

พฤติกรรมของแผ่นพื้นวงกลมบนตัวกลางชนิดโพโรอิลาสติกหลายชั้น

นายสุขเกษม ลลิตกุลธร



วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

ภาควิชาวิศวกรรมโยธา

บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ปีการศึกษา 2539

ISBN 974-635-781-6

ลิขสิทธิ์ของบัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

**BEHAVIOUR OF CIRCULAR ELASTIC PLATE ON
A MULTI-LAYERED POROELASTIC MEDIUM**

Mr. Sukkasem Lalitkulthorn

**A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Engineering
Department of Civil Engineering
Graduate School
Chulalongkorn University
Academic Year 1996
ISBN 974-635-781-6**

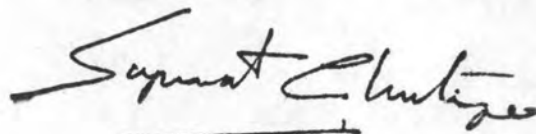
Thesis Title Behaviour of circular elastic plate on a multi-layered
poroelastic medium

By Mr. Sukkasem Lalitkulthorn

Department Civil Engineering

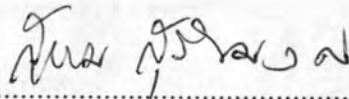
Thesis Advisor Dr. Teerapong Senjuntichai

Accepted by the Graduate School , Chulalongkorn University in Partial
Fulfillment of the Requirements for the Master's Degree

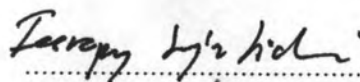


..... Dean of Graduate School
(Professor Supawat Chutivongse , M.D.)

Thesis Committee



..... Chairman
(Associate Professor Suthum Suriyamongkol , D.Eng.)



..... Thesis Advisor
(Teerapong Senjuntichai , Ph.D.)



..... Member
(Chadchart Sittipunt , Ph.D.)



พิมพ์ต้นฉบับบทคัดย่อวิทยานิพนธ์ภายในกรอบสี่เหลี่ยมนี้เพียงแผ่นเดียว

สุขเกษม ลลิตกุลธร : พฤติกรรมของแผ่นพื้นวงกลมบนตัวกลางชนิดโพโรอีลาสติกหลายชั้น

(BEHAVIOUR OF CIRCULAR ELASTIC PLATE ON A MULTI-LAYERED POROELASTIC

MEDIUM) อ. ที่ปรึกษา : คร. ชีรพงศ์ เสนจันทร์มิไชย , 76 หน้า . ISBN 974-635-781-6.

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้เกี่ยวข้องกับ การศึกษาพฤติกรรมการค้ำของแผ่นพื้นยึดหยุ่นวงกลมบนผิวของตัวกลางชนิดโพโรอีลาสติกหลายชั้น ซึ่งรับแรงกระทำแบบสมมาตรกับแนวแกนกึ่งกลางของแผ่นพื้น ผิวสัมผัสระหว่างแผ่นพื้นกับตัวกลางชนิดโพโรอีลาสติกหลายชั้นถูกสมมติว่าเรียบ และ ของเหลวสามารถไหลซึมผ่านได้ ตัวกลางที่พิจารณาประกอบด้วยวัสดุเป็นชั้นๆ ซึ่งวัสดุในแต่ละชั้นพิจารณาเป็นวัสดุชนิดโพโรอีลาสติกแบบเนื้อเดียว และมีพฤติกรรมตามทฤษฎีของโพโรอีลาสติก สมการแสดงการทรุดตัวของแผ่นพื้นถูกสมมติให้อยู่ในรูปของอนุกรมกำลังของฟังก์ชันในแนวรัศมีร่วมกับพจน์ที่เป็นค่าตอบเฉพาะของกรณีที่แผ่นพื้นรับแรงกระทำแบบจุดที่กึ่งกลางของแผ่นพื้น สมการพลังงานศักย์รวมของระบบหาได้จากหลักการประยุกต์ใช้วิธีสติเฟเนสมตริกซ์ , เทคนิคการแบ่งชิ้นส่วน รวมทั้งวิธีการแปรผัน ค่าตัวแปรในสมการแสดงการทรุดตัวของแผ่นพื้นสามารถหาค่าได้โดยใช้หลักการของพลังงานศักย์รวมต่ำสุด สุดท้ายพฤติกรรมของแผ่นพื้นสามารถทราบได้โดยการแทนค่าตัวแปรกลับเข้าไปในสมการแสดงการทรุดตัวของแผ่นพื้นที่ถูกสมมติขึ้น โปรแกรมที่ใช้ในการศึกษาตามขั้นตอนดังกล่าวได้ถูกพัฒนาขึ้น ผลลัพธ์จากการศึกษาได้ถูกตรวจสอบว่ามีความถูกต้องและผลกระทบเนื่องจากคุณสมบัติต่างๆของแผ่นพื้นและตัวกลาง ต่อพฤติกรรมการค้ำของแผ่นพื้น ได้ถูกแสดงไว้ในการศึกษาเช่นกัน

ภาควิชา วิศวกรรมโยธา
สาขาวิชา วิศวกรรมโยธา
ปีการศึกษา 2539

ลายมือชื่อนิสิต *D. Dohy*
ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา *Enk*
ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษาร่วม

C715334 : MAJOR CIVIL ENGINEERING

KEY WORD: AXISYMMETRIC LOADING / CIRCULAR PLATE / CONSOLIDATION / MULTI-LAYERED HALF-SPACE / POROELASTIC MATERIALS / SOIL - STRUCTURE INTERACTION / VARIATIONAL METHOD

SUKKASEM LALITKULTHORN : BEHAVIOUR OF CIRCULAR ELASTIC PLATE ON A MULTI-LAYERED POROELASTIC MEDIUM. THESIS ADVISOR : TEERAPONG SENJUNTICHAJ, Ph.D. 76 pp. ISBN 974-635-781-6.

The present study is concerned with the flexural behaviour of a circular elastic plate resting on the surface of a multi-layered poroelastic half-space subjected to axisymmetric loadings. The contact surface between the plate and the multi-layered half-space is assumed to be smooth and fully permeable. The half-space under consideration consists of a number of layers in which each layer is considered as a homogeneous poroelastic material and behaves according to Biot's theory. The displacement of the plate is represented by a power series of radial coordinates, together with a term corresponding to the particular solution of a centrally loaded circular plate. An application of the exact stiffness matrix scheme and the discretization technique combined with variational scheme is employed to formulate the total potential energy functional of the plate-layered half-space system. The generalized coordinates are determined through the minimization of a constraint energy functional. Finally, the flexural behaviour of the plate can be obtained by back substituting the generalized coordinates into the assumed displacement function. A computer program based on these methods is developed. The accuracy and numerical stability of the present solution scheme are verified. The influence of various parameters on the quasi-static behaviour of the plate is investigated and discussed.

ภาควิชา.....วิศวกรรมโยธา

ลายมือชื่อนิสิต..... *D. Sukkasem*

สาขาวิชา.....วิศวกรรมโยธา

ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา..... *Teerapong*

ปีการศึกษา..... 2539

ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษาร่วม.....

ACKNOWLEDGEMENTS

The author is greatly indebted to his advisor Dr. Teerapong Senjuntichai ,for his continuous guidance suggestions, encouragement and help which makes this thesis possible. He would also like to express his profound gratitude to Associate Professor Dr. Suthum Suriyamongkol as a chairman and Dr. Chadchart Sittipunt for serving as a member of the thesis committee.

Thanks are due to Professor Dr. R.K.N.D. Rajapakse at the University of Manitoba for his invaluable comment on this thesis. Acknowledgements are due to Mr. Somchai Ashawanuntakul and the directors of Asian Engineering Consultants Corp., Ltd. for their invaluable help through out the computer analysis works. Further thanks are made to anyone, unnamed here, who directly or indirectly has helped in the successful completion of his thesis.

Finally, a special debt of gratitude is offered to author's parents and relatives for the many sacrifices they have made to pursue his educational objectives.

Sukkasem Lalitkulthorn

CONTENTS

Title Page (Thai).....	i
Title Page (English).....	ii
Thesis Approval.....	iii
Abstract (Thai).....	iv
Abstract (English).....	v
Acknowledgements.....	vi
Contents.....	vii
List of Tables.....	ix
List of Figures.....	x
List of Symbols.....	xiii
Chapter I Introduction.....	1
1.1 General.....	1
1.2 Literature Reviews.....	2
1.3 Objectives and Scopes of Present Study.....	4
1.4 Basic Assumptions.....	4
Chapter II Theoretical Considerations.....	6
2.1 Basic Equations and General Solutions.....	6
2.2 Stiffness Matrices and Influence Functions.....	10
2.3 Variational Formulation for Interaction Problem.....	14
2.3.1 Strain Energy of Circular Elastic Plate.....	14
2.3.2 Boundary Conditions for Circular Elastic Plate.....	16

2.3.3 Strain Energy of Multi-Layered Poroelastic Half-Space..	17
2.3.4 Total Potential Energy of Plate-Layered Half-Space System.....	19
Chapter III Numerical Solution Scheme.....	23
3.1 Numerical Inversion of Laplace-Hankel Integral Transforms	23
3.2 Numerical Solution Procedure	24
Chapter IV Numerical Results and Discussion.....	26
4.1 Convergence and Accuracy of Present Solution Scheme.....	26
4.2 Quasi-Static Behaviour of Circular Plate on Multi-Layered Poroelastic Half-Space.....	28
4.2.1 Centrally Loaded Circular Plate.....	29
(a) Influence of Relative Rigidity of Plate.....	29
(b) Influence of Drained and Undrained Poisson's Ratios.....	30
(c) Influence of Layer of Permeability.....	31
(d) Influence of Layer Thickness.....	32
(e) Contact Stress Profile.....	32
4.2.2 Uniformly Loaded Circular Plate.....	33
Chapter V Conclusions and Recommendation.....	62
5.1 Conclusions.....	62
5.2 Recommendation.....	63
References.....	64
Appendix A	68
Appendix B	70
Biography.....	76

LIST OF TABLES

Table	Page
4.1 Convergence and comparison of nondimensional displacements of centrally loaded circular rigid plate on homogeneous poroelastic half-space for different values of ξ_L	35
4.2 Convergence and comparison of solutions with N and M for a uniformly loaded circular elastic plate on poroelastic layer with rigid base.....	36
4.3 Convergence of solution with penalty number for a centrally loaded plate on a multi-layered poroelastic half-space.....	37

LIST OF FIGURES

Figure	Page
1.1 Geometry of the problem considered in this study.....	5
2.1 A homogeneous poroelastic half-space.....	21
2.2 Unit vertical pressure acting over an annular region on the surface of a multi-layered poroelastic half-space.....	21
2.3 Model used in computation of strain energy of multi-layered poroelastic half-space.....	22
3.1 Numerical solution procedure.....	25
4.1 System considered in section 4.1.....	38
4.2 Comparison of nondimensional displacement of rigid plate on homogeneous poroelastic half-space between the present study and Yue & Selvadurai (1995).....	39
4.3 Comparison of contact stress of circular elastic plate resting on homogeneous elastic half-space.....	40
4.4 Circular elastic plate on multi-layered poroelastic half-space subjected to axisymmetric loadings considered in numerical study	41

Figure	Page
4.5 Time histories of nondimensional displacement at $r=0$ of centrally loaded plate on multi-layered poroelastic half-space for different Kr	42
4.6 Final deflected shape of centrally loaded elastic plate on multi-layered poroelastic half-space for different Kr	43
4.7 Final solutions for nondimensional moment of centrally loaded elastic plate on multi-layered poroelastic half-space for different Kr	44
4.8 Time histories of nondimensional displacement at $r=0$ of centrally loaded elastic plate on multi-layered poroelastic half-space for different $\nu^{(1)}$	45
4.9 Time histories of nondimensional moment at $r=0.5a$ of centrally loaded elastic plate on multi-layered poroelastic half-space for different $\nu^{(1)}$	46
4.10 Time histories of nondimensional displacement at $r=0$ of centrally loaded elastic plate on multi-layered poroelastic half-space for different $\nu_u^{(1)}$	47
4.11 Time histories of nondimensional moment at $r=0.5a$ of centrally loaded elastic plate on multi-layered poroelastic half-space for different $\nu_u^{(1)}$	48
4.12 Time histories of nondimensional displacement at $r=0$ of centrally loaded elastic plate on multi-layered poroelastic half-space for different $\kappa^{(1)}/\kappa^{(2)}$	49
4.13 Time histories of nondimensional moment at $r=0.5a$ of centrally loaded elastic plate on multi-layered poroelastic half-space for different $\kappa^{(1)}/\kappa^{(2)}$	50
4.14 Time histories of nondimensional displacement at $r=0$ of centrally loaded elastic plate on multi-layered poroelastic half-space for different h_1	51

Figure	Page
4.15 Time histories of nondimensional moment at $r=0.5a$ of centrally loaded elastic plate on multi-layered poroelastic half-space for different h_1	52
4.16 Contact stress of centrally loaded elastic plate on multi-layered poroelastic half-space for different Kr and t^*	53
4.17 Final deflected shape of uniformly loaded elastic plate on multi-layered poroelastic half-space for different Kr	55
4.18 Final solutions for nondimensional moment of uniformly loaded elastic plate on multi-layered poroelastic half-space for different Kr	56
4.19 Time histories of nondimensional displacement at $r=0$ of uniformly loaded elastic plate on multi-layered poroelastic half-space for different $\kappa^{(1)}/\kappa^{(2)}$	57
4.20 Time histories of nondimensional moment at $r=0.5a$ of uniformly loaded elastic plate on multi-layered poroelastic half-space for different $\kappa^{(1)}/\kappa^{(2)}$	58
4.21 Comparison of final deflected shape between centrally loaded plate and uniformly loaded plate for different Kr	59
4.22 Contact stress of uniformly loaded elastic plate on multi-layered poroelastic half-space for different Kr and t^*	60

LIST OF SYMBOLS

A_m, \dots, H_m	Arbitrary functions
a	Radius of circular elastic plate
B	Skempton's pore pressure coefficient
$c^{(n)}$	Consolidation coefficient for the n th layer
E_p	Modulus of elasticity of plate
$E_h^{(n)}$	Modulus of elasticity of the n th layer
$\mathbf{F}^{(n)}$	Generalized force vector for the n th layer
i, j, k, m, n	Running Indices
J_m	Bessel function of the first kind of order m th
$\mathbf{K}^{(n)}$	Stiffness matrix for the n th layer
$M_r(r, t)$	Bending moment of the plate per unit length along circumferential section
$\bar{M}_r(r, s)$	Laplace transform of $M_r(r, t)$
$P_0(t)$	Central vertical force acting on the plate
$\bar{P}_0(s)$	Laplace transform of $P_0(t)$
p	Excess pore fluid pressure
$Q(r, t)$	Shear force per unit length along circumferential section
$\bar{Q}(r, s)$	Laplace transform of $Q(r, t)$
r	Radial coordinate
s	Laplace transform parameter
$\mathbf{T}^{(n)}$	Vector of generalized tractions and fluid flow for the n th layer
$T_{im}^{(n)}$	Tractions in the i -direction at the n th interface corresponding to the m th harmonic
t	Time variable
t_p	Thickness of plate

$\mathbf{U}^{(n)}$	Generalized displacement vector for the n th layer
U_h	Strain energy of multi-layered poroelastic half-space
U_p	Strain energy of circular elastic plate
u_i	Average displacement of solid matrix in the i - direction
$w(r,t)$	Displacement of circular elastic plate
$\bar{w}(r,s)$	Laplace transform of $w(r,t)$
z	Vertical coordinate
$\alpha_n(t)$	Generalized coordinates
$\bar{\alpha}_n(s)$	Laplace transform of $\alpha_n(t)$
δ_{ij}	Kronecker delta
ε	Dilatation of solid matrix
ε_{ij}	Strain component of solid matrix
$\kappa^{(n)}$	Permeability for the n th layer
λ	Penalty number
$\mu^{(n)}$	Shear modulus of poroelastic material for the n th layer
$\nu^{(n)}$	Drained Poisson's ratio for the n th layer
ν_p	Poisson's ratio of plate
$\nu_u^{(n)}$	Undrained Poisson's ratio for the n th layer
θ	Circumferential coordinate
σ_{ij}	Stress component of bulk material
ξ	Hankel transform parameter
ζ	The variation of fluid volume per unit reference volume