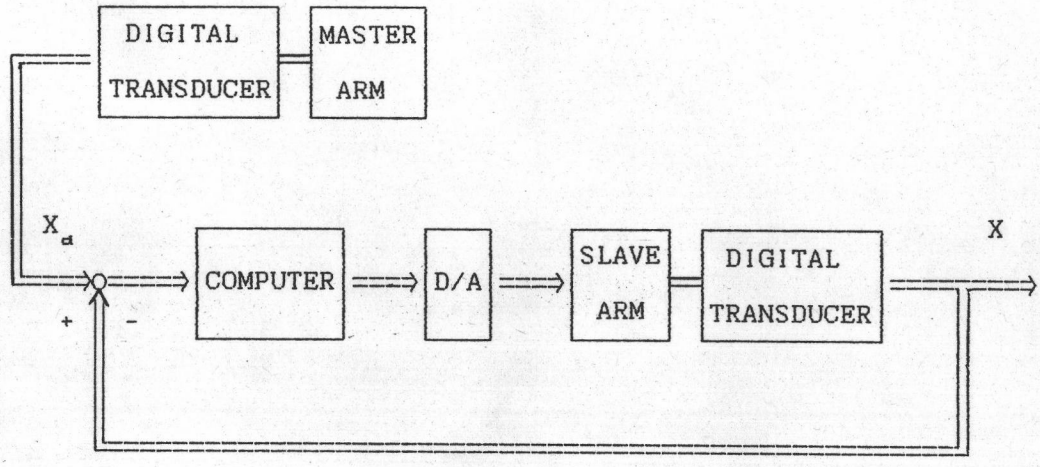
บทที่ 4

ระบบควบคุมอัตโนมัติ

<u>การออกแบบระบบควบคุมอัตโนมัติ</u>

ระบบควบคุมอัตโนมัติของแขนกลที่เคลื่อนที่ตามจะออกแบบให้เป็นระบบควบคุมแบบป้อนกลับ โดยมีการวัดตำแหน่งเชิงมุมและความเร็วเชิงมุมของข้อต่อเพื่อใช้ในการป้อนกลับมาเปรียบเทียบ (STATE-VARIABLE-FEEDBACK) และมีไมโครคอมพิวเตอร์ซึ่งเป็นอุปกรณ์ดิจิตอลเป็นตัวควบคุม ดังนั้น ระบบรวมก็จะเป็นระบบแบบผสม (HYBRID SYSTEM) ระหว่างระบบที่ต่อเนื่องคือแขนกล กับระบบที่ไม่ต่อเนื่องคือไมโครคอมพิวเตอร์ อุปกรณ์ในการเชื่อมโยงระหว่างระบบทั้งสองนั้น คือ แผ่นวงจรสำหรับแปลงสัญญาณจากดิจิตอลเป็นอนาลอก (D/A CONVERTER CARD) และอุปกรณ์การวัดดิจิตอล (DIGITAL TRANSDUCER) ซึ่งสามารถเขียนเป็นบล็อคไดอะแกรมคร่าว ๆ ได้ดังรูปที่ 4.1



X_d = เวคเตอร์สเตทที่ต้องการ นำมาจากแขนกลที่เคลื่อนที่นำ

X = เวคเตอร์สเตทที่ขณะใดขณะหนึ่งของแขนกลที่เคลื่อนที่ตาม

รูปที่ 4.1 บล็อคไดอะแกรมของการควบคุมแบบป้อนกลับสำหรับระบบแบบผสม

โดยทั่วไป การออกแบบหาสัญญาณควบคุมสำหรับระบบแบบผสม (HYBRID SYSTEM) นั้น สามารถทำได้หลายวิธี ดังนี้

1. พิจารณาระบบรวมเป็นแบบต่อเนื่อง โดยใช้การแปลงลาปลาซ (LAPLACE TRANSFORM) ในการหาสัญญาณควบคุมที่เหมาะสมในเทอมของตัวแปรเอส (S-DOMAIN) เพื่อให้ได้ผลตอบสนองตามที่ต้องการ แล้วขั้นต่อไป ใช้การแปลงเชิงเส้นคู่ (BILINEAR TRANFORMATION) เช่น การประมาณค่าของทัสติน (TUSTIN'S APPROXIMATION) ในการแปลงจากเทอมของตัวแปรเอส (S-DOMAIN) มาเป็นเทอมของตัวแปรแซท (Z-DOMAIN) เพื่อให้ได้สัญญาณควบคุมที่ไม่ต่อเนื่องสำหรับใช้กับไมโครคอมพิวเตอร์ ต่อไป

2. พิจารณาระบบรวมเป็นแบบต่อเนื่อง โดยใช้การป้อนกลับของตัวแปรสเตท (STATE-VARIABLE-FEEDBACK) ในการหาสัญญาณควบคุมที่เหมาะสมในรูปของเมตริกซ์ของค่าเกนเพื่อให้ได้ผลตอบสนองตามที่ต้องการ สัญญาณควบคุมสำหรับใช้กับไมโครคอมพิวเตอร์นั้นจะใช้เมตริกซ์ของค่าเกนตัวเดียวกับเมตริกซ์ของค่าเกนที่หาได้ข้างต้น ซึ่งการประมาณดังกล่าวจะถูกต้องก็ต่อเมื่อคาบเวลาในการสุ่ม (SAMPLING TIME) มีค่าน้อยมาก

3. พิจารณาระบบรวมเป็นแบบไม่ต่อเนื่อง โดยระบบที่ต่อเนื่องเดิมจะถูกทำให้ไม่ต่อเนื่องแล้วหาสัญญาณควบคุมแบบเดดบีท (DEADBEAT CONTROLLER) เพื่อให้ได้ผลตอบสนองตามที่ต้องการ

ในโครงการวิจัยนี้ จะเลือกการออกแบบวิธีที่ 2

<u>คุณลักษณะของระบบควบคุมอัตโนมัติที่ต้องการ</u>

ในการกำหนดคุณลักษณะ (CHARACTERISTIC) ของระบบควบคุมอัตโนมัติของแขนกลที่เคลื่อนที่ตาม ให้สามารถควบคุมแขนกลให้เคลื่อนที่เข้าสู่เป้าหมายได้อย่างถูกต้องแม่นยำและรวดเร็วนั้น จะใช้ผลตอบสนองเชิงเวลา (TIME RESPONSE) เป็นเกณฑ์ในการพิจารณา และ เพื่อให้เกิดความยืดหยุ่นและสะดวกในการศึกษาวิเคราะห์เปรียบเทียบ จึงได้กำหนดคุณลักษณะของระบบควบคุมอัตโนมัติที่ต้องการให้อยู่ในรูปมาตรฐานทั่วไปของระบบที่มีอันดับสอง ซึ่งจะอยู่ในเทอมของตัวแปรของอัตราส่วนความหน่วง (DAMPING RATIO ;ζ) และ ความถี่ธรรมชาติ (NATURAL FREQUENCY ;ω) นอกจากนั้น ยังต้องการให้การเคลื่อนที่ของแขนหนึ่งแขนใดของแขนกลไม่มีผลกระทบต่อการเคลื่อนที่ของแขนอีกแขนหนึ่งของแขนกล เพื่อว่าจะได้สามารถแยกพิจารณาแขนของแขนกลแต่ละแขนได้อย่างอิสระ จากความต้องการ

เหล่านี้ จึงได้กำหนดเมตริกซ์เพื่อแทนคุณลักษณะของระบบควบคุมอัตโนมัติแบบป้อนกลับที่ต้องการด้วยเมตริกซ์ A_d โดยที่

$$A_d = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\omega_1^2 & 0 & -2\zeta_1\omega_1 & 0 \\ 0 & -\omega_2^2 & 0 & -2\zeta_2\omega_2 \end{bmatrix} \qquad \text{---(4.1)}$$

โดยที่

ω_i = ความถี่ธรรมชาติ (NATURAL FREQUENCY) ของแขนที่ i

ζ_i = อัตราส่วนความหน่วง (DAMPING RATIO) ของแขนที่ i

ซึ่งจะได้ผลตอบสนองเป็น

$$\dot{X} = A_d X \qquad \text{---(4.2)}$$

โดยที่

X = เมตริกซ์ของตัวแปรสเตทของระบบ

หากเขียนสมการที่ (4.2) เป็นสมการเชิงอนุพันธ์ทั่วไป ก็จะได้สมการที่อยู่ในรูปทั่วไปของระบบที่มีอันดับสอง ดังนี้

$$\ddot{x}_1 + 2\zeta_1\omega_1\dot{x}_1 + \omega_1^2 x_1 = 0 \qquad \text{---(4.3ก)}$$

$$\ddot{x}_2 + 2\zeta_2\omega_2\dot{x}_2 + \omega_2^2 x_2 = 0 \qquad \text{---(4.3ข)}$$

ระบบแขนกลที่เราต้องการควบคุมมีแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่เป็นเชิงเส้นตามสมการที่ (3.19) เป็น

$$\dot{X} = AX + BU \qquad \text{---(4.4)}$$

เราพยายามที่จะควบคุมให้ระบบมีผลตอบสนองดังสมการที่ (4.2) อยู่เสมอ โดยการใช้สัญญาณควบคุมที่ได้จากการป้อนกลับของตัวแปร (STATE-VARIABLE-FEEDBACK) เป็น

$$U = -K(X-X_d) \qquad \text{---(4.5)}$$

โดยที่ K เป็นเมตริกซ์ของค่าเกนคงที่ที่เราจะต้องคำนวณหา

แทนค่า U จากสมการที่ (4.5) ลงในสมการที่ (4.4) จะได้ระบบแขนกลเป็น

$$\dot{X} = (A-BK)X + BK X_d \qquad \text{---(4.6)}$$

<u>การออกแบบหาสัญญาณควบคุมอัตโนมัติ</u>

ในการออกแบบสัญญาณควบคุมอัตโนมัติ เราจะเห็นได้จากสมการที่ (4.2) และสมการที่ (4.6) ว่า

$$A_d = A-BK$$

หรือ

$$BK = A-A_d$$

แทนค่า เมตริกซ์ A และ เมตริกซ์ A_d ลงในสมการข้างต้น จะได้

$$BK = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \omega_1^2 & 0 & 2\zeta_1\omega_1+a_{33} & 0 \\ 0 & \omega_2^2 & 0 & 2\zeta_2\omega_2+a_{44} \end{bmatrix} \qquad \text{---(4.7)}$$

เนื่องจาก

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ b_{31} & 0 \\ 0 & b_{42} \end{bmatrix}$$

ถ้ากำหนดให้ เมตริกซ์ของค่าเกน K เป็น

$$K = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & k_{14} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} & k_{24} \end{bmatrix}$$

เราจะได้

$$BK = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ k_{11}b_{31} & k_{12}b_{31} & k_{13}b_{31} & k_{14}b_{31} \\ k_{21}b_{42} & k_{22}b_{42} & k_{23}b_{42} & k_{24}b_{42} \end{bmatrix} \qquad \text{---(4.8)}$$

เปรียบเทียบเทอมในสมการที่ (4.7) กับเทอมในสมการที่ (4.8) จะได้

$$k_{11} = \omega_1^2/b_{31}$$
$$k_{12} = 0$$
$$k_{13} = (2\zeta_1\omega_1+a_{33})/b_{31}$$
$$k_{14} = 0$$

$$k_{21} = 0$$
$$k_{22} = \omega_2^2/b_{42}$$
$$k_{23} = 0$$
$$k_{24} = (2\zeta_2\omega_2+a_{44})/b_{42}$$

แทนค่าของ b_{31} และ b_{42} จากสมการที่ (3.19) จะได้

$$k_{11} = I_{M1}\omega_1^2$$
$$k_{12} = 0$$
$$k_{13} = I_{M1}(2\zeta_1\omega_1+a_{33})$$
$$k_{14} = 0$$

$$k_{21} = 0$$
$$k_{22} = I_{M2}\omega_2^2$$
$$k_{23} = 0$$
$$k_{24} = I_{M2}(2\zeta_2\omega_2+a_{44})$$

ถ้ากำหนดให้ เมตริกซ์ของโมเมนต์ความเฉื่อยของมวล I เป็น

$$I = \begin{bmatrix} I_{11} & I_{12} \\ I_{21} & I_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{M1} & 0 \\ 0 & I_{M2} \end{bmatrix} \qquad \text{---(4.9)}$$

เราจะได้

$$K = \begin{bmatrix} I_{11}\omega_1^2 & 0 & I_{11}(2\zeta_1\omega_1+a_{33}) & 0 \\ 0 & I_{22}\omega_2^2 & 0 & I_{22}(2\zeta_2\omega_2+a_{44}) \end{bmatrix} \qquad \text{--(4.10)}$$

ดังนั้น แรงบิดอินพุทที่ให้แก่ระบบตามสมการที่ (4.5) คือ

$$U = K(X_d - X)$$

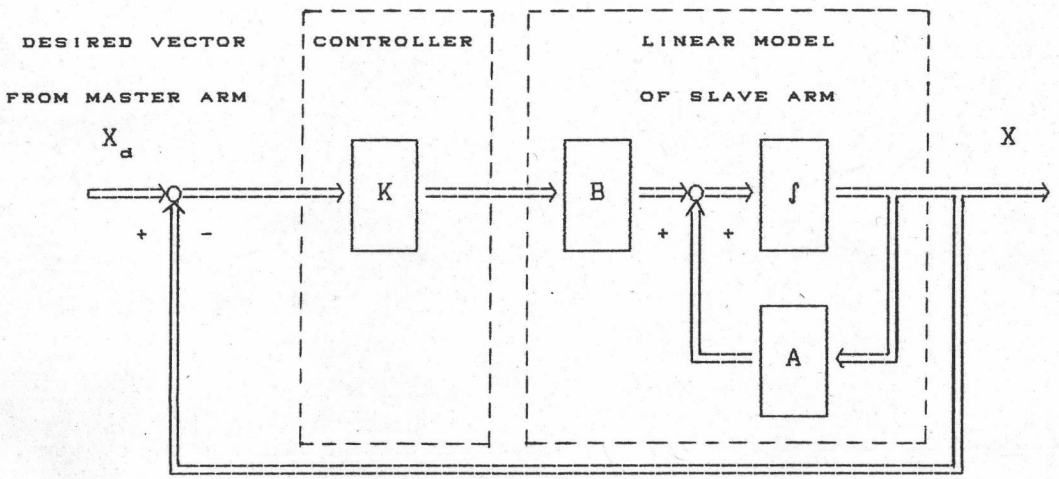
หรือ

$$\begin{bmatrix} u1 \\ u2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{11}\omega_1^2 & \emptyset \\ \emptyset & I_{22}\omega_2^2 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} x_{d1}-x_1 \\ x_{d2}-x_2 \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} I_{11}(2\zeta_1\omega_1+a_{33}) & \emptyset \\ \emptyset & I_{22}(2\zeta_2\omega_2+a_{44}) \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} \dot{x}_{d1}-\dot{x}_1 \\ \dot{x}_{d2}-\dot{x}_2 \end{bmatrix}$$

(4.11)

ระบบรวมทั้งหมดสามารถเขียนเป็นบล็อคไดอะแกรมได้ ดังรูปที่ 4.2



รูปที่ 4.2 บล็อคไดอะแกรมของการควบคุมอัตโนมัติแบบป้อนกลับ