

บรรณานุกรม

ภาษาไทย

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, คณะบัลเล็ทวิทยาลัย, แผนกโสตทัศนศึกษา, เอกสารประกอบการเรียน
วิชา Seminar in A - V Communication, (15 มีนาคม 2511),

หน้า 68 - 69

ประสงค์, กรมอุตสาหกรรม, สถิติศาสตร์ประยุกต์สำหรับครู, พระนคร ไทยวัฒนาพานิช, 2513

วิชา, กรม. แบบเรียนสำเร็จรูป "A programed text book" พระนคร :
 โรงพิมพ์คุรุสภา, 2512

ศึกษาธิการ, กระทรวง. บทคัดย่องานวิจัยทางการศึกษา, พระนคร โรงพิมพ์คุรุสภา, 2513.

อุดม มุ่งเกษม " การทดลองใช้เครื่องสอนประกอบการสอนวิชาภาษาอังกฤษในระดับชั้นมัธยม
 ศึกษปีที่ 7 " ปรินซ์ยูนิฟรอม์ วิทยาลัยวิชาการศึกษาประสานมิตร, นิตสารศึกษา
 2513

ภาษาอังกฤษ

Atkinson, Norman J. Modern Teaching Aids. London: MacLaren and Son
 Ltd., 1967.

Brown Jr., Robert O. " A Comparison Test of Test Scores of Student
 Using Programed Instruction Materials." The Research on Programed
Instruction, Washington: U.S. Government Printing Office, 1964.

Carpenter, C.R. and Fillmer, H.T. " A Comparison of Teaching Machines and
 Programed Text in the Teaching of Algebra I. " AV Communication
Review, 15 (Summer 1967), 192 - 193.

Dale, Edgar. Audio-Visual Methods in Teaching. New York: Holt, Rinehart &
 Winston Inc., 1962.

- Deterline, William A. An Introduction to Programed Instruction. New Jersey: Prentice Hall, 1962.
- Dessart, Donald Joseph. " A Study of Programed Learning with Superior Eight Grade Students." AV Communication Review. 14 (Fall 1966), 53-57.
- Filep, Robert T. Prospective in Programming. New York: The Macmillan Company, 1963.
- Fry, Edward B. Teaching Machine and Programed Instruction. New York: McGraw-Hill Book Company, Inc., 1963.
- Garrett, Henry B., Pesting for Teacher. New York: American Book Co., 1959.
- Greetsinger, Cavin. " An Experimental Study of Programed Instruction in Division of Fraction ". AV Communication Review. 16 (Spring 1968), 87-90.
- Lamb, R.T.B. Aids to Modern Teaching. New York: Pitman Press, 1967.
- Leith, G.O.M., " Teaching by Machinery: A Review of Research " AV Communication Review, 14 (Summer 1966), 275.
- Lysaught, Jerome P. " Predicting Individual Success in Programming Self-Instruction Materials." AV Communication Review. 18 (Spring 1970), 58-62.
- Meadowcroft, B.A. " Comparison of Two Methods of Using Programed Learning." AV Communication Review. 15 (Summer 1967), 186.

Randolph, Paul H. " An Experiment in Programed Instruction in Junior High School." AV Communication Review, 13 (Winter 1965), 449.

Saettler, Paul. A History of Instructional Technology. New York : McGraw-Hill Book Company, 1968.

Stolurow, Lawrence M. Teaching by Machine Cooperative Research. Washington: United State Government Printing Office, 1961.

הצגת

ภาคผนวก
แบบเรียนสำเร็จรูป

เรื่อง นิพจน์พีชคณิต (Algebraic Expressions)

การเขียนพีชคณิต นักเรียนจะต้องมีความชำนาญในการเปลี่ยนภาษาพูด (หรือภาษาหนังสือ) ให้เป็นภาษาคณิตศาสตร์ที่ใช้สัญลักษณ์ ซึ่งมีความหมายอย่างเดียวกัน เช่น

ภาษาพูด	สัญลักษณ์ในคณิตศาสตร์	
1. ผลบวกของ a และ b	$a + b$	
2. หักเท่าของผลคูณของ p และ q	$6 pq$	
3. ผลบวกของ x และ y	$x + y$
4. ผลบวกของ 3 m และ 2	$3m + 2$
5. ผลบวกของ a, b และ c	$a+b+c$
6. ผลต่างของ x และ y	$x-y$ หรือ $y-x$
7. ผลต่างของ 2 p และ 3 q	$2p-3q$ หรือ $3q-2p$
8. สองเท่าของ a หักออกเสีย b	$2a-b$
9. ผลคูณของ a และ b	ab
10. ผลคูณของ 2a และ b	$2ab$	
ผลคูณของ x และ 3y	$3 xy$
11. ผลคูณของ $3x^2$ และ 2 y	$6 x^2y$
12. ผลคูณของ 4 R และ $3 Q^2$	$12 RQ^2$ หรือ $12Q^2R$
13. a หารด้วย b	$\frac{a}{b}$ $a \div b$
14. เศษหนึ่งส่วนสองของผลคูณของ p และ x	$\frac{1}{2} px$
15. เศษหนึ่งส่วนสามของผลบวกของ a และ b	$\frac{1}{3} (...)$	$\frac{1}{3} (a+b)$
16. สองเท่าของผลต่างของ x และ y	$2(x-y)$ หรือ $2(y-x)$
17. เศษหนึ่งส่วนห้าของผลบวกของ x^2 และ y^2	$\frac{1}{5} (x^2+y^2)$

18. ข้อความที่อยู่ในรูปสัญลักษณ์ข้างที่ปรากฏใน
ค่าตอบของข้อต้น ๆ ของหนังสือเรียกว่า นิพจน์
ดังนั้น a , ab , $x-2y$, p^2q+y ต่างก็เป็นนิพจน์

19. y , $ax - b$, $a^2b + x^2y$ ต่างก็เป็น.....

นิพจน์

20. นิพจน์อาจประกอบด้วยพจน์เดียว สองพจน์
หรือมากกว่าสองพจน์ก็ได้

a เป็นนิพจน์ซึ่งมี 1 พจน์

แต่ $a + b$ เป็นนิพจน์ซึ่งมี 2 พจน์ คือ

a พจน์หนึ่งและ b อีกพจน์หนึ่ง

21. x เป็นนิพจน์ซึ่งมี.....พจน์

1

$x+y$ เป็นนิพจน์ซึ่งมี.....พจน์

2

และ $x + y + z$ เป็นนิพจน์ซึ่งมี.....พจน์

3

22. ab หมายความว่า $a \times b$
 ab เป็นนิพจน์ซึ่งมี 1 พจน์
23. pq^2r เป็นนิพจน์ซึ่งมี.....พจน์ 1
24. $-ab^2$ เป็นนิพจน์ซึ่งมี.....พจน์ 1
25. ab เป็นนิพจน์ซึ่งมี.....พจน์ 1
 แต่ $ab + c$ เป็นนิพจน์ซึ่งมี.....พจน์ 2
 คือ ab พจน์หนึ่ง และ.....อีกพจน์หนึ่ง 0
26. $2a + 3b$ เป็นนิพจน์ซึ่งมี.....พจน์ 2
 พจน์หนึ่งคือ $2a$ อีกพจน์หนึ่งคือ..... 3b
27. $4xy + z$ เป็นนิพจน์ซึ่งมี.....พจน์ 2
 คือ.....และ..... 4 xy, z
28. $8ad - 2c = 8ad + (-2c)$ เป็นนิพจน์ซึ่งมี.....พจน์ 2
 คือ.....และ $-2c$ 8ad
29. $-5a - b = -5a + (-b)$ เป็นนิพจน์ซึ่งมี.....พจน์ 2
 คือ $-5a$ และ..... -b

30. $2q - r = 2q + (-r)$ เป็นนิพจน์ซึ่งมี.....พจน์
คือ.....และ.....
31. $-7rt - 9p^2q$ เป็นนิพจน์ซึ่งมี 2.....
คือ.....และ.....
32. $8m - 5ab + 7b^2$ เป็น.....ซึ่งมี.....พจน์
คือ.....,.....,.....
33. $x - 2xy + y$ เป็น.....ซึ่งมี.....พจน์
คือ.....
34. $a^3 - \frac{1}{2}a^2b + \frac{2}{3}ab^2 - b^3$ เป็น.....ซึ่งมี 4 พจน์
คือ.....

2

 $2q, -r$

พจน์

 $-7rt, -9p^2q$

นิพจน์, 3

 $8m, -5ab, 7b^2$

นิพจน์, 3

 $x, -2xy, y$

นิพจน์

 $a^3, -\frac{1}{2}a^2b, \frac{2}{3}ab^2, -b^3$

สรุป

- $2ab^2$ เป็นนิพจน์ซึ่งมี 1 พจน์
 $2a + 3b^2$ เป็นนิพจน์ซึ่งมี 2 พจน์ คือ $2a$ และ $3b^2$
 $2a - 3b^2$ เป็นนิพจน์ซึ่งมี 2 พจน์ คือ $2a$ และ $-3b^2$

การรวมนิพจน์

1. $2a$ มี 2 และ.....เป็นตัวประกอบ a
เราเรียก 2 ว่า สัมประสิทธิ์ของ a
2. $5a$ มี.....และ.....เป็นตัวประกอบ 5, a
เราเรียก.....ว่าสัมประสิทธิ์ของ a 5
3. $2a$ และ $5a$ ต่างก็มี a เป็น..... ตัวประกอบ
 $2a$ มี.....เป็นสัมประสิทธิ์ 2
 $5a$ มี.....เป็นสัมประสิทธิ์ 5
เราเรียก $2a$ และ $5a$ ว่า พจน์เหมือน (Like Terms)
4. พจน์เหมือน คือ พจน์ซึ่งมีตัวประกอบ
ที่ไม่ใช่สัมประสิทธิ์ เหมือนกัน เป็น
 $7b$ กับ $12b$ เป็นพจน์เหมือนหรือไม่.....
5. ทั้ง $2a^2b$ และ $9a^2b$ ต่างก็มี a^2b เป็นตัวประกอบ
ดังนั้น $2a^2b$ และ $9a^2b$
เป็นพจน์.....(เหมือน, ไม่เหมือน) เหมือน

6. $2a^2b$ มี a^2b เป็นตัวประกอบ

ที่ไม่ใช่สัมประสิทธิ์

$3ab$ มี ab เป็นตัวประกอบ

ที่ไม่ใช่สัมประสิทธิ์

เราเรียก $2a^2b$ และ $3ab$ ว่า

พจน์ไม่เหมือน (Unlike Terms)

7. $2x^2$ และ $2x^5$ เป็นพจน์.....(เหมือน, ไม่เหมือน)

ไม่เหมือน

เพราะ $2x^2$ มี.....เป็นตัวประกอบที่ไม่ใช่สัมประสิทธิ์

x^2

แต่ $2x^5$ มี.....เป็นตัวประกอบที่ไม่ใช่สัมประสิทธิ์

x^5

พจน์ต่าง ๆ ในข้อต่อไปนี้เป็นพจน์เหมือน

หรือพจน์ไม่เหมือน

8. x, x^2 เป็น.....

พจน์ไม่เหมือน

9. $2xy, 2pq$ เป็น.....

พจน์ไม่เหมือน

10. $2a, -3ab$ เป็น.....

พจน์ไม่เหมือน

11. $7a^2bc, -5a^2bc$ เป็น.....

พจน์เหมือน

12. $a^3, 2a$ เป็น.....

พจน์ไม่เหมือน

13. $6x^3y^2, 2x^3y^2$ เป็น.....

พจน์เหมือน

14. กฎการกระจายกล่าวไว้
 $ab + ac = a (\dots + \dots)$ $a(b+c)$
15. $2a + 3a = a(2+3) = 5a$
 $5x + 2x = x (5 + \dots)$ 2
 $= \dots$ 7x
 (ผลลัพธ์)
16. $2x^2 + 3x^2 = \dots(2+3)$ x^2
 $= \dots$ $5x^2$
 (ผลลัพธ์)
17. $8a^2b + 7a^2b = a^2b(\dots + \dots)$ $a^2b(8+7)$
 $= \dots$ $15 a^2b$
 (ผลลัพธ์)
18. $11 pq + 20 pq = \dots$ 31 pq
 (ผลลัพธ์)
19. $7 x^2 + x^2 = \dots$ $8x^2$
 (ผลลัพธ์)
20. $16 y^3 + y^3 = \dots$ $17 y^3$
 (ผลลัพธ์)

$$21. \quad 8a^2x^3 + 2a^2x^3 = \dots\dots\dots$$

(ผลสัมพัทธ์)

$$10a^2x^3$$

$$22. \quad 2a^2 + 3a^2 + 5a^2 = \dots\dots\dots$$

(ผลสัมพัทธ์)

$$10a^2$$

$$23. \quad 5x - 2x = x(5 - 2) = 3x$$

ดังนั้น $7a - 3a = a(7 - 3)$

$$= \dots\dots\dots$$

(ผลสัมพัทธ์)

$$4a$$

$$24. \quad 6x^2 - 2x^2 = x^2(\dots\dots\dots - \dots\dots\dots)$$

$$= \dots\dots\dots$$

(ผลสัมพัทธ์)

$$x^2(6 - 2)$$

$$4x^2$$

$$25. \quad 9y^2 - 4y^2 = \dots\dots\dots$$

(ผลสัมพัทธ์)

$$5y^2$$

$$26. \quad 4y^2 - 9y^2 = \dots\dots\dots$$

(ผลสัมพัทธ์)

$$-5y^2$$

$$27. \quad 9a + 3a - 5a = a(9 + 3 - 5)$$

$$= \dots\dots\dots$$

(ผลสัมพัทธ์)

$$7a$$

$$28. \quad 2x + x - 7x = x(2 + 1 - 7)$$

$$= \dots\dots\dots$$

(ผลลัพธ์)

$$-4x$$

$$29. \quad 3b^2 - 7b^2 + 5b^2 = b^2(3-7+5)$$

$$= \dots\dots\dots$$

(ผลลัพธ์)

$$b^2$$

$$30. \quad y^3 - 5y^3 + 8y^3 = \dots\dots\dots$$

(ผลลัพธ์)

$$4y^3$$

$$31. \quad -a^2 - 3a^2 - 7a^2 = \dots\dots\dots$$

(ผลลัพธ์)

$$-11a^2$$

$$32. \quad 7p^2q - 2p^2q - 8p^2q \dots\dots\dots$$

$$-3p^2q$$

$$33. \quad -11ab^2 - 2ab^2 + 15ab^2 = \dots\dots\dots$$

$$2ab^2$$

$$34. \quad 2a + 3a - 5a + 7a = \dots\dots\dots$$

$$7a$$

$$35. \quad 6x^2 - 7x^2 + 5x^2 - 10x^2 = \dots\dots\dots$$

$$-6x^2$$

36. พจน์ เหมือน หลาย ๆ พจน์รวมกันเป็น
พจน์เดียวได้โดยใช้กฎการกระจาย

$$37. \quad 3a + a + 5b = a(3+1) + 5b$$

$$= 4a + 5b$$

เราไม่สามารถใช้กฎการกระจายเพื่อทำ
 $4a + 5b$ ให้เป็นพจน์เดียวได้
 พจน์ไม่เหมือนรวมกันเป็นพจน์เดียวไม่ได้

38. $8x + 2x + 5y = (8x + 2x) + 5y$
 $= \dots + \dots$ 10x+5y
39. $2y^2 + y^2 + 7y = (2y^2 + y^2) + \dots$ 7y
 $= \dots + \dots$ $3y^2 + 7y$
40. $7a + 2a + 3b = \dots$ 9a+3b
 (ผลลัพธ์)
41. $3x - x + 8y = \dots$ 2x+8y
42. $7p + 3q + 2p = \dots$ 9p+3q
43. $8x^2y - 3xy^2 - 4x^2y = \dots$ $4x^2y - 3xy^2$
44. $10a^3b - 7ab - 12a^3b = \dots$ $-7ab - 2a^3b$
45. $a^2 + 3b$ รวมกับ $3a^2 + 5b$ เขียนได้ว่า
 $(a^2 + 3b) + (3a^2 + 5b)$
 $= a^2 + 3b + 3a^2 + 5b$
 $= (a^2 + 3a^2) + (3b + 5b)$ โดยกฎการรวมหมู่
 $= 4a^2 + \dots$ 8b
46. $(6x^3 + 3y^3) + (2x^3 + 7y^3)$
 $= (6x^3 + 2x^3) + (3y^3 + 7y^3)$
 $= \dots x^3 + \dots y^3$ $8x^3 + 10y^3$
47. $(15pq^2 + 18p^2q) + (2q^2 + 5p^2q)$
 $= (15pq^2 + pq^2) + (18p^2q + 5p^2q)$
 $= \dots + \dots$ $16pq^2 + 23p^2q$

48. $(7ab+cd) + (2ab + 5cd) = \dots\dots\dots$
 (ผลลัพธ์)
49. $(8x^2+3y^2) + (2x^2+5y^2) = \dots\dots\dots$
50. $(12a^2b+5a^3) + (a^2b-2a^3)$
 $= (12a^2b+a^2b) + (5a^3-2a^3)$
 $= \dots\dots\dots + \dots\dots\dots$
51. $(8p^2+9q^2) + (2p^2-5q^2) = \dots\dots\dots$
 (ผลลัพธ์)
52. $(6a^3+2b) + (2a^3-7b) = \dots\dots\dots$
53. $(8x^2-3y^2) + (2x^2-5y^2) = \dots\dots\dots$
54. $(7pq -rs) + (-5pq +3rs) = \dots\dots\dots$
55. $(2x^2-x) + (-7x^2-3x) = \dots\dots\dots$
56. $(5y^3-8y^2) + (2y^3-12y^2) = \dots\dots\dots$
57. $(x^2+2x+3) + (2x^2+x+7) = \dots\dots\dots$
58. $(2a^2+3ab +b^2) + (a^2-5ab + 3b^2)$
 $= \dots\dots\dots$
59. $(2y^3+5y^2-y) + (y^3-5y^2+5y)$
 $= \dots\dots\dots$
- 9ab+6cd
- 10x²+8y²
- 13a²b+3a³
- 10p²+ 4q²
- 8a³-5b
- 10x²-8y²
- 2pq+2rs
- 5x²-4x
- 7y³-20y²
- 3x²+3x+10
- 3a²-2ab+4b²
- 3y³+4y

60. $(a^2+3b) + (3a^2+5b)$ อาจเขียนได้ว่า

$$\begin{array}{r} a^2 + 3b \\ 3a^2 + 5b \\ \hline 4a^2 + 8b \end{array}$$

จงสังเกตว่าเราเขียนพจน์เหมือนไว้ตรง
กันเพื่อความสะดวกในการบวก

61. ดังนั้น $(6x^3+3y^3) + (2x^3+7y^3)$

อาจเขียนได้ว่า

$$\begin{array}{r} 6x^3 + 3y^3 \\ 2x^3 + 7y^3 \\ \hline \hline \end{array}$$

$$8x^3+10y^3$$

62. $15pq^2 + 18p^2q$

$$\begin{array}{r} pq^2 + 5p^2q \\ \hline \hline \end{array}$$

$$16pq^2+23p^2q$$

63. $(7ab-cd) + (3cd-5ab)$

วิธีตั้งบวก

$$\begin{array}{r} 7ab - cd \\ -5ab + \dots \\ \hline \hline \end{array}$$

$$3cd$$

$$2ab + 2cd$$

$$64. \quad (-c^2-d^2) + (2c^2-d^2)$$

วิธีตั้งบวก

$$\begin{array}{r} -c^2 - d^2 \\ \dots\dots - d^2 + \\ \hline \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2c^2 \\ c^2 - 2d^2 \end{array}$$

$$65. \quad (ax-y^2) + (2y^2+2ax)$$

วิธีตั้งบวก

$$\begin{array}{r} ax - y^2 \\ + \\ \hline \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2ax+2y^2 \\ 3ax+y^2 \end{array}$$

$$66. \quad (x^2+2x+3) + (7-5x+2x^2)$$

วิธีตั้งบวก

$$\begin{array}{r} x^2+2x+3 \\ 2x^2 \dots\dots + \\ \hline \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2x^2-5x+7 \\ 3x^2-3x+10 \end{array}$$

$$67. \quad \begin{array}{r} 5a^3+12a^2b - 9ab^2 - b^3 \\ -3a^3 - 7a^2b + 9ab^2 - 2b^3 + \\ \hline \hline \end{array}$$

$$2a^3+5a^2b-3b^3$$

$$68. \quad \begin{array}{r} -x^3+5x^2+3x - 7 \\ x^3-2x^2-3x + 5 \\ \hline \hline \end{array}$$

$$3x^2-2$$

$$69. (a^3 - 7a^2 - 5a + 2) + (2a^3 + 1 - 2a)$$

วิธีตั้งบวก

$$\begin{array}{r} a^3 - 7a^2 - 5a + 2 \\ + \\ 2a^3 - 2a - 1 \\ \hline 3a^3 - 7a^2 - 7a + 1 \end{array}$$

$$3a^3 - 7a^2 - 7a + 1$$

จงหาผลลัพธ์โดยวิธีตั้งบวก

$$70. (p^3 - p^2x - 6) + (9 - 8p^2x)$$

$$\begin{array}{r} p^3 - p^2x - 6 \\ + \\ - 8p^2x + 9 \\ \hline p^3 - 9p^2x + 3 \end{array}$$

$$71. (-y^3 - 4y^2 + 5y - 10) +$$

$$(3y^3 - 8 - 2y)$$

$$\begin{array}{r} -y^3 - 4y^2 + 5y - 10 \\ + \\ 3y^3 - 2y - 8 \\ \hline 2y^3 - 4y^2 + 3y - 18 \end{array}$$

$$72. (x^2 - 8ax + 5a^2) +$$

$$(3x^2 + 2ax - 3a^2) +$$

$$(4ax - 6a^2 - x^2)$$

$$\begin{array}{r} x^2 - 8ax + 5a^2 \\ + \\ 3x^2 + 2ax - 3a^2 \\ + \\ -x^2 + 4ax - 6a^2 \\ \hline 3x^2 - 2ax - 4a^2 \end{array}$$

$$73. (3a^3 + 12a^2b - 9ab^2 - 18b^3) + \\ (3ab^2 - 5b^3 - a^3) + (7b^3 + 3a^2b - 2ab^2)$$

$$\begin{array}{r} 3a^3 + 12a^2b - 9ab^2 - 18b^3 \\ -a^3 \quad \quad + 3ab^2 - 5b^3 \quad + \\ \hline \quad \quad 3a^2b - 2ab^2 + 7b^3 \\ \hline \underline{\underline{2a^3 + 15a^2b - 8ab^2 - 16b^3}} \end{array}$$

$$74. 5x - 2x = 5x + (-2x) = 3x$$

$$a - b = a + (-b)$$

$$x - y = x + (\dots\dots)$$

-y

$$75. p - 2q = p + (\dots\dots\dots)$$

-2q

การลบด้วย $2q$ ก็เหมือนกับการบวก
ด้วย $(-2q)$ นั่นเอง หรือจะกล่าวว่าการ
ลบก็คือการ เปลี่ยนเครื่องหมายของนิพจน์ตัวลบ
แล้วนำไปบวกกับนิพจน์ตัวตั้ง

76. ในกรณีที่มีพจน์ตัวลบเป็นหลายพจน์
ต้องเปลี่ยนเครื่องหมายของนิพจน์ตัวลบ
ทุกพจน์เป็นเครื่องหมายตรงข้ามแล้วนำไป
ไปบวกกับนิพจน์ตัวตั้ง เป็นพจน์ ๆ ไป

$$77. \quad 2a-(b+c) = 2a+(-b) + (-c)$$

เรานิยมเขียน $2a+(-b)+(-c)$

$$\text{ว่า } 2a-b-c$$

$$\text{ดังนั้น } 2a-(b+c) = 2a-b-c$$

$$78. \quad 3x - (x+3) = 3x - x - 3$$

$$= \dots\dots\dots$$

(รวมพจน์เหมือน)

$$2x - 3$$

$$79. \quad 2y - (5y-8) = 2y - 5y + 8$$

$$= \dots\dots\dots$$

(รวมพจน์เหมือน)

$$-3y+8$$

$$80. \quad 2b - (a+b) = 2b+(-a)+(-b)$$

$$= 2b - \dots - \dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

(รวมพจน์เหมือน)

$$2b-a-b$$

$$-a+b$$

$$81. \quad (3x+4) - (x+3)$$

$$= 3x+4 - \dots - \dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

(ผลลัพธ์)

$$3x+4-x-3$$

$$2x + 1$$

$$82. \quad (8a + 3b) - (5a+2b)$$

$$= 8a + 3b - \dots - \dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

(ผลลัพธ์)

$$8a+3b-5a-2b$$

$$3a+b$$

83. $(11y^2-8) - (6y^2-5)$
 $= 11y^2-8-6y^2+5$
 $= \dots\dots\dots$
 (ผลลัพธ์)
84. $(5a^2-4a)-(2a^2+3a)$
 $= \dots\dots\dots$
85. $(4x+3) - (3x-2) = \dots\dots\dots$
 (ผลลัพธ์)
86. $(2y-3)-(5y-2) = \dots\dots\dots$
87. $(8x^3-9) - (4x^3+5) = \dots\dots\dots$
88. $(3x^2-2x-1) - (x^2-x+3)$
 $= \dots\dots\dots$
89. $(16y^2+5y-9) - (7y^2-2y-3)$
 $= \dots\dots\dots$
90. $(5a^2-6ab+3b^2)-(7a^2-4ab+9b^2)$
 $= \dots\dots\dots$
91. $(5x^2+3x-2) - (5x^2+5x-8)$
 $= \dots\dots\dots$

$5y^2-3$

$3a^2-7a$

$x+5$

$-3y-1$

$4x^3-14$

$2x^2-x-4$

$9y^2+7y-6$

$-2a^2-2ab-6b^2$

$-2x+6$

92. $(7a^2-4a-5)-(3a+2)=\dots\dots$ $7a^2-7a-7$
93. $(11t^2-7t+8)-(8t^2-7t+8)=\dots\dots$ $3t^2$
94. $(8a^3-9y^3)-(2a^3-7a^2y+5y^3)=\dots\dots\dots$ $6a^3+7a^2y-14y^3$
95. $8pq-(2p^2+8pq+q^2-7) = \dots\dots\dots$ $-2p^2-q^2+7$

96. $(3a-2b)-(2a+5b) = 3a-2b-2a-5b$
 $= a-7b$

วิธีตั้งลบ

วิธีคิด

$3a - 2b$	ตัวตั้ง	$3a-2b$	ตัวตั้ง
$\underline{- 2a + 5b}$	ลบ	$\underline{-2a-5b}$	บวก
	ตัวลบ		จำนวนตรงข้ามกับตัวลบ

$a - 7b$

$a - 7b$

97. ในการตั้งลบ เรานำจำนวนตรงกัน
 ข้ามกับนิพจน์ตัวลบไปบวกกับนิพจน์ตัว
 ตั้ง โดยเขียนพจน์เหมือนให้ตรงกัน

98. $(3x+4) - (x+3)$

วิธีตั้งลบ

วิธีคิด

$3x + 4$	ตัวตั้ง	$3x+4$	ตัวตั้ง
$\underline{- x + 3}$	ลบ	$\underline{-x-3}$	บวก
	ตัวลบ		จำนวนตรงข้ามกับตัวลบ

$2x+1$

99. $(6x^3+7y^3)-(2x^3+3y^3)$

วิธีตั้งลบ

$6x^3 + 7y^3$

$\underline{2x^3 + 3y^3}$

วิธีคิด

$6x^3 + 7y^3$

$\underline{-2x^3 - 3y^3}$

$4x^3 + 4y^3$

100. $(15px^2+3p^2x)-(-8px^2-7p^2x)$

วิธีตั้งลบ

$15px^2 + 3p^2x$

$\underline{-8px^2 - 7p^2x}$

วิธีคิด

$15px^2 + 3p^2x$

$\underline{8px^2 + 7p^2x}$

$23px^2 + 10p^2x$

101. $(a+3b) - (a-b)$

วิธีตั้งลบ

$a + 3b$

$\underline{a - b}$

ตอบไปนั่งหาผลลัพท์โดยวิธีตั้งลบ

4b

102. $(7ab-cd)-(5ab+3cd)$

$7ab - cd$

$\underline{5ab + 3cd}$

$\underline{2ab - 4cd}$

103. $(y^2-11y+5) - (8y^2-6y-3)$

$y^2 - 11y + 5$

$\underline{8y^2 - 6y - 3}$

$\underline{-7y^2 - 5y + 8}$

104. $(a^3 - 7a^2 - 5a + 2) - (3a^2 + 2a^3 - 2a - 1)$

$$\begin{array}{r} a^3 - 7a^2 - 5a + 2 \\ 2a^3 + 3a^2 - 2a - 1 \\ \hline -a^3 - 10a^2 - 3a + 3 \end{array}$$

105. $(5a^3 - 9ab^2 + 12a^2b - b^3) - (5a^2b - 3a^3 - 2b^3 - 9ab^2)$

$$\begin{array}{r} 5a^3 + 12a^2b - 9ab^2 - b^3 \\ -3a^3 + 5a^2b - 9ab^2 - 2b^3 \\ \hline 8a^3 + 7a^2b \qquad \qquad + b^3 \end{array}$$

106. $(x^3 - 3x + 5x^2 - 7) - (2x^2 + x^3 - 3x + 2)$

$$\begin{array}{r} x^3 + 5x^2 - 3x - 7 \\ x^3 + 2x^2 - 3x + 2 \\ \hline 3x^2 \qquad -9 \end{array}$$

107. $(p^3 - p^2x - 6) - (9 + 8p^2x)$



$$\begin{array}{r} p^3 - p^2x - 6 \\ 8p^2x + 9 \\ \hline p^3 - 9p^2x - 15 \end{array}$$

108. $(-y^3 - 4y^2 - 10 + 5y) - (8 + 3y^3 - 2y)$

$$\begin{array}{r} -y^3 - 4y^2 + 5y - 10 \\ 3y^3 \qquad - 2y + 8 \\ \hline -4y^3 - 4y^2 + 7y - 18 \end{array}$$

109. $(x^3 - x - 4) - (x^3 - x^2 + 1)$

$$\begin{array}{r} x^3 - x - 4 \\ x^3 - x^2 \qquad + 1 \\ \hline x^2 - x - 5 \end{array}$$

$$110. (2a^3-1)-(a^3-2a^2+a-2)$$

$$\begin{array}{r} 2a^3 \qquad \qquad \qquad -1 \\ a^3 - 2a^2 + a \quad -2 \\ \hline a^3 + 2a^2 - a \quad +1 \end{array}$$

สรุป

1. พจน์เหมือน คือ พจน์ที่มีตัวประกอบสิ่งไม่เท่าสัมประสิทธิ์เหมือนกัน เช่น $2a^2b$ และ $-5a^2b$ เป็นพจน์เหมือน แต่ ab และ $-2a^2b$ ไม่ใช่พจน์เหมือน
2. พจน์เหมือนรวมกันได้โดยนำสัมประสิทธิ์มารวมกัน เช่น $2a^2b - a^2b = (2-1)a^2b = a^2b$
3. การบวกพจน์ทำได้โดยนำพจน์เหมือนกันมารวมกัน
4. การลบพจน์ทำได้โดยเปลี่ยนเครื่องหมายของนิพจน์ตัวลบทุก ๆ พจน์เป็นเครื่องหมายตรงกันข้าม แล้วนำไปบวกกับนิพจน์ตัวตั้ง

การคูณหารนิพจน์

การคูณนิพจน์

1. ผลลัพธ์ที่ได้จากการคูณเลขหลาย ๆ จำนวนเข้าด้วยกันเรียกว่า ผลคูณ
15 คือ.....ของ 3 กับ 5 ผลคูณ
2.ของ 3a และ 5b คือ 15 ab ผลคูณ
3. ผลคูณของ x กับ y คือ..... xy
4. x และ y คือตัวประกอบของ xy
ดังนั้นตัวประกอบของ pq คือ..... p และ q
5. ผลคูณของ a, a และ a เขียนเป็นรูป a^3
ดังนั้น x^4 แทนผลคูณของ..... x, x, x และ x
หรือจะพูดอีกอย่างหนึ่งได้ว่า x^4 มีตัวประกอบ
เป็น x, x, x และ x
6. x^4 มีตัวประกอบซ้ำกัน.....ตัว 4
7. q^5 มีตัวประกอบซ้ำกัน.....ตัว 5

8. y^2 มีตัวประกอบซ้ำกัน.....ตัว 2

9. x^4 มี 4 เป็นเลขชี้กำลัง y^5 มี 5 เป็นเลขชี้กำลัง
 p^6 มี.....เป็นเลขชี้กำลัง 6

10. p^6 หมายความว่า p คูณกัน.....ตัว 6

11. $p^2 \times p^3 = (p \cdot p) \times (p \cdot p \cdot p)$
 $= p \cdot p \cdot p \cdot p \cdot p$
 $= \dots\dots\dots$ p^5
 (เขียนเป็นเลขยกกำลัง)

12. $A^4 \times A^3 = (\dots\dots\dots) \times (\dots\dots\dots)$ $(A \cdot A \cdot A \cdot A) \times (A \cdot A \cdot A)$
 $= \dots\dots\dots$ A^7
 (เขียนเป็นเลขยกกำลัง)



13. $c^2 \times c^4 = (\dots\dots\dots) \times (\dots\dots\dots)$ $(c \cdot c) \times (c \cdot c \cdot c \cdot c)$
 $= \dots\dots\dots$ c^6
 (เขียนเป็นเลขยกกำลัง)

14. ผลคูณของเลขยกกำลังที่มีฐานเหมือนกัน
 จะเป็นเลขยกกำลังที่มีฐานเดิม และมีเลขชี้
 กำลังเป็นผลบวกของกำลังตัวตั้งและกำลังตัวคูณ
 เช่น $a^7 \times a^3 = a^{7+3} = a^{10}$
 และ $b^8 \times b^3 = \dots\dots\dots$ b^{11}
 (ผลลัพธ์)

$$\begin{aligned} 15. \quad a^2 \times 3a^2 &= (1 \times 3)(a^2 \cdot a^2) \\ &= 3a^{2+2} \\ &= 3a^4 \end{aligned}$$

ดังนั้น $6b^3 \times b^2 = \dots\dots\dots$
(ผลลัพธ์)

$6b^5$

$$\begin{aligned} 16. \quad 2a^2(ab) &= (2 \times 1)(a^2 \times ab) \\ &= 2a \cdot a \cdot a \cdot b \\ &= 2a^3b \end{aligned}$$

$3p(p^2q^2) = \dots\dots\dots$
(ผลลัพธ์)

$3p^3q^2$

$$\begin{aligned} 17. \quad (3 \times ab)(4a^3b) &= (3 \times 4)(ab \cdot a^3b) \\ &= 12a^4b^2 \end{aligned}$$

จงสังเกตว่า เราหาผลคูณของตัวประกอบ
ที่เป็นตัวเลขเสียก่อน แล้วเขียนหน้าหน้าผลคูณของ
ตัวประกอบที่เป็นตัวอักษร

$$\begin{aligned} 18. \quad (12xy)(3xy^4) &= \dots\dots\dots \\ & \text{(ผลลัพธ์)} \end{aligned}$$

$36x^2y^5$

$$\begin{aligned} 19. \quad (-5pq)(2p^2q) &= \dots\dots\dots \\ & \text{(ผลลัพธ์)} \end{aligned}$$

$-10p^3q^2$

$$\begin{aligned} 20. \quad (-10x^3y^2)(-5xy^3) &= \dots\dots\dots \\ & \text{(ผลลัพธ์)} \end{aligned}$$

$50x^4y^5$

21. กฎการกระจาย กล่าวว่
 $a(b + c) = \dots\dots\dots$ $ab + ac$
22. $2(3a + 2) = \dots\dots\dots$ $6a + 4$
23. $4(x-3) = \dots\dots\dots$ $4x-12$
24. $-3x(x+5) = (-3x)(x) + (-3x)(5)$
 $= \dots\dots\dots$ $-3x^2 - 15x$
25. $-2a(2a^2 - 7a + 4) = -4a^3 + 14a^2 - 8a$
 $-5x(4x^2 + 3x - 6) = \dots\dots\dots$ $-20x^3 - 15x^2 + 30x$
26. $-2y(3y^2 - y - 1) = \dots\dots\dots$ $-6y^3 + 2y^2 + 2y$
27. $5pq(p^2q - pq^2 - 2) = \dots\dots\dots$ $5p^3q^2 - 5p^2q^3 - 10pq$
28. $\frac{1}{7}m(m^2 - 5m) = \dots\dots\dots$ $\frac{1}{7}m^3 - \frac{5}{7}m^2$
29. $-\frac{2p}{5}(p^2 - 2p + 1) = \dots\dots\dots$ $-\frac{2p^3}{5} + \frac{4p^2}{5} - \frac{2p}{5}$
30. $\frac{3}{4}a(12a^2 - 16a) = \dots\dots\dots$ $9a^3 - 12a^2$
 (อย่าลืมทอนเป็นเศษส่วนอย่างต่ำ)

$$31. \quad A(p+2) = Ap + 2A$$

$$\text{ถ้า } A = (p+6) \text{ จะได้}$$

$$\begin{aligned} (p+6)(p+2) &= (p+6)p + 2(p+6) \\ &= p(p+6) + 2(p+6) \\ &= p^2 + 6p + 2p + 12 \\ &= p^2 + 8p + 12 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 32. \quad (b+3)(b+5) &= (b+3)b + 5(\dots) \\ &= b^2 + 3b + \dots \\ &= \dots \\ &\quad \text{(ผลลัพธ์)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (b+3)b + 5(b+3) \\ b^2 + 3b + 5b + 15 \\ b^2 + 8b + 15 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 33. \quad (5m+p)(m+5p) \\ &= (\dots)m + (\dots)(5p) \\ &= \dots \\ &= \dots \\ &\quad \text{(ผลลัพธ์)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (5m+p)m + (5m+p)(5p) \\ 5m^2 + mp + 25mp + 5p^2 \\ 5m^2 + 26mp + 5p^2 \end{aligned}$$

จงทำให้เป็นผลสำเร็จและแสดงวิธีทำเป็นขั้น ๆ

$$\begin{aligned} 34. \quad (a+b)(2a+3b) &= \dots \\ &= \dots \\ &= \dots \\ &\quad \text{(ผลลัพธ์)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (a+b)2a + (a+b)3b \\ 2a^2 + 2ab + 3ab + 3b^2 \\ 2a^2 + 5ab + 3b^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 35. \quad (2x-3y)(4x+y) &= (\dots)(4x) + (\dots)y \\ &= \dots \\ &= \dots \\ &\quad \text{(ผลลัพธ์)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2x-3y)(4x) + (2x-3y)y \\ 8x^2 - 12xy + 2xy - 3y^2 \\ 8x^2 - 10xy - 3y^2 \end{aligned}$$

$$36. \quad (x-5)(x^2+1) = \dots\dots\dots (x-5)x^2+(x-5)$$

$$= \dots\dots\dots x^3-5x^2+x-5$$

(ผลลัพธ์)

$$37. \quad (a+b)(x-y) = (a+b) [x + (-y)]$$

$$= (a+b)x + (a+b)(-y)$$

$$= ax + \dots\dots\dots -ay - \dots\dots\dots$$

$ax+bx-ay-by$

$$38. \quad (a+2b)(2c-d) = \dots\dots\dots (a+2b) 2c+(a+2b)(-d)$$

$$= \dots\dots\dots 2ac+4bc-ad-2bd$$

(ผลลัพธ์)

$$39. \quad (3a+5b)(a-b) = \dots\dots\dots (3a+5b)a+(3a+5b)(-b)$$

$$= \dots\dots\dots 3a^2+5ab-3ab-5b^2$$

$$= \dots\dots\dots 3a^2+2ab-5b^2$$

(ผลลัพธ์)

(อย่าลืมรวมพจน์เหมือน)

$$40. \quad (a+b)(a-b) = \dots\dots\dots (a+b)a+(a+b)(-b)$$

$$= \dots\dots\dots a^2+ab-ab-b^2$$

$$= \dots\dots\dots a^2-b^2$$

(ผลลัพธ์)

$$41. \quad (a-2)(2a-3) = \dots\dots\dots (a-2) 2a+ (a-2)(-3)$$

$$= \dots\dots\dots 2a^2-4a-3a+6$$

$$= \dots\dots\dots 2a^2-7a+6$$

(ผลลัพธ์)

$$42. \quad (x-2y)(x-y) = \dots\dots\dots (x-2y) x+(x-2y) (-y)$$

$$= \dots\dots\dots x^2-2xy-xy+2y^2$$

$$= \dots\dots\dots x^2-3xy+2y^2$$

(ผลลัพธ์)

43. $(a+b-3)(a+2)$

$$=(a+b-3)a + 2(\dots\dots\dots)$$

$$=\dots\dots\dots$$

$$=\dots\dots\dots$$

(ผลลัพธ์)

$$(a+b-3)a + 2(a+b-3)$$

$$a^2+ab-3a+2a+2b-6$$

$$a^2+ab-a+2b-6$$

44. $(2c-d+4)(c-d)$

$$=\dots\dots\dots$$

$$=\dots\dots\dots$$

$$=\dots\dots\dots$$

(ผลลัพธ์)

$$(2c-d+4)c+(2c-d+4)(-d)$$

$$2c^2-cd+4c-2cd+d^2-4d$$

$$2c^2-3cd+4c-4d+d^2$$

45. $(3x^2-5x+1)(x-1)$

$$=\dots\dots\dots$$

$$=\dots\dots\dots$$

$$=\dots\dots\dots$$

(ผลลัพธ์)

$$(3x^2-5x+1)x+(3x^2-5x+1)(-1)$$

$$3x^3-5x^2+x-3x^2+5x-1$$

$$3x^3-8x^2+6x-1$$

46. $(a+b)^2 = (a+b)(a+b)$

$$=\dots\dots\dots$$

$$=\dots\dots\dots$$

$$=\dots\dots\dots$$

(ผลลัพธ์)

$$(a+b)a+(a+b)b$$

$$a^2+ab+ab+b^2$$

$$a^2+2ab+b^2$$

47. $(a-b)^2 = \dots\dots\dots$

$$=\dots\dots\dots$$

$$=\dots\dots\dots$$

$$=\dots\dots\dots$$

(ผลลัพธ์)

$$(a-b)(a-b)$$

$$(a-b)a + (a-b)(-b)$$

$$a^2-ab-ab+b^2$$

$$a^2-2ab+b^2$$



$$\begin{aligned}
 48. \quad (4y+1)^2 &= \dots\dots\dots \\
 &= \dots\dots\dots \\
 &= \dots\dots\dots \\
 &= \dots\dots\dots \\
 &\quad \text{(ผลลัพธ์)}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &(4y+1)(4y+1) \\
 &(4y+1)(4y) + (4y+1)(1) \\
 &16y^2 + 4y + 4y + 1 \\
 &16y^2 + 8y + 1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 49. \quad (2a-3b)^2 &= \dots\dots\dots \\
 &= \dots\dots\dots \\
 &= \dots\dots\dots \\
 &= \dots\dots\dots \\
 &\quad \text{(ผลลัพธ์)}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &(2a-3b)(2a-3b) \\
 &(2a-3b)(2a) + (2a-3b)(-3b) \\
 &4a^2 - 6ab - 6ab + 9b^2 \\
 &4a^2 - 12ab + 9b^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 50. \quad (p+6)(p+2) &= (p+6)p + 2(p+6) \\
 &= (p^2 + 6p) + (2p + 12) \\
 &= p^2 + 8p + 12
 \end{aligned}$$

ให้สังเกตว่าเราทำเป็นขั้น ๆ ดังนี้

- (1) หาผลคูณของ p และ $(p+6)$
- (2) หาผลคูณของ 2 และ $(p+6)$
- (3) นำผลคูณทั้งสองจำนวนมารวมกัน
ถ้าจะตั้งคูณ เราเขียนดังนี้

$$\begin{array}{r}
 p + 6 \\
 p + 2 \\
 \hline
 (1) \quad p^2 + 6p \quad + \\
 (2) \quad \quad \quad 2p + 12 \\
 (3) \quad \quad \quad \hline
 p^2 + 8p + 12 \\
 \hline
 \hline
 \end{array}$$

จงสังเกตว่า เราเขียนพจน์เหมือน
ไว้ตรงกันเพื่อความสะดวกในการบวก

51.

$$\begin{array}{r} 2x^2 + x \\ \underline{x + 2} \end{array}$$

(1) หายผลคูณของ x และ $(2x^2+x)$ $2x^3 + x^2$ (2) หายผลคูณของ 2 และ $(2x^2+x)$ $\underline{4x^2+2x}$

(3) รวมผลคูณทั้งสองจำนวน

$$\underline{\underline{2x^3 + 5x^2 + 2x}}$$

จงแสดงวิธีทำ

$$\begin{array}{r} 2m + 3 \\ \underline{3m + 4} \end{array} \quad x$$

$$\begin{array}{r} 2m + 3 \\ \underline{3m + 4} \\ 6m^2 + 9m \\ \underline{\quad 8m + 12} \\ 6m^2 + 17m + 12 \end{array}$$

(อย่าลืมตั้งพจน์เหมือนให้ตรงกัน)

$$\begin{array}{r} 5p + 4q \\ \underline{p + q} \end{array} \quad x$$

$$5p^2 + 9pq + 4q^2$$

$$\begin{array}{r} R - S \\ \underline{R + S} \end{array} \quad x$$

$$R^2 - S^2$$

55.

$$\begin{array}{r} 5a+2b \\ \underline{2a-3b} \end{array}^x$$

(1) หาคำคูณของ $2a$ และ $(5a+2b)$ (2) หาคำคูณของ $(-3b)$ และ $(5a+2b)$

(3) รวมผลคูณทั้งสองจำนวน

$$\begin{array}{r} 5a + 2b \\ \underline{2a - 3b} \\ 10a^2 + 4ab \\ \underline{-15ab - 6b^2} \\ 10a^2 - 11ab - 6b^2 \end{array}$$

$$56. \begin{array}{r} 2x^2 + 1 \\ \underline{x - 2} \end{array}^x$$

$$2x^3 - 4x^2 + x - 2$$

$$57. \begin{array}{r} 2a - b \\ \underline{a - b} \end{array}^x$$

$$2a^2 - 3ab + b^2$$

$$58. \begin{array}{r} x^2 - 1 \\ \underline{x^2 - 1} \end{array}^x$$

$$x^4 - 2x^2 + 1$$

$$59. \begin{array}{r} x^2 + x + 1 \\ \underline{x + 3} \end{array}^x$$

$$x^3 + 4x^2 + 4x + 3$$

$$60. \quad \begin{array}{r} x^2 + xy + y^2 \\ \underline{x - y} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x^2 + xy + y^2 \\ \underline{x - y} \\ x^3 + x^2y + xy^2 \\ \underline{-x^2y - xy^2 - y^3} \\ x^3 \qquad \qquad \qquad -y^3 \end{array}$$

การหารนิพจน์

$$61. \quad 2 \times 3 = 6$$

นั่นคือ $6 \div 2 = \dots\dots\dots$

$$3 \times 4 = 12$$

นั่นคือ $12 \div 3 = \dots\dots\dots$

3

4

$$62. \quad 20 \div 4 = \dots\dots\dots$$

เพราะว่า $4 \times \dots\dots = 20$

5

5

63. ในทำนองเดียวกัน

$$a^2 \times a^3 = a^5$$

นั่นคือ $a^5 \div a^2 = \dots\dots\dots$

 a^3

$$64. \quad A^6 \times A^2 = A^8$$

$$A^8 \div A^2 = \dots\dots\dots$$

 A^6

$$65. \quad y^9 \div y^3 = y^6$$

เพราะว่า $y^3 \times \dots = y^9$

 y^6

66. จะเห็นได้ว่า การคูณนิพจน์ที่มี
ฐานเหมือนกัน เราเอาเลขชี้กำลังบวกกัน

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

แต่ในการหารนิพจน์ที่มีฐาน
เหมือนกัน เราเอาเลขชี้กำลังลบกัน

$$a^m \div a^n = a^{m-n}$$

$$67. \quad c^5 \times c^2 = c^{5+2} = \dots\dots\dots$$

 c^7

$$c^5 \div c^2 = c^{5-2} = \dots\dots\dots$$

 c^3

$$68. \quad B^6 \div B^2 = B^{6-2} = \dots\dots\dots$$

 B^4

$$69. \quad D^7 \div D^4 = \dots\dots\dots$$

 D^3

$$70. \quad x^{11} \div x^2 = \dots\dots\dots$$

 x^9

71. $y^{15} \div y^8 = \dots\dots\dots$

y^7

72. $a^5 \div a^2$ เขียนเป็นรูปเศษส่วนได้
ดังนี้

$$a^5 \div a^2 = \frac{a^5}{a^2} = \dots\dots\dots$$

(ผลลัพธ์)

a^3

73. $\frac{10x^7}{2x} = 5\dots\dots\dots$

$5x^6$

74. $\frac{8ab^2}{4b} = \dots\dots\dots$

$2ab$

75. $\frac{15 p^2 q^2}{3pq} = \dots\dots\dots$

$5pq$

76. $\frac{-33a^2 b^5}{11a^2 b^3} = \dots\dots\dots$

$-3b^2$

77. $\frac{56 p^5 q^3}{-7 pq} = \dots\dots\dots$

$-8p^4 q^2$

78. $\frac{-10a^2 b^3}{-5 ab} = \dots\dots\dots$

$2ab^2$

79. $\frac{7a^2 b^4}{2a^2 b^2} = \frac{7}{2} \dots\dots\dots$

$\frac{7}{2} b^2$

80. $\frac{-53p^2 q^3}{3pq} = -\frac{53}{3} \dots\dots\dots$

$-\frac{53}{3} pq^2$

81. จงสังเกตว่าจำนวนเลขที่หารกันไม่ลงตัว
เรานิยมเขียนเป็นรูปเศษเกิน เช่น

$$\frac{15x^2y^4}{2xy^2} = \frac{15}{2} \dots\dots\dots$$

$$\frac{15}{2} xy^2$$

$$\frac{12a^3b}{8ab} = \dots\dots\dots$$

$$\frac{3}{2} a^2$$

82. $\frac{5}{3} = \frac{1}{3} (5)$

ในทำนองเดียวกัน

$$\frac{2x^2 + 4x + 10}{2}$$

$$= \frac{1}{2} (2x^2 + 4x + 10)$$

$$= \left(\frac{1}{2}\right)(2x^2) + \left(\frac{1}{2}\right)(4x) + \left(\frac{1}{2}\right)(10)$$

$$= x^2 + \dots\dots\dots + \dots\dots\dots$$

$$x^2 + 2x + 5$$

83. $\frac{px^2 + qx}{x} = \left(\frac{1}{x}\right)(px^2) + \left(\frac{1}{x}\right)(qx)$

$$= \frac{px^2}{x} + \frac{qx}{x}$$

$$= \dots\dots\dots + \dots\dots\dots$$

$$px + q$$

84. การหารนิพจน์ที่มีหลายพจน์ด้วยนิพจน์ที่มี
พจน์เดียว เราเอานิพจน์ตัวหารไปหารนิพจน์
ตัวตั้งทีละพจน์ แล้วนำผลหารที่ได้มารวมกัน

$$\frac{3a^3 + 9a^2}{3a} = \frac{3a^3}{3a} + \frac{9a^2}{3a}$$

$$= \dots\dots + \dots\dots$$

$$a^2 + 3a$$

เราตรวจสอบคำตอบได้โดยนำตัวหารไปคูณ
กับผลลัพธ์ แล้วเปรียบเทียบว่าตรงกับตัวตั้งหรือไม่

85. $\frac{10x^2y^2 + 4xy^3}{2xy} = \dots\dots\dots$

$5xy + 2y^2$

86. $\frac{abc^2 - 3a^2b^2c}{abc} = \dots\dots\dots$

$c - 3ab$

87. $\frac{x^4 + 2x^2 - 4x}{x} = \dots\dots\dots$

$x^3 + 2x - 4$

88. $\frac{6a^4b^2 - 3a^2b^2 + 9ab}{-3ab} = \dots\dots\dots$

$-2a^3b + ab - 3$

89. $\frac{3x^4 - 5x^3 + 6x^2}{3x^2} = \dots\dots\dots$

$x^2 - \frac{5}{3}x + 2$

90. ก่อนที่จะเรียนเรื่องการหารนิพจน์ ในกรณี
ที่ตัวหารมีมากกว่าหนึ่งพจน์ นักเรียนต้องทวน
วิธีลมนิพจน์เสียก่อน

วิธีตั้งลบ	วิธีคิด
$\begin{array}{r} 2a \quad -5 \\ \underline{5a - b + 2} \\ -3a + b - 7 \end{array}$	$\begin{array}{r} 2a \quad -5 \\ \underline{-5a + b - 2} \\ -3a + b - 7 \end{array}$
<p>ตัวตั้ง -ลบ</p> <p>จำนวนตรงข้ามกับตัวลบ</p>	<p>ตัวตั้ง +บวก</p> <p>จำนวนตรงข้ามกับตัวลบ</p>

ต่อไปนี้ จงหาลลัพธ์โดยวิธีลบ

91. $(2x^3 - 5x + 2) - (2x + 3)$
(อย่าลืมเขียนพจน์เหมือนให้ตรงกัน)

$$\begin{array}{r} 2x^3 - 5x + 2 \\ \underline{2x + 3} \\ 2x^3 - 7x - 1 \end{array}$$

$$92. (-y^3 - 4y^2 + 10) - (3y^3 - 2y - 8)$$

$$\begin{array}{r} -y^3 - 4y^2 + 10 \\ 3y^3 \quad \quad -2y - 8 \\ \hline -4y^3 - 4y^2 + 2y + 18 \\ \hline \hline \end{array}$$

$$93. (a^3 + a + 1) - (a^2 - 2)$$

$$\begin{array}{r} a^3 + a + 1 \\ \quad \quad a^2 - 2 \\ \hline a^3 - a^2 + a + 3 \\ \hline \hline \end{array}$$

ถ้านักเรียนทำข้อ 91-93 ไม่ได้ถูกหมด
ให้บอกผู้ควบคุมชั้น หรือมีเวลานั้นให้กลับไปอ่าน
บททวนวิธีบวกและลบ

ตั้งแต่ข้อ 94-100 ให้นักเรียนอ่านให้
คิดต่อกันโดยตลอด

$$94. (3a^2 + 4a + a^3 + 4) \div (a + 2)$$

ให้สังเกตว่าตัวหารมีมากกว่าหนึ่งพจน์
ในการหารให้จัดเรียงลำดับกำลังของ
ตัวตั้งและตัวหาร จากมากไปหาน้อย

$$\text{ตัวตั้งคือ } a^3 + 3a^2 + \dots$$

$$\text{ตัวหารคือ } \dots$$

$$4a + 4$$

$$a + 2$$

$$95. \quad a + 2 \overline{) a^3 + 3a^2 + 4a + 4}$$

ตัวหารคือ $a + 2$

ตัวตั้งคือ $a^3 + 3a^2 + 4a + 4$

พจน์แรกของตัวหารคือ.....

a

พจน์แรกของตัวตั้งคือ.....

a^3

นำ a ซึ่งเป็นพจน์แรกของตัวหาร ไปหาร a^3

ซึ่งเป็นพจน์แรกของตัวตั้ง

$$\frac{a^3}{a} = \dots\dots\dots$$

a^2

$$96. \quad a+2 \overline{) a^3+3a^2+4a+4}$$

$$\underline{a^3+2a^2}$$

$a^3 \div a = a^2$ เขียนผลลัพธ์ a^2 ไว้ข้างบน
ตั้งตัวอย่าง

คูณ a^2 กับ $(a+2)$ ได้.....

a^3+2a^2

เขียนผลคูณไว้ใต้ตัวตั้งให้พจน์เหมือนอยู่ตรงกัน

$$97. \quad a+2 \overline{) a^3+3a^2+4a+4}$$

$$\underline{a^3+2a^2}$$

$$+a^2+4a+4$$

ขั้นตอนต่อไปนำ (a^3+2a^2) ไปลบออกจาก

(a^3+3a^2+4a+4)

ได้ผลลบเป็น.....

$+a^2+4a+4$

$$\begin{array}{r} a^2+a \\ a+2 \) \ a^3+3a^2+4a+4 \\ \underline{a^3+2a^2} \\ +a^2+4a+4 \end{array}$$

ขั้นตอนต่อไป นำ a ไปหาร $(+a^2)$ ซึ่งเป็นพจน์

แรกของผลลบ ได้ผลหารเป็น

$+a$

นำผลหารนี้ไปบวกกับ a^2 ข้างบน ดังตัวอย่าง

$$\begin{array}{r} a^2+a \\ 98. \ a+2 \) \ a^3+3a^2+4a+4 \\ \underline{a^3+2a^2} \\ +a^2+4a+4 \\ \underline{a^2+2a} \end{array}$$

ขั้นตอนต่อไป นำ $(+a)$ ไปคูณกับ $(a+2)$

ได้ผลคูณเป็น

a^2+2a

เขียนผลคูณนี้ ให้ตรงกับผลลบในข้อ 97

ดังตัวอย่าง

$$\begin{array}{r} a^2+a \\ 99. \ a+2 \) \ a^3+3a^2+4a+4 \\ \underline{a^3+2a^2} \\ +a^2+4a+4 \\ \underline{a^2+2a} \\ +2a+4 \end{array}$$

นำ (a^2+2a) ไปลบออกจาก (a^2+4a+4)

ได้ผลลบเป็น

$+2a+4$

$$\begin{array}{r}
 100. \quad \frac{a^2+a+2}{a+2} \) \ a^3+3a^2+4a+4 \\
 \underline{a^3+2a^2} \\
 + a^2 + 4a + 4 \\
 \underline{ a^2 + 2a} \\
 + 2a + 4 \\
 \underline{ 2a + 4} \\
 0
 \end{array}$$

นำ a ไปหาร $(+2a)$ ซึ่งเป็นพจน์แรกของผลลบ

ได้ผลหารเป็น.....

+2

นำผลหารนี้ไปบวกกับ (a^2+a) ซึ่งบนตั้งตัวอย่าง

ขึ้นต่อไป นำ $(+2)$ ไปคูณกับ $(a+2)$

ได้ผลคูณเป็น.....

2a+4

เขียนผลคูณให้ตรงกับผลลบที่หาได้ แล้วลบกัน

ได้ผลลบเป็น 0 ซึ่งไม่ต้องเขียนตั้งตัวอย่างข้างบน

ในกรณีนี้เราเรียกว่า หาร ลงตัว

$$\text{ดังนั้น} \quad \frac{a^3+3a^2+4a+4}{a+2} = a^2+a+2$$

101. นักเรียนควรตรวจสอบคำตอบโดยนำ $(a+2)$

ซึ่งเป็นตัวหารไปคูณกับ (a^2+a+2) ซึ่งเป็นผลลัพธ์

ได้ผลคูณเป็น.....

 a^3+3a^2+4a+4

เปรียบเทียบกับว่าตรงกับตัวตั้งหรือไม่.....

ตรง

102 จงหาร (x^2-5x+6) ด้วย $(x-2)$

$$\begin{array}{r} x+(-3) \\ x-2 \overline{) x^2-5x+6} \\ \underline{x^2-2x} \\ -3x+6 \\ \underline{-3x+6} \\ 0 \end{array}$$

ดังนั้น $\frac{x^2-5x+6}{x-2} = x - 3$

วิธีการ

1) นำ x ไปหาร x^2 ได้.....

x

เขียนไว้ข้างบน เป็นพจน์แรกของผลหาร

2) นำผลหาร x คูณกับตัวหาร $(x-2)$ ได้.....

x^2-2x

เขียนผลคูณไว้ใต้ตัวตั้ง ให้พจน์เหมือนอยู่ตรงกัน

3) หักผลคูณจากตัวตั้ง (x^2-5x+6)

เหลือ.....

$-3x+6$

4) นำพจน์แรกของตัวหารไปหาร พจน์แรกของผลลบ

นั่นคือ $\frac{-3x}{x} = \dots\dots\dots$

-3

นำผลหารนี้ไป บวก กับผลหารที่ได้ในข้อ (1)

5) นำ (-3) ไปคูณกับตัวหาร $(x-2)$

ได้ผลคูณ..... เขียนไว้ใต้

$-3x+6$

แล้วลบกัน ได้ผลหารเป็น 0

6) เขียนคำตอบได้.....

$x-3$

7) ตรวจสอบคำตอบโดยนำ $(x-3)$

คูณกับตัวหาร $(x-2)$ ได้.....

x^2-5x+6

103. จงหาร $(3y^2+11y+6)$ ด้วย $(y+3)$

$$3y+2$$

104. จงหาร $(5y^2+29y-6)$ ด้วย $(5y-1)$

$$y+6$$

105. จงหาร $(2x^2+5x-12)$ ด้วย $(2x-3)$

$$x+4$$

106. จงหาร $(15a^2 - 2ab - 8b^2)$ หาร $(3a + 2b)$

$$5a - 4b$$

107. จงหาร $(10x^2 - 29xy + 10y^2)$ หาร $(2x - 5y)$

$$5x - 2y$$

108. จงหาร $(3t^3 - 5t^2 + 3t + 20)$ หาร $(t^2 - 3t + 5)$

$$3t + 4$$

109. จงหาร $(9x^2+5x^3+x+6)$ หาร $(x+2)$
 (อย่าลืมเรียงตัวตั้งตามลำดับกำลัง)

$$5x^2 - x + 3$$

110. จงหาร $(a^3+3a^2b+3ab^2+b^3)$
 หาร $(a^2+2ab+b^2)$

$$a+b$$

111. จงหาร $(3a^3+a^2b-6a-2b)$
 หาร $(3a+b)$

$$a^2 - 2$$

112. จงหาร $(6a^3+11a^2b-b^3)$ ด้วย $(2a^2+3ab-b^2)$

$$\begin{array}{r} 2a^2+3ab-b^2 \overline{) 6a^3 + 11a^2b - b^3} \\ \underline{6a^3 + 9a^2b - 3ab^2} \\ 2a^2b + 3ab^2 - b^3 \\ \underline{2a^2b + 3ab^2 - b^3} \\ 0 \end{array}$$

$$\text{ดังนั้น } \frac{6a^3+11a^2b-b^3}{2a^2+3ab-b^2} = 3a + b$$

จงสังเกตว่า เมื่อเรีบงตัวตั้งตามลำดับ
กำลังแล้ว เราเว้นที่ไว้สำหรับพจน์ที่มี ab^2
เป็นตัวประกอบ ซึ่งหายไป (ไม่มีในตัวตั้ง)

113. จงหาร $(x^3-2xy^2+y^3)$ ด้วย (x^2+xy-y^2)
(อย่าลืมเว้นที่ไว้สำหรับ พจน์ที่มี x^2y เป็นตัวประกอบ)

114. จงหาร (y^3+8) ด้วย $(y+2)$
 (อย่าลืมเว้นที่ไว้สำหรับพจน์ที่มี y^2
 และ y เป็นตัวประกอบ)

$$y^2-2y+4$$

115. จงหาร (x^3-27) ด้วย $(x-3)$

$$x^2+3x+9$$

แบบ ทดสอบวิชา พีชคณิต

ชื่อ.....ชั้น.....

โรงเรียน.....

1. $7a^2bc$ เป็นพจน์ที่เหมือนกับ

ก. $7ab^2c$

ข. $5a^2bc$

ค. $-7a^2bc$

ง. ข้อ ข และ ข้อ ค.

2. ผลบวกของ $8a^2b$ และ $7a^2b$ คือ

ก. $15a^2b^2$

ข. $15a^4b^2$

ค. $15a^2b$

ง. $15a^2 \cdot 2b$

3. ผลบวกของ $7y^2+y^2+7y$ คือ

ก. $15y^5$

ข. $15y^4+y$

ค. $8y^2+7y$

ง. $8y^4+7y$

4. ผลบวกของ $(2a^2+3ab+b^2)+(a^2-5ab+3b^2)$ คือ

ก. $5a^2b^2+8a^2b^2$

ข. $3a^2-2ab+4b^2$

ค. $3a^2-2a^2b^2+4b^2$

ง. $2a^4-2ab+3b^4$

5. ผลบวกของ $(12a^2b+5a^3)+(a^2b-2a^3)$ คือ

ก. $13a^2b+3a^3$

ข. $17a^5b+2a^5b$

ค. $13a^2b+7a^3$

ง. ไม่คำตอบ

$$6. \frac{15pq^2 + 18p^2q}{pq^2 + 5p^2q}$$

$$7. \frac{7ab - cd}{-5ab + 3cd}$$

$$8. \frac{-x^3 + 5x^2 + 3x - 7}{x^3 - 2x^2 - 3x + 5}$$

9. ผลต่างของ $2p$ และ $3q$ คือ

- ก. $-q$
- ข. $2p - 3q$

10. สองเท่าของ a หักออกเสีย b เท่ากับ

- ก. ab
- ข. $a^2 - b$

คำตอบที่ถูกต้องคือ

- ก. $15pq^2 + 23p^2q$
- ข. $15p^2q^4 + 23p^4q^2$
- ค. $16p^2q^4 + 23p^4q^2$
- ง. $16pq^2 + 23p^2q$

คำตอบที่ถูกต้องคือ

- ก. $12a^2b^2 + 4cd$
- ข. $2ab + 2cd$
- ค. $12ab + 4cd$
- ง. $17ab + 3cd$

คำตอบที่ถูกต้องคือ

- ก. $2x^3 + 7x^2 + 6x + 12$
- ข. $3x^2 - 2$
- ค. $x^6 + 7x^4 + 6x^2 + 12$
- ง. $7x^4 - 12$

- ก. $1pq$
- ข. ไม่มีคำตอบ

- ก. $2a - b$
- ข. $a - b$

11. $2y - (5y-8)$

โดยตัดสิ่งเหล่านี้

ก. $-3y+8$

ข. $3y+8$

ค. $-3y-8$

ง. ไม่มีคำตอบ

12. $(11y^2-8)-(6y^2-5)$

เท่ากับ

ก. $5y^2-13$

ข. $17y^4-13$

ค. $5y^2-3$

ง. $5y^2+3$

13. $(5a^2-6ab+3b^2)-(7a^2-4ab+9b^2)$

เท่ากับ

ก. $-2a^2-2ab-6b^2$

ข. $2a^2+2ab+6b^2$

ค. $-2a^2-2ab+6b^2$

ง. $-2a^2+2ab+6b^2$

14. $(11t^2-7t+8) - (8t^2-7t+8)$

เท่ากับ

ก. $3t^2-14t+16$

ข. $3t^2$

ค. $3t^2+16$

ง. $19t^2$

15. $7ab - cd$

$-5ab + 3cd$

คำตอบที่ถูกต้องคือ

ก. $12ab-4cd$

ข. $12ab+ 2cd$

ค. $2ab +2cd$

ง. $2ab - 3cd$

16. $15px^2 + 3 p^2x$

$-7 px^2 - 8 p^2x$

คำตอบที่ถูกต้องคือ

ก. $8px^2-5p^2x$

ข. $3px^2+11p^2x$

ค. $22px^2-5p^2x$

ง. $22px^2+11 p^2x$

17. ผลคูณของ $3x^2$ และ $2xy$ เท่ากับ

ก. $5x^2y$

ค. $6x^2y$

ข. $6x^3y$

ง. $5x^3y$

18. ผลคูณของ $3ab$ และ $4a^3b$ เท่ากับ
ของ

ก. $12a^4b^2$

ค. $12a^3b$

ข. $7a^4b^2$

ง. $12a^3b^2$

19. ผลคูณของ $-10x^3y^2$ และ $-5xy$ เท่ากับ

ก. $-50x^4y^3$

ค. $-50x^3y^2$

ข. $50x^4y^3$

ง. $50x^2y$

20. $3x(x-5)$ มีค่าเท่ากับ

ก. $3x^2-15$

ค. $8x^2$

ข. $15x^2$

ง. $3x^2-15x$

21. $-a(2a^2b+b^2)$ มีค่าเท่ากับ

ก. $-2a^2b+ab^2$

ค. $-2a^3b-ab^2$

ข. $-2a^2b-ab^2$

ง. $-2a^3b+b^2$

22. $\frac{3}{4}a(12a^2-16a)$ มีค่าเท่ากับ

ก. $\frac{36}{48}a^2 - \frac{48a^2}{64}$

ค. $9a^3-12a^2$

ข. $9a^3-16a$

ง. $9a^3-16a^2$

23. $\frac{2m + 3}{2m + 4}$

24. $\frac{x^2 + xy + y^2}{x - y}$

25. $\frac{12a^3bc}{3a^2b}$ มีค่าเท่ากับ

ก. $4ac$

ข. $4abc$

26. $\frac{-10x^2y^3}{5xy^2}$ มีค่าเท่ากับ

ก. $2xy$

ข. $-2xy$

27. $\frac{-15a^2b^3c}{-3ab^2c}$

ก. $5ab$

ข. $5abc$

คำตอบที่ถูกต้องคือ

ก. $4m^2 + 14m^2 + 12$

ข. $4m^2 + 14m + 12$

ค. $4m^2 + 12$

ง. ไม่มีคำตอบ

คำตอบที่ถูกต้องคือ

ก. $x^3 + 2x^2y + 2xy^2 + y^3$

ข. $x^3 + 2x^4y^2 + 2x^2y^4 + y^3$

ค. $x^3 + y^3$

ง. $x^3 - y^3$

ก. $12a^5b^2c$

ข. $4a^2c$

ก. $-2x^3y^5$

ข. $2x^3y^5$

มีค่าเท่ากับ

ก. $-5ab$

ข. $-5abc$

28. $\frac{6a^4b^2 - 3a^2b^2 + 9ab}{3ab}$ มีค่าเท่ากับ

ก. $2a^3b + ab + 3ab$

ข. $6a^4b^2 - 3a^2b + 3$

ก. $4a^6b^4$

ง. $2a^3b - ab + 3$

29. จงหาร $3y^2 + 11y + 6$ ด้วย $y + 3$

$y + 3 \overline{) 3y^2 + 11y + 6} (\dots\dots\dots$

ผลลัพธ์คือ

ก. $3y + 2y$

ข. $3y + 2$

ค. $3y - 5$

ง. ไม่มีคำตอบ

30. จงหาร $2x^2 + 5x - 12$ ด้วย $2x - 3$

$2x - 3 \overline{) 2x^2 + 5x - 12} (\dots\dots\dots$

ผลลัพธ์คือ

ก. $-x + 4$

ข. $2x + 5$

ค. $x + 4$

ง. ไม่มีคำตอบ



โรงเรียน.....

ชื่อ..... เลขที่..... ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๑.....

แบบสอบถามความคิดเห็น เกี่ยวกับการ เรียนด้วยบทเรียนสำเร็จรูป วิชาพีชคณิต

ให้นักเรียนเขียนเครื่องหมาย ✓ ในช่องคำตอบหลังคำถามเกี่ยวกับความคิดเห็นของนักเรียน

ข้อ	คำถาม	ความคิดเห็น				
		มากที่สุด	มาก	เฉย ๆ	น้อย	น้อยที่สุด
๑.	นักเรียนชอบการ เรียนโดยบทเรียนสำเร็จ - รูปประกอบการสอนหรือไม่ เพียงใด					
๒.	นักเรียนคิดว่าบทเรียนสำเร็จรูปมีส่วนช่วยการ - เรียนของนักเรียนหรือไม่ เพียงใด					
๓.	นักเรียนคิดว่า การเรียนด้วยบทเรียนสำเร็จรูป ประกอบการสอน เป็นการสิ้นเปลืองเวลาหรือ ไม่เพียงใด					
๔.	นักเรียนมีความรู้สึกว่าการเรียนด้วยบทเรียน สำเร็จรูปทำให้ครูมีโอกาสได้ใกล้ชิดกับนัก - เรียน และช่วยอธิบายเป็นส่วนตัวหรือไม่ เพียงใด					
๕.	ในการเรียนด้วยบทเรียนสำเร็จรูปนี้ นักเรียน ชอบที่จะ เปิดคำตอบก่อนหรือไม่ เพียงใด					
๖.	การที่นักเรียนได้ทราบคำตอบที่ถูกต้องทันทีใน การเรียนด้วยบทเรียนสำเร็จรูป นักเรียนเกิด ความพอใจหรือไม่ เพียงใด					

ข้อ	คำถาม	ความคิดเห็น				
		มากที่สุด	มาก	เฉย ๆ	น้อย	น้อยที่สุด
๓.	บทเรียนสำเร็จรูปมีส่วนช่วยให้นักเรียนรู้จักวิธีการเรียนรู้ด้วยตนเอง จากสิ่งที่นำไปหาสิ่งที่ขาดและซับซ้อน หรือไม่ เพียงใด					
๔.	นักเรียนทำความเข้าใจกับบทเรียนสำเร็จรูป เรื่องการคูณพหุนôme หรือไม่ เพียงใด					
๕.	นักเรียนทำความเข้าใจกับบทเรียนสำเร็จรูป เรื่องการลบพหุนôme หรือไม่ เพียงใด					
๖๐.	นักเรียนทำความเข้าใจกับบทเรียนสำเร็จรูป เรื่องการคูณพหุนôme หรือไม่ เพียงใด					
๖๑.	นักเรียนทำความเข้าใจกับบทเรียนสำเร็จรูป เรื่องการหารพหุนôme หรือไม่ เพียงใด					
๖๒.	นักเรียนคิดว่าการนำบทเรียนสำเร็จรูปมาใช้ช่วยทบทวนบทเรียนที่เรียนไปแล้ว จะได้ผลหรือไม่ — เพียงใด					

๖๓. นักเรียนแสดงความคิดเห็นส่วนตัวที่มีต่อการเรียนด้วยบทเรียนสำเร็จรูป (ในตารางที่เว้นไว้ให้ข้างล่างนี้)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

การวิเคราะห์ค่าความเชื่อถือได้ของข้อสอบ และความยากง่ายของคำถาม ในการทดสอบผลการเรียน

$$V_i = \frac{R_H - R_L}{N_H}$$

$$D_i = \frac{R_H + R_L}{N_H + N_L}$$

V_i = คำนีความเชื่อถือได้ (Validity Index) หรืออำนาจจำแนกคนเก่งและคนไม่เก่งออกจากกันจะมีค่าจาก 0 (แยกได้น้อยที่สุด) ถึง 1 (แยกได้มากที่สุด)

D_i = คำนีความยากง่ายของคำถาม (Difficulty Index) จะมีค่าตั้งแต่ 0 (ยากที่สุด) จนถึง 1 (ง่ายที่สุด)

R_H = จำนวนคนที่ทำข้อสอบได้ถูกต้องในกลุ่มคน ได้คะแนนสูง

R_L = จำนวนคนที่ทำข้อสอบได้ถูกต้องในกลุ่มคน ได้คะแนนต่ำ

N_H = จำนวนคนทั้งหมดในกลุ่มคนได้คะแนนสูง ซึ่งมี 30 คน คิดเป็นร้อยละ 25 ของจำนวน 120 คน

N_L = จำนวนคนทั้งหมดในกลุ่มคนได้คะแนนต่ำ ซึ่งมี 30 คน คิดเป็นร้อยละ 25 ของจำนวน 120 คน



ตารางการวิเคราะห์ข้อทดสอบ

ข้อที่	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
R_H	18	28	25	25	27	25	28	27	21	9	17	26	28	28	27
R_L	11	12	9	10	11	13	16	12	9	7	8	10	6	20	6
$R_H - R_L$	7	16	16	15	16	12	14	15	13	2	9	16	22	8	21
$R_H + R_L$	29	40	34	35	38	38	44	39	30	16	25	36	34	48	33
V_i	.23	.53	.53	.50	.53	.40	.47	.50	.43	.07	.30	.53	.73	.27	.70
D_i	.48	.67	.57	.58	.63	.63	.73	.65	.50	.27	.42	.60	.57	.80	.55

(ต่อ)

ข้อที่	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
R_H	24	27	29	20	13	24	19	21	21	24	29	17	25	26	24
R_L	9	17	17	12	7	11	5	6	1	11	7	4	5	7	8
$R_H - R_L$	15	10	12	8	6	13	14	15	20	13	22	13	20	19	16
$R_H + R_L$	33	44	46	32	20	35	24	27	22	35	36	21	30	33	32
V_i	.50	.33	.40	.27	.20	.43	.47	.50	.67	.43	.73	.43	.67	.63	.53
D_i	.55	.73	.77	.53	.33	.58	.40	.45	.37	.58	.60	.35	.50	.55	.53

จากตารางข้างบนนี้จะเห็นได้ว่าค่าตามส่วนมากมีความเชื่อถือได้ปานกลาง หรือมีอำนาจจำแนกได้พอสมควร ยกจากข้อ 1, 10, 11, 14, 19 และ 20 มีความเชื่อถือได้พอ

สำหรับความยากง่ายสำหรับค่าตามนั้นส่วนมากมีความยากพอสมควร ยกเว้นข้อ 10, 20 และ 27 ที่ค่อนข้างยาก ข้อ 7, 14, 17 และ 18 ค่อนข้างง่าย.

ประวัติการศึกษา
ประวัติ การศึกษาของผู้เขียนวิทยานิพนธ์

ชื่อ นาย พลรัตน์ ลักขณีนาวิน

วุฒิการศึกษา ปริญญาครุศาสตรบัณฑิต สาขามัธยมศึกษา
คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ปีการศึกษา 2510

สถานที่ทำงาน อาจารย์ประจำวิชา โรงเรียนเทพศิรินทร์

Mr. Polarat Lucsaneeyanavin , B.Ed. (Chula.)
Department of Secondary, Faculty of Education
Chulalongkorn University.