ

$$[B] = \frac{1}{L} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 6\frac{\xi}{L} & 3\xi - 1 & 0 & -6\frac{\xi}{L} & 3\xi + 1 \end{bmatrix}$$

แรงภายในของชิ้นส่วน  $\{Q_e\}$  และสติฟเนสเมตริกซ์หาได้จากสมการ

$$\{Q_e\} = \int_L [B]^T \{Q_s\} dx = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 [B]^T \{Q_s\} L d\xi \quad (2.8)$$

$$[K_e] = \int_L [B]^T [k_s] [B] dx = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 [B]^T [k_s] [B] L d\xi \quad (2.9)$$

โดย  $\{Q_s\} = [N \ M]^T$  คือ เวกเตอร์ของแรงภายในหน้าตัด

$N$  คือ แรงในแนวแกน

$M$  คือ โมเมนต์ดัด

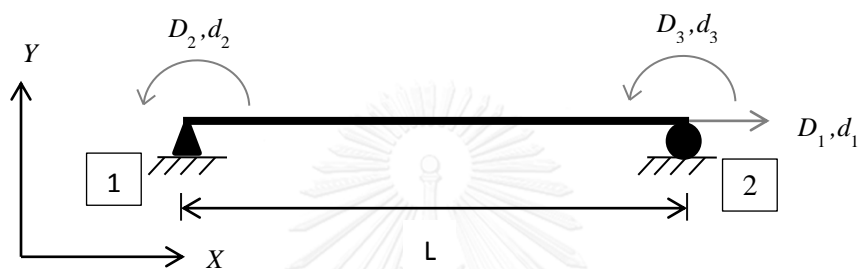
$[k_s]$  คือ สติฟเนสภายในหน้าตัด (แสดงในภาคผนวก ก.)

### 2.1.2 การวิเคราะห์โดยวิธีเฟล็กซิบิลิตี (Flexibility method)

เมื่อไม่พิจารณาการเคลื่อนที่ของวัตถุแข็งเกร็ง การกระจัด  $\{d\}$  และแรงกระทำที่จุดต่อ  $\{D\}$  ของชิ้นส่วนสามารถเขียนได้ในรูปอย่างง่ายดังรูปที่ 2.3 เมื่อ

$$\{d\} = [d_1 \quad d_2 \quad d_3]^T$$

$$\{D\} = [D_1 \quad D_2 \quad D_3]^T$$



รูปที่ 2.3 แบบจำลองชิ้นส่วนที่มีระดับขั้นเสรีเท่ากับ 3

โดย การกระจัดในรูปอย่างง่ายหาได้จาก

$$\{d\} = [T_s]\{u\} \quad (2.10)$$

เมื่อ

$$[T_s] = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1/L & 1 & 0 & -1/L & 0 \\ 0 & 1/L & 0 & 0 & -1/L & 1 \end{bmatrix}$$

จากสมการสมดุล ความสัมพันธ์ระหว่างแรงที่จุดต่อและแรงภายในหน้าตัดที่ระยะใดๆ โดยใช้ฟังก์ชันรูปร่างแบบ Lagrange linear สามารถเขียนได้เป็น

$$\{Q_s\} = [b]\{D\} \quad (2.11)$$

เมื่อ

$$[b] = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\xi-1}{2} & \frac{\xi+1}{2} \end{bmatrix}$$

การกระจัดที่จุดต่อและเฟลกซีบิลิตี้เมตริกซ์หาได้จากสมการ

$$\{d\} = \int_L [b]^T \{q\} dx = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 [b]^T \{q\} L d\xi \quad (2.12)$$

$$[F] = \int_L [b]^T [f_s] [b] dx = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 [b]^T [f_s] [b] L d\xi \quad (2.13)$$

เมื่อเฟลกซีบิลิตี้เมตริกซ์ระดับหน้าตัด  $[f_s]$  หาได้จาก

$$[f_s] = [k_s]^{-1} \quad (2.14)$$

สติเฟเนสเมตริกซ์ของชิ้นส่วนที่มีระดับชั้นเส้นเท่ากับ 6 หาได้จากเฟลกซีบิลิตี้เมตริกซ์ ตามสมการ

$$[K_e] = [T_s]^T [F]^{-1} [T_s] \quad (2.15)$$

### 2.1.3 สติเฟเนสเมตริกซ์ของชิ้นส่วนในระบบพิกัดรวม

เนื่องจากชิ้นส่วนต่างๆของโครงสร้างอยู่ในทิศทางที่ต่างกัน จึงทำให้ไม่สามารถทำการรวมสติเฟเนสได้โดยตรง ดังนั้นจึงต้องมีการเปลี่ยนพิกัดชิ้นส่วนจากระบบพิกัดเฉพาะให้เป็นระบบพิกัดรวมก่อนโดยอาศัยเมตริกแปลงพิกัดดังนี้

เมื่อกำหนด  $u$  เป็นการกระจัดในระบบพิกัดเฉพาะและ  $\bar{u}$  การกระจัดเป็นระบบพิกัดรวม จะได้ความสัมพันธ์ระหว่างการกระจัดในระบบพิกัดเฉพาะและระบบพิกัดรวมดังนี้

$$\bar{u}_1 = u_1 \cos \theta + u_2 \sin \theta \quad \bar{u}_2 = -u_1 \sin \theta + u_2 \cos \theta \quad \bar{\theta} = \theta \quad (2.16)$$

ดังนั้นสำหรับชิ้นส่วนที่มี 6 ระดับชั้นเส้น เมตริกซ์แปลงพิกัดสามารถเขียนอยู่ในรูป

$$[T] = \begin{bmatrix} c & s & 0 & & & \\ -s & c & 0 & & & \\ 0 & 0 & 1 & & & \\ & & & c & s & 0 \\ 0 & & & -s & c & 0 \\ & & & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

เมื่อ

$$s = \sin \theta = \frac{y_2 - y_1}{L} \quad c = \cos \theta = \frac{x_2 - x_1}{L}$$

โดย สติฟเนสเมตริกซ์ในระบบพิกัดรวมหาได้จากสมการ

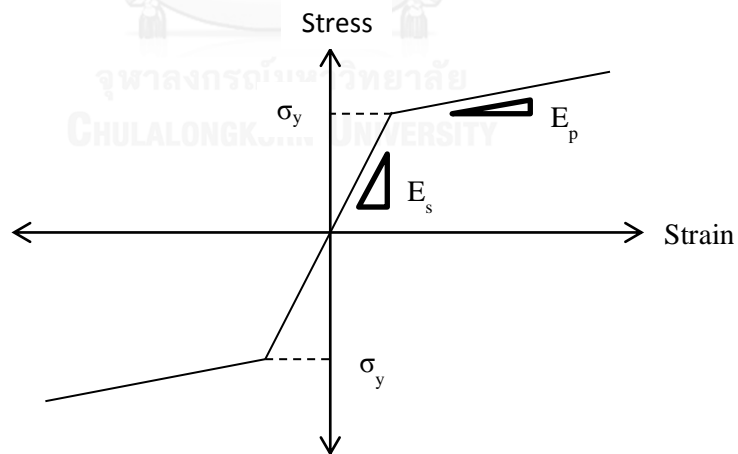
$$[K] = [T]^T [K_e] [T] \quad (2.18)$$

และจะสามารถเขียนความสัมพันธ์ระหว่างน้ำหนักบรรทุกทุกภายนอก  $\{P\}$  กับการกระจัดที่จุดต่อ  $\{u\}$  ได้ดังนี้

$$\{P\} = [K]\{u\} \quad (2.19)$$

## 2.2 แบบจำลองทางวัสดุ

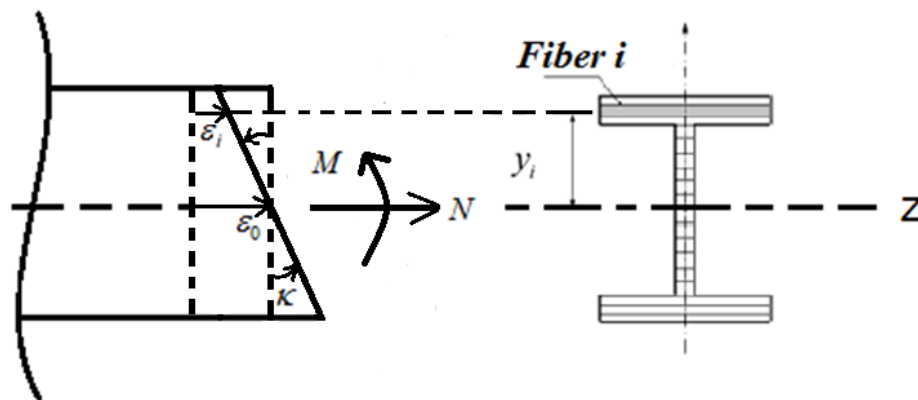
ในการวิเคราะห์แบบไร้เชิงเส้นทางวัสดุแบบยืดหยุ่นไร้เชิงเส้น (Nonlinear elastic) ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียดในงานวิจัยนี้ใช้แบบจำลองเส้นตรงสองเส้น (bilinear model) โดยในช่วงอิลาสติกค่าโมดูลัสยืดหยุ่นเท่ากับ  $E_s$  และในช่วงพลาสติกค่าโมดูลัสยืดหยุ่นเท่ากับ  $E_p$  ดังแสดงในรูปที่ 2.4



รูปที่ 2.4 แบบจำลองทางวัสดุ

### 2.3 แบบจำลองไฟเบอร์ (Fiber model)

พิจารณาความสัมพันธ์ของความเค้นและความเครียดในแนวแกน(Uniaxial stress-strain relationship) ในการวิเคราะห์โดยแบบจำลองไฟเบอร์(Kimและคณะ 2001) จะอาศัยการแบ่งชิ้นส่วนคาน-เสาในแต่ละหน้าตัดแบ่งออกเป็น  $m$  ไฟเบอร์ย่อยดังแสดงในรูปที่ 2.5 โดย  $y_i$  คือระยะจากแกน  $z$  ถึงกึ่งกลางไฟเบอร์  $A_i$  คือพื้นที่ของไฟเบอร์



รูปที่ 2.5 แบบจำลองไฟเบอร์

เมื่อพิจารณาหน้าตัดยังคงระนาบเดิมความเครียดแนวแกนที่จุดกึ่งกลางในแต่ละไฟเบอร์ย่อย( $\varepsilon_i$ ) หาได้จากสมการ

$$\varepsilon_i = \varepsilon - y_i \kappa \quad (2.20)$$

โดย  $\varepsilon$  คือ ค่าความเครียดที่จุดกึ่งกลางของหน้าตัด

หรือเขียนสมการที่ 2.18 ให้อยู่ในรูปเมตริกซ์จะได้ว่า

$$\{\varepsilon\} = [L]\{q\} \quad (2.21)$$

เมื่อ

$$[L] = \begin{bmatrix} 1 & -y_1 \\ 1 & -y_2 \\ \dots & \dots \\ 1 & -y_m \end{bmatrix}$$

ความเค้นแนวแกน ( $\sigma_i$ ) และโมดูลัสยืดหยุ่นในแต่ละไฟเบอร์ ( $E_i$ ) หาได้จากความสัมพันธ์ของวัสดุตามสมการ

$$\begin{aligned} E_i &= E_s & \text{เมื่อ} & \varepsilon_i < \varepsilon_y \\ E_i &= E_p & & \varepsilon_i > \varepsilon_y \end{aligned} \quad (2.22)$$

$$\begin{aligned} \sigma_i &= E_s \varepsilon_i & \text{เมื่อ} & \varepsilon_i < \varepsilon_y \\ \sigma_i &= (E_s \varepsilon_y + E_p (\varepsilon_i - \varepsilon_y)) & & \varepsilon_i > \varepsilon_y \end{aligned} \quad (2.23)$$

เมื่อ  $\varepsilon_y$  คือ ค่าความเครียดที่จุดครากของวัสดุ

จากค่าความเค้นในแต่ละไฟเบอร์ย่อหน้าไปหาแรงภายในหน้าตัดได้ตามสมการ

$$\{Q_s\} = \begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \sum_{i=1}^m \sigma_i A_i \\ \sum_{i=1}^m \sigma_i A_i y_i \end{Bmatrix} \quad (2.24)$$

สติฟเนสของหน้าตัดได้จากการรวมสติฟเนสในแต่ละไฟเบอร์ย่อยตามสมการ

$$k_s = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^m E_i A_i & -\sum_{i=1}^m E_i A_i y_i \\ -\sum_{i=1}^m E_i A_i y_i & \sum_{i=1}^m E_i A_i y_i^2 \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

ความสัมพันธ์ระหว่างการเพิ่มขึ้นของแรงภายในหน้าตัดและความเครียดในหน้าตัดเขียนได้เป็น

$$\{\Delta Q_s\} = [k_s] \{\Delta q\} \quad (2.26)$$

## 2.4 การวิเคราะห์การกระจายหน้าตัดพลาสติก

ในการวิเคราะห์การกระจายหน้าตัดพลาสติกในงานวิจัยนี้อาศัยการรวมแรงภายในหน้าตัดและสติฟเนสในหน้าตัดตามแนวทางของ Armando Calabrese (2008) โดยวิธี Gauss-Lobatto quadrature ซึ่งตำแหน่งและพารามิเตอร์แสดงในตารางที่ 2.1 ดังนั้นสติฟเนสเมตริกซ์เพลกซีบิลิตี้เมตริกซ์ แรงภายในของชิ้นส่วน และการกระจายของชิ้นส่วนสามารถเขียนใหม่ได้เป็น



$$\{Q_e\} = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 [B]^T \{Q_s\} L d\xi = \frac{L}{2} \sum_{j=1}^n w_j [B]^T \{Q_s\} \quad (2.27)$$

$$[K_e] = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 [B]^T [k_s] [B] L d\xi = \frac{L}{2} \sum_{j=1}^n w_j [B]^T [k_s] [B] \quad (2.28)$$

$$\{d\} = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 [b]^T \{q\} L d\xi = \frac{L}{2} \sum_{j=1}^n w_j [b]^T \{q\} \quad (2.29)$$

$$[F] = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 [b]^T [f_s] [b] L d\xi = \frac{L}{2} \sum_{j=1}^n w_j [b]^T [f_s] [b] \quad (2.30)$$

ตารางที่ 2.1 ตำแหน่งและพารามิเตอร์โดย Gauss-Lobatto (Calabrese 2012)

Number of point	Point $x_i$	Weight $w_i$
3	0	1.3333
	$\pm 1$	0.3333
5	0	0.7111
	$\pm 0.6547$	0.5444
	$\pm 1$	0.1000
7	0	0.4786
	$\pm 0.8302$	0.2768
	$\pm 0.4688$	0.4317
	$\pm 1$	0.0476

## 2.5 ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขวิธีการทำซ้ำ

การคำนวณจะแบ่งออกเป็น  $i$  รอบการคำนวณ โดยที่แต่ละรอบการคำนวณจะประกอบด้วย  $j$  รอบการทำซ้ำ เพื่อกำจัดค่าไม่สมดุลระหว่างแรงภายนอกและแรงภายในเพื่อให้เกิดการลู่เข้าของคำตอบ ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

ค่าการกระจัดแต่ละรอบของการคำนวณหาได้จาก

$$\{\Delta_i\} = \{\Delta_{i-1}\} + \sum_{j=1}^{m_i} \{d\Delta_i^j\} \quad (2.31)$$

เมื่อ

$\{\Delta_i\}$  คือ การกระจัดในรอบการคำนวณที่  $i$

$\{d\Delta_i^j\}$  คือ การกระจัดในรอบการทำซ้ำที่  $j$  ในรอบการคำนวณที่  $i$

$m_i$  คือ จำนวนรอบการทำซ้ำที่  $j$  ในรอบการคำนวณที่  $i$

สมการสมดุลในแต่ละรอบการคำนวณสามารถเขียนใหม่ได้เป็น

$$[K_i^{j-1}]\{d\Delta_i^j\} = \{dP_i^j\} + \{UBF_i^{j-1}\} \quad (2.32)$$

เมื่อ

$$\{dP_i^j\} = d\lambda_i^j \{P_{ref}\}$$

$\{UBF_i^j\}$  คือ แรงไม่สมดุลที่แต่ละรอบการคำนวณ

$d\lambda_i^j$  คือ พารามิเตอร์น้ำหนักกระทำในแต่ละรอบการทำซ้ำ

ซึ่งสมการ (2.18) สามารถเขียนแยกได้เป็น

$$\begin{aligned} [K_i^{j-1}]\{\overline{d\Delta_i^j}\} &= \lambda_i^j \{P_i^j\} \\ [K_i^{j-1}]\{\overline{d\Delta_i^j}\} &= \{UBF_i^{j-1}\} \\ \{d\Delta_i^j\} &= \{\overline{d\Delta_i^j}\} + d\lambda_i^j \{\overline{d\Delta_i^j}\} \end{aligned} \quad (2.33)$$

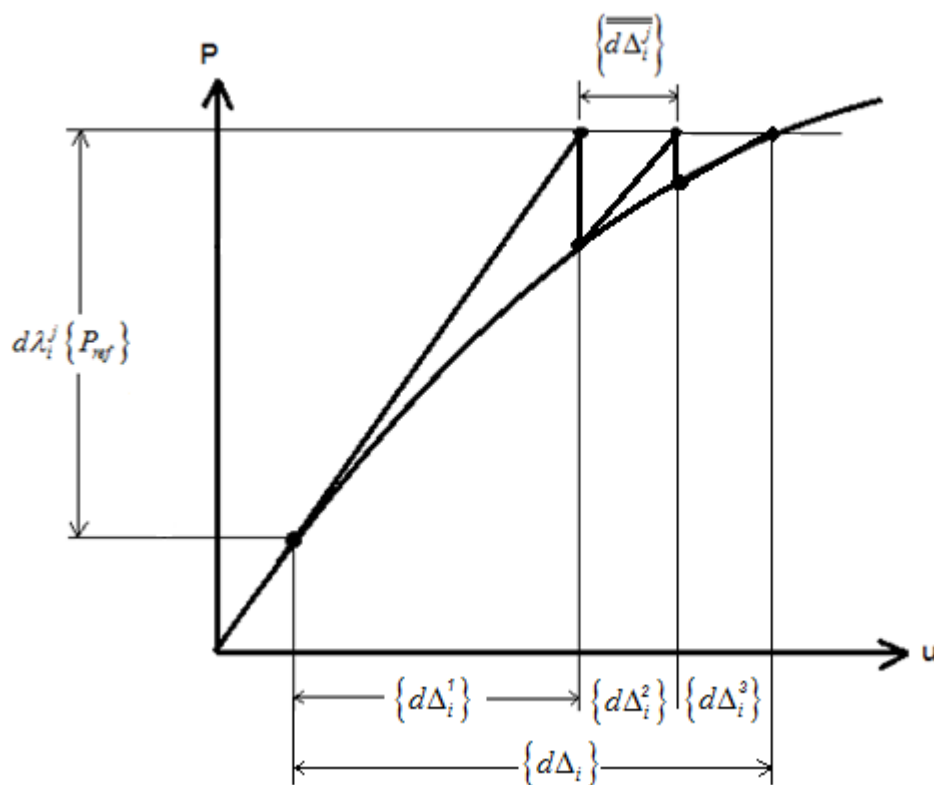


### 2.5.1 วิธีควบคุมน้ำหนักบรรทุก

การแก้ปัญหาเชิงตัวเลขโดยวิธีควบคุมน้ำหนักบรรทุก จะมีการกำหนดน้ำหนักบรรทุกในแต่ละรอบการคำนวณเป็นค่าคงที่มีรายละเอียดการคำนวณดังแสดงในรูปที่ 2.7 โดยค่าพารามิเตอร์น้ำหนักบรรทุกหาได้จาก

$$d\lambda = \frac{1}{Step} \quad (2.36)$$

เมื่อ *Step* คือ รอบการคำนวณที่ต้องการ



รูปที่ 2.7 การคำนวณวิธีควบคุมน้ำหนักบรรทุก (Mcguireและคณะ 2000)

## บทที่ 3

### การพัฒนาโปรแกรมสำหรับงานวิจัย

สำหรับเนื้อหาในบทนี้นำเสนอขั้นตอนการคำนวณของโปรแกรมและการพัฒนาโปรแกรมคอมพิวเตอร์ด้วยภาษาจาวา เพื่อใช้ในการทำนายพฤติกรรมไร้เชิงเส้นทางวัสดุของโครงสร้างจากแบบจำลองชิ้นส่วนและแบบจำลองทางวัสดุที่กล่าวในบทที่แล้ว

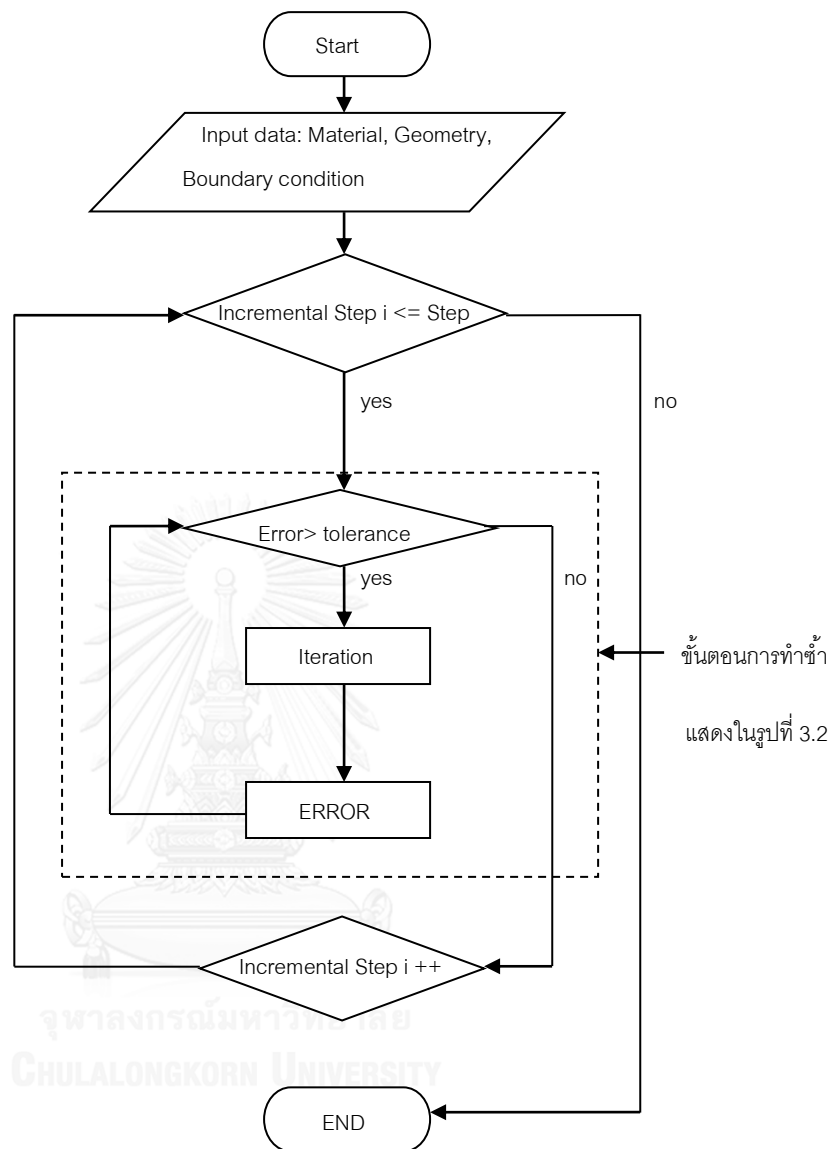
#### 3.1 ขั้นตอนการคำนวณของโปรแกรม

โปรแกรมคอมพิวเตอร์ซึ่งสร้างด้วยภาษาจาวาที่ใช้ในงานวิจัยนี้ เป็นการพัฒนาต่อจากโปรแกรม JSM (Smittakorn 2008) ขั้นตอนการคำนวณจะแบ่งเป็น ขั้นตอนในรอบการคำนวณ (Incremental Steps) และขั้นตอนในระดับรอบการทำซ้ำภายในรอบการคำนวณ (Iteration Steps) โดยมีรายละเอียดดังนี้

##### 3.1.1 ขั้นตอนของรอบการคำนวณ (Incremental Steps)

ในการวิเคราะห์แบบไร้เชิงเส้นขั้นตอนในรอบการคำนวณจะให้การกระจัดและน้ำหนักบรรทุกที่ทำให้สมการสมดุลเป็นจริง โดยหากต้องการสร้างความสัมพันธ์ระหว่างการกระจัดกับน้ำหนักบรรทุก จึงต้องทำการแบ่งรอบการคำนวณออกเป็นหลายรอบ รายละเอียดของรอบการคำนวณดังแสดงในรูปที่ 3.1 มีดังนี้

1. การรับข้อมูลของโครงสร้างได้แก่ รูปร่างทางเรขาคณิต คุณสมบัติทางวัสดุ น้ำหนักบรรทุก และ เงื่อนไข ขอบเขต (สำหรับรอบการคำนวณแรก) จำนวนรอบการคำนวณที่ต้องการ และการเคลื่อนที่ที่เพิ่มขึ้นในแต่ละรอบการคำนวณ(สำหรับรอบการคำนวณแรก)
2. โปรแกรมกำหนดค่า ตัวแปร ERROR ให้มากกว่าค่าขั้นต่ำ(สำหรับรอบการคำนวณแรก) และเข้าสู่รอบการทำซ้ำ
3. เมื่อเสร็จสิ้นรอบการทำซ้ำ ตรวจสอบจำนวนรอบการคำนวณ หากครบรอบการคำนวณตามที่กำหนดไว้ ให้ทำการแสดงผลการคำนวณ หากยังไม่เสร็จสิ้นรอบการคำนวณให้ไปที่ข้อ 3 เพื่อคำนวณรอบการคำนวณถัดไป



รูปที่ 3.1 ขั้นตอนของรอบการคำนวณ

### 3.1.2 ขั้นตอนรอบการทำซ้ำ (Iteration step)

ขั้นตอนของรอบการทำซ้ำ เป็นส่วนหนึ่งของรอบการคำนวณ เพื่อกำจัดแรงไม่สมดุลระหว่างน้ำหนักบรทุกที่กระทำ และแรงต้านทานของโครงสร้าง โดยมีรายละเอียด ดังนี้

1. หาแรงไม่สมดุลจาก

$$1.1 \quad \text{เมื่อ iteration}=1 \quad \{UBF\} = 0$$

$$1.2 \quad \text{เมื่อ iteration} > 1 \quad \{UBF\} = \lambda\{P\} - \{RF\}$$

เมื่อ  $\{RF\}$  คือแรงต้านทานของโครงสร้าง

2. คำนวณ  $\{d\Delta_i^j\}$  และ  $\lambda$

3. คำนวณพารามิเตอร์น้ำหนักบรทุก  $d\lambda$

3.1 วิธีควบคุมการเปลี่ยนตำแหน่ง

$$d\lambda_1 = \frac{\delta u}{\{d\Delta_i^j\}} \quad \text{เมื่อ iteration}=1$$

$$d\lambda = -\frac{\{\overline{d\Delta_i^j}\}}{\{d\Delta_i^j\}} \quad \text{เมื่อ iteration} > 1$$

3.2 วิธีควบคุมน้ำหนักบรทุก

$$d\lambda = \frac{1}{\text{Step}}$$

4. คำนวณ  $\{d\Delta_i^j\}$  และ  $\{\Delta_i^j\}$

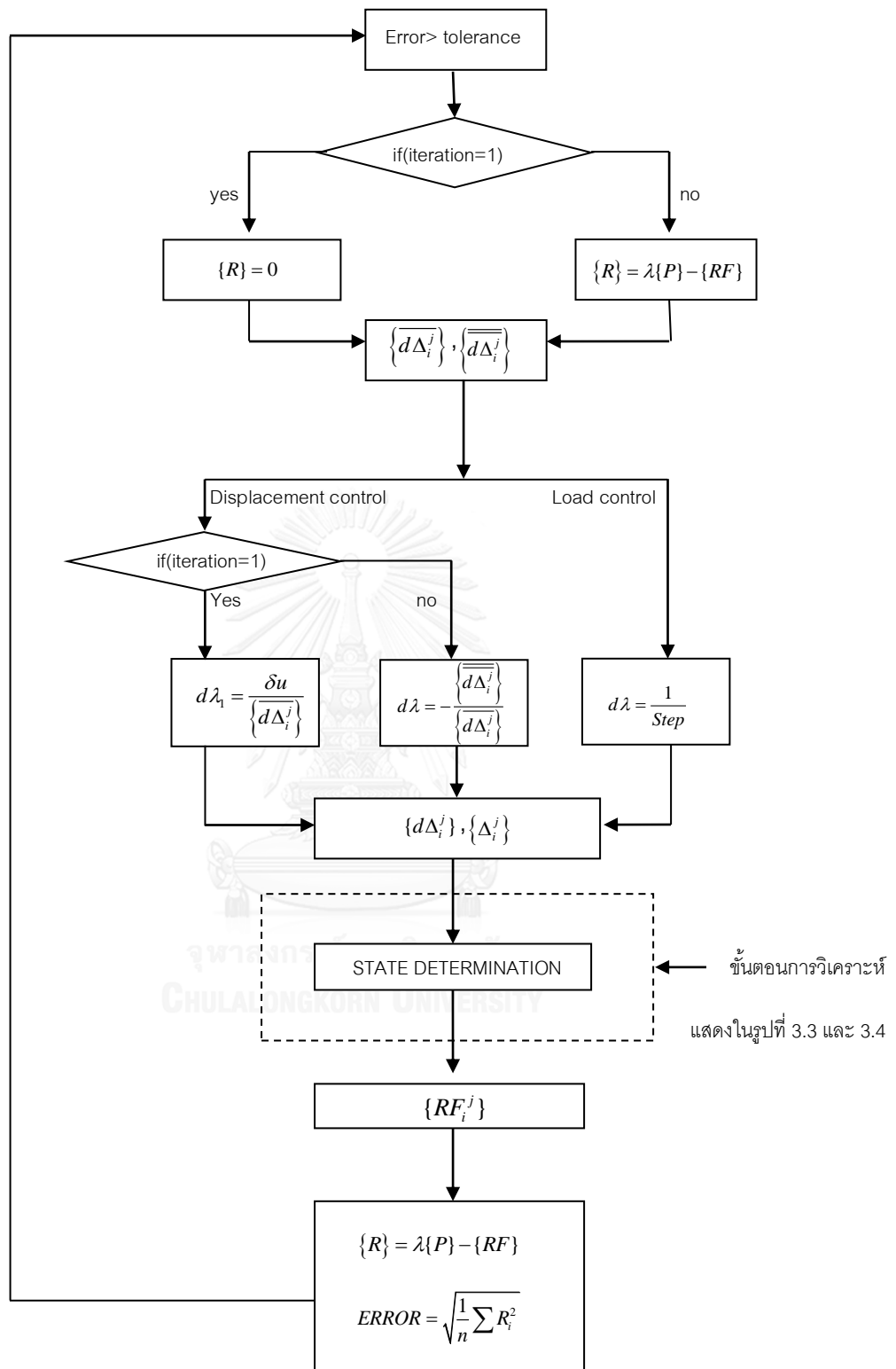
5. นำ  $\{d\Delta_i^j\}$  และ  $\{\Delta_i^j\}$  ไปคำนวณตามขั้นตอนที่กำหนดไว้

6. ปรับปรุงค่าโมดูลัสยืดหยุ่นและสติฟเนสเมตริกซ์

7. คำนวณแรงต้านทาน  $\{RF\}$

8. จาก  $\{UBF\} = \lambda\{P\} - \{RF\}$  คำนวณ ERROR ด้วย Modified Euclidean Norm

$$ERROR = \sqrt{\frac{1}{n} \sum R_i^2}$$



รูปที่ 3.2 ช้ันตอนรอบการทำซ้ำ



### 3.1.3 ขั้นตอนการวิเคราะห์โดยวิธีสตีฟเนส (Stiffness method)

ขั้นตอนการวิเคราะห์โดยวิธีสตีฟเนสเป็นขั้นตอนการวิเคราะห์เพื่อหาแรงต้านทางของโครงสร้างตามแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของชิ้นส่วน(Displacement base element) โดยเริ่มต้นจากการกระทำที่จุดต่อสำหรับรอบการทำงานซ้ำที่  $j$  ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

1. จากค่าการกระทำที่จุดต่อนำไปคำนวณหาความเครียดที่หน้าตัดต่างๆ

$$\{q\}^j = [B]\{\Delta\}^j$$

2. จากความเครียดของหน้าตัดนำไปคำนวณหาความเครียดของแต่ละไฟเบอร์

$$\{\varepsilon\}^j = [L]\{q\}^j$$

3. คำนวณค่าความเค้นและโมดูลัสยืดหยุ่นของแต่ละไฟเบอร์จากค่าความเครียด

$$\begin{aligned} \sigma_i &= E_s \varepsilon_i & E_i &= E_s & \text{เมื่อ } \varepsilon_i < e_y \\ \sigma_i &= (E_s e_y + E_p (\varepsilon_i - e_y)) & \text{และ} & & E_i &= E_p & \text{เมื่อ } \varepsilon_i > e_y \end{aligned}$$

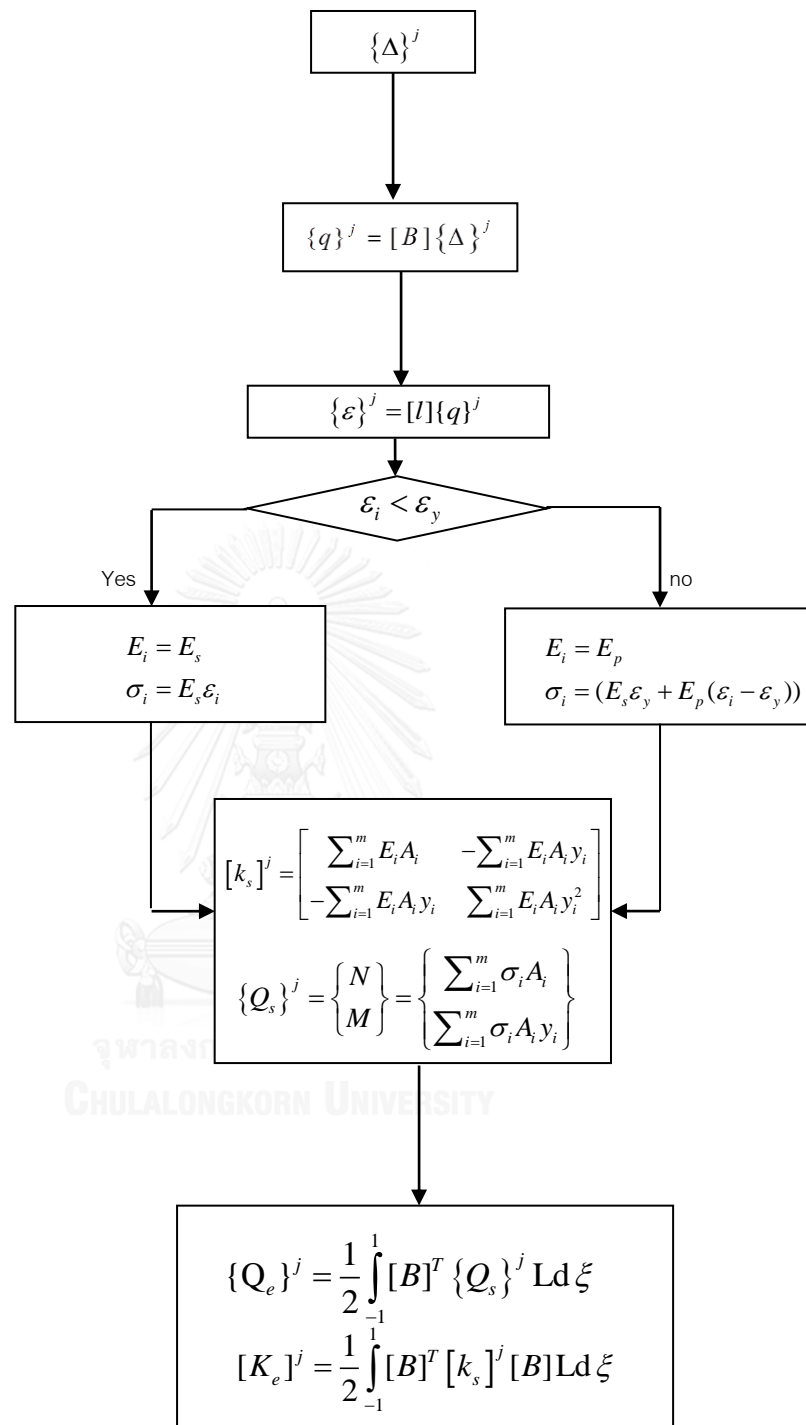
4. จากค่าโมดูลัสยืดหยุ่นนำไปหาค่าสตีฟเนสและแรงภายในระดับหน้าตัด

$$[k_s]^j = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^m E_i A_i & -\sum_{i=1}^m E_i A_i y_i \\ -\sum_{i=1}^m E_i A_i y_i & \sum_{i=1}^m E_i A_i y_i^2 \end{bmatrix} \quad \{Q_s\}^j = \begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \sum_{i=1}^m \sigma_i A_i \\ \sum_{i=1}^m \sigma_i A_i y_i \end{Bmatrix}$$

5. คำนวณค่าแรงต้านทานและสตีฟเนสระดับชิ้นส่วน

$$\{Q_e\}^j = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 [B]^T \{Q_s\}^j L d\xi$$

$$[K_e]^j = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 [B]^T [k_s]^j [B] L d\xi$$



รูปที่ 3.3 ขั้นตอนวิเคราะห์โดยวิธีสติฟเนส (Stiffness method)

### 3.1.4 ขั้นตอนการวิเคราะห์โดยวิธีเฟล็กซิบิลิตี้ (Flexibility method)

ขั้นตอนการวิเคราะห์โดยวิธีเฟล็กซิบิลิตี้ (Neuenhofer และ Filippou 1997) เป็นขั้นตอนการวิเคราะห์เพื่อหาแรงต้านทางของโครงสร้างตามแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของชิ้นส่วน (Force base element) เนื่องจากการวิเคราะห์โดยวิธีเฟล็กซิบิลิตี้โดยตรงจะส่งผลให้เกิดแรงไม่สมดุลภายในหน้าตัดขึ้น เพื่อหลีกเลี่ยงรอบการทำงานซ้ำในระดับหน้าตัด ดังนั้นจึงต้องทำการแปลงแรงไม่สมดุลภายในหน้าตัดให้อยู่ในรูปแรงคงค้างของชิ้นส่วน โดยเริ่มต้นจากโดยเริ่มต้นจากการเพิ่มขึ้นของการกระจัดที่จุดต่อสำหรับรอบการทำงานซ้ำที่  $j$  ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

1. พิจารณาการเพิ่มขึ้นของการกระจัดที่จุดต่อชิ้นส่วนที่มีระดับชั้นเสรีเท่ากับ 3

$$\{\Delta d\}^j = [T_s] \{d\Delta\}^j$$

2. จากการเพิ่มขึ้นของการกระจัดจุดต่อนำไปคำนวณหาการเพิ่มขึ้นของแรงในกระทำที่จุดต่อ

$$\{\Delta D\}^j = [F^{-1}]^{j-1} \{\Delta d\}^j$$

3. จากการเพิ่มขึ้นของแรงในกระทำที่จุดต่อนำไปคำนวณหาการเพิ่มขึ้นของแรงภายในที่หน้าตัดต่างๆ

$$\{\Delta Q_s\}^j = [b] \{\Delta D\}^j + \{\tilde{Q}_s\}^{j-1}$$

โดย  $\{\tilde{Q}_s\}$  คือแรงไม่สมดุลภายในหน้าตัด

4. จากการเพิ่มขึ้นของแรงภายในหน้าตัดนำไปคำนวณหาการเพิ่มขึ้นของความเครียดของหน้าตัด และปรับปรุงค่าความเครียดภายในหน้าตัด

$$\{\Delta q\}^j = [f_s]^{j-1} \{\Delta Q_s\}^j$$

$$\{q\}^j = \{q\}^{j-1} + \{\Delta q\}^j$$

5. จากความเครียดของหน้าตัดนำไปคำนวณหาความเครียดของแต่ละไฟเบอร์

$$\{\varepsilon\}^j = [I] \{q\}^j$$

6. คำนวณค่าความเค้นและโมดูลัสยืดหยุ่นของแต่ละไฟเบอร์จากค่าความเครียด

$$\begin{array}{l} \sigma_i = E_s \varepsilon_i \\ \sigma_i = (E_s \varepsilon_y + E_p (\varepsilon_i - \varepsilon_y)) \end{array} \quad \text{และ} \quad \begin{array}{l} E_i = E_s \\ E_i = E_p \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{เมื่อ} \\ \text{เมื่อ} \end{array} \quad \begin{array}{l} \varepsilon_i < \varepsilon_y \\ \varepsilon_i > \varepsilon_y \end{array}$$

7. จากค่าความเครียดของหน้าตัดนำไปคำนวณแรงต้านทานระดับหน้าตัด

$$\{Q_s\}^j = \begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \sum_{i=1}^m \sigma_i A_i \\ \sum_{i=1}^m \sigma_i A_i y_i \end{Bmatrix}$$

8. ปรับปรุงสติฟเนสและเฟลกซิบิลิตี้ระดับหน้าตัด

$$[k_s]^j = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^m E_i A_i & -\sum_{i=1}^m E_i A_i y_i \\ -\sum_{i=1}^m E_i A_i y_i & \sum_{i=1}^m E_i A_i y_i^2 \end{bmatrix}$$

$$[f_s]^j = [k_s]^{-1}$$

9. ปรับปรุงเฟลกซิบิลิตี้และสติฟเนสระดับชิ้นส่วนที่มีระดับชั้นเส้นเท่ากับ 3 และ 6

$$[F]^j = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 [b]^T [f_s]^j [b] L d\xi$$

$$[K_e]_{3 \times 3}^j = [F]^{-1}$$

$$[K_e]^j = [T_s]^T [F]^{-1} [T_s]$$

10. คำนวณค่าความเครียดคงค้างระดับหน้าตัดและการกระจัดคงค้างระดับชิ้นส่วน

$$\{\rho\}^j = [f_s]^j [\{Q_s\}^{j-1} + \{\Delta Q_s\}^j - \{Q_s\}^j]$$

$$\{r\}^j = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 [b]^T \{\rho\}^j L d\xi$$

โดย  $\{\rho\}^j$  คือ ความเครียดคงค้างระดับหน้าตัด

$\{r\}^j$  คือ การกระจัดคงค้างระดับชิ้นส่วน

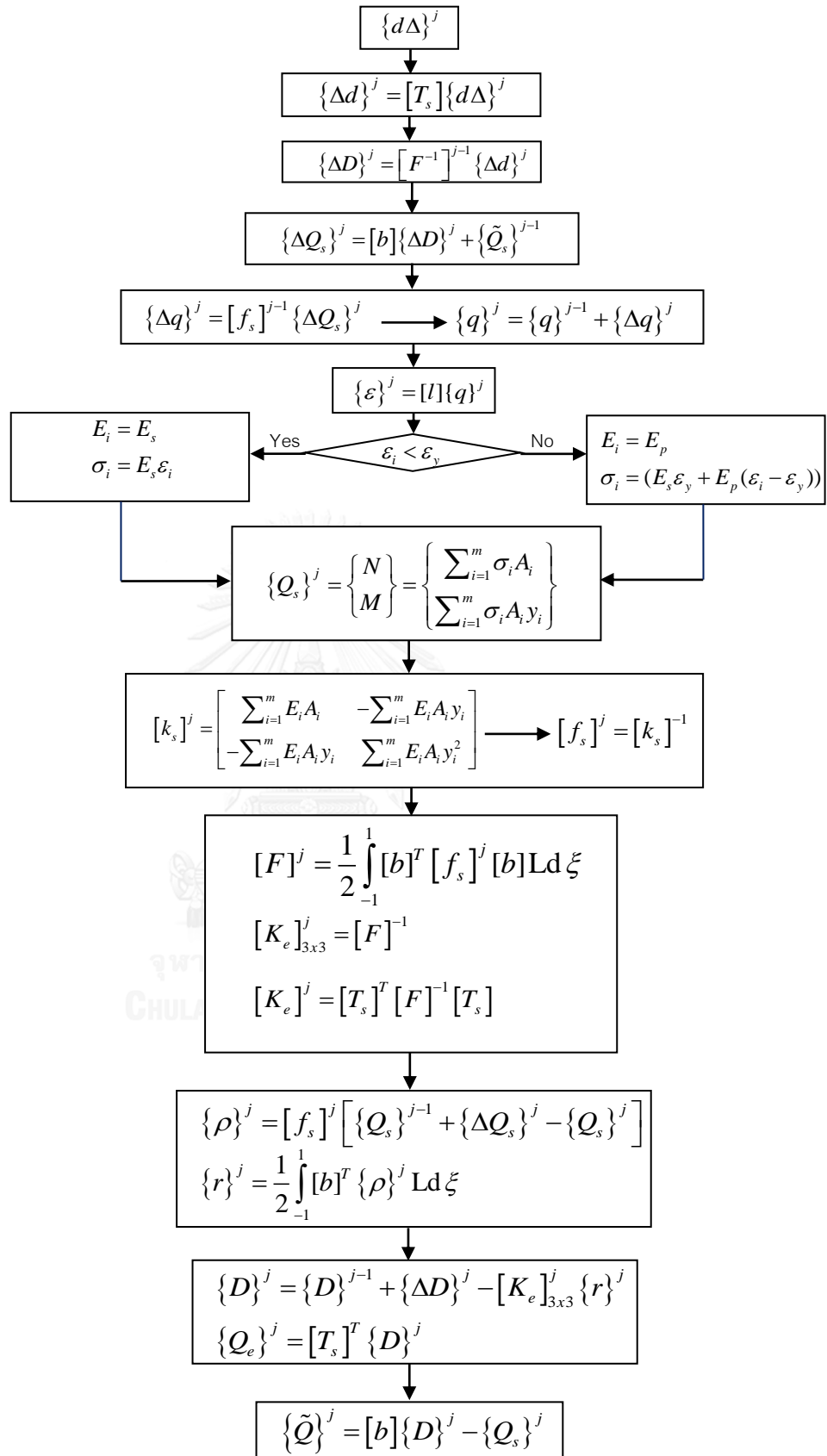
11. คำนวณแรงต้านทานระดับชิ้นส่วนที่มีระดับชั้นเสรีเท่ากับ 3 และ 6

$$\begin{aligned}\{D\}^j &= \{D\}^{j-1} + \{\Delta D\}^j - [K_e]_{3 \times 3}^j \{r\}^j \\ \{Q_e\}^j &= [T_s]^T \{D\}^j\end{aligned}$$

12. คำนวณแรงไม่สมดุลภายในหน้าตัด

$$\{\tilde{Q}\}^j = [b]\{D\}^j - \{Q_s\}^j$$





รูปที่ 3.4 ขั้นตอนวิเคราะห์โดยวิธีเฟล็กซิบิลิตี (Flexibility method)

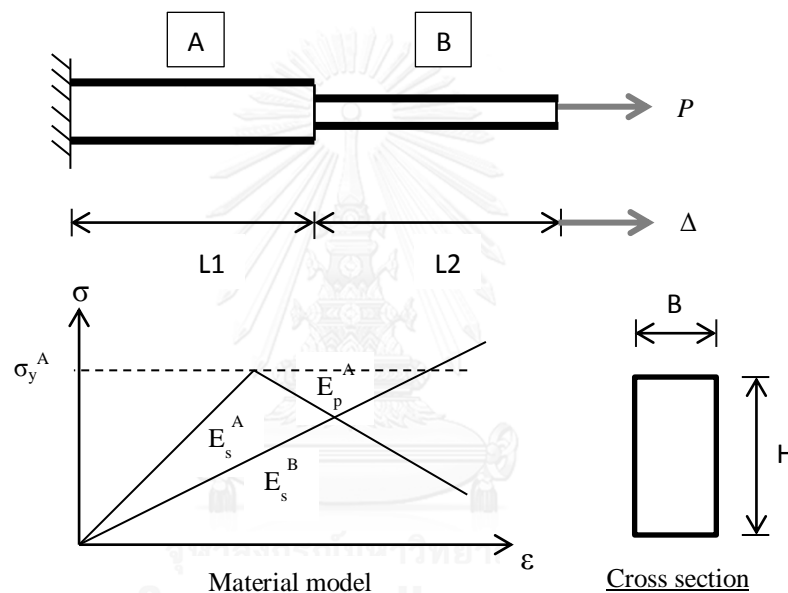
## บทที่ 4 กรณีศึกษา

งานวิจัยนี้ได้พัฒนาโปรแกรมการวิเคราะห์โครงสร้าง โดยพิจารณาความไร้เชิงเส้นทาง วัสดุ แบบจำลองไฟเบอร์ และการกระจายหน้าตัดพลาสติก โดยใช้วิธีสถิติเฟสและวิธีเฟลทซิบิลิตี้ ในบทนี้ จะประยุกต์ใช้โปรแกรมวิเคราะห์โครงสร้างที่พัฒนาขึ้นเพื่อวิเคราะห์กรณีศึกษาโครงสร้างรูปแบบต่างๆ และเปรียบเทียบกับงานวิจัยในอดีต เพื่อทดสอบความถูกต้องและความน่าเชื่อถือของโปรแกรมที่พัฒนาขึ้นซึ่งมีรายละเอียดโดยสังเขปดังนี้

1. โครงสร้างเสาปลายยึดตรึงมีน้ำหนักบรรทุกทุกในแนวแกนกระทำที่ปลายโดยเปรียบเทียบผลการวิเคราะห์กับผลเฉลยแบบแม่นยำตรง เพื่อตรวจสอบความถูกต้องของโปรแกรมที่พัฒนาขึ้นในกรณีที่ขึ้นส่วนรับแรงในแนวแกน
2. โครงสร้างคานยื่นที่มีน้ำหนักบรรทุกกระทำในแนวตั้งที่ปลายอิสระ โดยเปรียบเทียบผลการวิเคราะห์กับผลเฉลยแบบแม่นยำตรง เพื่อตรวจสอบการลู่เข้าของคำตอบและความถูกต้องของโปรแกรมที่พัฒนาขึ้นในกรณีที่ขึ้นส่วนรับโมเมนต์ดัด
3. โครงสร้างคานปลายยึดตรึงทั้งสองข้างมีน้ำหนักบรรทุกทุกแบบจุดกระทำในแนวตั้งระหว่างช่วงคาน โดยเปรียบเทียบผลการวิเคราะห์กับงานวิจัยในอดีต เพื่อตรวจสอบการลู่เข้าของคำตอบ
4. โครงข้อแข็งแบบพอร์ทัลโดยมีปลายยึดตรึงทั้งสองข้าง มีน้ำหนักบรรทุกทุกแบบจุดกระทำในแนวราบและแนวตั้ง โดยเปรียบเทียบผลการวิเคราะห์กับงานวิจัยในอดีต เพื่อตรวจสอบประสิทธิภาพของโปรแกรมที่พัฒนาขึ้น

#### 4.1 โครงสร้างเสาปลายยึดตรึง

กรณีศึกษาวิเคราะห์โครงสร้างเสาปลายยึดตรึงที่มีน้ำหนักบรรทุกในแนวแกนกระทำที่ปลายเพื่อตรวจสอบความน่าเชื่อถือของโปรแกรมที่พัฒนาขึ้น วัสดุที่ใช้มีความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นกับความเครียดดังแสดงในรูปที่ 4.1 และมีคุณสมบัติตามตารางที่ 4.1 โดยการวิเคราะห์พิจารณาโครงสร้างที่มี 2 เอลิเมนต์ในแต่ละเอลิเมนต์พิจารณา 3 Integration points (IP's) ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบกับผลเฉลยแบบแม่นยำแสดงในรูปที่ 4.2 การแก้ปัญหาเชิงตัวเลขใช้วิธีควบคุมการเปลี่ยนตำแหน่ง

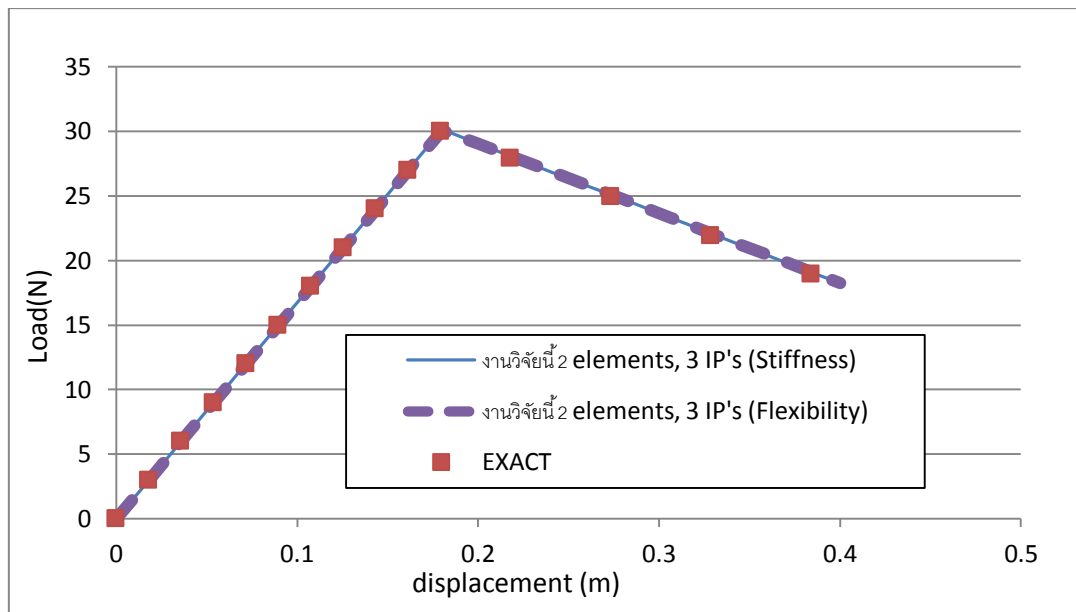


รูปที่ 4.1 ลักษณะของโครงสร้างเสาปลายยึดตรึง

ตารางที่ 4.1 คุณสมบัติของโครงสร้าง และวัสดุของโครงสร้างเสาปลายยึดตรึง

Structural Properties			Structural Properties			Material Properties			Material Properties		
A			B			A			B		
B	0.1	m	B	0.1	m	$E_s$	30000	N/m <sup>2</sup>	$E_s$	20000	N/m <sup>2</sup>
H	0.3	m	H	0.2	m	$E_p$	-3000	N/m <sup>2</sup>	$E_p$	-	N/m <sup>2</sup>
L1	2	m	L2	1.5	m	$\sigma_y$	1000	N/m <sup>2</sup>	$\sigma_y$	-	N/m <sup>2</sup>



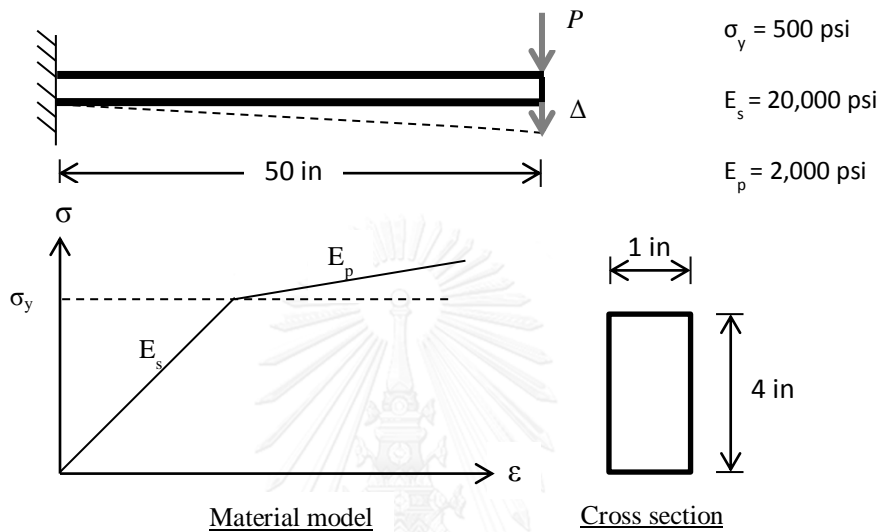


รูปที่ 4.2 ผลการวิเคราะห์โครงสร้างเสาปลายยึดตั้ง

จากรูปที่ 4.2 พบว่าผลการวิเคราะห์จากงานวิจัยนี้มีแนวโน้มไปในทางเดียวกันกับผลเฉลยแบบแม่นยำ โดยนำหน้าบรรทุกวิกฤตจากการวิเคราะห์โดยวิธีสติฟเนสและวิธีเฟล็กซิบิลิตีที่มีค่าเท่ากับ 30.141 นิวตัน และ 30.073 นิวตัน ตามลำดับ และเมื่อเปรียบเทียบนำหน้าบรรทุกวิกฤตกับผลเฉลยแบบแม่นยำพบที่มีความใกล้เคียงกันมากกว่าร้อยละ 99.5 โดยกรณีศึกษาี้พิจารณาผลของแรงในแนวแกนซึ่งมีการกระจายความเค้นอย่างสม่ำเสมอในหน้าตัดและมีการกระจายแบบคงที่ตลอดความยาวของชิ้นส่วน ดังนั้นพฤติกรรมการครากของชิ้นส่วนรับแรงในแนวแกนเพียงอย่างเดียวจะเป็นพฤติกรรมแบบฉับพลัน การวิเคราะห์โดยไฟเบอร์โมเดลและการกระจายหน้าตัดพลาสติกจึงไม่ส่งผลต่อชิ้นส่วนที่รับแรงในแนวแกน และจากผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบกับผลเฉลยแบบแม่นยำถือได้ว่าโปรแกรมที่พัฒนาขึ้นสำหรับชิ้นส่วนรับแรงในแนวแกนมีความถูกต้องอยู่ในเกณฑ์ดี

## 4.2 โครงสร้างคานยื่น

กรณีศึกษาวิเคราะห์โครงสร้างคานยื่นที่มีน้ำหนักบรรทุกกระทำในแนวตั้งที่ปลายอิสระ เพื่อวิเคราะห์หาการลู่เข้าของค้ำตอบและตรวจสอบความน่าเชื่อถือของโปรแกรมที่พัฒนาขึ้น มีรูปร่างและวัสดุที่ใช้ดังแสดงในรูปที่ 4.3 การแก้ปัญหาเชิงตัวเลขใช้วิธีควบคุมน้ำหนักบรรทุก



รูปที่ 4.3 ลักษณะของโครงสร้างคานยื่น

### 4.2.1 การตรวจสอบความเหมาะสมของจำนวนไฟเบอร์

การวิเคราะห์ใช้วิธีเฟล็กซิเบิลตีพีจาร์นา 1 เอลิเมนต์และ 7 IP's โดยแบ่งหน้าตัดไฟเบอร์ที่ขนาดเท่ากันจำนวน 8, 32, 64 และ 128 ไฟเบอร์ ผลการวิเคราะห์การกระจัดในแนวตั้งที่ปลายอิสระเมื่อแรงกระทำเท่ากับ 60 ปอนด์ แสดงในตารางที่ 4.2

ตารางที่ 4.2 การวิเคราะห์ผลของแบบจำลองไฟเบอร์

Number of fibers	Tip displacement (in)	Difference*(%)
8	58.715	1.976
32	57.666	0.152
64	57.582	0.008
128	57.578	-

\*ผลต่างเมื่อเทียบกับการแบ่งไฟเบอร์ย่อยจำนวน 128 ไฟเบอร์

จากผลการวิเคราะห์กรณีศึกษาที่ 4.2.1 พบว่า เมื่อเพิ่มจำนวนไฟเบอร์คำตอบที่ได้มีแนวโน้มลู่เข้าค่าๆหนึ่ง โดยการเพิ่มจำนวนไฟเบอร์จาก 64 ไฟเบอร์ เป็น 128 ไฟเบอร์ ค่าที่ได้มีการเปลี่ยนแปลงน้อยมาก (0.008 %) จึงถือว่าการแบ่งไฟเบอร์จำนวน 128 ไฟเบอร์ ก็ให้ผลลัพธ์ที่ละเอียดเพียงพอแล้วสำหรับการวิเคราะห์กรณีนี้ที่ 4.2

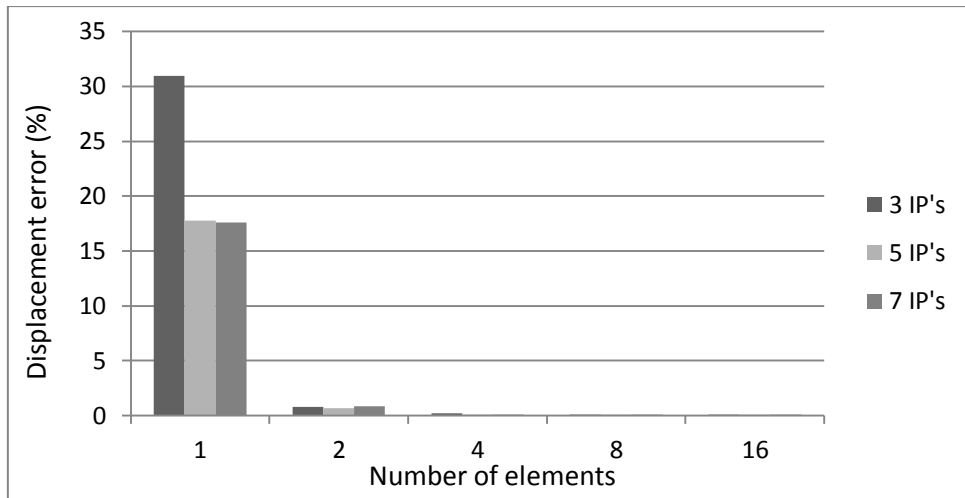
#### 4.2.2 การตรวจสอบการลู่เข้าของคำตอบ

พิจารณาน้ำหนักบรรทุกกระทำตรงปลาย 60 ปอนด์ ภายใต้แรงกระทำนี้โครงสร้างจะมีพฤติกรรมแบบไร้เชิงเส้นจากค่าแรงภายในที่เกินจุดครากของวัสดุ การตรวจสอบความถูกต้องของโปรแกรมที่พัฒนาขึ้นพิจารณาจากค่าการกระจัดในแนวตั้งที่ปลายอิสระ ( $\Delta$ ) จากงานวิจัยนี้โดยวิธีสติฟเนสและวิธีเฟล็กซ์บิลิตีเปรียบเทียบกับค่าการกระจัดในแนวตั้งที่ปลายอิสระจากผลเฉลยแบบแม่นยำ ( $\Delta_{exact}$ ) ค่าความคลาดเคลื่อนคำนวณได้จาก  $Error = 100 \left| \frac{\Delta}{\Delta_{exact}} - 1 \right|$  การวิเคราะห์พิจารณาผลของการแบ่งเอลิเมนต์ที่มีขนาดเท่ากันจำนวน 1, 2, 4, 8 และ 16 เอลิเมนต์ โดยในแต่ละเอลิเมนต์พิจารณา 3, 5 และ 7 IP's ผลการวิเคราะห์แสดงในรูปที่ 4.4 และ 4.5 และตารางที่ 4.3 และ 4.4 ตัวอย่างนี้กำหนดให้ใช้แบบจำลองไฟเบอร์ที่มีจำนวนคงที่เท่ากับ 128 ไฟเบอร์

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย  
CHULALONGKORN UNIVERSITY

ตารางที่ 4.3 ค่าความคลาดเคลื่อนจากผลการวิเคราะห์โครงสร้างคานยื่นโดยวิธีสติฟเนส

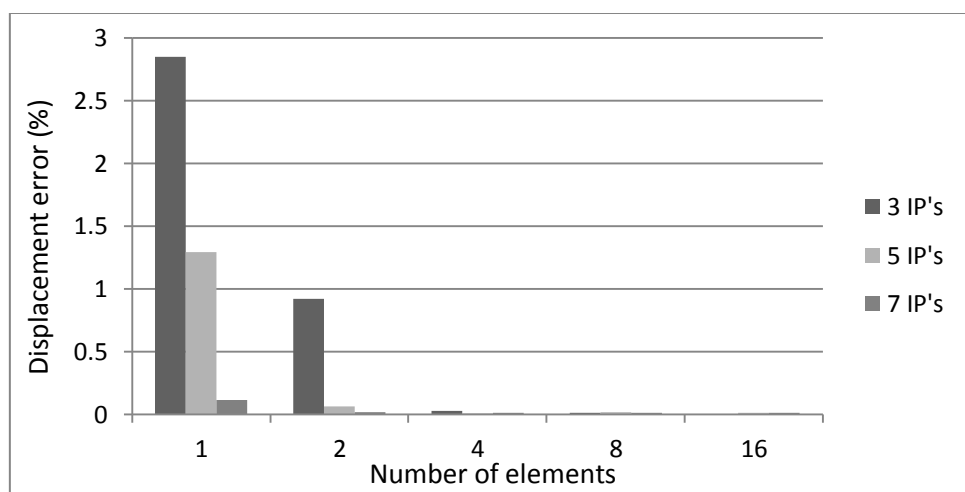
Number of elements	Displacement error (%)		
	3 IP's	5 IP's	7 IP's
1	30.957	17.763	17.620
2	0.811	0.661	0.864
4	0.211	0.101	0.092
8	0.011	0.014	0.013
16	0.014	0.014	0.015



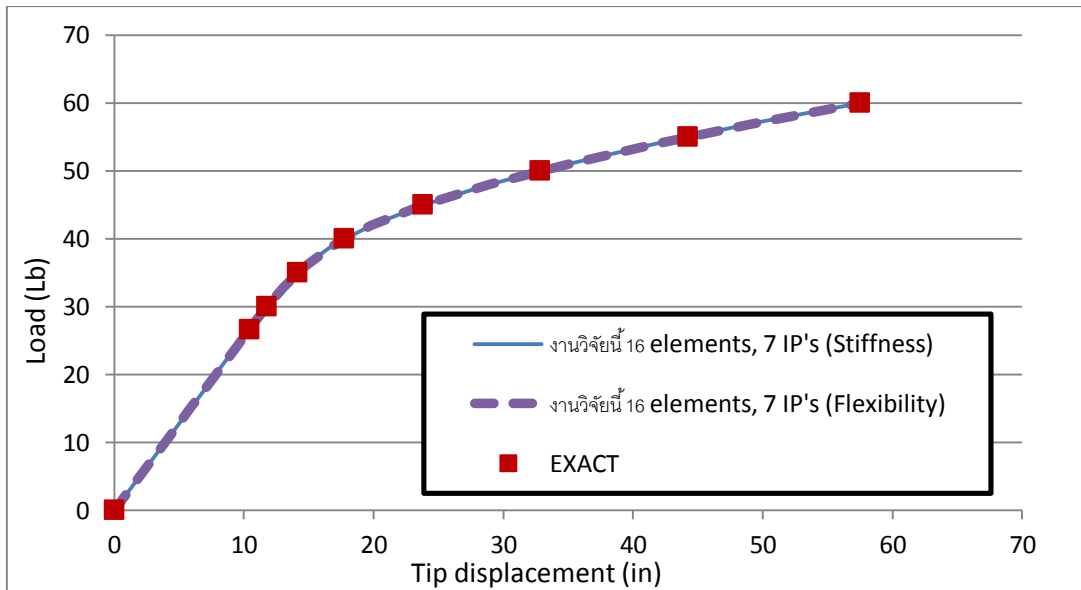
รูปที่ 4.4 ค่าความคลาดเคลื่อนจากผลการวิเคราะห์โครงสร้างคานยื่นโดยวิธีสติฟเนส

ตารางที่ 4.4 ค่าความคลาดเคลื่อนจากการวิเคราะห์โครงสร้างคานยื่นโดยวิธีเฟลกซิบิลิตี้

Number of elements	Displacement error (%)		
	3 IP's	5 IP's	7 IP's
1	2.851	1.294	0.115
2	0.921	0.064	0.016
4	0.026	0.008	0.014
8	0.015	0.016	0.015
16	0.004	0.014	0.015



รูปที่ 4.5 ค่าความคลาดเคลื่อนจากการวิเคราะห์โครงสร้างคานยื่นโดยวิธีเฟลกซิบิลิตี้



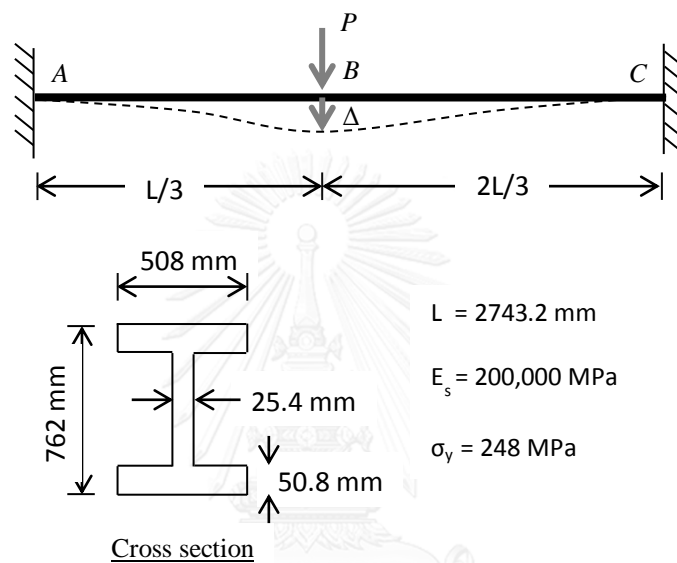
รูปที่ 4.6 ผลการวิเคราะห์โครงสร้างคานยื่นวิธีสติฟเนสและเฟล็กซิบิลิตี้

จากผลการวิเคราะห์กรณีศึกษาที่ 4.2 พบว่า

- ผลการวิเคราะห์วิธีโดยวิธีสติฟเนส(รูปที่ 4.4 และตารางที่ 4.3) การเพิ่มจำนวน IP's ไม่ส่งผลให้เกิดการลู่เข้าของคำตอบ ส่วนการแบ่งจำนวนเอลิเมนต์ที่เพิ่มขึ้นส่งผลให้เกิดการลู่เข้าของคำตอบได้ดีขึ้นสอดคล้องกับหลักการไฟไนต์เอลิเมนต์ โดยจากกรณีศึกษานี้เมื่อแบ่งเอลิเมนต์จำนวน 4 เอลิเมนต์ขึ้นไป จะได้ค่าความคลาดเคลื่อน น้อยกว่า 0.5%
- ผลการวิเคราะห์โดยวิธีเฟล็กซิบิลิตี้(รูปที่ 4.5 และตารางที่ 4.4) ซึ่งใช้ฟังก์ชันรูปร่างที่สอดคล้องกับสมการสมดุล การเพิ่มจำนวน IP's จะช่วยให้เกิดการลู่เข้าของคำตอบได้แม้จะใช้เพียงเอลิเมนต์เดียวเท่านั้น อย่างไรก็ตามการแบ่งจำนวนเอลิเมนต์ที่เพิ่มขึ้นก็จะส่งผลให้เกิดการลู่เข้าของคำตอบได้เช่นกัน โดยจากกรณีศึกษานี้เมื่อแบ่งเอลิเมนต์จำนวน 4 เอลิเมนต์ขึ้นไป หรือ พิจารณา 7 IP's จะได้ค่าความคลาดเคลื่อน น้อยกว่า 0.5%
- ผลการวิเคราะห์โครงสร้างคานยื่น (Load-deflection curve) โดยวิธีสติฟเนสและวิธีเฟล็กซิบิลิตี้เมื่อพิจารณาพิจารณาโครงสร้างที่มี 16 เอลิเมนต์ และ 7 IP's เปรียบเทียบกับผลเฉลยแบบแม่นยำตรงแสดงได้ดังรูปที่ 4.6 พบว่าการวิเคราะห์ทั้งสองวิธีให้ผลที่สอดคล้องกับผลเฉลยแบบแม่นยำตรง จึงถือว่าโปรแกรมที่พัฒนาขึ้นมีความถูกต้องอยู่ในเกณฑ์ดี

### 4.3 โครงสร้างคานปลายยึดตั้งทั้งสองข้าง

กรณีศึกษาวิเคราะห์โครงสร้างคานปลายยึดตั้งทั้งสองข้างมีน้ำหนักบรรทุกแบบจุดกระทำในแนวตั้งระหว่างช่วงคาน มีรูปร่างและวัสดุที่ใช้ดังแสดงในรูปที่ 4.7 ความสัมพันธ์ของวัสดุเป็นแบบ Elastic-perfectly plastic ในหน้าตัดพิจารณาแบบจำลองไฟเบอร์โดยแบ่งหน้าตัดย่อยขนาดเท่ากันจำนวน 16 ไฟเบอร์ การแก้ปัญหาเชิงตัวเลขใช้วิธีควบคุมการเปลี่ยนตำแหน่ง

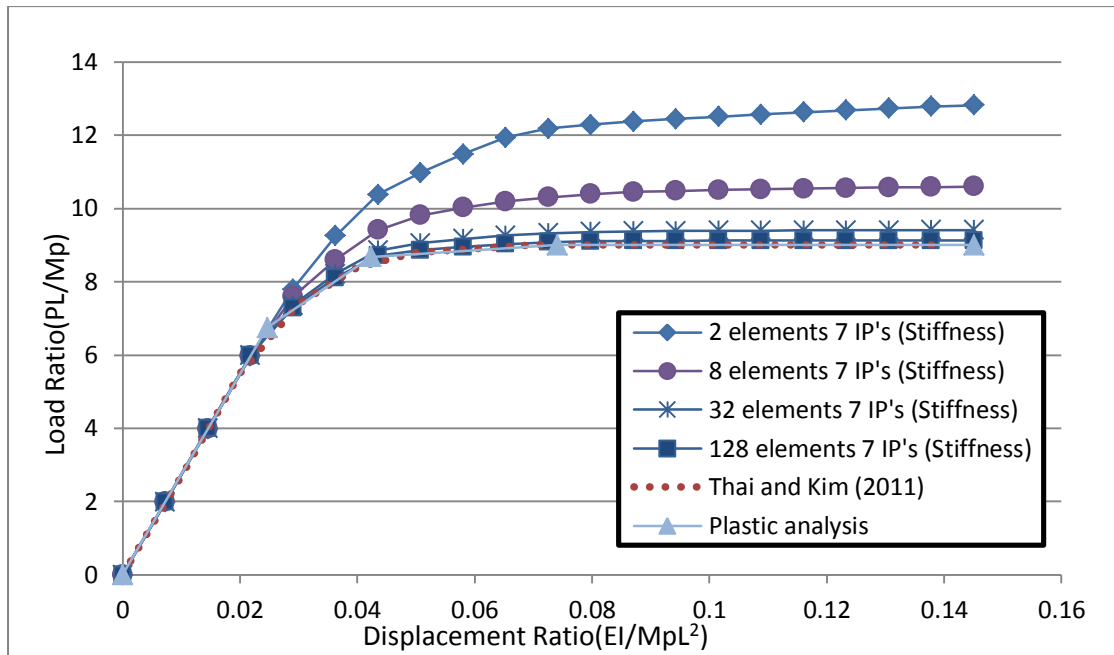


รูปที่ 4.7 ลักษณะของโครงสร้าง และวัสดุที่ใช้ของโครงสร้างคานปลายยึดตั้งทั้งสองข้าง

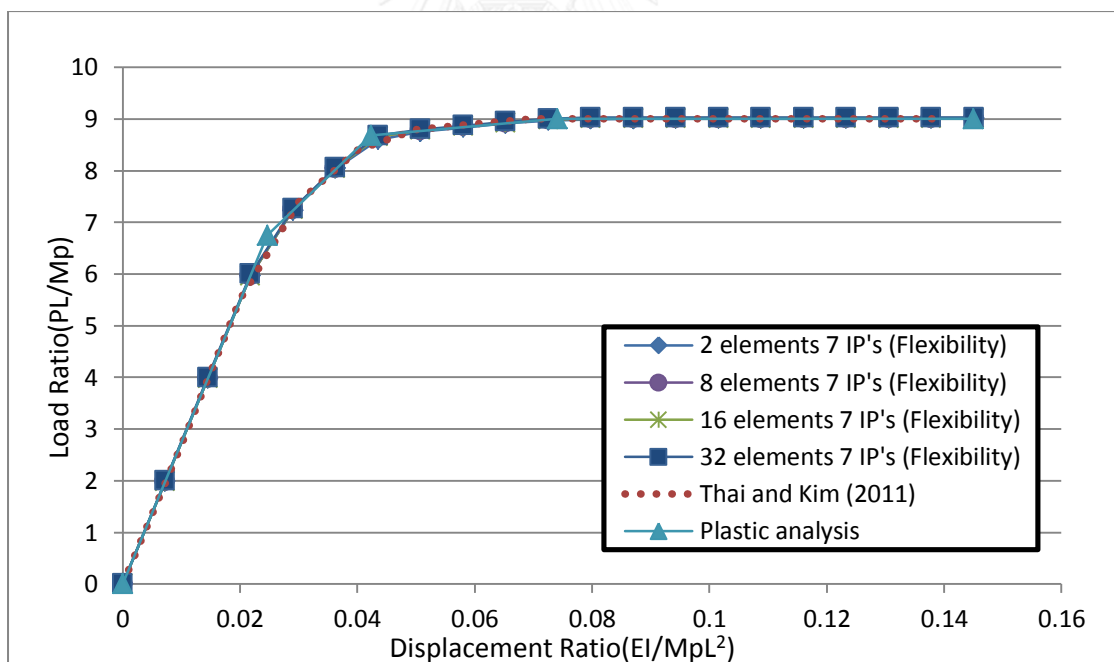
#### 4.3.1 ผลของการแบ่งเอลิเมนต์

การวิเคราะห์พิจารณาผลของการแบ่งเอลิเมนต์ทั้งโครงสร้างที่ขนาดเท่ากันจำนวน 2, 8, 32 และ 128 เอลิเมนต์สำหรับการวิเคราะห์โดยวิธีสติฟเนสและ 2, 8, 16 และ 32 เอลิเมนต์สำหรับการวิเคราะห์โดยวิธีเฟลกชิบิลิตี้ โดยในแต่ละเอลิเมนต์พิจารณา 7 IP's และทำการเปรียบเทียบผลการวิเคราะห์ดังนี้

1. เปรียบเทียบกับงานวิจัยของ Thai และ Kim (2011) ที่วิเคราะห์โดยวิธีเฟลกชิบิลิตี้ซึ่งพิจารณาผลของความไร้เชิงเส้นทางเรขาคณิตร่วมด้วย
2. เปรียบเทียบกับผลการวิเคราะห์โดยวิธีพลาสติกที่พิจารณาพฤติกรรมแบบเส้นตรงเป็นช่วงๆ และจุดต่อเกิดเป็นจุดหมุนพลาสติกเมื่อค่าแรงภายในถึงค่าพลาสติกโมเมนต์



รูปที่ 4.8 ผลการวิเคราะห์วิธีสติฟเนสคานปลายยึดตั้งทั้งสองข้างโดยการแบ่งเอลิเมนต์



รูปที่ 4.9 ผลการวิเคราะห์วิธีเฟล็กซิบิลิตีคานปลายยึดตั้งทั้งสองข้างโดยการแบ่งเอลิเมนต์

ตารางที่ 4.5 ผลการเปรียบเทียบอัตราส่วนน้ำหนักบรรทุกวิกฤตคานปลายยึดรั้งทั้งสองข้าง

Method	Ultimate load ratio(PL/Mp)	Difference*(%)
Stiffness 128 elements 7 IP's	9.124	1.344
Flexibility 2 elements 7 IP's	9.014	0.122
Plastic analysis	9.000	0.033
Thai and Kim (2011)	9.003	-

\*ผลต่างเมื่อเทียบกับงานวิจัยของ Thai and Kim (2011)

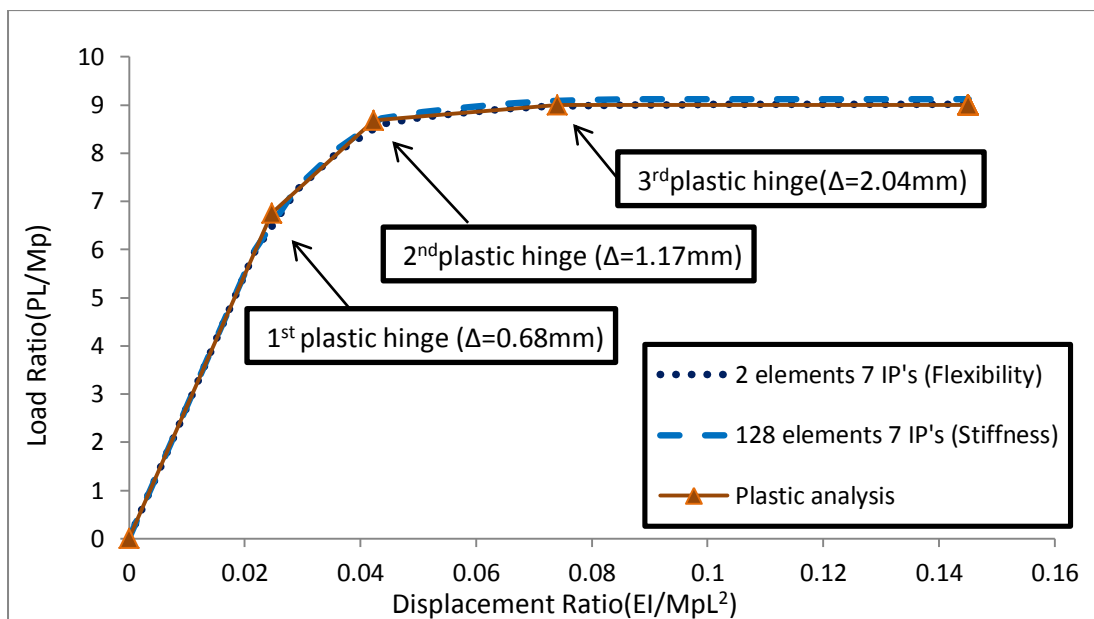
จากผลการวิเคราะห์กรณีศึกษาที่ 4.3.1 พบว่า

- จากรูปที่ 4.8 และตารางที่ 4.5 การวิเคราะห์วิธีสติฟเนส ที่ 7 IP's การแบ่งเอลิเมนต์ที่ละเอียดขึ้นส่งผลให้ทำนายพฤติกรรมโครงสร้างได้ถูกต้องมากยิ่งขึ้นโดยผลการวิเคราะห์อัตราส่วนน้ำหนักบรรทุกวิกฤต ( $\Delta = 4mm, \frac{EI}{M_p L^2} = 0.145$ ) จากงานวิจัยนี้เท่ากับ 9.124 (128 เอลิเมนต์) เปรียบเทียบกับงานวิจัยของ Thai และ Kim (2011) ที่ 9.003 และการวิเคราะห์โดยวิธีพลาสติกที่ 9.000 ผลการวิเคราะห์มีความใกล้เคียงกันมากกว่าร้อยละ 98
- จากรูปที่ 4.9 และตารางที่ 4.5 การวิเคราะห์วิธีเพลกซิบิลิตีที่พิจารณาเพียง 2 เอลิเมนต์สามารถทำนายพฤติกรรมโครงสร้างได้ถูกต้องอยู่ในเกณฑ์ดี ส่วนการเพิ่มจำนวนเอลิเมนต์ส่งผลต่อการรู้เข้าของคำตอบไม่มากนัก โดยผลการวิเคราะห์อัตราส่วนน้ำหนักบรรทุกวิกฤต ( $\Delta = 4mm, \frac{EI}{M_p L^2} = 0.145$ ) จากงานวิจัยนี้เท่ากับ 9.014 (2 เอลิเมนต์) เปรียบเทียบกับงานวิจัยของ Thai และ Kim (2011) ที่ 9.003 และการวิเคราะห์โดยวิธีพลาสติกที่ 9.000 ผลการวิเคราะห์มีความใกล้เคียงกันมากกว่า ร้อยละ 99
- เนื่องจากในกรณีศึกษานี้โครงสร้างมีพฤติกรรมการเสียรูปน้อย ผลของความไร้เชิงเส้นทางเรขาคณิตจึงมีไม่มากนัก การเปรียบเทียบกับงานวิจัยของ Thai และ Kim (2011) จึงได้ผลลัพธ์ที่ใกล้เคียงกัน

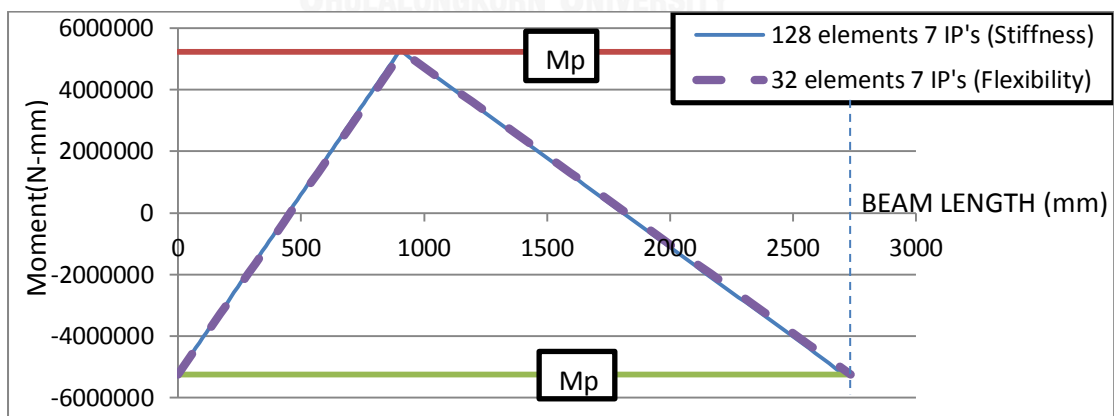


#### 4.3.2 การวิเคราะห์กลไกการพังทลาย

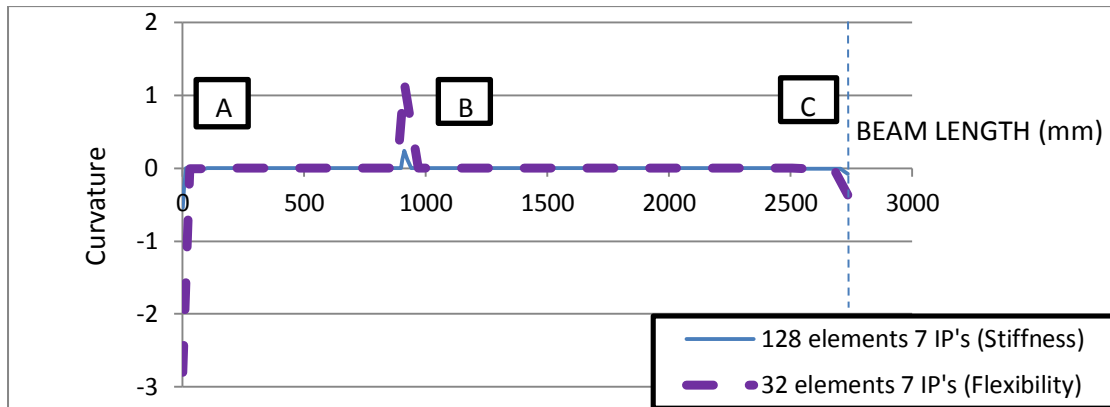
การวิเคราะห์โดยวิธีสตีเฟนส์พิจารณาทั้งโครงสร้าง 128 เอลิเมนต์โดยในแต่ละเอลิเมนต์พิจารณา 7 IP's ส่วนการวิเคราะห์โดยวิธีเฟล็กซิบิลิตีพิจารณาทั้งโครงสร้าง 2 เอลิเมนต์โดยในแต่ละเอลิเมนต์พิจารณา 7 IP's ผลการวิเคราะห์แสดงในรูปที่ 4.10 และ 4.11



รูปที่ 4.10 ผลการวิเคราะห์กลไกการพังทลายคานปลายยึดตั้งทั้งสองข้าง



รูปที่ 4.11 การกระจายโมเมนต์ของคานปลายยึดตั้งทั้งสองข้าง ( $\Delta = 4\text{mm}$ )



รูปที่ 4.12 การกระจายค่าความโค้งของคานปลายยึดรั้งทั้งสองข้าง ( $\Delta = 4mm$ )

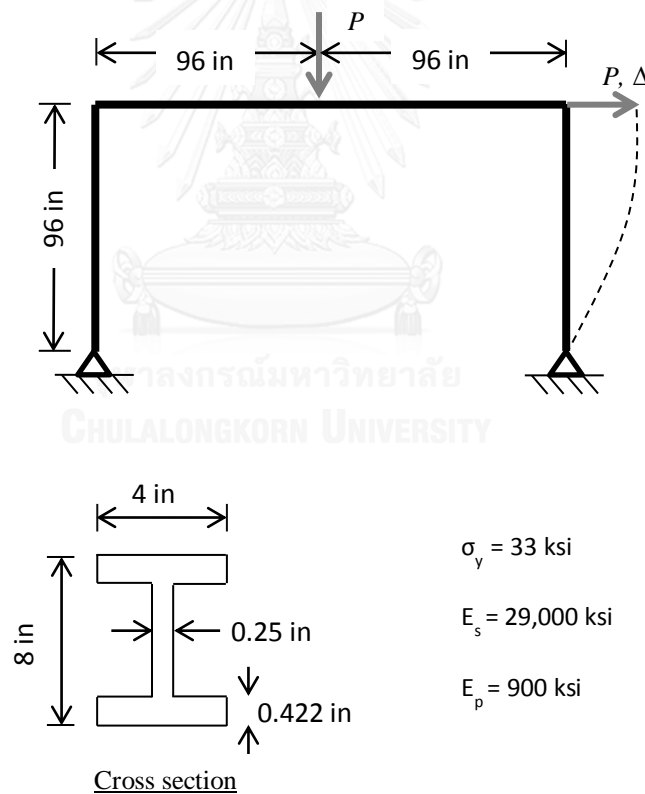
จากผลการวิเคราะห์กรณีศึกษาที่ 4.3.2 พบว่า

- จากรูปที่ 4.10 เมื่อเปรียบเทียบกับกรณีวิเคราะห์โครงสร้างเกิดจุดหมุนพลาสติกที่ตำแหน่ง A ( $\Delta = 0.68mm$ ) เป็นลำดับที่ 1 ก่อนเกิดจุดหมุนพลาสติกที่ตำแหน่ง B ( $\Delta = 1.17mm$ ) และโครงสร้างเริ่มเสถียรภาพเมื่อเกิดจุดหมุนพลาสติกที่ตำแหน่ง C ( $\Delta = 2.04mm$ ) โดยการพิจารณาแบบจำลองไฟเบอร์ในงานวิจัยนี้ ทำให้สามารถพิจารณาพฤติกรรมการครากแบบค่อยเป็นค่อยไปก่อนจะเกิดจุดหมุนพลาสติกได้ เมื่อเปรียบเทียบกับกรณีวิเคราะห์โดยวิธีพลาสติก ซึ่งจุดหมุนพลาสติกจะเกิดขึ้นทันทีเมื่อค่าแรงภายในถึงค่าพลาสติกโมเมนต์
- จากรูปที่ 4.11 การกระจายค่าโมเมนต์ในชิ้นส่วนมีลักษณะเป็นเส้นตรงโดยตำแหน่งที่เกิดจุดหมุนพลาสติกค่าโมเมนต์จากงานวิจัยนี้ (5,238.486 kN-mm) เปรียบเทียบกับการวิเคราะห์โดยวิธีพลาสติก พบว่ามีค่าเท่ากัน
- จากรูปที่ 4.12 การกระจายค่าความโค้งแสดงให้เห็นโครงสร้างเกิดจุดหมุนพลาสติกที่ตำแหน่ง A, B และ C ตามลำดับ ซึ่งสอดคล้องกับการวิเคราะห์โดยวิธีพลาสติก โดยสังเกตได้ว่าค่าความโค้งตำแหน่งที่เกิดจุดหมุนพลาสติกมีค่าสูงกว่าจุดอื่นๆอย่างมีนัยสำคัญ เนื่องมาจากการวิเคราะห์ใช้แบบจำลองวัสดุแบบ Elastic-perfectly plastic model ซึ่งอาจเรียกปรากฏการณ์นี้ว่า Strain localization

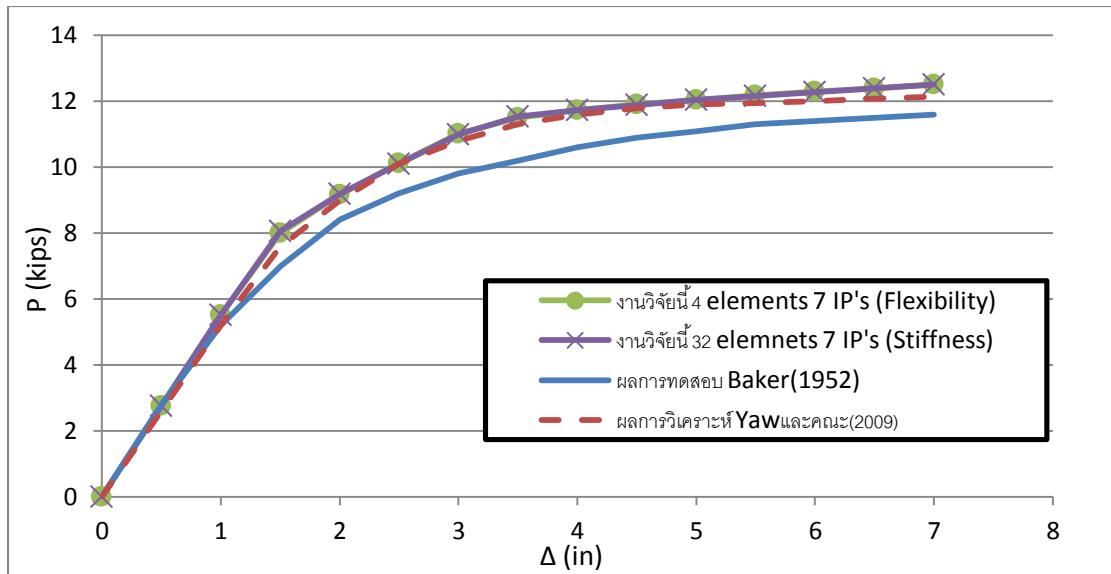
#### 4.4 โครงข้อแข็งแบบพอร์ทัล (Portal Frame)

กรณีศึกษาวิเคราะห์โครงสร้างข้อแข็งแบบพอร์ทัลโดยมีปลายยึดหมุนทั้งสองข้าง มีน้ำหนักบรรทุกแบบจุดกระทำในแนวราบและแนวตั้ง มีรูปร่างและวัสดุที่ใช้ตามแนวทางของ Yaw และคณะ(2009) ดังแสดงในรูปที่ 4.13 ในหน้าตัดพิจารณาแบบจำลองไฟเบอร์โดยแบ่งหน้าตัดย่อยจำนวน 60 ไฟเบอร์ การแก้ปัญหาเชิงตัวเลขใช้วิธีควบคุมการเปลี่ยนตำแหน่ง และทำการเปรียบเทียบผลการวิเคราะห์ดังนี้

1. เปรียบเทียบกับผลการทดสอบโดย Baker(1952)
2. เปรียบเทียบกับผลการวิเคราะห์โดย Yaw และคณะ(2009) ที่ใช้หลักการ Mesh free method



รูปที่ 4.13 ลักษณะของโครงสร้าง และวัสดุที่ใช้ของโครงข้อแข็งแบบพอร์ทัล



รูปที่ 4.14 ผลการวิเคราะห์โครงข้อแข็งแบบพอร์ทัล

จากผลการวิเคราะห์กรณีศึกษาที่ 4.4 พบว่า

- ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบวิธีสติเฟเนสและวิธีเฟลกชิบิลิตี้จากงานวิจัยนี้ให้ผลใกล้เคียงกันซึ่งการวิเคราะห์โดยวิธีสติเฟเนสจำเป็นต้องใช้จำนวนเอลิเมนต์มากกว่าเพื่อให้ทำนายพฤติกรรมของโครงสร้างได้ดีขึ้น
- จากรูปที่ 4.14 ผลการเปรียบเทียบน้ำหนักบรรทุก ( $\Delta = 7in$ ) กับผลการวิเคราะห์ของ Yaw และคณะ(2008) ผลที่ได้มีแนวโน้มไปในทางเดียวกันและมีความใกล้เคียงกันมากกว่าร้อยละ 97 อย่างไรก็ตามการวิเคราะห์โดยหลักการ Mesh free method จำเป็นต้องมีการแบ่งโหนดเป็นจำนวนมาก ซึ่งอาจทำให้เสียเวลาในการคำนวณเพิ่มได้
- จากรูปที่ 4.14 ผลการเปรียบเทียบน้ำหนักบรรทุก ( $\Delta = 7in$ ) กับผลการทดสอบของ Baker(1952) ผลการวิเคราะห์วิธีเฟลกชิบิลิตี้และวิธีสติเฟเนสจากงานวิจัยนี้มีค่าสูงกว่าผลทดสอบร้อยละ 7.77 ซึ่งเป็นผลจากปัจจัยแวดล้อมอื่นๆเช่น โครงสร้างมีพฤติกรรมเสียรูปมาก การวิเคราะห์โดยพิจารณาผลของความไร้เชิงเส้นทางวัสดุเพียงอย่างเดียวส่งผลให้ทำนายสติเฟเนสของโครงสร้างได้สูงกว่าความเป็นจริง

## บทที่ 5

### สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

#### 5.1 สรุปผลการวิจัย

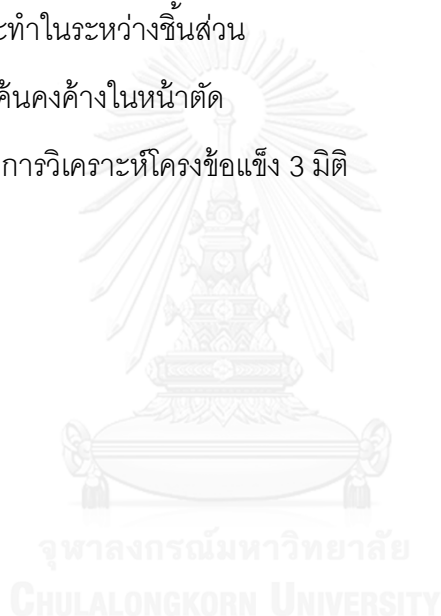
งานวิจัยนี้นำเสนอการวิเคราะห์โครงสร้างข้อแฉ่งในระนาบแบบไร้เชิงเส้นทางวัสดุโดยวิธีสตีฟเนสและวิธีเฟลกซิบิลิตีที่พิจารณาไฟเบอร์โมเดล(Fiber model) และการกระจายหน้าตัดพลาสติก(Spread plasticity) ได้ผลสรุปงานวิจัยดังนี้

1. โปรแกรมที่พัฒนาขึ้นสำหรับการวิเคราะห์โครงสร้างข้อแฉ่งแบบไร้เชิงเส้นทางวัสดุ ทั้งวิธีสตีฟเนสและวิธีเฟลกซิบิลิตี ให้ผลลัพธ์ที่มีความแม่นยำ เมื่อเปรียบเทียบกับผลเฉลยแบบแม่นยำตรงและงานวิจัยในอดีต
2. ในการวิเคราะห์วิธีสตีฟเนสซึ่งใช้ฟังก์ชันรูปร่างแบบ Hermitian ในการประมาณค่าการกระจายการคำนวณโดยเพิ่มจำนวนหน้าตัดพลาสติกในแต่ละเอลิเมนต์ไม่ช่วยให้เกิดการลู่เข้าของคำตอบ จึงจำเป็นต้องมีการแบ่งจำนวนเอลิเมนต์เป็นจำนวนมากเพื่อให้ทำนายพฤติกรรมของโครงสร้างได้ดียิ่งขึ้น โดยเฉพาะบริเวณที่แรงภายในมีค่ามาก จะมีผลของพฤติกรรมแบบไร้เชิงเส้นมาก ทำให้ใช้เวลาในการคำนวณนานขึ้น
3. ในการวิเคราะห์วิธีเฟลกซิบิลิตีซึ่งใช้ฟังก์ชันการกระจายแรงภายในที่สอดคล้องกับสมการสมดุล การคำนวณโดยเพิ่มจำนวนหน้าตัดพลาสติกในแต่ละเอลิเมนต์จะช่วยให้ทำนายพฤติกรรมของโครงสร้างได้ดียิ่งขึ้น โดยไม่จำเป็นต้องมีการแบ่งเอลิเมนต์เป็นจำนวนมาก ทั้งนี้การวิเคราะห์วิธีเฟลกซิบิลิตีที่พิจารณาการกระจายหน้าตัดพลาสติก 7 จุด(Integration point) สามารถจำลองโครงสร้างโดยใช้เพียง 1 เอลิเมนต์ต่อชิ้นส่วน ก็จะให้ผลลัพธ์ที่ถูกต้องอยู่ในเกณฑ์ดีและสามารถประหยัดเวลาในการคำนวณได้มาก

## 5.2 ข้อเสนอแนะ

จากผลการวิเคราะห์ในงานวิจัยนี้พบว่าการวิเคราะห์โครงข้อแข็งในระนาบแบบไร้เชิงเส้นทางวัสดุ โดยวิธีเฟล็กชิบิลิตีที่พิจารณาไฟเบอร์โมเดลและการกระจายหน้าตัดพลาสติกสามารถทำนายพฤติกรรมได้ถูกต้องในเกณฑ์ดีโดยใช้จำนวนเอลิเมนต์น้อยลง แต่อย่างไรก็ตามเพื่อให้ทำนายพฤติกรรมของโครงสร้างได้ถูกต้องมากยิ่งขึ้นอาจพิจารณาปัจจัยเพิ่มเติม ดังนี้

- 1) การวิเคราะห์ความไร้เชิงเส้นทางเรขาคณิต
- 2) พิจารณาการเสียรูปจากแรงเฉือน
- 3) พิจารณาแรงกระทำในระหว่างขึ้นส่วน
- 4) พิจารณาความเค้นค้ำในหน้าตัด
- 5) พัฒนาโปรแกรมการวิเคราะห์โครงข้อแข็ง 3 มิติ



## รายการอ้างอิง

ภาษาไทย

นันทวัฒน์ โกสุมภ์สุวรรณค์ (2011). การวิเคราะห์พฤติกรรมไร้เชิงเส้นทางวัสดุของโครงข้อแข็งคอนกรีตเสริมเหล็ก การประชุมวิชาการคอนกรีตประจำปีครั้งที่ 7.

ภาษาอังกฤษ

Baker, J. F. and J. W. Roderick (1952). "Tests on full-scale portal frames." Proceedings of the Institution of Civil Engineers: 71-94.

Calabrese, A. (2012). "Numerical Issues in Distributed Inelasticity Modeling of RC Frame Elements for Seismic Analysis " Journal of Earthquake Engineering **14**: 38–68.

Chan, S. L. (2001). "Non-linear behavior and design of steel structures." Journal of Constructional Steel Research **57**: 1217–1231.

Chan, S. L. and P. P. T. Chui (2000). Non-Linear Static and Cyclic Analysis of Steel Frames with Semi-Rigid Connections, Elsevier.

Jiang , X.-M., H. Chen and J. Y. R. Liew (2002). "Spread-of-plasticity analysis of three-dimensional steel frames." Journal of Constructional Steel Research **58**: 193-212.

Kim, S.-E., Y. Kim and S.-H. Choi (2001). "Nonlinear analysis of 3-D steel frames." Thin-Walled Structures **39**: 445–461.

M. Sekulovic and M. Nefovska-Danilovic (2008). "Contribution to transient analysis of inelastic steel frames with semi-rigid connections." Engineering Structures **30**: 976-989.

Mcguire, W., H. Gallagher and R. Ziemian (2000). Matrix Structural Analysis, John-willy and Sons.

Neuenhofer, A. and F. C. Filippou (1997). "Evaluation of nonlinear frame finite-element models." Journal of structural engineering **123**: 958-966.

Smittakorn, W. (2008). JSM as a Toolbox for Structural Analysis and Design Applications. The 13th national convention on civil engineering.

Thai, H.-T. and S.-E. Kim (2011). "Nonlinear inelastic analysis of space frames." Journal of Constructional Steel Research **67**(4): 585-592.

Yaw, L. L., S. K. Kunnath and N. Sukumar (2009). "Meshfree Method for Inelastic Frame Analysis." Journal of structural engineering **135**(6): 676-684.

Zubydan, A. H. (2013). "Inelastic large deflection analysis of space steel frames including H-shaped cross sectional members." Engineering Structures **48**: 155-165.





ภาคผนวก

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย  
CHULALONGKORN UNIVERSITY

## ภาคผนวก ก

สถิติเฟนส์ในระดับหน้าตัด หาได้จากความสัมพันธ์ระหว่างแรงภายในหน้าตัดและการเสียรูปในหน้าตัด ดังนี้

$$\begin{aligned}
 N &= \int_A \sigma dA = \int_A E \varepsilon dA = \int_A E(\varepsilon - y\kappa) dA \\
 &= \int_A E \varepsilon dA - \int_A E y \kappa dA \\
 M &= -\int_A y \sigma dA = -\int_A y E \varepsilon dA = -\int_A y E(\varepsilon - y\kappa) dA \\
 &= -\int_A y E \varepsilon dA + \int_A y E y \kappa dA
 \end{aligned}$$

จากแบบจำลองไฟเบอร์โมเดล สามารถเขียนใหม่ได้เป็น

$$\begin{aligned}
 N &= \sum_{i=1}^m E_i A_i \varepsilon - \sum_{i=1}^m E_i A_i y_i \kappa \\
 M &= -\sum_{i=1}^m E_i A_i y_i \varepsilon + \sum_{i=1}^m E_i A_i y_i^2 \kappa
 \end{aligned}$$

จัดสมการให้อยู่ในรูป  $\{Q_s\} = [k_s] \{q\}$  จะได้ว่า

$$\begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^m E_i A_i & -\sum_{i=1}^m E_i A_i y_i \\ -\sum_{i=1}^m E_i A_i y_i & \sum_{i=1}^m E_i A_i y_i^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon \\ \kappa \end{Bmatrix}$$

### ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นายธิตี จุติวิโรจน์ เกิดเมื่อวันที่ 10 พฤศจิกายน พ.ศ. 2530 เข้าศึกษาระดับมัธยมศึกษาที่โรงเรียนหาดใหญ่วิทยาลัยสมบูรณกุลกันยา เข้าศึกษาระดับปริญญาบัณฑิต ที่คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย และสำเร็จการศึกษาในสาขาวิชาวิศวกรรมโยธา ในปี 2555 เข้าศึกษาต่อในระดับปริญญาโทบัณฑิต ที่คณะวิศวกรรมศาสตร์ สาขาวิชาวิศวกรรมโยธา จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในปี 2556 และสำเร็จการศึกษาระดับปริญญาโทบัณฑิตในปีการศึกษา 2558

