เอกสารอ้างอิง

1. Moses, F., "Optimum Structural Design Using Linear programming," Jour. of Structure Division, ASCE, Vol. 90, No. ST6,pp. 89-104, Dec. 1964.

2. Brown, D. M., and Ang, A. H., "Structure Optimization by NonLinear Programming," Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 92, No. ST6, Proc. Paper 5016, pp. 319-340, Dec., 1966.

3. Romstad, K. M., and Wang, C. K., "Optimum Design of Frames Structures," Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 94, No. ST12, Proc. Paper 6273,pp. 2817-2845, Dec., 1968.

4. Lapay, W. S., and Goble, G. G., "Optimum Design of Trusses for Ultimate loads," Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 97, No. ST1, Proc. Paper 7838, pp. 157-41, Jan., 1971.

5. Rosenbleth, E., "Towards Opimum Design Through Building Codes," Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 102, No. ST3, Proc. Paper 11999, pp. 591-607, Mar., 1976.

6. Templeman, A. B., "Opimization Methods in Structural Design Practice," Journal of the Structural Division, ASCE, Vol.109, No. 10, pp. 2430-2433, Oct., 1983.

7. Casis, J. H., and Sepulveda, A., "Optimum Design of Trusses with Buckling Constraints," Journal of the Structural

Division, ASCE, Vol. 111, No. 7, pp. 1573-1589, July, 1985.

8. Flangopol, D. M., "Structural Opimization Using Reliability Concepts," Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 111, No. 11, pp. 2288-2299, Nov., 1985.

9. ANSI/AISC N690-1984," Steel Safety - Related Structures for Design Fabrication and Erection," American National Standard, sponsor American Institute of Steel Construction, Chicago, I.L., 1984.

10. Kicher, T. P., "Optimum Design Minimum Weight Versus Fully Stressed," Journal of the Structural Division, ASCE, Vol.92, No. ST6, Proc. Paper 5014, pp. 265-279, Dec., 1966.

11. Jacoby, S. L. S., Kowalik, J. S., and Pizzo, J. T., Iterative Methods for Nonlinear Optimization Problem, pp.21-22, Prentice - Hall, Inc., Englewood Cliffs, N.J. 1972.

12. สุรวุฒิ คำดี, และกรวุฒิ ต้นเนียม, และ ทักษิณ เทพชาตรี, "โปรแกรมคอมพิวเตอร์ D - TRUSS", จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2531

13. Kirsch, U., Optimum Structural Design , pp. 186, McGraw-Hill Book Co., New York, 1981.

14. SAHARI, B. M., "Optimum Design of Trusses and Multistory Frames," Ph.D. thesis, University of Wisconsin, 1975

15. ทักษิณ เทพชาตรี , <u>พฤติกรรมและการออกแบบโครงสร้างเหล็ก</u>, ว.ส.ท., 2529.

17. สมคิด แก้วสนธิ ,<u>ลิเนียร์โปรแกรมะหลักและการประยุกต์</u>, สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2530.

18. Dantzig, G. B., <u>Linear Programming and Extensions</u>, Princiton University press, 1963.

19. Wang, C. K., <u>Computer Method in Advanced Structure Analysis</u>, INTEXT EDUCATIONAL PUBLISHERS, 1973.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

กำหนดการเชิงเส้น

ก.1 <u>กล่าวนำ</u> กำหนดการเชิงเส้น (Linear programming) เป็นกระบวนการศึกษาหาผลลัพธ์ของปัญหาในระบบที่ต้องการศึกษาอันหนึ่ง ด้วยเทคนิคและวิธีการวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อนำผลไปใช้ในการตัดสินใจ การวางแผน การควบคุม และการจัดระบบงาน

กำหนดการเชิงเส้น เป็นวิธีวิเคราะห์ที่นำไปใช้อย่างแพร่หลายมากที่สุด เป็นการจำลองเพื่อการจัดสรรทรัพยากรที่เหมาะสม (Optimal allocation of resource) แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของกำหนดการเชิงเส้น เป็นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของปัญหาทางเลือก (Choice among alternative) ขององค์ประกอบหรือทรัพยากรที่มีอยู่อย่างจำกัด เพื่อให้เกิดประโยชน์สูงสุด วิธีการกำหนดการเชิงเส้นเป็นเทคนิคทางคณิตศาสตร์ที่ใช้หาทางเลือก (คำตอบหรือผลลัพธ์) ที่เหมาะสำหรับวัตถุประสงค์หนึ่ง ๆ ภายใต้ข้อจำกัดที่กำหนดขึ้นโดยมีข้อตกลงเบื้องต้นว่า องค์ประกอบในระบบที่ต้องการศึกษามีความสัมพันธ์เป็นเส้นตรง หรือเป็นสัดส่วนโดยตรง

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของการกำหนดการเชิงเส้นใช้สัญญลักษณ์และ ฟังก์ชันทางคณิตศาสตร์มาเขียนแทนองค์ประกอบและความสัมพันธ์ขององค์ประกอบต่าง ๆ ในระบบของปัญหาที่ต้องการศึกษา แบบจำลองทางคณิตศาสตร์จะเป็นตัวแทนของระบบที่สามารถใช้เทคนิคทางคณิตศาสตร์มาวิเคราะห์หาผลลัพธ์เพื่อแก้ไขปัญหาที่ต้องการได้

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ประกอบด้วยองค์ประกอบหรือตัวแปรดังนี้

ตัวแปรอิสระ ได้แก่ ตัวแปรที่เกี่ยวข้องในการตัดสินใจ (Dicision variable) เป็นตัวแปรที่ต้องการหาผลลัพธ์จากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

ตัวแปรตาม ได้แก่ ตัวแปรที่กำหนดให้มีค่าสูงสุดหรือต่ำสุดตามวัตถุประสงค์หรือเป้าหมายของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ค่าตัวแปรตามนี้จะแปรผันตามค่าตัวแปรอิสระ

ค่าสัมประสิทธิ์และค่าคงที่ ได้แก่ คุณลักษณะเฉพาะของระบบอันหนึ่ง ๆ ที่ต้องการศึกษาองค์ประกอบในระบบ สามารถกำหนดเป็นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ แบบจำลองทางคณิตศาสตร์จะมีโครงสร้างที่สำคัญสองส่วนคือ

ฟังก์ชันเป้าหมาย (Objective function) เป็นฟังก์ชันที่แสดงถึงวัตถุประสงค์หรือเป้าหมายของระบบที่ศึกษา โดยทั่ว ๆ ไปวัตถุประสงค์ที่สนใจจะมีอยู่ด้วยกันสองแบบ

แบบแรก ได้แก่ วัตถุประสงค์ที่ต้องการทำให้เกิดประโยชน์สูงสุด (Maximum benefit)

แบบที่สอง ได้แก่ วัตถุประสงค์ที่ต้องการใช้ทรัพยากรให้น้อยที่สุด (Minimum cost)

ในการคำนวณออกแบบโครงสร้างแล้วสิ่งที่เป็นเป้าหมายของวิศวกรคือทำอย่างไรจะได้น้ำหนักหรือปริมาตรของโครงสร้างน้อยที่สุด โดยโครงสร้างนั้นยังคงปลอดภัยภายใต้น้ำหนักบริการ ดังนั้นงานวิจัยนี้จึงใช้วัตถุประสงค์แบบที่สอง

ส่วนฟังก์ชันเงื่อนไขบังคับ (Constrained function) เป็นฟังก์ชันที่แสดงถึงขอบข่ายขององค์ประกอบในฟังก์ชันวัตถุประสงค์

ก.2 <u>โครงสร้างทั่วไปของกำหนดการเชิงเส้น</u>

กำหนดการเชิงเส้นเป็นปัญหาลักษณะโปรแกรม ซึ่งความสัมพันธ์ของตัวแปรทั้งหมดในโปรแกรมมีลักษณะเป็นเส้นตรง คือเป็นสมการกำลังหนึ่งทั้งฟังก์ชันเป้าหมาย (Objective function) และสมภาพหรืออสมการเงื่อนไขบังคับ (Equalities or inequality constraints) แนวความคิดในการทำให้เหมาะที่สุดโดยคำนึงถึงความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ก็โดยการทำให้ตัวแปรที่สำคัญและสัมพันธ์กับสมการที่สร้างขึ้นอย่างมีเหตุผลนั้น ไปทำให้สมการเป้าหมายมีค่าสูงสุดหรือต่ำสุด โดยมีเงื่อนไขทางด้านทรัพยากรเป็นเงื่อนไขบังคับ ในการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นโดยทั่ว ๆ ไปจะมีลำดับขั้นตอนตามนี้คือ มีสมภาพหรืออสมการ m สมการ ตัวแปร n ตัว หาค่าที่ไม่ติดลบของตัวแปรที่สอดคล้องตามเงื่อนไขบังคับ และทำให้สมภาพหรืออสมการเชิงเส้น บางสมการมีค่าน้อยที่สุดหรือมากที่สุด (Minimize or maximize) กำหนดการเชิงเส้นเขียนได้ดังนี้

$$\text{minimize or maximize} \quad Z = C_1X_1 + C_2X_2 + \ldots\ldots\ldots\ldots + C_nX_n \qquad (\text{ก}.1)$$

$$\text{subject to} \quad A_{j1}X_1 + A_{j2}X_2 + \ldots\ldots\ldots + A_{jn}X_n \ \{<,=,>\}\ B_j \ ; \ j= 1,m \qquad (\text{ก}.2)$$

$$X_i \geq 0 \ ; \ i = 1,n \qquad (\text{ก}.3)$$

Z = ค่าฟังก์ชันเป้าหมายที่ต้องการทำให้น้อยที่สุดหรือมากที่สุด

$C_i \ ; \ i = 1,n$ = ตัวสัมประสิทธิ์หน้าตัวแปรในฟังก์ชันเป้าหมาย

$X_i \ ; \ i = 1,n$ = ตัวแปรที่ส่งผลให้ฟังก์ชันเป้าหมาย

$A_{ji} \ ; \ i = 1,n \ ; \ j = 1,m$ = ตัวสัมประสิทธิ์ในสมการหรืออสมการเงื่อนไขบังคับ

$B_j \ ; \ j = 1,m$ = ค่าคงที่ด้านซ้ายของสมการหรืออสมการเงื่อนไขบังคับ

ก.3 การหาคำตอบกำหนดการเชิงเส้นโดยวิธีเรขาคณิต

ปัญหากำหนดการเชิงเส้นที่มีตัวแปรเพียงสองตัว สามารถแก้ปัญหาหาค่าตัวแปรได้โดยวิธีใช้กราฟ การแสดงวิธีการแก้ปัญหาโดยใช้กราฟนี้มีความสำคัญมากเพราะทำให้ได้แนวความคิดและมองเห็นภาพเชื่อมโยงถึงสิ่งที่อาจเกิดขึ้นในกรณีทั่ว ๆ ไป ซึ่งมีตัวแปรหลายตัวและไม่อาจแสดงได้โดยวิธีเรขาคณิตได้

ลองพิจารณาตัวอย่างพีชคณิตที่ให้หาค่าน้อยที่สุดของฟังก์ชัน

$$Z = 2X_1 + 7X_2$$

และได้ตามเงื่อนไขบังคับ

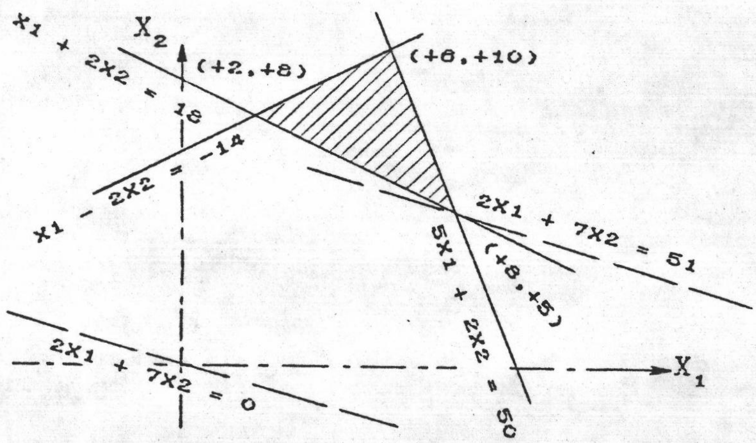
$$X_1 - 2X_2 \geq -14$$

$$5X_1 + 2X_2 \leq 50$$

$$X_1 + 2X_2 \geq 18$$

$$X_1 , X_2 \geq 0$$

ฟังก์ชันเหล่านี้สามารถนำมาเขียนรูปได้ดังรูปที่ ก.1 จะเห็นว่าฟังก์ชันเหล่านี้สามารถเขียนได้ในรูปของขอบเขตเส้นตรง จุดต่าง ๆ ในพื้นที่แลเงานั้นจะได้ตามความต้องการของเงื่อนไขบังคับทั้งสาม



รูปที่ ก.1 เงื่อนไขบังคับและฟังก์ชันเป้าหมาย

แทนฟังก์ชันเป้าหมายด้วยเส้นขนาน เส้นแรกของฟังก์ชันเป้าหมายอยู่ที่จุดกำเนิดเส้นขนานกับฟังก์ชั่นเป้าหมาย แล้วยกขึ้นโดยให้ขนานกับฟังก์ชันเป้าหมายถึงจุด ๆ หนึ่งที่เป็นจุดแรกที่ฟังก์ชันเป้าหมายพบกับฟังก์ชันเงื่อนไขบังคับก็จะได้คำตอบ

$$X_1 = 8 \quad , \quad X_2 = 5$$

และ

$$Z = 2X_1 + 7X_2 = 2(8) + 7(5) = +51$$

คำตอบแบบนี้เรียกว่าคำตอบสำเร็จ (Successful solution)

ในกำหนดการเชิงเส้นยังมีคำตอบที่อาจเกิดขึ้นได้อีกสามแบบดังนี้

คำตอบเป็นศูนย์ (Solution trivail) นั้นคือตัวแปรต่าง ๆ และฟังก์ชันเป้าหมายมีค่าเป็นศูนย์ เนื่องจากฟังก์ชันขอบเขตจำกัดนั้นจุดล่างสุดอยู่ที่จุดกำเนิด

คำตอบไม่จำกัด (Solution indeterminate) ฟังก์ชันเป้าหมายกับฟังก์ชันเงื่อนไขบังคับที่มีผลต่อตัวแปรขนานกันพอดี คำตอบจะมีไม่จำกัดจำนวน บนเส้นเงื่อนไขบังคับที่ขนานนั้นทุกจุดบนเส้นสามารถเป็นคำตอบได้

คำตอบที่เป็นไปไม่ได้ (Solution infeasible) คำตอบไปอยู่ในควอดแด้นท์ที่สี่ ไม่ได้ตามเงื่อนไขการหาค่าบวกของตัวแปร

ก.4 <u>การหาคำตอบกำหนดการเชิงเส้นโดยวิธีซิมเพล็กซ์</u>

การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นนั้นสำหรับในกรณีที่กำหนดการเชิงเส้นมีตัวแปรที่ต้องการตัดสินใจเพียงสองตัว สามารถแก้ปัญหาเพื่อหาคำตอบโดยวิธีกราฟได้ แต่ในทางปฏิบัติหรือในแบบจำลองทั่ว ๆ ไปแล้ว ตัวแปรในแบบจำลองมิได้มีเพียงสองตัวเท่านั้นแต่มีจำนวนมากและยังมีฟังก์ชันเงื่อนไขอีกมากมาย ซึ่งไม่อาจใช้วิธีแก้ปัญหาโดยวิธีกราฟได้อีกต่อไป วิธีซิมเพล็กซ์จึงได้ถูกนำมาใช้โดยใช้หลักการพีชคณิตเมตริกซ์ และหากปัญหาใดที่สลับซับซ้อนมากก็ใช้คอมพิวเตอร์เข้าช่วยในการแก้ปัญหา

ก่อนที่จะกล่าวถึงพื้นฐานของทฤษฎีซิมเพล็กซ์ จะขอกล่าวถึงสิ่งที่เกี่ยวข้องกับวิธี

ซิมเพล็กซ์ก่อน เพื่อเตรียมพร้อมที่จะดำเนินการตามกระบวนการของวิธีการซิมเพล็กซ์ต่อไป

รูปแบบมาตรฐานของการทำให้น้อยที่สุด

โดยหลักทั่ว ๆ ไปแล้ว การจัดการหรือการดำเนินการต่าง ๆ โดยการใช้สมการนั้นสะดวกกว่าการใช้อสมการมาก ดังนั้นเมื่อเรามีชุดของเงื่อนไขบังคับที่เป็นอสมการจึงต้องแปรรูปเป็นสมการเสียก่อน

ทุกอสมการสามารถทำให้เป็นสมการได้ โดยการบวกหรือลบตัวแปรที่เพิ่มเข้าไปในอสมการ โดยที่ตัวแปรที่เพิ่มเข้าไปใหม่นั้นยังคงต้องเป็นบวก ดังนั้นเงื่อนไขบังคับที่เป็นอสมการใน (ก.1) จะเป็นดังนี้

$$
\begin{array}{llllll}
a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + \cdots\cdots + a_{1n}X_n + X_{n+1} & & & = b_1 & \\
a_{21}X_1 + a_{22}X_2 + \cdots\cdots + a_{2n}X_n & + X_{n+2} & & = b_2 & (ก.4) \\
\quad . \qquad . \ + \cdots\cdots + \ . & . & & = \ . & \\
\quad . \qquad . \ + \cdots\cdots + \ . & & . & = \ . & \\
a_{m1}X_1 + a_{m2}X_2 + \cdots\cdots + a_{11}X_1 & & + X_{n+m} & = b_n &
\end{array}
$$

ปัญหาทั้งหลายในกำหนดการเชิงเส้น จะอยู่ในรูปแบบมาตรฐานของการทำให้น้อยที่สุดดังชุดสมการ (ก.4) ได้โดยมีข้อจำกัดว่าตัวแปรที่เพิ่มเข้าไปนั้นจะต้องเป็นบวกนั้นคือ

$$X_1 \geq 0 \ ; \ i = 1,2,\ldots\ldots,n+m \qquad (ก.5)$$

ดังนั้น

$$Z = [C]\ [X] \qquad (ก.6)$$

และ

$$[A][X] = [B] \tag{ก.7}$$

โดยที่ [A] = สัมประสิทธิ์เมตริกซ์ขนาด m แถว และ n สดมส์

[X] = ค่าตัวแปรเป็นสดมส์เวคเตอร์ขนาด n+m

[C] = สัมประสิทธิ์แถวเวคเตอร์ขนาด n+m

[B] = ค่าด้านขวาสมการเป็นสดมส์เวคเตอร์ขนาด m

รูปแบบของปัญหาสามารถแสดงได้ในรูปเมตริกซ์ขนาด m+1 แถว และ n+m+1 สดมส์ โดยที่ m+1 มีค่ามากกว่าตัวแปรส่วนขาดอยู่หนึ่ง และ n+m+1 มีค่ามากกว่าผลรวมของตัวแปรออกแบบกับตัวแปรส่วนขาดอยู่หนึ่งดังเขียนในรูปเมตริกซ์ได้ดังนี้

	1	2 ..	....	...n	n+1	n+2.	....	..n+m	n+m+1
1	a_{11}	a_{12} ..	....	..a_{1n}	1	0..	.0..	...0	b_1
2	a_{21}	a_{22} ..	....	..a_{2n}	0	1	0..	...0	b_2
.	.	. ..	....	.. .	.	.	...	....	.
.	.	. ..	....	.. .	.	.	...	....	.
m	a_{m1}	a_{m2} ..	....	..a_{mn}	0..	..0..	.0	1	b_n
m+1	c_1	c_2 ..	....	...c_n	0..	..0..	..0	1	Z

ในรูปเมตริกซ์เริ่มแรกที่ได้แสดงมานี้ สามารถหาคำตอบเริ่มแรกได้ดังนี้

$$[X] = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \cdot \\ X_n \\ X_{n+1} \\ \cdot \\ X_{n+m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \cdot \\ 0 \\ b_1 \\ \cdot \\ b_m \end{bmatrix}$$

ถ้า $b_1, b_2, \ldots\ldots, b_m$ มีค่าเป็นบวกหมด จะได้คำตอบเป็นศูนย์นั่นคือตัวแปรออกแบบ $x_1 = 0$, $x_2 = 0$, ... , $x_n = 0$ และค่าฟังก์ชันเป้าหมาย $Z = 0$

ทฤษฎีและวิธีการซิมเพล็กซ์

การแก้ปัญหาเพื่อหาคำตอบจากสมการใด ๆ ก็ตามเมื่อจำนวนตัวแปรมีจำนวนเท่ากับสมการสามารถแก้ได้โดยวิธีพีชคณิตธรรมดา แต่ในกำหนดการเชิงเส้นนั้นจำนวนสมการนั้นมีจำนวนไม่เท่ากับจำนวนตัวแปร การแก้สมการจึงจำเป็นต้องกำหนดตัวแปรบางตัวมีค่าเป็นศูนย์ก่อน แล้วหาค่าตัวแปรที่เหลือ

การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้น ตัวแปรที่ถูกสมมุติให้เป็นศูนย์เรียกว่าตัวแปรนอกคำตอบ ส่วนตัวแปรที่หาค่าได้เรียกว่าคำตอบพื้นฐาน (Basic solution) ค่าของ x_j ที่เป็นคำตอบพื้นฐาน และสอดคล้องกับเงื่อนไขที่ว่า $x_j \geq 0$ คือมีค่าเป็นบวกเราเรียกว่าคำตอบพื้นฐานที่เป็นไปได้ (Basic feasible solution) และคำตอบพื้นฐานที่เป็นไปได้ใด ๆ ก็ตามที่ทำให้สมการเป้าหมายบรรลุผลสำเร็จคือทำให้ค่า Z มีค่าต่ำสุดตามที่ต้องการแล้วเราเรียกว่าคำตอบที่เหมาะที่สุด (Optimum solution)

หลักของวิธีซิมเพล็กซ์คือใช้หลักการหมุนหรือเคลื่อนที่จากจุดหนึ่งไปยังอีกจุดหนึ่งเพื่อทำให้ค่าฟังก์ชันเป้าหมายเคลื่อนที่เข้าหาจุดที่เหมาะที่สุด

การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นเพื่อหาค่าที่น้อยที่สุดโดยวิธีการซิมเพล็กจะมีขั้นตอนดังต่อไปนี้

แปรรูปเงื่อนไขบังคับในกำหนดการเชิงเส้นให้เป็นรูปน้อยกว่าหรือเท่ากับปรับรูปอสมการให้เป็นสมการโดยการเพิ่มตัวแปรส่วนขาด (Slack variable) เข้าไปดังชุดสมการ (ก.4)

$$c_1x_1 + c_2x_2 + \dots\dots\dots + c_nx_n + 0x_{n+1} + \dots\dots\dots + 0x_{n+m} = Z$$

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots\dots + a_{1n}x_n + x_{n+1} = b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots\dots + a_{1n}x_n + x_{n+2} = b_2$$

$$. \quad . \quad + \dots\dots + \quad . \quad . \quad = .$$

$$. \quad . \quad + \dots\dots + \quad . \quad . \quad = .$$

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots\dots\dots + a_{mn}x_n + x_{mn+m} = b_m$$

สมมุติค่าตัวแปรออกแบบให้เท่ากับศูนย์ให้หมด จะสามารถหาค่าตัวแปรส่วนขาดได้โดยง่าย ในการหาค่าตัวแปรรอบแรกนี้ตัวแปรจะมีค่าเท่ากับค่าด้านขวาของสมการ

ขั้นที่ 1 ตรวจตัวแปรว่ามีค่าเป็นลบบ้างหรือไม่ ในกรณีรอบแรก ถ้าไม่มีค่าลบแสดงว่าแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ให้ค่าตัวแปรออกแบบเป็นศูนย์หรือให้คำตอบศูนย์ (Trivail solution) ถ้าได้กระทำมาหลายรอบ ตรวจดูฟังก์ชันเป้าหมาย ดูว่าสัมประสิทธิ์

หน้าตัวแปรนอกคำตอบมีค่าเป็นศูนย์หรือไม่ ถ้ามีค่าเป็นศูนย์หมายความว่าเข้ากรณีหลายคำตอบ ถ้ามีค่าไม่เป็นศูนย์หมายถึงพบคำตอบแล้ว

ขั้นที่ 2 ในกรณีมีตัวแปรบางตัวยังมีค่าเป็นลบอยู่ แสดงว่ายังไม่ถึงจุดที่เหมาะที่สุด ให้ตรวจดูว่าฟังก์ชันเป้าหมายนั้นมีค่าสัมประสิทธิ์หน้าตัวแปรนอกคำตอบยังมีค่าเป็นบวกอยู่ แต่ถ้าหากมีค่าเป็นลบแม้เพียงตัวเดียวก็หมายความว่าเป็นปัญหาที่หาคำตอบไม่ได้ แต่ถ้ามีค่าเป็นบวกหมดให้ผ่านไปตรวจดูว่าค่าตัวแปรใดมีค่าเป็นลบบ้าง ตัวแปรที่มีค่าเป็นลบแสดงว่ายังไม่คล้องจองกับเงื่อนไขบังคับ ให้หาตัวหมุน (Pivot)

ขั้นที่ 3 หาว่าค่าตัวแปรตัวไหนเป็นลบ ตรวจดูสัมประสิทธิ์หน้าตัวแปรของแถวนั้นว่ามีค่าเป็นลบบ้างหรือไม่ ถ้าสัมประสิทธิ์ตลอดทั้งแถวมีค่าเป็นบวกหมดจะเข้ากรณีหาคำตอบไม่ได้ (No feasible solution) หรือจะให้ค่า $x_j \leq 0$ นั่นเอง ถ้าในกรณีมีค่าสัมประสิทธิ์ในแถวเป็นลบหลายตัว ให้เปรียบเทียบว่าค่าใดมีค่าน้อยที่สุดของค่าตัวแปรติดลบหารด้วยค่าสัมประสิทธิ์ค่าลบคูณด้วยค่าสัมประสิทธิ์หน้าตัวแปรในฟังก์ชันเป้าหมาย

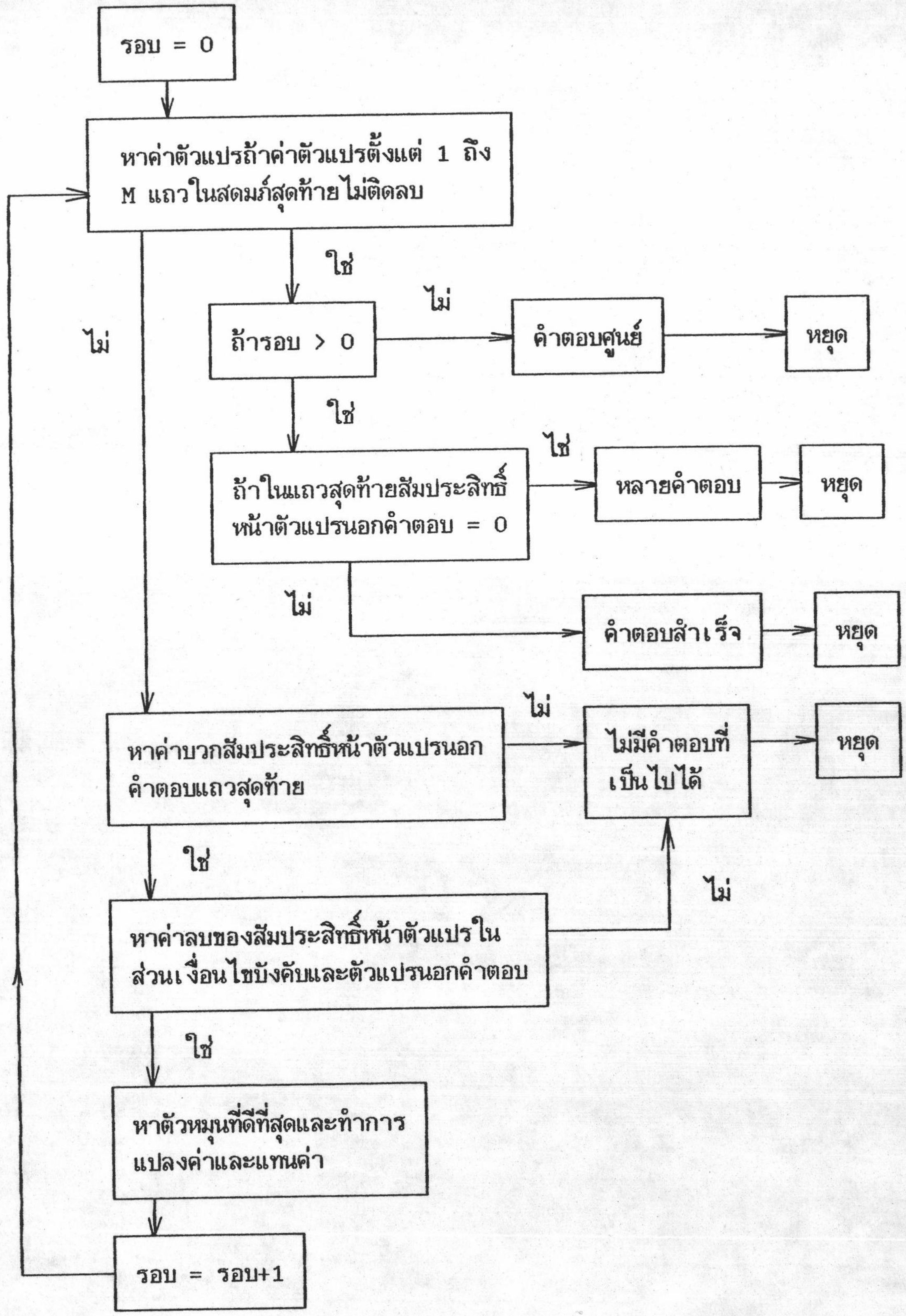
ขั้นที่ 4 วนกลับไปหาค่าตัวแปรว่ามีค่าลบอีกหรือไม่ ถ้ามีให้ตรวจสอบและหาค่าเช่นเดียวกับที่ให้ไว้ใน (ขั้นที่ 3) แล้วเทียบว่าค่าใดให้ค่าฟังก์ชันเป้าหมายน้อยที่สุด แถวและสดมส์นั้นจะเป็นตัวหมุน

ขั้นที่ 5 ทำให้ค่าสัมประสิทธิ์ที่เป็นตัวหมุนเป็นหนึ่งโดยใช้ค่าสัมประสิทธิ์ตัวหมุนเป็นตัวหารตลอดแถวที่ตัวหมุนอยู่ ทำให้สดมส์ที่ตัวหมุนอยู่เปลี่ยนเป็นศูนย์ให้หมดยกเว้นตัวหมุนจะมีค่าเป็นหนึ่งโดยวิธี Guass-Jordan substitution แล้วหาค่าตัวแปรใหม่ จากนั้นกลับขึ้นไปทำขั้นตอนที่ (ขั้นที่ 3)

ก.5 การทำงานของโปรแกรมคอมพิวเตอร์

โปรแกรมคอมพิวเตอร์สำหรับการให้น้อยที่สุดของกำหนดการเชิงเส้นโดยวิธีการซิมเพล็กซ์ ใช้หลักการดังได้กล่าวในหัวข้อ ก.4 ลำดับขั้นการคำนวณและตรวจสอบ

เป็นไปดังแสดงในแผนภูมิ



รูปที่ ก.2 แผนภูมิการทำงานของคอมพิวเตอร์ในการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นโดยวิธีการซิมเพล็กซ์

ภาคผนวก ข

สัมประสิทธิ์เงื่อนไขบังคับทางพฤติกรรมโครงสร้างเชิงเลข

ข.1 สัมประสิทธิ์เงื่อนไขบังคับหน่วยแรง

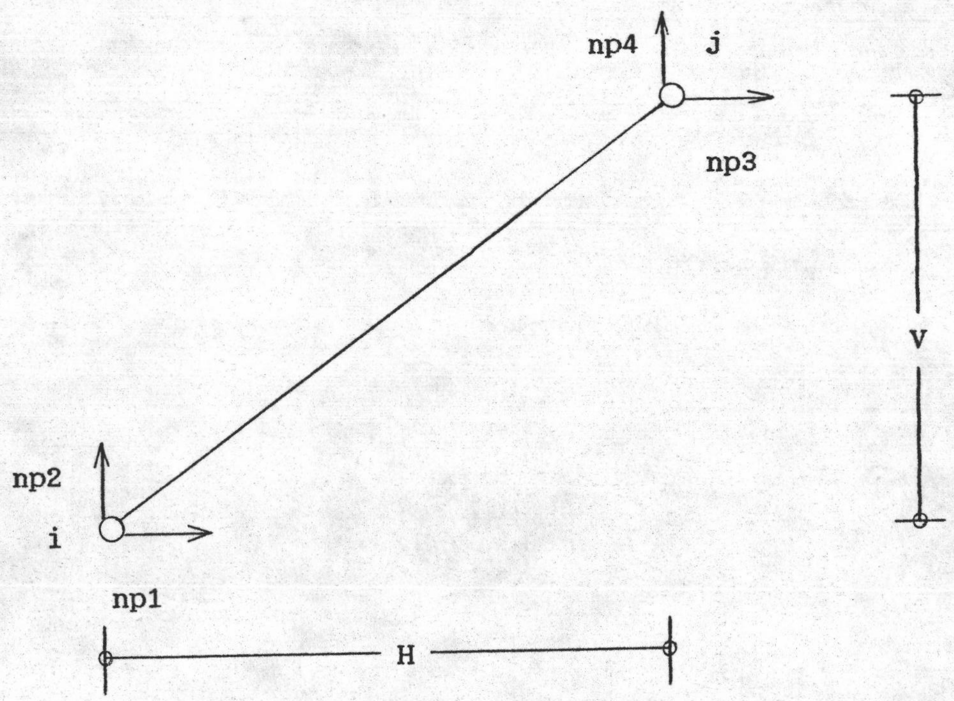
ในการหาค่าสัมประสิทธิ์หน้าตัวแปรออกแบบ ใช้หลักการคูณเมตริกซ์มาเขียนโปรแกรมคอมพิวเตอร์ ชื่อตัวแปรในโปรแกรมคอมพิวเตอร์มีความหมายดังนี้

ถ้าให้ np = จำนวนระดับขั้นความเสรีรวมทั้งหมดของโครงถัก

nf = จำนวนชิ้นส่วนที่ถูกใช้เป็นเงื่อนไขบังคับ

nlc = จำนวนชุดน้ำหนักกระทำภายนอก

np1-np4 = เลขระดับขั้นความเสรีของชิ้นส่วนที่ขั้วในโครงถัก (ดังรูปที่ ข.1)



รูปที่ ข.1 เลขระดับขั้นความเสรีที่ขั้ว

E = โมดูลัสยืดหยุ่นของเหล็ก

A = พื้นที่หน้าตัดชิ้นส่วนโครงถัก

P = แรงกระทำภายนอก

H = ระยะทางตามแนวราบขั้ว i ถึง j

V = ระยะทางตามแนวดิ่งขั้ว i ถึง j

สูตรในการประมาณการเปลี่ยนแปลงแรงในชิ้นส่วนโครงถักเมื่อเปลี่ยนแปลงพื้นที่หน้าตัดชิ้นส่วนโครงถักเพิ่มขึ้น 100% จากสมการ (36)

$$\Delta F = S A^{t} \Delta X + \Delta S A^{t} X$$

หรือกระจายสมการ (33) ได้ดังนี้

$$\Delta F = (\Delta S A^{t} - S A^{t} K^{-1} A \Delta S A^{t}) X \qquad (ข.1)$$

ให้ DELF(i,j,k) เป็นสัมประสิทธิ์การเปลี่ยนแปลงแรงในชิ้นส่วน i ในชุดแรง j เนื่องจากการเปลี่ยนแปลงพื้นที่หน้าตัดชิ้นส่วน k โดยให้ชื่อตัวแปรในโปรแกรมคอมพิวเตอร์ดังนี้

SCI,SCK = EA cosØ/L ของชิ้นส่วน i หรือชิ้นส่วน k

SSI,SSK = EA sinØ/L ของชิ้นส่วน i หรือชิ้นส่วน k

T1K = EA $\cos^2 Ø$/L ของชิ้นส่วน k

T2K = EA sinØ cosØ/L ของชิ้นส่วน k

T3K = EA $\sin^2 Ø$/L ของชิ้นส่วน k

i1,i2,i3,i4 = เลขระดับขั้นความเสรีที่ขั้วของชิ้นส่วน i

k1,k2,k3,k4 = เลขระดับขั้นความเสรีที่ขั้วของชิ้นส่วน k

δ(i,j) = สมาชิกในเมตริกซ์ (K^{-1})

ตามสมการ (ข.1) DELF(i,j,k) เขียนได้ดังนี้

$$DELF(i,j,k) = \Bigg[\begin{bmatrix} -SCK & -SSK & +SCK & +SSK \end{bmatrix}$$

(เมื่อ i = k นอกนั้นเป็น 0)

$$- \begin{bmatrix} -SCI & -SSI & +SCI & +SSI \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \delta(i1,k1) & \delta(i1,k2) & \delta(i1,k3) & \delta(i1,k4) \\ \delta(i2,k1) & \delta(i2,k2) & \delta(i2,k3) & \delta(i2,k4) \\ \delta(i3,k1) & \delta(i3,k2) & \delta(i3,k3) & \delta(i3,k4) \\ \delta(i4,k1) & \delta(i4,k2) & \delta(i4,k3) & \delta(i4,k4) \end{bmatrix}$$

$$* \begin{bmatrix} +T1K & +T2K & -T1K & -T2K \\ +T2K & +T3K & -T2K & -T3K \\ -T1K & -T2K & +T1K & +T2K \\ -T2K & -T3K & +T2K & +T3K \end{bmatrix} \Bigg] * \begin{bmatrix} X(k1,j) \\ X(k2,j) \\ X(k3,j) \\ X(k4,j) \end{bmatrix}$$

$$= \Big[\begin{bmatrix} -SCK & -SSK & +SCK & +SSK \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} A1 & B1 & C1 & D1 \end{bmatrix}$$

$$
* \begin{bmatrix} +T1K & +T2K & -T1K & -T2K \\ +T2K & +T3K & -T2K & -T3K \\ -T1K & -T2K & +T1K & +T2K \\ -T2K & -T3K & +T2K & +T3K \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} X(k1,j) \\ X(k2,j) \\ X(k3,j) \\ X(k4,j) \end{bmatrix}
$$

$$
= \begin{bmatrix} -E1 & -F1 & +E1 & +F1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} X(k1,j) \\ X(k2,j) \\ X(k3,j) \\ X(k4,j) \end{bmatrix}
$$

โดยที่

$$A1 = SCI[\delta(i3,k1)-\delta(i1,k1)] + SSI[\delta(i4,k1)-\delta(i2,k1)]$$

$$B1 = SCI[\delta(i3,k2)-\delta(i1,k2)] + SSI[\delta(i4,k2)-\delta(i2,k2)]$$

$$C1 = SCI[\delta(i3,k3)-\delta(i1,k3)] + SSI[\delta(i4,k3)-\delta(i2,k3)]$$

$$D1 = SCI[\delta(i3,k4)-\delta(i1,k4)] + SSI[\delta(i4,k4)-\delta(i2,k4)]$$

$$E1 = (A1-C1)T1K + (B1-D1)T2K + [SCK \text{ (ถ้า } i = k)]$$

$$F1 = (A1-C1)T2K + (B1-D1)T3K + [SSK \text{ (ถ้า } i = k)]$$

โปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่เขียนขึ้นนี้ โครงถักจะถูกวิเคราะห์โครงสร้างหาแรงและ

การเปลี่ยนตำแหน่งโดยสมมุติหน้าตัดของชิ้นส่วนก่อน เมื่อผ่านขั้นตอนการวิเคราะห์ได้แรงในชิ้นส่วนในแต่ละชุดแรงกระทำจะทำการขยายขนาดชิ้นส่วนให้สามารถรับแรงกระทำได้หรือขยายให้การเปลี่ยนตำแหน่งไม่เกินมาตราฐานกำหนด จากนั้นจึงหาเมตริกซ์การเปลี่ยนแปลงแรงเนื่องจากการเปลี่ยนแปลงพื้นที่หน้าตัดชิ้นส่วนทุก ๆ ชิ้น เริ่มจาก 1,2,...... จนกว่าจะหมดทุกชิ้น

ข.2 <u>สัมประสิทธิ์เงื่อนไขบังคับการเปลี่ยนตำแหน่ง</u>

ใช้หลักการคูณเมตริกซ์หาค่าเป็นเชิงเลข เช่นเดียวกับสัมประสิทธิ์เงื่อนไขบังคับหน่วยแรง ตัวแปรต่าง ๆ มีความหมายดังนี้

ir = เลขระดับขั้นความเสรีที่มีการเปลี่ยนตำแหน่งมากที่สุด

DISP = ค่าการเปลี่ยนตำแหน่งที่เปลี่ยนแปลงไป

ic = เลขอันดับชุดแรงกระทำที่การเปลี่ยนตำแหน่งสูงสุด

สูตรในการประมาณการเปลี่ยนตำแหน่งของจุดต่อโครงถักเมื่อเปลี่ยนแปลงพื้นที่หน้าตัดชิ้นส่วนโครงถักเพิ่มขึ้น 100% จากสมการ (34)

$$\Delta X = -K^{-1}\,\Delta K\,X$$

หรือกระจายสมการ (31) ได้ดังนี้

$$\Delta X = -K^{-1}\,A\,\Delta S\,A^{t}\,X \qquad (ข.2)$$

ให้ DISP เป็นสัมประสิทธิ์การเปลี่ยนตำแหน่งของระดับขั้นความเสรี ir ในชุดแรงกระทำ ic เนื่องจากการเปลี่ยนแปลงพื้นที่หน้าตัดชิ้นส่วน i โดยให้ชื่อตัวแปรในโปรแกรมคอมพิวเตอร์ดังนี้

T1 = $EA\cos^2\phi/L$ ของชิ้นส่วน i

T2 = $EA\sin\phi\cos\phi/L$ ของชิ้นส่วน i

T3 = EA $\sin^2 \phi / L$ ของชิ้นส่วน i

i1, i2, i3, i4 = เลขระดับขั้นความเสรีที่ขั้วของชิ้นส่วน i

$\delta(i,j)$ = สมาชิกในเมตริกซ์ (K^{-1})

$$
DESP = \left[\begin{bmatrix} \delta(ir,i1) & \delta(ir,i2) & \delta(ir,i3) & \delta(ir,i4) \\ \delta(ir,i1) & \delta(ir,i2) & \delta(ir,i3) & \delta(ir,i4) \\ \delta(ir,i1) & \delta(ir,i2) & \delta(ir,i3) & \delta(ir,i4) \\ \delta(ir,i1) & \delta(ir,i2) & \delta(ir,i3) & \delta(ir,i4) \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} +T1 & +T2 & -T1 & -T2 \\ +T2 & +T3 & -T2 & -T3 \\ -T1 & -T2 & +T1 & +T2 \\ -T2 & -T3 & +T2 & +T3 \end{bmatrix} \right] * \begin{bmatrix} X(i1,ic) \\ X(i2,ic) \\ X(i3,ic) \\ X(i4,ic) \end{bmatrix}
$$

$$
= \begin{bmatrix} -A2 & -B2 & +A2 & +B2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} X(i1,ic) \\ X(i2,ic) \\ X(i3,ic) \\ X(i4,ic) \end{bmatrix}
$$

โดยที่

$$A1 = T1[\delta(ir,i1)-\delta(ir,i3)] + T2[\delta(ir,i2)-\delta(ir,i4)]$$

$$B1 = T2[\delta(ir,i1)-\delta(ir,i3)] + T3[\delta(ir,i2)-\delta(ir,i4)]$$

โปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่เขียนขึ้นนี้ โครงถักจะถูกวิเคราะห์โครงสร้างหาแรงและการเปลี่ยนตำแหน่งโดยสมมุติหน้าตัดของชิ้นส่วนก่อน เมื่อผ่านขั้นตอนการวิเคราะห์ได้แรงในชิ้นส่วนในแต่ละชุดแรงกระทำจะทำการขยายขนาดชิ้นส่วนให้สามารถรับแรงกระทำได้หรือขยายให้การเปลี่ยนตำแหน่งไม่เกินมาตราฐานกำหนด จากนั้นจึงหาเมทริกซ์การเปลี่ยนแปลงการเปลี่ยนตำแหน่งสูงสุดเนื่องจากการเปลี่ยนแปลงพื้นที่หน้าตัดชิ้นส่วนทุก ๆ ชิ้น เริ่มจาก 1,2,...... จนกว่าจะหมดทุกชิ้น

แต่เนื่องจากการประมาณการนี้มีค่าคลาดเคลื่อนมากเงื่อนไขบังคับนี้จึงใช้ในกรณีที่การเปลี่ยนตำแหน่งมีโอกาสเป็นเงื่อนไขบังคับให้โครงสร้างมีการเปลี่ยนตำแหน่งเป็นไปตามเงื่อนไขบังคับนั้น

ประวัติ

นายสุวัฒน์ ถิรเศรษฐ์ เกิดเมื่อวันที่ 22 พฤษภาคม พ.ศ. 2501 ที่กรุงเทพ ฯ สำเร็จการศึกษาวิศวกรรมศาสตร์บัณฑิต สาขาวิศวกรรมโยธา จากสถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้า วิทยาเขตธนบุรี ในเดือนมกราคม พ.ศ 2525