บทที่ 2

ทฤษฎีและแนวคิด

ความนำ

ในการวิเคราะห์โครงสร้างทั่วไปเพื่อหาการตอบสนองของโครงสร้างต่อแรงกระทำ จะสมมุติว่าการเปลี่ยนตำแหน่งหรือการโก่งตัวของโครงสร้างมีค่าน้อยมากเมื่อเทียบกับขนาดของโครงสร้าง แต่ในโครงสร้างที่มีความสูงมากๆ หรือมีความชะลูดมาก การเปลี่ยนตำแหน่งที่ถูกต้องสามารถหาได้จากการวิเคราะห์แบบไม่เชิงเส้นทางเรขาคณิต โดยสมมุติว่าการเปลี่ยนตำแหน่งมีค่ามากและความสัมพันธ์ของการเปลี่ยนตำแหน่งและความเครียดไม่เป็นเส้นตรง สำหรับการแก้ปัญหาจะเริ่มจากการสร้างสมการสมดุลจากทฤษฎีของคาสติเกลียโน (Castiglino's theorem) และสร้างสติฟเนสเมตริกซ์ของโครงสร้าง จากนั้นจึงใช้วิธีวิเคราะห์ซ้ำ ในที่นี้เราใช้วิธีการของนิวตัน-ราฟสันซึ่งเป็นวิธีที่นิยมใช้กันมาก เนื่องจากให้คำตอบลู่เข้าอย่างรวดเร็วและให้ค่าที่ถูกต้อง

สำหรับหลักการออกแบบอย่างเหมาะสมที่สุด จะนำหลักการของงานสมมุติมาประยุกต์กับโครงถักระนาบ เพื่อใช้หาค่าดัชนีความไวขององค์อาคารซึ่งเป็นค่าที่ใช้บอกถึงว่าองค์อาคารใดมีผลต่อการเปลี่ยนตำแหน่งของโครงถัก จากนั้นจึงเพิ่มหรือลดขนาดองค์อาคาร โดยใช้ค่าดัชนีนี้เป็นเกณฑ์ เพื่อให้ได้ความแข็งแรงของโครงสร้างตามที่ต้องการ และมีเงื่อนไขบังคับหน่วยแรงเป็นเงื่อนไขบังคับรองตามข้อกำหนดของมาตรฐาน เพื่อให้องค์อาคารมีกำลังและสติฟเนสเพียงพอภายใต้แรงกระทำตามข้อกำหนดการออกแบบ ในงานวิจัยนี้จะใช้ข้อกำหนดของมาตรฐาน 2 ข้อกำหนด คือ

1. ข้อกำหนดโดยวิธีหน่วยแรงที่ยอมให้ (Allowable stress design, ASD) AISC 1989
2. ข้อกำหนดโดยวิธีตัวคูณความต้านทานและน้ำหนักบรรทุก (Load and resistance factor design, LRFD) AISC 1994

สมมุติฐาน

1. การถ่ายแรงของแต่ละองค์อาคารอยู่ในแนวแกนของแต่ละชิ้นส่วนเท่านั้น โดยสมมุติให้แต่ละจุดต่อมีลักษณะเป็นข้อต่อหมุน (Hinge)

2. น้ำหนักที่กระทำกับโครงสร้างให้กระทำที่จุดต่อเท่านั้น

3. ความสัมพันธ์ระหว่างหน่วยแรงและความเครียดของวัสดุที่ใช้ในโครงสร้างมีลักษณะเป็นเส้นตรง

4. การเปลี่ยนตำแหน่งมีค่ามากเมื่อเทียบกับขนาดของโครงสร้าง ดังนั้น ความสัมพันธ์ของความเครียดกับการเปลี่ยนตำแหน่งไม่เป็นเส้นตรง

5. องค์อาคารทุกชิ้นส่วนตั้งอยู่ในแนวตรง (Perfectly straight)

การวิเคราะห์แบบไม่เชิงเส้นทางเรขาคณิต

การวิเคราะห์แบบไม่เชิงเส้นทางเรขาคณิตจะใช้วิธีรวมสติฟเนสโดยตรงร่วมกับการวิเคราะห์ซ้ำตามวิธีนิวตัน-ราฟสัน โดยจำกัดให้เครียดมีค่าน้อยแต่ความสัมพันธ์ระหว่างความเครียดกับการเปลี่ยนตำแหน่งไม่เป็นเชิงเส้น ดังนั้นจึงจำเป็นที่ต้องเขียนความสมดุลของแรงที่จุดต่อในเทอมของโครงสร้างที่เกิดการเปลี่ยนตำแหน่งแล้ว สมการสมดุลจะหาได้จากการใช้ทฤษฎีของคาสติเกลียโน

จากทฤษฎีของคาสติเกลียโน ซึ่งกล่าวว่า "ในโครงสร้างอีลาสติกซึ่งอยู่ในสมดุล ขนาดของแรงภายนอกอันใดอันหนึ่งที่กระทำกับโครงสร้างนั้น จะมีค่าเท่ากับอนุพันธ์อันดับหนึ่งของพลังงานความเครียดที่สะสมในโครงสร้าง เทียบกับระยะเปลี่ยนตำแหน่งที่จุดที่แรงนั้นกระทำในทิศทางเดียวกัน" (ปณิธาน ลักคุณะประสิทธิ์, 2533)

$$\left\{\frac{\partial U_e}{\partial u}\right\} = \left\{P\right\} \tag{2.1}$$

โดยที่ U_e = พลังงานความเครียด

$\{u\}$ = ระยะเปลี่ยนตำแหน่ง

$\{P\}$ = แรงกระทำภายนอก

โดยที่พลังงานความเครียดเป็นปริมาณสเกลาร์ซึ่งสามารถแยกออกเป็นสองส่วน คือ เทอมที่มีความสัมพันธ์ระหว่างความเครียดกับการเปลี่ยนตำแหน่งเป็นเส้นตรงและไม่เป็นเส้นตรง (**Stricklin, Haisler and Riesemann,** 1971) นั่นคือ

$$U_e = U_L + U_{NL} \qquad (2.2)$$

โดยที่ U_L = พลังงานความเครียดจากความสัมพันธ์ระหว่างความเครียดกับการเปลี่ยนตำแหน่งที่เป็นเส้นตรง

U_{NL} = พลังงานความเครียดจากความสัมพันธ์ระหว่างความเครียดกับการเปลี่ยนตำแหน่งที่ไม่เป็นเส้นตรง

พลังงานความเครียดในส่วนที่เกิดจากความสัมพันธ์ระหว่างความเครียดกับระยะเปลี่ยนตำแหน่งเป็นเส้นตรงจะถูกแสดงออกมาในรูปของระยะเปลี่ยนตำแหน่ง

$$\left\{\frac{\partial U_L}{\partial u}\right\} = [K]\{u\} \qquad (2.3)$$

โดยที่ $[K]$ = สติฟเนสเมตริกซ์ของโครงสร้าง

เมื่อแทนสมการที่ (2.2) และ (2.3) ลงในสมการที่ (2.1) จะได้ว่า

$$[K]\{u\} + \left\{\frac{\partial U_{NL}}{\partial u}\right\} = \{P\} \qquad (2.4)$$

สมการที่ (2.4) เป็นสมการสมดุลของโครงสร้างที่มีพฤติกรรมแบบไม่เชิงเส้นทางเรขาคณิต

<u>วิธีของนิวตัน-ราฟสัน (Newton-Raphson's method)</u>

จากสมการที่ (2.4) สามารถเขียนเป็นฟังก์ชันซึ่งหมายถึงแรงที่ไม่สมดุลที่จุดต่อที่ i

$$f_i(u) \quad = \quad K_{ij}u_j + \frac{\partial U_{NL}}{\partial u_i} - P_i \quad = \quad 0 \tag{2.5}$$

จากการวิเคราะห์ระยะเปลี่ยนตำแหน่ง $\{u\}$ ที่น้ำหนักกระทำ $\{P\}$ พิจารณาการขยายอนุกรมเทเลอร์ในอันดับแรก (First-order Taylor expansion) เพื่อใช้ในการพิจารณา $\{u+\Delta u\}$

$$f_i(u+\Delta u) \quad = \quad f_i(u) + \frac{\partial f_i(u)}{\partial u_j}\Delta u_j \tag{2.6}$$

โดยที่ Δu = การเปลี่ยนตำแหน่งที่เปลี่ยนไป

ตามวิธีการของนิวตัน-ราฟสันจะใช้แค่สองเทอมแรกในอนุกรมเทเลอร์เท่านั้น นอกจากนั้นยังสมมุติว่าแรงไม่สมดุลที่จุดต่อ ซึ่งสอดคล้องกับการเปลี่ยนตำแหน่ง $\{u+\Delta u\}$ มีค่าเท่ากับศูนย์ ดังนั้นสมการที่ (2.6) สามารถเขียนได้ดังนี้

$$-\frac{\partial f_i(u)}{\partial u_j}\Delta u_j \quad = \quad f_i(u) \tag{2.7}$$

อนุพันธ์ย่อยในสมการที่ (2.7) หาได้จากอนุพันธ์ของสมการที่ (2.5) สำหรับแต่ละดีกรีความอิสระ (Degree of freedom) มีความสัมพันธ์ในรูป

$$\left(\left[K_{ij}\right] + \left[\frac{\partial^2 U_{NL}(u)}{\partial u_i \partial u_j}\right] \right)\left\{\Delta u_j\right\} \quad = \quad -\left\{f_i(u)\right\} \tag{2.8}$$

$$\text{หรือ} \quad \left(\left[K\right]+\left[K_G\right]_n\right)\left\{\Delta u\right\}_{n+1} \quad = \quad -\left\{f\left(u\right)\right\}_n \tag{2.9}$$

โดยที่ $\left[K_G\right]$ = สติฟเนสทางเรขาคณิตของโครงสร้าง

สมการที่ (2.9) ใช้หา Δu ขั้นตอนการวิเคราะห์ซ้ำจะดำเนินไปจนกระทั่ง $\{\Delta u\}$ และ $\left\{f\left(u\right)\right\}$ มีค่าน้อยเพียงพอตามที่ต้องการ หรือ

$$\frac{\left\|\left\{\Delta u\right\}_n\right\|}{\left\|\left\{u\right\}_n\right\|} \quad \leq \quad a \tag{2.10}$$

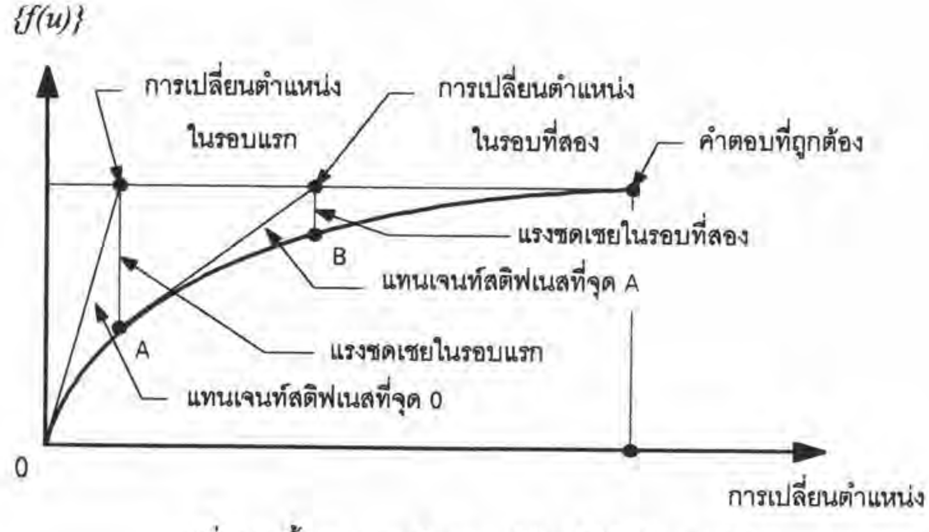
$$\text{และ} \quad \frac{\left\|\left\{f\left(u+\Delta u\right)\right\}_n\right\|}{\left\|\left\{P\right\}\right\|} \quad \leq \quad a \tag{2.11}$$

โดยที่ $\|\ \|$ = ยูคลีเดียนนอร์ม

n = จำนวนรอบของการวิเคราะห์ซ้ำ

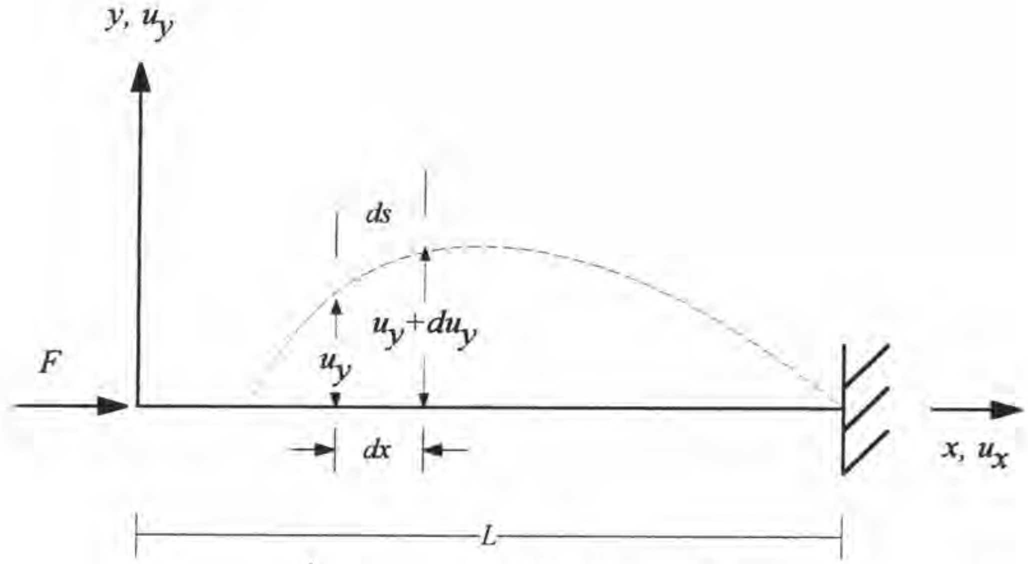
$\left\{f\left(u+\Delta u\right)\right\}$ = เวคเตอร์ของแรงชดเชย (Compensating load)

a = ค่าความคลาดเคลื่อนที่ยอมให้เกิดขึ้นได้



รูปที่ 2.1 ขั้นตอนการวิเคราะห์ด้วยวิธีนิวตัน-ราฟสัน

<u>สติฟเนสของชิ้นส่วน</u>



รูปที่ 2.2 แสดงผลการโก่งตัวกับความเครียด

จากรูปที่ 2.2 เมื่อพิจารณาถึงผลของการโก่งตัวกับความเครียดในแนวแกน การโก่งตัวในทิศทาง y เนื่องจากแรงในแนวแกน F พิจารณาชิ้นส่วนขององค์อาคาร δs มีการโก่งตัว δu_y ตามระยะ δx ดังนั้น

$$(\delta s)^2 = (\delta u_y)^2 + (\delta x)^2 \tag{2.12}$$

หรือ

$$\delta s = \left[1+\left(\frac{\delta u_y}{\delta x}\right)^2\right]^{1/2} \delta x \tag{2.13}$$

$$\frac{ds}{dx} = \left[1+\frac{1}{2}\left(\frac{du_y}{dx}\right)^2 - \frac{1}{8}\left(\frac{du_y}{dx}\right)^4 + \dots\right] \tag{2.14}$$

ถ้าไม่คิดเทอม $\left(\frac{du_y}{dx}\right)^4$ และเทอมที่มีค่ามากกว่า ดังนั้นความเครียดที่เพิ่มขึ้นในทิศทาง x เนื่องจาก u_y มีค่าเท่ากับ

$$\delta\varepsilon_x \quad = \quad \frac{1}{2}\left(\frac{du_y}{dx}\right)^2 \qquad (2.15)$$

โดยที่ $\delta\varepsilon_x$ = ความเครียดตามแนวแกนที่เพิ่มขึ้น

ดังนั้น ความเครียดรวมในทิศทาง x จะประกอบด้วย

$$\varepsilon_x \quad = \quad \frac{du_x}{dx} + \frac{1}{2}\left(\frac{du_y}{dx}\right)^2 \qquad (2.16)$$

สติฟเนสขององค์อาคารสำหรับโครงถักสามารถหาได้จากการสมมุติฟังก์ชันของการเปลี่ยนตำแหน่ง ดังนี้

$$u_x \quad = \quad u_1\left(1 - \frac{x}{L}\right) + u_3\frac{x}{L} \qquad (2.17)$$

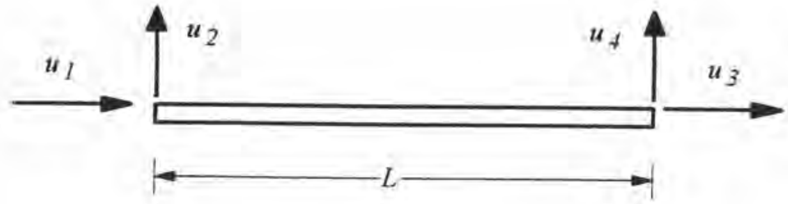
$$u_y \quad = \quad u_2\left(1 - \frac{x}{L}\right) + u_4\frac{x}{L} \qquad (2.18)$$

โดยที่ u_1, u_3 = ระยะเปลี่ยนตำแหน่งที่ปลายขององค์อาคารในทิศทาง x ดังรูปที่ 2.3

u_2, u_4 = ระยะเปลี่ยนตำแหน่งที่ปลายขององค์อาคารในทิศทาง y ดังรูปที่ 2.3

x = ระยะตามแนวแกน x

L = ความยาวขององค์อาคาร



รูปที่ 2.3 แสดงการเปลี่ยนตำแหน่งขององค์อาคาร

แทนค่าจากสมการที่ (2.16) ลงในสมการของพลังงานความเครียด

$$U_e = \frac{AE}{2}\int_0^L\left[\left(\frac{du_x}{dx}\right)^2\right]dx+\frac{AE}{2}\int_0^L\left[\frac{du_x}{dx}\left(\frac{du_y}{dx}\right)^2+\frac{1}{4}\left(\frac{du_y}{dx}\right)^4\right]dx \qquad (2.19)$$

สมมุติว่า $$\frac{du_x}{dx} = e = \frac{u_3-u_1}{L} \qquad (2.20)$$

และ $$\frac{du_y}{dx} = \theta = \frac{u_4-u_2}{L} \qquad (2.21)$$

เทอมแรกทางขวามือของสมการที่ (2.19) คือ U_L และเทอมที่สอง คือ U_{NL} ดังนั้น จากสมการที่ (2.8) จะได้ว่า

$$\left[\frac{\partial^2 U_{NL}}{\partial u_i \partial u_j}\right] = AE\int_0^L\left[\theta\left(\frac{\partial e}{\partial u_i}\frac{\partial\theta}{\partial u_j}+\frac{\partial e}{\partial u_j}\frac{\partial\theta}{\partial u_i}\right) + \left(e+\frac{3}{2}\theta^2\right)\frac{\partial\theta}{\partial u_i}\frac{\partial\theta}{\partial u_j}\right]dx \qquad (2.22)$$

เมื่อแทนค่าอนุพันธ์ย่อยลงในสมการที่ (2.22) จะได้ว่า

$$\left[\frac{\partial^2 U_{NL}}{\partial u_i \partial u_j}\right] = \frac{AE}{L}\begin{bmatrix} 0 & & & sym \\ \theta & \theta^2 & & \\ 0 & -\theta & 0 & \\ -\theta & -\theta^2 & \theta & \theta^2 \end{bmatrix} + \frac{P}{L}\begin{bmatrix} 0 & & & sym \\ 0 & 1 & & \\ 0 & 0 & 0 & \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad (2.23)$$

โดยที่ $$P = AE\left(e+\frac{1}{2}\theta^2\right) \qquad (2.24)$$

จากสมการที่ (2.23) เป็นสติฟเนสของชิ้นส่วนในระบบโคออร์ดิเนตประจำตัวซึ่งเทอมแรกเกิดจากการหมุนโคออร์ดิเนตจากระบบที่เกิดการเปลี่ยนตำแหน่งแล้วไปสู่ระบบที่ยังไม่เกิดการเปลี่ยนตำแหน่ง เทอมที่สองคือสติฟเนสเมตริกซ์ทางเรขาคณิตซึ่งเกิดจากการเปลี่ยน θ

สรุปขั้นตอนการวิเคราะห์แบบไม่เชิงเส้นทางเรขาคณิต

จากสมการที่ (2.9) จะเห็นว่า K_G เป็นสติฟเนสเมตริกซ์ที่เป็นฟังก์ชันของแรงภายใน ดังนั้นในตอนแรก K_G จะเท่ากับศูนย์ ทำให้การวิเคราะห์ในขั้นแรกเป็นการวิเคราะห์เชิงเส้น อย่างไรก็ตามภายหลังจากขั้นแรก K_G จะมีค่า ดังนั้นเราสามารถสรุปขั้นตอนของการวิเคราะห์ต่างๆ ได้ดังนี้ ซึ่งได้แสดงเป็นแผนภาพในภาคผนวก ก.

1. วิเคราะห์โครงสร้างแบบเชิงเส้นเพื่อหาการเปลี่ยนตำแหน่ง
2. คำนวณโคออร์ดิเนตของจุดต่อใหม่โดยบวกระยะเคลื่อนที่กับโคออร์ดิเนตเดิม

$$\{u\}_n = \{u\}_{n-1} + \{\Delta u\}_n \tag{2.25}$$

3. คำนวณแรงภายในองค์อาคารจากสมการที่ (2.24)
4. คำนวณผลรวมของแรงภายในในระบบโคออร์ดิเนตโกลบัลที่แต่ละจุดต่อ จากการรวมของแรงภายในขององค์อาคารที่ติดกับจุดต่อนั้น
5. คำนวณเวคเตอร์ของแรงชดเชย โดยนำเอาน้ำหนักบรรทุกลบด้วยผลลัพธ์ของแรงที่ได้จากข้อ 4
6. สร้างสติฟเนสเมตริกซ์จากสมการที่ (2.23) และแปลงให้เป็นระบบโคออร์ดิเนตโกลบัล จากนั้นจึงรวมสติฟเนสของโครงสร้างและตรวจสอบว่าดีเทอร์มิเนตของเมตริกซ์ ถ้ามีค่าเป็นลบแสดงว่าโครงสร้างสูญเสียเสถียรภาพ ถ้ามีค่าเป็นบวกก็วิเคราะห์หาการเปลี่ยนตำแหน่งที่เพิ่มขึ้น
7. คำนวณโคออร์ดิเนตของจุดต่อใหม่
8. ทำตามขั้นที่ 3-7 ซ้ำจนกระทั่งเวคเตอร์ของแรงชดเชยและการเปลี่ยนตำแหน่งที่เพิ่มขึ้นมีค่าน้อยกว่าค่าความคลาดเคลื่อนที่ยอมให้ ดังในสมการที่ (2.10) และ (2.11) ในงานวิจัยนี้เลือกใช้ค่าความคลาดเคลื่อนที่ยอมให้เท่ากับ 0.001

<u>หลักการออกแบบอย่างเหมาะสม</u>

หลักการของงานสมมุติสามารถนำมาประยุกต์กับโครงถักระนาบเพื่อใช้ในการตรวจสอบว่าชิ้นส่วนใดมีความอ่อนหรือแข็งเกินไป และนำมาใช้ในการพิจารณาปรับแก้ขนาดของชิ้นส่วนได้อย่างมีประสิทธิภาพ

จากหลักการของงานสมมุติ "เมื่อให้ระบบแรงสมมุติใด ๆ ที่ยอมรับได้ทางสถิตย์ (System of statically admissible virtual forces) เคลื่อนที่ไปด้วยระยะเปลี่ยนตำแหน่งจริงและการเปลี่ยนรูปร่างที่สอดคล้องกัน (Real and compatible displacements and deformations) แล้ว งานสมมุติประกอบซึ่งกระทำโดยแรงสมมุติภายนอก เท่ากับพลังงานความเครียดสมมุติประกอบ หรืองานสมมุติภายในซึ่งกระทำโดยแรงสมมุติภายใน" โดยที่ระบบแรงสมมุติที่ยอมรับได้ทางสถิตย์ คือ ระบบแรงสมมุติที่ประกอบด้วยแรงสมมุติภายนอกและหน่วยแรงสมมุติซึ่งอยู่ในสมดุลและไม่ขึ้นกับระบบแรงในโครงสร้างจริงอีกทั้งไม่จำเป็นต้องสอดคล้องกับสภาพเหนี่ยวรั้งของโครงสร้างจริง (ปณิธาน ลักคุณะประสิทธิ์, 2533) ดังนั้น

$$\text{งานภายใน } (W_I) = \text{งานภายนอก } (W_E) \tag{2.26}$$

งานภายในชิ้นส่วนซึ่งเกิดจากหน่วยแรงจริงเคลื่อนที่ไปด้วยความเครียดสมมุติ คือ

$$W_{I,i} = \int_v \frac{P_i}{A_i} \frac{p_i}{A_i E} dv \tag{2.27}$$

โดยที่ P_i = แรงในแนวแกนของแต่ละชิ้นส่วนที่เกิดขึ้นในโครงถักจริง

p_i = แรงในแนวแกนของแต่ละชิ้นส่วนที่เกิดจากแรงสมมุติ

A_i = พื้นที่หน้าตัดของแต่ละชิ้นส่วน

E = ค่าโมดูลัสยืดหยุ่นของวัสดุ

V_i = ปริมาตรของชิ้นส่วน

ในกรณีที่ชิ้นส่วนมีพื้นที่หน้าตัดคงที่และมีความยาว L_i จะได้ว่า

$$W_{Ii} \quad = \quad p_i \frac{P_i L_i}{A_i E} \tag{2.28}$$

ดังนั้นผลรวมของงานภายในของแต่ละชิ้นส่วน

$$W_I \quad = \quad \sum_i^n p_i \frac{P_i L_i}{A_i E} \tag{2.29}$$

งานภายนอกซึ่งเกิดจากแรงสมมุติ Q เคลื่อนที่ไปด้วยระยะเปลี่ยนตำแหน่งจริง δ

$$W_E \quad = \quad \delta Q \tag{2.30}$$

โดยที่ δ = ค่าการเปลี่ยนตำแหน่งรวมของโครงถัก

Q = แรงสมมุติที่กระทำกับโครงถักมีค่าเท่ากับ 1 หน่วย

แทนค่าสมการที่ (2.29) และ (2.30) ลงในสมการที่ (2.26) จะได้ว่า

$$\delta \quad = \quad \sum_i^n p_i \frac{P_i L_i}{A_i E} \tag{2.31}$$

ในสมการที่ (2.28) ค่า $W_{I,i}$ จะเรียกว่า ค่าตัวประกอบเกี่ยวกับการเปลี่ยนตำแหน่งรวมขององค์อาคาร (Displacement participation factor) หรือ DPF เป็นค่าที่แสดงองค์อาคารใดมีผลต่อการเปลี่ยนตำแหน่งที่เกิดขึ้นจริงในทิศทางของแรงสมมุติ ซึ่งในกรณีของโครงถักค่า DPF แสดงถึงค่าการยืดหดตัวในแนวแกน เมื่อการเปลี่ยนแปลงของปริมาตรมีค่าเข้าใกล้ศูนย์ การเปลี่ยนแปลงของค่า DPF ต่อปริมาตรที่เปลี่ยนไปขององค์อาคารมีค่าเท่ากับ

$$\lim_{\Delta V \to 0}\left(\frac{\Delta DPF_i}{\Delta V_i}\right) \quad = \quad \frac{d\,DPF_i}{dV_i} \tag{2.32}$$

สำหรับโครงถักดีเทอร์มิเนต การเปลี่ยนแปลงขนาดขององค์อาคารไม่มีผลต่อแรงภายในของชิ้นส่วน ดังนั้นอนุพันธ์ของ DPF มีค่าเท่ากับ

$$\frac{d\left(\frac{p_i P_i L_i}{A_i E}\right)}{d\left(A_i L_i\right)} = -\frac{p_i P_i}{A_i^2 E} = -\frac{DPF_i}{V_i} = -SI_i \tag{2.33}$$

จากสมการที่ (2.33) ค่าอนุพันธ์ของ DPF เมื่อเทียบกับปริมาตรของชิ้นส่วนมีค่าเป็นลบ แสดงว่าการเพิ่มปริมาตรให้กับชิ้นส่วน จะเป็นการลดงานภายในของชิ้นส่วนหรืออีกนัยหนึ่งคือ การลดการเปลี่ยนตำแหน่งที่เกิดขึ้นที่ตำแหน่งที่แรงสมมุติหนึ่งหน่วยกระทำ ดังนั้นอัตราส่วนของ DPF ต่อปริมาตรของชิ้นส่วนเรียกว่า ดัชนีความไว (Sensitivity index) หรือ SI เป็นค่าที่ใช้แสดงว่าองค์อาคารใดมีผลต่อการเปลี่ยนตำแหน่งของโครงถัก โดยการเพิ่มปริมาตรให้กับองค์อาคารที่มีค่าดัชนีความไวมากที่สุดจะเป็นการลดระยะเคลื่อนที่ได้อย่างมีประสิทธิภาพ ในทำนองเดียวกันการลดปริมาตรองค์อาคารที่มีค่าดัชนีความไวน้อยที่สุดจะช่วยให้ได้โครงสร้างที่ประหยัดขึ้นโดยจะมีผลกับการเปลี่ยนตำแหน่ง ดังนั้นจะเพิ่มปริมาตรให้กับองค์อาคารที่มีค่าดัชนีความไวสูงและลดปริมาตรในองค์อาคารที่ค่าดัชนีความไวต่ำ จนกระทั่งทุก ๆ องค์อาคารมีค่าดัชนีความไวเท่ากันแสดงว่าโครงสร้างมีขนาดที่เหมาะสมที่สุด ดังนั้นการเปลี่ยนตำแหน่งที่จุดที่แรงหนึ่งหน่วยกระทำจะมีค่าเท่ากับ

$$\delta_{TARGET} = SI \cdot V = SI \sum_{j}^{n} A_j L_j \tag{2.34}$$

แทนค่าสมการที่ (2.34) ด้วยสมการที่ (2.33) จะได้ว่า

$$\delta_{TARGET} = SI \sum_{j}^{n} L_j \sqrt{\frac{p_j P_j}{SI \cdot E}} \tag{2.35}$$

$$= \sqrt{\frac{SI}{E}} \sum_{j}^{n} L_j \sqrt{p_j P_j} \tag{2.36}$$

$$= \frac{\sqrt{p_i P_i}}{A_i E} \sum_j^n L_j \sqrt{p_j P_j} \qquad (2.37)$$

$$A_i = \frac{\sqrt{p_i P_i}}{\delta_{TARGET}\, E} \sum_j^n L_j \sqrt{p_j P_j} \qquad (2.38)$$

หลังจากการหาค่า A_i ใหม่ด้วยสมการข้างต้น ในกรณีที่โครงถักมีลักษณะเป็นโครงสร้างแบบดีเทอร์มิเนตสามารถจะเทียบส่วนหาแรงภายในได้โดยตรง ดังนั้นแรงภายในจะมีค่าเท่าเดิม จึงสามารถนำไปตรวจสอบเงื่อนไขบังคับหน่วยแรงตามข้อกำหนดซึ่งจะได้กล่าวถึงต่อไป จากสมการที่ (2.38) จะเห็นว่าในเครื่องหมายรากที่สอง ในกรณีที่แรง p_i กับ P_i มีเครื่องหมายต่างกันทำให้ไม่สามารถถอดรากที่สองได้ ดังนั้นขนาดขององค์อาคารนี้จะถูกกำหนดโดยเงื่อนไขบังคับหน่วยแรงแทน

<u>กรณีที่เป็นโครงถักแบบอินดีเทอร์มิเนต</u>

ในกรณีที่โครงถักที่เป็นโครงสร้างอินดีเทอร์มิเนตนั้น แรงภายในของโครงสร้างจะเปลี่ยนไปเมื่อขนาดขององค์อาคารเปลี่ยน ดังนั้นจึงต้องวิเคราะห์ซ้ำจนกระทั่งปริมาตรขององค์อาคารลู่เข้าสู่จุดที่เหมาะสมที่สุด งานวิจัยนี้ใช้สมการที่แนะนำโดย (Jacoby, Kowalik and Pizzo, 1972) โดยการเปรียบเทียบความยาวของค่าประจำ (Norm length) สองค่า

$$\frac{\left\| X^{k-1} - X^k \right\|}{\left\| X^{k-2} - X^k \right\|} = C \qquad (2.39)$$

โดยที่ X = จุดพิกัดใน n มิติ

X^k = ค่าของ $A_i^k L_i$ ที่เป็นคำตอบอย่างเหมาะสมที่สุด

X^{k-1} = ค่าของ $A_i^{k-1} L_i$ ที่ได้จากการวิเคราะห์ซ้ำรอบที่ *k-1*

X^{k-2} = ค่าของ $A_i^{k-2} L_i$ ที่ได้จากการวิเคราะห์ซ้ำรอบที่ *k-2*

ถ้ากรณีค่า $C \geq 1$ ให้หยุดทำงาน คำตอบเป็น X^k พิกัดสุดท้ายที่ยังลู่เข้าสู่คำตอบ ถ้าพิกัดของ X^{k-2} อยู่ใกล้พิกัดคำตอบมากกว่าจุดพิกัด X^{k-1} แสดงว่าฟังก์ชันยังลู่เข้าสู่คำตอบอยู่ ในกรณีนี้ ค่า $C < 1$ และจะหยุดเมื่อปริมาตรรวมของโครงถักต่างกันน้อยกว่าหรือเท่ากับ 2.5%

$$\frac{\left\| X^k - X^{k-1} \right\|}{\left\| X^{k-1} \right\|} \quad \leq \quad 0.025 \tag{2.40}$$

ในทางทฤษฎีเมื่อค่า SI มีค่าเท่ากันทุกชิ้นส่วนก็จะได้โครงสร้างที่เหมาะสมที่สุด แต่ในทางปฏิบัติแล้ว ทุกชิ้นส่วนต้องมีกำลังเพียงพอต่อแรงภายในด้วย ดังนั้นจึงกำหนดเงื่อนไขบังคับรองซึ่งเป็นเงื่อนไขบังคับเกี่ยวกับหน่วยแรงขึ้นซึ่งตามข้อกำหนดในการออกแบบ ซึ่งจะได้กล่าวถึงในหัวข้อต่อไป

<u>กรณีใช้ชิ้นส่วนเป็นกลุ่ม</u>

ในทางปฏิบัติแล้วการใช้ชิ้นส่วนให้เหมือน ๆ กันนั้นทำให้สะดวกในการติดตั้ง การควบคุมการก่อสร้าง และการสั่งซื้อวัสดุ เป็นการลดค่าใช้จ่ายในการบริหารลงได้มาก จากสมการที่ (2.34) เมื่อนำมาใช้กับกรณีที่ใช้ชิ้นส่วนเป็นกลุ่มจึงต้องเขียนใหม่ดังนี้

$$\delta_{TARGET} \quad = \quad SI \sum_i A_i \left(\sum_j L_j \right) \tag{2.41}$$

โดยที่ i = จำนวนกลุ่มของชิ้นส่วน

j = จำนวนชิ้นส่วนในแต่ละกลุ่ม

$$SI \quad = \quad \frac{\sum_j DPF_j}{\sum_j V_j} \quad = \quad \frac{\sum_j p_j P_j L_j}{A_i^2 E \sum_j L_j} \tag{2.42}$$

$$A_i = \sqrt{\frac{1}{SI\,E}\frac{\sum_j p_j P_j L_j}{\sum_j L_j}} \tag{2.43}$$

$$\delta_{TARGET} = SI\sum_i\left\{\sqrt{\frac{1}{SI\,E}\frac{\sum_j p_j P_j}{\sum_j L_j}}\sum_j L_j\right\} \tag{2.44}$$

$$= \sqrt{\frac{SI}{E}}\sum_j\left\{\sqrt{\sum_j p_j P_j L_j}\cdot\sqrt{\sum_j L_j}\right\} \tag{2.45}$$

$$= \frac{1}{A_i E}\sqrt{\frac{\sum_j p_j P_j L_j}{\sum_j L_j}}\;\sum_i\left\{\sqrt{\sum_j p_j P_j L_j}\,\sqrt{\sum_j L_j}\right\} \tag{2.46}$$

$$A_i = \frac{1}{\delta_{TARGET}\,E}\sqrt{\frac{\sum_j p_j P_j L_j}{\sum_j L_j}}\;\sum_i\left\{\sqrt{\sum_j p_j P_j L_j}\,\sqrt{\sum_j L_j}\right\} \tag{2.47}$$

<u>การออกแบบองค์อาคารตามข้อกำหนด</u>

แรงอัดและแรงดึงที่ได้จากการวิเคราะห์โครงสร้างจะถูกนำมาออกแบบตามข้อกำหนด เพื่อให้องค์อาคารสามารถรับแรงภายในได้อย่างปลอดภัยตามมาตรฐานของแต่ละข้อกำหนด ในงานวิจัยนี้ได้เสนอแนวทางในการออกแบบ 2 ข้อกำหนด ซึ่งได้แสดงวิธีการออกแบบในภาคผนวก ข. และ ค.

1. ข้อกำหนดโดยวิธีหน่วยแรงที่ยอมให้ (Allowable stress design, ASD) ของ AISC 1989

1.1 องค์อาคารรับแรงดึง

สมมุติให้หน่วยแรงดึงกระจายตลอดทั้งหน้าตัดองค์อาคาร ความสามารถในการรับแรงดึงสูงสุดขององค์อาคารมีค่าดังนี้

$$T_w = 0.60 F_y A_g \tag{2.48}$$

หรือ

$$T_w = 0.50 F_u A_e \tag{2.49}$$

โดยที่ T_w = แรงดึงที่ยอมให้

F_y = หน่วยแรงที่จุดคลาก

F_u = กำลังดึงน้อยที่สุด

A_g = เนื้อที่หน้าตัดทั้งหมด

A_e = เนื้อที่หน้าตัดสุทธิประสิทธิผล

สำหรับรอยต่อแบบเชื่อม

$$A_e = U A_g \tag{2.50}$$

โดยที่ U = สัมประสิทธิ์ลดกำลัง (Reduction coefficient)

ในกรณีที่เป็นรอยต่อแบบเชื่อม สัมประสิทธิ์ลดกำลังตามข้อกำหนดของ LRFD มีค่าดังต่อไปนี้

1.1.1 สำหรับองค์อาคารหน้าตัด W, M หรือ S หรือตัว T ที่ตัดจาก W, M หรือ S มีรอยต่อเชื่อมตลอดทั้งหน้าตัด $U = 1$

1.1.2 สำหรับแผ่นเหล็กประกับ (Gusset plate) เชื่อมยึดกับแท่งตลอดความยาวที่ปลายองค์อาคาร จะใช้ค่า

$$U = 1.00 \text{ เมื่อ } l \geq 2w$$
$$= 0.87 \text{ เมื่อ } 1.5w \leq l < 2w$$
$$= 0.75 \text{ เมื่อ } w \leq l < 1.5w$$

โดยที่ l = ความยาวของรอยเชื่อมทั้งสองฝั่งซึ่งต้องมากกว่าหรือเท่ากับ W
w = ระยะระหว่างรอยเชื่อม

1.1.3 กรณีองค์อาคารที่นำมาเชื่อมยึดแผ่นเหล็กประกับ ไม่สามารถเชื่อมได้รอบทั้งองค์อาคาร เช่น L หรือ C เป็นต้น จะทำให้เกิดแรงเฉือนเยื้องศูนย์ (Shear lag)

$$U = 1 - \frac{x}{L} \leq 0.90 \tag{2.51}$$

โดยที่ x = ระยะจากจุดศูนย์ถ่วงขององค์อาคารที่ยึดไปหาระนาบแรงเฉือนของจุดยึดต่อด้วยรอยเชื่อม

1.2 องค์อาคารรับแรงอัด

หน่วยแรงอัดที่ยอมให้ขององค์อาคารมีค่าขึ้นกับอัตราส่วนความชะลูด

$$\lambda = \frac{KL}{r} \tag{2.52}$$

โดยที่ λ = อัตราส่วนความชะลูด
K = สัมประสิทธิ์ความยาวประสิทธิผล
L = ความยาวอิสระที่ไม่มีการยึดด้านข้าง
r = รัศมีไจเรชัน

1.2.1 หน่วยแรงอัดที่ยอมให้ พิจารณาจากพื้นที่หน้าตัดทั้งหมดขององค์อาคารรับแรงอัดหลัก ซึ่งมีค่ามากของสัดส่วนความชะลูด $\lambda < \lambda_c$

$$\lambda_c = \sqrt{\frac{2\pi^2 E}{F_y}} \tag{2.53}$$

$$F_a = \frac{F_y}{F.S.}\left[1 - \frac{\lambda^2}{2\lambda_c^2}\right] \tag{2.54}$$

$$F.S. = \frac{5}{3} + \frac{3}{8}\frac{\lambda}{\lambda_c} - \frac{1}{8}\left(\frac{\lambda}{\lambda_c}\right)^3 \tag{2.55}$$

1.2.2 องค์อาคารรับแรงอัดหลักที่มีอัตราส่วนความชะลูด $\lambda > \lambda_c$

$$F_a = \frac{12}{23}\frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \tag{2.56}$$

ความสามารถในการรับแรงอัดที่ยอมให้

$$P_a = F_a A \tag{2.57}$$

1.3 อัตราส่วนความชะลูด

อัตราส่วนความชะลูดเป็นข้อกำหนดอย่างต่ำไม่ให้องค์อาคารมีความชะลูดเกินไปจนเกิดการโก่งเดาะในระนาบ ในองค์อาคารรับแรงอัดกำหนดอัตราส่วนความชะลูดไว้ สำหรับองค์อาคารรับแรงอัดต้องไม่เกิน 200 สำหรับในองค์อาคารรับแรงดึงกำหนดอัตราส่วนความชะลูดไว้ไม่เกิน 300

2. ข้อกำหนดโดยวิธีตัวคูณความต้านทานและน้ำหนักบรรทุก (Load and resistance factor design, LRFD) ของ AISC 1994

วิธี LRFD ใช้หลักการของภาวะสุดขีด โดยมีอัตราส่วนแสดงความปลอดภัยที่เหมาะสม จากการเทียบเคียงกำลังรับน้ำหนักบรรทุกโครงสร้าง ขณะที่โครงสร้างนั้นอยู่ในภาวะที่ใกล้จะพังหรือหมดความเหมาะสมที่จะใช้งานกับน้ำหนักที่บรรทุกอยู่จริงบนโครงสร้างนั้น เขียนเป็นสมการได้ดังนี้

กำลังที่ต้องการ $\leq$ กำลังที่ใช้ในการออกแบบ

$$\sum \gamma_i Q_i = \phi R_n \tag{2.58}$$

โดยที่ Q_i = น้ำหนักหรือแรงกระทำภายนอกต่อโครงสร้าง

γ_i = ค่าความปลอดภัยของน้ำหนักบรรทุก (มีค่ามากกว่า 1)

R_n = ค่ากำลังต้านทานขององค์อาคาร

ϕ = ตัวคูณลดกำลัง

ค่าตัวคูณน้ำหนักบรรทุก (Load factor) ที่แนะนำให้ใช้

$$1.4D \tag{2.59}$$

$$1.2D + 1.6L + 0.5(L_r \text{ or } S \text{ or } R) \tag{2.60}$$

$$1.2D + 1.6(L_r \text{ or } S \text{ or } R) + (0.5L \text{ or } 0.8W) \tag{2.61}$$

$$1.2D + 1.3W + 0.5L + 0.5(L_r \text{ or } S \text{ or } R) \tag{2.62}$$

$$1.2D + 1.5E + (0.5L \text{ or } 0.2S) \tag{2.63}$$

$$0.9D - (1.3W \text{ or } 1.5E) \tag{2.64}$$

ในสมการที่ (2.61),(2.62) และ (2.63) ค่าตัวคูณน้ำหนักของ L=1.0 สำหรับโรงรถ

โดยที่ D = น้ำหนักบรรทุกคงที่

L = น้ำหนักบรรทุกจร

L_r = น้ำหนักบรรทุกจรบนหลังคา

R = น้ำหนักบรรทุกเนื่องจากฝน

S = น้ำหนักบรรทุกเนื่องจากหิมะ

W = น้ำหนักบรรทุกเนื่องจากลม

E = น้ำหนักบรรทุกเนื่องจากแรงแผ่นดินไหว

สำหรับประเทศไทย อิทธิพลของน้ำหนักกระทำที่มีผลต่อโครงสร้างมากได้แก่ D, L, L_r และ W จึงพิจารณาเลือกใช้กรณีที่ทำให้เกิดแรงภายในองค์อาคารมากที่สุด สำหรับงานวิจัยนี้ได้ใช้การรวมน้ำหนักบรรทุก 4 กรณี ดังนี้

กรณีที่ 1	1.4D	(2.65)
กรณีที่ 2	1.2D + 1.6L	(2.66)
กรณีที่ 3	1.2D + 0.5L + 1.3W	(2.67)
กรณีที่ 4	0.9D - 1.3W	(2.68)

2.1 องค์อาคารรับแรงดึง

สำหรับการวิบัติด้วยการยืดตัว พิจารณาบนพื้นที่หน้าตัดทั้งหมด

$$\phi_t P_n = 0.9 F_y A_g \tag{2.69}$$

โดยที่ ϕ_t = ค่าตัวคูณลดสำหรับแรงดึง

P_n = กำลังรับแรงดึงในแนวแกน

สำหรับการวิบัติด้วยการแตกร้าว พิจารณาบนพื้นที่หน้าตัดสุทธิประสิทธิผล

$$\phi_t P_n = 0.75 F_u A_e \tag{2.70}$$

2.2 องค์อาคารรับแรงอัด

$$\text{กำลังรับแรงอัดที่ยอมให้} = \phi_c P_n \tag{2.71}$$

โดยที่ ϕ_c = ค่าตัวคูณลดสำหรับแรงอัดมีค่าเท่ากับ 0.85

$P_n = A_g F_{cr}$

F_{cr} = หน่วยแรงอัดที่จุดวิกฤต พิจารณาจากค่า λ_c

$$\lambda_c = \frac{KL}{r\pi}\sqrt{\frac{F_y}{E}} \tag{2.72}$$

2.2.1 สำหรับเสาในช่วงอินอีลาสติค $\lambda_c \leq 1.5$

$$F_{cr} = \left(0.658\right)^{\lambda_c^2} F_y \tag{2.73}$$

2.2.2 สำหรับเสาในช่วงอีลาสติค $\lambda_c > 1.5$

$$F_{cr} = \frac{0.877\,F_y}{\lambda_c^2} \tag{2.74}$$

2.3 อัตราส่วนความชะลูด

สำหรับองค์อาคารรับแรงดึงกำหนดให้มีอัตราส่วนความชะลูดไม่เกิน 300 และสำหรับองค์อาคารรับแรงอัดมีค่าไม่เกิน 200

2.4 การเปลี่ยนตำแหน่งที่ยอมให้

ค่าของการเปลี่ยนตำแหน่งสำหรับการออกแบบด้วยวิธีตัวคูณความต้านทานและน้ำหนักบรรทุก จะพิจารณาการยืดหรือหดตัวในแนวแกนสำหรับแต่ละองค์อาคาร เมื่อรับน้ำหนักกระทำภายใต้สภาพน้ำหนักบรรทุกใช้งาน (Service load) ดังสมการ

$$\Delta = \frac{PL}{A_g E} \tag{2.75}$$

โดยที่ Δ = การยืดหดในแนวแกนขององค์อาคาร

P = แรงในแนวแกนขององค์อาคารในสภาพน้ำหนักบรรทุกใช้งาน

การพิจารณาค่าการเปลี่ยนตำแหน่งรวมของการออกแบบตามข้อกำหนด AISC/LRFD 1994 เนื่องจากน้ำหนักภายนอกที่กระทำกับโครงสร้างมีการคูณค่าความปลอดภัยกับของน้ำหนักกระทำแต่ละชนิดดังสมการที่ (2.65) ถึง (2.68) ดังนั้นค่าการเปลี่ยนตำแหน่ง

ที่ใช้ในสมการที่ใช้ในการปรับขนาดขององค์อาคาร จึงใช้ค่าที่เป็นสัดส่วนกับน้ำหนักภายนอกที่กระทำในสภาพน้ำหนักบรรทุกใช้งาน โดยพิจารณาวิเคราะห์หาค่าการเปลี่ยนตำแหน่งเนื่องจากน้ำหนักบรรทุกใช้งาน หาค่าการเปลี่ยนตำแหน่งจากน้ำหนักบรรทุกคงที่ (u_D) น้ำหนักบรรทุกจร (u_L) และแรงลมกระทำ (u_W) นำมาหาค่าตัวคูณความปลอดภัยดังนี้

กรณีที่ 1 $$\alpha_1 = \frac{1.4u_D}{u_D} \tag{2.76}$$

กรณีที่ 2 $$\alpha_2 = \frac{1.2u_D + 1.6u_L}{u_D + u_L} \tag{2.77}$$

กรณีที่ 3 $$\alpha_3 = \frac{1.2u_D + 0.5u_L + 1.3u_W}{0.75(u_D + u_L + u_W)} \tag{2.78}$$

กรณีที่ 4 $$\alpha_4 = \frac{0.9u_D - 1.3u_W}{0.75(u_D - u_W)} \tag{2.79}$$

จึงได้ค่าตัวคูณ α_i ที่จะนำไปคูณกับค่าเปลี่ยนตำแหน่งที่ยอมให้ในสมการที่ (2.38) สำหรับการออกแบบตามข้อกำหนด AISC/LRFD 1994 ดังสมการ

$$A_i = \frac{\sqrt{p_i P_i}}{\alpha \cdot \delta_{alw} E} \sum_{j}^{n} L_j \sqrt{p_j P_j} \tag{2.80}$$

<u>สรุปขั้นตอนการวิเคราะห์และออกแบบด้วยวิธีงานสมมุติ</u>

1. เริ่มจากการป้อนข้อมูลที่ประกอบด้วย

1.1 ข้อมูลของข้อต่อ ประกอบด้วยจำนวนจุดต่อทั้งหมด ระยะของแต่ละจุดเทียบกับแกนอ้างอิงและมีจุดใดบ้างที่เป็นฐานรองรับ

1.2 ข้อมูลขององค์อาคาร ประกอบด้วยจำนวนขององค์อาคาร ความต่อเนื่องของแต่ละองค์อาคารที่อยู่ระหว่างจุดต่อ

1.3 ข้อมูลวัสดุ ประกอบด้วยชนิดของวัสดุ กลุ่มของวัสดุ มีองค์อาคารใดบ้างที่อยู่ในแต่ละกลุ่ม

1.4 ข้อมูลของน้ำหนักกระทำภายนอก มี 3 ชนิด คือ

1.4.1 น้ำหนักบรรทุกคงที่

1.4.2 น้ำหนักบรรทุกจร

1.4.3 น้ำหนักบรรทุกเนื่องจากแรงลม

2. หาพื้นที่หน้าตัดเริ่มแรกจากอัตราส่วนความชะลูดไม่เกินค่าที่กำหนด สำหรับชิ้นส่วนรับแรงดึง ได้ค่ารัศมีไจเรชันที่ต้องการ นำไปเปิดตารางเหล็กเพื่อหาค่าพื้นที่หน้าตัดที่มีค่ารัศมีไจเรชันที่มากกว่าหรือเท่ากับรัศมีไจเรชันที่ต้องการ

3. คำนวณค่าการเปลี่ยนตำแหน่งที่ยอมให้ ในกรณีที่ออกแบบด้วยวิธี AISC/LRFD 1994 คำนวณตัวคูณความปลอดภัยด้วยสมการที่ (2.76) ถึง (2.79) แล้วจึงนำไปคูณกับค่าการเปลี่ยนตำแหน่งที่ยอมให้

4. คำนวณน้ำหนักบรรทุกรวมทั้ง 4 กรณี และวิเคราะห์โครงสร้างด้วยการวิเคราะห์แบบไม่เชิงเส้นทางเรขาคณิตเพื่อหาแรงภายในและการเปลี่ยนตำแหน่งของโครงสร้าง

5. พิจารณาหาการเปลี่ยนตำแหน่งที่มากที่สุด รวมทั้งจุดต่อที่เกิดการเปลี่ยนตำแหน่งที่มากที่สุด นำแรง 1 หน่วยกระทำกับจุดต่อนั้นในทิศทางที่เกิดการเปลี่ยนตำแหน่งมากที่สุด กนั้นวิเคราะห์หาแรงภายในของโครงสร้างที่เกิดจากแรง 1 หน่วย โดยการวิเคราะห์แบบเชิงเส้น

6. นำหลักการของงานสมมุติมาปรับขนาดพื้นที่ตามสมการที่ (2.38) หรือ (2.47) ในกรณีที่เลือกใช้ชิ้นส่วนเป็นกลุ่ม

7. ตรวจสอบหน่วยแรงด้วยข้อกำหนด ในกรณีที่หน่วยแรงขององค์อาคารมีค่ามากกว่าหน่วยแรงที่ยอมให้ ปรับเพิ่มขนาดให้สอดคล้องกับหน่วยแรงขององค์อาคาร

8. ตรวจสอบการลู่เข้าสู่คำตอบด้วยสมการที่ (2.39) และ (2.40) ถ้ายังไม่สอดคล้องให้ทำตามขั้นตอนที่ 4-7 ใหม่ จนลู่เข้าสู่คำตอบ

9. หากรณีที่มีปริมาตรรวมมากที่สุดนับเป็นกรณีวิกฤต นำพื้นที่หน้าตัดของกรณีวิกฤตไปวิเคราะห์หาแรงภายในจากกรณีที่เหลือทั้ง 3 กรณี แล้วนำไปตรวจสอบหน่วยแรงตามข้อกำหนด ถ้าองค์อาคารใดมีหน่วยแรงไม่เพียงพอให้ปรับเพิ่มองค์อาคารนั้น จากนั้นนำพื้นที่หน้าตัดชุดใหม่ไปวิเคราะห์หาแรงภายในและนำไปตรวจสอบหน่วยแรงตามข้อกำหนดจนได้พื้นที่หน้าตัดที่มีกำลังสามารถรับแรงภายในได้ทุกกรณีของน้ำหนักกระทำ