การศึกษาเปรียบเทียบการประมาณพารามิเตอร์โดยตัวประมาณแบบกราฟที่มีการถ่วงน้ำหนักจากข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวา

นางสาวอชิรญา สดรัมย์

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาสถิติ ภาควิชาสถิติ
คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ปีการศึกษา 2555

ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
บทคัดย่อและแฟ้มข้อมูลฉบับเต็มของวิทยานิพนธ์ตั้งแต่ปีการศึกษา 2554 ที่ให้บริการในคลังปัญญาจุฬาฯ (CUIR)
เป็นแฟ้มข้อมูลของนิสิตเจ้าของวิทยานิพนธ์ที่ส่งผ่านทางบัณฑิตวิทยาลัย
The abstract and full text of theses from the academic year 2011 in Chulalongkorn University Intellectual Repository(CUIR)
are the thesis authors' files submitted through the Graduate School.

A COMPARATIVE STUDY ON PARAMETER ESTIMATION BY WEIGHTED GRAPHICAL ESTIMATOR FROM RIGHT–CENSORED DATA

Miss Achiraya Sodram

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of Master of Science Program in Statistics

Department of Statistics

Faculty of Commerce and Accountancy

Chulalongkorn University

Academic Year 2012

Copyright of Chulalongkorn University

หัวข้อวิทยานิพนธ์	การศึกษาเปรียบเทียบการประมาณพารามิเตอร์โดยตัวประมาณแบบกราฟที่มีการถ่วงน้ำหนักจากข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวา
โดย	นางสาวอชิรญา สดรัมย์
สาขาวิชา	สถิติ
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก	อาจารย์ ดร.อนุภาพ สมบูรณ์สวัสดี

คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้นับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญามหาบัณฑิต

..... คณบดีคณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี
(รองศาสตราจารย์ ดร.พสุ เดชะรินทร์)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

..... ประธานกรรมการ
(รองศาสตราจารย์ ดร.ธีระพร วีระถาวร)

..... อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก
(อาจารย์ ดร.อนุภาพ สมบูรณ์สวัสดี)

..... กรรมการ
(อาจารย์ ดร.วิฐรา พึ่งพาพงศ์)

..... กรรมการภายนอกมหาวิทยาลัย
(อาจารย์ ดร.อรุณี กำลัง)

อชิรญา สดรัมย์: การศึกษาเปรียบเทียบการประมาณพารามิเตอร์โดยตัวประมาณแบบกราฟที่มีการถ่วงน้ำหนักจากข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวา. (A COMPARATIVE STUDY ON PARAMETER ESTIMATION BY WEIGHTED GRAPHICAL ESTIMATOR FROM RIGHT–CENSORED DATA) อ. ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก: อ.ดร. อนุภาพ สมบูรณ์สวัสดี, 136 หน้า.

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาและเปรียบเทียบการประมาณค่าพารามิเตอร์ของข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาประเภทที่ 2 ด้วยวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (Maximum Likelihood Estimation Method; MLE Method) วิธีการประมาณแบบกราฟ (Graphical Estimation Method; GE Method) และวิธีการประมาณแบบกราฟที่มีการถ่วงน้ำหนัก (Weighted Graphical Estimation Method; WGE Method) โดยการแจกแจงที่สนใจศึกษาคือ การแจกแจงปกติ (Normal Distribution) การแจกแจงโลจิสติค (Logistic Distribution) การแจกแจงค่าต่ำสุดขีด (Smallest Extreme Value Distribution) และการแจกแจงค่าสูงสุดขีด (Largest Extreme Value Distribution) ข้อมูลที่ใช้ในการศึกษาได้จากการจำลองข้อมูลโดยมีขนาดตัวอย่าง (Sample Size; n) เท่ากับ 20, 40, 80 และ 120 ด้วยสัดส่วนของข้อมูลตัดปลายทางขวา (Censoring Proportion; *p*) เป็น 10%, 20% และ 30%

จากผลการศึกษาแบบจำลองโดยเปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (Relative Efficiency; RE) พบว่า ในกรณีส่วนใหญ่การประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธี WGE จะมีประสิทธิภาพมากกว่าการประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธี GE โดยในกรณีที่ $p \neq 0$ WGE แบบ Increasing Weighting เมื่อใช้ประมาณค่าพารามิเตอร์ μ (Location parameter) และ σ (Scale parameter) มีประสิทธิภาพสูงสุดภายใต้การแจกแจง SEV, LOGIS, และ NOR ในขณะที่ WGE แบบ Decreasing Weighting เมื่อใช้ประมาณ ค่าพารามิเตอร์ μ (Location parameter) และ σ (Scale parameter) มีประสิทธิภาพสูงสุดภายใต้การแจกแจง LEV.

ภาควิชา สถิติ ลายมือชื่อนิสิต.....

สาขาวิชา สถิติ ลายมือชื่อ อ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก.....

ปีการศึกษา 2555

5481717426: MAJOR STATISTICS

KEYWORDS: Maximum Likelihood Estimator/ Weighted Graphical Estimator/ Right-Censored Data

ACHIRAYA SODRAM: A COMPARATIVE STUDY ON PARAMETER ESTIMATION BY WEIGHTED GRAPHICAL ESTIMATOR FROM RIGHT–CENSORED DATA. ADVISOR: ANUPAP SOMBOONSAVATDEE, Ph.D., 136 pp.

The objective of this study is to compare parameter estimations of type-II right censored data by Maximum Likelihood Estimation (MLE), Graphical Estimation (GE) and Weighted Graphical Estimation Method (WGE). The distributions of data under considerations in this study are Normal (NOR), Logistic (LOGIS), Smallest Extreme Value (SEV) and Largest Extreme Value (LEV) distributions. The comparisons are done under conditions of sample sizes n = 20, 40, 80 and 120 with the censoring proportion p = 10%, 20% and 30%.

Based on the simulation results by comparing value of relative efficiencies (REs), overall, WGE is more efficient than GE. With $p \neq 0$, WGE- type Increasing Weighting for both location (μ) and scale (σ) parameters estimation performs best under SEV, LOGIS, and NOR distribution. While, WGE- type Decreasing Weighting for both location (μ) and scale (σ) parameters performs best under LEV distribution.

Department: Statistics Student's Signature……..……..…….

Field of Study: Statistics Advisor's Signature……...……..

Academic Year: 2012

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สามารถสำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี ด้วยความช่วยเหลือและเอาใจใส่อย่างดีของ อาจารย์ ดร. อนุภาพ สมบูรณ์สวัสดี อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณท่านอาจารย์เป็นอย่างสูง ที่กรุณาให้คำปรึกษา อบรมสั่งสอน และให้ข้อคิดเห็นต่างๆ ตลอดจนความช่วยเหลือ คำแนะนำเพื่อปรับปรุงแก้ไข จนกระทั่งวิทยานิพนธ์เสร็จสมบูรณ์

ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณรองศาสตราสารย์ ดร.ธีระพร วีระถาวร ประธานกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ อาจารย์ ดร. วิฐรา พึ่งพาพงศ์ และอาจารย์ ดร. อรุณี กำลัง กรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ที่กรุณาให้คำแนะนำ ตรวจสอบ และแก้ไขวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ให้สมบูรณ์ยิ่งขึ้น

สุดท้ายนี้ ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณครอบครัว ที่ช่วยส่งเสริม สนับสนุนและให้กำลังใจเสมอมาจนสำเร็จการศึกษา รวมทั้งขอขอบคุณเพื่อนๆ ทุกคน ที่คอยช่วยให้กำลังใจผู้วิจัยมาโดยตลอด

สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย…….. ง

บทคัดย่อภาษาอังกฤษ…….. จ

กิตติกรรมประกาศ…… ฉ

สารบัญ…….. ช

สารบัญตาราง…… ฌ

สารบัญภาพ…….. ฌ

บทที่ 1 บทนำ……... 1

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา..... 1

1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย..... 2

1.3 คำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย..... 3

1.4 ขอบเขตของการวิจัย..... 4

1.5 วิธีดำเนินการวิจัย..... 10

1.6 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ..... 11

บทที่ 2 ทฤษฎีและตัวสถิติที่เกี่ยวข้อง…….. 12

2.1 ทฤษฎีพื้นฐาน..... 12

2.2 การแจกแจงที่ใช้ในการวิจัย..... 14

2.3 การประมาณค่าพารามิเตอร์..... 18

2.4 เกณฑ์ที่ใช้ในการพิจารณาประสิทธิภาพของการประมาณ..... 20

บทที่ 3 วิธีดำเนินการศึกษา…… 23

3.1 แผนการดำเนินการวิจัย..... 23

3.2 ขั้นตอนในการดำเนินการวิจัย……... 30

3.3 ขั้นตอนการทำงานของโปรแกรม..... 33

หน้า

บทที่ 4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล..... 35
4.1 สรุปผลการศึกษาเปรียบเทียบการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธี..... 37
4.2 ผลการศึกษาเมื่อข้อมูลแจกแจงแบบค่าต่ำสุดขีด..... 40
4.3 ผลการศึกษาเมื่อข้อมูลแจกแจงแบบค่าสูงสุดขีด..... 51
4.4 ผลการศึกษาเมื่อข้อมูลแจกแจงแบบโลจิสติค..... 62
4.5 ผลการศึกษาเมื่อข้อมูลแจกแจงแบบปกติ..... 73

บทที่ 5 สรุปผลการศึกษาและข้อเสนอแนะ..... 84
5.1 สรุปผลการวิจัย..... 84
5.2 ด้านการศึกษาวิจัย..... 93
5.3 ข้อเสนอแนะ..... 93

รายการอ้างอิง..... 94
บรรณานุกรม..... 95
ภาคผนวก..... 96
ภาคผนวก ก..... 97
ภาคผนวก ข..... 112
ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์..... 136

สารบัญตาราง

ตารางที่ หน้า

4.1 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE_1 ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ μ สำหรับการแจกแจงค่าต่ำสุดขีด ที่มีพารามิเตอร์ $\mu=0$ และ $\sigma=1$ ด้วยวิธี GE, วิธี MLE และ วิธี WGE โดยจำแนกตามขนาดตัวอย่าง และสัดส่วนของการตัดปลายทางขวา..... 41

4.2 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE_2 ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ μ สำหรับการแจกแจงค่าต่ำสุดขีด ที่มีพารามิเตอร์ $\mu=0$ และ $\sigma=1$ ด้วยวิธี GE, วิธี MLE และ วิธี WGE โดยจำแนกตามขนาดตัวอย่าง และสัดส่วนของการตัดปลายทางขวา..... 43

4.3 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE_1 ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ σ สำหรับการแจกแจงค่าต่ำสุดขีด ที่มีพารามิเตอร์ $\mu=0$ และ $\sigma=1$ ด้วยวิธี GE, วิธี MLE และ วิธี WGE โดยจำแนกตามขนาดตัวอย่าง และสัดส่วนของการตัดปลายทางขวา..... 46

4.4 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE_2 ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ σ สำหรับการแจกแจงค่าต่ำสุดขีด ที่มีพารามิเตอร์ $\mu=0$ และ $\sigma=1$ ด้วยวิธี GE, วิธี MLE และ วิธี WGE โดยจำแนกตามขนาดตัวอย่าง และสัดส่วนของการตัดปลายทางขวา..... 48

4.5 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE_1 ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ μ สำหรับการแจกแจงค่าสูงสุดขีด ที่มีพารามิเตอร์ $\mu=0$ และ $\sigma=1$ ด้วยวิธี GE, วิธี MLE และ วิธี WGE โดยจำแนกตามขนาดตัวอย่าง และสัดส่วนของการตัดปลายทางขวา..... 52

4.6 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE_2 ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ μ สำหรับการแจกแจงค่าสูงสุดขีด ที่มีพารามิเตอร์ $\mu=0$ และ $\sigma=1$ ด้วยวิธี GE, วิธี MLE และ วิธี WGE โดยจำแนกตามขนาดตัวอย่าง และสัดส่วนของการตัดปลายทางขวา..... 54

ตารางที่ หน้า

4.7 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE_1 ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ σ สำหรับการแจกแจงค่าสูงสุดขีด ที่มีพารามิเตอร์ $\mu=0$ และ $\sigma=1$ ด้วยวิธี GE, วิธี MLE และ วิธี WGE โดยจำแนกตามขนาดตัวอย่าง และสัดส่วนของการตัดปลายทางขวา..... 57

4.8 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE_2 ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ σ สำหรับการแจกแจงค่าสูงสุดขีด ที่มีพารามิเตอร์ $\mu=0$ และ $\sigma=1$ ด้วยวิธี GE, วิธี MLE และ วิธี WGE โดยจำแนกตามขนาดตัวอย่าง และสัดส่วนของการตัดปลายทางขวา..... 59

4.9 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE_1 ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ μ สำหรับการแจกแจงโลจิสติค ที่มีพารามิเตอร์ $\mu=0$ และ $\sigma=1$ ด้วยวิธี GE, วิธี MLE และ วิธี WGE โดยจำแนกตามขนาดตัวอย่าง และสัดส่วนของการตัดปลายทางขวา..... 63

4.10 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE_2 ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ μ สำหรับการแจกแจงโลจิสติค ที่มีพารามิเตอร์ $\mu=0$ และ $\sigma=1$ ด้วยวิธี GE, วิธี MLE และ วิธี WGE โดยจำแนกตามขนาดตัวอย่าง และสัดส่วนของการตัดปลายทางขวา..... 65

4.11 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE_1 ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ σ สำหรับการแจกแจงโลจิสติค ที่มีพารามิเตอร์ $\mu=0$ และ $\sigma=1$ ด้วยวิธี GE, วิธี MLE และ วิธี WGE โดยจำแนกตามขนาดตัวอย่าง และสัดส่วนของการตัดปลายทางขวา..... 68

4.12 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE_2 ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ σ สำหรับการแจกแจงโลจิสติค ที่มีพารามิเตอร์ $\mu=0$ และ $\sigma=1$ ด้วยวิธี GE, วิธี MLE และ วิธี WGE โดยจำแนกตามขนาดตัวอย่าง และสัดส่วนของการตัดปลายทางขวา..... 70

4.13 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE_1 ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ μ สำหรับการแจกแจงปกติ ที่มีพารามิเตอร์ $\mu=0$ และ $\sigma=1$ ด้วยวิธี GE, วิธี MLE และ วิธี WGE โดยจำแนกตามขนาดตัวอย่าง และสัดส่วนของการตัดปลายทางขวา..... 74

ตารางที่ หน้า

4.14 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE_2 ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ μ สำหรับการแจกแจงปกติ ที่มีพารามิเตอร์ $\mu = 0$ และ $\sigma = 1$ ด้วยวิธี GE, วิธี MLE และ วิธี WGE โดยจำแนกตามขนาดตัวอย่าง และสัดส่วนของการตัดปลายทางขวา..... 76

4.15 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE_1 ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ σ สำหรับการแจกแจงปกติ ที่มีพารามิเตอร์ $\mu = 0$ และ $\sigma = 1$ ด้วยวิธี GE, วิธี MLE และ วิธี WGE โดยจำแนกตามขนาดตัวอย่าง และสัดส่วนของการตัดปลายทางขวา..... 79

4.16 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE_2 ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ σ สำหรับการแจกแจงปกติ ที่มีพารามิเตอร์ $\mu = 0$ และ $\sigma = 1$ ด้วยวิธี GE, วิธี MLE และ วิธี WGE โดยจำแนกตามขนาดตัวอย่าง และสัดส่วนของการตัดปลายทางขวา..... 81

5.1 แสดงการเปรียบเทียบวิธีการประมาณพารามิเตอร์ μ ระหว่างวิธี GE และวิธี WGE ที่มีค่าประสิทธิภาพมากที่สุด สำหรับการแจกแจงแบบต่างๆ โดยจำแนกตามขนาดตัวอย่าง และสัดส่วนของการตัดปลายทางขวา..... 87

5.2 แสดงการเปรียบเทียบวิธีการประมาณพารามิเตอร์ σ ระหว่างวิธี GE และวิธี WGE ที่มีค่าประสิทธิภาพมากที่สุด สำหรับการแจกแจงแบบต่างๆ โดยจำแนกตามขนาดตัวอย่าง และสัดส่วนของการตัดปลายทางขวา..... 88

5.3 แสดงวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ μ ที่เหมาะสมที่สุด ระหว่างวิธี GE และวิธี WGE สำหรับการแจกแจงค่าต่ำสุดขีด โดยจำแนกตามขนาดตัวอย่าง และสัดส่วนของการตัดปลายทางขวา..... 89

5.4 แสดงวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ σ ที่เหมาะสมที่สุด ระหว่างวิธี GE และวิธี WGE สำหรับการแจกแจงค่าต่ำสุดขีด โดยจำแนกตามขนาดตัวอย่าง และสัดส่วนของการตัดปลายทางขวา..... 89

5.5 แสดงวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ μ ที่เหมาะสมที่สุด ระหว่างวิธี GE และวิธี WGE สำหรับการแจกแจงค่าสูงสุดขีด โดยจำแนกตามขนาดตัวอย่าง และสัดส่วนของการตัดปลายทางขวา..... 90

ตารางที่ หน้า

5.6 แสดงวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ σ ที่เหมาะสมที่สุด ระหว่างวิธี GE และวิธี WGE สำหรับการแจกแจงค่าสูงสุดขีด โดยจำแนกตามขนาดตัวอย่าง และสัดส่วนของการตัดปลายทางขวา..... 90

5.7 แสดงวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ μ ที่เหมาะสมที่สุด ระหว่างวิธี GE และวิธี WGE สำหรับการแจกแจงโลจิสติค โดยจำแนกตามขนาดตัวอย่าง และสัดส่วนของการตัดปลายทางขวา..... 91

5.8 แสดงวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ σ ที่เหมาะสมที่สุด ระหว่างวิธี GE และวิธี WGE สำหรับการแจกแจงโลจิสติค โดยจำแนกตามขนาดตัวอย่าง และสัดส่วนของการตัดปลายทางขวา..... 91

5.9 แสดงวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ μ ที่เหมาะสมที่สุด ระหว่างวิธี GE และวิธี WGE สำหรับการแจกแจงปกติ โดยจำแนกตามขนาดตัวอย่าง และสัดส่วนของการตัดปลายทางขวา..... 92

5.10 แสดงวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ σ ที่เหมาะสมที่สุด ระหว่างวิธี GE และวิธี WGE สำหรับการแจกแจงปกติ โดยจำแนกตามขนาดตัวอย่าง และสัดส่วนของการตัดปลายทางขวา..... 92

1. แสดงค่าความเอนเอียง ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ μ สำหรับการแจกแจงค่าต่ำสุดขีด ที่มีพารามิเตอร์ $\mu=0$ และ $\sigma=1$ ด้วยวิธี GE, วิธี MLE และ วิธี WGE โดยจำแนกตามขนาดตัวอย่าง และสัดส่วนของการตัดปลายทางขวา..... 112

2. แสดงค่าความแปรปรวน ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ μ สำหรับการแจกแจงค่าต่ำสุดขีด ที่มีพารามิเตอร์ $\mu=0$ และ $\sigma=1$ ด้วยวิธี GE, วิธี MLE และ วิธี WGE โดยจำแนกตามขนาดตัวอย่าง และสัดส่วนของการตัดปลายทางขวา..... 113

3. แสดงค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ μ สำหรับการแจกแจงค่าต่ำสุดขีด ที่มีพารามิเตอร์ $\mu=0$ และ $\sigma=1$ ด้วยวิธี GE, วิธี MLE และ วิธี WGE โดยจำแนกตามขนาดตัวอย่าง และสัดส่วนของการตัดปลายทางขวา..... 114

ตารางที่ หน้า

4. แสดงค่าความเอนเอียง ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ σ สำหรับการแจกแจงค่าต่ำสุดขีด ที่มีพารามิเตอร์ $\mu = 0$ และ $\sigma = 1$ ด้วยวิธี GE, วิธี MLE และ วิธี WGE โดยจำแนกตามขนาดตัวอย่าง และสัดส่วนของการตัดปลายทางขวา..... 115

5. แสดงค่าความแปรปรวน ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ σ สำหรับการแจกแจงค่าต่ำสุดขีด ที่มีพารามิเตอร์ $\mu = 0$ และ $\sigma = 1$ ด้วยวิธี GE, วิธี MLE และ วิธี WGE โดยจำแนกตามขนาดตัวอย่าง และสัดส่วนของการตัดปลายทางขวา..... 116

6. แสดงค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ σ สำหรับการแจกแจงค่าต่ำสุดขีด ที่มีพารามิเตอร์ $\mu = 0$ และ $\sigma = 1$ ด้วยวิธี GE, วิธี MLE และ วิธี WGE โดยจำแนกตามขนาดตัวอย่าง และสัดส่วนของการตัดปลายทางขวา..... 117

7. แสดงค่าความเอนเอียง ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ μ สำหรับการแจกแจงค่าสูงสุดขีด ที่มีพารามิเตอร์ $\mu = 0$ และ $\sigma = 1$ ด้วยวิธี GE, วิธี MLE และ วิธี WGE โดยจำแนกตามขนาดตัวอย่าง และสัดส่วนของการตัดปลายทางขวา..... 118

8. แสดงค่าความแปรปรวน ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ μ สำหรับการแจกแจงค่าสูงสุดขีด ที่มีพารามิเตอร์ $\mu = 0$ และ $\sigma = 1$ ด้วยวิธี GE, วิธี MLE และ วิธี WGE โดยจำแนกตามขนาดตัวอย่าง และสัดส่วนของการตัดปลายทางขวา..... 119

9. แสดงค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ μ สำหรับการแจกแจงค่าสูงสุดขีด ที่มีพารามิเตอร์ $\mu = 0$ และ $\sigma = 1$ ด้วยวิธี GE, วิธี MLE และ วิธี WGE โดยจำแนกตามขนาดตัวอย่าง และสัดส่วนของการตัดปลายทางขวา..... 120

10. แสดงค่าความเอนเอียง ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ σ สำหรับการแจกแจงค่าสูงสุดขีด ที่มีพารามิเตอร์ $\mu = 0$ และ $\sigma = 1$ ด้วยวิธี GE, วิธี MLE และ วิธี WGE โดยจำแนกตามขนาดตัวอย่าง และสัดส่วนของการตัดปลายทางขวา..... 121

ตารางที่ หน้า

11. แสดงค่าความแปรปรวน ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ σ สำหรับการแจกแจงค่าสูงสุดขีด ที่มีพารามิเตอร์ $\mu = 0$ และ $\sigma = 1$ ด้วยวิธี GE, วิธี MLE และ วิธี WGE โดยจำแนกตามขนาดตัวอย่าง และสัดส่วนของการตัดปลายทางขวา..... 122

12. แสดงค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ σ สำหรับการแจกแจงค่าสูงสุดขีด ที่มีพารามิเตอร์ $\mu = 0$ และ $\sigma = 1$ ด้วยวิธี GE, วิธี MLE และ วิธี WGE โดยจำแนกตามขนาดตัวอย่าง และสัดส่วนของการตัดปลายทางขวา..... 123

13. แสดงค่าความเอนเอียง ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ μ สำหรับการแจกแจงโลจิสติค ที่มีพารามิเตอร์ $\mu = 0$ และ $\sigma = 1$ ด้วยวิธี GE, วิธี MLE และ วิธี WGE โดยจำแนกตามขนาดตัวอย่าง และสัดส่วนของการตัดปลายทางขวา..... 124

14. แสดงค่าความแปรปรวน ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ μ สำหรับการแจกแจงโลจิสติค ที่มีพารามิเตอร์ $\mu = 0$ และ $\sigma = 1$ ด้วยวิธี GE, วิธี MLE และ วิธี WGE โดยจำแนกตามขนาดตัวอย่าง และสัดส่วนของการตัดปลายทางขวา..... 125

15. แสดงค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ μ สำหรับการแจกแจงโลจิสติค ที่มีพารามิเตอร์ $\mu = 0$ และ $\sigma = 1$ ด้วยวิธี GE, วิธี MLE และ วิธี WGE โดยจำแนกตามขนาดตัวอย่าง และสัดส่วนของการตัดปลายทางขวา..... 126

16. แสดงค่าความเอนเอียง ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ σ สำหรับการแจกแจงโลจิสติค ที่มีพารามิเตอร์ $\mu = 0$ และ $\sigma = 1$ ด้วยวิธี GE, วิธี MLE และ วิธี WGE โดยจำแนกตามขนาดตัวอย่าง และสัดส่วนของการตัดปลายทางขวา..... 127

17. แสดงค่าความแปรปรวน ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ σ สำหรับการแจกแจงโลจิสติค ที่มีพารามิเตอร์ $\mu = 0$ และ $\sigma = 1$ ด้วยวิธี GE, วิธี MLE และ วิธี WGE โดยจำแนกตามขนาดตัวอย่าง และสัดส่วนของการตัดปลายทางขวา..... 128

ตารางที่ หน้า

18. แสดงค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ σ สำหรับการแจกแจงโลจิสติค ที่มีพารามิเตอร์ $\mu = 0$ และ $\sigma = 1$ ด้วยวิธี GE, วิธี MLE และ วิธี WGE โดยจำแนกตามขนาดตัวอย่าง และสัดส่วนของการตัดปลายทางขวา..... 129

19. แสดงค่าความเอนเอียง ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ μ สำหรับการแจกแจงปกติ ที่มีพารามิเตอร์ $\mu = 0$ และ $\sigma = 1$ ด้วยวิธี GE, วิธี MLE และ วิธี WGE โดยจำแนกตามขนาดตัวอย่าง และสัดส่วนของการตัดปลายทางขวา..... 130

20. แสดงค่าความแปรปรวน ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ μ สำหรับการแจกแจงปกติ ที่มีพารามิเตอร์ $\mu = 0$ และ $\sigma = 1$ ด้วยวิธี GE, วิธี MLE และ วิธี WGE โดยจำแนกตามขนาดตัวอย่าง และสัดส่วนของการตัดปลายทางขวา..... 131

21. แสดงค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ μ สำหรับการแจกแจงปกติ ที่มีพารามิเตอร์ $\mu = 0$ และ $\sigma = 1$ ด้วยวิธี GE, วิธี MLE และ วิธี WGE โดยจำแนกตามขนาดตัวอย่าง และสัดส่วนของการตัดปลายทางขวา..... 132

22. แสดงค่าความเอนเอียง ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ σ สำหรับการแจกแจงปกติ ที่มีพารามิเตอร์ $\mu = 0$ และ $\sigma = 1$ ด้วยวิธี GE, วิธี MLE และ วิธี WGE โดยจำแนกตามขนาดตัวอย่าง และสัดส่วนของการตัดปลายทางขวา..... 133

23. แสดงค่าความแปรปรวน ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ σ สำหรับการแจกแจงปกติ ที่มีพารามิเตอร์ $\mu = 0$ และ $\sigma = 1$ ด้วยวิธี GE, วิธี MLE และ วิธี WGE โดยจำแนกตามขนาดตัวอย่าง และสัดส่วนของการตัดปลายทางขวา..... 134

24. แสดงค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ σ สำหรับการแจกแจงปกติ ที่มีพารามิเตอร์ $\mu = 0$ และ $\sigma = 1$ ด้วยวิธี GE, วิธี MLE และ วิธี WGE โดยจำแนกตามขนาดตัวอย่าง และสัดส่วนของการตัดปลายทางขวา..... 135

สารบัญภาพ

ภาพที่		หน้า
1.1	แสดงการถ่วงน้ำหนักในแต่ละอันดับด้วยวิธี Increasing Weighting……	5
1.2	แสดงการถ่วงน้ำหนักในแต่ละอันดับด้วยวิธี Decreasing Weighting……	6
1.3	แสดงการถ่วงน้ำหนักในแต่ละอันดับด้วยวิธี Symmetric-Triangular Weighting..	8
1.4	แสดงการถ่วงน้ำหนักในแต่ละอันดับด้วยวิธี Right-Skewed-Triangular Weighting	9
1.5	แสดงการถ่วงน้ำหนักในแต่ละอันดับด้วยวิธี Left-Skewed-Triangular Weighting	10
2.1	แสดงฟังก์ชันความหนาแน่นน่าจะเป็นของการแจกแจง NOR, LOGIS, SEV และ LEV ที่มีพารามิเตอร์ $\mu = 0$ และ $\sigma = 1$……	18
2.2	แสดงการประมาณด้วยวิธีแบบกราฟ……	20
3.1	แสดงแผนผังขั้นตอนการวิจัย……	34
4.1	แสดงการเปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE_1 ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ μ สำหรับการแจกแจงค่าต่ำสุดขีด ที่มีพารามิเตอร์ $\mu = 0$ และ $\sigma = 1$ ด้วยวิธี GE, วิธี MLE และ วิธี WGE……	42
4.2	แสดงการเปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE_2 ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ μ สำหรับการแจกแจงค่าต่ำสุดขีด ที่มีพารามิเตอร์ $\mu = 0$ และ $\sigma = 1$ ด้วยวิธี GE, วิธี MLE และ วิธี WGE……	44
4.3	แสดงการเปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE_1 ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ σ สำหรับการแจกแจงค่าต่ำสุดขีด ที่มีพารามิเตอร์ $\mu = 0$ และ $\sigma = 1$ ด้วยวิธี GE, วิธี MLE และ วิธี WGE……	47
4.4	แสดงการเปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE_2 ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ σ สำหรับการแจกแจงค่าต่ำสุดขีด ที่มีพารามิเตอร์ $\mu = 0$ และ $\sigma = 1$ ด้วยวิธี GE, วิธี MLE และ วิธี WGE……	49
4.5	แสดงการเปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE_1 ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ μ สำหรับการแจกแจงค่าสูงสุดขีด ที่มีพารามิเตอร์ $\mu = 0$ และ $\sigma = 1$ ด้วยวิธี GE, วิธี MLE และ วิธี WGE……	53

ภาพที่ หน้า

4.6 แสดงการเปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE_2 ของการประมาณ ค่าพารามิเตอร์ μ สำหรับการแจกแจงค่าสูงสุดขีด ที่มีพารามิเตอร์ $\mu=0$ และ $\sigma=1$ ด้วยวิธี GE, วิธี MLE และ วิธี WGE..... 55

4.7 แสดงการเปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE_1 ของการประมาณ ค่าพารามิเตอร์ σ สำหรับการแจกแจงค่าสูงสุดขีด ที่มีพารามิเตอร์ $\mu=0$ และ $\sigma=1$ ด้วยวิธี GE, วิธี MLE และ วิธีWGE..... 58

4.8 แสดงการเปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE_2 ของการประมาณ ค่าพารามิเตอร์ σ สำหรับการแจกแจงค่าสูงสุดขีด ที่มีพารามิเตอร์ $\mu=0$ และ $\sigma=1$ ด้วยวิธี GE, วิธี MLE และ วิธี WGE..... 60

4.9 แสดงการเปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE_1 ของการประมาณ ค่าพารามิเตอร์ μ สำหรับการแจกแจงโลจิสติค ที่มีพารามิเตอร์ $\mu=0$ และ $\sigma=1$ ด้วยวิธี GE, วิธี MLE และ วิธี WGE..... 64

4.10 แสดงการเปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE_2 ของการประมาณ ค่าพารามิเตอร์ μ สำหรับการแจกแจงโลจิสติค ที่มีพารามิเตอร์ $\mu=0$ และ $\sigma=1$ ด้วยวิธี GE, วิธี MLE และ วิธี WGE..... 66

4.11 แสดงการเปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE_1 ของการประมาณ ค่าพารามิเตอร์ σ สำหรับการแจกแจงโลจิสติค ที่มีพารามิเตอร์ $\mu=0$ และ $\sigma=1$ ด้วยวิธี GE, วิธี MLE และ วิธี WGE..... 69

4.12 แสดงการเปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE_2 ของการประมาณ ค่าพารามิเตอร์ σ สำหรับการแจกแจงโลจิสติค ที่มีพารามิเตอร์ $\mu=0$ และ $\sigma=1$ ด้วยวิธี GE, วิธี MLE และ วิธี WGE..... 71

4.13 แสดงการเปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE_1 ของการประมาณ ค่าพารามิเตอร์ μ สำหรับการแจกแจงปกติ ที่มีพารามิเตอร์ $\mu=0$ และ $\sigma=1$ ด้วยวิธี GE, วิธี MLE และ วิธี WGE..... 75

4.14 แสดงการเปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE_2 ของการประมาณ ค่าพารามิเตอร์ μ สำหรับการแจกแจงปกติ ที่มีพารามิเตอร์ $\mu=0$ และ $\sigma=1$ ด้วยวิธี GE, วิธี MLE และ วิธี WGE..... 77

ภาพที่ หน้า

4.15 แสดงการเปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE_1 ของการประมาณ
ค่าพารามิเตอร์ σ สำหรับการแจกแจงปกติ ที่มีพารามิเตอร์ $\mu = 0$
และ $\sigma = 1$ ด้วยวิธี GE, วิธี MLE และ วิธี WGE..... 80
4.16 แสดงการเปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE_2 ของการประมาณ
ค่าพารามิเตอร์ σ สำหรับการแจกแจงปกติ ที่มีพารามิเตอร์ $\mu = 0$
และ $\sigma = 1$ ด้วยวิธี GE, วิธี MLE และ วิธี WGE..... 82

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

การประมาณค่าพารามิเตอร์ เป็นขั้นตอนหนึ่งที่สำคัญในการอนุมานเชิงสถิติ (Statistical Inference) เป็นระเบียบวิธีทางสถิติที่ใช้ในการศึกษาวิจัย ดำเนินงานต่าง ๆ เพื่อหาข้อสรุปเกี่ยวกับประชากร ในการศึกษาค่าที่บอกถึงลักษณะประชากร ซึ่งเรียกว่า พารามิเตอร์ พารามิเตอร์นั้นจะทราบได้ก็ต่อเมื่อ ทำการแจงนับจากทุก ๆ หน่วยในประชากร สำหรับการสำรวจหรือการทดลองต่าง ๆ ซึ่งเป็นการศึกษาที่ต้องใช้ระยะเวลาเก็บข้อมูลที่เกิดขึ้นยาวนานมาก รวมทั้งค่าใช้จ่ายก็สูงไปด้วย หลายครั้งที่ทำการทดลองมักจะสิ้นเปลืองทั้งเวลาและค่าใช้จ่าย ผลปรากฏว่า การทดลองเหล่านั้นเปล่าประโยชน์ เนื่องด้วยผู้วิจัยไม่สามารถคาดเดาได้ว่า ระยะเวลาการทดลองจะสิ้นสุดเมื่อใด เพื่อแก้ปัญหาเหล่านี้ ผู้ที่ทำการวิจัยอาจจะออกแบบการทดลอง โดยแบ่งได้ 2 ประเภท ดังนี้ ประเภทที่ 1 คือ กำหนดเวลาที่สิ้นสุดการเก็บข้อมูลไว้ล่วงหน้า (Fixed Censoring Time) และประเภทที่ 2 คือ กำหนดจำนวนค่าสังเกตที่จะเกิดความล้มเหลวไว้ล่วงหน้า (Fixed Number of Uncensored Failure) โดยทำการทดลองไม่ครบตามขนาดตัวอย่างซึ่งมีผลทำให้ได้ข้อมูลที่เก็บรวบรวมมานั้นเป็นข้อมูลที่ไม่สมบูรณ์ (Incomplete Data) โดยจะพบว่าข้อมูลที่ได้นั้นเป็นข้อมูลที่ได้ถูกตัดปลายทางขวา (Right Censored Data) ข้อมูลลักษณะนี้เหมาะสำหรับงานวิจัยด้านการศึกษาทางการแพทย์ การศึกษาทางด้านประชากรศาสตร์การศึกษาทางด้านธุรกิจประกันภัยและการศึกษาทางด้านอุตสาหกรรม เป็นต้น

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ทำการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการประมาณค่าพารามิเตอร์โดยตัวประมาณแบบกราฟจากข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวา โดยมีงานวิจัยที่ศึกษาดังนี้

ขวัญรัตน์ ตั้งพิษฐานสกุล (2554) ได้ทำการศึกษาเปรียบเทียบการประมาณพารามิเตอร์จากข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาประเภทที่ 2 คือ กำหนดจำนวนค่าสังเกตที่จะเกิดความล้มเหลวไว้ล่วงหน้า (Fixed Number of Uncensored Failure) ด้วยวิธีภาวะน่าเป็นสูงสุด (MLE) วิธีการประมาณแบบกราฟ (GE) และวิธีการประมาณแบบกราฟด้วยข้อมูลบางส่วน (GEPD) ในการเปรียบเทียบทำภายใต้สถานการณ์ของขนาดตัวอย่าง สัดส่วนของข้อมูลที่ถูกตัดปลาย และลักษณะการแจกแจงของข้อมูล จากการศึกษาพบว่า การประมาณพารามิเตอร์ด้วยวิธี

ภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (MLE) เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพมากที่สุดเมื่อเทียบกับวิธีการประมาณแบบกราฟ (GE) และวิธีการประมาณแบบกราฟด้วยข้อมูลบางส่วน (GEPD) ในทุกสถานการณ์ที่ทำการศึกษา โดยประสิทธิภาพจะมากยิ่งขึ้นเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

ประภาศิริ สุนทรศิริเวช (2555) ได้ทำการศึกษาเปรียบเทียบการประมาณพารามิเตอร์จากข้อมูลที่ถูกเซ็นเซอร์แบบช่วง ด้วยวิธีภาวะน่าเป็นสูงสุด (MLE) วิธีการประมาณแบบกราฟ (GE) และวิธีการประมาณแบบกราฟด้วยข้อมูลบางส่วน (GEPD) โดยกระทำภายใต้สถานการณ์ของขนาดตัวอย่าง สัดส่วนของข้อมูลที่ถูกตัดปลาย และลักษณะการแจกแจงของข้อมูล จากการศึกษาพบว่า วิธี GE จะมีประสิทธิภาพมากสุดสำหรับข้อมูลในทุกการแจกแจงที่ศึกษาที่ขนาดตัวอย่างที่ใหญ่ขึ้น $(n \geq 40)$ และเมื่อพิจารณาประกอบความเรียบง่ายของการประมาณ วิธี GE น่าจะเป็นวิธีการที่น่าใช้งานมากที่สุดเนื่องจากทุกวิธีการแทบมีประสิทธิภาพที่ไม่แตกต่างกัน

ซึ่งจากงานวิจัยที่กล่าวมาในข้างต้น พบว่าการประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพดีกว่าวิธีการประมาณอื่น ๆ แต่ในทางปฏิบัติ การวิเคราะห์ข้อมูลที่ไม่สมบูรณ์ด้วยวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดนั้นทำได้ยาก เนื่องด้วยวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดอาจมีรูปแบบสมการที่ไม่แน่นอน ทำให้คำนวณได้ยากและซับซ้อน และพบว่าวิธีการประมาณแบบกราฟมีความสะดวกและง่ายต่อการคำนวณมากกว่าวิธีภาวะน่าเป็นสูงสุด โดยผู้วิจัยต้องการเพิ่มประสิทธิภาพให้กับวิธีการประมาณแบบกราฟ เพื่อเป็นแนวทางในการศึกษาและนำไปใช้งานได้อย่างเหมาะสมและง่ายขึ้น การวิจัยในครั้งนี้จึงได้ทำการศึกษาการประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธีแบบกราฟที่มีการถ่วงน้ำหนักที่แตกต่างกันออกไป ซึ่งภายใต้ขอบเขตของการศึกษานี้ให้ความสนใจในการประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธีการประมาณแบบกราฟที่มีการถ่วงน้ำหนัก ว่าจะมีประสิทธิภาพมากกว่าการประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธีการประมาณแบบกราฟหรือไม่ และเพื่อยืนยันว่าวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพดีกว่าวิธีการประมาณอื่น ๆ ดังนั้นผู้วิจัยสนใจที่จะทำการศึกษาเปรียบเทียบการประมาณพารามิเตอร์จากข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาประเภทที่ 2 ซึ่งจะกำหนดจำนวนค่าสังเกตที่จะเกิดความล้มเหลวไว้ล่วงหน้า ด้วยวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด วิธีการประมาณแบบกราฟและวิธีการประมาณแบบกราฟที่มีการถ่วงน้ำหนัก

1.2 วัตถุประสงค์การวิจัย

1. เพื่อศึกษาการประมาณค่าพารามิเตอร์ของข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาประเภทที่ 2 คือ กำหนดจำนวนค่าสังเกตที่จะเกิดความล้มเหลวไว้ล่วงหน้า (Fixed Number of Uncensored Failure) ด้วยวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (Maximum Likelihood Estimation Method; MLE

Method), วิธีการประมาณแบบกราฟ (Graphical Estimation Method; GE Method) และวิธีการประมาณแบบกราฟที่มีการถ่วงน้ำหนัก (Weighted Graphical Estimation Method; WGE Method) โดยการแจกแจงที่สนใจศึกษาคือ การแจกแจงปกติ (Normal Distribution) การแจกแจงโลจิสติค (Logistic Distribution) การแจกแจงค่าต่ำสุดขีด (Smallest Extreme Value Distribution) และการแจกแจงค่าสูงสุดขีด (Largest Extreme Value Distribution)

2. เพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวประมาณพารามิเตอร์จากวิธีต่างๆ ในข้อที่ 1 กับวิธีการประมาณแบบกราฟ (Graphical Estimation Method; GE Method) โดยเน้นการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวประมาณพารามิเตอร์ด้วยวิธีการประมาณแบบกราฟที่มีการถ่วงน้ำหนัก (Weighted Graphical Estimation Method; WGE Method) กับวิธีการประมาณแบบกราฟ (Graphical Estimation Method; GE Method) เป็นหลัก

1.3 คำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย

1. ข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวา (Right-Censored Data) คือ ข้อมูลที่มีการตัดข้อมูลบางส่วนที่อยู่ปลายทางขวาออก เนื่องจากมีข้อจำกัดในการเก็บข้อมูล โดยมีเกณฑ์ในการตัดข้อมูลจากการกำหนดขอบเขตจากเวลาที่จะศึกษาล่วงหน้า (Fixed Censoring Time) หรือ การกำหนดขอบเขตจากจำนวนเหตุการณ์ล้มเหลวที่สนใจล่วงหน้า (Fixed Number of Uncensored Failure)

2. ข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาประเภทที่ 2 (Type-II Right Censoring หรือ Fixed Number of Uncensored Failure) คือ ข้อมูลที่มีการตัดปลายข้อมูลโดยการกำหนดจำนวนความล้มเหลวไว้ล่วงหน้า ผู้ทดลองจะทำการทดลองจนกว่าจะครบตามจำนวนที่กำหนดแล้วจะหยุดทำการทดลองทันทีโดยไม่ต้องทำการทดลองให้ครบตามขนาดตัวอย่าง

3. ความเอนเอียง (Bias) คือ ค่าที่ใช้วัดว่าค่าเฉลี่ยของตัวสถิติที่ได้ห่างจากฟังก์ชันพารามิเตอร์ที่สนใจมากน้อยเพียงใดและยังสามารถบอกทิศทางได้ด้วยว่า ตัวสถิติที่ได้ให้ค่าสูงหรือต่ำกว่าพารามิเตอร์ โดยคำนวณได้จาก $Bias(\hat{\theta}) = E\left(\hat{\theta}\right) - \theta$ เมื่อ $\hat{\theta}$ เป็นค่าประมาณของพารามิเตอร์ θ

4. ความแปรปรวน (Variance) คือ ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของค่าประมาณกับค่าความคาดหวังของค่าประมาณ โดยคำนวณได้จาก $Var\left(\hat{\theta}\right) = E\left[\hat{\theta} - E\left(\hat{\theta}\right)\right]^2$ เมื่อ $\hat{\theta}$ เป็นค่าประมาณของพารามิเตอร์ θ

5. ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (MSE) คือ ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของค่าประมาณกับค่าจริง โดยคำนวณได้จาก $MSE(\hat{\theta}) = E\left[\hat{\theta} - \theta\right]^2$ เมื่อ $\hat{\theta}$ เป็นค่าประมาณของพารามิเตอร์ θ

1.4 ขอบเขตการวิจัย

1. การแจกแจงที่นำมาศึกษาเป็นการแจกแจงแบบ location-scale โดยที่ μ เป็น Location parameter และ σ เป็น Scale parameter ซึ่งทำการศึกษาทั้งหมด 4 การแจกแจง โดยกำหนด $\mu = 0$ และ $\sigma = 1$ ดังนี้

1.1 การแจกแจงปกติ (Normal Distribution; NOR)

1.2 การแจกแจงโลจิสติค (Logistic Distribution; LOGIS)

1.3 การแจกแจงค่าต่ำสุดขีด (Smallest Extreme Value Distribution; SEV)

1.4 การแจกแจงค่าสูงสุดขีด (Largest Extreme Value Distribution; LEV)

2. ข้อมูลที่ใช้ในการศึกษาเป็นข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาประเภทที่ 2 (Type-II Right Censoring หรือ Fixed Number of Uncensored Failure) โดยกำหนดสัดส่วนของการตัดปลายทางขวา (Censoring Proportion; *p*) เป็น 10%, 20% และ 30% ของขนาดตัวอย่าง

3. กำหนดขนาดตัวอย่าง (Sample Size; n) ที่ใช้ในการศึกษามี 4 ระดับ คือจำนวนข้อมูลเท่ากับ 20, 40, 80 และ 120

4. กำหนดขนาดการถ่วงน้ำหนักสูงสุด (Weighting Size; w) ที่ใช้ในการศึกษามี 2 ระดับคือ 2 เท่าและ 4 เท่า ของค่าน้ำหนักค่าสังเกตที่น้อยสุด โดยกำหนดให้ค่าน้ำหนักค่าสังเกตที่น้อยสุด มีค่าเท่ากับ 1

5. วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์มี 3 วิธี ดังนี้

5.1 การประมาณด้วยวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (MLE Method)

5.2 การประมาณแบบกราฟ (GE Method)

5.3 การประมาณแบบกราฟที่มีการถ่วงน้ำหนัก (WGE Method) คือ การใช้ข้อมูลจากทุกอันดับหลังจากตัดข้อมูลปลายทางขวาประเภทที่ 2 แล้วมีการถ่วงน้ำหนักในแต่ละอันดับประกอบไปด้วย 5 วิธีคือ

(1) วิธี Increasing Weighting เป็นการถ่วงน้ำหนักโดยกำหนดให้ค่าน้ำหนักของค่าสังเกตแต่ละอันดับมีค่าเพิ่มขึ้นครั้งละเท่า ๆ กันโดยที่

$$\Delta = \frac{w-1}{r-1}$$

เมื่อ Δ คือ ผลต่างในการถ่วงน้ำหนักในแต่ละอันดับ

r คือ จำนวนค่าสังเกตที่ไม่ถูกตัดทิ้ง

w คือ ขนาดการถ่วงน้ำหนักสูงสุด โดยที่ $w = w_r$

ซึ่งในการถ่วงน้ำหนักในแต่ละอันดับของค่าสังเกตจะเพิ่มขึ้นครั้งละ Δ

จะได้ว่า การถ่วงน้ำหนักค่าสังเกตอันดับที่ 1 มีค่าเท่ากับ $w_1 = 1$

การถ่วงน้ำหนักค่าสังเกตอันดับที่ 2 มีค่าเท่ากับ $w_2 = 1+\Delta$

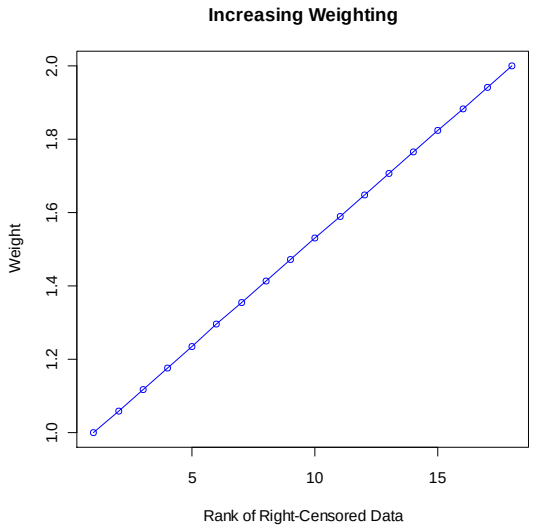
การถ่วงน้ำหนักค่าสังเกตอันดับที่ 3 มีค่าเท่ากับ $w_3 = 1+2\Delta$

$\vdots$

การถ่วงน้ำหนักค่าสังเกตอันดับที่ r มีค่าเท่ากับ $w_r = 1+(r-1)\Delta$

ดังนั้นการถ่วงน้ำหนักในแต่ละอันดับ มีค่าเท่ากับ

$$w_i = 1+(i-1)\Delta \qquad \text{เมื่อ } i = 1,2,\ldots,r$$



ภาพที่ 1.1 แสดงการถ่วงน้ำหนักในแต่ละอันดับด้วยวิธี Increasing Weighting

(2) วิธี Decreasing Weighting เป็นการถ่วงน้ำหนักโดยกำหนดให้ค่าน้ำหนักของค่าสังเกตแต่ละอันดับมีค่าลดลงครั้งละเท่า ๆ กันโดยที่

$$\Delta = \frac{w-1}{r-1}$$

เมื่อ Δ คือ ผลต่างในการถ่วงน้ำหนักในแต่ละอันดับ

r คือ จำนวนค่าสังเกตที่ไม่ถูกตัดทิ้ง

w คือ ขนาดการถ่วงน้ำหนักสูงสุด โดยที่ $w = w_1$

ซึ่งในการถ่วงน้ำหนักในแต่ละอันดับของค่าสังเกตจะลดลงครั้งละ Δ

จะได้ว่า การถ่วงน้ำหนักค่าสังเกตอันดับที่ 1 มีค่าเท่ากับ $w_1 = w$

การถ่วงน้ำหนักค่าสังเกตอันดับที่ 2 มีค่าเท่ากับ $w_2 = w-\Delta$

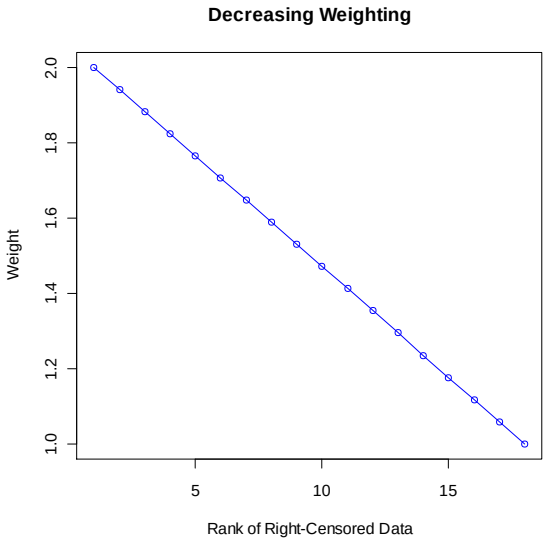
การถ่วงน้ำหนักค่าสังเกตอันดับที่ 3 มีค่าเท่ากับ $w_3 = w-2\Delta$

$\vdots$

การถ่วงน้ำหนักค่าสังเกตอันดับที่ r มีค่าเท่ากับ $w_r = w-(r-1)\Delta$

ดังนั้นการถ่วงน้ำหนักในแต่ละอันดับ มีค่าเท่ากับ

$$w_i = w-(i-1)\Delta \qquad \text{เมื่อ } i = 1,2,\ldots,r$$



ภาพที่ 1.2 แสดงการถ่วงน้ำหนักในแต่ละอันดับด้วยวิธี Decreasing Weighting

(3) วิธี Symmetric-Triangular Weighting เป็นการถ่วงน้ำหนักโดยกำหนดให้ค่าน้ำหนักของค่าสังเกตแต่ละอันดับมีค่าเพิ่มขึ้น และลดลงเรียงกันเป็นรูปสามเหลี่ยม คือการนำวิธีจากข้อ (1) และข้อ (2) มารวมกัน โดยให้จุดแบ่งส่วนในการถ่วงน้ำหนักเท่ากับ ตำแหน่งเปอร์เซ็นไทล์ที่ 50 ของข้อมูล และมีขนาดการถ่วงน้ำหนักสูงสุดเท่ากับ w ซึ่งการถ่วงน้ำหนักค่าสังเกตในแต่ละอันดับจะแบ่งออกเป็น 2 ส่วน ดังนี้

ส่วนที่ 1: วิธี Increasing Weighting เป็นการถ่วงน้ำหนักโดยกำหนดให้ค่าน้ำหนักของค่าสังเกตแต่ละอันดับมีค่าเพิ่มขึ้นครั้งละเท่า ๆ กันโดยที่

$$\Delta_1 = \frac{w-1}{r_1-1}$$

เมื่อ Δ_1 คือ ผลต่างในการถ่วงน้ำหนักแต่ละอันดับในส่วนที่ 1

r_1 คือ จำนวนค่าสังเกตที่ไม่ถูกตัดทิ้งในส่วนที่ 1 โดยที่ $r = r_1 + r_2$

w คือ ขนาดการถ่วงน้ำหนักสูงสุด โดยที่ $w = w_{r_1}$

ซึ่งในการถ่วงน้ำหนักในแต่ละอันดับของค่าสังเกตจะเพิ่มขึ้นครั้งละ Δ_1

จะได้ว่า การถ่วงน้ำหนักค่าสังเกตอันดับที่ 1 มีค่าเท่ากับ $w_1 = 1$

การถ่วงน้ำหนักค่าสังเกตอันดับที่ 2 มีค่าเท่ากับ $w_2 = 1 + \Delta_1$

การถ่วงน้ำหนักค่าสังเกตอันดับที่ 3 มีค่าเท่ากับ $w_3 = 1 + 2\Delta_1$

$\vdots$

การถ่วงน้ำหนักค่าสังเกตอันดับที่ r_1 มีค่าเท่ากับ $w_{r_1} = 1 + (r_1 - 1)\Delta_1$

ส่วนที่ 2: วิธี Decreasing Weighting เป็นการถ่วงน้ำหนักโดยกำหนดให้ค่าน้ำหนักของค่าสังเกตแต่ละอันดับมีค่าลดลงครั้งละเท่า ๆ กันโดยที่

$$\Delta_2 = \frac{w-1}{r_2-1}$$

เมื่อ Δ_2 คือ ผลต่างในการถ่วงน้ำหนักแต่ละอันดับในส่วนที่ 2

r_2 คือ จำนวนค่าสังเกตที่ไม่ถูกตัดทิ้งในส่วนที่ 2 โดยที่ $r = r_1 + r_2$

w คือ ขนาดการถ่วงน้ำหนักสูงสุด โดยที่ $w = w_{r_1+1}$

ซึ่งในการถ่วงน้ำหนักในแต่ละอันดับของค่าสังเกตจะลดลงครั้งละ Δ_2

จะได้ว่า การถ่วงน้ำหนักค่าสังเกตอันดับที่ r_1+1 มีค่าเท่ากับ $w_{r_1+1}=w$

การถ่วงน้ำหนักค่าสังเกตอันดับที่ r_1+2 มีค่าเท่ากับ $w_{r_1+2}=w-\Delta_2$

การถ่วงน้ำหนักค่าสังเกตอันดับที่ r_1+3 มีค่าเท่ากับ $w_{r_1+3}=w-2\Delta_2$

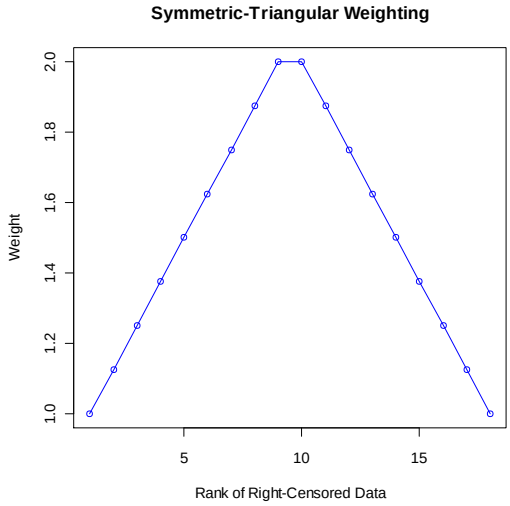
$\vdots$

การถ่วงน้ำหนักค่าสังเกตอันดับที่ r มีค่าเท่ากับ $w_r=w-(r_2-r_1-1)\Delta_2$

ดังนั้นการถ่วงน้ำหนักในแต่ละอันดับ มีค่าเท่ากับ

$$w_i=\begin{cases}1+(i-1)\Delta_1 & ;i=1,2,...,r_1\\ w-(i-r_1-1)\Delta_2 & ;i=r_1+1,r_1+2,...,r\end{cases}$$

โดยที่ $r=r_1+r_2$

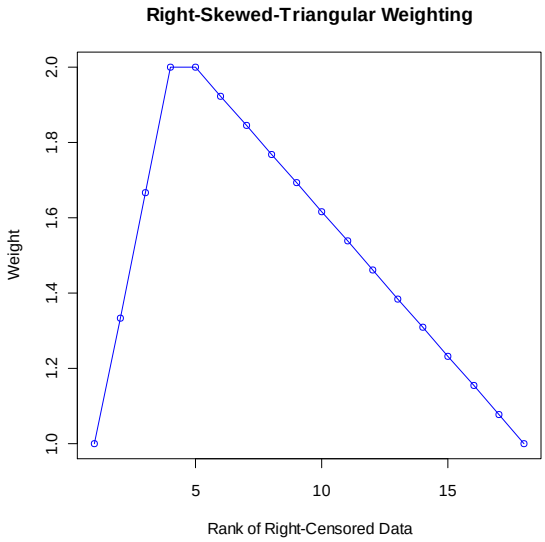


ภาพที่ 1.3 แสดงการถ่วงน้ำหนักในแต่ละอันดับด้วยวิธี Symmetric-Triangular Weighting

(4) วิธี Right-Skewed-Triangular Weighting เป็นการถ่วงน้ำหนักโดยกำหนดให้ค่าน้ำหนักของค่าสังเกตแต่ละอันดับมีค่าเพิ่มขึ้น และลดลงเรียงกันเป็นรูปสามเหลี่ยม คือการนำวิธีจากข้อ (1) และข้อ (2) มารวมกัน โดยให้จุดแบ่งส่วนในการถ่วงน้ำหนักเท่ากับตำแหน่งเปอร์เซ็นไทล์ที่ 25 ของข้อมูล และมีขนาดการถ่วงน้ำหนักสูงสุดเท่ากับ w ซึ่งการถ่วงน้ำหนักค่าสังเกตในแต่ละอันดับจะแบ่งออกเป็น 2 ส่วน เหมือนกับวิธีที่ (3) ดังนั้นการถ่วงน้ำหนักในแต่ละอันดับ มีค่าเท่ากับ

$$w_i = \begin{cases} 1+(i-1)\Delta_1 & ;i=1,2,...,r_1 \\ w-(i-r_1-1)\Delta_2 & ;i=r_1+1,r_1+2,...,r \end{cases}$$

โดยที่ $r = r_1 + r_2$

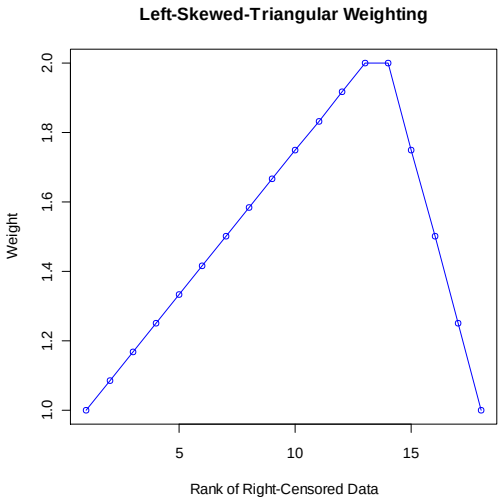


ภาพที่ 1.4 แสดงการถ่วงน้ำหนักในแต่ละอันดับด้วยวิธี Right-Skewed-Triangular Weighting

(5) วิธี Left-Skewed-Triangular Weighting เป็นการถ่วงน้ำหนักโดยกำหนดให้ค่าน้ำหนักของค่าสังเกตแต่ละอันดับมีค่าเพิ่มขึ้น และลดลงเรียงกันเป็นรูปสามเหลี่ยม คือการนำวิธีจากข้อ (1) และข้อ (2) มารวมกัน โดยให้จุดแบ่งส่วนในการถ่วงน้ำหนักเท่ากับ ตำแหน่งเปอร์เซ็นไทล์ที่ 75 ของข้อมูล และมีขนาดการถ่วงน้ำหนักสูงสุดเท่ากับ w ซึ่งการถ่วงน้ำหนักค่าสังเกตในแต่ละอันดับจะแบ่งออกเป็น 2 ส่วน เหมือนกับวิธีที่ (3) ดังนั้นการถ่วงน้ำหนักในแต่ละอันดับ มีค่าเท่ากับ

$$w_i = \begin{cases} 1+(i-1)\Delta_1 & ;i=1,2,...,r_1 \\ w-(i-r_1-1)\Delta_2 & ;i=r_1+1,r_1+2,...,r \end{cases}$$

โดยที่ $r = r_1 + r_2$



ภาพที่ 1.5 แสดงการถ่วงน้ำหนักในแต่ละอันดับด้วยวิธี Left-Skewed-Triangular Weighting

6. ในการศึกษาครั้งนี้ ผู้วิจัยจะประมวลผลโดยโปรแกรม R เวอร์ชั่น 2.9.2 (R Development Core Team, 2009) โดยในการจำลองในแต่ละสถานการณ์การทดลองจะกระทำซ้ำ 5,000 รอบ

1.5 วิธีดำเนินการวิจัย

1. ศึกษาวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงแบบ location-scale และเปรียบเทียบประสิทธิภาพของการประมาณค่า

1.1 ศึกษาค้นคว้าเอกสารต่าง ๆ ทั้งทฤษฎี และงานวิจัยที่เกี่ยวกับการประมาณค่าพารามิเตอร์จากข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาประเภทที่ 2

1.2 สร้างข้อมูลที่มีการแจกแจง ลักษณะข้อมูล ขนาดตัวอย่าง (n) และสัดส่วนการตัดปลาย (p) ตามที่กำหนด

2. คำนวณค่าพารามิเตอร์โดยวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (MLE), วิธีการประมาณแบบกราฟ (GE) และวิธีการประมาณแบบกราฟที่มีการถ่วงน้ำหนัก (WGE) ซึ่งประกอบไปด้วย 5 วิธี คือ วิธี Increasing Weighting, วิธี Decreasing Weighting, วิธี Symmetric-Triangular Weighting, วิธี Right-Skewed-Triangular Weighting และวิธี Left-Skewed-Triangular Weighting

3. ทำซ้ำข้อ 1-2 จำนวน 5,000 รอบ

4. คำนวณค่าความเอนเอียง ค่าความแปรปรวน และค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย

5. คำนวณค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE)

6. สรุปผลการศึกษา

1.6 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1. เพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวประมาณด้วยวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (MLE), วิธีการประมาณแบบกราฟ (GE) และวิธีการประมาณแบบกราฟที่มีการถ่วงน้ำหนัก (WGE) สำหรับข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาประเภทที่ 2

2. เพื่อเป็นแนวทางในการเลือกใช้วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ได้อย่างเหมาะสมและง่ายขึ้น สำหรับข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาประเภทที่ 2 ซึ่งมีการแจกแจงปกติ การแจกแจงโลจิส-ติค การแจกแจงค่าต่ำสุดขีด และการแจกแจงค่าสูงสุดขีด

3. เพื่อเป็นแนวทางในการศึกษาเปรียบเทียบเกณฑ์ทางสถิติอื่น ๆ ที่เกี่ยวข้องต่อไป

บทที่ 2

ทฤษฎีและตัวสถิติที่เกี่ยวข้อง

ในบทนี้กล่าวถึงทฤษฎีบทพื้นฐานของข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวา และวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์จากข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวา ด้วย 3 วิธีคือ วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด วิธีการประมาณแบบกราฟ และวิธีการประมาณแบบกราฟที่มีการถ่วงน้ำหนัก ภายใต้การแจกแจงแบบ Location-scale ที่สนใจศึกษา ได้แก่ การแจกแจงปกติ การแจกแจงโลจิสติค การแจกแจงค่าต่ำสุดขีด และการแจกแจงค่าสูงสุดขีด

2.1 ทฤษฎีพื้นฐาน

2.1.1 ประเภทของการถูกตัด (Type of Censoring)

ก. การถูกตัดประเภทที่ 1 (Type I Censoring)

ข้อมูลที่ถูกตัดประเภทที่ 1 เกิดขึ้นเนื่องจากมีการกำหนดค่าสูงสุดของข้อมูลล่วงหน้าด้วยค่าคงที่ T_c ซึ่งจะเรียกว่า Fixed Censoring Time การกำหนดลักษณะการศึกษาแบบนี้เป็นเพราะด้วยเหตุของเวลาหรือค่าใช้จ่ายที่มีจำกัดจึงต้องกำหนดเวลาที่ชัดเจน ตัวอย่างเช่นการทดลองยากับหนูทดลองที่กำหนดระยะเวลาของการทดลองไว้เท่ากับ 3 เดือนแล้วเริ่มทำการทดลอง โดยการฉีดยาที่ต้องการให้หนู แล้วเริ่มบันทึกเวลาตั้งแต่เริ่มทำการทดลองจนกระทั่งหนูทดลองตาย ถ้าหนูตัวใดตายภายใน 3 เดือนจะถือว่าเป็นข้อมูลที่ไม่ถูกตัด และจำนวนวันตั้งแต่เริ่มทดลองจนหนูตายเรียกว่าเป็น Survival Time แต่เมื่อครบระยะเวลาทดลอง 3 เดือนแล้วหนูทดลองตัวใดที่ไม่ตาย จะถือว่าค่าสังเกตของหนูตัวนั้นถูกตัดที่ Fixed Censoring Time เท่ากับ 3 เดือน

ให้ T_c เป็นเวลาที่กำหนดไว้ล่วงหน้า และให้ $T_1, T_2, ..., T_n$ เป็นค่าสังเกตที่ไม่ถูกตัดซึ่งมีการแจกแจงเหมือนกันและเป็นอิสระกัน จะได้ตัวแปรสุ่มของค่าสังเกต $X_1, X_2, ..., X_n$ ซึ่ง

$$X_i = \begin{cases} T_i & ; T_i \le T_c \\ T_c & ; T_i > T_c \end{cases}$$

โดยมีฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็น (Likelihood Function) ดังนี้

$$L(x_i)=\begin{cases} f(x_i) & ;\text{ถ้าค่าสังเกตไม่ถูกตัด} \\ P(T_i>T_c)=S(T_c) & ;\text{ถ้าค่าสังเกตถูกตัด} \end{cases}$$

และมีฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็นดังนี้

$$L=\prod_{i\in u} f(x_i)\cdot S(T_c)^{\sum_{i=1}^{n}1\{x_i>T_c\}} \quad ;i\in u \text{ ซึ่งคือค่าสังเกตที่ไม่ถูกตัดทิ้ง}$$

โดยที่ $\sum_{i=1}^{n}1\{x_i>T_c\}=\begin{cases}1 & ;x_i>T_c \\ 0 & ;x_i\le T_c\end{cases}$ เป็น indication function

ข. การถูกตัดประเภทที่ 2 (Type II Censoring)

ในบางกรณีไม่อาจกำหนดเวลา หรือค่าสูงสุดของการตัดข้อมูลที่เหมาะสมได้ ดังนั้นจะกำหนดจำนวนค่าสังเกตที่ไม่ถูกตัดทิ้งแทน หรือจำนวนค่าสังเกตความล้มเหลวที่กำหนดไว้ล่วงหน้าด้วยค่าคงที่ r ซึ่งจะเรียกว่า Fixed Number of Uncensored Failure นั่นคือจะหยุดการทดลองเมื่อได้จำนวนค่าสังเกตตามกำหนด โดยไม่ต้องทำการทดลองจนครบตามขนาดตัวอย่างเช่นการทดสอบอายุการใช้งานของหลอดไฟ จะกำหนดจำนวนหลอดไฟที่เสื่อมสภาพไว้ล่วงหน้า เริ่มทดลองโดยเปิดให้หลอดไฟทำงานทั้งหมดเริ่มบันทึกเวลาและนับจำนวนหลอดไฟที่เสื่อมสภาพ เมื่อได้จำนวนหลอดที่เสื่อมสภาพครบแล้วก็จะหยุดทำการทดลอง

ถ้า n คือจำนวนข้อมูลทั้งหมด และกำหนด r คือจำนวนค่าสังเกตที่ไม่ถูกตัดทิ้งโดยที่ $r\le n$ ให้ $T_{(1)}\le T_{(2)}\le\ldots\le T_{(r)}$ เป็นค่าสังเกตที่ไม่ถูกตัดทิ้ง และ $T_{(r+1)}\le T_{(r+2)}\le\ldots\le T_{(n)}$ เป็นค่าสังเกตที่ถูกตัดทิ้ง ซึ่ง $T_{(i)}\ge T_{(r)}$ $;i=r+1,r+2,\ldots,n$ ไม่ทราบค่าที่แท้จริงของค่าสังเกต ดังนั้น X_i เป็นตัวแปรสุ่มของค่าสังเกต ซึ่ง

$$X_i=\begin{cases}T_{(i)} & ;i\le r \\ T_{(r)} & ;i=r+1,r+2,\ldots,n\end{cases}$$

และมีฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็นดังนี้

$$L=\prod_{i=1}^{r} f\left(x_i\right)\cdot S\left(T_{(r)}\right)^{n-r}$$

2.1.2 ฟังก์ชันการอยู่รอด (Survival Function)

ให้ T เป็นตัวแปรสุ่มต่อเนื่อง

$f\left(t\right)$ เป็นฟังก์ชันความหนาแน่นของ T (Probability density function)

$F\left(t\right)$ เป็นฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของ T (Distribution Function)

$S\left(t\right)$ เป็นฟังก์ชันการอยู่รอดของ T (Survival Function)

นิยามฟังก์ชัน $S\left(t\right)$ คือความน่าจะเป็นที่ตัวแปรสุ่ม T จะมีค่ามากกว่าหรือเท่ากับ t

$$S\left(t\right)=P\left(T>t\right)=1-F\left(t\right)=\int_{t}^{\infty} f\left(t\right)dt$$

โดยที่ $S\left(t\right)$ มีคุณสมบัติดังนี้

1. $S\left(t\right)$ เป็นฟังก์ชันไม่เพิ่ม (Nonincreasing Function)
2. $S\left(t\right)$ เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องของ t
3. $S\left(t\right)=1$ เมื่อ $t=0$
4. $S\left(t\right)=0$ เมื่อ $t=\infty$

2.2 การแจกแจงที่ใช้ในการวิจัย

สำหรับการวิจัยในครั้งนี้ ศึกษาจากตัวอย่างสุ่มที่มาจากประชากรที่มีการแจกแจงแบบ Location-Scale โดยจะศึกษาจากข้อมูลที่มีการแจกแจงที่มีลักษณะต่าง ๆ คือ การแจกแจงที่มีลักษณะสมมาตร (การแจกแจงปกติ, การแจกแจงโลจิสติค) การแจกแจงที่มีลักษณะเบ้ซ้าย (การแจกแจงค่าต่ำสุดขีด) และการแจกแจงที่มีลักษณะเบ้ขวา (การแจกแจงค่าสูงสุดขีด) ดังนี้

2.2.1 การแจกแจงปกติ (Normal Distribution)

ให้ X เป็นตัวแปรสุ่มต่อเนื่องที่มีการแจกแจงปกติ ด้วยพารามิเตอร์ μ และ σ เขียนแทนด้วย $X\sim NOR\left(\mu,\sigma\right)$ โดยที่ μ เป็นพารามิเตอร์แสดงตำแหน่ง (Location

parameter) และ σ เป็นพารามิเตอร์แสดงขนาด (Scale parameter) จะได้ว่าการแจกแจงปกติเป็นการแจกแจงที่มีฟังก์ชันความหนาแน่นน่าจะเป็น (Probability Density Function; PDF) อยู่ในรูปของ

$$f\left(x;\mu,\sigma\right)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right] \qquad ,-\infty<x<\infty$$

เมื่อ $\sigma>0$ และ $-\infty<\mu<\infty$

และมีฟังก์ชันการแจงแจงสะสม (Cumulative Distribution Function; CDF) อยู่ในรูปของ

$$P(X\le x)=F\left(x;\mu,\sigma\right)=\Phi_{NOR}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)$$

เมื่อ $\Phi_{NOR}(Z)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{z}\exp\left[\frac{-x^2}{2}\right]dx$ เป็น Standard Normal CDF

ซึ่งมีค่าเฉลี่ยและค่าความแปรปรวน คือ

$$E\left(x\right)=\mu \text{ และ } Var(x)=\sigma^2 \text{ ตามลำดับ}$$

2.2.2 การแจกแจงโลจิสติค (Logistic Distribution)

ให้ X เป็นตัวแปรสุ่มต่อเนื่องที่มีการแจกแจงโลจิสติค ด้วยพารามิเตอร์ μ และ σ เขียนแทนด้วย $X\sim LOGIS\left(\mu,\sigma\right)$ โดยที่ μ เป็นพารามิเตอร์แสดงตำแหน่ง (Location parameter) และ σ เป็นพารามิเตอร์แสดงขนาด (Scale parameter) จะได้ว่าการแจกแจงโลจิส-ติคเป็นการแจกแจงที่มีฟังก์ชันความหนาแน่นน่าจะเป็น (Probability Density Function; PDF) อยู่ในรูปของ

$$f\left(x;\mu,\sigma\right)=\frac{1}{\sigma}\frac{\exp\left[\frac{x-\mu}{\sigma}\right]}{\left[1+\exp\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)\right]^2} \qquad ,-\infty<x<\infty$$

เมื่อ $\sigma>0$ และ $-\infty<\mu<\infty$

และมีฟังก์ชันการแจงแจงสะสม (Cumulative Distribution Function; CDF) อยู่ในรูปของ

$$P\left(X \le x\right) = F\left(x;\mu,\sigma\right) = \Phi_{LOGIS}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)$$

เมื่อ $\Phi_{LOGIS}(Z) = \dfrac{\exp\left[z\right]}{\left[1+\exp\left(z\right)\right]^2}$

ซึ่งมีค่าเฉลี่ยและค่าความแปรปรวน คือ

$$E\left(x\right) = \mu \text{ และ } Var(x) = \frac{\sigma^2\pi^2}{3} \text{ ตามลำดับ}$$

2.2.3 การแจกแจงค่าต่ำสุดขีด (Smallest Extreme Value distribution)

ให้ X เป็นตัวแปรสุ่มต่อเนื่องที่มีการแจกแจงค่าต่ำสุดขีด ด้วยพารามิเตอร์ μ และ σ เขียนแทนด้วย $X \sim SEV\left(\mu,\sigma\right)$ โดยที่ μ เป็นพารามิเตอร์แสดงตำแหน่ง (Location parameter) และ σ เป็นพารามิเตอร์แสดงขนาด (Scale parameter) จะได้ว่าการแจกแจงค่าต่ำสุดขีดเป็นการแจกแจงที่มีฟังก์ชันความหนาแน่นน่าจะเป็น (Probability Density Function; PDF) อยู่ในรูปของ

$$f\left(x;\mu,\sigma\right) = \frac{1}{\sigma}\exp\left[\frac{x-\mu}{\sigma} - \exp\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)\right] \qquad , -\infty < x < \infty$$

เมื่อ $\sigma > 0$ และ $-\infty < \mu < \infty$

และมีฟังก์ชันการแจงแจงสะสม (Cumulative Distribution Function; CDF) อยู่ในรูปของ

$$P\left(X \le x\right) = F\left(x;\mu,\sigma\right) = \Phi_{SEV}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)$$

เมื่อ $\Phi_{SEV}(Z) = 1 - \exp\left[-\exp\left(Z\right)\right]$

ซึ่งมีค่าเฉลี่ยและค่าความแปรปรวน คือ

$E(x)=\mu-\sigma\gamma$ และ $Var(x)=\frac{\sigma^2\pi^2}{6}$ ตามลำดับ

และ $\gamma\approx 0.5772$ คือค่าคงที่ของออยเลอร์ (Euler's constant)

2.2.4 การแจกแจงค่าสูงสุดขีด (Largest Extreme Value distribution)

ให้ X เป็นตัวแปรสุ่มต่อเนื่องที่มีการแจกแจงค่าสูงสุดขีด ด้วยพารามิเตอร์ μ และ σ เขียนแทนด้วย $X\sim LEV(\mu,\sigma)$ โดยที่ μ เป็นพารามิเตอร์แสดงตำแหน่ง (Location parameter) และ σ เป็นพารามิเตอร์แสดงขนาด (Scale parameter) จะได้ว่าการแจกแจงค่าสูงสุดขีดเป็นการแจกแจงที่มีฟังก์ชันความหนาแน่นน่าจะเป็น (Probability Density Function; PDF) อยู่ในรูปของ

$$f(x;\mu,\sigma)=\frac{1}{\sigma}\exp\left[-\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)-\exp\left\{-\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)\right\}\right] \quad ,-\infty<x<\infty$$

เมื่อ $\sigma>0$ และ $-\infty<\mu<\infty$

และมีฟังก์ชันการแจงแจงสะสม (Cumulative Distribution Function; CDF) อยู่ในรูปของ

$$P(X\le x)=F(x;\mu,\sigma)=\Phi_{LEV}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)$$

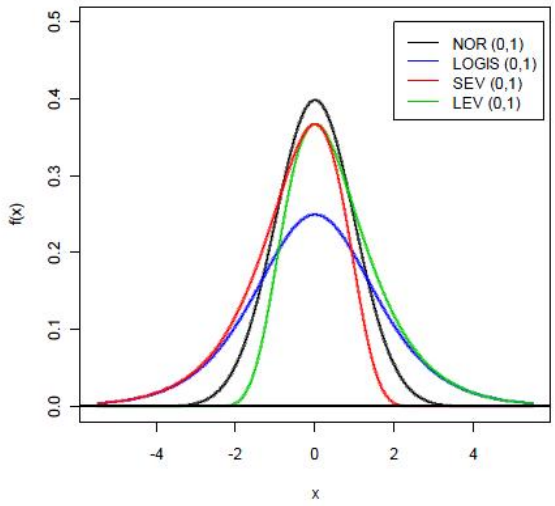
เมื่อ $\Phi_{LEV}(Z)=\exp\left[-\exp(-Z)\right]$

ซึ่งมีค่าเฉลี่ยและค่าความแปรปรวน คือ

$E(x)=\mu+\sigma\gamma$ และ $Var(x)=\frac{\sigma^2\pi^2}{6}$ ตามลำดับ

และ $\gamma\approx 0.5772$ คือค่าคงที่ของออยเลอร์ (Euler's constant)

<u>หมายเหตุ</u>:- สามารถแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง LEV และ SEV ได้ดังนี้ ถ้า $X\sim LEV(\mu,\sigma)$ แล้ว $X\sim SEV(-\mu,\sigma)$



ภาพที่ 2.1 แสดงฟังก์ชันความหนาแน่นน่าจะเป็นของการแจกแจง NOR, LOGIS, SEV และ LEV ที่มีพารามิเตอร์ $\mu = 0$ และ $\sigma = 1$ (ขวัญรัตน์ 2554)

2.3 การประมาณค่าพารามิเตอร์

2.3.1 วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (Maximum Likelihood Estimation Method; MLE Method)

ให้ $X_1,...,X_n$ เป็นตัวอย่างสุ่มขนาด n จากประชากรที่มีฟังก์ชันความหนาแน่นน่าจะเป็น $f(x;\theta)$

ฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็น (Likelihood Function) ของตัวอย่างสุ่ม ได้แก่ ฟังก์ชันความหนาแน่นน่าจะเป็นร่วมของ $X_1,...,X_n$ โดยถือว่าเป็นฟังก์ชันของพารามิเตอร์ θ ซึ่งเรามักแทนฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็นด้วย L หรือ $L(\theta;x_1,...,x_n)$ หรือ $L(\theta)$ นั่นคือ

$$L = f(x_1;\theta)...f(x_n;\theta)$$

โดยถือว่า L เป็นฟังก์ชันของ θ

การหาค่าของพารามิเตอร์ θ ที่ทำให้ $L(\theta;x_1,...,x_n)$ มีค่ามากที่สุด (ธีระพร, 2536)

$$\hat{\theta} = \arg\max_{\theta} L(\theta;x_1,...,x_n)$$

2.3.2 วิธีการประมาณแบบกราฟ (Graphical Estimation Method; GE Method)

ให้ X เป็นตัวแปรสุ่มจากฟังก์ชันการแจกแจง F โดยที่

$$P(X \le x;\mu,\sigma) = F\left(x;\mu,\sigma\right) = \Phi\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)$$

โดยที่ $\Phi\left(x\right)$ เป็นฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของตัวแปรสุ่ม X เมื่อ $\mu = 0$ และ $\sigma = 1$ และ F มาจากการแจกแจงแบบ location-scale family ก็ต่อเมื่อ

$$F\left(x;\mu,\sigma\right) = \Phi\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)$$

เมื่อ $\Phi\left(x\right) = F\left(x;0,1\right)$

โดยจะเรียก μ ว่า Location parameter เมื่อ $-\infty < \mu < \infty$

σ ว่า Scale parameter เมื่อ $\sigma > 0$

เนื่องจาก $$F\left(x;\mu,\sigma\right) = \Phi\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)$$

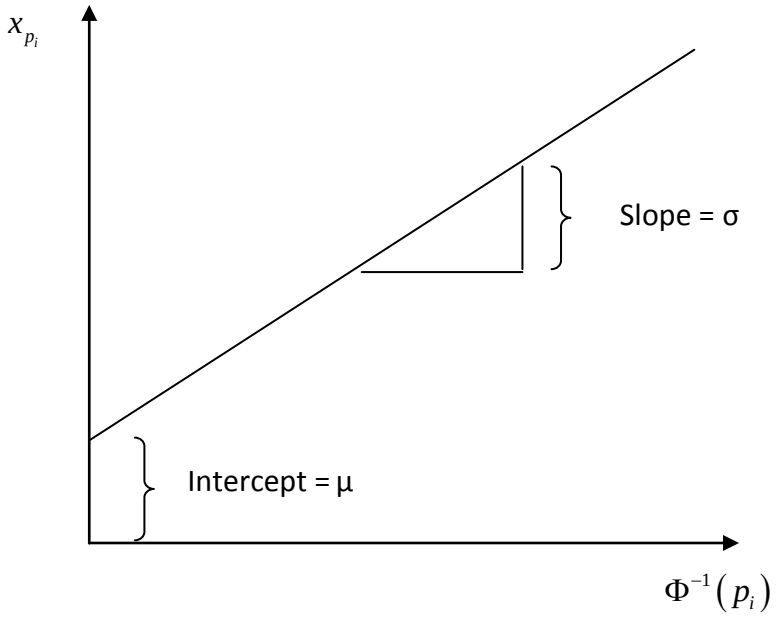
เมื่อ $\Phi\left(x\right) = F\left(x;0,1\right)$

จะได้ว่า $$x_{p_i} = \mu + \sigma\Phi^{-1}\left(p_i\right)$$

โดยที่ $\Phi^{-1}\left(p_i\right)$ คือ ฟังก์ชันควอนไทล์ (Quantile function) ของ F เมื่อ i เป็นลำดับที่ของข้อมูลเมื่อเรียงจากน้อยไปมาก

x_{p_i} คือ ควอนไทล์ตัวที่ p_i ของ X

จะเห็นว่า ควอนไทล์ของ x_{p_i} เป็นฟังก์ชันเชิงเส้นของควอนไทล์จาก $\Phi^{-1}\left(p_i\right)$ โดยที่ ถ้าเราพล็อตกราฟระหว่าง x_{p_i} กับ $\Phi^{-1}\left(p_i\right)$ โดยพล็อต x_{p_i} บนแกน y และพล็อต $\Phi^{-1}\left(p_i\right)$ บนแกน x จะได้ μ และ σ เป็นจุดตัดบนแกน y (intercept) และค่าความชัน (slope) ของเส้นตรงตามลำดับ



ภาพที่ 2.2 แสดงการประมาณด้วยวิธีแบบกราฟ

จากความสัมพันธ์เชิงเส้นตรงของ x_{p_i} และ $\Phi^{-1}(p_i)$ เราสามารถนำแนวคิดนี้มาใช้ในการประมาณโดยใช้กราฟ ด้วยการพล็อตกราฟระหว่าง $x_{(i)}$ กับ $\Phi^{-1}\left(p_{(i)}\right)$ โดยให้ $x_{(i)}$ เป็น sample quantile และ $p_{(i)}$ เป็นลำดับควอนไทล์ของ $x_{(i)}$ ดังนั้นการประมาณค่า จุดตัดบนแกน y (intercept) ประมาณค่า μ และค่าความชัน (slope) ของเส้นตรงประมาณค่า σ ได้

2.3.3 วิธีการประมาณแบบกราฟที่มีการถ่วงน้ำหนัก (Weighted Graphical Estimation Method; WGE Method)

วิธีนี้ใช้หลักการเดียวกันกับการประมาณแบบกราฟ กล่าวคือ เป็นการพล็อตกราฟระหว่าง $x_{(i)}$ กับ $\Phi^{-1}\left(p_{(i)}\right)$ ที่มีการถ่วงน้ำหนักในแต่ละอันดับ ดังนั้นการประมาณค่าจุดตัดบนแกน y (intercept) ประมาณค่า μ และค่าความชัน (slope) ของเส้นตรงประมาณค่า σ ได้เช่นเดียวกัน

2.4 เกณฑ์ที่ใช้ในการพิจารณาประสิทธิภาพของการประมาณ

2.4.1 การประมาณค่าแบบจุด จะพิจารณาเปรียบเทียบจากค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง (Mean Square Error; MSE) ของตัวประมาณพารามิเตอร์ μ และ σ

กำหนดให้ μ เป็นพารามิเตอร์แสดงตำแหน่ง (Location parameter)

σ เป็นพารามิเตอร์แสดงขนาด (Scale parameter)

$\hat{\mu}_i$ เป็นค่าประมาณของพารามิเตอร์ μ จากตัวอย่างที่ i

$\hat{\sigma}_i$ เป็นค่าประมาณของพารามิเตอร์ σ จากตัวอย่างที่ i

$$MSE(\hat{\mu}) = \frac{\sum_{i=1}^{N}(\hat{\mu}_i - \mu)^2}{N} \text{ และ } MSE(\hat{\sigma}) = \frac{\sum_{i=1}^{N}(\hat{\sigma}_i - \sigma)^2}{N}$$

เมื่อ N = จำนวนครั้งของการทดลองในแต่ละสถานการณ์ของการทดลอง

โดยถ้าวิธีการประมาณค่าแบบใด ที่ทำให้ได้ค่า MSE ต่ำกว่า จะถือว่าการประมาณค่าจากวิธีนั้น เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพมากกว่า ทั้งนี้จะใช้ค่าความเอนเอียง (Bias) และค่าความแปรปรวน (Variance) ประกอบการพิจารณาด้วย

2.4.2 ประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (Relative Efficiency; RE) ของตัวประมาณพารามิเตอร์ μ และ σ จะพิจารณาเปรียบเทียบใน 2 รูปแบบ คือ

<u>รูปแบบที่ 1:</u> ค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ที่คิดจากค่าสัดส่วนของ Variances ของตัวประมาณพารามิเตอร์ โดยจะเปรียบเทียบกับ การประมาณด้วยวิธีการประมาณแบบกราฟ (GE Method)

กำหนดให้ RE_1 เป็นค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ที่คิดจากค่าสัดส่วนของ Variances

Var_{GE} เป็นค่าความแปรปรวนของตัวประมาณด้วยวิธี G

Var_M เป็นค่าความแปรปรวนของตัวประมาณด้วยวิธี M

โดยที่ วิธี M ประกอบไปด้วย วิธี MLE และวิธี WGE แบบ Increasing Weighting, แบบ Decreasing Weighting, แบบ Symmetric-Triangular Weighting, แบบ Right-Skewed-Triangular Weighting และแบบ Left-Skewed-Triangular Weighting

$$RE_1(M) = \frac{Var_{GE}}{Var_M}$$

<u>รูปแบบที่ 2</u>: ค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ที่คิดจากค่าสัดส่วนของ MSEs ของตัวประมาณพารามิเตอร์ โดยจะเปรียบเทียบกับ การประมาณด้วยวิธีการประมาณแบบกราฟ (GE Method)

กำหนดให้ RE_2 เป็นค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ที่คิดจากค่าสัดส่วนของ MSE

MSE_{GE} เป็นค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณด้วยวิธี GE

MSE_M เป็นค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณด้วยวิธี M

โดยที่ วิธี M ประกอบไปด้วย วิธี MLE และวิธี WGE แบบ Increasing Weighting, แบบ Decreasing Weighting, แบบ Symmetric-Triangular Weighting, แบบ Right-Skewed-Triangular Weighting และแบบ Left-Skewed-Triangular Weighting

$$RE_2(M) = \frac{MSE_{GE}}{MSE_M}$$

เกณฑ์ที่ใช้วัด คือ

ถ้า $RE(M)$ มีค่ามากกว่า 1 หมายความว่า ตัวประมาณ M มีประสิทธิภาพมากกว่า GE

ถ้า $RE(M)$ มีค่าน้อยกว่า 1 หมายความว่า ตัวประมาณ M มีประสิทธิภาพน้อยกว่า GE

ถ้า $RE(M)$ มีค่าเท่ากับ 1 หมายความว่า ตัวประมาณ M และ GE มีประสิทธิภาพเท่ากัน

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

ในการวิจัยในครั้งนี้จะเป็นการศึกษาและเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์สำหรับข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาประเภทที่ 2 ซึ่งได้เสนอไว้ 3 วิธี ด้วยกันคือ วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด วิธีการประมาณแบบกราฟ และวิธีการประมาณแบบกราฟที่มีการถ่วงน้ำหนัก โดยทำการศึกษาสำหรับข้อมูลที่มีแจกแจงแบบ Location-scale ที่สนใจศึกษา ได้แก่ การแจกแจงปกติ การแจกแจงโลจิสติค การแจกแจงค่าต่ำสุดขีด และการแจกแจงค่าสูงสุดขีด ที่มีขนาดตัวอย่างเป็น 20, 40, 80 และ 120 ด้วยสัดส่วนของการตัดปลายทางขวา เป็น 10%, 20% และ 30% ของขนาดตัวอย่าง ในการเปรียบเทียบว่าวิธีการประมาณใดเป็นวิธีที่ดีกว่า จะพิจารณาประสิทธิภาพของการประมาณด้วยค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ของตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ μ และ σ โดยจะใช้ค่าความเอนเอียงสัมบูรณ์ ค่าความแปรปรวน และค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย ประกอบการพิจารณาด้วย สำหรับการวิจัยครั้งนี้ใช้โปรแกรม R เวอร์ชั่น 2.9.2 (R Development Core Team, 2009) ซึ่งมีแผนการจำลองข้อมูลและขั้นตอนในการวิจัยดังนี้

3.1 แผนการดำเนินการวิจัย

3.1.1 ศึกษาและเปรียบเทียบการประมาณข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาประเภทที่ 2 คือข้อมูลที่มีการตัดปลายข้อมูลโดยการกำหนดจำนวนความล้มเหลวไว้ล่วงหน้า โดยมีสัดส่วนของการตัดปลายทางขวา (Censoring Proportion; *p*) เป็น 10%, 20% และ 30% ของขนาดตัวอย่างตามลำดับ

3.1.2 ศึกษาจากการแจกแจงแบบ location-scale ซึ่งทำการศึกษาทั้งหมด 4 การแจกแจง ต่อไปนี้ การแจกแจงปกติ การแจกแจงโลจิสติค, การแจกแจงค่าต่ำสุดขีด และการแจกแจงค่าสูงสุดขีด โดยกำหนดให้ทุกการแจกแจงมีค่าพารามิเตอร์เป็น $\mu = 0$ และ $\sigma = 1$

3.1.3 ขนาดตัวอย่าง (Sample Size; n) ที่ใช้ในการศึกษามี 4 ระดับ คือจำนวนข้อมูลเท่ากับ 20, 40, 80 และ 120

3.1.4 ขนาดการถ่วงน้ำหนักสูงสุด (Weighting Size; w) ที่ใช้ในการศึกษามี 2 ระดับคือ 2 เท่าและ 4 เท่า ของค่าน้ำหนักค่าสังเกตที่น้อยสุด โดยกำหนดให้ค่าน้ำหนักค่าสังเกตที่น้อยสุดมีค่าเท่ากับ 1

3.1.5 เปรียบเทียบการประมาณค่าพารามิเตอร์จาก 3 วิธี คือ วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (MLE Method), วิธีการประมาณแบบกราฟ (GE Method), วิธีการประมาณแบบกราฟที่มีการถ่วงน้ำหนัก (WGE Method) ซึ่งวิธีนี้จะประกอบไปด้วย 5 วิธีในลักษณะการถ่วงน้ำหนัก

(1) วิธี Increasing Weighting เป็นการถ่วงน้ำหนักโดยกำหนดให้ค่าน้ำหนักของค่าสังเกตแต่ละอันดับมีค่าเพิ่มขึ้นครั้งละเท่าๆ กัน เท่ากับ Δ ซึ่งงานวิจัยนี้สนใจศึกษาขนาดการถ่วงน้ำหนักสูงสุด 2 ระดับคือ 2 เท่าและ 4 เท่าของค่าน้ำหนักค่าสังเกตที่น้อยสุด โดยกำหนดให้ค่าน้ำหนักค่าสังเกตที่น้อยสุด มีค่าเท่ากับ 1 ตัวอย่างเช่น

- กรณีที่ข้อมูลไม่ถูกตัดปลายทางขวา

เมื่อ $n=20$, $p=0$ และ $w=2$ จะได้ $\Delta=\frac{2-1}{20-1}=0.052632$

ซึ่งในการถ่วงน้ำหนักในแต่ละอันดับของค่าสังเกตจะเพิ่มขึ้นครั้งละ 0.052632

จะได้ว่า การถ่วงน้ำหนักค่าสังเกตอันดับที่ 1 มีค่าเท่ากับ $w_1=1$

การถ่วงน้ำหนักค่าสังเกตอันดับที่ 2 มีค่าเท่ากับ $w_2=1+0.052632=1.052632$

การถ่วงน้ำหนักค่าสังเกตอันดับที่ 3 มีค่าเท่ากับ $w_3=1+2(0.052632)=1.105263$

$\vdots$

การถ่วงน้ำหนักค่าสังเกตอันดับที่ 20 มีค่าเท่ากับ $w_{20}=1+19(0.052632)=2$

- กรณีที่ข้อมูลถูกตัดปลายทางขวา

เมื่อ $n=20$, $p=0.1$ และ $w=2$ จะได้ $\Delta=\frac{2-1}{18-1}=0.058824$

ซึ่งในการถ่วงน้ำหนักในแต่ละอันดับของค่าสังเกตจะเพิ่มขึ้นครั้งละ 0.058824

จะได้ว่า การถ่วงน้ำหนักค่าสังเกตอันดับที่ 1 มีค่าเท่ากับ $w_1=1$

การถ่วงน้ำหนักค่าสังเกตอันดับที่ 2 มีค่าเท่ากับ $w_2=1+0.058824=1.058824$

การถ่วงน้ำหนักค่าสังเกตอันดับที่ 3 มีค่าเท่ากับ $w_3=1+2(0.058824)=1.117647$

$\vdots$

การถ่วงน้ำหนักค่าสังเกตอันดับที่ 18 มีค่าเท่ากับ $w_{18}=1+17(0.058824)=2$

(2) วิธี Decreasing Weighting เป็นการถ่วงน้ำหนักโดยกำหนดให้ค่าน้ำหนักของค่าสังเกตแต่ละอันดับมีค่าลดลงครั้งละเท่าๆ กัน เท่ากับ Δ ซึ่งงานวิจัยนี้สนใจศึกษาขนาดการถ่วงน้ำหนักสูงสุด 2 ระดับคือ 2 เท่าและ 4 เท่าของค่าน้ำหนักค่าสังเกตที่น้อยสุด โดยกำหนดให้ค่าน้ำหนักค่าสังเกตที่น้อยสุด มีค่าเท่ากับ 1 ตัวอย่างเช่น

- กรณีที่ข้อมูลไม่ถูกตัดปลายทางขวา

เมื่อ $n=20$, $p=0$ และ $w=2$ จะได้ $\Delta=\frac{2-1}{20-1}=0.052632$

ซึ่งในการถ่วงน้ำหนักในแต่ละอันดับของค่าสังเกตจะลดลงครั้งละ 0.052632

จะได้ว่า การถ่วงน้ำหนักค่าสังเกตอันดับที่ 1 มีค่าเท่ากับ $w_1=2$

การถ่วงน้ำหนักค่าสังเกตอันดับที่ 2 มีค่าเท่ากับ $w_2=2-0.052632=1.947368$

การถ่วงน้ำหนักค่าสังเกตอันดับที่ 3 มีค่าเท่ากับ $w_3=2-2(0.052632)=1.894737$

$\vdots$

การถ่วงน้ำหนักค่าสังเกตอันดับที่ 20 มีค่าเท่ากับ $w_{20}=2-19(0.052632)=1$

- กรณีที่ข้อมูลถูกตัดปลายทางขวา

เมื่อ $n=20$, $p=0.1$ และ $w=2$ จะได้ $\Delta=\frac{2-1}{18-1}=0.058824$

ซึ่งในการถ่วงน้ำหนักในแต่ละอันดับของค่าสังเกตจะลดลงครั้งละ 0.058824

จะได้ว่า การถ่วงน้ำหนักค่าสังเกตอันดับที่ 1 มีค่าเท่ากับ $w_1=2$

การถ่วงน้ำหนักค่าสังเกตอันดับที่ 2 มีค่าเท่ากับ $w_2=2-0.058824=1.941176$

การถ่วงน้ำหนักค่าสังเกตอันดับที่ 3 มีค่าเท่ากับ $w_3=2-2(0.058824)=1.882353$

$\vdots$

การถ่วงน้ำหนักค่าสังเกตอันดับที่ 18 มีค่าเท่ากับ $w_{18}=2-17(0.058824)=1$

(3) วิธี Symmetric-Triangular Weighting เป็นการถ่วงน้ำหนักโดยกำหนดให้ค่าน้ำหนักของค่าสังเกตแต่ละอันดับมีค่าเพิ่มขึ้น และลดลงเรียงกันเป็นรูปสามเหลี่ยม คือการนำวิธีจากข้อ (1) และข้อ (2) มารวมกัน โดยให้จุดแบ่งส่วนในการถ่วงน้ำหนักเท่ากับ ตำแหน่งเปอร์เซ็นไทล์ที่ 50 ของข้อมูล และมีขนาดการถ่วงน้ำหนักสูงสุดเท่ากับ w ตัวอย่างเช่น

- กรณีที่ข้อมูลไม่ถูกตัดปลายทางขวา

เมื่อ $n=20$, $p=0$ และ $w=2$ จะได้จุดแบ่งส่วนในการถ่วงน้ำหนักเท่ากับ ตำแหน่งเปอร์เซ็นไทล์ที่ 50 ของข้อมูล คือ ค่าสังเกตอันดับที่ 10 และ 11

<u>ส่วนที่ 1:</u> $\Delta_1 = \frac{2-1}{10-1} = 0.111111$

ซึ่งในการถ่วงน้ำหนักในแต่ละอันดับของค่าสังเกตจะเพิ่มขึ้นครั้งละ 0.111111

จะได้ว่า การถ่วงน้ำหนักค่าสังเกตอันดับที่ 1 มีค่าเท่ากับ $w_1 = 1$

การถ่วงน้ำหนักค่าสังเกตอันดับที่ 2 มีค่าเท่ากับ $w_2 = 1+0.111111 = 1.111111$

การถ่วงน้ำหนักค่าสังเกตอันดับที่ 3 มีค่าเท่ากับ $w_3 = 1+2(0.111111) = 1.222222$

$\vdots$

การถ่วงน้ำหนักค่าสังเกตอันดับที่ 10 มีค่าเท่ากับ $w_{10} = 1+9(0.111111) = 2$

<u>ส่วนที่ 2:</u> $\Delta_2 = \frac{2-1}{10-1} = 0.111111$

ซึ่งในการถ่วงน้ำหนักในแต่ละอันดับของค่าสังเกตจะลดลงครั้งละ 0.111111

จะได้ว่า การถ่วงน้ำหนักค่าสังเกตอันดับที่ 11 มีค่าเท่ากับ $w_{11} = 2$

การถ่วงน้ำหนักค่าสังเกตอันดับที่ 12 มีค่าเท่ากับ $w_{12} = 2-0.111111 = 1.888889$

การถ่วงน้ำหนักค่าสังเกตอันดับที่ 13 มีค่าเท่ากับ $w_{13} = 2-2(0.111111) = 1.777778$

$\vdots$

การถ่วงน้ำหนักค่าสังเกตอันดับที่ 20 มีค่าเท่ากับ $w_{20} = 2-9(0.111111) = 1$

- กรณีที่ข้อมูลถูกตัดปลายทางขวา

เมื่อ $n=20$, $p=0.1$ และ $w=2$ จะได้จุดแบ่งส่วนในการถ่วงน้ำหนักเท่ากับ ตำแหน่งเปอร์เซ็นไทล์ที่ 50 ของข้อมูล คือ ค่าสังเกตอันดับที่ 9 และ 10

<u>ส่วนที่ 1:</u> $\Delta_1 = \frac{2-1}{9-1} = 0.125$

ซึ่งในการถ่วงน้ำหนักในแต่ละอันดับของค่าสังเกตจะเพิ่มขึ้นครั้งละ 0.125

จะได้ว่า การถ่วงน้ำหนักค่าสังเกตอันดับที่ 1 มีค่าเท่ากับ $w_1 = 1$

การถ่วงน้ำหนักค่าสังเกตอันดับที่ 2 มีค่าเท่ากับ $w_2 = 1 + 0.125 = 1.125$

การถ่วงน้ำหนักค่าสังเกตอันดับที่ 3 มีค่าเท่ากับ $w_3 = 1 + 2(0.125) = 1.25$

$\vdots$

การถ่วงน้ำหนักค่าสังเกตอันดับที่ 9 มีค่าเท่ากับ $w_9 = 1 + 8(0.125) = 2$

<u>ส่วนที่ 2:</u> $\Delta_2 = \dfrac{2-1}{9-1} = 0.125$

ซึ่งในการถ่วงน้ำหนักในแต่ละอันดับของค่าสังเกตจะลดลงครั้งละ 0.125

จะได้ว่า การถ่วงน้ำหนักค่าสังเกตอันดับที่ 10 มีค่าเท่ากับ $w_{10} = 2$

การถ่วงน้ำหนักค่าสังเกตอันดับที่ 11 มีค่าเท่ากับ $w_{11} = 2 - 0.125 = 1.875$

การถ่วงน้ำหนักค่าสังเกตอันดับที่ 12 มีค่าเท่ากับ $w_{12} = 2 - 2(0.125) = 1.75$

$\vdots$

การถ่วงน้ำหนักค่าสังเกตอันดับที่ 18 มีค่าเท่ากับ $w_{18} = 2 - 8(0.125) = 1$

(4) วิธี Right-Skewed-Triangular Weighting เป็นการถ่วงน้ำหนักโดยกำหนดให้ค่าน้ำหนักของค่าสังเกตแต่ละอันดับมีค่าเพิ่มขึ้น และลดลงเรียงกันเป็นรูปสามเหลี่ยม คือการนำวิธีจากข้อ (1) และข้อ (2) มารวมกัน โดยให้จุดแบ่งส่วนในการถ่วงน้ำหนักเท่ากับตำแหน่งเปอร์เซ็นไทล์ที่ 25 ของข้อมูล และมีขนาดการถ่วงน้ำหนักสูงสุดเท่ากับ w ตัวอย่างเช่น

- กรณีที่ข้อมูลไม่ถูกตัดปลายทางขวา

เมื่อ $n = 20$, $p = 0$ และ $w = 2$ จะได้จุดแบ่งส่วนในการถ่วงน้ำหนักเท่ากับ ตำแหน่งเปอร์เซ็นไทล์ที่ 25 ของข้อมูล คือ ค่าสังเกตอันดับที่ 5 และ 6

<u>ส่วนที่ 1:</u> $\Delta_1 = \dfrac{2-1}{5-1} = 0.25$

ซึ่งในการถ่วงน้ำหนักในแต่ละอันดับของค่าสังเกตจะเพิ่มขึ้นครั้งละ 0.25

จะได้ว่า การถ่วงน้ำหนักค่าสังเกตอันดับที่ 1 มีค่าเท่ากับ $w_1 = 1$

การถ่วงน้ำหนักค่าสังเกตอันดับที่ 2 มีค่าเท่ากับ $w_2 = 1 + 0.25 = 1.25$

การถ่วงน้ำหนักค่าสังเกตอันดับที่ 3 มีค่าเท่ากับ $w_3 = 1 + 2(0.25) = 1.50$

$\vdots$

การถ่วงน้ำหนักค่าสังเกตอันดับที่ 5 มีค่าเท่ากับ $w_5 = 1 + 4(0.25) = 2$

<u>ส่วนที่ 2:</u> $\Delta_2 = \dfrac{2-1}{15-1} = 0.071429$

ซึ่งในการถ่วงน้ำหนักในแต่ละอันดับของค่าสังเกตจะลดลงครั้งละ 0.071429

จะได้ว่า การถ่วงน้ำหนักค่าสังเกตอันดับที่ 6 มีค่าเท่ากับ $w_6 = 2$

การถ่วงน้ำหนักค่าสังเกตอันดับที่ 7 มีค่าเท่ากับ $w_7 = 2 - 0.071429 = 1.928571$

การถ่วงน้ำหนักค่าสังเกตอันดับที่ 8 มีค่าเท่ากับ $w_8 = 2 - 2(0.071429) = 1.857143$

$\vdots$

การถ่วงน้ำหนักค่าสังเกตอันดับที่ 20 มีค่าเท่ากับ $w_{20} = 2 - 14(0.071429) = 1$

- กรณีที่ข้อมูลถูกตัดปลายทางขวา

เมื่อ $n = 20$, $p = 0.1$ และ $w = 2$ จะได้จุดแบ่งส่วนในการถ่วงน้ำหนักเท่ากับ ตำแหน่งเปอร์เซ็นไทล์ที่ 25 ของข้อมูล คือ ค่าสังเกตอันดับที่ 4 และ 5

ส่วนที่ 1: $\Delta_1 = \dfrac{2-1}{4-1} = 0.333333$

ซึ่งในการถ่วงน้ำหนักในแต่ละอันดับของค่าสังเกตจะเพิ่มขึ้นครั้งละ 0.333333

จะได้ว่า การถ่วงน้ำหนักค่าสังเกตอันดับที่ 1 มีค่าเท่ากับ $w_1 = 1$

การถ่วงน้ำหนักค่าสังเกตอันดับที่ 2 มีค่าเท่ากับ $w_2 = 1 + 0.333333 = 1.333333$

การถ่วงน้ำหนักค่าสังเกตอันดับที่ 3 มีค่าเท่ากับ $w_3 = 1 + 2(0.333333) = 1.666667$

การถ่วงน้ำหนักค่าสังเกตอันดับที่ 4 มีค่าเท่ากับ $w_4 = 1 + 3(0.333333) = 2$

ส่วนที่ 2: $\Delta_2 = \dfrac{2-1}{14-1} = 0.076923$

ซึ่งในการถ่วงน้ำหนักในแต่ละอันดับของค่าสังเกตจะลดลงครั้งละ 0.076923

จะได้ว่า การถ่วงน้ำหนักค่าสังเกตอันดับที่ 5 มีค่าเท่ากับ $w_5 = 2$

การถ่วงน้ำหนักค่าสังเกตอันดับที่ 6 มีค่าเท่ากับ $w_6 = 2 - 0.076923 = 1.923077$

การถ่วงน้ำหนักค่าสังเกตอันดับที่ 7 มีค่าเท่ากับ $w_7 = 2 - 2(0.076923) = 1.846154$

$\vdots$

การถ่วงน้ำหนักค่าสังเกตอันดับที่ 18 มีค่าเท่ากับ $w_{18} = 2 - 13(0.076923) = 1$

(5) วิธี Left-Skewed-Triangular Weighting เป็นการถ่วงน้ำหนักโดยกำหนดให้ค่าน้ำหนักของค่าสังเกตแต่ละอันดับมีค่าเพิ่มขึ้น และลดลงเรียงกันเป็นรูปสามเหลี่ยม คือการนำวิธีจากข้อ (1) และข้อ (2) มารวมกัน โดยให้จุดแบ่งส่วนในการถ่วงน้ำหนักเท่ากับ ตำแหน่งเปอร์เซ็นไทล์ที่ 75 ของข้อมูล และมีขนาดการถ่วงน้ำหนักสูงสุดเท่ากับ w ตัวอย่างเช่น

- กรณีที่ข้อมูลไม่ถูกตัดปลายทางขวา

เมื่อ $n=20$, $p=0$ และ $w=2$ จะได้จุดแบ่งส่วนในการถ่วงน้ำหนักเท่ากับ ตำแหน่งเปอร์เซ็นไทล์ที่ 75 ของข้อมูล คือ ค่าสังเกตอันดับที่ 15 และ 16

ส่วนที่ 1: $\Delta_1 = \dfrac{2-1}{15-1} = 0.071429$

ซึ่งในการถ่วงน้ำหนักในแต่ละอันดับของค่าสังเกตจะเพิ่มขึ้นครั้งละ 0.071429

จะได้ว่า การถ่วงน้ำหนักค่าสังเกตอันดับที่ 1 มีค่าเท่ากับ $w_1 = 1$

การถ่วงน้ำหนักค่าสังเกตอันดับที่ 2 มีค่าเท่ากับ $w_2 = 1+0.071429 = 1.071429$

การถ่วงน้ำหนักค่าสังเกตอันดับที่ 3 มีค่าเท่ากับ $w_3 = 1+2(0.071429) = 1.142857$

$\vdots$

การถ่วงน้ำหนักค่าสังเกตอันดับที่ 15 มีค่าเท่ากับ $w_{15} = 1+14(0.071429) = 2$

ส่วนที่ 2: $\Delta_2 = \dfrac{2-1}{5-1} = 0.25$

ซึ่งในการถ่วงน้ำหนักในแต่ละอันดับของค่าสังเกตจะลดลงครั้งละ 0.25

จะได้ว่า การถ่วงน้ำหนักค่าสังเกตอันดับที่ 16 มีค่าเท่ากับ $w_{16} = 2$

การถ่วงน้ำหนักค่าสังเกตอันดับที่ 17 มีค่าเท่ากับ $w_{17} = 2-0.25 = 1.75$

การถ่วงน้ำหนักค่าสังเกตอันดับที่ 18 มีค่าเท่ากับ $w_{18} = 2-2(0.25) = 1.50$

$\vdots$

การถ่วงน้ำหนักค่าสังเกตอันดับที่ 20 มีค่าเท่ากับ $w_{20} = 2-4(0.25) = 1$

- กรณีที่ข้อมูลถูกตัดปลายทางขวา

เมื่อ $n=20$, $p=0.1$ และ $w=2$ จะได้จุดแบ่งส่วนในการถ่วงน้ำหนักเท่ากับ ตำแหน่งเปอร์เซ็นไทล์ที่ 75 ของข้อมูล คือ ค่าสังเกตอันดับที่ 13 และ 14

ส่วนที่ 1: $\Delta_1 = \dfrac{2-1}{13-1} = 0.083333$

ซึ่งในการถ่วงน้ำหนักในแต่ละอันดับของค่าสังเกตจะเพิ่มขึ้นครั้งละ 0.083333

จะได้ว่า การถ่วงน้ำหนักค่าสังเกตอันดับที่ 1 มีค่าเท่ากับ $w_1 = 1$

การถ่วงน้ำหนักค่าสังเกตอันดับที่ 2 มีค่าเท่ากับ $w_2 = 1+0.083333 = 1.083333$

การถ่วงน้ำหนักค่าสังเกตอันดับที่ 3 มีค่าเท่ากับ $w_3 = 1+2(0.083333) = 1.166667$

$\vdots$

การถ่วงน้ำหนักค่าสังเกตอันดับที่ 13 มีค่าเท่ากับ $w_{13} = 1+12(0.083333) = 2$

ส่วนที่ 2: $\Delta_2 = \frac{2-1}{5-1} = 0.25$

ซึ่งในการถ่วงน้ำหนักในแต่ละอันดับของค่าสังเกตจะลดลงครั้งละ 0.25

จะได้ว่า การถ่วงน้ำหนักค่าสังเกตอันดับที่ 14 มีค่าเท่ากับ $w_{14} = 2$

การถ่วงน้ำหนักค่าสังเกตอันดับที่ 15 มีค่าเท่ากับ $w_{15} = 2 - 0.25 = 1.75$

การถ่วงน้ำหนักค่าสังเกตอันดับที่ 16 มีค่าเท่ากับ $w_{16} = 2 - 2(0.25) = 1.50$

$\vdots$

การถ่วงน้ำหนักค่าสังเกตอันดับที่ 18 มีค่าเท่ากับ $w_{18} = 2 - 4(0.25) = 1$

3.1.6 การจำลองข้อมูลในแต่ละสถานการณ์จะกระทำซ้ำ 5,000 รอบ

3.2 ขั้นตอนในการดำเนินการวิจัย

3.2.1 จำลองข้อมูลที่มีการแจกแจงแบบ $NOR(0,1)$, $LOGIS(0,1)$, $SEV(0,1)$ และ $LEV(0,1)$ ภายใต้ขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 20, 40, 80 และ 120

3.2.2 กำหนดสัดส่วนของข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวา (p) เป็น 10%, 20% และ 30% เพื่อใช้ในการกำหนดจำนวนความล้มเหลว (Fixed Number of Uncensored Failure; r)

3.2.3 สร้างข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาประเภทที่ 2 (Type II Right Censoring) ในแต่ละขนาดตัวอย่างและการแจกแจง จากข้อ 3.2.1 โดยกำหนด

$$X_i = \begin{cases} T_{(i)} & ; i \le r \\ T_{(r)} & ; i = r+1, r+2, ..., n \end{cases}$$

ในการวิจัยครั้งนี้จะกำหนดจำนวนค่าสังเกตที่จะเกิดความล้มเหลวไว้ล่วงหน้า ดังนั้น จะหยุดการทดลองเมื่อได้จำนวนค่าสังเกตตามกำหนด โดยไม่ต้องทำการทดลองจนครบตามขนาดตัวอย่าง เช่น ถ้าสุ่มข้อมูลที่มีการแจกแจงแบบ $NOR(0,1)$ ด้วยขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 10 และมีสัดส่วนของการตัดปลาย (p) เท่ากับ 20% แล้วจะสามารถสร้างชุดข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาประเภทที่ 2 ได้ดังนี้

(1) สุ่มข้อมูลที่มีการแจกแจงแบบ $NOR(0,1)$ มา 10 ค่าสังเกต ได้แก่ $T_1 = 0.015,\ T_2 = 0.408,\ T_3 = -0.558,\ T_4 = -0.333,\ T_5 = 0.530,\ T_6 = -0.492,\ T_7 = 0.688,$ $T_8 = 1.555,\ T_9 = -1.247,\ T_{10} = -1.608$

(2) นำข้อมูลที่สุ่มได้มาเรียงลำดับจากน้อยไปมาก โดยกำหนด $T_{(1)} = -1.608,$ $T_{(2)} = -1.247,\ T_{(3)} = -0.558,\ T_{(4)} = -0.492,\ T_{(5)} = -0.333,\ T_{(6)} = 0.015,\ T_{(7)} = 0.408,$ $T_{(8)} = 0.530,\ T_{(9)} = 0.688,\ T_{(10)} = 1.555$

จะได้ $T_{(1)} \le T_{(2)} \le ... \le T_{(10)}$ เป็นสถิติเชิงอันดับ

(3) กำหนดสัดส่วนของการตัดปลาย $p = 0.2$ และ $n = 10$ ดังนั้นจะเหลือข้อมูลที่ไม่ถูกตัดทิ้งทั้งหมด $(r = 8)$ นั่นคือ

$T_{(1)} \le T_{(2)} \le ... \le T_{(8)}$ เป็นค่าสังเกตที่ไม่ถูกตัดทิ้ง และ

$T_{(9)} \le T_{(10)}$ เป็นค่าสังเกตที่ถูกตัดทิ้ง

(4) เนื่องจากข้อมูลมีการตัดทิ้งบางส่วน ในการคำนวณหาฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็น ดังนั้นจะต้องกำหนดให้ $X_i\ ;\ i = 1,2,...,10$ เป็นตัวแปรสุ่มของค่าสังเกต จะได้ว่า

$$X_i = \begin{cases} T_{(i)} & \text{เมื่อ } i \le 8 \\ T_{(r)} & \text{เมื่อ } i > 8 \end{cases}$$

จะได้ $X_1 = -1.608,\ X_2 = -1.247,\ X_3 = -0.558,\ X_4 = -0.492,$ $X_5 = -0.333,\ X_6 = 0.015,\ X_7 = 0.408,\ X_8 = 0.530,\ X_9 = 0.530,\ X_{10} = 0.530$

3.2.4 จากข้อ 3.2.1-3.2.3 คำนวณค่าประมาณพารามิเตอร์ μ และ σ ด้วยวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (MLE), วิธีการประมาณแบบกราฟ (GE) และวิธีการประมาณแบบกราฟที่มีการถ่วงน้ำหนัก (WGE)

(1)วิธี MLE โดยการหาค่าประมาณของพารามิเตอร์ θ ที่ทำให้ $L(\theta; x_1,...,x_n)$ มีค่ามากที่สุด นั่นคือ $\hat{\theta} = \arg\max_{\theta} L(\theta; x_1,...,x_n)$ และ $L = \prod_{i=1}^{r} f(x_i) \cdot S\left(T_{(r)}\right)^{n-r}$ โดยที่ n คือจำนวนข้อมูลทั้งหมด, r คือจำนวนค่าสังเกตที่ไม่ถูกตัดทิ้งโดยที่ $r \le n$ และ $T_{(r)}$ เป็นค่าสังเกตที่

r ไม่ถูกตัดทิ้ง

(2) วิธี GE สามารถทำได้ด้วยการพล็อตกราฟระหว่าง x_{p_i} กับ $\Phi^{-1}\left(p_i\right)$ โดยพล็อต x_{p_i} บนแกน y และพล็อต $\Phi^{-1}\left(p_i\right)$ บนแกน x โดยที่ $x_{(i)}$ เป็น sample quantile และ $p_{(i)}$ เป็นลำดับควอนไทล์ของ $x_{(i)}$ เนื่องจาก

$$F\left(x;\mu,\sigma\right)=\Phi\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right) \qquad \text{เมื่อ } \Phi\left(x\right)=F\left(x;0,1\right)$$

จะได้ว่า $$x_{p_i}=\mu+\sigma\Phi^{-1}\left(p_i\right)$$

โดยที่ $\Phi^{-1}\left(p_i\right)$ คือ ฟังก์ชันควอนไทล์ (Quantile function) ของ F เมื่อ i เป็นลำดับที่ของข้อมูลเมื่อเรียงจากน้อยไปมาก

x_{p_i} คือ ควอนไทล์ตัวที่ p_i ของ X

ดังนั้นการประมาณค่า จุดตัดบนแกน y (intercept) ประมาณค่า μ และค่าความชัน (slope) ของเส้นตรงประมาณค่า σ ได้

(3) วิธี WGE สามารถทำได้แบบเดียวกันกับการประมาณแบบกราฟ กล่าวคือเป็นการพล็อตกราฟระหว่าง $x_{(i)}$ กับ $\Phi^{-1}\left(p_{(i)}\right)$ ที่มีการถ่วงน้ำหนักในแต่ละอันดับ ดังนั้นการประมาณค่า จุดตัดบนแกน y (intercept) ประมาณค่า μ และค่าความชัน (slope) ของเส้นตรงประมาณค่า σ ได้เช่นเดียวกัน

3.2.5 ทำซ้ำข้อ 3.2.1-3.2.5 จำนวน 5,000 รอบในแต่ละสถานการณ์

3.2.6 คำนวณค่าความเอนเอียง (Bias) ค่าความแปรปรวน (Variance) และค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (MSE) สำหรับค่าประมาณพารามิเตอร์ μ และ σ

3.2.7 เปรียบเทียบประสิทธิภาพของการประมาณแต่ละวิธี โดยคำนวณค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (Relative Efficiency; RE) ของตัวประมาณพารามิเตอร์ μ และ σ จะพิจารณาเปรียบเทียบใน 2 รูปแบบ คือ

รูปแบบที่ 1: ค่า RE_1 คิดจากค่าสัดส่วนของ Variances ของตัวประมาณพารามิเตอร์ โดยจะเปรียบเทียบกับ การประมาณด้วยวิธีการประมาณแบบกราฟ (GE Method)

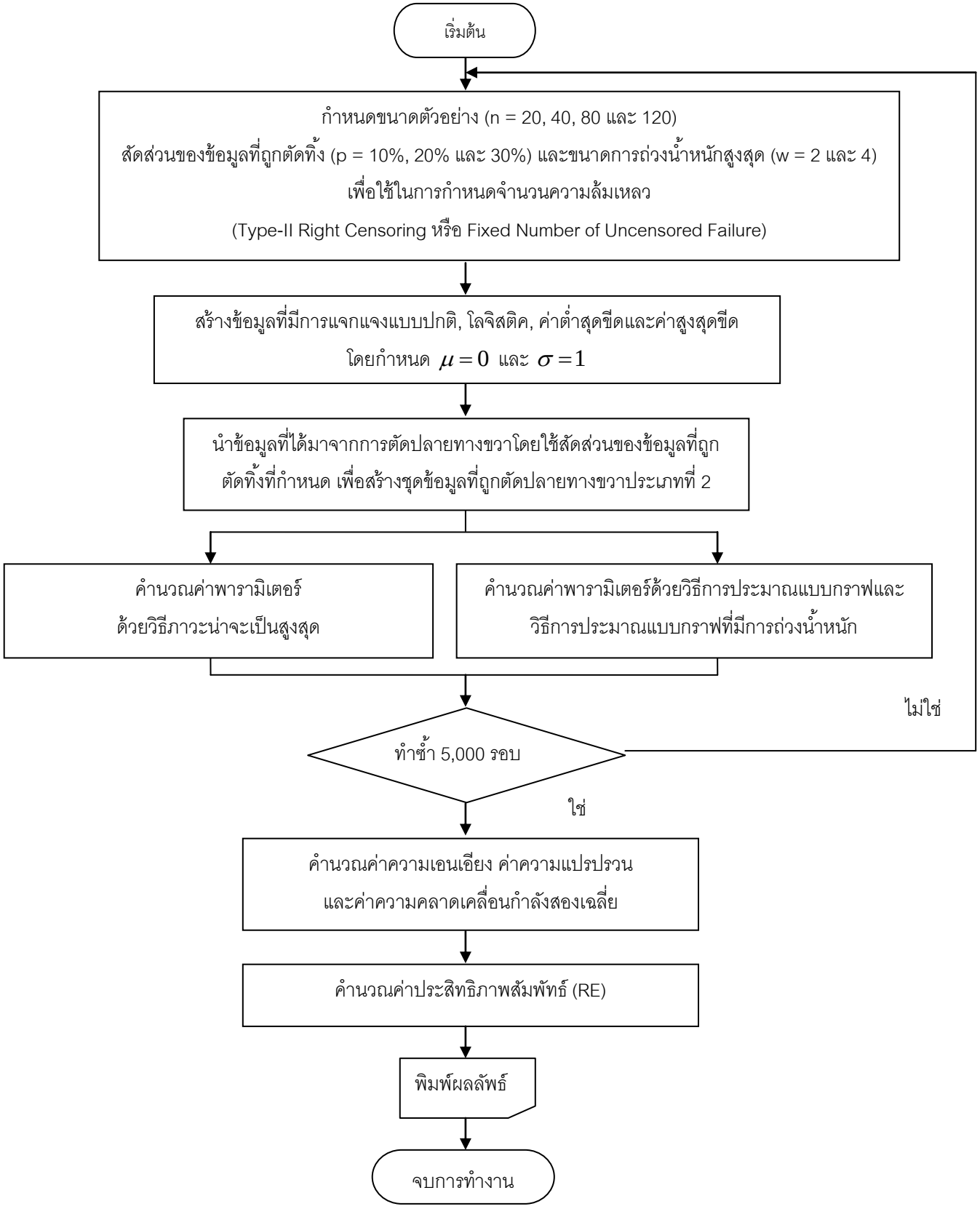
รูปแบบที่ 2: ค่า RE_2 ที่คิดจากค่าสัดส่วนของ MSEs ของตัวประมาณพารามิเตอร์ โดยจะเปรียบเทียบกับ การประมาณด้วยวิธีการประมาณแบบกราฟ (GE Method)

3.2.8 สรุปผลการวิจัยในแต่ละสถานการณ์

3.3 ขั้นตอนการทำงานของโปรแกรม

โปรแกรมที่ใช้ในการศึกษาการวิจัยในครั้งนี้ เขียนด้วยโปรแกรม R เวอร์ชั่น 2.9.2 ซึ่งในแต่ละสถานการณ์ของการทดลองจะกระทำซ้ำ 5,000 รอบ สามารถแสดงขั้นตอนการทำงานของโปรแกรมได้ดังนี้

ภาพที่ 3.1 แสดงแผนผังขั้นตอนการวิจัย



บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

จากการศึกษาการประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด วิธีการประมาณแบบกราฟ และวิธีการประมาณแบบกราฟที่มีการถ่วงน้ำหนัก สำหรับข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาประเภทที่ 2 โดยทำการศึกษาสำหรับข้อมูลที่มีแจกแจงแบบ Location-scale ที่สนใจศึกษา ได้แก่ การแจกแจงปกติ การแจกแจงโลจิสติค การแจกแจงค่าต่ำสุดขีด และการแจกแจงค่าสูงสุดขีด ที่มีขนาดตัวอย่างเป็น 20, 40, 80 และ 120 ด้วยสัดส่วนของการตัดปลายทางขวา เป็น 10%, 20% และ 30% ของขนาดตัวอย่าง จากการศึกษาในครั้งนี้เกณฑ์การพิจารณาเปรียบเทียบคือ ค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (Relative Efficiency; RE) ของค่าความแปรปรวน และค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย นอกจากนี้แล้วยังได้นำค่าความเอนเอียงสัมบูรณ์ ค่าแปรปรวนและค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยมาประกอบพิจารณาอีกด้วย

ในการนำเสนอผลการวิจัยจะแสดงในรูปแบบของตารางและกราฟ โดยมีสัญลักษณ์ที่ใช้แทนความหมายต่างๆ ดังนี้

n แทน ขนาดของตัวอย่าง

p แทน สัดส่วนของการตัดปลายทางขวา

w แทน ขนาดของการถ่วงน้ำหนักสูงสุด

MLE แทน วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด

GE แทน วิธีการประมาณแบบกราฟ

WGE แทน วิธีการประมาณแบบกราฟที่มีการถ่วงน้ำหนัก

Bias แทน ค่าความเอนเอียง

Var แทน ค่าความแปรปรวน

MSE แทน ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย

RE_1 แทน ค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ของวิธีที่ใช้ในการประมาณค่าพารามิเตอร์ โดยคิดจากสัดส่วนของ Variances ที่เปรียบเทียบด้วยวิธี GE

RE_2 แทน ค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ของวิธีที่ใช้ในการประมาณค่าพารามิเตอร์ โดยคิดจากสัดส่วนของ MSE ที่เปรียบเทียบด้วยวิธี GE

ในการนำเสนอผลการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธีนั้น จะแบ่งการนำเสนอออกเป็น 2 ส่วนด้วยกัน คือ

<u>ส่วนที่ 1</u> ผลการเปรียบเทียบประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE_1 และ RE_2 ของวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ μ ด้วยวิธีการประมาณ MLE, วิธีการประมาณ GE และ วิธีการประมาณ WGE แบบ Increasing Weighting, Decreasing Weighting, Symmetric-Triangular Weighting, Right-Skewed-Triangular Weighting และ Left-Skewed-Triangular Weighting ภายใต้การแจกแจงค่าต่ำสุดขีด การแจกแจงค่าสูงสุดขีด การแจกแจงโลจิสติค และการแจกแจงปกติ ของข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาประเภทที่ 2

ในการวัดประสิทธิภาพของวิธีการประมาณ จะพิจารณาจากค่า RE_1 และ RE_2 โดยที่ RE_1 และ RE_2 คือสัดส่วนของ Variance และ MSE ของวิธี GE เทียบกับวิธีที่สนใจ

$$RE_1(M) = \frac{Var_{GE}}{Var_M} \text{ และ } RE_2(M) = \frac{MSE_{GE}}{MSE_M}$$

โดยจะพิจารณาค่า RE_2 เป็นหลัก และจะใช้ค่า RE_1 ประกอบการพิจารณาด้วย
ซึ่งเกณฑ์ที่ใช้วัด คือ ถ้า $RE(M)$ มีค่ามากกว่า 1 หมายความว่า ตัวประมาณ M มีประสิทธิภาพมากกว่า GE, ถ้า $RE(M)$ มีค่าน้อยกว่า 1 หมายความว่า ตัวประมาณ M มีประสิทธิภาพน้อยกว่า GE และ ถ้า $RE(M)$ มีค่าเท่ากับ 1 หมายความว่า ตัวประมาณ M และ GE มีประสิทธิภาพเท่ากัน

<u>ส่วนที่ 2</u> ผลการเปรียบเทียบประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE_1 และ RE_2 ของวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ σ ด้วยวิธีการประมาณ MLE, วิธีการประมาณ GE และ วิธีการประมาณ WGE แบบ Increasing Weighting, Decreasing Weighting, Symmetric-Triangular Weighting, Right-Skewed-Triangular Weighting และ Left-Skewed-Triangular Weighting ภายใต้การแจกแจงค่าต่ำสุดขีด การแจกแจงค่าสูงสุดขีด การแจกแจงโลจิสติค และการแจกแจงปกติ ของข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาประเภทที่ 2

ในการวัดประสิทธิภาพของวิธีการประมาณ จะพิจารณาจากค่า RE_1 และ RE_2 โดยที่ RE_1 และ RE_2 คือสัดส่วนของ Variance และ MSE ของวิธี GE เทียบกับวิธีที่สนใจ

$$RE_1(M) = \frac{Var_{GE}}{Var_M} \text{ และ } RE_2(M) = \frac{MSE_{GE}}{MSE_M}$$

โดยจะพิจารณาค่า RE_2 เป็นหลัก และจะใช้ค่า RE_1 ประกอบการพิจารณาด้วย
ซึ่งเกณฑ์ที่ใช้วัด คือ ถ้า $RE(M)$ มีค่ามากกว่า 1 หมายความว่า ตัวประมาณ M มีประสิทธิภาพมากกว่า GE, ถ้า $RE(M)$ มีค่าน้อยกว่า 1 หมายความว่า ตัวประมาณ M มีประสิทธิภาพน้อยกว่า GE และ ถ้า $RE(M)$ มีค่าเท่ากับ 1 หมายความว่า ตัวประมาณ M และ GE มีประสิทธิภาพเท่ากัน

4.1 สรุปผลการศึกษาเปรียบเทียบการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธี

จากผลการศึกษาพบว่า การประมาณค่าพารามิเตอร์ μ และ σ ด้วยวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (MLE) เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพมากที่สุด เมื่อเทียบกับวิธีการประมาณแบบกราฟ (GE) และวิธีการประมาณแบบกราฟที่มีการถ่วงน้ำหนัก (WGE) ซึ่งภายใต้ขอบเขตของการศึกษานี้ให้ความสนใจในการประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธีการประมาณแบบกราฟที่มีการถ่วงน้ำหนัก (WGE) ว่าจะมีประสิทธิภาพมากกว่าการประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธีการประมาณแบบกราฟ (GE) หรือไม่ โดยสามารถสรุปผลภายใต้การแจกแจงของข้อมูล ได้ดังต่อไปนี้

<u>กรณีข้อมูลมีการแจกแจงแบบ SEV(0,1)</u>

- การประมาณค่าพารามิเตอร์ μ

เมื่อ $p = 0;$ พบว่า วิธี WGE แบบ Increasing Weighting จะมีประสิทธิภาพมากที่สุด โดยแบบ Increasing Weighting ที่มี $w = 4$ มีประสิทธิภาพมากกว่าแบบ Increasing Weighting ที่มี $w = 2$

เมื่อ $p \neq 0;$ พบว่า วิธี WGE แบบ Increasing Weighting จะมีประสิทธิภาพมากที่สุด โดยแบบ Increasing Weighting ที่มี $w = 4$ มีประสิทธิภาพมากกว่าแบบ Increasing Weighting ที่มี $w = 2$

- การประมาณค่าพารามิเตอร์ σ

เมื่อ $p = 0;$ พบว่า วิธี WGE แบบ Increasing Weighting จะมีประสิทธิภาพมากที่สุด โดยแบบ Increasing Weighting ที่มี $w = 4$ มีประสิทธิภาพมากกว่าแบบ Increasing Weighting ที่มี $w = 2$

เมื่อ $p \neq 0;$ พบว่า วิธี WGE แบบ Increasing Weighting จะมีประสิทธิภาพมากที่สุด โดยแบบ Increasing Weighting ที่มี $w = 4$ มีประสิทธิภาพมากกว่าแบบ Increasing Weighting ที่มี $w = 2$

<u>กรณีข้อมูลมีการแจกแจงแบบ LEV(0,1)</u>

- การประมาณค่าพารามิเตอร์ μ

เมื่อ $p=0;$ พบว่า วิธี WGE แบบ Decreasing Weighting จะมีประสิทธิภาพมากที่สุด โดยแบบ Decreasing Weighting ที่มี $w=4$ มีประสิทธิภาพมากกว่าแบบ Decreasing Weighting ที่มี $w=2$

เมื่อ $p=0.1;$ พบว่า วิธี WGE แบบ Decreasing Weighting จะมีประสิทธิภาพมากที่สุด โดยแบบ Decreasing Weighting ที่มี $w=2$ มีประสิทธิภาพมากกว่าแบบ Decreasing Weighting ที่มี $w=4$

เมื่อ $p=0.2$ หรือ $0.3;$ พบว่า วิธี GE จะมีประสิทธิภาพมากกว่าวิธี WGE ในทุกๆ กรณี

- การประมาณค่าพารามิเตอร์ σ

เมื่อ $p=0$ หรือ $0.1;$ พบว่า วิธี WGE แบบ Decreasing Weighting จะมีประสิทธิภาพมากที่สุด โดยแบบ Decreasing Weighting ที่มี $w=4$ มีประสิทธิภาพมากกว่าแบบ Decreasing Weighting ที่มี $w=2$

เมื่อ $p=0.2$ หรือ $0.3;$ ในกรณีส่วนใหญ่พบว่า วิธี WGE แบบ Decreasing Weighting ที่มี $w=2$ จะมีประสิทธิภาพมากที่สุด

<u>กรณีข้อมูลมีการแจกแจงแบบ LOGIS(0,1)</u>

- การประมาณค่าพารามิเตอร์ μ

เมื่อ $p=0;$ ในกรณีส่วนใหญ่พบว่า วิธี WGE แบบ Right-Skewed-Triangular Weighting ที่มี $w=4$ จะมีประสิทธิภาพมากที่สุด

เมื่อ $p=0.1;$ ในกรณีส่วนใหญ่พบว่า วิธี WGE แบบ Right-Skewed-Triangular Weighting ที่มี $w=2$ จะมีประสิทธิภาพมากที่สุด

เมื่อ $p=0.2;$ พบว่า วิธี GE จะมีประสิทธิภาพมากกว่าวิธี WGE ในทุกๆ กรณี

เมื่อ $p=0.3;$ พบว่า วิธี WGE แบบ Increasing Weighting จะมีประสิทธิภาพมากที่สุด โดยแบบ Increasing Weighting ที่มี $w=4$ มีประสิทธิภาพมากกว่าแบบ Increasing Weighting ที่มี $w=2$

- การประมาณค่าพารามิเตอร์ σ

เมื่อ $p=0;$ ในกรณีส่วนใหญ่พบว่า วิธี WGE แบบ Right-Skewed-Triangular Weighting ที่มี $w=4$ จะมีประสิทธิภาพมากที่สุด

เมื่อ $p \geq 0.1;$ พบว่า วิธี WGE แบบ Increasing Weighting จะมีประสิทธิภาพมากที่สุด โดยแบบ Increasing Weighting ที่มี $w = 4$ มีประสิทธิภาพมากกว่าแบบ Increasing Weighting ที่มี $w = 2$

<u>กรณีข้อมูลมีการแจกแจงแบบ NOR(0,1)</u>

- การประมาณค่าพารามิเตอร์ μ

เมื่อ $p = 0;$ พบว่า วิธี GE จะมีประสิทธิภาพมากกว่าวิธี WGE ในทุกๆ กรณี

เมื่อ $p = 0.1;$ ในกรณีส่วนใหญ่พบว่า วิธี WGE แบบ Increasing Weighting ที่มี $w = 2$ จะมีประสิทธิภาพมากที่สุด

เมื่อ $p = 0.2$ หรือ $0.3;$ ในกรณีส่วนใหญ่พบว่า วิธี WGE แบบ Increasing Weighting ที่มี $w = 4$ จะมีประสิทธิภาพมากที่สุด

- การประมาณค่าพารามิเตอร์ σ

เมื่อ $p = 0;$ พบว่า วิธี GE จะมีประสิทธิภาพมากกว่าวิธี WGE ในทุกๆ กรณี

เมื่อ $p = 0.1;$ พบว่า วิธี WGE แบบ Increasing Weighting จะมีประสิทธิภาพมากที่สุด โดยแบบ Increasing Weighting ที่มี $w = 2$ มีประสิทธิภาพมากกว่าแบบ Increasing Weighting ที่มี $w = 4$

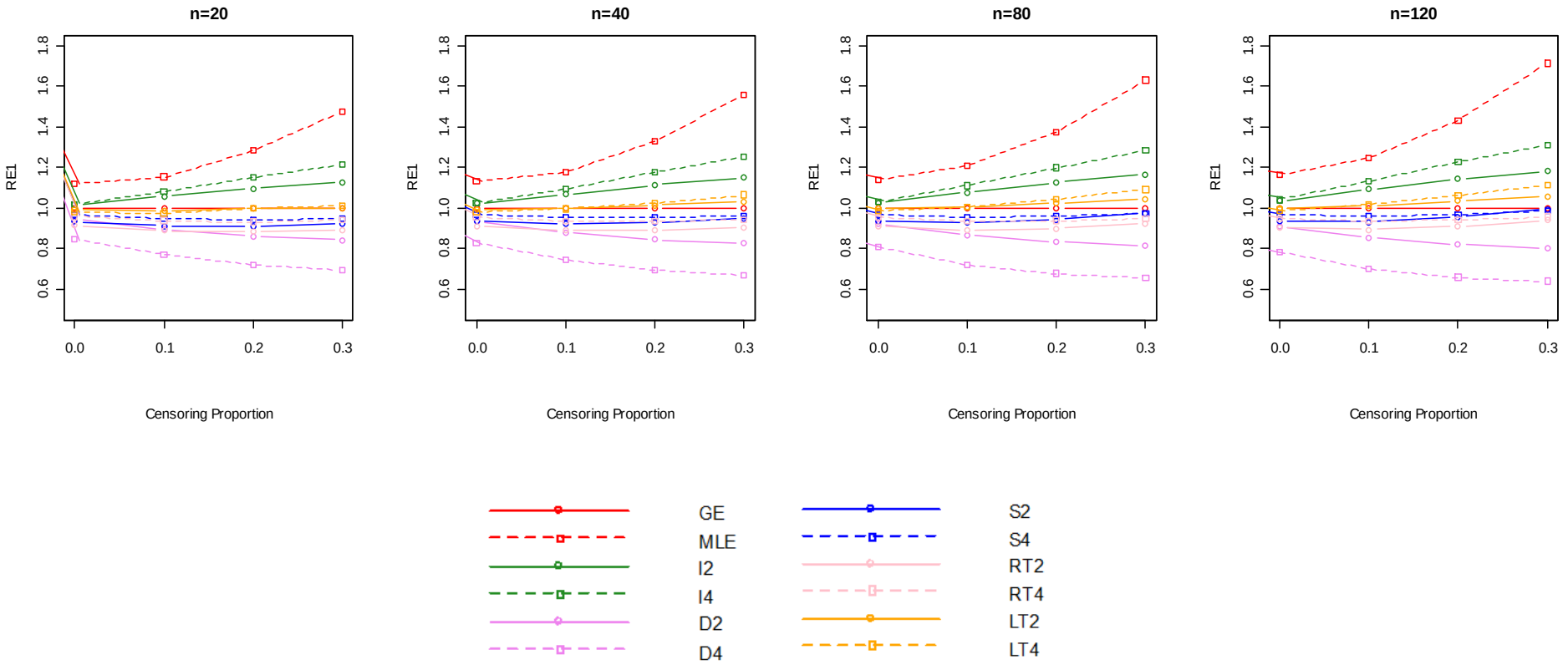
เมื่อ $p = 0.2$ หรือ $0.3;$ พบว่า วิธี WGE แบบ Increasing Weighting จะมีประสิทธิภาพมากที่สุด โดยแบบ Increasing Weighting ที่มี $w = 4$ มีประสิทธิภาพมากกว่าแบบ Increasing Weighting ที่มี $w = 2$

4.2 ผลการศึกษาเมื่อข้อมูลมีการแจกแจงค่าต่ำสุดขีด

4.2.1 การเปรียบเทียบประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE_1 และ RE_2 ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ μ ด้วยวิธีการประมาณ GE, วิธีการประมาณ MLE และ วิธีการประมาณ WGE

ตารางที่ 4.1 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE_1 ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ μ สำหรับการแจกแจงค่าต่ำสุดขีด ที่มีพารามิเตอร์ $\mu = 0$ และ $\sigma = 1$ ด้วยวิธี GE, วิธี MLE และ วิธี WGE โดยจำแนกตามขนาดตัวอย่าง และสัดส่วนของการตัดปลายทางขวา

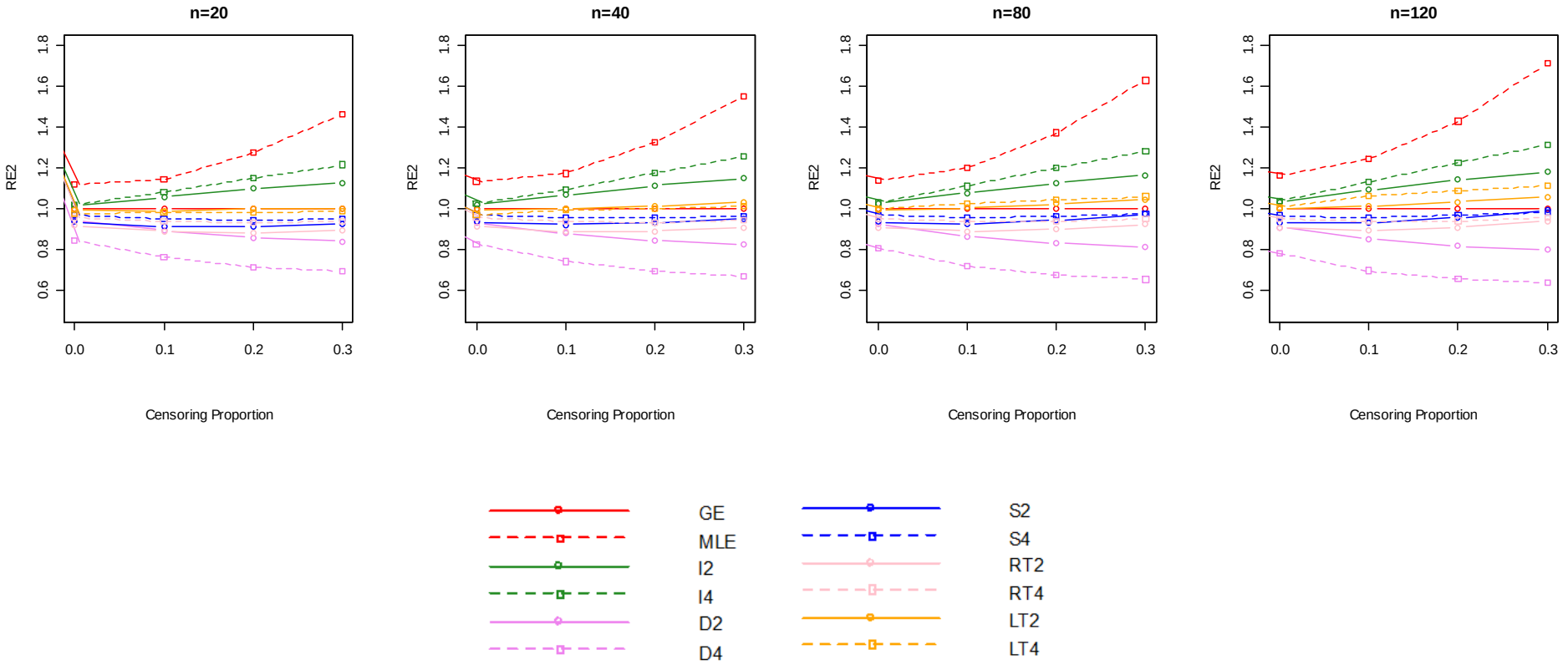
Censoring Proportion p	Sample Size n	GE	MLE	WGE									
				Increasing Weighting		Decreasing Weighting		Symmetric-Triangular Weighting		Right-Skewed-Triangular Weighting		Left-Skewed-Triangular Weighting	
				$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$
0	20	1	1.120	1.017	1.019	0.944	0.848	0.933	0.968	0.915	0.958	0.992	0.978
	40	1	1.134	1.021	1.024	0.934	0.826	0.935	0.968	0.912	0.955	0.994	0.982
	80	1	1.140	1.025	1.029	0.924	0.806	0.934	0.967	0.909	0.953	0.996	0.985
	120	1	1.162	1.034	1.040	0.911	0.782	0.934	0.967	0.906	0.950	0.999	0.989
0.1	20	1	1.154	1.057	1.079	0.895	0.768	0.912	0.950	0.888	0.938	0.986	0.973
	40	1	1.177	1.067	1.093	0.881	0.744	0.922	0.954	0.889	0.937	1.000	0.996
	80	1	1.206	1.078	1.110	0.867	0.722	0.926	0.956	0.890	0.936	1.004	1.003
	120	1	1.244	1.091	1.130	0.853	0.700	0.932	0.959	0.894	0.937	1.011	1.015
0.2	20	1	1.284	1.097	1.151	0.861	0.718	0.911	0.944	0.884	0.932	0.999	1.000
	40	1	1.329	1.113	1.176	0.845	0.695	0.929	0.954	0.889	0.934	1.014	1.026
	80	1	1.374	1.126	1.198	0.833	0.678	0.944	0.962	0.899	0.938	1.024	1.044
	120	1	1.429	1.142	1.225	0.820	0.659	0.956	0.968	0.909	0.942	1.034	1.060
0.3	20	1	1.474	1.128	1.214	0.842	0.695	0.925	0.949	0.893	0.940	1.000	1.009
	40	1	1.555	1.150	1.253	0.825	0.671	0.950	0.962	0.905	0.942	1.032	1.065
	80	1	1.630	1.165	1.282	0.814	0.657	0.973	0.974	0.923	0.950	1.046	1.091
	120	1	1.713	1.181	1.312	0.802	0.640	0.993	0.985	0.939	0.957	1.058	1.114



ภาพที่ 4.1 แสดงการเปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE_1 ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ μ สำหรับการแจกแจงค่าต่ำสุดขีด ที่มีพารามิเตอร์ $\mu = 0$ และ $\sigma = 1$ ด้วยวิธี GE, วิธี MLE และ วิธี WGE

ตารางที่ 4.2 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE_2 ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ μ สำหรับการแจกแจงค่าต่ำสุดขีด ที่มีพารามิเตอร์ $\mu = 0$ และ $\sigma = 1$ ด้วยวิธี GE, วิธี MLE และ วิธี WGE โดยจำแนกตามขนาดตัวอย่าง และสัดส่วนของการตัดปลายทางขวา

Censoring Proportion p	Sample Size n	GE	MLE	WGE									
				Increasing Weighting		Decreasing Weighting		Symmetric-Triangular Weighting		Right-Skewed-Triangular Weighting		Left-Skewed-Triangular Weighting	
				$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$
0	20	1	1.120	1.017	1.020	0.944	0.848	0.937	0.970	0.918	0.959	0.994	0.982
	40	1	1.135	1.022	1.025	0.934	0.826	0.937	0.969	0.914	0.956	0.996	0.984
	80	1	1.140	1.026	1.030	0.924	0.806	0.936	0.968	0.911	0.954	0.997	0.987
	120	1	1.163	1.034	1.041	0.910	0.781	0.935	0.967	0.907	0.951	1.000	0.990
0.1	20	1	1.147	1.058	1.080	0.895	0.767	0.914	0.951	0.890	0.939	0.987	0.975
	40	1	1.173	1.068	1.095	0.880	0.743	0.923	0.955	0.890	0.937	1.001	0.998
	80	1	1.203	1.079	1.111	0.867	0.721	0.927	0.957	0.891	0.937	1.005	1.005
	120	1	1.242	1.092	1.131	0.853	0.699	0.933	0.960	0.894	0.937	1.012	1.016
0.2	20	1	1.274	1.098	1.153	0.860	0.717	0.913	0.945	0.885	0.933	1.000	1.002
	40	1	1.324	1.114	1.177	0.845	0.694	0.931	0.955	0.891	0.935	1.015	1.028
	80	1	1.372	1.127	1.200	0.832	0.677	0.945	0.962	0.900	0.939	1.025	1.045
	120	1	1.428	1.142	1.227	0.819	0.658	0.957	0.969	0.910	0.942	1.034	1.062
0.3	20	1	1.462	1.129	1.216	0.842	0.694	0.927	0.950	0.894	0.941	1.001	1.011
	40	1	1.549	1.151	1.255	0.824	0.670	0.952	0.963	0.907	0.943	1.033	1.067
	80	1	1.628	1.166	1.283	0.813	0.656	0.974	0.975	0.924	0.950	1.047	1.092
	120	1	1.713	1.182	1.314	0.802	0.640	0.994	0.985	0.940	0.958	1.059	1.115



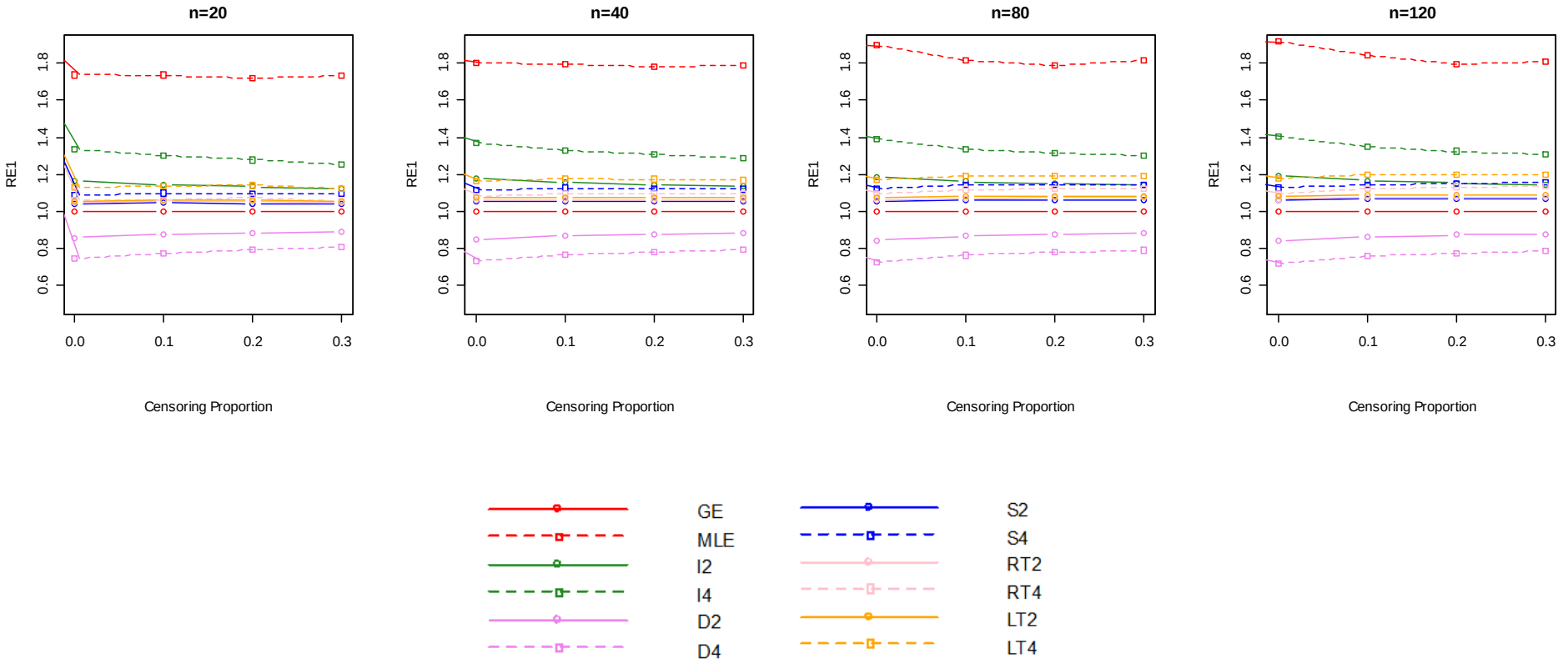
ภาพที่ 4.2 แสดงการเปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE_2 ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ μ สำหรับการแจกแจงค่าต่ำสุดขีด ที่มีพารามิเตอร์ $\mu = 0$ และ $\sigma = 1$ ด้วยวิธี GE, วิธี MLE และ วิธี WGE

จากตารางที่ 4.1-4.2 และภาพที่ 4.1-4.2 ซึ่งแสดงผลการเปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE_1 และ RE_2 ตามลำดับ ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ μ สำหรับการแจกแจงค่าต่ำสุดขีด ที่มีพารามิเตอร์ $\mu=0$ และ $\sigma=1$ ด้วยวิธี GE, วิธี MLE และ วิธี WGE พบว่า การประมาณค่าพารามิเตอร์ μ ด้วยวิธี MLE และ วิธี WGE แบบ Increasing Weighting มีประสิทธิภาพมากกว่าวิธี GE ในทุกกรณี สำหรับทุกขนาดตัวอย่าง (n) ค่า RE_1 และ RE_2 ของวิธี MLE และ วิธี WGE แบบ Increasing Weighting มีแนวโน้มที่จะเพิ่มขึ้นเรื่อยๆ ถ้าสัดส่วนของการตัดปลาย (p) เพิ่มขึ้น โดยค่า RE_1 และ RE_2 ของวิธี MLE จะมีค่ามากกว่าวิธี WGE แบบ Increasing Weighting เมื่อพิจารณาที่สัดส่วนของการตัดปลาย (p) คงที่ พบว่า ค่า RE_1 และ RE_2 มีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเรื่อยๆ ถ้าขนาดตัวอย่าง (n) เพิ่มขึ้น เนื่องจากอาจเป็นไปได้ว่าขนาดตัวอย่าง (n) มากทำให้การประมาณค่าใกล้เคียงกับประชากรมากยิ่งขึ้น และถ้าเปรียบเทียบข้อดีในการประมาณจะพบว่าวิธี WGE แบบ Increasing Weighting เป็นวิธีที่ง่ายและสะดวกกว่าในการประมาณค่าพารามิเตอร์มากกว่าวิธี MLE นอกจากนี้ยังพบว่า วิธี WGE แบบ Increasing Weighting ที่มี $w=4$ มีประสิทธิภาพมากกว่าแบบ Increasing Weighting ที่มี $w=2$ ในทุกกรณี

4.2.2 การเปรียบเทียบประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE_1 และ RE_2 ของการประมาณค่าพารามิแตอร์ σ ด้วยวิธีการประมาณ GE, วิธีการประมาณ MLE และ วิธีการประมาณ WGE

ตารางที่ 4.3 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE_1 ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ σ สำหรับการแจกแจงค่าต่ำสุดขีด ที่มีพารามิเตอร์ $\mu = 0$ และ $\sigma = 1$ ด้วยวิธี GE, วิธี MLE และ วิธี WGE โดยจำแนกตามขนาดตัวอย่าง และสัดส่วนของการตัดปลายทางขวา

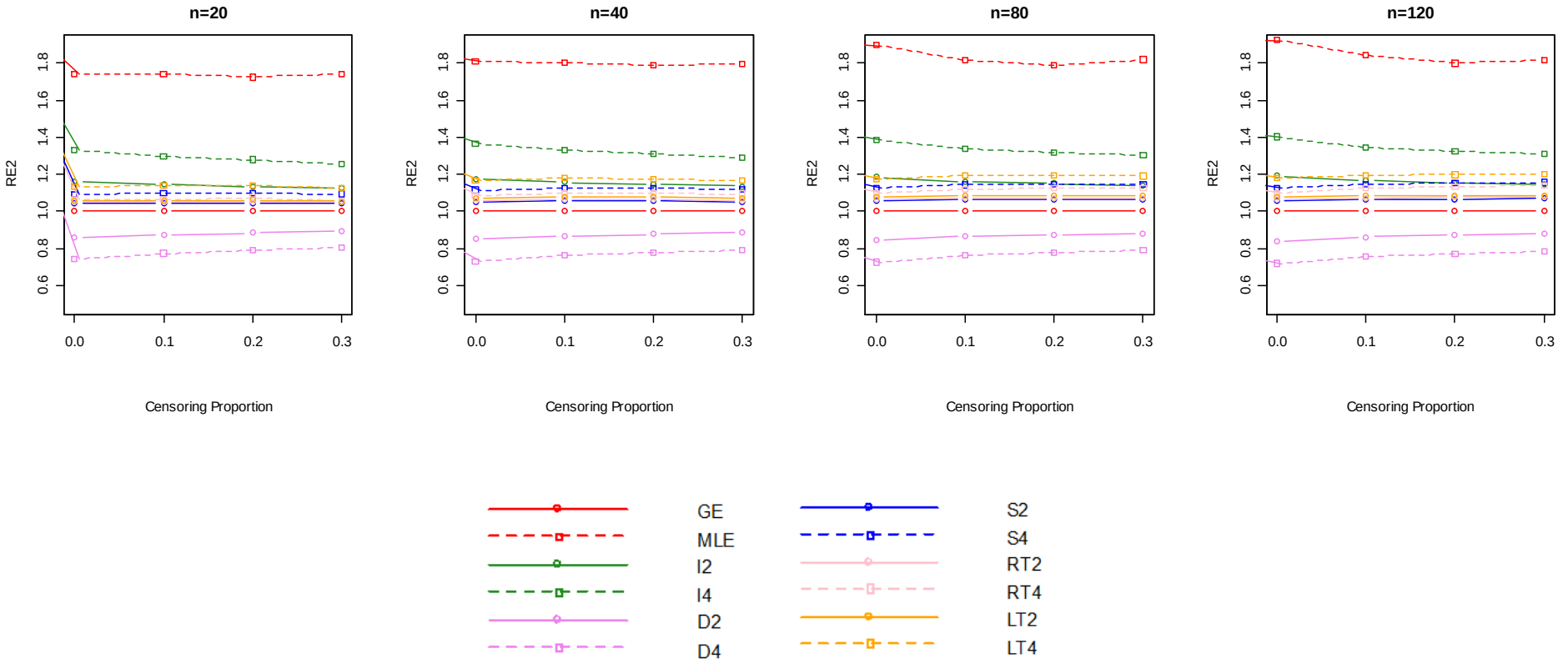
Censoring Proportion p	Sample Size n	GE	MLE	WGE									
				Increasing Weighting		Decreasing Weighting		Symmetric-Triangular Weighting		Right-Skewed-Triangular Weighting		Left-Skewed-Triangular Weighting	
				$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$
0	20	1	1.737	1.164	1.333	0.857	0.742	1.041	1.087	1.048	1.059	1.056	1.130
	40	1	1.802	1.178	1.367	0.849	0.732	1.052	1.113	1.057	1.080	1.071	1.163
	80	1	1.896	1.187	1.389	0.844	0.725	1.056	1.123	1.062	1.094	1.075	1.172
	120	1	1.921	1.194	1.403	0.840	0.718	1.058	1.126	1.063	1.096	1.078	1.178
0.1	20	1	1.736	1.144	1.298	0.875	0.774	1.044	1.098	1.052	1.063	1.058	1.135
	40	1	1.797	1.157	1.329	0.868	0.764	1.056	1.125	1.062	1.096	1.077	1.177
	80	1	1.815	1.160	1.336	0.866	0.762	1.063	1.142	1.070	1.118	1.083	1.191
	120	1	1.842	1.165	1.346	0.862	0.756	1.065	1.145	1.073	1.123	1.086	1.195
0.2	20	1	1.719	1.133	1.277	0.884	0.790	1.043	1.096	1.052	1.072	1.061	1.140
	40	1	1.783	1.145	1.307	0.877	0.781	1.054	1.124	1.061	1.096	1.075	1.173
	80	1	1.786	1.150	1.317	0.875	0.777	1.063	1.145	1.071	1.124	1.083	1.191
	120	1	1.796	1.153	1.324	0.872	0.773	1.066	1.151	1.075	1.132	1.086	1.196
0.3	20	1	1.735	1.122	1.255	0.892	0.804	1.041	1.093	1.049	1.055	1.053	1.124
	40	1	1.788	1.135	1.286	0.885	0.794	1.052	1.119	1.058	1.092	1.073	1.167
	80	1	1.814	1.142	1.302	0.881	0.789	1.062	1.144	1.071	1.124	1.082	1.190
	120	1	1.811	1.145	1.308	0.878	0.784	1.067	1.155	1.077	1.138	1.087	1.198



ภาพที่ 4.3 แสดงการเปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE_1 ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ σ สำหรับการแจกแจงค่าต่ำสุดขีด ที่มีพารามิเตอร์ $\mu = 0$ และ $\sigma = 1$ ด้วยวิธี GE, วิธี MLE และ วิธี WGE

ตารางที่ 4.4 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE_2 ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ σ สำหรับการแจกแจงค่าต่ำสุดขีด ที่มีพารามิเตอร์ $\mu = 0$ และ $\sigma = 1$ ด้วยวิธี GE, วิธี MLE และ วิธี WGE โดยจำแนกตามขนาดตัวอย่าง และสัดส่วนของการตัดปลายทางขวา

Censoring Proportion p	Sample Size n	GE	MLE	WGE									
				Increasing Weighting		Decreasing Weighting		Symmetric-Triangular Weighting		Right-Skewed-Triangular Weighting		Left-Skewed-Triangular Weighting	
				$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$
0	20	1	1.741	1.162	1.329	0.858	0.743	1.042	1.090	1.050	1.063	1.058	1.133
	40	1	1.807	1.177	1.365	0.850	0.732	1.053	1.115	1.058	1.084	1.072	1.165
	80	1	1.897	1.186	1.387	0.845	0.726	1.057	1.124	1.063	1.097	1.075	1.173
	120	1	1.923	1.193	1.402	0.840	0.719	1.059	1.128	1.064	1.099	1.078	1.179
0.1	20	1	1.740	1.144	1.299	0.875	0.774	1.045	1.100	1.053	1.066	1.059	1.137
	40	1	1.801	1.157	1.330	0.868	0.764	1.056	1.127	1.063	1.098	1.077	1.178
	80	1	1.817	1.160	1.337	0.866	0.762	1.063	1.143	1.071	1.120	1.083	1.192
	120	1	1.844	1.165	1.347	0.862	0.756	1.065	1.147	1.073	1.124	1.086	1.196
0.2	20	1	1.724	1.133	1.279	0.884	0.790	1.044	1.098	1.053	1.074	1.061	1.142
	40	1	1.788	1.146	1.308	0.877	0.780	1.055	1.125	1.062	1.098	1.076	1.175
	80	1	1.790	1.150	1.319	0.874	0.777	1.064	1.146	1.072	1.125	1.084	1.193
	120	1	1.799	1.154	1.325	0.872	0.773	1.067	1.152	1.076	1.133	1.087	1.198
0.3	20	1	1.742	1.123	1.256	0.892	0.803	1.042	1.095	1.051	1.058	1.054	1.126
	40	1	1.794	1.136	1.288	0.884	0.793	1.053	1.121	1.060	1.095	1.073	1.169
	80	1	1.819	1.142	1.303	0.881	0.789	1.063	1.145	1.071	1.126	1.083	1.191
	120	1	1.816	1.146	1.309	0.878	0.784	1.068	1.156	1.078	1.139	1.087	1.200



ภาพที่ 4.4 แสดงการเปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE_2 ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ σ สำหรับการแจกแจงค่าต่ำสุดขีด ที่มีพารามิเตอร์ $\mu = 0$ และ $\sigma = 1$ ด้วยวิธี GE, วิธี MLE และ วิธี WGE

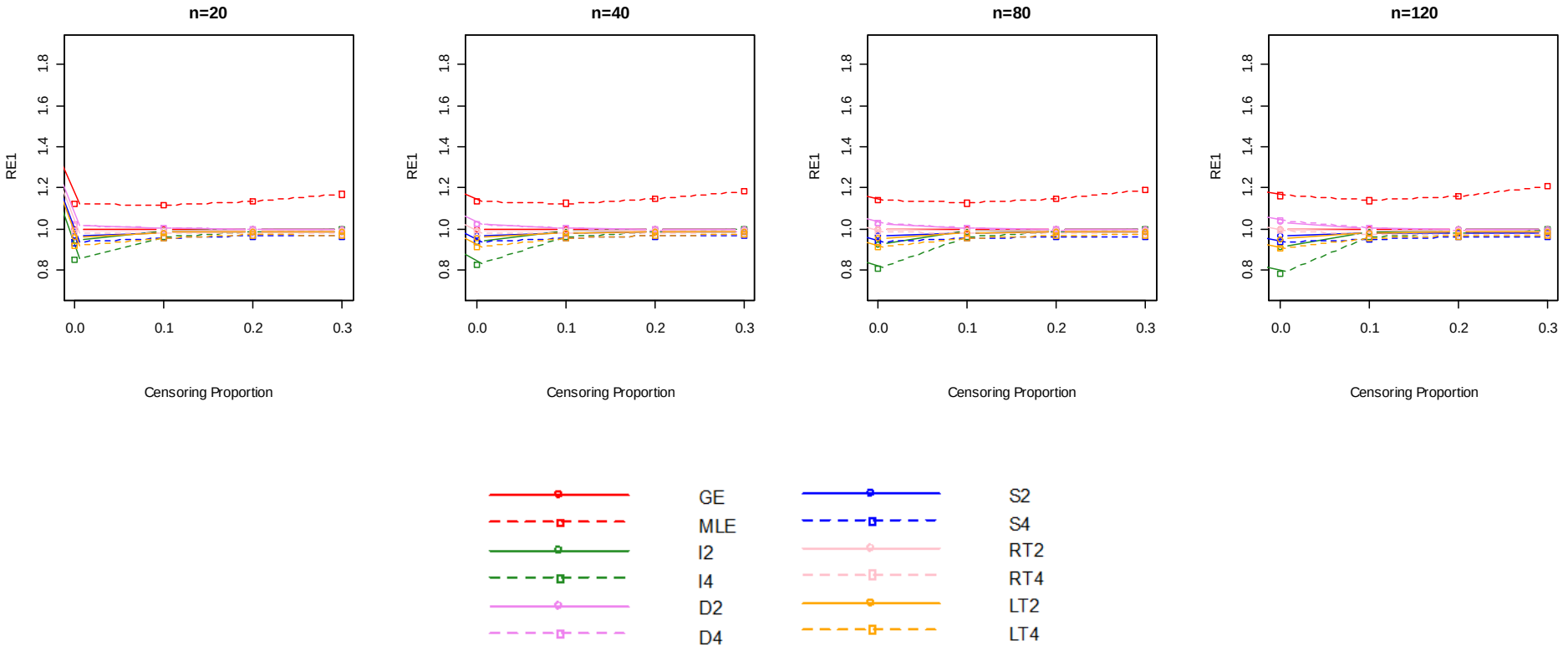
จากตารางที่ 4.3 -4.4 และภาพที่ 4.3-4.4 ซึ่งแสดงผลการเปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE_1 และ RE_2 ตามลำดับ ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ σ สำหรับการแจกแจงค่าต่ำสุดขีด ที่มีพารามิเตอร์ $\mu = 0$ และ $\sigma = 1$ ด้วยวิธี GE, วิธี MLE และ วิธี WGE พบว่า การประมาณค่าพารามิเตอร์ σ ด้วยวิธี MLE และ วิธี WGE มีประสิทธิภาพมากกว่าวิธี GE (ยกเว้นวิธี WGE แบบ Decreasing Weighting) โดยค่า RE_1 และ RE_2 ของวิธี MLE มีค่ามากกว่าวิธี WGE ทุกแบบ และถ้าเปรียบเทียบข้อดีในการประมาณจะพบว่าวิธี WGE ทุกแบบ เป็นวิธีที่ง่ายและสะดวกกว่าในการประมาณค่าพารามิเตอร์มากกว่าวิธี MLE และถ้าพิจารณาแต่ค่า RE_1 และ RE_2 ของวิธี WGE พบว่า วิธี WGE แบบ Increasing Weighting จะมีประสิทธิภาพมากกว่าวิธี WGE แบบอื่นๆ เพราะวิธี WGE แบบ Increasing Weighting นั้นเป็นการถ่วงน้ำหนักโดยกำหนดให้ค่าน้ำหนักของค่าสังเกตแต่ละอันดับมีค่าเพิ่มขึ้นเรื่อย ๆ ทำให้ส่วนที่เป็น Outlier จะถูกกำหนดให้ค่าน้ำหนักที่น้อยสุด เมื่อพิจารณาสำหรับทุกขนาดตัวอย่าง (n) ค่า RE_1 และ RE_2 ของวิธี WGE แบบ Increasing Weighting มีแนวโน้มที่จะลดลงเรื่อยๆ ถ้าสัดส่วนของการตัดปลาย (p) เพิ่มขึ้น เมื่อพิจารณาที่สัดส่วนของการตัดปลาย (p) คงที่ พบว่า ค่า RE_1 และ RE_2 ของวิธี WGE แบบ Increasing Weighting มีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเรื่อยๆ ถ้าขนาดตัวอย่าง (n) เพิ่มขึ้นนอกจากนี้ยังพบว่า วิธี WGE แบบ Increasing Weighting ที่มี $w = 4$ มีประสิทธิภาพมากกว่าแบบ Increasing Weighting ที่มี $w = 2$ ในทุกกรณี

4.3 ผลการศึกษาเมื่อข้อมูลมีการแจกแจงค่าสูงสุดขีด

4.3.1 การเปรียบเทียบประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE_1 และ RE_2 ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ μ ด้วยวิธีการประมาณ GE, วิธีการประมาณ MLE และ วิธีการประมาณ WGE

ตารางที่ 4.5 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE_1 ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ μ สำหรับการแจกแจงค่าสูงสุดขีด ที่มีพารามิเตอร์ $\mu = 0$ และ $\sigma = 1$ ด้วยวิธี GE, วิธี MLE และ วิธี WGE โดยจำแนกตามขนาดตัวอย่าง และสัดส่วนของการตัดปลายทางขวา

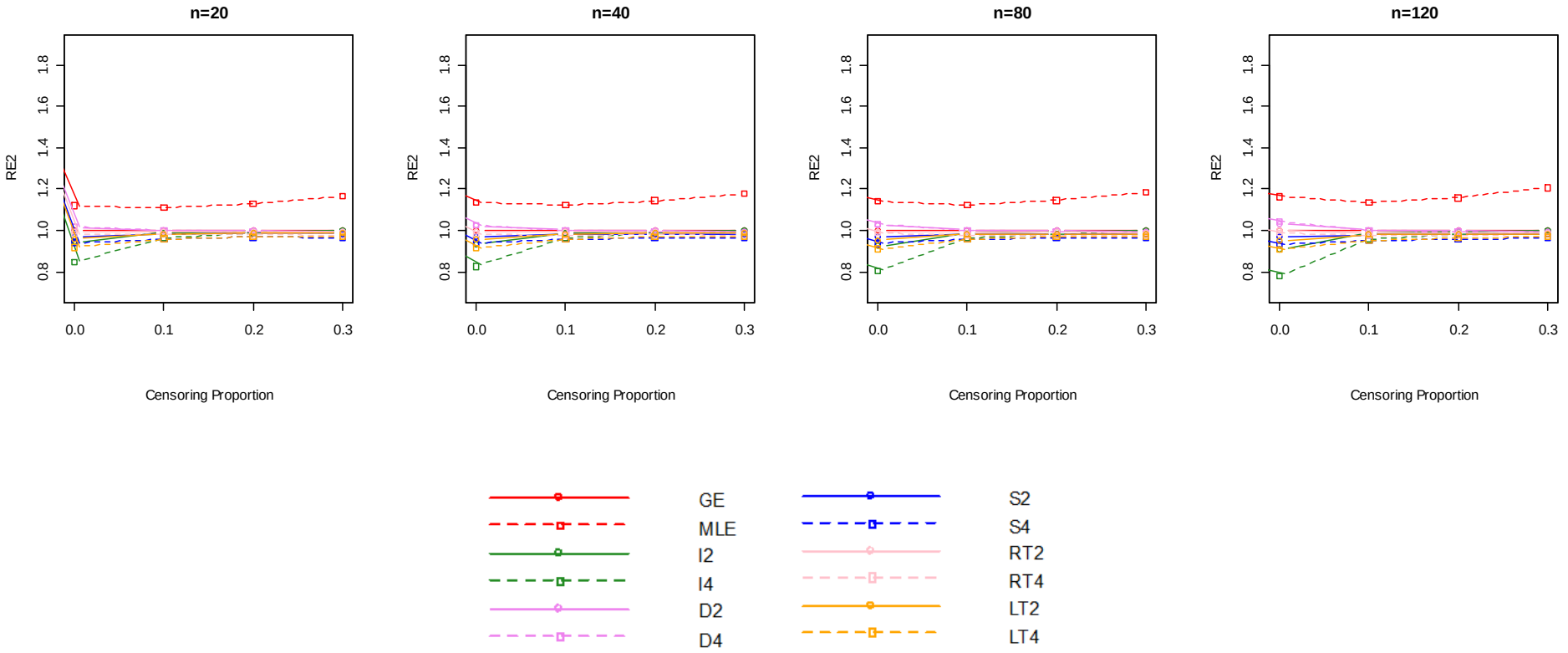
Censoring Proportion p	Sample Size n	GE	MLE	WGE									
				Increasing Weighting		Decreasing Weighting		Symmetric-Triangular Weighting		Right-Skewed-Triangular Weighting		Left-Skewed-Triangular Weighting	
				$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$
0	20	1	1.120	0.944	0.848	1.017	1.019	0.968	0.933	0.992	0.978	0.958	0.915
	40	1	1.134	0.934	0.826	1.021	1.024	0.968	0.935	0.994	0.982	0.955	0.912
	80	1	1.140	0.924	0.806	1.025	1.029	0.967	0.934	0.996	0.985	0.953	0.909
	120	1	1.162	0.911	0.782	1.034	1.040	0.967	0.934	0.999	0.989	0.950	0.906
0.1	20	1	1.114	0.989	0.962	1.002	1.001	0.982	0.956	0.992	0.979	0.982	0.957
	40	1	1.124	0.988	0.961	1.003	1.002	0.981	0.956	0.991	0.976	0.981	0.957
	80	1	1.125	0.988	0.961	1.003	1.002	0.980	0.954	0.990	0.976	0.981	0.956
	120	1	1.137	0.987	0.959	1.003	1.001	0.979	0.951	0.989	0.973	0.980	0.953
0.2	20	1	1.134	0.996	0.986	1.000	0.995	0.986	0.964	0.992	0.977	0.987	0.970
	40	1	1.145	0.996	0.985	0.999	0.994	0.985	0.964	0.991	0.977	0.986	0.969
	80	1	1.146	0.995	0.983	0.999	0.994	0.983	0.962	0.991	0.977	0.984	0.967
	120	1	1.158	0.995	0.982	0.999	0.993	0.981	0.958	0.989	0.973	0.983	0.964
0.3	20	1	1.168	0.999	0.995	0.996	0.985	0.984	0.964	0.991	0.976	0.985	0.969
	40	1	1.183	0.999	0.995	0.996	0.985	0.984	0.965	0.990	0.974	0.986	0.971
	80	1	1.188	0.999	0.995	0.996	0.985	0.983	0.963	0.990	0.975	0.985	0.970
	120	1	1.208	0.999	0.994	0.995	0.983	0.982	0.961	0.988	0.971	0.984	0.968



ภาพที่ 4.5 แสดงการเปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE_1 ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ μ สำหรับการแจกแจงค่าสูงสุดขีด ที่มีพารามิเตอร์ $\mu = 0$ และ $\sigma = 1$ ด้วยวิธี GE, วิธี MLE และ วิธี WGE

ตารางที่ 4.6 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE_2 ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ μ สำหรับการแจกแจงค่าสูงสุดขีด ที่มีพารามิเตอร์ $\mu = 0$ และ $\sigma = 1$ ด้วยวิธี GE, วิธี MLE และ วิธี WGE โดยจำแนกตามขนาดตัวอย่าง และสัดส่วนของการตัดปลายทางขวา

Censoring Proportion p	Sample Size n	GE	MLE	WGE									
				Increasing Weighting		Decreasing Weighting		Symmetric-Triangular Weighting		Right-Skewed-Triangular Weighting		Left-Skewed-Triangular Weighting	
				$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$
0	20	1	1.120	0.944	0.848	1.017	1.020	0.970	0.937	0.994	0.982	0.959	0.918
	40	1	1.135	0.934	0.826	1.022	1.025	0.969	0.937	0.996	0.984	0.956	0.914
	80	1	1.140	0.924	0.806	1.026	1.030	0.968	0.936	0.997	0.987	0.954	0.911
	120	1	1.163	0.910	0.781	1.034	1.041	0.967	0.935	1.000	0.990	0.951	0.907
0.1	20	1	1.113	0.990	0.965	1.002	1.001	0.984	0.960	0.994	0.982	0.983	0.960
	40	1	1.124	0.989	0.963	1.003	1.002	0.982	0.958	0.992	0.978	0.982	0.959
	80	1	1.124	0.989	0.963	1.003	1.002	0.981	0.956	0.991	0.977	0.982	0.957
	120	1	1.137	0.988	0.960	1.003	1.002	0.979	0.952	0.990	0.974	0.980	0.954
0.2	20	1	1.131	0.997	0.987	1.000	0.996	0.987	0.967	0.993	0.979	0.988	0.972
	40	1	1.144	0.996	0.986	1.000	0.995	0.985	0.966	0.992	0.979	0.987	0.970
	80	1	1.145	0.996	0.984	1.000	0.994	0.984	0.963	0.992	0.978	0.985	0.968
	120	1	1.157	0.995	0.982	0.999	0.993	0.982	0.959	0.990	0.974	0.983	0.964
0.3	20	1	1.164	0.999	0.996	0.997	0.987	0.985	0.966	0.992	0.978	0.986	0.971
	40	1	1.180	0.999	0.995	0.996	0.986	0.985	0.966	0.990	0.975	0.986	0.972
	80	1	1.185	0.999	0.995	0.996	0.986	0.984	0.964	0.991	0.976	0.985	0.971
	120	1	1.206	0.999	0.994	0.995	0.983	0.982	0.962	0.989	0.972	0.984	0.969



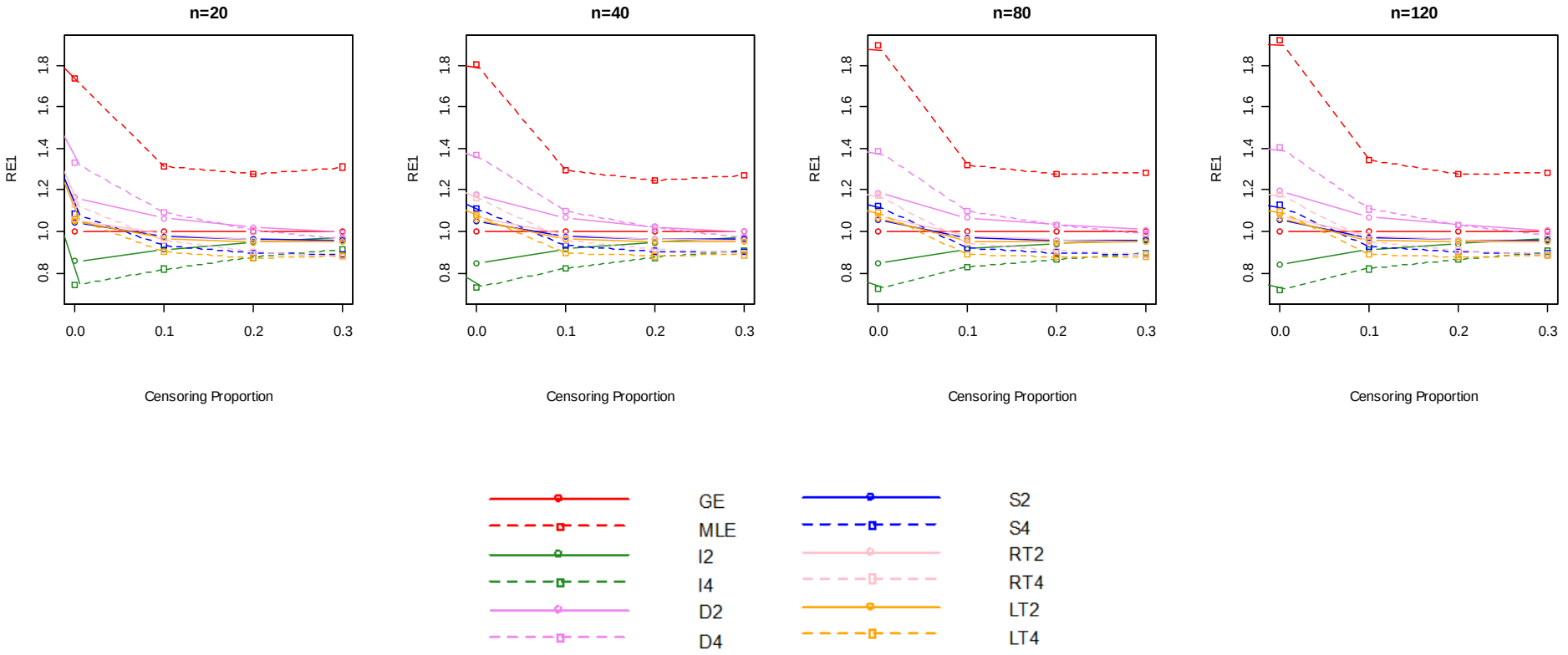
ภาพที่ 4.6 แสดงการเปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE_2 ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ μ สำหรับการแจกแจงค่าสูงสุดขีด ที่มีพารามิเตอร์ $\mu = 0$ และ $\sigma = 1$ ด้วยวิธี GE, วิธี MLE และ วิธี WGE

จากตารางที่ 4.5-4.6 และภาพที่ 4.5-4.6 ซึ่งแสดงผลการเปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE_1 และ RE_2 ตามลำดับ ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ μ สำหรับการแจกแจงค่าสูงสุดขีด ที่มีพารามิเตอร์ $\mu=0$ และ $\sigma=1$ ด้วยวิธี GE, วิธี MLE และ วิธี WGE พบว่า การประมาณค่าพารามิเตอร์ μ ด้วยวิธี MLE มีประสิทธิภาพมากกว่าวิธี GE และ วิธี WGE ในทุกกรณี เมื่อพิจารณาสัดส่วนของการตัดปลาย (p) คงที่และขนาดตัวอย่าง $n\neq 120$ พบว่า ค่า RE_1 และ RE_2 มีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเรื่อยๆ ถ้าขนาดตัวอย่าง (n) เพิ่มขึ้น และเมื่อพิจารณาที่ขนาดตัวอย่าง (n) คงที่ พบว่า ค่า RE_1 และ RE_2 มีแนวโน้มลดลง ถ้าสัดส่วนของการตัดปลาย $p\leq 0.1$ และมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นถ้า $p\geq 0.2$ และเมื่อเปรียบเทียบวิธี GE กับวิธี WGE พบว่า วิธี WGE แบบ Decreasing Weighting มีประสิทธิภาพมากกว่าวิธี GE ในทุกกรณี (ยกเว้น $p=0.3$) เพราะวิธี WGE แบบ Decreasing Weighting นั้นเป็นการถ่วงน้ำหนักโดยกำหนดให้ค่าน้ำหนักของค่าสังเกตแต่ละอันดับมีค่าลดลงเรื่อย ๆ ทำให้ส่วนที่เป็น Outlier จะถูกกำหนดให้ค่าน้ำหนักที่น้อยสุด โดยเมื่อ $p=0$ วิธีประมาณแบบ Decreasing Weighting ที่มี $w=4$ มีประสิทธิภาพมากกว่าแบบ Decreasing Weighting ที่มี $w=2$ และเมื่อ $p\neq 0$ แล้ว วิธีประมาณแบบ Decreasing Weighting ที่มี $w=2$ มีประสิทธิภาพมากกว่าแบบ Decreasing Weighting ที่มี $w=4$ และถ้าเปรียบเทียบข้อดีในการประมาณจะพบว่าวิธี WGE แบบ Decreasing Weighting เป็นวิธีที่ง่ายและสะดวกกว่าในการประมาณค่าพารามิเตอร์มากกว่าวิธี MLE

4.3.2 การเปรียบเทียบประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE_1 และ RE_2 ของการประมาณค่าพารามิแตอร์ σ ด้วยวิธีการประมาณ MLE, วิธีการประมาณ GE และ วิธีการประมาณ WGE

ตารางที่ 4.7 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE_1 ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ σ สำหรับการแจกแจงค่าสูงสุดขีด ที่มีพารามิเตอร์ $\mu = 0$ และ $\sigma = 1$ ด้วยวิธี GE, วิธี MLE และ วิธี WGE โดยจำแนกตามขนาดตัวอย่าง และสัดส่วนของการตัดปลายทางขวา

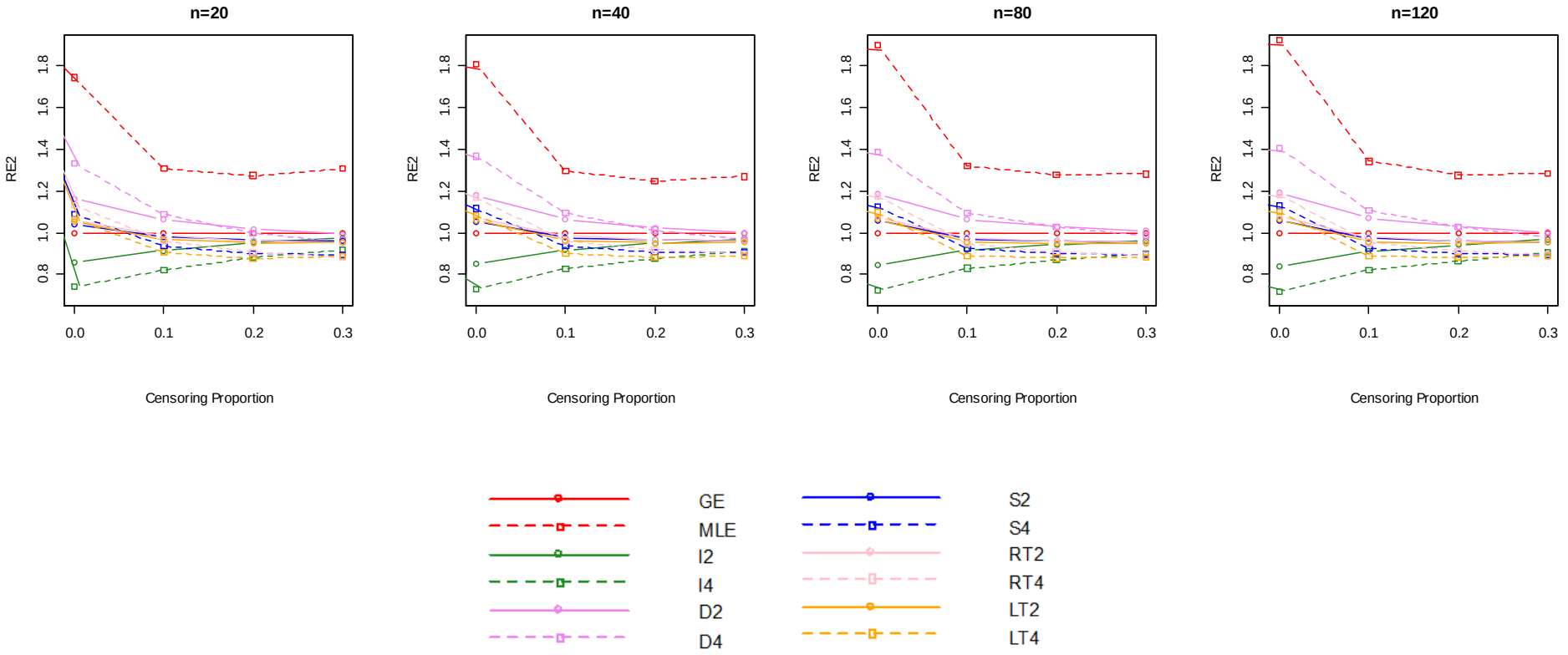
Censoring Proportion p	Sample Size n	GE	MLE	WGE									
				Increasing Weighting		Decreasing Weighting		Symmetric-Triangular Weighting		Right-Skewed-Triangular Weighting		Left-Skewed-Triangular Weighting	
				$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$
0	20	1	1.737	0.857	0.742	1.164	1.333	1.041	1.087	1.056	1.130	1.048	1.059
	40	1	1.802	0.849	0.732	1.178	1.367	1.052	1.113	1.071	1.163	1.057	1.080
	80	1	1.896	0.844	0.725	1.187	1.389	1.056	1.123	1.075	1.172	1.062	1.094
	120	1	1.921	0.840	0.718	1.194	1.403	1.058	1.126	1.078	1.178	1.063	1.096
0.1	20	1	1.311	0.913	0.819	1.064	1.092	0.977	0.933	0.985	0.959	0.967	0.903
	40	1	1.295	0.915	0.824	1.065	1.097	0.976	0.934	0.984	0.960	0.962	0.898
	80	1	1.321	0.917	0.829	1.065	1.099	0.970	0.923	0.977	0.947	0.955	0.888
	120	1	1.343	0.912	0.820	1.070	1.108	0.971	0.925	0.979	0.952	0.955	0.888
0.2	20	1	1.276	0.949	0.875	1.019	1.004	0.961	0.898	0.959	0.901	0.948	0.873
	40	1	1.244	0.947	0.875	1.024	1.016	0.963	0.905	0.964	0.915	0.951	0.881
	80	1	1.278	0.942	0.867	1.032	1.032	0.959	0.899	0.959	0.908	0.948	0.878
	120	1	1.276	0.941	0.864	1.032	1.031	0.960	0.901	0.960	0.911	0.949	0.880
0.3	20	1	1.310	0.971	0.912	0.997	0.964	0.959	0.892	0.949	0.879	0.953	0.883
	40	1	1.268	0.969	0.910	1.000	0.972	0.962	0.901	0.958	0.898	0.953	0.887
	80	1	1.281	0.961	0.898	1.009	0.990	0.956	0.891	0.951	0.889	0.949	0.880
	120	1	1.283	0.965	0.905	1.004	0.980	0.957	0.893	0.952	0.890	0.951	0.885



ภาพที่ 4.7 แสดงการเปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE_1 ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ σ สำหรับการแจกแจงค่าสูงสุดขีด ที่มีพารามิเตอร์ $\mu = 0$ และ $\sigma = 1$ ด้วยวิธี GE, วิธี MLE และ วิธี WGE

ตารางที่ 4.8 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE_2 ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ σ สำหรับการแจกแจงค่าสูงสุดขีด ที่มีพารามิเตอร์ $\mu = 0$ และ $\sigma = 1$ ด้วยวิธี GE, วิธี MLE และ วิธี WGE โดยจำแนกตามขนาดตัวอย่าง และสัดส่วนของการตัดปลายทางขวา

Censoring Proportion p	Sample Size n	GE	MLE	WGE									
				Increasing Weighting		Decreasing Weighting		Symmetric-Triangular Weighting		Right-Skewed-Triangular Weighting		Left-Skewed-Triangular Weighting	
				$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$
0	20	1	1.741	0.858	0.743	1.162	1.329	1.042	1.090	1.058	1.133	1.050	1.063
	40	1	1.807	0.850	0.732	1.177	1.365	1.053	1.115	1.072	1.165	1.058	1.084
	80	1	1.897	0.845	0.726	1.186	1.387	1.057	1.124	1.075	1.173	1.063	1.097
	120	1	1.923	0.840	0.719	1.193	1.402	1.059	1.128	1.078	1.179	1.064	1.099
0.1	20	1	1.307	0.915	0.822	1.061	1.086	0.978	0.934	0.985	0.959	0.968	0.904
	40	1	1.293	0.916	0.825	1.064	1.094	0.976	0.934	0.985	0.960	0.962	0.899
	80	1	1.319	0.918	0.830	1.063	1.096	0.970	0.923	0.977	0.947	0.956	0.889
	120	1	1.341	0.912	0.821	1.069	1.106	0.971	0.925	0.979	0.952	0.956	0.889
0.2	20	1	1.273	0.952	0.880	1.016	0.998	0.963	0.901	0.961	0.904	0.950	0.877
	40	1	1.244	0.949	0.878	1.022	1.012	0.964	0.906	0.965	0.917	0.951	0.883
	80	1	1.276	0.943	0.870	1.030	1.029	0.960	0.900	0.960	0.909	0.949	0.879
	120	1	1.274	0.942	0.866	1.030	1.028	0.960	0.902	0.961	0.911	0.950	0.881
0.3	20	1	1.307	0.974	0.918	0.993	0.957	0.960	0.895	0.951	0.882	0.955	0.887
	40	1	1.268	0.971	0.914	0.998	0.968	0.963	0.904	0.959	0.901	0.955	0.890
	80	1	1.280	0.963	0.901	1.007	0.986	0.957	0.893	0.952	0.891	0.950	0.883
	120	1	1.283	0.966	0.907	1.003	0.978	0.957	0.895	0.953	0.891	0.952	0.887



ภาพที่ 4.8 แสดงการเปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE_2 ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ σ สำหรับการแจกแจงค่าสูงสุดขีด ที่มีพารามิเตอร์ $\mu = 0$ และ $\sigma = 1$ ด้วยวิธี GE, วิธี MLE และ วิธี WGE

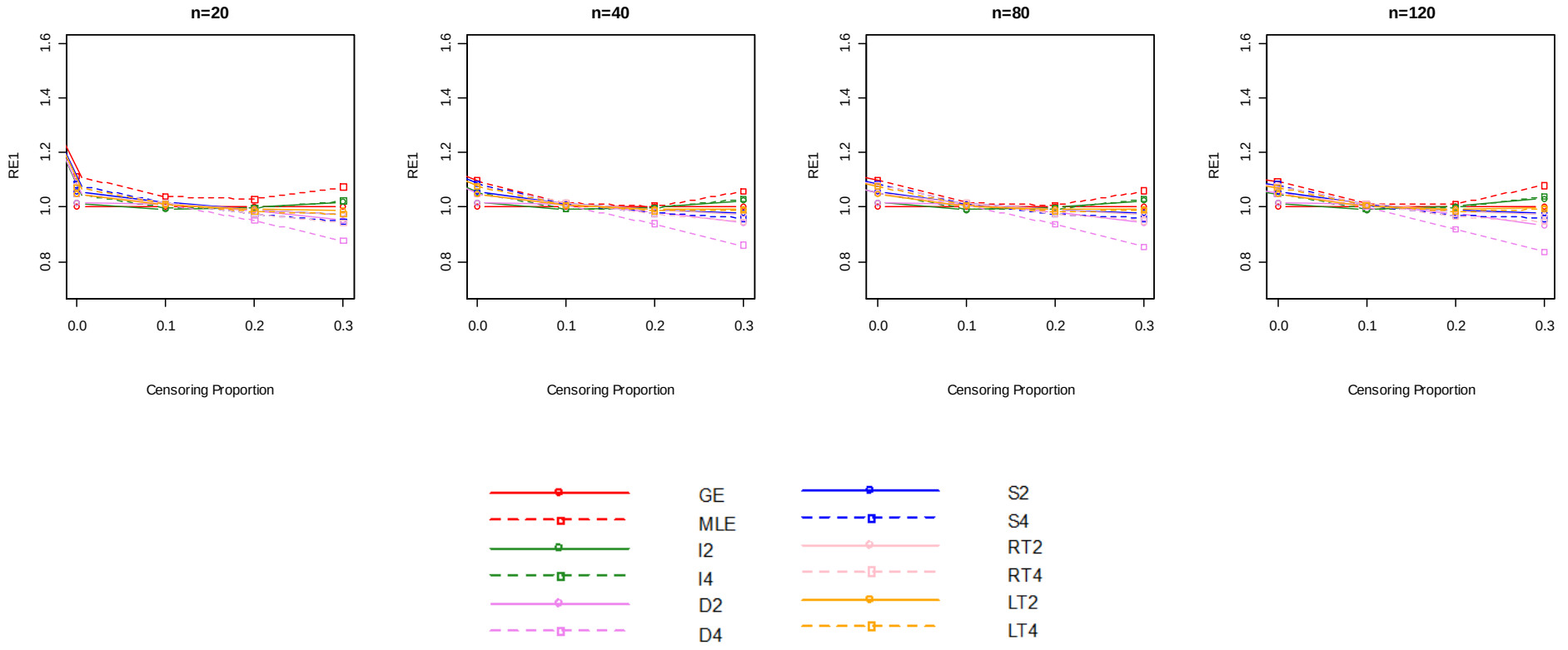
จากตารางที่ 4.7-4.8 และภาพที่ 4.7-4.8 ซึ่งแสดงผลการเปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE_1 และ RE_2 ตามลำดับ ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ σ สำหรับการแจกแจงค่าสูงสุดขีด ที่มีพารามิเตอร์ $\mu = 0$ และ $\sigma = 1$ ด้วยวิธี GE, วิธี MLE และ วิธี WGE พบว่า การประมาณค่าพารามิเตอร์ σ ด้วยวิธี MLE มีประสิทธิภาพมากกว่าวิธี GE และ วิธี WGE ในทุกกรณี เมื่อพิจารณาสัดส่วนของการตัดปลาย (p) คงที่ พบว่ากรณีที่ข้อมูลไม่ถูกตัดปลายทางขวา $(p = 0)$ ค่า RE_1 และ RE_2 มีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเรื่อยๆ ถ้าขนาดตัวอย่าง (n) เพิ่มขึ้น ส่วนกรณีที่ข้อมูลถูกตัดปลายทางขวา $(p \neq 0)$ ค่า RE_1 และ RE_2 มีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเรื่อยๆ ถ้าขนาดตัวอย่าง (n) เพิ่มขึ้น (ยกเว้นกรณี $n = 40$ และกรณี $p = 0.3$ เมื่อ $n = 20$) และเมื่อพิจารณาที่ขนาดตัวอย่าง (n) คงที่ พบว่าผลค่อนข้างไม่ชัดเจน และเมื่อเปรียบเทียบวิธี GE กับวิธี WGE พบว่า วิธี WGE แบบ Decreasing Weighting มีประสิทธิภาพมากกว่าวิธี GE โดยเมื่อ $p \leq 0.1$ วิธีประมาณแบบ Decreasing Weighting ที่มี $w = 4$ มีประสิทธิภาพมากกว่าแบบ Decreasing Weighting ที่มี $w = 2$ แต่ถ้า $p > 0.1$ แล้ว วิธีประมาณแบบ Decreasing Weighting ที่มี $w = 2$ มีประสิทธิภาพมากกว่าแบบ Decreasing Weighting ที่มี $w = 4$ และถ้าเปรียบเทียบข้อดีในการประมาณจะพบว่าวิธี WGE แบบ Decreasing Weighting เป็นวิธีที่ง่ายและสะดวกกว่าในการประมาณค่าพารามิเตอร์มากกว่าวิธี MLE

4.4 ผลการศึกษาเมื่อข้อมูลมีการแจกแจงโลจิสติค

4.4.1 การเปรียบเทียบประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE_1 และ RE_2 ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ μ ด้วยวิธีการประมาณ GE, วิธีการประมาณ MLE และ วิธีการประมาณ WGE

ตารางที่ 4.9 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE_1 ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ μ สำหรับการแจกแจงโลจิสติค ที่มีพารามิเตอร์ $\mu=0$ และ $\sigma=1$ ด้วยวิธี GE, วิธี MLE และ วิธี WGE โดยจำแนกตามขนาดตัวอย่าง และสัดส่วนของการตัดปลายทางขวา

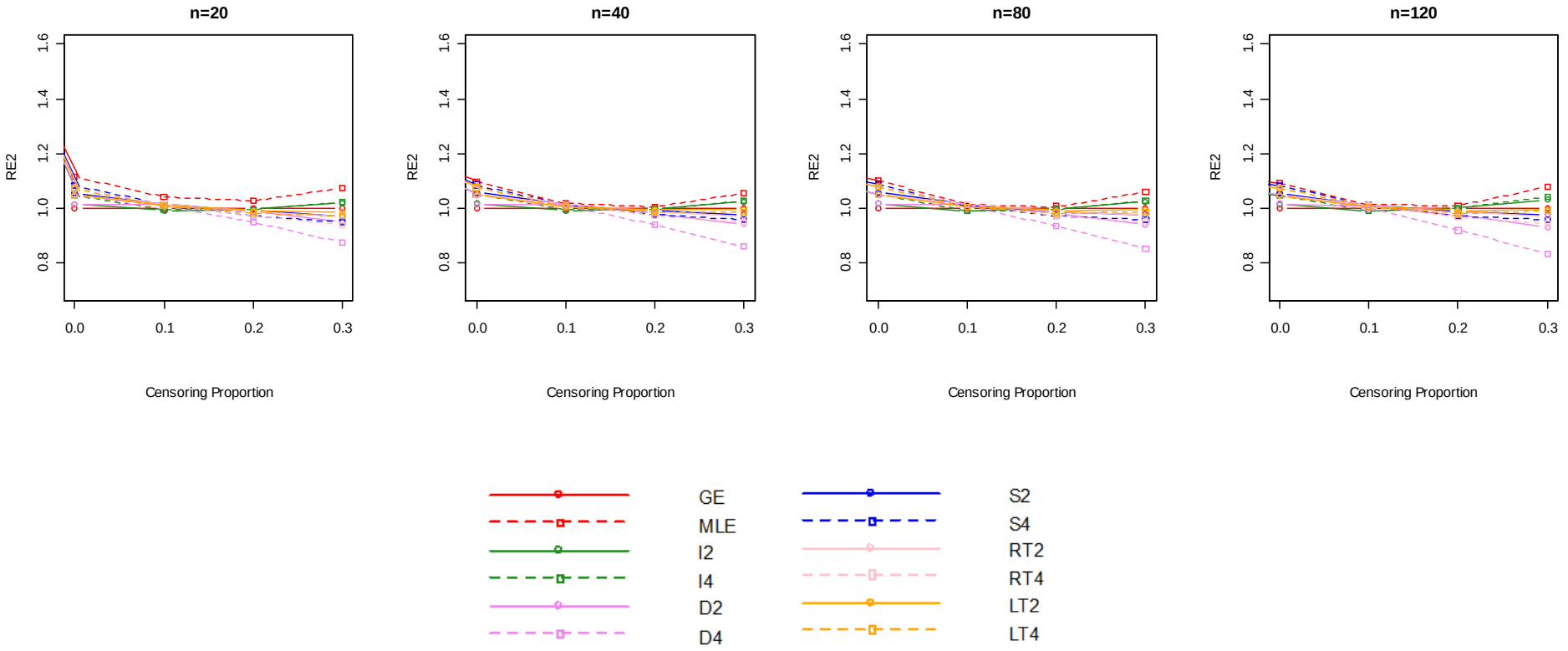
Censoring Proportion p	Sample Size n	GE	MLE	WGE									
				Increasing Weighting		Decreasing Weighting		Symmetric-Triangular Weighting		Right-Skewed-Triangular Weighting		Left-Skewed-Triangular Weighting	
				$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$
0	20	1	1.115	1.015	1.049	1.016	1.049	1.057	1.083	1.049	1.074	1.048	1.072
	40	1	1.097	1.017	1.052	1.016	1.050	1.058	1.086	1.049	1.076	1.050	1.077
	80	1	1.101	1.017	1.053	1.017	1.053	1.058	1.087	1.051	1.079	1.050	1.078
	120	1	1.093	1.015	1.047	1.017	1.051	1.056	1.083	1.049	1.075	1.048	1.073
0.1	20	1	1.041	0.993	0.998	1.013	1.012	1.016	1.014	1.015	1.015	1.009	1.010
	40	1	1.017	0.992	0.995	1.012	1.008	1.014	1.013	1.014	1.014	1.006	1.007
	80	1	1.015	0.990	0.992	1.012	1.008	1.012	1.011	1.015	1.014	1.005	1.005
	120	1	1.013	0.990	0.992	1.010	1.001	1.011	1.008	1.013	1.010	1.005	1.005
0.2	20	1	1.028	0.998	0.996	0.988	0.950	0.991	0.975	0.991	0.973	0.993	0.984
	40	1	1.004	0.999	0.997	0.983	0.939	0.991	0.977	0.990	0.974	0.994	0.986
	80	1	1.007	0.999	0.995	0.982	0.936	0.990	0.975	0.990	0.973	0.993	0.984
	120	1	1.010	1.002	0.999	0.976	0.920	0.988	0.971	0.986	0.967	0.993	0.983
0.3	20	1	1.074	1.019	1.023	0.953	0.878	0.973	0.948	0.972	0.942	0.986	0.973
	40	1	1.057	1.024	1.030	0.943	0.860	0.978	0.958	0.973	0.948	0.994	0.987
	80	1	1.060	1.024	1.030	0.941	0.855	0.978	0.958	0.974	0.949	0.995	0.987
	120	1	1.079	1.032	1.041	0.931	0.836	0.977	0.958	0.971	0.945	0.998	0.992



ภาพที่ 4.9 แสดงการเปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE_1 ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ μ สำหรับการแจกแจงโลจิสติค ที่มีพารามิเตอร์ $\mu = 0$ และ $\sigma = 1$ ด้วยวิธี GE, วิธี MLE และ วิธี WGE

ตารางที่ 4.10 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE_2 ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ μ สำหรับการแจกแจงโลจิสติค ที่มีพารามิเตอร์ $\mu=0$ และ $\sigma=1$ ด้วยวิธี GE, วิธี MLE และ วิธี WGE โดยจำแนกตามขนาดตัวอย่าง และสัดส่วนของการตัดปลายทางขวา

Censoring Proportion p	Sample Size n	GE	MLE	WGE									
				Increasing Weighting		Decreasing Weighting		Symmetric-Triangular Weighting		Right-Skewed-Triangular Weighting		Left-Skewed-Triangular Weighting	
				$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$
0	20	1	1.115	1.015	1.049	1.016	1.049	1.057	1.083	1.049	1.073	1.048	1.072
	40	1	1.097	1.017	1.052	1.016	1.050	1.058	1.086	1.049	1.076	1.050	1.077
	80	1	1.101	1.017	1.053	1.017	1.053	1.058	1.087	1.051	1.079	1.050	1.078
	120	1	1.093	1.015	1.047	1.017	1.051	1.056	1.083	1.049	1.075	1.048	1.073
0.1	20	1	1.041	0.993	0.998	1.012	1.012	1.016	1.014	1.015	1.014	1.009	1.009
	40	1	1.017	0.992	0.995	1.012	1.008	1.014	1.013	1.015	1.014	1.006	1.007
	80	1	1.015	0.990	0.992	1.013	1.008	1.013	1.011	1.015	1.014	1.005	1.005
	120	1	1.013	0.990	0.992	1.010	1.001	1.012	1.009	1.013	1.010	1.005	1.005
0.2	20	1	1.028	0.998	0.996	0.988	0.950	0.991	0.974	0.990	0.973	0.993	0.984
	40	1	1.004	0.999	0.997	0.983	0.939	0.991	0.977	0.990	0.974	0.994	0.986
	80	1	1.007	0.999	0.995	0.982	0.936	0.990	0.975	0.990	0.973	0.993	0.984
	120	1	1.010	1.002	0.999	0.976	0.920	0.988	0.971	0.986	0.967	0.993	0.983
0.3	20	1	1.074	1.019	1.023	0.952	0.877	0.973	0.948	0.971	0.942	0.986	0.973
	40	1	1.057	1.024	1.030	0.943	0.860	0.978	0.958	0.973	0.948	0.994	0.987
	80	1	1.060	1.024	1.030	0.941	0.854	0.978	0.958	0.974	0.949	0.995	0.987
	120	1	1.079	1.032	1.041	0.930	0.835	0.977	0.958	0.971	0.945	0.998	0.992



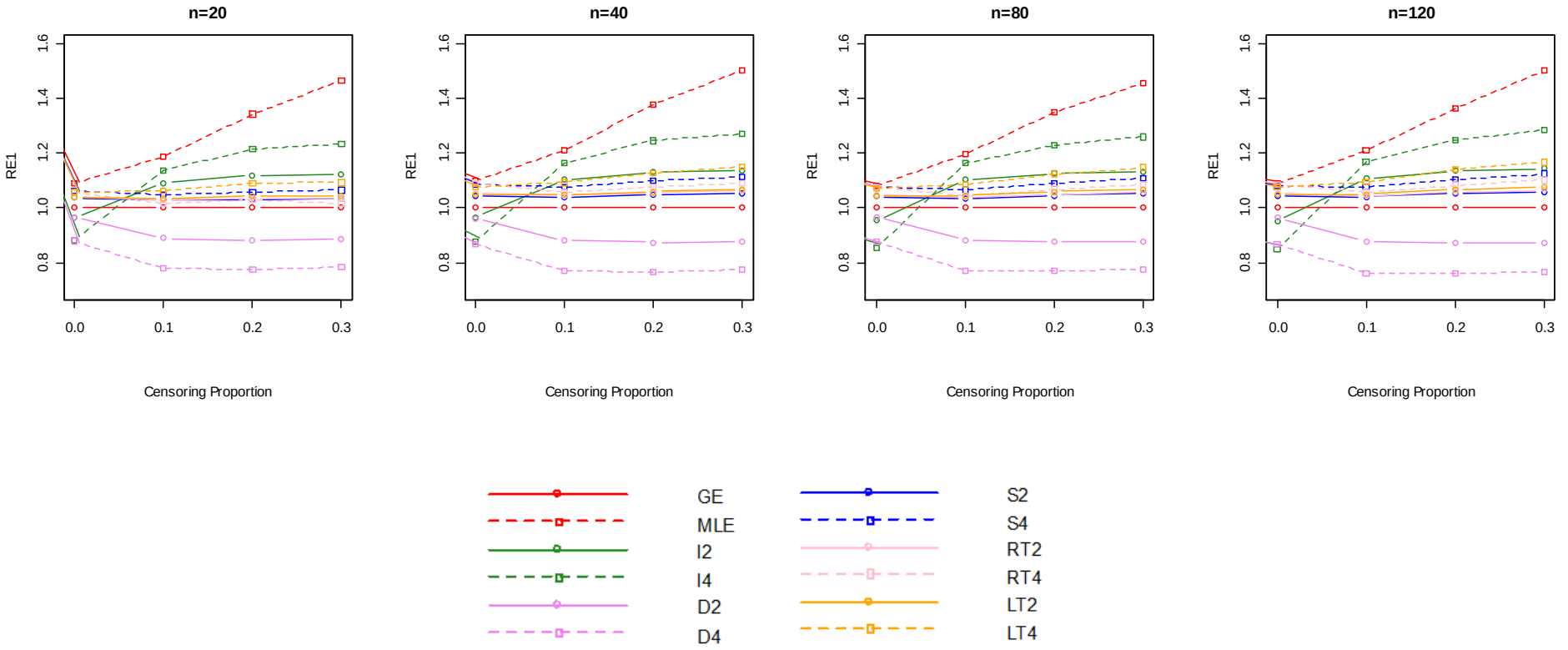
ภาพที่ 4.10 แสดงการเปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE_2 ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ μ สำหรับการแจกแจงโลจิสติค ที่มีพารามิเตอร์ $\mu = 0$ และ $\sigma = 1$ ด้วยวิธี GE, วิธี MLE และ วิธี WGE

จากตารางที่ 4.9-4.10 และภาพที่ 4.9-4.10 ซึ่งแสดงผลการเปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE_1 และ RE_2 ตามลำดับ ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ μ สำหรับการแจกแจงโลจิสติค ที่มีพารามิเตอร์ $\mu=0$ และ $\sigma=1$ ด้วยวิธี GE, วิธี MLE และ วิธี WGE พบว่าการประมาณค่าพารามิเตอร์ μ ด้วยวิธี MLE มีประสิทธิภาพมากกว่าวิธี GE และ วิธี WGE ในทุกกรณี เมื่อพิจารณาที่ขนาดตัวอย่าง (n) คงที่ พบว่า ค่า RE_1 และ RE_2 มีแนวโน้มลดลงเรื่อยๆ ถ้าสัดส่วนของการตัดปลาย (p) เพิ่มขึ้น (ยกเว้น $p=0.3$) ถ้าเปรียบเทียบวิธี GE กับวิธี WGE พบว่า ในกรณีส่วนใหญ่วิธี WGE แบบ Right-Skewed-Triangular Weighting มีประสิทธิภาพมากกว่าวิธี GE โดยเมื่อ $p=0$ วิธี WGE แบบ Right-Skewed-Triangular Weighting ที่มี $w=4$ มีประสิทธิภาพมากที่สุด เมื่อ $p=0.1$ วิธี WGE แบบ Right-Skewed-Triangular Weighting ที่มี $w=2$ มีประสิทธิภาพมากที่สุด และเมื่อ $p=0.3$ วิธี WGE แบบ Increasing Weighting ที่มี $w=4$ มีประสิทธิภาพมากที่สุด ยกเว้นเมื่อ $p=0.2$ วิธี GE จะมีประสิทธิภาพมากที่สุด และถ้าเปรียบเทียบข้อดีในการประมาณจะพบว่าวิธี GE และวิธี WGE เป็นวิธีที่ง่ายและสะดวกกว่าในการประมาณค่าพารามิเตอร์มากกว่าวิธี MLE

4.4.2 การเปรียบเทียบประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE_1 และ RE_2 ของการประมาณค่าพารามิแตอร์ σ ด้วยวิธีการประมาณ MLE, วิธีการประมาณ GE และ วิธีการประมาณ WGE

ตารางที่ 4.11 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE_1 ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ σ สำหรับการแจกแจงโลจิสติค ที่มีพารามิเตอร์ $\mu = 0$ และ $\sigma = 1$ ด้วยวิธี GE, วิธี MLE และ วิธี WGE โดยจำแนกตามขนาดตัวอย่าง และสัดส่วนของการตัดปลายทางขวา

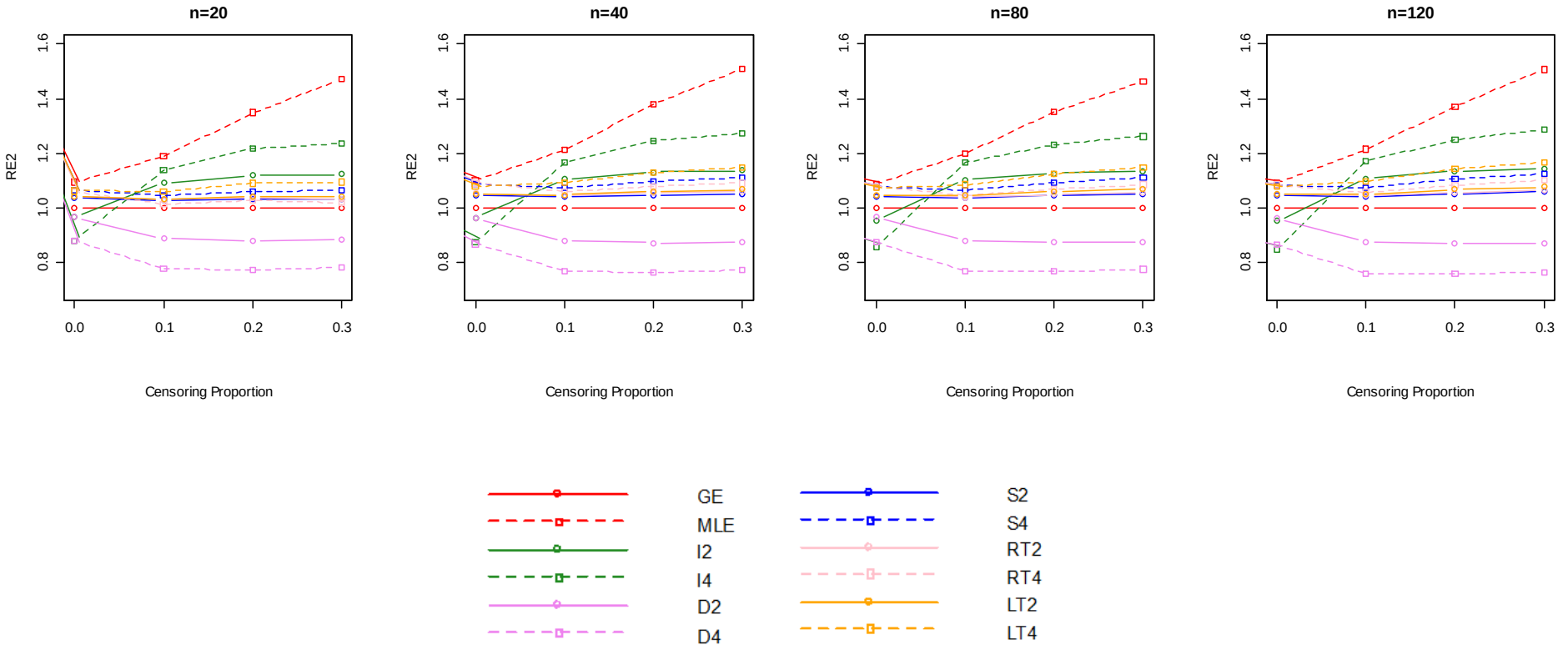
Censoring Proportion p	Sample Size n	GE	MLE	WGE									
				Increasing Weighting		Decreasing Weighting		Symmetric-Triangular Weighting		Right-Skewed-Triangular Weighting		Left-Skewed-Triangular Weighting	
				$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$
0	20	1	1.089	0.966	0.880	0.966	0.879	1.037	1.064	1.041	1.059	1.041	1.059
	40	1	1.099	0.965	0.875	0.961	0.869	1.046	1.086	1.054	1.089	1.049	1.078
	80	1	1.082	0.954	0.855	0.967	0.875	1.042	1.077	1.047	1.076	1.046	1.072
	120	1	1.089	0.953	0.849	0.964	0.867	1.045	1.082	1.052	1.084	1.049	1.076
0.1	20	1	1.187	1.091	1.136	0.889	0.779	1.029	1.047	1.029	1.015	1.033	1.061
	40	1	1.211	1.104	1.165	0.881	0.769	1.040	1.075	1.046	1.059	1.048	1.093
	80	1	1.197	1.104	1.164	0.881	0.771	1.036	1.065	1.039	1.045	1.045	1.084
	120	1	1.212	1.108	1.169	0.876	0.762	1.041	1.075	1.044	1.057	1.050	1.095
0.2	20	1	1.343	1.119	1.216	0.880	0.775	1.032	1.059	1.035	1.029	1.043	1.089
	40	1	1.377	1.132	1.246	0.874	0.766	1.048	1.098	1.055	1.077	1.060	1.128
	80	1	1.349	1.126	1.231	0.876	0.771	1.046	1.092	1.050	1.069	1.060	1.125
	120	1	1.366	1.135	1.249	0.870	0.761	1.052	1.106	1.057	1.083	1.068	1.141
0.3	20	1	1.465	1.122	1.234	0.885	0.785	1.033	1.065	1.033	1.017	1.043	1.093
	40	1	1.505	1.137	1.271	0.876	0.774	1.052	1.113	1.061	1.090	1.068	1.149
	80	1	1.456	1.134	1.260	0.877	0.776	1.052	1.109	1.057	1.085	1.069	1.148
	120	1	1.503	1.144	1.286	0.870	0.766	1.059	1.125	1.065	1.102	1.077	1.167



ภาพที่ 4.11 แสดงการเปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE_1 ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ σ สำหรับการแจกแจงโลจิสติค ที่มีพารามิเตอร์ $\mu = 0$ และ $\sigma = 1$ ด้วยวิธี GE, วิธี MLE และ วิธี WGE

ตารางที่ 4.12 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE_2 ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ σ สำหรับการแจกแจงโลจิสติค ที่มีพารามิเตอร์ $\mu = 0$ และ $\sigma = 1$ ด้วยวิธี GE, วิธี MLE และ วิธี WGE โดยจำแนกตามขนาดตัวอย่าง และสัดส่วนของการตัดปลายทางขวา

Censoring Proportion p	Sample Size n	GE	MLE	WGE									
				Increasing Weighting		Decreasing Weighting		Symmetric-Triangular Weighting		Right-Skewed-Triangular Weighting		Left-Skewed-Triangular Weighting	
				$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$
0	20	1	1.095	0.966	0.880	0.966	0.879	1.038	1.067	1.042	1.062	1.043	1.063
	40	1	1.104	0.965	0.875	0.962	0.869	1.047	1.088	1.054	1.091	1.050	1.080
	80	1	1.088	0.955	0.856	0.967	0.875	1.043	1.079	1.048	1.078	1.047	1.074
	120	1	1.093	0.953	0.849	0.964	0.867	1.046	1.084	1.052	1.086	1.050	1.079
0.1	20	1	1.191	1.092	1.138	0.888	0.778	1.029	1.048	1.030	1.016	1.034	1.062
	40	1	1.213	1.105	1.166	0.880	0.769	1.040	1.075	1.046	1.060	1.048	1.094
	80	1	1.201	1.104	1.166	0.881	0.770	1.037	1.066	1.039	1.046	1.045	1.086
	120	1	1.215	1.109	1.170	0.875	0.761	1.041	1.076	1.045	1.058	1.050	1.096
0.2	20	1	1.349	1.120	1.219	0.880	0.774	1.032	1.060	1.036	1.030	1.044	1.091
	40	1	1.380	1.132	1.247	0.873	0.766	1.048	1.098	1.055	1.078	1.061	1.129
	80	1	1.353	1.127	1.233	0.876	0.771	1.047	1.093	1.050	1.070	1.061	1.126
	120	1	1.370	1.136	1.250	0.869	0.760	1.053	1.107	1.057	1.084	1.068	1.142
0.3	20	1	1.472	1.123	1.237	0.884	0.784	1.033	1.066	1.034	1.019	1.043	1.095
	40	1	1.509	1.137	1.272	0.876	0.773	1.053	1.113	1.061	1.091	1.068	1.149
	80	1	1.462	1.134	1.262	0.877	0.776	1.052	1.110	1.058	1.086	1.069	1.149
	120	1	1.507	1.145	1.287	0.870	0.766	1.059	1.126	1.065	1.103	1.077	1.168



ภาพที่ 4.12 แสดงการเปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE_2 ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ σ สำหรับการแจกแจงโลจิสติค ที่มีพารามิเตอร์ $\mu = 0$ และ $\sigma = 1$ ด้วยวิธี GE, วิธี MLE และ วิธี WGE

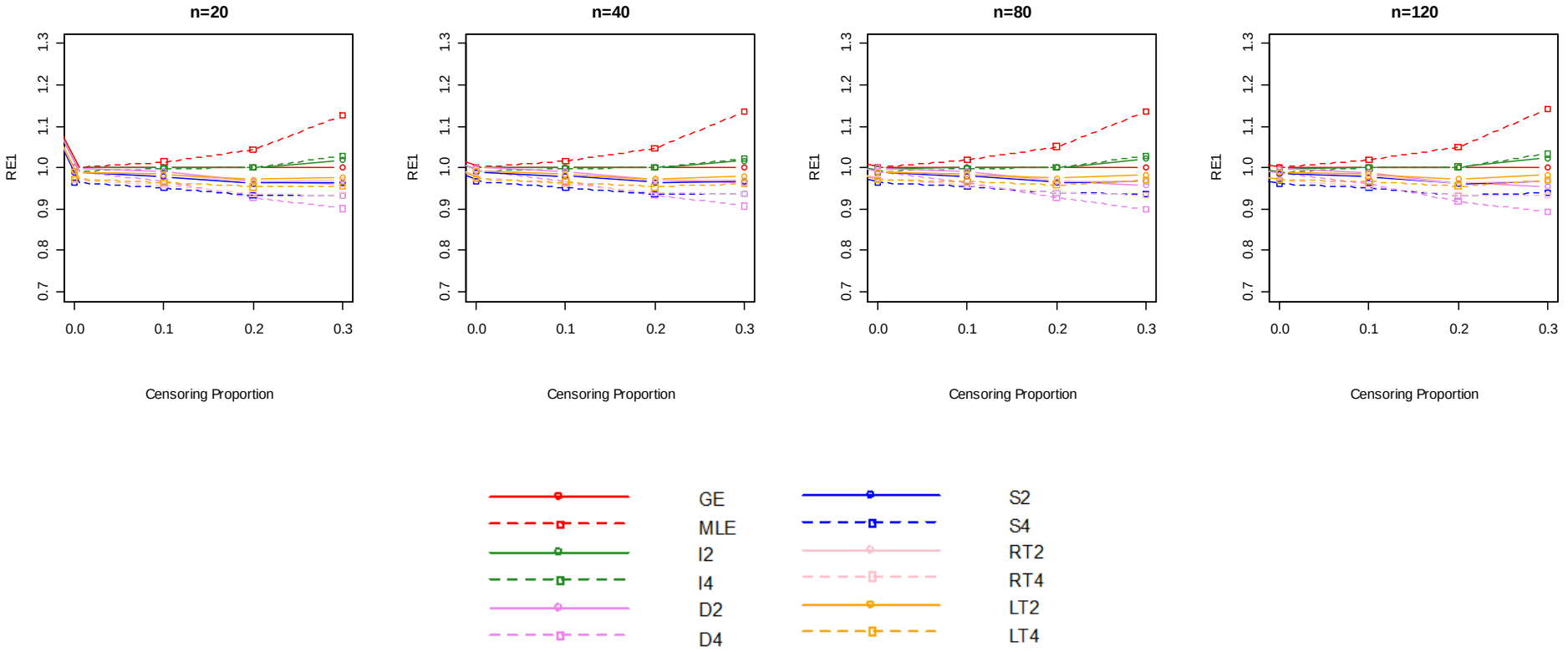
จากตารางที่ 4.11-4.12 และภาพที่ 4.11-4.12 ซึ่งแสดงผลการเปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE_1 และ RE_2 ตามลำดับ ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ σ สำหรับการแจกแจงโลจิสติค ที่มีพารามิเตอร์ $\mu = 0$ และ $\sigma = 1$ ด้วยวิธี GE, วิธี MLE และ วิธี WGE พบว่าการประมาณค่าพารามิเตอร์ σ ด้วยวิธี MLE มีประสิทธิภาพมากกว่าวิธี GE และ วิธี WGE ในทุกกรณี เมื่อพิจารณาที่ขนาดตัวอย่าง (n) คงที่ พบว่าค่า RE_1 และ RE_2 มีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเรื่อยๆ ถ้าสัดส่วนของการตัดปลาย (p) เพิ่มขึ้น และเมื่อพิจารณาสัดส่วนของการตัดปลาย (p) คงที่ พบว่าผลค่อนข้างไม่ชัดเจน ถ้าเปรียบเทียบวิธี GE กับวิธี WGE พบว่า ในกรณีส่วนใหญ่วิธี WGE แบบ Increasing Weighting มีประสิทธิภาพมากกว่าวิธี GE โดยเมื่อ $p = 0$ วิธี WGE แบบ Right-Skewed-Triangular Weighting ที่มี $w = 4$ มีประสิทธิภาพมากที่สุด เมื่อ $p \geq 0.1$ วิธี WGE แบบ Increasing Weighting ที่มี $w = 4$ มีประสิทธิภาพมากที่สุด และถ้าเปรียบเทียบข้อดีในการประมาณจะพบว่าวิธี WGE เป็นวิธีที่ง่ายและสะดวกกว่าในการประมาณค่าพารามิเตอร์มากกว่าวิธี MLE

4.5 ผลการศึกษาเมื่อข้อมูลมีการแจกแจงปกติ

4.5.1 การเปรียบเทียบประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE_1 และ RE_2 ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ μ ด้วยวิธีการประมาณ MLE, วิธีการประมาณ GE และ วิธีการประมาณ WGE

ตารางที่ 4.13 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE_1 ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ μ สำหรับการแจกแจงปกติ ที่มีพารามิเตอร์ $\mu = 0$ และ $\sigma = 1$ ด้วยวิธี GE, วิธี MLE และ วิธี WGE โดยจำแนกตามขนาดตัวอย่าง และสัดส่วนของการตัดปลายทางขวา

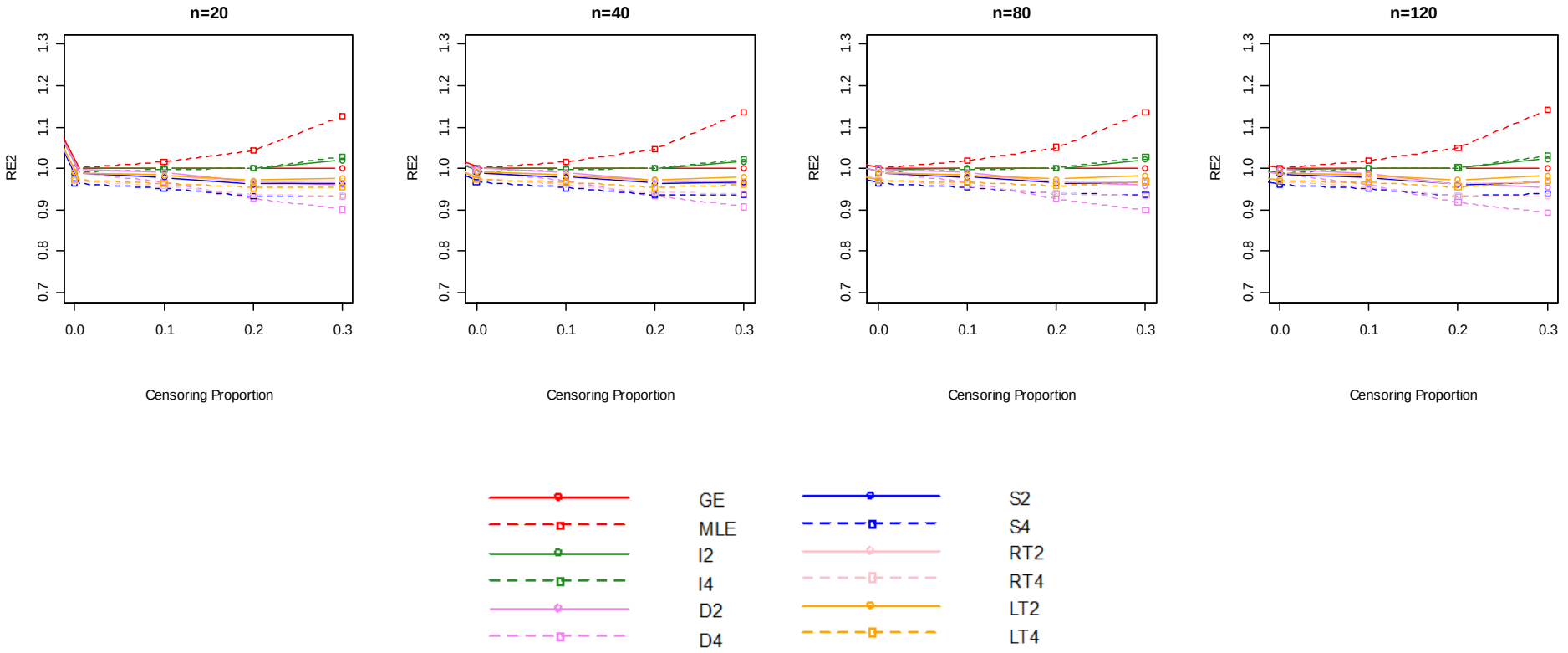
Censoring Proportion p	Sample Size n	GE	MLE	WGE									
				Increasing Weighting		Decreasing Weighting		Symmetric-Triangular Weighting		Right-Skewed-Triangular Weighting		Left-Skewed-Triangular Weighting	
				$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$
0	20	1	1.000	0.999	0.991	0.999	0.991	0.988	0.963	0.990	0.971	0.990	0.972
	40	1	1.000	0.999	0.992	1.000	0.994	0.989	0.966	0.993	0.976	0.991	0.974
	80	1	1.000	0.998	0.990	0.999	0.991	0.988	0.965	0.991	0.972	0.989	0.971
	120	1	1.000	0.998	0.989	0.998	0.988	0.986	0.961	0.989	0.969	0.989	0.969
0.1	20	1	1.014	1.001	0.998	0.990	0.966	0.979	0.952	0.983	0.959	0.983	0.964
	40	1	1.016	1.001	0.997	0.991	0.968	0.979	0.952	0.984	0.960	0.983	0.965
	80	1	1.020	1.001	0.998	0.990	0.965	0.979	0.954	0.982	0.958	0.984	0.967
	120	1	1.019	1.002	0.999	0.987	0.960	0.977	0.951	0.980	0.955	0.984	0.966
0.2	20	1	1.043	1.000	1.001	0.968	0.926	0.962	0.932	0.965	0.935	0.971	0.953
	40	1	1.047	1.000	1.000	0.971	0.932	0.965	0.936	0.969	0.940	0.972	0.953
	80	1	1.051	1.000	1.001	0.968	0.927	0.964	0.938	0.967	0.938	0.974	0.959
	120	1	1.050	1.000	1.002	0.963	0.918	0.961	0.933	0.963	0.934	0.972	0.956
0.3	20	1	1.127	1.019	1.027	0.960	0.901	0.965	0.933	0.969	0.934	0.975	0.954
	40	1	1.135	1.017	1.023	0.963	0.907	0.967	0.937	0.971	0.937	0.979	0.962
	80	1	1.136	1.021	1.029	0.958	0.899	0.967	0.937	0.968	0.934	0.983	0.969
	120	1	1.142	1.023	1.033	0.955	0.893	0.967	0.938	0.968	0.934	0.983	0.969



ภาพที่ 4.13 แสดงการเปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE_1 ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ μ สำหรับการแจกแจงปกติ ที่มีพารามิเตอร์ $\mu = 0$ และ $\sigma = 1$ ด้วยวิธี GE, วิธี MLE และ วิธี WGE

ตารางที่ 4.14 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE_2 ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ μ สำหรับการแจกแจงปกติ ที่มีพารามิเตอร์ $\mu=0$ และ $\sigma=1$ ด้วยวิธี GE, วิธี MLE และ วิธี WGE โดยจำแนกตามขนาดตัวอย่าง และสัดส่วนของการตัดปลายทางขวา

Censoring Proportion p	Sample Size n	GE	MLE	WGE									
				Increasing Weighting		Decreasing Weighting		Symmetric-Triangular Weighting		Right-Skewed-Triangular Weighting		Left-Skewed-Triangular Weighting	
				$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$
0	20	1	1.000	0.999	0.991	0.999	0.991	0.988	0.963	0.990	0.971	0.990	0.972
	40	1	1.000	0.999	0.992	1.000	0.994	0.989	0.966	0.993	0.976	0.991	0.973
	80	1	1.000	0.998	0.990	0.999	0.991	0.988	0.965	0.991	0.973	0.989	0.970
	120	1	1.000	0.998	0.988	0.998	0.988	0.986	0.961	0.989	0.969	0.988	0.969
0.1	20	1	1.015	1.001	0.998	0.990	0.966	0.979	0.952	0.983	0.959	0.983	0.964
	40	1	1.017	1.001	0.997	0.991	0.969	0.979	0.953	0.984	0.961	0.983	0.966
	80	1	1.020	1.001	0.998	0.990	0.966	0.979	0.954	0.982	0.959	0.984	0.967
	120	1	1.019	1.002	0.999	0.987	0.960	0.978	0.951	0.980	0.955	0.984	0.966
0.2	20	1	1.043	1.000	1.001	0.968	0.926	0.962	0.932	0.965	0.936	0.971	0.953
	40	1	1.047	1.000	1.000	0.972	0.933	0.965	0.936	0.969	0.941	0.972	0.953
	80	1	1.051	1.000	1.001	0.968	0.927	0.965	0.938	0.967	0.939	0.974	0.959
	120	1	1.050	1.000	1.002	0.963	0.919	0.961	0.934	0.963	0.934	0.972	0.956
0.3	20	1	1.127	1.020	1.027	0.960	0.901	0.965	0.933	0.969	0.933	0.975	0.954
	40	1	1.135	1.017	1.023	0.963	0.907	0.967	0.937	0.971	0.938	0.979	0.961
	80	1	1.135	1.021	1.029	0.959	0.899	0.967	0.937	0.968	0.934	0.983	0.968
	120	1	1.142	1.023	1.032	0.955	0.893	0.967	0.938	0.968	0.934	0.983	0.969



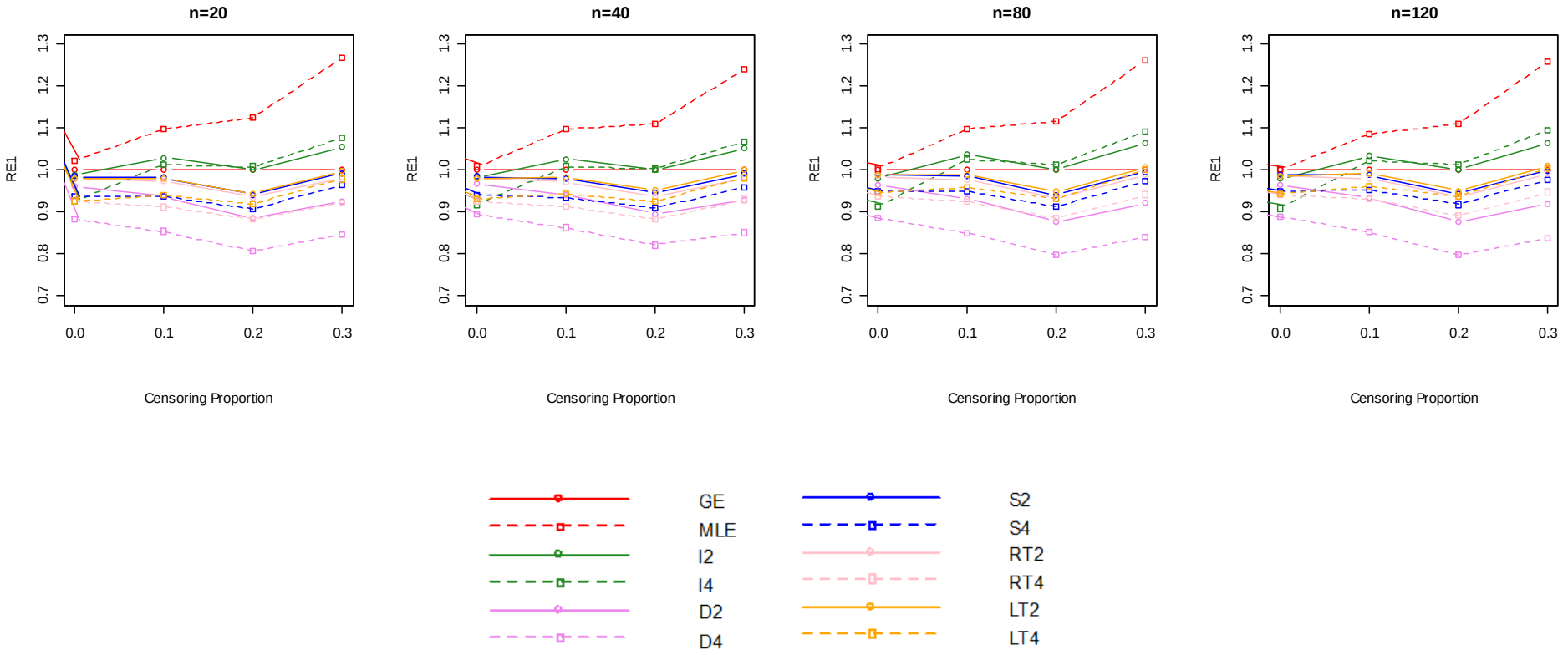
ภาพที่ 4.14 แสดงการเปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE_2 ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ μ สำหรับการแจกแจงปกติ ที่มีพารามิเตอร์ $\mu=0$ และ $\sigma=1$ ด้วยวิธี GE, วิธี MLE และ วิธี WGE

จากตารางที่ 4.13-4.14 และภาพที่ 4.13-4.14 ซึ่งแสดงผลการเปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE_1 และ RE_2 ตามลำดับ ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ μ สำหรับการแจกแจงปกติ ที่มีพารามิเตอร์ $\mu = 0$ และ $\sigma = 1$ ด้วยวิธี GE, วิธี MLE และ วิธี WGE พบว่า การประมาณค่าพารามิเตอร์ μ ด้วยวิธี MLE มีประสิทธิภาพมากกว่าวิธี GE และ วิธี WGE ในทุกกรณี เมื่อพิจารณาที่ขนาดตัวอย่าง (n) คงที่ พบว่า ค่า RE_1 และ RE_2 มีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเรื่อยๆ ถ้าสัดส่วนของการตัดปลาย (p) เพิ่มขึ้น ทั้งนี้เป็นที่น่าสังเกตว่า สำหรับข้อมูลที่ไม่ถูกตัดปลายทางขวาหรือสัดส่วนของการตัดปลาย $p = 0$ นั้น การประมาณด้วยวิธี MLE และ GE จะมีประสิทธิภาพเท่ากัน เนื่องจากการประมาณค่าพารามิเตอร์ μ ด้วยวิธี MLE และวิธี GE ต่างก็มีค่าเท่ากับ $\bar{x}$ เหมือนกันนั่นเอง ถ้าเปรียบเทียบวิธี GE กับวิธี WGE พบว่า ในกรณีส่วนใหญ่วิธี WGE แบบ Increasing Weighting มีประสิทธิภาพมากกว่าวิธี GE (ยกเว้น $p = 0$) โดยเมื่อ $p \le 0.1$ วิธีการประมาณแบบ Increasing Weighting ที่มี $w = 2$ มีประสิทธิภาพมากกว่าแบบ Increasing Weighting ที่มี $w = 4$ และเมื่อ $p > 0.1$ แล้ว วิธีประมาณแบบ Increasing Weighting ที่มี $w = 4$ มีประสิทธิภาพมากกว่าแบบ Increasing Weighting ที่มี $w = 2$ และถ้าเปรียบเทียบข้อดีในการประมาณจะพบว่าวิธี GE และวิธี WGE เป็นวิธีที่ง่ายและสะดวกกว่าในการประมาณค่าพารามิเตอร์มากกว่าวิธี MLE

4.5.2 การเปรียบเทียบประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE_1 และ RE_2 ของการประมาณค่าพารามิแตอร์ σ ด้วยวิธีการประมาณ MLE, วิธีการประมาณ GE และ วิธีการประมาณ WGE

ตารางที่ 4.15 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE_1 ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ σ สำหรับการแจกแจงปกติ ที่มีพารามิเตอร์ $\mu = 0$ และ $\sigma = 1$ ด้วยวิธี GE, วิธี MLE และ วิธี WGE โดยจำแนกตามขนาดตัวอย่าง และสัดส่วนของการตัดปลายทางขวา

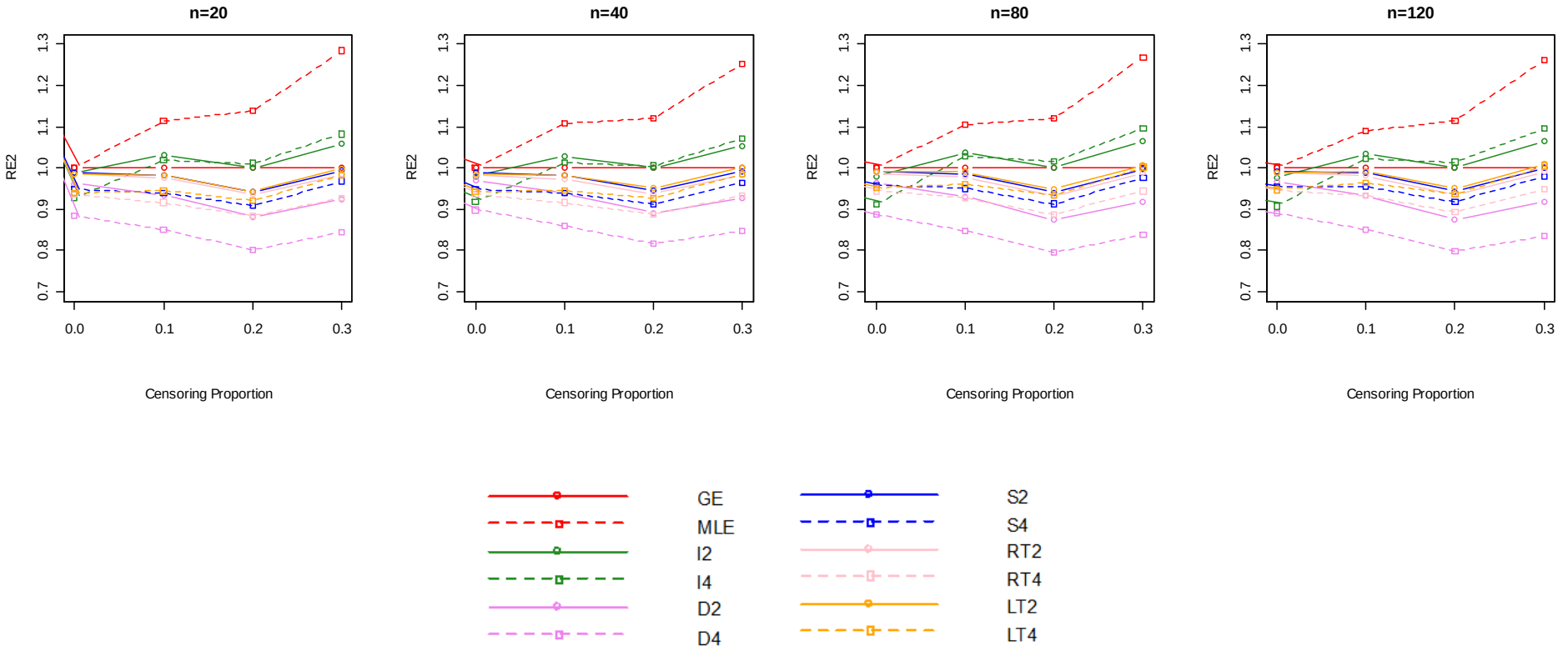
Censoring Proportion p	Sample Size n	GE	MLE	WGE									
				Increasing Weighting		Decreasing Weighting		Symmetric-Triangular Weighting		Right-Skewed-Triangular Weighting		Left-Skewed-Triangular Weighting	
				$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$
0	20	1	1.022	0.987	0.926	0.961	0.881	0.984	0.937	0.980	0.925	0.979	0.926
	40	1	1.008	0.981	0.917	0.968	0.895	0.984	0.939	0.979	0.926	0.980	0.931
	80	1	1.002	0.980	0.913	0.963	0.884	0.989	0.950	0.984	0.937	0.987	0.945
	120	1	1.001	0.978	0.908	0.965	0.887	0.989	0.950	0.985	0.940	0.985	0.942
0.1	20	1	1.098	1.029	1.012	0.936	0.853	0.981	0.936	0.973	0.911	0.980	0.939
	40	1	1.097	1.026	1.008	0.940	0.862	0.979	0.934	0.971	0.912	0.981	0.942
	80	1	1.098	1.036	1.026	0.931	0.848	0.985	0.948	0.977	0.925	0.989	0.959
	120	1	1.086	1.033	1.022	0.933	0.851	0.987	0.953	0.980	0.931	0.991	0.962
0.2	20	1	1.126	1.000	1.008	0.885	0.807	0.941	0.906	0.935	0.881	0.944	0.918
	40	1	1.111	1.000	1.002	0.895	0.820	0.945	0.909	0.937	0.883	0.951	0.925
	80	1	1.116	1.000	1.013	0.876	0.797	0.940	0.912	0.932	0.885	0.948	0.932
	120	1	1.110	1.000	1.013	0.876	0.798	0.943	0.917	0.935	0.891	0.950	0.936
0.3	20	1	1.268	1.055	1.076	0.925	0.845	0.992	0.963	0.981	0.921	0.996	0.978
	40	1	1.240	1.052	1.067	0.927	0.850	0.990	0.959	0.981	0.929	0.999	0.981
	80	1	1.261	1.063	1.092	0.920	0.839	0.995	0.972	0.987	0.941	1.006	1.000
	120	1	1.258	1.064	1.094	0.918	0.836	0.998	0.977	0.990	0.947	1.009	1.003



ภาพที่ 4.15 แสดงการเปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE_1 ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ σ สำหรับการแจกแจงปกติ ที่มีพารามิเตอร์ $\mu = 0$ และ $\sigma = 1$ ด้วยวิธี GE, วิธี MLE และ วิธี WGE

ตารางที่ 4.16 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE_2 ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ σ สำหรับการแจกแจงปกติ ที่มีพารามิเตอร์ $\mu = 0$ และ $\sigma = 1$ ด้วยวิธี GE, วิธี MLE และ วิธี WGE โดยจำแนกตามขนาดตัวอย่าง และสัดส่วนของการตัดปลายทางขวา

Censoring Proportion p	Sample Size n	GE	MLE	WGE									
				Increasing Weighting		Decreasing Weighting		Symmetric-Triangular Weighting		Right-Skewed-Triangular Weighting		Left-Skewed-Triangular Weighting	
				$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$
0	20	1	0.999	0.987	0.928	0.962	0.885	0.989	0.949	0.985	0.937	0.986	0.940
	40	1	1.000	0.980	0.918	0.969	0.898	0.988	0.949	0.983	0.936	0.986	0.942
	80	1	1.001	0.979	0.912	0.965	0.888	0.992	0.957	0.987	0.944	0.990	0.952
	120	1	1.002	0.976	0.907	0.967	0.891	0.991	0.955	0.988	0.946	0.988	0.947
0.1	20	1	1.114	1.032	1.018	0.933	0.850	0.983	0.940	0.975	0.916	0.982	0.944
	40	1	1.109	1.028	1.013	0.938	0.860	0.981	0.938	0.973	0.916	0.983	0.946
	80	1	1.105	1.037	1.028	0.931	0.847	0.986	0.950	0.978	0.927	0.990	0.961
	120	1	1.090	1.034	1.023	0.932	0.850	0.988	0.954	0.981	0.933	0.991	0.964
0.2	20	1	1.138	1.000	1.011	0.881	0.802	0.941	0.908	0.935	0.883	0.943	0.920
	40	1	1.120	1.000	1.005	0.891	0.816	0.945	0.911	0.937	0.886	0.951	0.927
	80	1	1.121	1.000	1.015	0.874	0.796	0.940	0.913	0.932	0.887	0.948	0.933
	120	1	1.114	1.000	1.014	0.875	0.797	0.943	0.918	0.935	0.892	0.950	0.937
0.3	20	1	1.284	1.058	1.082	0.924	0.843	0.994	0.968	0.984	0.927	0.998	0.983
	40	1	1.253	1.054	1.072	0.926	0.848	0.991	0.963	0.983	0.934	1.001	0.986
	80	1	1.268	1.064	1.095	0.919	0.837	0.996	0.975	0.988	0.944	1.007	1.002
	120	1	1.262	1.065	1.096	0.918	0.836	0.999	0.979	0.991	0.949	1.010	1.005



ภาพที่ 4.16 แสดงการเปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE_2 ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ σ สำหรับการแจกแจงปกติ ที่มีพารามิเตอร์ $\mu = 0$ และ $\sigma = 1$ ด้วยวิธี GE, วิธี MLE และ วิธี WGE

จากตารางที่ 4.15-4.16 และภาพที่ 4.15-4.16 ซึ่งแสดงผลการเปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE_1 และ RE_2 ตามลำดับ ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ σ สำหรับการแจกแจงปกติ ที่มีพารามิเตอร์ $\mu = 0$ และ $\sigma = 1$ ด้วยวิธี GE, วิธี MLE และ วิธี WGE พบว่า การประมาณค่าพารามิเตอร์ σ ด้วยวิธี MLE มีประสิทธิภาพมากกว่าวิธี GE และ วิธี WGE ในทุกกรณี เมื่อพิจารณาที่ขนาดตัวอย่าง (n) คงที่ พบว่าค่า RE_1 และ RE_2 มีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเรื่อยๆ ถ้าสัดส่วนของการตัดปลาย (p) เพิ่มขึ้น และเมื่อพิจารณาสัดส่วนของการตัดปลาย (p) คงที่ พบว่าผลค่อนข้างไม่ชัดเจน ถ้าเปรียบเทียบวิธี GE กับวิธี WGE พบว่า ในกรณีส่วนใหญ่วิธี WGE แบบ Increasing Weighting มีประสิทธิภาพมากกว่าวิธี GE (ยกเว้น $p = 0$) โดยเมื่อ $p \le 0.1$ วิธีการประมาณแบบ Increasing Weighting ที่มี $w = 2$ มีประสิทธิภาพมากกว่าแบบ Increasing Weighting ที่มี $w = 4$ และเมื่อ $p > 0.1$ แล้ว วิธีประมาณแบบ Increasing Weighting ที่มี $w = 4$ มีประสิทธิภาพมากกว่าแบบ Increasing Weighting ที่มี $w = 2$ ถ้าเปรียบเทียบข้อดีในการประมาณจะพบว่าวิธี GE และวิธี WGE เป็นวิธีที่ง่ายและสะดวกกว่าในการประมาณค่าพารามิเตอร์มากกว่าวิธี MLE

บทที่ 5

สรุปผลการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

จากการศึกษาการประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด วิธีการประมาณแบบกราฟ และวิธีการประมาณแบบกราฟที่มีการถ่วงน้ำหนัก สำหรับข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาประเภทที่ 2 โดยทำการศึกษาสำหรับข้อมูลที่มีแจกแจงแบบ Location-scale ที่สนใจศึกษา ได้แก่ การแจกแจงปกติ การแจกแจงโลจิสติค การแจกแจงค่าต่ำสุดขีด และการแจกแจงค่าสูงสุดขีด ที่มีขนาดตัวอย่างเป็น 20, 40, 80 และ 120 ด้วยสัดส่วนของการตัดปลายทางขวา เป็น 10%, 20% และ 30% ของขนาดตัวอย่าง เกณฑ์ในการพิจารณาเปรียบเทียบคือ ค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (Relative Efficiency; RE) ของค่าความแปรปรวน และค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย นอกจากนี้แล้วยังได้นำค่าความเอนเอียงสัมบูรณ์ ค่าแปรปรวนและค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยมาประกอบพิจารณา โดยเน้นการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวประมาณพารามิเตอร์ด้วยวิธีการประมาณแบบกราฟที่มีการถ่วงน้ำหนักกับวิธีการประมาณแบบกราฟเป็นหลัก สามารถสรุปผลการวิจัยได้ดังนี้

5.1 สรุปผลการวิจัย

โดยถ้าพิจารณาวิธีการประมาณที่ให้ค่า RE_2 มากที่สุด ตามการแจกแจงของข้อมูล, สัดส่วนการตัดปลายทางขวาและขนาดตัวอย่าง โดยที่ วิธีใดๆ ที่มีค่า RE_2 แตกต่างกันไม่เกิน 0.1% จะถือว่ามีประสิทธิภาพในการประมาณไม่แตกต่างกัน

<u>ส่วนที่ 1</u> การประมาณค่าพารามิเตอร์ μ

เมื่อพิจารณาเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ μ ระหว่างวิธี GE และวิธี WGE ภายใต้สัดส่วนของการตัดปลายทางขวา (p) สำหรับการแจกแจงแบบต่างๆ พบว่า

(1) ข้อมูลที่ไม่ถูกตัดปลายทางขวาหรือสัดส่วนของการตัดปลายมีขนาด $p=0$ วิธีการประมาณที่มีประสิทธภาพดีที่สุด จะขึ้นกับการแจกแจงของข้อมูลดังนี้

- การแจกแจง SEV พบว่าวิธี WGE แบบ Increasing Weighting ที่มี $w=4$ จะให้ประสิทธิภาพมากที่สุด

- การแจกแจง LEV พบว่าวิธี WGE แบบ Decreasing Weighting ที่มี $w=4$ จะให้ประสิทธิภาพมากที่สุด

- การแจกแจง LOGIS พบว่าวิธี WGE แบบ Right-Skewed-Triangular Weighting ที่มี $w=4$ จะให้ประสิทธิภาพมากที่สุด

- การแจกแจง NOR พบว่าวิธี GE จะให้ประสิทธิภาพมากที่สุด

(2) สำหรับข้อมูลที่มีการแจกแจงแบบ SEV และ NOR พบว่า การประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธี WGE แบบ Increasing Weighting จะมีประสิธิภาพมากที่สุด ทั้งนี้อาจจะเป็นผลมาจากการแจกแจง SEV มีลักษณะเบ้ซ้าย ข้อมูลส่วนที่ให้รายละเอียดได้มักจะอยู่ทางขวา วิธี WGE แบบ Increasing Weighting เป็นการถ่วงน้ำหนักโดยกำหนดให้ค่าน้ำหนักของค่าสังเกตแต่ละอันดับมีค่าเพิ่มขึ้นครั้งละเท่า ๆ กัน การถ่วงน้ำหนักโดยกำหนดให้ค่าน้ำหนักของค่าสังเกตของข้อมูลที่อยู่ทางซ้าย ถูกกำหนดให้ค่าน้ำหนักที่น้อยสุดให้กับข้อมูลที่เป็น Outlier ในทำนองเดียวกันข้อมูลที่มาจากการแจกแจงแบบ NOR ถึงแม้จะมีลักษณะสมมาตร การถ่วงน้ำหนักโดยกำหนดให้ค่าน้ำหนักของค่าสังเกตของข้อมูลที่อยู่ทางซ้าย ถูกกำหนดให้ค่าน้ำหนักที่น้อยสุดให้กับข้อมูลที่เป็น Outlier ด้วยเช่นกัน

(3) เมื่อสัดส่วนของตัดปลายทางขวามีขนาด $p=0.3$ และข้อมูลมาจากการแจกแบบ SEV, LEV, LOGIS และ NOR พบว่า การประมาณแบบ Increasing Weighting มีประสิทธิภาพมากที่สุด

<u>ส่วนที่ 2</u> การประมาณค่าพารามิเตอร์ σ

เมื่อพิจารณาเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ σ ระหว่างวิธี GE และวิธี WGE ภายใต้สัดส่วนของการตัดปลายทางขวา (p) สำหรับการแจกแจงแบบต่างๆ พบว่า

(1) ข้อมูลที่ไม่ถูกตัดปลายทางขวาหรือสัดส่วนของการตัดปลายมีขนาด $p=0$ วิธีการประมาณที่มีประสิทธภาพดีที่สุด จะขึ้นกับการแจกแจงของข้อมูลดังนี้

- การแจกแจง SEV พบว่าวิธี WGE แบบ Increasing Weighting ที่มี $w=4$ จะให้ประสิทธิภาพมากที่สุด

- การแจกแจง LEV พบว่าวิธี WGE แบบ Decreasing Weighting ที่มี $w=4$ จะให้ประสิทธิภาพมากที่สุด

- การแจกแจง LOGIS พบว่าวิธี WGE แบบ Right-Skewed-Triangular Weighting ที่มี $w = 4$ จะให้ประสิทธิภาพมากที่สุด

- การแจกแจง NOR พบว่าวิธี GE จะให้ประสิทธิภาพมากที่สุด

(2) เมื่อสัดส่วนของการตัดปลาย $p \neq 0$ สำหรับข้อมูลที่มีการแจกแจงแบบ SEV, LOGIS และ NOR การประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธี Increasing Weighting จะมีประสิทธิภาพมากที่สุด ส่วนการแจกแจงแบบ LEV นั้น พบว่าการประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธี Decreasing Weighting จะมีประสิทธิภาพมากที่สุด ทั้งนี้อาจเป็นเพราะว่าการแจกแจงแบบ LEV มีลักษณะเบ้ขวา ข้อมูลส่วนที่ให้รายละเอียดได้มักจะอยู่ทางซ้าย โดยการถ่วงน้ำหนักแบบ Decreasing Weighting เป็นการถ่วงน้ำหนักที่กำหนดให้ค่าน้ำหนักของค่าสังเกตแต่ละอันดับมีค่าลดลงครั้งละเท่า ๆ กัน การถ่วงน้ำหนักโดยกำหนดให้ค่าน้ำหนักของค่าสังเกตของข้อมูลที่อยู่ทางขวา ถูกกำหนดให้ค่าน้ำหนักที่น้อยสุดให้กับข้อมูลที่เป็น Outlier

ตารางที่ 5.1 แสดงการเปรียบเทียบวิธีการประมาณพารามิเตอร์ μ ระหว่างวิธี GE และวิธี WGE ที่มีค่าประสิทธิภาพมากที่สุด สำหรับการแจกแจงแบบต่างๆ โดยจำแนกตามขนาดตัวอย่าง และสัดส่วนของการตัดปลายทางขวา

Censoring Proportion p	Sample Size n	SEV	LEV	LOGIS	NOR
0	20	I 4	D 4	RT 4	GE
	40	I 4	D 4	RT 4	GE
	80	I 4	D 4	RT 4	GE
	120	I 4	D 4	RT 4	GE
0.1	20	I 4	D 2	RT 2	I 2
	40	I 4	D 2	RT 2	I 2
	80	I 4	D 2	RT 2	I 2
	120	I 4	D 2	RT 2	I 2
0.2	20	I 4	GE, D 2	GE	I 4
	40	I 4	GE, D 2	GE	I 4
	80	I 4	GE, D 2	GE	I 4
	120	I 4	GE, D2	GE	I 4
0.3	20	I 4	GE	I 4	I 4
	40	I 4	GE	I 4	I 4
	80	I 4	GE	I 4	I 4
	120	I 4	GE	I 4	I 4

หมายเหตุ

GE คือ วิธี Graphical Estimation

WGE คือ วิธี Weighted Graphical Estimation ซึ่งประกอบไปด้วย

- I 2 คือ วิธี Increasing Weighting ที่มี $w = 2$
- I 4 คือ วิธี Increasing Weighting ที่มี $w = 4$
- D 2 คือ วิธี Decreasing Weighting ที่มี $w = 2$
- D 4 คือ วิธี Decreasing Weighting ที่มี $w = 4$
- S 2 คือ วิธี Symmetric-Triangular Weighting ที่มี $w = 2$
- S 4 คือ วิธี Symmetric-Triangular Weighting ที่มี $w = 4$
- RT 2 คือ วิธี Right-Skewed-Triangular Weighting ที่มี $w = 2$
- RT 4 คือ วิธี Right-Skewed-Triangular Weighting ที่มี $w = 4$
- LT 2 คือ วิธี Left-Skewed-Triangular Weighting ที่มี $w = 2$
- L-T 4 คือ วิธี Left-Skewed-Triangular Weighting ที่มี $w = 4$

ตารางที่ 5.2 แสดงการเปรียบเทียบวิธีการประมาณพารามิเตอร์ σ ระหว่างวิธี GE และวิธี WGE ที่มีค่าประสิทธิภาพมากที่สุด สำหรับการแจกแจงแบบต่างๆ โดยจำแนกตามขนาดตัวอย่าง และสัดส่วนของการตัดปลายทางขวา

Censoring Proportion p	Sample Size n	SEV	LEV	LOGIS	NOR
0	20	I 4	D 4	RT 4	GE
	40	I 4	D 4	RT 4	GE
	80	I 4	D 4	RT 4	GE
	120	I 4	D 4	RT 4	GE
0.1	20	I 4	D 4	I 4	I 2
	40	I 4	D 4	I 4	I 2
	80	I 4	D 4	I 4	I 2
	120	I 4	D 4	I 4	I 2
0.2	20	I 4	D 2	I 4	I 4
	40	I 4	D 2	I 4	I 4
	80	I 4	D 2	I 4	I 4
	120	I 4	D 2	I 4	I 4
0.3	20	I 4	GE	I 4	I 4
	40	I 4	GE, D2	I 4	I 4
	80	I 4	D 2	I 4	I 4
	120	I 4	D 2	I 4	I 4

หมายเหตุ

GE คือ วิธี Graphical Estimation

WGE คือ วิธี Weighted Graphical Estimation ซึ่งประกอบไปด้วย

- I 2 คือ วิธี Increasing Weighting ที่มี $w = 2$
- I 4 คือ วิธี Increasing Weighting ที่มี $w = 4$
- D 2 คือ วิธี Decreasing Weighting ที่มี $w = 2$
- D 4 คือ วิธี Decreasing Weighting ที่มี $w = 4$
- S 2 คือ วิธี Symmetric-Triangular Weighting ที่มี $w = 2$
- S 4 คือ วิธี Symmetric-Triangular Weighting ที่มี $w = 4$
- RT 2 คือ วิธี Right-Skewed-Triangular Weighting ที่มี $w = 2$
- RT 4 คือ วิธี Right-Skewed-Triangular Weighting ที่มี $w = 4$
- LT 2 คือ วิธี Left-Skewed-Triangular Weighting ที่มี $w = 2$
- L-T 4 คือ วิธี Left-Skewed-Triangular Weighting ที่มี $w = 4$

กรณีข้อมูลมีการแจกแจงแบบ SEV (0,1)

ตารางที่ 5.3 แสดงวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ μ ที่เหมาะสมที่สุด ระหว่างวิธี GE และวิธี WGE สำหรับการแจกแจงค่าต่ำสุดขีด โดยจำแนกตามขนาดตัวอย่าง และสัดส่วนของการตัดปลายทางขวา

Censoring Proportion p	Sample Size n	GE	WGE									
			Increasing Weighting		Decreasing Weighting		Symmetric-Triangular Weighting		Right-Skewed-Triangular Weighting		Left-Skewed-Triangular Weighting	
			$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$
0	20			✓								
	40			✓								
	80			✓								
	120			✓								
0.1	20			✓								
	40			✓								
	80			✓								
	120			✓								
0.2	20			✓								
	40			✓								
	80			✓								
	120			✓								
0.3	20			✓								
	40			✓								
	80			✓								
	120			✓								

ตารางที่ 5.4 แสดงวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ σ ที่เหมาะสมที่สุด ระหว่างวิธี GE และวิธี WGE สำหรับการแจกแจงค่าต่ำสุดขีด โดยจำแนกตามขนาดตัวอย่าง และสัดส่วนของการตัดปลายทางขวา

Censoring Proportion p	Sample Size n	GE	WGE									
			Increasing Weighting		Decreasing Weighting		Symmetric-Triangular Weighting		Right-Skewed-Triangular Weighting		Left-Skewed-Triangular Weighting	
			$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$
0	20			✓								
	40			✓								
	80			✓								
	120			✓								
0.1	20			✓								
	40			✓								
	80			✓								
	120			✓								
0.2	20			✓								
	40			✓								
	80			✓								
	120			✓								
0.3	20			✓								
	40			✓								
	80			✓								
	120			✓								

กรณีข้อมูลมีการแจกแจงแบบ LEV (0,1)

ตารางที่ 5.5 แสดงวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ μ ที่เหมาะสมที่สุด ระหว่างวิธี GE และวิธี WGE สำหรับการแจกแจงค่าสูงสุดขีด โดยจำแนกตามขนาดตัวอย่าง และสัดส่วนของการตัดปลายทางขวา

Censoring Proportion p	Sample Size n	GE	WGE									
			Increasing Weighting		Decreasing Weighting		Symmetric-Triangular Weighting		Right-Skewed-Triangular Weighting		Left-Skewed-Triangular Weighting	
			$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$
0	20					✓						
	40					✓						
	80					✓						
	120					✓						
0.1	20				✓							
	40				✓							
	80				✓							
	120				✓							
0.2	20	✓			✓							
	40	✓			✓							
	80	✓			✓							
	120	✓			✓							
0.3	20	✓										
	40	✓										
	80	✓										
	120	✓										

ตารางที่ 5.6 แสดงวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ σ ที่เหมาะสมที่สุด ระหว่างวิธี GE และวิธี WGE สำหรับการแจกแจงค่าสูงสุดขีด โดยจำแนกตามขนาดตัวอย่าง และสัดส่วนของการตัดปลายทางขวา

Censoring Proportion p	Sample Size n	GE	WGE									
			Increasing Weighting		Decreasing Weighting		Symmetric-Triangular Weighting		Right-Skewed-Triangular Weighting		Left-Skewed-Triangular Weighting	
			$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$
0	20					✓						
	40					✓						
	80					✓						
	120					✓						
0.1	20					✓						
	40					✓						
	80					✓						
	120					✓						
0.2	20				✓							
	40				✓							
	80				✓							
	120				✓							
0.3	20	✓										
	40	✓			✓							
	80				✓							
	120				✓							

กรณีข้อมูลมีการแจกแจงแบบ LOGIS (0,1)

ตารางที่ 5.7 แสดงวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ μ ที่เหมาะสมที่สุด ระหว่างวิธี GE และวิธี WGE สำหรับการแจกแจงโลจิสติค โดยจำแนกตามขนาดตัวอย่าง และสัดส่วนของการตัดปลายทางขวา

Censoring Proportion p	Sample Size n	GE	WGE									
			Increasing Weighting		Decreasing Weighting		Symmetric-Triangular Weighting		Right-Skewed-Triangular Weighting		Left-Skewed-Triangular Weighting	
			$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$
0	20									✓		
	40									✓		
	80									✓		
	120									✓		
0.1	20								✓			
	40								✓			
	80								✓			
	120								✓			
0.2	20	✓										
	40	✓										
	80	✓										
	120	✓										
0.3	20			✓								
	40			✓								
	80			✓								
	120			✓								

ตารางที่ 5.8 แสดงวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ σ ที่เหมาะสมที่สุด ระหว่างวิธี GE และวิธี WGE สำหรับการแจกแจงโลจิสติค โดยจำแนกตามขนาดตัวอย่าง และสัดส่วนของการตัดปลายทางขวา

Censoring Proportion p	Sample Size n	GE	WGE									
			Increasing Weighting		Decreasing Weighting		Symmetric-Triangular Weighting		Right-Skewed-Triangular Weighting		Left-Skewed-Triangular Weighting	
			$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$
0	20									✓		
	40									✓		
	80									✓		
	120									✓		
0.1	20			✓								
	40			✓								
	80			✓								
	120			✓								
0.2	20			✓								
	40			✓								
	80			✓								
	120			✓								
0.3	20			✓								
	40			✓								
	80			✓								
	120			✓								

กรณีข้อมูลมีการแจกแจงแบบ NOR (0,1)

ตารางที่ 5.9 แสดงวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ μ ที่เหมาะสมที่สุด ระหว่างวิธี GE และวิธี WGE สำหรับการแจกแจงปกติ โดยจำแนกตามขนาดตัวอย่าง และสัดส่วนของการตัดปลายทางขวา

Censoring Proportion p	Sample Size n	GE	WGE									
			Increasing Weighting		Decreasing Weighting		Symmetric-Triangular Weighting		Right-Skewed-Triangular Weighting		Left-Skewed-Triangular Weighting	
			$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$
0	20	✓										
	40	✓										
	80	✓										
	120	✓										
0.1	20		✓									
	40		✓									
	80		✓									
	120		✓									
0.2	20			✓								
	40			✓								
	80			✓								
	120			✓								
0.3	20			✓								
	40			✓								
	80			✓								
	120			✓								

ตารางที่ 5.10 แสดงวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ σ ที่เหมาะสมที่สุด ระหว่างวิธี GE และวิธี WGE สำหรับการแจกแจงปกติ โดยจำแนกตามขนาดตัวอย่าง และสัดส่วนของการตัดปลายทางขวา

Censoring Proportion p	Sample Size n	GE	WGE									
			Increasing Weighting		Decreasing Weighting		Symmetric-Triangular Weighting		Right-Skewed-Triangular Weighting		Left-Skewed-Triangular Weighting	
			$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$
0	20	✓										
	40	✓										
	80	✓										
	120	✓										
0.1	20		✓									
	40		✓									
	80		✓									
	120		✓									
0.2	20			✓								
	40			✓								
	80			✓								
	120			✓								
0.3	20			✓								
	40			✓								
	80			✓								
	120			✓								

5.2 ด้านการศึกษาวิจัย

เพื่อเป็นแนวทางให้ผู้ที่สนใจได้ศึกษาเพิ่มเติม ซึ่งในการศึกษาครั้งต่อๆ ไปอาจทำการศึกษาในกรณีต่างๆ ดังต่อไปนี้

1. ในการศึกษาครั้งนี้ผู้วิจัยได้ศึกษา การแจกแจงแบบ Location-scale คือ SEV, LEV, LOGIS, และ NOR สำหรับงานวิจัยครั้งต่อไปอาจทำการศึกษากรณีที่ข้อมูลมีรูปแบบการแจกแจงแบบอื่นๆ ซึ่งการที่ข้อมูลมีการแจกแจงเปลี่ยนไป อาจจะทำให้ได้ผลการวิจัยที่ไม่เหมือนเดิม

2. การประมาณค่าด้วยวิธี WGE หากขนาดการถ่วงน้ำหนักเปลี่ยนไป การประมาณค่าพารามิเตอร์จะให้ผลที่ดีขึ้นหรือไม่

3. เนื่องจากในการศึกษาครั้งนี้การประมาณค่าด้วยวิธี WGE แบบ Right-Skewed-Triangular Weighting และแบบ Left-Skewed-Triangular Weighting สนใจเฉพาะจุดแบ่งส่วนในการถ่วงน้ำหนักเท่ากับ ตำแหน่งเปอร์เซ็นไทล์ที่ 25 และ 75 ตามลำดับ ดังนั้นถ้าศึกษาจุดแบ่งส่วนในการถ่วงน้ำหนักที่ตำแหน่งอื่นๆ อาจจะให้ผลการศึกษาที่น่าสนใจ

4. ศึกษาการประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธี WGE กับข้อมูลที่ถูกเซ็นเซอร์ประเภทอื่นๆ เช่น ข้อมูลที่ถูกเซ็นเซอร์แบบช่วง ข้อมที่ถูกเซ็นเซอร์ทางซ้าย เป็นต้น

5.3 ข้อเสนอแนะ

จากงานวิจัยนี้พบว่าวิธี วิธีการประมาณพารามิเตอร์ด้วยวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดยังคงเป็นวิธีการประมาณที่มีประสิทธิภาพมากที่สุด เมื่อเทียบกับการประมาณแบบกราฟและการประมาณแบบกราฟที่มีการถ่วงน้ำหนัก แต่เนื่องจากวิธี MLE คำนวณยากและใช้เวลานานกว่าวิธีการประมาณแบบกราฟและวิธีการประมาณแบบกราฟที่มีการถ่วงน้ำหนัก ดังนั้น ภายใต้ขอบเขตของการศึกษาวิจัยนี้พบว่า ส่วนใหญ่วิธีการประมาณแบบกราฟที่มีการถ่วงน้ำหนักเหมาะสำหรับข้อมูลทุกการแจกแจง เพราะในกรณีส่วนใหญ่วิธีการประมาณแบบกราฟที่มีการถ่วงน้ำหนักจะให้ประสิทธิภาพในการประมาณที่ดีกว่าการประมาณแบบกราฟ

รายการอ้างอิง

ภาษาไทย

ขวัญรัตน์ ตั้งพิษฐานสกุล. การศึกษาเปรียบเทียบการประมาณพารามิเตอร์โดยตัวประมาณ แบบกราฟด้วยข้อมูลบางส่วนจากข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวา. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต, ภาควิชาสถิติ คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. 2554.

ธีระพร วีระถาวร. การอนุมานเชิงสถิติขั้นกลาง: โครงสร้างและความหมาย. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2539.

ประภาศิริ สุนทรศิริเวช. การประมาณแบบกราฟด้วยข้อมูลบางส่วนจากข้อมูลที่ถูกตัดปลายกำหนดเวลา. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต, ภาควิชาสถิติ คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. 2555.

ภาษาอังกฤษ

Klein, J.P., Moesschberger, M. L. Survival Analysis Techniques for Censored and Truncated Data. New York: Springer, 1997.

Lawless, J.F. Statistical Models and Methods for Lifetime Data (Second Edition.). New York: John Wiley, 2003.

บรรณานุกรม

ภาษาอังกฤษ

Meeker, W.Q., Escobar, L.A. Statistical Methods for Reliability Data. New York: John Wiley, 1998.

Somboonsavatdee, A. and Nair, V. Graphical Estimation from Probability Plots with Right Censored Data. Technometrics, 19 (2007): 420 - 429.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

โปรแกรม R ที่ใช้ในการจำลองข้อมูล

ในการวิจัยครั้งนี้ได้ใช้โปรแกรม R เวอร์ชั่น 2.9.1 ในที่นี้จะขอแสดงเฉพาะ**กรณีข้อมูลมีการแจกปกติ ที่มีพารามิเตอร์** $\mu = 0$ **และ** $\sigma = 1$ **ด้วยสัดส่วนของการตัดปลาย** $p = 0.1$ และมีขนาดการถ่วงน้ำหนักสูงสุด $w = 2$ ในการยกตัวอย่าง

1. การจำลองข้อมูลและการประมาณค่าพารามิเตอร์ μ **และ** σ **ของแต่ละวิธี ซึ่งมีคำสั่งดังต่อไปนี้**

1.1 วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (MLE Method)

```
mu<-0;
sigma<-1;
N<-c(20,40,80,120);
Nsim<-5000;

xbar<-c();
sd<-c();
bias1<-c();
bias2<-c();
var1<-c();
var2<-c();
mse1<-c();
mse2<-c();

out1<-c();
lfnorm<-function(sampcens,mu=0,sigma=1){
if(length(mu)==1){
out1<-prod(dnorm(sampcens,mu,sigma),(1-pnorm(sampcens[r],mu,sigma))^(n-r))}
if(length(mu)>1){
```

```
out1<-c();
for(i in 1:length(mu)){
out1<-c(out1,prod(dnorm(sampcens,mu[i],sigma),
        (1-pnorm(sampcens[r],mu[i],sigma))^(n-r))) }}
return(out1) }

out2<-c();
lfnorm.sd<-function(sampcens,mu=0,sigma=1){
if(length(sigma)==1){
out2<-prod(dnorm(sampcens,mu,sigma),(1-pnorm(sampcens[r],mu,sigma))^(n-r))}
if(length(sigma)>1){
out2<-c();
for(i in 1:length(sigma)){
out2<-c(out2,prod(dnorm(sampcens,mu,sigma[i]),
        (1-pnorm(sampcens[r],mu,sigma[i]))^(n-r))) }}
return(out2) }

for(j in 1:length(N)){
n<-N[j];
r<-n-(0.1*n);
cens<-c(rep(0,r),rep(1,(n-r)))

set.seed(100);
for(i in 1:Nsim){
samp<-rnorm(n,mu,sigma);
sortx<-sort(samp);
sortx[cens==1]<-samp[r];
x<-cbind(sortx,cens);
sampcens<-x[x[,2]==0,1];
m<-seq(-1,1,0.01);
```

```
s<-seq(0.01,2,0.01);
xbar[i]<-m[lfnorm(sampcens,m,sigma)==max(lfnorm(sampcens,m,sigma))];
sd[i]<-s[lfnorm.sd(sampcens,mu,s)==max(lfnorm.sd(sampcens,mu,s))]; }
write.csv(cbind(xbar,sd),paste("NORcen10%.mle",n,".csv",sep=""));

bias1[j]<-mean(xbar)-mu;
bias2[j]<-mean(sd)-sigma;
var1[j]<-var(xbar);
var2[j]<-var(sd);
mse1[j]<-mean((xbar-mu)^2);
mse2[j]<-mean((sd-sigma)^2);
mse<-(mse1+mse2)/2; }

summary<-cbind(bias1,var1,mse1,bias2,var2,mse2,mse);
colnames(summary)<-c("Bias1","Var1","MSE1","Bias2","Var2","MSE2","MSE");
rownames(summary)<-c("n=20","n=40","n=80","n=120");
write.csv(summary,file="SumNORcen10%.mle.csv");
summary
```

1.2. วิธีการประมาณแบบกราฟ (GE Method)

```
mu<-0;
sigma<-1;
N<-c(20,40,80,120);
Nsim<-5000;

xbar<-c();
sd<-c();
bias1<-c();
bias2<-c();
```

```
var1<-c();
var2<-c();
mse1<-c();
mse2<-c();

for(j in 1:length(N)){
n<-N[j];
r<-n-(0.1*n);

set.seed(100);
for(i in 1:Nsim){
samp<-rnorm(n,mu,sigma);
sortx<-sort(samp);
p<-((1:n)-0.5)/n;
x<-cbind(p[1:r],sortx[1:r]);
ols<-lsfit(qnorm(x[,1]),x[,2])$coef;
xbar[i]<-ols[1];
sd[i]<-ols[2]; }
write.csv(cbind(xbar,sd),paste("NORcen10%.ge",n,".csv",sep=""));

bias1[j]<-mean(xbar)-mu;
bias2[j]<-mean(sd)-sigma;
var1[j]<-var(xbar);
var2[j]<-var(sd);
mse1[j]<-mean((xbar-mu)^2);
mse2[j]<-mean((sd-sigma)^2);
mse<-(mse1+mse2)/2; }
summary<-cbind(bias1,var1,mse1,bias2,var2,mse2,mse);
colnames(summary)<-c("Bias1","Var1","MSE1","Bias2","Var2","MSE2","MSE");
rownames(summary)<-c("n=20","n=40","n=80","n=120");
```

```
write.csv(summary,file="SumNORcen10%.ge.csv");
summary
```

1.3 วิธีการประมาณแบบกราฟที่มีการถ่วงน้ำหนัก (WGE Method)

1. วิธี Increasing Weighting

```
mu<-0;
sigma<-1;
N<-c(20,40,80,120);
Nsim<-5000;
w<-2;

xbar<-c();
sd<-c();
bias1<-c();
bias2<-c();
var1<-c();
var2<-c();
mse1<-c();
mse2<-c();

for(j in 1:length(N)){
n<-N[j];
r<-n-(0.1*n);

set.seed(100);
for(i in 1:Nsim){
samp<-rnorm(n,mu,sigma);
sortx<-sort(samp);
```

```
p<-((1:n)-0.5)/n;
x<-cbind(p[1:r],sortx[1:r]);
incwgh<-seq(1,w,len=r)
ols<-lsfit(qnorm(x[,1]),x[,2],wt=incwgh)$coef;
xbar[i]<-ols[1];
sd[i]<-ols[2]; }
write.csv(cbind(xbar,sd),paste("NORcen10%incwgh2.wge",n,".csv",sep=""));

bias1[j]<-mean(xbar)-mu;
bias2[j]<-mean(sd)-sigma;
var1[j]<-var(xbar);
var2[j]<-var(sd);
mse1[j]<-mean((xbar-mu)^2);
mse2[j]<-mean((sd-sigma)^2);
mse<-(mse1+mse2)/2; }
summary<-cbind(bias1,var1,mse1,bias2,var2,mse2,mse);
colnames(summary)<-c("Bias1","Var1","MSE1","Bias2","Var2","MSE2","MSE");
rownames(summary)<-c("n=20","n=40","n=80","n=120");
write.csv(summary,file="SumNORcen10%incwgh2.wge.csv");
summary
```

2. วิธี Decreasing Weighting

```
mu<-0;
sigma<-1;
N<-c(20,40,80,120);
Nsim<-5000;
w<-2;

xbar<-c();
```

```
sd<-c();
bias1<-c();
bias2<-c();
var1<-c();
var2<-c();
mse1<-c();
mse2<-c();

for(j in 1:length(N)){
n<-N[j];
r<-n-(0.1*n);
set.seed(100);
for(i in 1:Nsim){
samp<-rnorm(n,mu,sigma);
sortx<-sort(samp);
p<-((1:n)-0.5)/n;
x<-cbind(p[1:r],sortx[1:r]);
decwgh<-seq(w,1,len=r)
ols<-lsfit(qnorm(x[,1]),x[,2],wt=decwgh)$coef;
xbar[i]<-ols[1];
sd[i]<-ols[2]; }
write.csv(cbind(xbar,sd),paste("NORcen10%decwgh2.wge",n,".csv",sep=""));

bias1[j]<-mean(xbar)-mu;
bias2[j]<-mean(sd)-sigma;
var1[j]<-var(xbar);
var2[j]<-var(sd);
mse1[j]<-mean((xbar-mu)^2);
mse2[j]<-mean((sd-sigma)^2);
mse<-(mse1+mse2)/2; }
```

```
summary<-cbind(bias1,var1,mse1,bias2,var2,mse2,mse);
colnames(summary)<-c("Bias1","Var1","MSE1","Bias2","Var2","MSE2","MSE");
rownames(summary)<-c("n=20","n=40","n=80","n=120");
write.csv(summary,file="SumNORcen10%decwgh2.wge.csv");
summary
```

3. วิธี Symmetric-Triangular Weighting

```
mu<-0;
sigma<-1;
N<-c(20,40,80,120);
Nsim<-5000;
w<-2;

xbar<-c();
sd<-c();
bias1<-c();
bias2<-c();
var1<-c();
var2<-c();
mse1<-c();
mse2<-c();

for(j in 1:length(N)){
n<-N[j];
r<-n-(0.1*n);

set.seed(100);
for(i in 1:Nsim){
samp<-rnorm(n,mu,sigma);
```

```
sortx<-sort(samp);
p<-((1:n)-0.5)/n;
x<-cbind(p[1:r],sortx[1:r]);
symwgh<-c(seq(1,w,len=round(r/2)),seq(w,1,len=r-round(r/2)))
ols<-lsfit(qnorm(x[,1]),x[,2],wt=symwgh)$coef;
xbar[i]<-ols[1];
sd[i]<-ols[2]; }
write.csv(cbind(xbar,sd),paste("NORcen10%symwgh2.wge",n,".csv",sep=""));

bias1[j]<-mean(xbar)-mu;
bias2[j]<-mean(sd)-sigma;
var1[j]<-var(xbar);
var2[j]<-var(sd);
mse1[j]<-mean((xbar-mu)^2);
mse2[j]<-mean((sd-sigma)^2);
mse<-(mse1+mse2)/2; }

summary<-cbind(bias1,var1,mse1,bias2,var2,mse2,mse);
colnames(summary)<-c("Bias1","Var1","MSE1","Bias2","Var2","MSE2","MSE");
rownames(summary)<-c("n=20","n=40","n=80","n=120");
write.csv(summary,file="SumNORcen10%symwgh2.wge.csv");
summary
```

4. วิธี Right-Skewed-Triangular Weighting

```
mu<-0;
sigma<-1;
N<-c(20,40,80,120);
Nsim<-5000;
w<-2;
```

```
xbar<-c();
sd<-c();
bias1<-c();
bias2<-c();
var1<-c();
var2<-c();
mse1<-c();
mse2<-c();

for(j in 1:length(N)){
n<-N[j];
r<-n-(0.1*n);

set.seed(100);
for(i in 1:Nsim){
samp<-rnorm(n,mu,sigma);
sortx<-sort(samp);
p<-((1:n)-0.5)/n;
x<-cbind(p[1:r],sortx[1:r]);
rskwgh<-c(seq(1,w,len=floor(r*0.25)),seq(w,1,len=r-floor(r*0.25)))
ols<-lsfit(qnorm(x[,1]),x[,2],wt=rskwgh)$coef;
xbar[i]<-ols[1];
sd[i]<-ols[2]; }
write.csv(cbind(xbar,sd),paste("NORcen10%rskwgh2.wge",n,".csv",sep=""));

bias1[j]<-mean(xbar)-mu;
bias2[j]<-mean(sd)-sigma;
var1[j]<-var(xbar);
var2[j]<-var(sd);
mse1[j]<-mean((xbar-mu)^2);
```

```
mse2[j]<-mean((sd-sigma)^2);
mse<-(mse1+mse2)/2; }

summary<-cbind(bias1,var1,mse1,bias2,var2,mse2,mse);
colnames(summary)<-c("Bias1","Var1","MSE1","Bias2","Var2","MSE2","MSE");
rownames(summary)<-c("n=20","n=40","n=80","n=120");
write.csv(summary,file="SumNORcen10%rskwgh2.wge.csv");
summary
```

5. วิธี Left-Skewed-Triangular Weighting

```
mu<-0;
sigma<-1;
N<-c(20,40,80,120);
Nsim<-5000;
w<-2;

xbar<-c();
sd<-c();
bias1<-c();
bias2<-c();
var1<-c();
var2<-c();
mse1<-c();
mse2<-c();
for(j in 1:length(N)){
n<-N[j];
r<-n-(0.1*n);
set.seed(100);
for(i in 1:Nsim){
```

```
samp<-rnorm(n,mu,sigma);
sortx<-sort(samp);
p<-((1:n)-0.5)/n;
x<-cbind(p[1:r],sortx[1:r]);
lskwgh<-c(seq(1,w,len=floor(r*0.75)),seq(w,1,len=r-floor(r*0.75)))
ols<-lsfit(qnorm(x[,1]),x[,2],wt=lskwgh)$coef;
xbar[i]<-ols[1];
sd[i]<-ols[2]; }
write.csv(cbind(xbar,sd),paste("NORcen10%lskwgh2.wge",n,".csv",sep=""));

bias1[j]<-mean(xbar)-mu;
bias2[j]<-mean(sd)-sigma;
var1[j]<-var(xbar);
var2[j]<-var(sd);
mse1[j]<-mean((xbar-mu)^2);
mse2[j]<-mean((sd-sigma)^2);
mse<-(mse1+mse2)/2; }

summary<-cbind(bias1,var1,mse1,bias2,var2,mse2,mse);
colnames(summary)<-c("Bias1","Var1","MSE1","Bias2","Var2","MSE2","MSE");
rownames(summary)<-c("n=20","n=40","n=80","n=120");
write.csv(summary,file="SumNORcen10%lskwgh2.wge.csv");
summary
```

2. การจำลองข้อมูลที่มีการแจกแจง SEV และ LEV ซึ่งสร้างจากการแจกแจง weibull

2.1 การแจกแจงค่าต่ำสุดขีด (SEV)

```
rsev<-function(n,mu=0,sigma=1){log(rweibull(n,1/sigma,exp(mu)))}
psev<-function(q,mu=0,sigma=1){1-exp(-exp((q-mu)/sigma))}
dsev<-function(x,mu=0,sigma=1){(1/sigma)*exp(((x-mu)/sigma)-exp((x-mu)/sigma))}
qsev<-function(p,mu=0,sigma=1){log(qweibull(p,1/sigma,exp(mu)))}
```

2.2 การแจกแจงค่าสูงสุดขีด (SEV)

```
rlev<-function(n,mu=0,sigma=1){-(log(rweibull(n,1/sigma,exp(mu))))}
plev<-function(y,mu=0,sigma=1){exp(-exp(-(y-mu)/sigma))}
dlev<-function(x,mu=0,sigma=1){(1/sigma)*exp((-(x-mu)/sigma)-exp(-(x-mu)/sigma))}
qlev<-function(p,mu=0,sigma=1){-(log(qweibull(1-p,1/sigma,exp(mu))))}
```

ภาคผนวก ข

ตารางที่ 1 แสดงค่าความเอนเอียง ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ μ สำหรับการแจกแจงค่าต่ำสุดขีด ที่มีพารามิเตอร์ $\mu = 0$ และ $\sigma = 1$ ด้วยวิธี GE, วิธี MLE และวิธี WGE โดยจำแนกตามขนาดตัวอย่าง และสัดส่วนของการตัดปลายทางขวา

Censoring Proportion p	Sample Size n	GE	MLE	WGE									
				Increasing Weighting		Decreasing Weighting		Symmetric-Triangular Weighting		Right-Skewed-Triangular Weighting		Left-Skewed-Triangular Weighting	
				$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$
0	20	-0.02319	-0.02268	-0.02263	-0.02220	-0.02386	-0.02457	-0.01892	-0.02103	-0.02030	-0.02218	-0.02046	-0.01845
	40	-0.01470	-0.01281	-0.01398	-0.01354	-0.01567	-0.01674	-0.01233	-0.01352	-0.01312	-0.01419	-0.01313	-0.01197
	80	-0.00972	-0.00892	-0.00925	-0.00895	-0.01035	-0.01102	-0.00822	-0.00897	-0.00876	-0.00940	-0.00869	-0.00793
	120	-0.00720	-0.00632	-0.00675	-0.00648	-0.00782	-0.00849	-0.00620	-0.00671	-0.00666	-0.00706	-0.00643	-0.00586
0.1	20	-0.01920	-0.02547	-0.01763	-0.01669	-0.02138	-0.02378	-0.01647	-0.01801	-0.01725	-0.01883	-0.01742	-0.01588
	40	-0.01357	-0.01564	-0.01219	-0.01136	-0.01542	-0.01741	-0.01154	-0.01266	-0.01206	-0.01317	-0.01222	-0.01111
	80	-0.00894	-0.00986	-0.00805	-0.00749	-0.01013	-0.01139	-0.00770	-0.00838	-0.00811	-0.00872	-0.00806	-0.00733
	120	-0.00686	-0.00697	-0.00607	-0.00558	-0.00791	-0.00902	-0.00600	-0.00649	-0.00639	-0.00678	-0.00616	-0.00558
0.2	20	-0.01989	-0.02821	-0.01742	-0.01574	-0.02310	-0.02653	-0.01675	-0.01867	-0.01720	-0.01927	-0.01771	-0.01566
	40	-0.01455	-0.01675	-0.01253	-0.01114	-0.01711	-0.01978	-0.01197	-0.01346	-0.01238	-0.01391	-0.01281	-0.01123
	80	-0.00949	-0.00960	-0.00817	-0.00725	-0.01115	-0.01285	-0.00802	-0.00887	-0.00839	-0.00918	-0.00847	-0.00753
	120	-0.00747	-0.00691	-0.00633	-0.00554	-0.00889	-0.01034	-0.00644	-0.00705	-0.00682	-0.00733	-0.00666	-0.00592
0.3	20	-0.02232	-0.03048	-0.01873	-0.01602	-0.02674	-0.03135	-0.01854	-0.02100	-0.01835	-0.02126	-0.01986	-0.01711
	40	-0.01653	-0.01768	-0.01368	-0.01153	-0.01998	-0.02349	-0.01323	-0.01522	-0.01351	-0.01560	-0.01440	-0.01226
	80	-0.01100	-0.00991	-0.00921	-0.00786	-0.01314	-0.01529	-0.00910	-0.01023	-0.00941	-0.01050	-0.00974	-0.00849
	120	-0.00890	-0.00684	-0.00740	-0.00626	-0.01068	-0.01247	-0.00752	-0.00836	-0.00791	-0.00863	-0.00794	-0.00698

ตารางที่ 2 แสดงค่าความแปรปรวน ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ μ สำหรับการแจกแจงค่าต่ำสุดขีด ที่มีพารามิเตอร์ $\mu=0$ และ $\sigma=1$ ด้วยวิธี GE, วิธี MLE และวิธี WGE โดยจำแนกตามขนาดตัวอย่าง และสัดส่วนของการตัดปลายทางขวา

Censoring Proportion p	Sample Size n	GE	MLE	WGE									
				Increasing Weighting		Decreasing Weighting		Symmetric-Triangular Weighting		Right-Skewed-Triangular Weighting		Left-Skewed-Triangular Weighting	
				$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$
0	20	0.05850	0.05222	0.05753	0.05740	0.06194	0.06900	0.06268	0.06043	0.06392	0.06109	0.05896	0.05979
	40	0.02979	0.02627	0.02918	0.02909	0.03189	0.03604	0.03186	0.03077	0.03265	0.03118	0.02996	0.03034
	80	0.01483	0.01301	0.01446	0.01441	0.01605	0.01839	0.01587	0.01533	0.01631	0.01556	0.01489	0.01506
	120	0.00965	0.00830	0.00933	0.00928	0.01059	0.01234	0.01033	0.00998	0.01065	0.01015	0.00966	0.00976
0.1	20	0.06643	0.05759	0.06285	0.06156	0.07420	0.08652	0.07280	0.06994	0.07479	0.07081	0.06738	0.06826
	40	0.03425	0.02911	0.03210	0.03133	0.03888	0.04605	0.03717	0.03590	0.03853	0.03657	0.03426	0.03440
	80	0.01727	0.01432	0.01602	0.01556	0.01991	0.02392	0.01865	0.01806	0.01940	0.01844	0.01719	0.01721
	120	0.01145	0.00921	0.01050	0.01014	0.01342	0.01636	0.01229	0.01194	0.01282	0.01223	0.01132	0.01129
0.2	20	0.08156	0.06354	0.07434	0.07086	0.09473	0.11353	0.08953	0.08636	0.09231	0.08749	0.08165	0.08156
	40	0.04276	0.03218	0.03843	0.03637	0.05059	0.06152	0.04603	0.04483	0.04808	0.04578	0.04217	0.04167
	80	0.02200	0.01601	0.01953	0.01836	0.02641	0.03247	0.02331	0.02287	0.02446	0.02345	0.02148	0.02108
	120	0.01482	0.01037	0.01298	0.01209	0.01807	0.02250	0.01550	0.01531	0.01630	0.01573	0.01433	0.01397
0.3	20	0.10863	0.07370	0.09632	0.08948	0.12896	0.15633	0.11738	0.11443	0.12170	0.11553	0.10862	0.10761
	40	0.05771	0.03712	0.05020	0.04606	0.06996	0.08598	0.06077	0.05999	0.06377	0.06126	0.05594	0.05421
	80	0.03009	0.01846	0.02583	0.02348	0.03698	0.04583	0.03093	0.03088	0.03261	0.03168	0.02876	0.02758
	120	0.02056	0.01201	0.01741	0.01567	0.02563	0.03211	0.02070	0.02089	0.02189	0.02148	0.01943	0.01846

ตารางที่ 3 แสดงค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ μ สำหรับการแจกแจงค่าต่ำสุดขีด ที่มีพารามิเตอร์ $\mu = 0$ และ $\sigma = 1$ ด้วยวิธี GE, วิธี MLE และ วิธี WGE โดยจำแนกตามขนาดตัวอย่าง และสัดส่วนของการตัดปลายทางขวา

Censoring Proportion p	Sample Size n	GE	MLE	WGE									
				Increasing Weighting		Decreasing Weighting		Symmetric-Triangular Weighting		Right-Skewed-Triangular Weighting		Left-Skewed-Triangular Weighting	
				$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$
0	20	0.05903	0.05272	0.05803	0.05788	0.06250	0.06959	0.06303	0.06087	0.06432	0.06157	0.05936	0.06012
	40	0.03000	0.02643	0.02936	0.02927	0.03213	0.03632	0.03200	0.03095	0.03282	0.03138	0.03013	0.03047
	80	0.01492	0.01309	0.01454	0.01449	0.01615	0.01851	0.01594	0.01541	0.01638	0.01564	0.01496	0.01512
	120	0.00970	0.00834	0.00938	0.00932	0.01065	0.01241	0.01037	0.01002	0.01069	0.01020	0.00970	0.00979
0.1	20	0.06678	0.05822	0.06315	0.06182	0.07464	0.08707	0.07306	0.07025	0.07507	0.07115	0.06767	0.06850
	40	0.03443	0.02935	0.03224	0.03145	0.03911	0.04635	0.03730	0.03606	0.03867	0.03674	0.03441	0.03451
	80	0.01734	0.01441	0.01608	0.01561	0.02001	0.02405	0.01870	0.01812	0.01946	0.01851	0.01725	0.01726
	120	0.01150	0.00926	0.01053	0.01017	0.01348	0.01644	0.01232	0.01198	0.01286	0.01227	0.01136	0.01132
0.2	20	0.08194	0.06432	0.07463	0.07110	0.09524	0.11421	0.08979	0.08669	0.09258	0.08784	0.08195	0.08178
	40	0.04296	0.03245	0.03858	0.03649	0.05087	0.06189	0.04616	0.04500	0.04822	0.04596	0.04232	0.04179
	80	0.02208	0.01610	0.01959	0.01841	0.02653	0.03262	0.02337	0.02294	0.02453	0.02352	0.02154	0.02113
	120	0.01487	0.01041	0.01302	0.01212	0.01815	0.02260	0.01553	0.01535	0.01635	0.01578	0.01438	0.01401
0.3	20	0.10910	0.07462	0.09665	0.08972	0.12965	0.15728	0.11770	0.11485	0.12201	0.11596	0.10899	0.10788
	40	0.05797	0.03742	0.05038	0.04619	0.07035	0.08651	0.06093	0.06021	0.06394	0.06150	0.05614	0.05435
	80	0.03021	0.01855	0.02591	0.02354	0.03714	0.04606	0.03100	0.03098	0.03270	0.03178	0.02885	0.02765
	120	0.02064	0.01205	0.01746	0.01571	0.02574	0.03226	0.02076	0.02095	0.02195	0.02155	0.01949	0.01851

ตารางที่ 4 แสดงค่าความเอนเอียง ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ σ สำหรับการแจกแจงค่าต่ำสุดขีด ที่มีพารามิเตอร์ $\mu = 0$ และ $\sigma = 1$ ด้วยวิธี GE, วิธี MLE และวิธี WGE โดยจำแนกตามขนาดตัวอย่าง และสัดส่วนของการตัดปลายทางขวา

Censoring Proportion p	Sample Size n	GE	MLE	WGE									
				Increasing Weighting		Decreasing Weighting		Symmetric-Triangular Weighting		Right-Skewed-Triangular Weighting		Left-Skewed-Triangular Weighting	
				$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$
0	20	-0.01998	-0.01285	-0.02004	-0.02028	-0.02011	-0.02035	-0.01802	-0.01539	-0.01724	-0.01379	-0.01811	-0.01599
	40	-0.01243	-0.00695	-0.01206	-0.01180	-0.01290	-0.01341	-0.01115	-0.00946	-0.01065	-0.00846	-0.01121	-0.00980
	80	-0.00786	-0.00525	-0.00766	-0.00754	-0.00814	-0.00845	-0.00710	-0.00608	-0.00684	-0.00558	-0.00711	-0.00624
	120	-0.00620	-0.00388	-0.00593	-0.00571	-0.00653	-0.00685	-0.00559	-0.00477	-0.00540	-0.00442	-0.00558	-0.00486
0.1	20	-0.01708	-0.00936	-0.01566	-0.01419	-0.01848	-0.01979	-0.01515	-0.01247	-0.01394	-0.01025	-0.01530	-0.01303
	40	-0.01153	-0.00612	-0.01038	-0.00920	-0.01267	-0.01371	-0.01018	-0.00834	-0.00958	-0.00723	-0.01027	-0.00872
	80	-0.00725	-0.00464	-0.00653	-0.00581	-0.00795	-0.00860	-0.00645	-0.00537	-0.00616	-0.00486	-0.00646	-0.00551
	120	-0.00591	-0.00363	-0.00526	-0.00460	-0.00654	-0.00711	-0.00527	-0.00440	-0.00506	-0.00404	-0.00525	-0.00444
0.2	20	-0.01749	-0.00656	-0.01544	-0.01323	-0.01943	-0.02120	-0.01531	-0.01219	-0.01417	-0.01012	-0.01538	-0.01264
	40	-0.01210	-0.00396	-0.01056	-0.00892	-0.01357	-0.01488	-0.01053	-0.00836	-0.00985	-0.00713	-0.01057	-0.00863
	80	-0.00756	-0.00251	-0.00658	-0.00555	-0.00848	-0.00930	-0.00666	-0.00543	-0.00634	-0.00490	-0.00666	-0.00553
	120	-0.00625	-0.00229	-0.00541	-0.00451	-0.00705	-0.00774	-0.00555	-0.00458	-0.00532	-0.00421	-0.00552	-0.00458
0.3	20	-0.01879	-0.00228	-0.01614	-0.01319	-0.02127	-0.02349	-0.01640	-0.01287	-0.01465	-0.00985	-0.01641	-0.01313
	40	-0.01314	-0.00141	-0.01118	-0.00904	-0.01496	-0.01658	-0.01137	-0.00886	-0.01058	-0.00749	-0.01137	-0.00907
	80	-0.00833	-0.00077	-0.00715	-0.00587	-0.00943	-0.01039	-0.00733	-0.00593	-0.00697	-0.00535	-0.00732	-0.00602
	120	-0.00698	-0.00096	-0.00599	-0.00491	-0.00789	-0.00869	-0.00620	-0.00512	-0.00596	-0.00475	-0.00618	-0.00515

ตารางที่ 5 แสดงค่าความแปรปรวน ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ σ สำหรับการแจกแจงค่าต่ำสุดขีด ที่มีพารามิเตอร์ $\mu = 0$ และ $\sigma = 1$ ด้วยวิธี GE, วิธี MLE และวิธี WGE โดยจำแนกตามขนาดตัวอย่าง และสัดส่วนของการตัดปลายทางขวา

Censoring Proportion p	Sample Size n	GE	MLE	WGE									
				Increasing Weighting		Decreasing Weighting		Symmetric-Triangular Weighting		Right-Skewed-Triangular Weighting		Left-Skewed-Triangular Weighting	
				$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$
0	20	0.04922	0.02833	0.04228	0.03693	0.05744	0.06636	0.04729	0.04529	0.04696	0.04649	0.04659	0.04354
	40	0.02574	0.01429	0.02185	0.01883	0.03032	0.03518	0.02447	0.02313	0.02437	0.02383	0.02404	0.02213
	80	0.01331	0.00702	0.01121	0.00958	0.01576	0.01835	0.01260	0.01185	0.01253	0.01216	0.01238	0.01136
	120	0.00879	0.00458	0.00737	0.00627	0.01047	0.01224	0.00831	0.00781	0.00827	0.00802	0.00816	0.00747
0.1	20	0.06307	0.03633	0.05514	0.04858	0.07208	0.08151	0.06040	0.05745	0.05997	0.05936	0.05963	0.05557
	40	0.03313	0.01843	0.02864	0.02492	0.03817	0.04334	0.03138	0.02944	0.03120	0.03023	0.03076	0.02815
	80	0.01728	0.00952	0.01489	0.01293	0.01996	0.02269	0.01626	0.01513	0.01615	0.01545	0.01596	0.01451
	120	0.01151	0.00625	0.00988	0.00855	0.01335	0.01522	0.01081	0.01005	0.01073	0.01025	0.01060	0.00963
0.2	20	0.07678	0.04468	0.06778	0.06012	0.08682	0.09717	0.07362	0.07004	0.07298	0.07164	0.07240	0.06737
	40	0.04045	0.02269	0.03532	0.03095	0.04611	0.05182	0.03837	0.03600	0.03814	0.03691	0.03763	0.03448
	80	0.02109	0.01180	0.01834	0.01600	0.02411	0.02712	0.01984	0.01842	0.01968	0.01877	0.01947	0.01770
	120	0.01411	0.00786	0.01224	0.01066	0.01619	0.01826	0.01323	0.01226	0.01312	0.01247	0.01299	0.01180
0.3	20	0.09302	0.05360	0.08289	0.07414	0.10423	0.11574	0.08934	0.08513	0.08866	0.08814	0.08833	0.08277
	40	0.04914	0.02749	0.04328	0.03821	0.05553	0.06191	0.04671	0.04391	0.04642	0.04500	0.04581	0.04209
	80	0.02557	0.01410	0.02239	0.01964	0.02901	0.03240	0.02407	0.02235	0.02388	0.02274	0.02362	0.02148
	120	0.01716	0.00948	0.01498	0.01312	0.01953	0.02188	0.01607	0.01486	0.01593	0.01508	0.01579	0.01432

ตารางที่ 6 แสดงค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ σ สำหรับการแจกแจงค่าต่ำสุดขีด ที่มีพารามิเตอร์ $\mu = 0$ และ $\sigma = 1$ ด้วยวิธี GE, วิธี MLE และ วิธี WGE โดยจำแนกตามขนาดตัวอย่าง และสัดส่วนของการตัดปลายทางขวา

Censoring Proportion p	Sample Size n	GE	MLE	WGE									
				Increasing Weighting		Decreasing Weighting		Symmetric-Triangular Weighting		Right-Skewed-Triangular Weighting		Left-Skewed-Triangular Weighting	
				$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$
0	20	0.04961	0.02849	0.04268	0.03734	0.05783	0.06676	0.04760	0.04552	0.04724	0.04667	0.04691	0.04379
	40	0.02589	0.01433	0.02199	0.01896	0.03048	0.03536	0.02459	0.02322	0.02447	0.02389	0.02416	0.02222
	80	0.01336	0.00704	0.01127	0.00963	0.01582	0.01841	0.01265	0.01189	0.01258	0.01219	0.01243	0.01139
	120	0.00883	0.00459	0.00740	0.00630	0.01051	0.01229	0.00834	0.00783	0.00830	0.00804	0.00819	0.00749
0.1	20	0.06335	0.03641	0.05537	0.04878	0.07241	0.08189	0.06062	0.05759	0.06015	0.05946	0.05985	0.05573
	40	0.03325	0.01847	0.02874	0.02500	0.03832	0.04352	0.03147	0.02950	0.03129	0.03028	0.03086	0.02822
	80	0.01733	0.00954	0.01493	0.01296	0.02002	0.02276	0.01630	0.01516	0.01618	0.01547	0.01599	0.01454
	120	0.01154	0.00626	0.00991	0.00857	0.01339	0.01526	0.01083	0.01007	0.01075	0.01027	0.01063	0.00965
0.2	20	0.07708	0.04471	0.06801	0.06029	0.08718	0.09760	0.07384	0.07018	0.07316	0.07173	0.07263	0.06751
	40	0.04059	0.02270	0.03543	0.03102	0.04629	0.05203	0.03847	0.03607	0.03823	0.03696	0.03773	0.03455
	80	0.02114	0.01181	0.01838	0.01603	0.02418	0.02720	0.01988	0.01845	0.01972	0.01879	0.01951	0.01772
	120	0.01415	0.00786	0.01227	0.01068	0.01623	0.01831	0.01326	0.01228	0.01315	0.01249	0.01302	0.01181
0.3	20	0.09335	0.05359	0.08313	0.07430	0.10466	0.11627	0.08959	0.08528	0.08886	0.08822	0.08858	0.08292
	40	0.04930	0.02748	0.04340	0.03828	0.05574	0.06217	0.04683	0.04398	0.04653	0.04504	0.04593	0.04217
	80	0.02563	0.01409	0.02244	0.01967	0.02909	0.03250	0.02412	0.02238	0.02392	0.02276	0.02367	0.02151
	120	0.01720	0.00947	0.01502	0.01314	0.01959	0.02195	0.01611	0.01488	0.01596	0.01510	0.01582	0.01434

ตารางที่ 7 แสดงค่าความเอนเอียง ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ μ สำหรับการแจกแจงค่าสูงสุดขีด ที่มีพารามิเตอร์ $\mu = 0$ และ $\sigma = 1$ ด้วยวิธี GE, วิธี MLE และวิธี WGE โดยจำแนกตามขนาดตัวอย่าง และสัดส่วนของการตัดปลายทางขวา

Censoring Proportion p	Sample Size n	GE	MLE	WGE									
				Increasing Weighting		Decreasing Weighting		Symmetric-Triangular Weighting		Right-Skewed-Triangular Weighting		Left-Skewed-Triangular Weighting	
				$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$
0	20	0.02319	0.02268	0.02386	0.02457	0.02263	0.02220	0.02103	0.01892	0.02046	0.01845	0.02218	0.02030
	40	0.01470	0.01281	0.01567	0.01674	0.01398	0.01354	0.01352	0.01233	0.01313	0.01197	0.01419	0.01312
	80	0.00972	0.00892	0.01035	0.01102	0.00925	0.00895	0.00897	0.00822	0.00869	0.00793	0.00940	0.00876
	120	0.00720	0.00632	0.00782	0.00849	0.00675	0.00648	0.00671	0.00620	0.00643	0.00586	0.00706	0.00666
0.1	20	0.02220	0.02265	0.02082	0.01871	0.02255	0.02203	0.01964	0.01754	0.01991	0.01820	0.02014	0.01821
	40	0.01347	0.01288	0.01277	0.01169	0.01364	0.01336	0.01220	0.01117	0.01234	0.01148	0.01244	0.01145
	80	0.00886	0.00892	0.00847	0.00786	0.00894	0.00876	0.00811	0.00748	0.00813	0.00758	0.00828	0.00769
	120	0.00650	0.00635	0.00624	0.00582	0.00655	0.00642	0.00597	0.00552	0.00597	0.00558	0.00609	0.00567
0.2	20	0.02048	0.02235	0.01997	0.01880	0.02016	0.01921	0.01849	0.01685	0.01842	0.01688	0.01923	0.01789
	40	0.01256	0.01276	0.01231	0.01172	0.01237	0.01185	0.01159	0.01078	0.01158	0.01084	0.01190	0.01124
	80	0.00841	0.00890	0.00826	0.00786	0.00827	0.00791	0.00777	0.00724	0.00775	0.00725	0.00796	0.00751
	120	0.00617	0.00644	0.00606	0.00578	0.00607	0.00580	0.00571	0.00533	0.00570	0.00534	0.00586	0.00554
0.3	20	0.01864	0.02236	0.01869	0.01802	0.01777	0.01630	0.01685	0.01543	0.01681	0.01543	0.01735	0.01621
	40	0.01134	0.01259	0.01141	0.01115	0.01087	0.01014	0.01059	0.01000	0.01053	0.00995	0.01093	0.01051
	80	0.00756	0.00888	0.00762	0.00745	0.00723	0.00671	0.00706	0.00667	0.00701	0.00662	0.00728	0.00701
	120	0.00554	0.00642	0.00559	0.00548	0.00530	0.00493	0.00518	0.00491	0.00515	0.00487	0.00538	0.00521

ตารางที่ 8 แสดงค่าความแปรปรวน ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ μ สำหรับการแจกแจงค่าสูงสุดขีด ที่มีพารามิเตอร์ $\mu = 0$ และ $\sigma = 1$ ด้วยวิธี GE, วิธี MLE และวิธี WGE โดยจำแนกตามขนาดตัวอย่าง และสัดส่วนของการตัดปลายทางขวา

Censoring Proportion p	Sample Size n	GE	MLE	WGE									
				Increasing Weighting		Decreasing Weighting		Symmetric-Triangular Weighting		Right-Skewed-Triangular Weighting		Left-Skewed-Triangular Weighting	
				$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$
0	20	0.05850	0.05222	0.06194	0.06900	0.05753	0.05740	0.06043	0.06268	0.05896	0.05979	0.06109	0.06392
	40	0.02979	0.02627	0.03189	0.03604	0.02918	0.02909	0.03077	0.03186	0.02996	0.03034	0.03118	0.03265
	80	0.01483	0.01301	0.01605	0.01839	0.01446	0.01441	0.01533	0.01587	0.01489	0.01506	0.01556	0.01631
	120	0.00965	0.00830	0.01059	0.01234	0.00933	0.00928	0.00998	0.01033	0.00966	0.00976	0.01015	0.01065
0.1	20	0.05820	0.05223	0.05883	0.06049	0.05807	0.05813	0.05925	0.06086	0.05866	0.05946	0.05928	0.06083
	40	0.02950	0.02625	0.02986	0.03070	0.02942	0.02946	0.03008	0.03087	0.02978	0.03022	0.03007	0.03083
	80	0.01463	0.01301	0.01481	0.01522	0.01459	0.01461	0.01493	0.01533	0.01477	0.01499	0.01492	0.01531
	120	0.00943	0.00829	0.00955	0.00983	0.00940	0.00941	0.00963	0.00991	0.00953	0.00969	0.00962	0.00989
0.2	20	0.05931	0.05231	0.05952	0.06018	0.05934	0.05962	0.06018	0.06152	0.05982	0.06070	0.06010	0.06115
	40	0.03010	0.02630	0.03022	0.03056	0.03012	0.03027	0.03057	0.03122	0.03037	0.03080	0.03053	0.03106
	80	0.01493	0.01303	0.01500	0.01518	0.01494	0.01502	0.01518	0.01552	0.01506	0.01528	0.01516	0.01544
	120	0.00963	0.00831	0.00968	0.00980	0.00963	0.00970	0.00981	0.01004	0.00973	0.00989	0.00979	0.00999
0.3	20	0.06128	0.05245	0.06132	0.06158	0.06152	0.06220	0.06227	0.06359	0.06184	0.06278	0.06220	0.06323
	40	0.03117	0.02635	0.03118	0.03132	0.03129	0.03164	0.03167	0.03231	0.03149	0.03198	0.03162	0.03208
	80	0.01551	0.01306	0.01552	0.01560	0.01558	0.01575	0.01578	0.01610	0.01567	0.01592	0.01575	0.01599
	120	0.01005	0.00832	0.01005	0.01011	0.01010	0.01023	0.01023	0.01046	0.01017	0.01034	0.01021	0.01038

ตารางที่ 9 แสดงค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ μ สำหรับการแจกแจงค่าสูงสุดขีด ที่มีพารามิเตอร์ $\mu = 0$ และ $\sigma = 1$ ด้วยวิธี GE, วิธี MLE และ วิธี WGE โดยจำแนกตามขนาดตัวอย่าง และสัดส่วนของการตัดปลายทางขวา

Censoring Proportion p	Sample Size n	GE	MLE	WGE									
				Increasing Weighting		Decreasing Weighting		Symmetric-Triangular Weighting		Right-Skewed-Triangular Weighting		Left-Skewed-Triangular Weighting	
				$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$
0	20	0.05903	0.05272	0.06250	0.06959	0.05803	0.05788	0.06087	0.06303	0.05936	0.06012	0.06157	0.06432
	40	0.03000	0.02643	0.03213	0.03632	0.02936	0.02927	0.03095	0.03200	0.03013	0.03047	0.03138	0.03282
	80	0.01492	0.01309	0.01615	0.01851	0.01454	0.01449	0.01541	0.01594	0.01496	0.01512	0.01564	0.01638
	120	0.00970	0.00834	0.01065	0.01241	0.00938	0.00932	0.01002	0.01037	0.00970	0.00979	0.01020	0.01069
0.1	20	0.05868	0.05273	0.05925	0.06083	0.05856	0.05860	0.05962	0.06115	0.05904	0.05978	0.05967	0.06115
	40	0.02968	0.02641	0.03002	0.03083	0.02960	0.02963	0.03022	0.03099	0.02993	0.03035	0.03021	0.03096
	80	0.01471	0.01309	0.01488	0.01528	0.01466	0.01468	0.01499	0.01539	0.01484	0.01505	0.01498	0.01536
	120	0.00947	0.00833	0.00959	0.00986	0.00944	0.00945	0.00967	0.00994	0.00957	0.00972	0.00966	0.00992
0.2	20	0.05972	0.05280	0.05991	0.06052	0.05973	0.05998	0.06051	0.06179	0.06015	0.06097	0.06046	0.06146
	40	0.03025	0.02645	0.03037	0.03069	0.03026	0.03041	0.03070	0.03133	0.03049	0.03091	0.03066	0.03118
	80	0.01500	0.01310	0.01506	0.01524	0.01500	0.01508	0.01524	0.01557	0.01512	0.01533	0.01522	0.01550
	120	0.00966	0.00835	0.00971	0.00984	0.00967	0.00973	0.00984	0.01007	0.00976	0.00992	0.00983	0.01002
0.3	20	0.06162	0.05294	0.06166	0.06190	0.06182	0.06245	0.06254	0.06382	0.06211	0.06300	0.06249	0.06348
	40	0.03129	0.02651	0.03131	0.03144	0.03141	0.03174	0.03178	0.03240	0.03159	0.03207	0.03173	0.03219
	80	0.01557	0.01314	0.01558	0.01565	0.01563	0.01579	0.01582	0.01614	0.01572	0.01596	0.01580	0.01604
	120	0.01008	0.00836	0.01008	0.01013	0.01012	0.01025	0.01026	0.01048	0.01019	0.01037	0.01024	0.01040

ตารางที่ 10 แสดงค่าความเอนเอียง ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ σ สำหรับการแจกแจงค่าสูงสุดขีด ที่มีพารามิเตอร์ $\mu = 0$ และ $\sigma = 1$ ด้วยวิธี GE, วิธี MLE และวิธี WGE โดยจำแนกตามขนาดตัวอย่าง และสัดส่วนของการตัดปลายทางขวา

Censoring Proportion p	Sample Size n	GE	MLE	WGE									
				Increasing Weighting		Decreasing Weighting		Symmetric-Triangular Weighting		Right-Skewed-Triangular Weighting		Left-Skewed-Triangular Weighting	
				$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$
0	20	-0.01998	-0.01285	-0.02011	-0.02035	-0.02004	-0.02028	-0.01802	-0.01539	-0.01811	-0.01599	-0.01724	-0.01379
	40	-0.01243	-0.00695	-0.01290	-0.01341	-0.01206	-0.01180	-0.01115	-0.00946	-0.01121	-0.00980	-0.01065	-0.00846
	80	-0.00786	-0.00525	-0.00814	-0.00845	-0.00766	-0.00754	-0.00710	-0.00608	-0.00711	-0.00624	-0.00684	-0.00558
	120	-0.00620	-0.00388	-0.00653	-0.00685	-0.00593	-0.00571	-0.00559	-0.00477	-0.00558	-0.00486	-0.00540	-0.00442
0.1	20	-0.01327	-0.01497	-0.01040	-0.00765	-0.01625	-0.01930	-0.01269	-0.01199	-0.01270	-0.01258	-0.01267	-0.01161
	40	-0.00727	-0.00794	-0.00574	-0.00430	-0.00885	-0.01046	-0.00698	-0.00666	-0.00700	-0.00693	-0.00692	-0.00633
	80	-0.00499	-0.00570	-0.00409	-0.00325	-0.00594	-0.00690	-0.00472	-0.00440	-0.00474	-0.00459	-0.00465	-0.00415
	120	-0.00341	-0.00423	-0.00277	-0.00219	-0.00407	-0.00475	-0.00318	-0.00292	-0.00321	-0.00307	-0.00313	-0.00275
0.2	20	-0.02096	-0.02043	-0.01826	-0.01559	-0.02369	-0.02642	-0.01991	-0.01855	-0.01976	-0.01883	-0.01958	-0.01762
	40	-0.01129	-0.01039	-0.00983	-0.00840	-0.01278	-0.01425	-0.01081	-0.01020	-0.01074	-0.01031	-0.01069	-0.00983
	80	-0.00698	-0.00695	-0.00597	-0.00499	-0.00801	-0.00902	-0.00664	-0.00621	-0.00662	-0.00636	-0.00657	-0.00598
	120	-0.00478	-0.00476	-0.00404	-0.00333	-0.00553	-0.00626	-0.00452	-0.00420	-0.00452	-0.00434	-0.00448	-0.00407
0.3	20	-0.02580	-0.02411	-0.02262	-0.01939	-0.02894	-0.03202	-0.02485	-0.02353	-0.02449	-0.02359	-0.02477	-0.02305
	40	-0.01448	-0.01325	-0.01295	-0.01144	-0.01600	-0.01748	-0.01386	-0.01304	-0.01368	-0.01296	-0.01369	-0.01259
	80	-0.00918	-0.00845	-0.00811	-0.00705	-0.01025	-0.01127	-0.00874	-0.00818	-0.00869	-0.00827	-0.00866	-0.00796
	120	-0.00642	-0.00586	-0.00566	-0.00492	-0.00718	-0.00791	-0.00607	-0.00562	-0.00606	-0.00574	-0.00598	-0.00540

ตารางที่ 11 แสดงค่าความแปรปรวน ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ σ สำหรับการแจกแจงค่าสูงสุดขีด ที่มีพารามิเตอร์ $\mu = 0$ และ $\sigma = 1$ ด้วยวิธี GE, วิธี MLE และวิธี WGE โดยจำแนกตามขนาดตัวอย่าง และสัดส่วนของการตัดปลายทางขวา

Censoring Proportion p	Sample Size n	GE	MLE	WGE									
				Increasing Weighting		Decreasing Weighting		Symmetric-Triangular Weighting		Right-Skewed-Triangular Weighting		Left-Skewed-Triangular Weighting	
				$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$
0	20	0.04922	0.02833	0.05744	0.06636	0.04228	0.03693	0.04729	0.04529	0.04659	0.04354	0.04696	0.04649
	40	0.02574	0.01429	0.03032	0.03518	0.02185	0.01883	0.02447	0.02313	0.02404	0.02213	0.02437	0.02383
	80	0.01331	0.00702	0.01576	0.01835	0.01121	0.00958	0.01260	0.01185	0.01238	0.01136	0.01253	0.01216
	120	0.00879	0.00458	0.01047	0.01224	0.00737	0.00627	0.00831	0.00781	0.00816	0.00747	0.00827	0.00802
0.1	20	0.03918	0.02988	0.04289	0.04783	0.03681	0.03587	0.04009	0.04201	0.03977	0.04086	0.04050	0.04339
	40	0.01960	0.01513	0.02142	0.02379	0.01840	0.01786	0.02008	0.02099	0.01991	0.02042	0.02037	0.02182
	80	0.00989	0.00748	0.01078	0.01193	0.00928	0.00900	0.01019	0.01071	0.01012	0.01044	0.01035	0.01113
	120	0.00660	0.00491	0.00724	0.00805	0.00617	0.00595	0.00680	0.00714	0.00674	0.00693	0.00691	0.00743
0.2	20	0.04095	0.03210	0.04315	0.04680	0.04018	0.04079	0.04260	0.04562	0.04269	0.04545	0.04318	0.04691
	40	0.02028	0.01630	0.02141	0.02317	0.01981	0.01997	0.02106	0.02241	0.02103	0.02216	0.02134	0.02303
	80	0.01036	0.00811	0.01100	0.01195	0.01005	0.01004	0.01080	0.01152	0.01080	0.01142	0.01093	0.01181
	120	0.00683	0.00536	0.00726	0.00791	0.00662	0.00663	0.00712	0.00758	0.00712	0.00750	0.00720	0.00776
0.3	20	0.04685	0.03576	0.04827	0.05140	0.04700	0.04861	0.04886	0.05255	0.04937	0.05330	0.04915	0.05306
	40	0.02268	0.01788	0.02342	0.02493	0.02268	0.02334	0.02358	0.02516	0.02368	0.02525	0.02379	0.02556
	80	0.01144	0.00893	0.01190	0.01274	0.01133	0.01156	0.01196	0.01283	0.01202	0.01286	0.01205	0.01299
	120	0.00754	0.00587	0.00781	0.00833	0.00751	0.00769	0.00788	0.00844	0.00792	0.00847	0.00792	0.00852

ตารางที่ 12 แสดงค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ σ สำหรับการแจกแจงค่าสูงสุดขีด ที่มีพารามิเตอร์ $\mu = 0$ และ $\sigma = 1$ ด้วยวิธี GE, วิธี MLE และ วิธี WGE โดยจำแนกตามขนาดตัวอย่าง และสัดส่วนของการตัดปลายทางขวา

Censoring Proportion p	Sample Size n	GE	MLE	WGE									
				Increasing Weighting		Decreasing Weighting		Symmetric-Triangular Weighting		Right-Skewed-Triangular Weighting		Left-Skewed-Triangular Weighting	
				$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$
0	20	0.04961	0.02849	0.05783	0.06676	0.04268	0.03734	0.04760	0.04552	0.04691	0.04379	0.04724	0.04667
	40	0.02589	0.01433	0.03048	0.03536	0.02199	0.01896	0.02459	0.02322	0.02416	0.02222	0.02447	0.02389
	80	0.01336	0.00704	0.01582	0.01841	0.01127	0.00963	0.01265	0.01189	0.01243	0.01139	0.01258	0.01219
	120	0.00883	0.00459	0.01051	0.01229	0.00740	0.00630	0.00834	0.00783	0.00819	0.00749	0.00830	0.00804
0.1	20	0.03934	0.03010	0.04299	0.04788	0.03707	0.03624	0.04024	0.04214	0.03992	0.04101	0.04065	0.04351
	40	0.01965	0.01519	0.02145	0.02380	0.01847	0.01796	0.02012	0.02103	0.01995	0.02046	0.02041	0.02185
	80	0.00991	0.00751	0.01080	0.01194	0.00932	0.00904	0.01021	0.01073	0.01014	0.01046	0.01037	0.01114
	120	0.00661	0.00493	0.00724	0.00805	0.00618	0.00597	0.00681	0.00714	0.00675	0.00694	0.00691	0.00743
0.2	20	0.04138	0.03251	0.04348	0.04703	0.04073	0.04148	0.04299	0.04596	0.04308	0.04580	0.04355	0.04721
	40	0.02040	0.01640	0.02150	0.02324	0.01997	0.02017	0.02118	0.02251	0.02114	0.02226	0.02145	0.02312
	80	0.01041	0.00816	0.01104	0.01197	0.01011	0.01012	0.01085	0.01156	0.01085	0.01145	0.01097	0.01184
	120	0.00686	0.00538	0.00728	0.00792	0.00665	0.00667	0.00714	0.00760	0.00713	0.00752	0.00722	0.00778
0.3	20	0.04751	0.03634	0.04877	0.05176	0.04783	0.04963	0.04947	0.05309	0.04996	0.05385	0.04975	0.05358
	40	0.02289	0.01805	0.02358	0.02505	0.02293	0.02364	0.02377	0.02533	0.02386	0.02541	0.02397	0.02572
	80	0.01152	0.00900	0.01196	0.01279	0.01143	0.01168	0.01204	0.01289	0.01210	0.01293	0.01212	0.01305
	120	0.00758	0.00591	0.00784	0.00836	0.00756	0.00775	0.00791	0.00847	0.00795	0.00850	0.00796	0.00855

ตารางที่ 13 แสดงค่าความเอนเอียง ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ μ สำหรับการแจกแจงโลจิสติค ที่มีพารามิเตอร์ $\mu = 0$ และ $\sigma = 1$ ด้วยวิธี GE, วิธี MLE และวิธี WGE โดยจำแนกตามขนาดตัวอย่าง และสัดส่วนของการตัดปลายทางขวา

Censoring Proportion p	Sample Size n	GE	MLE	WGE									
				Increasing Weighting		Decreasing Weighting		Symmetric-Triangular Weighting		Right-Skewed-Triangular Weighting		Left-Skewed-Triangular Weighting	
				$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$
0	20	-0.00395	-0.00559	-0.00313	-0.00259	-0.00512	-0.00654	-0.00510	-0.00602	-0.00627	-0.00759	-0.00312	-0.00316
	40	0.00019	-0.00050	0.00099	0.00179	-0.00057	-0.00128	-0.00014	-0.00040	-0.00074	-0.00118	0.00094	0.00113
	80	0.00316	0.00204	0.00368	0.00406	0.00247	0.00167	0.00266	0.00227	0.00221	0.00165	0.00342	0.00336
	120	0.00267	0.00201	0.00313	0.00352	0.00215	0.00160	0.00242	0.00222	0.00202	0.00166	0.00299	0.00305
0.1	20	-0.00189	-0.00594	-0.00094	-0.00139	-0.00429	-0.00760	-0.00450	-0.00646	-0.00485	-0.00693	-0.00338	-0.00471
	40	0.00150	-0.00045	0.00209	0.00196	0.00018	-0.00155	0.00033	-0.00055	0.00025	-0.00062	0.00090	0.00033
	80	0.00319	0.00217	0.00374	0.00371	0.00205	0.00061	0.00239	0.00181	0.00218	0.00150	0.00293	0.00262
	120	0.00298	0.00226	0.00340	0.00340	0.00213	0.00106	0.00242	0.00202	0.00225	0.00175	0.00281	0.00261
0.2	20	-0.00822	-0.00903	-0.00652	-0.00595	-0.01107	-0.01450	-0.00985	-0.01081	-0.01031	-0.01147	-0.00833	-0.00842
	40	-0.00178	-0.00148	-0.00080	-0.00042	-0.00333	-0.00514	-0.00243	-0.00280	-0.00254	-0.00290	-0.00181	-0.00184
	80	0.00094	0.00172	0.00187	0.00227	-0.00050	-0.00214	0.00042	0.00014	0.00022	-0.00017	0.00096	0.00097
	120	0.00133	0.00207	0.00203	0.00234	0.00024	-0.00099	0.00095	0.00075	0.00079	0.00049	0.00136	0.00139
0.3	20	-0.01324	-0.01158	-0.01071	-0.00925	-0.01684	-0.02090	-0.01463	-0.01518	-0.01488	-0.01553	-0.01358	-0.01352
	40	-0.00482	-0.00396	-0.00350	-0.00271	-0.00663	-0.00861	-0.00507	-0.00500	-0.00513	-0.00497	-0.00446	-0.00408
	80	-0.00180	0.00076	-0.00055	0.00021	-0.00349	-0.00530	-0.00203	-0.00197	-0.00218	-0.00221	-0.00145	-0.00109
	120	-0.00075	0.00143	0.00018	0.00076	-0.00200	-0.00334	-0.00090	-0.00085	-0.00103	-0.00105	-0.00040	-0.00007

ตารางที่ 14 แสดงค่าความแปรปรวน ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ μ สำหรับการแจกแจงโลจิสติค ที่มีพารามิเตอร์ $\mu = 0$ และ $\sigma = 1$ ด้วยวิธี GE, วิธี MLE และวิธี WGE โดยจำแนกตามขนาดตัวอย่าง และสัดส่วนของการตัดปลายทางขวา

Censoring Proportion p	Sample Size n	GE	MLE	WGE									
				Increasing Weighting		Decreasing Weighting		Symmetric-Triangular Weighting		Right-Skewed-Triangular Weighting		Left-Skewed-Triangular Weighting	
				$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$
0	20	0.16725	0.15004	0.16470	0.15946	0.16465	0.15940	0.15816	0.15439	0.15948	0.15578	0.15966	0.15599
	40	0.08570	0.07813	0.08429	0.08148	0.08435	0.08159	0.08099	0.07888	0.08170	0.07966	0.08163	0.07959
	80	0.04266	0.03875	0.04194	0.04052	0.04195	0.04051	0.04031	0.03924	0.04061	0.03954	0.04061	0.03957
	120	0.02747	0.02514	0.02705	0.02623	0.02701	0.02613	0.02600	0.02537	0.02618	0.02555	0.02622	0.02561
0.1	20	0.15635	0.15020	0.15747	0.15673	0.15441	0.15443	0.15387	0.15413	0.15400	0.15408	0.15492	0.15486
	40	0.07937	0.07807	0.08004	0.07979	0.07846	0.07875	0.07828	0.07837	0.07823	0.07830	0.07886	0.07879
	80	0.03937	0.03878	0.03976	0.03969	0.03888	0.03905	0.03888	0.03895	0.03880	0.03883	0.03917	0.03916
	120	0.02550	0.02517	0.02575	0.02571	0.02524	0.02548	0.02521	0.02529	0.02518	0.02525	0.02538	0.02538
0.2	20	0.15598	0.15166	0.15626	0.15658	0.15787	0.16412	0.15737	0.16004	0.15747	0.16027	0.15700	0.15850
	40	0.07925	0.07891	0.07930	0.07950	0.08059	0.08437	0.07994	0.08112	0.08005	0.08137	0.07970	0.08036
	80	0.03930	0.03902	0.03935	0.03949	0.04001	0.04199	0.03970	0.04032	0.03970	0.04038	0.03958	0.03995
	120	0.02556	0.02532	0.02552	0.02560	0.02620	0.02778	0.02588	0.02633	0.02592	0.02643	0.02575	0.02599
0.3	20	0.16624	0.15484	0.16321	0.16253	0.17450	0.18941	0.17084	0.17529	0.17108	0.17649	0.16855	0.17088
	40	0.08487	0.08027	0.08288	0.08239	0.08995	0.09863	0.08681	0.08857	0.08723	0.08951	0.08534	0.08598
	80	0.04225	0.03985	0.04124	0.04103	0.04491	0.04943	0.04320	0.04409	0.04338	0.04452	0.04248	0.04283
	120	0.02791	0.02586	0.02705	0.02682	0.02999	0.03339	0.02855	0.02912	0.02875	0.02953	0.02797	0.02814

ตารางที่ 15 แสดงค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ μ สำหรับการแจกแจงโลจิสติค ที่มีพารามิเตอร์ $\mu = 0$ และ $\sigma = 1$ ด้วยวิธี GE, วิธี MLE และ วิธี WGE โดยจำแนกตามขนาดตัวอย่าง และสัดส่วนของการตัดปลายทางขวา

Censoring Proportion p	Sample Size n	GE	MLE	WGE									
				Increasing Weighting		Decreasing Weighting		Symmetric-Triangular Weighting		Right-Skewed-Triangular Weighting		Left-Skewed-Triangular Weighting	
				$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$
0	20	0.16723	0.15004	0.16468	0.15943	0.16465	0.15941	0.15815	0.15439	0.15949	0.15581	0.15964	0.15597
	40	0.08568	0.07812	0.08428	0.08147	0.08433	0.08158	0.08097	0.07887	0.08169	0.07965	0.08161	0.07957
	80	0.04266	0.03875	0.04195	0.04053	0.04194	0.04050	0.04031	0.03924	0.04060	0.03954	0.04062	0.03958
	120	0.02747	0.02514	0.02706	0.02623	0.02701	0.02613	0.02601	0.02537	0.02618	0.02555	0.02623	0.02561
0.1	20	0.15632	0.15020	0.15744	0.15671	0.15440	0.15446	0.15386	0.15414	0.15399	0.15410	0.15490	0.15486
	40	0.07935	0.07806	0.08003	0.07978	0.07844	0.07874	0.07826	0.07835	0.07822	0.07828	0.07884	0.07878
	80	0.03937	0.03878	0.03977	0.03969	0.03888	0.03905	0.03888	0.03895	0.03879	0.03883	0.03917	0.03916
	120	0.02551	0.02517	0.02576	0.02571	0.02524	0.02548	0.02521	0.02529	0.02518	0.02525	0.02538	0.02538
0.2	20	0.15601	0.15171	0.15627	0.15658	0.15796	0.16430	0.15743	0.16012	0.15754	0.16037	0.15704	0.15854
	40	0.07924	0.07890	0.07928	0.07948	0.08059	0.08438	0.07993	0.08111	0.08004	0.08136	0.07969	0.08035
	80	0.03929	0.03901	0.03935	0.03949	0.04000	0.04199	0.03969	0.04032	0.03969	0.04037	0.03957	0.03995
	120	0.02556	0.02532	0.02552	0.02560	0.02620	0.02777	0.02587	0.02632	0.02591	0.02642	0.02574	0.02599
0.3	20	0.16638	0.15494	0.16330	0.16258	0.17474	0.18981	0.17102	0.17549	0.17126	0.17670	0.16870	0.17103
	40	0.08487	0.08027	0.08288	0.08238	0.08998	0.09868	0.08682	0.08858	0.08724	0.08952	0.08535	0.08598
	80	0.04225	0.03984	0.04124	0.04102	0.04491	0.04944	0.04320	0.04409	0.04338	0.04451	0.04248	0.04282
	120	0.02790	0.02585	0.02705	0.02681	0.02999	0.03340	0.02855	0.02912	0.02874	0.02952	0.02797	0.02813

ตารางที่ 16 แสดงค่าความเอนเอียง ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ σ สำหรับการแจกแจงโลจิสติค ที่มีพารามิเตอร์ $\mu = 0$ และ $\sigma = 1$ ด้วยวิธี GE, วิธี MLE และวิธี WGE โดยจำแนกตามขนาดตัวอย่าง และสัดส่วนของการตัดปลายทางขวา

Censoring Proportion p	Sample Size n	GE	MLE	WGE									
				Increasing Weighting		Decreasing Weighting		Symmetric-Triangular Weighting		Right-Skewed-Triangular Weighting		Left-Skewed-Triangular Weighting	
				$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$
0	20	-0.01512	-0.00096	-0.01473	-0.01453	-0.01574	-0.01653	-0.01340	-0.01100	-0.01326	-0.01107	-0.01282	-0.00990
	40	-0.00934	-0.00101	-0.00949	-0.00976	-0.00937	-0.00952	-0.00836	-0.00700	-0.00832	-0.00709	-0.00799	-0.00633
	80	-0.00741	-0.00243	-0.00722	-0.00715	-0.00772	-0.00812	-0.00673	-0.00580	-0.00669	-0.00585	-0.00653	-0.00542
	120	-0.00582	-0.00231	-0.00577	-0.00581	-0.00596	-0.00618	-0.00529	-0.00457	-0.00526	-0.00460	-0.00514	-0.00430
0.1	20	-0.01197	-0.00178	-0.00929	-0.00653	-0.01456	-0.01700	-0.01105	-0.00969	-0.01066	-0.00944	-0.01095	-0.00934
	40	-0.00684	-0.00141	-0.00548	-0.00410	-0.00815	-0.00938	-0.00641	-0.00579	-0.00628	-0.00572	-0.00631	-0.00552
	80	-0.00662	-0.00250	-0.00554	-0.00445	-0.00768	-0.00866	-0.00617	-0.00554	-0.00610	-0.00555	-0.00606	-0.00529
	120	-0.00490	-0.00237	-0.00411	-0.00332	-0.00567	-0.00638	-0.00455	-0.00407	-0.00451	-0.00412	-0.00447	-0.00389
0.2	20	-0.01681	-0.00572	-0.01441	-0.01185	-0.01910	-0.02123	-0.01564	-0.01387	-0.01516	-0.01338	-0.01534	-0.01323
	40	-0.00928	-0.00299	-0.00806	-0.00679	-0.01044	-0.01150	-0.00873	-0.00793	-0.00851	-0.00766	-0.00862	-0.00770
	80	-0.00827	-0.00342	-0.00717	-0.00602	-0.00931	-0.01026	-0.00776	-0.00703	-0.00764	-0.00696	-0.00766	-0.00683
	120	-0.00608	-0.00255	-0.00527	-0.00443	-0.00686	-0.00756	-0.00571	-0.00518	-0.00565	-0.00518	-0.00564	-0.00503
0.3	20	-0.02000	-0.00547	-0.01739	-0.01454	-0.02244	-0.02466	-0.01887	-0.01709	-0.01806	-0.01605	-0.01877	-0.01685
	40	-0.01115	-0.00437	-0.00996	-0.00869	-0.01228	-0.01330	-0.01050	-0.00957	-0.01017	-0.00905	-0.01040	-0.00937
	80	-0.00992	-0.00421	-0.00883	-0.00768	-0.01095	-0.01186	-0.00935	-0.00853	-0.00918	-0.00835	-0.00926	-0.00836
	120	-0.00733	-0.00324	-0.00654	-0.00570	-0.00808	-0.00875	-0.00690	-0.00630	-0.00682	-0.00624	-0.00680	-0.00611

ตารางที่ 17 แสดงค่าความแปรปรวน ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ σ สำหรับการแจกแจงโลจิสติค ที่มีพารามิเตอร์ $\mu = 0$ และ $\sigma = 1$ ด้วยวิธี GE, วิธี MLE และวิธี WGE โดยจำแนกตามขนาดตัวอย่าง และสัดส่วนของการตัดปลายทางขวา

Censoring Proportion p	Sample Size n	GE	MLE	WGE									
				Increasing Weighting		Decreasing Weighting		Symmetric-Triangular Weighting		Right-Skewed-Triangular Weighting		Left-Skewed-Triangular Weighting	
				$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$
0	20	0.03840	0.03527	0.03975	0.04366	0.03974	0.04366	0.03702	0.03608	0.03688	0.03626	0.03687	0.03625
	40	0.01966	0.01788	0.02037	0.02247	0.02045	0.02262	0.01879	0.01810	0.01866	0.01805	0.01874	0.01824
	80	0.00976	0.00902	0.01023	0.01142	0.01009	0.01115	0.00936	0.00907	0.00932	0.00907	0.00933	0.00911
	120	0.00639	0.00587	0.00670	0.00753	0.00663	0.00737	0.00611	0.00590	0.00607	0.00589	0.00609	0.00593
0.1	20	0.04554	0.03835	0.04174	0.04010	0.05125	0.05843	0.04427	0.04349	0.04424	0.04488	0.04407	0.04293
	40	0.02372	0.01960	0.02148	0.02036	0.02694	0.03083	0.02281	0.02207	0.02268	0.02239	0.02263	0.02170
	80	0.01186	0.00991	0.01075	0.01020	0.01346	0.01539	0.01145	0.01114	0.01142	0.01135	0.01135	0.01094
	120	0.00786	0.00649	0.00709	0.00673	0.00897	0.01032	0.00755	0.00731	0.00753	0.00744	0.00749	0.00718
0.2	20	0.05776	0.04301	0.05161	0.04749	0.06560	0.07456	0.05599	0.05456	0.05579	0.05615	0.05537	0.05304
	40	0.03015	0.02189	0.02665	0.02420	0.03452	0.03935	0.02877	0.02747	0.02858	0.02798	0.02843	0.02673
	80	0.01514	0.01123	0.01345	0.01230	0.01728	0.01963	0.01447	0.01386	0.01442	0.01417	0.01428	0.01346
	120	0.01009	0.00739	0.00889	0.00808	0.01161	0.01327	0.00959	0.00912	0.00955	0.00932	0.00946	0.00885
0.3	20	0.07382	0.05038	0.06581	0.05981	0.08345	0.09404	0.07148	0.06932	0.07145	0.07260	0.07080	0.06752
	40	0.03838	0.02549	0.03376	0.03020	0.04382	0.04961	0.03647	0.03449	0.03619	0.03520	0.03595	0.03341
	80	0.01913	0.01314	0.01687	0.01518	0.02181	0.02464	0.01819	0.01725	0.01810	0.01763	0.01790	0.01667
	120	0.01287	0.00857	0.01125	0.01001	0.01479	0.01680	0.01216	0.01144	0.01209	0.01168	0.01195	0.01103

ตารางที่ 18 แสดงค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ σ สำหรับการแจกแจงโลจิสติค ที่มีพารามิเตอร์ $\mu = 0$ และ $\sigma = 1$ ด้วยวิธี GE, วิธี MLE และ วิธี WGE โดยจำแนกตามขนาดตัวอย่าง และสัดส่วนของการตัดปลายทางขวา

Censoring Proportion p	Sample Size n	GE	MLE	WGE									
				Increasing Weighting		Decreasing Weighting		Symmetric-Triangular Weighting		Right-Skewed-Triangular Weighting		Left-Skewed-Triangular Weighting	
				$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$
0	20	0.03862	0.03526	0.03996	0.04386	0.03998	0.04392	0.03719	0.03620	0.03705	0.03638	0.03703	0.03634
	40	0.01974	0.01788	0.02046	0.02256	0.02053	0.02271	0.01886	0.01815	0.01872	0.01810	0.01880	0.01827
	80	0.00981	0.00902	0.01028	0.01147	0.01015	0.01122	0.00941	0.00910	0.00936	0.00911	0.00937	0.00914
	120	0.00642	0.00587	0.00674	0.00756	0.00666	0.00741	0.00614	0.00592	0.00610	0.00591	0.00611	0.00595
0.1	20	0.04567	0.03835	0.04181	0.04013	0.05145	0.05871	0.04438	0.04358	0.04434	0.04496	0.04418	0.04301
	40	0.02376	0.01959	0.02151	0.02038	0.02700	0.03092	0.02285	0.02210	0.02271	0.02242	0.02267	0.02172
	80	0.01190	0.00991	0.01078	0.01021	0.01352	0.01546	0.01148	0.01117	0.01145	0.01138	0.01139	0.01096
	120	0.00788	0.00649	0.00711	0.00674	0.00900	0.01036	0.00757	0.00732	0.00754	0.00745	0.00750	0.00719
0.2	20	0.05803	0.04303	0.05181	0.04762	0.06596	0.07500	0.05622	0.05474	0.05601	0.05632	0.05560	0.05321
	40	0.03023	0.02190	0.02670	0.02424	0.03462	0.03948	0.02884	0.02752	0.02865	0.02804	0.02850	0.02678
	80	0.01521	0.01124	0.01350	0.01233	0.01736	0.01974	0.01453	0.01391	0.01448	0.01422	0.01434	0.01351
	120	0.01013	0.00739	0.00892	0.00810	0.01165	0.01333	0.00962	0.00915	0.00958	0.00934	0.00949	0.00887
0.3	20	0.07420	0.05040	0.06610	0.06001	0.08393	0.09463	0.07182	0.06960	0.07176	0.07284	0.07114	0.06779
	40	0.03850	0.02551	0.03385	0.03027	0.04396	0.04978	0.03657	0.03458	0.03629	0.03527	0.03605	0.03349
	80	0.01922	0.01315	0.01695	0.01523	0.02192	0.02478	0.01827	0.01732	0.01818	0.01770	0.01798	0.01673
	120	0.01292	0.00857	0.01129	0.01004	0.01485	0.01687	0.01220	0.01148	0.01213	0.01172	0.01200	0.01106

ตารางที่ 19 แสดงค่าความเอนเอียง ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ μ สำหรับการแจกแจงปกติ ที่มีพารามิเตอร์ $\mu = 0$ และ $\sigma = 1$ ด้วยวิธี GE, วิธี MLE และวิธี WGE โดยจำแนกตามขนาดตัวอย่าง และสัดส่วนของการตัดปลายทางขวา

Censoring Proportion p	Sample Size n	GE	MLE	WGE									
				Increasing Weighting		Decreasing Weighting		Symmetric-Triangular Weighting		Right-Skewed-Triangular Weighting		Left-Skewed-Triangular Weighting	
				$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$
0	20	0.00156	0.00156	0.00208	0.00264	0.00109	0.00067	0.00142	0.00131	0.00059	0.00019	0.00269	0.00312
	40	0.00326	0.00326	0.00370	0.00417	0.00289	0.00258	0.00330	0.00334	0.00269	0.00249	0.00401	0.00432
	80	0.00186	0.00186	0.00222	0.00270	0.00165	0.00157	0.00211	0.00232	0.00170	0.00174	0.00249	0.00284
	120	0.00225	0.00225	0.00254	0.00292	0.00211	0.00207	0.00250	0.00270	0.00222	0.00230	0.00274	0.00302
0.1	20	0.00442	0.00249	0.00482	0.00451	0.00324	0.00154	0.00299	0.00191	0.00282	0.00172	0.00363	0.00289
	40	0.00481	0.00370	0.00512	0.00502	0.00404	0.00299	0.00418	0.00374	0.00393	0.00338	0.00462	0.00438
	80	0.00304	0.00226	0.00322	0.00321	0.00266	0.00216	0.00286	0.00275	0.00270	0.00252	0.00309	0.00307
	120	0.00319	0.00265	0.00332	0.00333	0.00294	0.00260	0.00313	0.00309	0.00302	0.00295	0.00323	0.00323
0.2	20	0.00255	0.00142	0.00255	0.00276	0.00004	-0.00200	0.00049	-0.00025	0.00036	-0.00045	0.00125	0.00093
	40	0.00405	0.00371	0.00405	0.00426	0.00229	0.00094	0.00291	0.00264	0.00269	0.00231	0.00337	0.00333
	80	0.00301	0.00278	0.00301	0.00315	0.00205	0.00133	0.00248	0.00241	0.00235	0.00222	0.00273	0.00278
	120	0.00312	0.00300	0.00312	0.00322	0.00248	0.00202	0.00285	0.00288	0.00275	0.00275	0.00298	0.00305
0.3	20	-0.00206	-0.00027	-0.00073	-0.00001	-0.00401	-0.00630	-0.00281	-0.00309	-0.00287	-0.00314	-0.00216	-0.00205
	40	0.00120	0.00348	0.00220	0.00276	-0.00022	-0.00185	0.00094	0.00098	0.00076	0.00068	0.00148	0.00179
	80	0.00166	0.00269	0.00223	0.00257	0.00084	-0.00007	0.00157	0.00164	0.00148	0.00148	0.00187	0.00208
	120	0.00232	0.00293	0.00271	0.00294	0.00177	0.00116	0.00238	0.00253	0.00230	0.00242	0.00255	0.00276

ตารางที่ 20 แสดงค่าความแปรปรวน ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ μ สำหรับการแจกแจงปกติ ที่มีพารามิเตอร์ $\mu=0$ และ $\sigma=1$ ด้วยวิธี GE, วิธี MLE และวิธี WGE โดยจำแนกตามขนาดตัวอย่าง และสัดส่วนของการตัดปลายทางขวา

Censoring Proportion p	Sample Size n	GE	MLE	WGE									
				Increasing Weighting		Decreasing Weighting		Symmetric-Triangular Weighting		Right-Skewed-Triangular Weighting		Left-Skewed-Triangular Weighting	
				$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$
0	20	0.05143	0.05143	0.05149	0.05188	0.05149	0.05189	0.05207	0.05339	0.05195	0.05296	0.05192	0.05290
	40	0.02507	0.02507	0.02510	0.02528	0.02508	0.02523	0.02536	0.02596	0.02525	0.02568	0.02530	0.02575
	80	0.01274	0.01274	0.01276	0.01287	0.01275	0.01285	0.01290	0.01321	0.01286	0.01310	0.01288	0.01313
	120	0.00826	0.00826	0.00827	0.00835	0.00828	0.00836	0.00838	0.00859	0.00835	0.00853	0.00835	0.00852
0.1	20	0.05327	0.05252	0.05320	0.05337	0.05380	0.05514	0.05444	0.05598	0.05421	0.05555	0.05418	0.05526
	40	0.02595	0.02553	0.02593	0.02601	0.02618	0.02679	0.02651	0.02724	0.02637	0.02702	0.02639	0.02688
	80	0.01327	0.01301	0.01325	0.01329	0.01341	0.01375	0.01355	0.01391	0.01351	0.01385	0.01349	0.01372
	120	0.00863	0.00847	0.00861	0.00863	0.00874	0.00899	0.00883	0.00907	0.00880	0.00903	0.00877	0.00893
0.2	20	0.05623	0.05390	0.05623	0.05619	0.05810	0.06071	0.05848	0.06036	0.05826	0.06011	0.05791	0.05904
	40	0.02754	0.02630	0.02754	0.02752	0.02835	0.02954	0.02854	0.02942	0.02841	0.02928	0.02834	0.02889
	80	0.01410	0.01341	0.01410	0.01408	0.01457	0.01521	0.01462	0.01503	0.01458	0.01502	0.01447	0.01470
	120	0.00919	0.00875	0.00919	0.00917	0.00955	0.01001	0.00956	0.00985	0.00954	0.00984	0.00945	0.00961
0.3	20	0.06317	0.05605	0.06196	0.06150	0.06578	0.07008	0.06547	0.06770	0.06519	0.06766	0.06481	0.06622
	40	0.03094	0.02725	0.03042	0.03025	0.03212	0.03411	0.03198	0.03301	0.03187	0.03300	0.03160	0.03218
	80	0.01581	0.01392	0.01549	0.01537	0.01650	0.01759	0.01635	0.01687	0.01632	0.01692	0.01609	0.01632
	120	0.01041	0.00911	0.01017	0.01008	0.01090	0.01166	0.01077	0.01110	0.01076	0.01114	0.01059	0.01074

ตารางที่ 21 แสดงค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ μ สำหรับการแจกแจงปกติ ที่มีพารามิเตอร์ $\mu = 0$ และ $\sigma = 1$ ด้วยวิธี GE, วิธี MLE และ วิธี WGE โดยจำแนกตามขนาดตัวอย่าง และสัดส่วนของการตัดปลายทางขวา

Censoring Proportion p	Sample Size n	GE	MLE	WGE									
				Increasing Weighting		Decreasing Weighting		Symmetric-Triangular Weighting		Right-Skewed-Triangular Weighting		Left-Skewed-Triangular Weighting	
				$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$
0	20	0.05142	0.05142	0.05148	0.05188	0.05148	0.05188	0.05206	0.05338	0.05194	0.05295	0.05192	0.05290
	40	0.02508	0.02508	0.02511	0.02529	0.02508	0.02524	0.02536	0.02596	0.02525	0.02568	0.02531	0.02576
	80	0.01274	0.01274	0.01277	0.01288	0.01275	0.01285	0.01290	0.01321	0.01286	0.01310	0.01288	0.01313
	120	0.00826	0.00826	0.00828	0.00836	0.00828	0.00836	0.00838	0.00860	0.00836	0.00853	0.00836	0.00853
0.1	20	0.05328	0.05252	0.05321	0.05338	0.05380	0.05513	0.05443	0.05597	0.05421	0.05554	0.05418	0.05526
	40	0.02596	0.02553	0.02595	0.02603	0.02619	0.02680	0.02652	0.02725	0.02638	0.02702	0.02641	0.02689
	80	0.01328	0.01301	0.01326	0.01330	0.01341	0.01375	0.01356	0.01391	0.01351	0.01385	0.01349	0.01373
	120	0.00864	0.00847	0.00862	0.00864	0.00874	0.00899	0.00883	0.00908	0.00881	0.00904	0.00878	0.00894
0.2	20	0.05623	0.05389	0.05623	0.05618	0.05809	0.06070	0.05847	0.06035	0.05825	0.06010	0.05790	0.05902
	40	0.02755	0.02631	0.02755	0.02754	0.02835	0.02953	0.02855	0.02942	0.02841	0.02928	0.02834	0.02889
	80	0.01410	0.01342	0.01410	0.01409	0.01457	0.01521	0.01462	0.01504	0.01459	0.01502	0.01447	0.01471
	120	0.00920	0.00876	0.00920	0.00918	0.00955	0.01001	0.00957	0.00985	0.00955	0.00985	0.00946	0.00962
0.3	20	0.06316	0.05604	0.06195	0.06149	0.06578	0.07010	0.06546	0.06770	0.06519	0.06766	0.06480	0.06621
	40	0.03093	0.02726	0.03042	0.03025	0.03212	0.03411	0.03198	0.03301	0.03187	0.03299	0.03160	0.03217
	80	0.01581	0.01392	0.01549	0.01537	0.01649	0.01758	0.01635	0.01687	0.01632	0.01692	0.01609	0.01632
	120	0.01041	0.00912	0.01018	0.01009	0.01090	0.01166	0.01077	0.01111	0.01076	0.01115	0.01059	0.01075

ตารางที่ 22 แสดงค่าความเอนเอียง ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ σ สำหรับการแจกแจงปกติ ที่มีพารามิเตอร์ $\mu = 0$ และ $\sigma = 1$ ด้วยวิธี GE, วิธี MLE และวิธี WGE โดยจำแนกตามขนาดตัวอย่าง และสัดส่วนของการตัดปลายทางขวา

Censoring Proportion p	Sample Size n	GE	MLE	WGE									
				Increasing Weighting		Decreasing Weighting		Symmetric-Triangular Weighting		Right-Skewed-Triangular Weighting		Left-Skewed-Triangular Weighting	
				$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$
0	20	-0.03160	-0.03993	-0.03183	-0.03223	-0.03157	-0.03170	-0.02952	-0.02673	-0.02938	-0.02679	-0.02885	-0.02561
	40	-0.02063	-0.02293	-0.02087	-0.02124	-0.02054	-0.02058	-0.01929	-0.01752	-0.01913	-0.01738	-0.01897	-0.01706
	80	-0.01157	-0.01183	-0.01204	-0.01259	-0.01121	-0.01095	-0.01075	-0.00968	-0.01065	-0.00954	-0.01060	-0.00951
	120	-0.00823	-0.00807	-0.00863	-0.00909	-0.00790	-0.00766	-0.00767	-0.00694	-0.00758	-0.00679	-0.00757	-0.00685
0.1	20	-0.02561	-0.01274	-0.02321	-0.02077	-0.02799	-0.03028	-0.02460	-0.02318	-0.02427	-0.02307	-0.02447	-0.02278
	40	-0.01703	-0.01003	-0.01563	-0.01424	-0.01843	-0.01979	-0.01621	-0.01511	-0.01599	-0.01495	-0.01611	-0.01489
	80	-0.00873	-0.00499	-0.00812	-0.00754	-0.00935	-0.00995	-0.00823	-0.00759	-0.00813	-0.00750	-0.00819	-0.00753
	120	-0.00599	-0.00345	-0.00561	-0.00524	-0.00640	-0.00679	-0.00568	-0.00528	-0.00558	-0.00513	-0.00568	-0.00530
0.2	20	-0.02681	-0.01554	-0.02681	-0.02414	-0.03184	-0.03418	-0.02828	-0.02671	-0.02782	-0.02629	-0.02812	-0.02628
	40	-0.01727	-0.01122	-0.01727	-0.01560	-0.02050	-0.02199	-0.01798	-0.01672	-0.01769	-0.01646	-0.01790	-0.01655
	80	-0.00840	-0.00474	-0.00840	-0.00757	-0.01006	-0.01083	-0.00870	-0.00799	-0.00858	-0.00789	-0.00865	-0.00790
	120	-0.00591	-0.00349	-0.00591	-0.00542	-0.00692	-0.00740	-0.00603	-0.00552	-0.00590	-0.00534	-0.00603	-0.00555
0.3	20	-0.03361	-0.01959	-0.03106	-0.02834	-0.03606	-0.03836	-0.03235	-0.03049	-0.03151	-0.02945	-0.03221	-0.03014
	40	-0.02136	-0.01287	-0.01959	-0.01775	-0.02306	-0.02464	-0.02027	-0.01878	-0.01992	-0.01842	-0.02016	-0.01857
	80	-0.01034	-0.00545	-0.00937	-0.00838	-0.01128	-0.01215	-0.00972	-0.00890	-0.00956	-0.00875	-0.00965	-0.00877
	120	-0.00703	-0.00410	-0.00641	-0.00580	-0.00763	-0.00820	-0.00654	-0.00591	-0.00639	-0.00569	-0.00652	-0.00590

ตารางที่ 23 แสดงค่าความแปรปรวน ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ σ สำหรับการแจกแจงปกติ ที่มีพารามิเตอร์ $\mu = 0$ และ $\sigma = 1$ ด้วยวิธี GE, วิธี MLE และวิธี WGE โดยจำแนกตามขนาดตัวอย่าง และสัดส่วนของการตัดปลายทางขวา

Censoring Proportion p	Sample Size n	GE	MLE	WGE									
				Increasing Weighting		Decreasing Weighting		Symmetric-Triangular Weighting		Right-Skewed-Triangular Weighting		Left-Skewed-Triangular Weighting	
				$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$
0	20	0.02566	0.02510	0.02600	0.02770	0.02671	0.02912	0.02608	0.02739	0.02619	0.02773	0.02621	0.02771
	40	0.01300	0.01290	0.01326	0.01418	0.01344	0.01453	0.01321	0.01384	0.01329	0.01404	0.01326	0.01396
	80	0.00633	0.00631	0.00645	0.00692	0.00657	0.00715	0.00640	0.00666	0.00643	0.00675	0.00641	0.00670
	120	0.00419	0.00419	0.00429	0.00461	0.00434	0.00472	0.00424	0.00441	0.00425	0.00446	0.00425	0.00445
0.1	20	0.03285	0.02993	0.03192	0.03247	0.03511	0.03852	0.03349	0.03509	0.03377	0.03605	0.03353	0.03498
	40	0.01649	0.01503	0.01607	0.01636	0.01754	0.01912	0.01684	0.01765	0.01699	0.01809	0.01681	0.01751
	80	0.00813	0.00741	0.00785	0.00793	0.00873	0.00959	0.00826	0.00858	0.00832	0.00880	0.00823	0.00848
	120	0.00540	0.00497	0.00522	0.00528	0.00578	0.00634	0.00546	0.00566	0.00550	0.00579	0.00545	0.00561
0.2	20	0.03896	0.03461	0.03896	0.03867	0.04401	0.04828	0.04139	0.04300	0.04166	0.04422	0.04126	0.04246
	40	0.01949	0.01754	0.01949	0.01945	0.02178	0.02375	0.02062	0.02143	0.02081	0.02207	0.02049	0.02107
	80	0.00959	0.00860	0.00959	0.00946	0.01095	0.01203	0.01020	0.01052	0.01029	0.01083	0.01012	0.01029
	120	0.00634	0.00571	0.00634	0.00626	0.00723	0.00794	0.00672	0.00691	0.00678	0.00711	0.00667	0.00677
0.3	20	0.05067	0.03995	0.04800	0.04708	0.05477	0.05998	0.05107	0.05260	0.05167	0.05503	0.05087	0.05181
	40	0.02491	0.02008	0.02368	0.02333	0.02686	0.02932	0.02517	0.02598	0.02539	0.02682	0.02494	0.02538
	80	0.01257	0.00997	0.01183	0.01152	0.01367	0.01500	0.01264	0.01293	0.01274	0.01336	0.01250	0.01258
	120	0.00828	0.00658	0.00778	0.00757	0.00901	0.00990	0.00829	0.00847	0.00836	0.00874	0.00821	0.00825

ตารางที่ 24 แสดงค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ σ สำหรับการแจกแจงปกติ ที่มีพารามิเตอร์ $\mu = 0$ และ $\sigma = 1$ ด้วยวิธี GE, วิธี MLE และ วิธี WGE โดยจำแนกตามขนาดตัวอย่าง และสัดส่วนของการตัดปลายทางขวา

Censoring Proportion p	Sample Size n	GE	MLE	WGE									
				Increasing Weighting		Decreasing Weighting		Symmetric-Triangular Weighting		Right-Skewed-Triangular Weighting		Left-Skewed-Triangular Weighting	
				$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$	$w=2$	$w=4$
0	20	0.02665	0.02669	0.02701	0.02873	0.02770	0.03012	0.02695	0.02810	0.02705	0.02844	0.02704	0.02836
	40	0.01342	0.01343	0.01369	0.01462	0.01386	0.01495	0.01358	0.01414	0.01365	0.01434	0.01362	0.01425
	80	0.00646	0.00645	0.00660	0.00708	0.00669	0.00727	0.00651	0.00675	0.00654	0.00684	0.00652	0.00678
	120	0.00426	0.00425	0.00436	0.00470	0.00440	0.00478	0.00430	0.00446	0.00431	0.00450	0.00431	0.00450
0.1	20	0.03350	0.03008	0.03245	0.03290	0.03589	0.03942	0.03409	0.03562	0.03435	0.03657	0.03412	0.03550
	40	0.01677	0.01513	0.01631	0.01656	0.01788	0.01951	0.01710	0.01788	0.01724	0.01831	0.01707	0.01773
	80	0.00821	0.00743	0.00792	0.00798	0.00882	0.00969	0.00832	0.00864	0.00839	0.00885	0.00829	0.00854
	120	0.00543	0.00498	0.00525	0.00531	0.00582	0.00639	0.00550	0.00569	0.00553	0.00582	0.00548	0.00563
0.2	20	0.03967	0.03484	0.03967	0.03924	0.04502	0.04944	0.04218	0.04371	0.04242	0.04490	0.04205	0.04314
	40	0.01978	0.01766	0.01978	0.01969	0.02219	0.02423	0.02093	0.02171	0.02112	0.02233	0.02081	0.02134
	80	0.00966	0.00862	0.00966	0.00952	0.01105	0.01214	0.01028	0.01058	0.01036	0.01089	0.01019	0.01035
	120	0.00637	0.00572	0.00637	0.00628	0.00728	0.00800	0.00676	0.00694	0.00681	0.00714	0.00670	0.00680
0.3	20	0.05179	0.04033	0.04896	0.04787	0.05606	0.06144	0.05211	0.05352	0.05265	0.05588	0.05190	0.05271
	40	0.02536	0.02024	0.02406	0.02365	0.02738	0.02992	0.02557	0.02633	0.02578	0.02715	0.02534	0.02572
	80	0.01268	0.01000	0.01191	0.01158	0.01380	0.01514	0.01273	0.01301	0.01283	0.01343	0.01259	0.01266
	120	0.00833	0.00659	0.00782	0.00760	0.00907	0.00996	0.00834	0.00850	0.00840	0.00877	0.00825	0.00828

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นางสาวอชิรญา สดรัมย์ เกิดวันพฤหัสบดีที่ 26 พฤศจิกายน พ.ศ. 2530 สำเร็จการศึกษาปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต (วท.บ.) สาขาวิชาสถิติ ภาควิชาสถิติ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์ ในปีการศึกษา 2553 และเข้าศึกษาต่อในหลักสูตรวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต (วท.ม.) สาขาวิชาสถิติ ภาควิชาสถิติ คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในปีการศึกษา 2554