

ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงร่วมกับการพัฒนาความคิดของเด็กที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2



บทคัดย่อและแฟ้มข้อมูลฉบับเต็มของวิทยานิพนธ์ตั้งแต่ปีการศึกษา 2554 ที่ให้บริการในคลังปัญญาจุฬาฯ (CUIR) เป็นแฟ้มข้อมูลของนิสิตเจ้าของวิทยานิพนธ์ ที่ส่งผ่านทางบัณฑิตวิทยาลัย

The abstract and full text of theses from the academic year 2011 in Chulalongkorn University Intellectual Repository (CUIR) are the thesis authors' files submitted through the University Graduate School.

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต  
สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน  
คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย  
ปีการศึกษา 2558  
ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

EFFECTS OF ORGANIZING LEARNING ACTIVITIES USING REALISTIC MATHEMATICS  
EDUCATION APPROACH AND ADVANCING CHILDREN'S THINKING ON  
MATHEMATICAL REASONING AND COMMUNICATION ABILITIES OF EIGHTH GRADE  
STUDENTS

Miss Thunpimon Jannoom



A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements  
for the Degree of Master of Education Program in Mathematics Education  
Department of Curriculum and Instruction  
Faculty of Education  
Chulalongkorn University  
Academic Year 2015  
Copyright of Chulalongkorn University

หัวข้อวิทยานิพนธ์

ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการศึกษา  
คณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงร่วมกับการพัฒนา  
ความคิดของเด็กที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทาง  
คณิตศาสตร์และความสามารถในการสื่อสารทาง  
คณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

โดย

นางสาวธัญพิมล จันทร์นุ่น

สาขาวิชา

การศึกษาคณิตศาสตร์

อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก

อาจารย์ ดร. จงกล ทำสวน

คณะกรรมการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้หัวข้อวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่ง  
ของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาโทบริหารธุรกิจ

..... คณบดีคณะครุศาสตร์

(รองศาสตราจารย์ ดร. บัญชา ชลาภิรมย์)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

..... ประธานกรรมการ

(รองศาสตราจารย์ ดร. อัมพร ม้าคอง)

..... อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก

(อาจารย์ ดร. จงกล ทำสวน)

..... กรรมการภายนอกมหาวิทยาลัย

(อาจารย์ ดร. อรรถศาสตร์ นิมิตรพันธ์)

ชัยพิมล จันทน์นุ้ม : ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริง ร่วมกับการพัฒนาความคิดของเด็กที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 (EFFECTS OF ORGANIZING LEARNING ACTIVITIES USING REALISTIC MATHEMATICS EDUCATION APPROACH AND ADVANCING CHILDREN'S THINKING ON MATHEMATICAL REASONING AND COMMUNICATION ABILITIES OF EIGHTH GRADE STUDENTS) อ.ที่ปริกษาวิทยานิพนธ์หลัก: อ. ดร. จงกล ทำสวน, 208 หน้า.

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงร่วมกับการพัฒนาความคิดของเด็ก ระหว่างก่อนเรียนกับหลังเรียน 2) เปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงร่วมกับการพัฒนาความคิดของเด็ก ระหว่างก่อนเรียนกับหลังเรียน 3) เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงร่วมกับการพัฒนาความคิดของเด็กกับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ 4) เปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงร่วมกับการพัฒนาความคิดของเด็กกับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ และ 5) ศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงร่วมกับการพัฒนาความคิดของเด็ก ตัวอย่างในการวิจัยเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนนวมินทราชินูทิศ สตรีวิทยา 2 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2558 เป็นนักเรียนกลุ่มทดลอง 50 คน และกลุ่มควบคุม 49 คน เครื่องมือที่ใช้ในการทดลองคือ แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงร่วมกับการพัฒนาความคิดของเด็ก และแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล คือ แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ วิเคราะห์ข้อมูลโดยหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และการทดสอบค่าที (t-test) ผลการวิจัยพบว่า

1) นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงร่วมกับการพัฒนาความคิดของเด็กมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 2) นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงร่วมกับการพัฒนาความคิดของเด็กมีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 3) นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงร่วมกับการพัฒนาความคิดของเด็กมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 4) นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงร่วมกับการพัฒนาความคิดของเด็กมีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และ 5) นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงร่วมกับการพัฒนาความคิดของเด็ก มีพัฒนาการของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ดีขึ้น

ภาควิชา หลักสูตรและการสอน

ลายมือชื่อนิสิต .....

สาขาวิชา การศึกษาคณิตศาสตร์

ลายมือชื่อ อ.ที่ปริกษาหลัก .....

ปีการศึกษา 2558

# # 5683405127 : MAJOR MATHEMATICS EDUCATION

KEYWORDS: REALISTIC MATHEMATICS EDUCATION / ADVANCING CHILDREN'S THINKING / MATHEMATICAL REASONING ABILITY / MATHEMATICAL COMMUNICATION ABILITY

THUNPIMON JANNOOM: EFFECTS OF ORGANIZING LEARNING ACTIVITIES USING REALISTIC MATHEMATICS EDUCATION APPROACH AND ADVANCING CHILDREN'S THINKING ON MATHEMATICAL REASONING AND COMMUNICATION ABILITIES OF EIGHTH GRADE STUDENTS. ADVISOR: JONGKOL THAMSUAN, Ed.D., 208 pp.

The purposes of this research were 1) to compare mathematical reasoning ability of students learning by using an organizing learning activities using realistic mathematics education approach and advancing children's thinking between, before and after learning., 2) to compare mathematical communication ability of students learning by using an organizing learning activities using realistic mathematics education approach and advancing children's thinking between, before and after learning., 3) to compare mathematical reasoning ability of students between experimental group and control group., 4) to compare mathematical communication ability of students between experimental group and control group., and 5) to study the mathematical reasoning and communication abilities of students learning by using an organizing learning activities using realistic mathematics education approach and advancing children's thinking. The subjects were eighth grade students of Nawamintharachinuthit satriwittaya 2 school in the first semester of the academic year 2015. There were 50 students in the experimental group and 49 students in the control group. The experimental instruments constructed by the researcher were lesson plans focusing on the organizing learning activities using realistic mathematics education approach and advancing children's thinking and conventional plans. The instruments for data collection were mathematical reasoning ability tests and mathematical communication ability tests. The results of the study revealed that:

1) the mathematical reasoning ability of students after learning by using the organizing learning activities using realistic mathematics education approach and advancing children's thinking were higher than those before the experiment at a .05 level of significance., 2) the mathematical communication ability of students after learning by using the organizing learning activities using realistic mathematics education approach and advancing children's thinking were higher than those before the experiment at a .05 level of significance., 3) the mathematical reasoning ability of students in the experimental group were higher than those of the students in the control group at a .05 level of significance., 4) the mathematical communication ability of students in the experimental group were higher than those of the students in the control group at a .05 level of significance., and 5) the mathematical reasoning and communication abilities of students learning by using an organizing learning activities using realistic mathematics education approach and advancing children's thinking were developed in positive direction.

Department: Curriculum and Instruction

Student's Signature .....

Field of Study: Mathematics Education

Advisor's Signature .....

Academic Year: 2015

## กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงได้ด้วยความสำเร็จอย่างสูงจาก อาจารย์ ดร. จงกล ทำสวน อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ที่ได้สละเวลาและช่วยเหลือในด้านคำปรึกษา คำชี้แนะ ทุกระบวนการในการทำวิทยานิพนธ์ ทำให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้มีความสมบูรณ์ครบถ้วน ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งใจเป็นอย่างยิ่ง จึงขอขอบพระคุณอาจารย์ด้วยความเคารพอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

ขอขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ ดร. อัมพร ม้าคนอง ประธานคณะกรรมการการสอบวิทยานิพนธ์ และ อาจารย์ ดร. อรรถศาสตร์ นิมิตรพันธ์ กรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ที่ได้กรุณาให้ข้อเสนอแนะเพิ่มเติม ตรวจสอบความถูกต้อง ซึ่งเป็นประโยชน์ในการทำวิทยานิพนธ์ฉบับนี้มีความสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น

ขอขอบพระคุณคณาจารย์สาขาวิชา การศึกษาคณิตศาสตร์ และคณาจารย์คณะครุศาสตร์ทุกท่านที่ได้ฝึกฝน มอบความรู้และทักษะในการทำวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ รวมทั้งเจ้าหน้าที่คณะครุศาสตร์ทุกท่านที่คอยช่วยเหลือ มีน้ำใจในการอำนวยความสะดวกในด้านต่างๆ อย่างเป็นกัลยาณมิตรเสมอมา

ขอขอบพระคุณผู้ทรงคุณวุฒิทุกท่าน ที่กรุณาเสียสละเวลาตรวจพิจารณาข้อเสนอแนะต่างๆ ในการปรับปรุงแก้ไขเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลให้มีความถูกต้องสมบูรณ์ยิ่งขึ้น

ขอขอบคุณโรงเรียนนวมินทราชินูทิศ สตรีวิทยา 2 ทั้งผู้บริหารโรงเรียน ครู และนักเรียนที่ได้กรุณาให้ความอนุเคราะห์ในการเก็บรวบรวมข้อมูล อีกทั้งยังให้แง่คิดทั้งด้านการดำเนินชีวิต การทำงาน และหาที่พักให้กับผู้วิจัย และขอขอบคุณโรงเรียนศรัทธาสมุทร ที่ได้กรุณาให้ความอนุเคราะห์ในการทดลองใช้เครื่องมือวิจัยให้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งในความกรุณาเป็นอย่างยิ่ง

ท้ายสุดนี้ ขอกราบขอบพระคุณคุณแม่ คุณพ่อ และน้องสาวที่คอยให้การสนับสนุนด้านการศึกษาเสมอมา ขอขอบคุณพี่ๆ และเพื่อนๆ ที่น่ารักทุกคนที่คอยห่วงใย และเสนอความช่วยเหลือ ทุกครั้งที่พบปะแลกเปลี่ยนความคิดเห็น

ได้รับการสนับสนุนทุนวิจัยจาก “ทุนอุดหนุนวิทยานิพนธ์สำหรับนิสิต” บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	จ
กิตติกรรมประกาศ.....	ฉ
สารบัญ.....	ช
สารบัญตาราง.....	ญ
สารบัญภาพ .....	ฐ
บทที่ 1 บทนำ .....	1
ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา .....	1
คำถามการวิจัย .....	5
วัตถุประสงค์ของการวิจัย.....	5
สมมติฐานของการวิจัย.....	6
ขอบเขตของการวิจัย.....	9
คำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย .....	10
ประโยชน์ที่ได้รับ.....	15
บทที่ 2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง .....	16
1. แนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริง (Realistic Mathematics Education: RME).....	17
2. การพัฒนาความคิดของเด็ก (Advancing Children’s Thinking: ACT) .....	30
3. การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ .....	41
4. การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ .....	53
5. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง .....	59
บทที่ 3 วิธีดำเนินการวิจัย .....	66
1. การศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง .....	66

2. การออกแบบการวิจัย .....	67
3. การกำหนดประชากรและตัวอย่างในการวิจัย .....	67
4. การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง .....	68
5. การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล .....	75
6. การดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล .....	84
7. การวิเคราะห์ข้อมูล .....	86
8. สถิติที่ใช้ในการวิจัย .....	87
บทที่ 4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล .....	88
ตอนที่ 1 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ .....	89
1. ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ระหว่างก่อนเรียน และหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลอง .....	89
2. ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ระหว่างก่อนเรียนและ หลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลอง .....	89
3. ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ระหว่างนักเรียน กลุ่มทดลองกับนักเรียนกลุ่มควบคุม .....	90
4. ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ระหว่างนักเรียนกลุ่ม ทดลองกับนักเรียนกลุ่มควบคุม .....	90
ตอนที่ 2 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ .....	91
1. ข้อมูลทั่วไปเกี่ยวกับโรงเรียน ครู และนักเรียน .....	91
2. ผลการศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของ นักเรียนกลุ่มทดลอง .....	92
3. ผลการศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน กลุ่มทดลอง .....	97
บทที่ 5 สรุปผลการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ .....	107



สรุปผลการวิจัย.....	111
อภิปรายผลการวิจัย.....	112
ข้อเสนอแนะ.....	119
รายการอ้างอิง.....	121
ภาคผนวก ก รายนามผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบเครื่องมือวิจัย.....	129
ภาคผนวก ข หนังสือเชิญผู้ทรงคุณวุฒิ และหนังสือขอความร่วมมือในการวิจัย.....	131
ภาคผนวก ค โครงสร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และ ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์.....	140
ภาคผนวก ง ผลการประเมินแบบทดสอบจากผู้เชี่ยวชาญและผลการวิเคราะห์คุณภาพของ เครื่องมือ.....	145
ภาคผนวก จ เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล.....	153
ภาคผนวก ฉ ตัวอย่างเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง.....	160
ภาคผนวก ช ตัวอย่างใบกิจกรรมในแผนการจัดการเรียนรู้.....	192
ภาคผนวก ซ ผลการทดสอบทางสถิติของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทาง คณิตศาสตร์และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์.....	202
ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์.....	208

## สารบัญตาราง

ตารางที่ 1	แนวทางการจัดการเรียนรู้ตามแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริง (Yunita, 2013 อ้างถึงใน Daniel, 2014: 17-18) .....	28
ตารางที่ 2	สรุปบทบาทครูและบทบาทนักเรียนในการพัฒนาความคิดของเด็ก .....	38
ตารางที่ 3	แสดงแบบแผนการวิจัย .....	67
ตารางที่ 4	แสดงสาระการเรียนรู้และจำนวนคาบของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง การประยุกต์เกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ .....	70
ตารางที่ 5	แสดงสาระการเรียนรู้ เนื้อหา/ทฤษฎีบทของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ คณิตศาสตร์เรื่อง การประยุกต์เกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ .....	70
ตารางที่ 6	ขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม .....	71
ตารางที่ 7	เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ .....	76
ตารางที่ 8	เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์.....	80
ตารางที่ 9	แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และการทดสอบค่าที (t-test) เพื่อทดสอบคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ระหว่างก่อนเรียนและ หลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลอง .....	89
ตารางที่ 10	แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และการทดสอบค่าที (t-test) เพื่อทดสอบคะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ระหว่างก่อนเรียนและหลัง เรียนของนักเรียนกลุ่มทดลอง.....	89
ตารางที่ 11	แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และการทดสอบค่าที (t-test) เพื่อทดสอบคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ระหว่างนักเรียนกลุ่ม ทดลองกับนักเรียนกลุ่มควบคุม.....	90
ตารางที่ 12	แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และการทดสอบค่าที (t-test) เพื่อทดสอบคะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ระหว่างนักเรียนกลุ่ม ทดลองกับนักเรียนกลุ่มควบคุม.....	90
ตารางที่ 13	โครงสร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (ก่อนเรียน).....	141

<b>ตารางที่ 14</b> การวิเคราะห์เนื้อหาและพฤติกรรมที่ต้องการวัดของแบบวัดความสามารถในการให้ เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (ก่อนเรียน).....	141
<b>ตารางที่ 15</b> โครงสร้างแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ (ก่อนเรียน).....	142
<b>ตารางที่ 16</b> การวิเคราะห์เนื้อหาและพฤติกรรมที่ต้องการวัดของแบบวัดความสามารถในการ สื่อสารทางคณิตศาสตร์ (ก่อนเรียน).....	142
<b>ตารางที่ 17</b> โครงสร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (หลังเรียน) .....	143
<b>ตารางที่ 18</b> การวิเคราะห์เนื้อหาและพฤติกรรมที่ต้องการวัดของแบบวัดความสามารถในการให้ เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (หลังเรียน) .....	143
<b>ตารางที่ 19</b> โครงสร้างแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ (หลังเรียน) .....	144
<b>ตารางที่ 20</b> การวิเคราะห์เนื้อหาและพฤติกรรมที่ต้องการวัดของแบบวัดความสามารถในการ สื่อสาร ทางคณิตศาสตร์ (หลังเรียน) .....	144
<b>ตารางที่ 21</b> ผลการประเมินความสอดคล้องและความเหมาะสม ( $\bar{x}$ ) ของโครงสร้างแบบวัด ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน.....	147
<b>ตารางที่ 22</b> ผลการประเมินความสอดคล้องและความเหมาะสม ( $\bar{x}$ ) ของโครงสร้างแบบวัด ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน .....	148
<b>ตารางที่ 23</b> ผลการประเมินความสอดคล้องและความเหมาะสม ( $\bar{x}$ ) ของโครงสร้างแบบวัด ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน.....	149
<b>ตารางที่ 24</b> ผลการประเมินความสอดคล้องและความเหมาะสม ( $\bar{x}$ ) ของโครงสร้างแบบวัด ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน .....	150
<b>ตารางที่ 25</b> แสดงค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเที่ยงของแบบวัดความสามารถ ในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน จำนวน 4 ข้อ (นำไปใช้จริง).....	151
<b>ตารางที่ 26</b> แสดงค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเที่ยงของแบบวัดความสามารถ ในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน จำนวน 4 ข้อ (นำไปใช้จริง).....	151
<b>ตารางที่ 27</b> แสดงค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเที่ยงของแบบวัดความสามารถ ในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน จำนวน 4 ข้อ (นำไปใช้จริง).....	152
<b>ตารางที่ 28</b> แสดงค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเที่ยงของแบบวัดความสามารถ ในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน จำนวน 4 ข้อ (นำไปใช้จริง).....	152

**ตารางที่ 29** ผลการทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ระหว่างก่อนเรียน  
และหลังเรียนของกลุ่มทดลอง ..... 203

**ตารางที่ 30** ผลการทดสอบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ระหว่างก่อนเรียนและ  
หลังเรียนของกลุ่มทดลอง ..... 204

**ตารางที่ 31** ผลการทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ระหว่างนักเรียนกลุ่ม  
ทดลองกับนักเรียนกลุ่มควบคุม..... 205

**ตารางที่ 32** ผลการทดสอบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ระหว่างนักเรียนกลุ่ม  
ทดลองกับนักเรียนกลุ่มควบคุม..... 206



## สารบัญภาพ

ภาพที่ 1 การคิดให้เป็นคณิตศาสตร์เชิงกว้าง การคิดให้เป็นคณิตศาสตร์เชิงลึก (Gravemeijer, 1994 อ้างถึงใน Barnes, 2004).....	18
ภาพที่ 2 แบบจำลองการคิดค้นคณิตศาสตร์ที่เป็นนามธรรมโดยได้รับการแนะนำ (guided reinvention model) (Gravenmeijer, 1994 อ้างถึงใน Zukardi, 1999: 4).....	19
ภาพที่ 3 มโนทัศน์ และการประยุกต์ใช้โดยการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ (De Lange, 1996 อ้างถึงใน Zukardi, 1999: 6).....	24
ภาพที่ 4 กรอบแนวคิดของ Advancing Children’s Thinking (ACT) และกลยุทธ์ที่อยู่ระหว่างองค์ประกอบของกรอบแนวคิด ACT (Fraivillig, 1999: 7).....	34
ภาพที่ 5 ลำดับการคิด (Krulik and Rudnick, 1993: 3).....	42
ภาพที่ 6 กรอบแนวคิดในการวิจัย.....	65
ภาพที่ 7 แสดงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ด้านการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูล (แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 ใบกิจกรรมที่ 1.2 ภาคผนวก ช หน้า 193).....	92
ภาพที่ 8 แสดงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ด้านการแสดงข้อสรุปของข้อมูล (แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 ใบกิจกรรมที่ 1.2 ภาคผนวก ช หน้า 194).....	93
ภาพที่ 9 แสดงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ด้านการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูล (แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7 ใบกิจกรรมที่ 7.2 ภาคผนวก ช หน้า 197).....	94
ภาพที่ 10 แสดงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ด้านการแสดงข้อสรุปของข้อมูล (แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7 ใบกิจกรรมที่ 7.2 ภาคผนวก ช หน้า 197).....	95
ภาพที่ 11 แสดงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ด้านการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูล (แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 14 ใบกิจกรรมที่ 14.2 ภาคผนวก ช หน้า 201).....	96
ภาพที่ 12 แสดงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ด้านการแสดงข้อสรุปของข้อมูล (แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 14 ใบกิจกรรมที่ 14.2 ภาคผนวก ช หน้า 201).....	97
ภาพที่ 13 แสดงความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ (แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 ใบกิจกรรมที่ 1.1 ภาคผนวก ช หน้า 193).....	98

<b>ภาพที่ 14</b> แสดงความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ (แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 ใบกิจกรรมที่ 3.1 ภาคผนวก ข หน้า 195).....	99
<b>ภาพที่ 15</b> แสดงความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการนำเสนอ (แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 ใบกิจกรรมที่ 3.1 ภาคผนวก ข หน้า 195).....	100
<b>ภาพที่ 16</b> แสดงความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ (แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 ใบกิจกรรมที่ 5.1 ภาคผนวก ข หน้า 196).....	101
<b>ภาพที่ 17</b> แสดงความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ (แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7 ใบกิจกรรมที่ 7.2 ภาคผนวก ข หน้า 197).....	102
<b>ภาพที่ 18</b> แสดงความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการนำเสนอ (แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8 ใบกิจกรรมที่ 8.2 ภาคผนวก ข หน้า 198).....	103
<b>ภาพที่ 19</b> แสดงความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ (แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10 ใบกิจกรรมที่ 10.1 ภาคผนวก ข หน้า 199).....	104
<b>ภาพที่ 20</b> แสดงความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ (แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 14 ใบกิจกรรมที่ 14.2 ภาคผนวก ข หน้า 201).....	105
<b>ภาพที่ 21</b> แสดงความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการนำเสนอ (แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 12 ใบกิจกรรมที่ 12.2 ภาคผนวก ข หน้า 200).....	106

## บทที่ 1

### บทนำ

#### ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

การเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 ได้ให้ความสำคัญในหลายทักษะและสาระหลักหลายวิชา หนึ่งในนั้นคือวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งกระบวนการจัดการศึกษาจะต้องส่งเสริมให้เกิดความรู้และความเข้าใจในเนื้อหาวิชาให้อยู่ในระดับสูงโดยการสอดแทรกหรือบูรณาการทักษะในการดำรงชีพเข้าไปในรายวิชาต่างๆ รวมถึงรายวิชาคณิตศาสตร์ด้วย นั่นคือ ความรู้เกี่ยวกับโลก การเงินและเศรษฐศาสตร์ การเป็นพลเมืองดี สุขภาพ และสิ่งแวดล้อม โดยความรู้และทักษะเหล่านี้มีประโยชน์ต่อผู้เรียนในการช่วยส่งเสริมทักษะการคิด ทำให้เกิดความรู้ที่ลึกและคงทนสามารถนำไปใช้ในสถานการณ์อื่นๆ ซึ่งจะช่วยให้ผู้เรียนสามารถตอบสนองความต้องการที่กำลังเปลี่ยนแปลงไปของสังคม อีกทั้งเป็นทักษะติดตัวสำหรับอนาคตใหม่สำหรับผู้เรียน (Bellanca and Brandt, 2010; วิจารณ์ พานิช, 2555; วิจารณ์ พานิช, 2556 และวิโรจน์ สารรัตนะ, 2556) การที่ความรู้และทักษะเหล่านี้จะเกิดขึ้นได้อย่างครบถ้วนสมบูรณ์นั้น นักเรียนจำเป็นจะต้องมีความรู้และทักษะเหล่านี้อย่างรอบด้าน สามารถคิดเชิงวิเคราะห์อย่างเป็นเหตุเป็นผลและเชื่อมโยงเอาความรู้และทักษะต่างๆ เข้ามาบูรณาการร่วมกันได้

ในปัจจุบันการประเมินด้านการศึกษาทั้งในระดับประเทศและนานาชาติ เช่น โครงการการประเมินผลนักเรียนร่วมกับนานาชาติ (programme for international student assessment: PISA) การศึกษาแนวโน้มการศึกษาคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ระหว่างประเทศ (trends in international mathematics and science study: TIMSS) และ การทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติขั้นพื้นฐาน (ordinary national education test: O-NET) เป็นต้น ทั้งนี้เพื่อสะท้อนถึงความรู้และการเตรียมความพร้อมของประชาชนในแต่ละประเทศ โดยโครงการ PISA มีวัตถุประสงค์เพื่อประเมินคุณภาพของระบบการศึกษาในการเตรียมความพร้อมให้ประชาชนมีศักยภาพหรือความสามารถพื้นฐานที่จำเป็นต่อการดำรงชีวิตในโลกที่มีการเปลี่ยนแปลง ไม่เน้นการประเมินความรู้ของผู้เรียนตามหลักสูตรที่เรียนอยู่ในห้องเรียนโดยตรง แต่เน้นการประเมินสมรรถนะของผู้เรียนในการใช้ความรู้และทักษะที่เกี่ยวข้องกับชีวิตจริงสำหรับการเรียนรู้ตลอดชีวิตและการใช้ชีวิตในสังคมยุคใหม่ โดยให้ความสำคัญกับการรู้เรื่องการอ่าน การรู้เรื่องคณิตศาสตร์ และการรู้เรื่องวิทยาศาสตร์ โดยเฉพาะสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ ที่นักเรียนจำเป็นต้องมีและสามารถใช้สมรรถนะที่หลากหลายในการแก้ปัญหาทั้งการทำใหม่ (reproduction) การเชื่อมโยง (connection) และการสะท้อนและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ (reflection and communication) ในขณะที่โครงการ TIMSS มีวัตถุประสงค์เพื่อประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ตามหลักสูตรของ

นักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 และมัธยมศึกษาปีที่ 2 (ปรีชาญ เดชศรี, สุนีย์ คล้ายนิล, อัมพิกา ประโมจณีย์, 2549 และ สำนักงานเลขาธิการสภาการศึกษา, 2554) โดยให้ความสำคัญกับพฤติกรรมการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ 3 ด้าน คือ ด้านความรู้ ด้านการประยุกต์ใช้ความรู้ และด้านการให้เหตุผล (สำนักงานเลขาธิการสภาการศึกษา, 2554 และ Wu. M., 2010) และ O-NET เป็นการสอบเพื่อวัดผลสัมฤทธิ์ทางการศึกษานักเรียนมีความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาตามหลักสูตรมากนักยอเพียงใด (สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ, 2553) ซึ่งจากคะแนนของคณิตศาสตร์ใน PISA 2012 ไทยได้คะแนนมาตรฐานอยู่ที่ 494 คะแนน ซึ่งต่ำกว่าค่าเฉลี่ย โดยที่นักเรียนไทยมีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 427 คะแนน อยู่ระดับที่ 2 ซึ่งต่ำกว่าค่าเฉลี่ย และเมื่อเรียงตามคะแนนเฉลี่ยจาก 50 ประเทศในเอเชีย มีเพียงอินโดนีเซียที่มีคะแนนต่ำกว่าไทย (สำนักงานเลขาธิการสภาการศึกษา, 2556) ด้านผลการประเมิน TIMSS ระหว่าง ค.ศ. 2007 - 2001 พบว่า ประเทศที่มีคะแนนเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์สูงสุด 3 ลำดับแรก ได้แก่ เกาหลีใต้ สิงคโปร์ จีน-ไทเป ตามลำดับ ส่วนประเทศไทยมีคะแนนเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์เป็น 427 คะแนน เมื่อพิจารณาเป็นรายด้านพบว่า ด้านความรู้มีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 423 คะแนน ด้านการประยุกต์ใช้ความรู้ มีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 428 คะแนน และด้านการให้เหตุผลมีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 429 คะแนน ถือได้ว่าอยู่ในเกณฑ์ระดับต่ำ ทั้งนี้ยังพบว่าประเทศไทย มาเลเซีย และอินโดนีเซียมีแนวโน้มของคะแนนเฉลี่ยลดลง (สำนักงานเลขาธิการสภาการศึกษา, 2556) และเมื่อพิจารณาคะแนนเฉลี่ย O-NET ปี 2556 พบว่าทั้งนักเรียนระดับมัธยมศึกษาปีที่ 6 พบว่ารายวิชาที่มีคะแนนเฉลี่ย 3 อันดับท้าย คือ วิชาวิทยาศาสตร์ 37.46 คะแนน วิชาภาษาอังกฤษ 36.99 คะแนน วิชาคณิตศาสตร์ 35.77 คะแนน และระดับมัธยมศึกษาปีที่ 3 รายวิชาที่มีคะแนนเฉลี่ยน้อยที่สุด 3 อันดับท้ายคือรายวิชาเดียวกัน คือวิชาวิทยาศาสตร์ คะแนนเฉลี่ย 35.37 คะแนน วิชาภาษาอังกฤษ 28.71 คะแนน วิชาคณิตศาสตร์ มีคะแนนเฉลี่ยน้อยที่สุดอยู่ที่ 26.95 คะแนน (สำนักทดสอบทางการศึกษา, 2557)

เมื่อพิจารณาจากผลการทดสอบ O-NET สะท้อนให้เห็นว่านักเรียนมีความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาคณิตศาสตร์ไม่เพียงพอ และจากผลการสอบทั้งโครงการ PISA และ โครงการ TIMSS ซึ่งได้แสดงให้เห็นว่าผู้เรียนขาดทักษะการคิดทั้งทักษะการให้เหตุผลและการสื่อสารในวิชาคณิตศาสตร์ และจากการวิจัยต่างๆ พบว่าในรายวิชาคณิตศาสตร์นักเรียนมีทักษะพื้นฐานไม่เพียงพอ ทั้งด้านการคิดวิเคราะห์ ด้านการให้เหตุผล และด้านภาษา รวมทั้งขาดแรงจูงใจในการเรียน ไม่เห็นความสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์ที่จะนำไปใช้ในชีวิตจริง (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ, 2545; สำนักงานปฏิรูปการศึกษา, 2545 และ สำนักงานเลขาธิการสภาการศึกษา, 2552)

จากข้อมูลข้างต้นจะเห็นว่า การให้เหตุผลเป็นทักษะที่จำเป็นสำหรับชีวิตประจำวันและการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ซึ่งจะช่วยให้นักเรียนมีการคิดวิเคราะห์ที่หลากหลาย เป็นคนมีเหตุผล มีความมั่นใจในการตัดสินใจ และสามารถนำไปประยุกต์ใช้ในการคิด ตัดสินใจในชีวิตประจำวันได้



นอกจากนี้ยังช่วยพัฒนาให้ผู้เรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหา การตัดสินใจ การหาข้อสรุป อีกทั้งยังเป็นพื้นฐานการคิดในขั้นสูงเพื่อนำไปใช้ในการเรียนรู้สิ่งต่างๆ ได้อย่างมีประสิทธิภาพ (นาเดีย กองเป็ง, 2555: 44; สิริวรรณ จันทร์กุล, 2554: 48 และ NCTM, 2000: 342) สำหรับแนวทางของการพัฒนาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์นั้นครูควรจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมให้นักเรียนฝึกการคิดวิเคราะห์ และสรุปแนวคิดอย่างสมเหตุสมผล และจัดกิจกรรมที่เอื้อต่อการเรียนรู้ของนักเรียน โดยการสร้างบรรยากาศการพูดคุยแลกเปลี่ยนความคิดภายในห้องเรียน กระตุ้นให้นักเรียนคิดตลอดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ (กุลนิดา วรสารนันท์, 2552: 45; ญัฐกานต์ รักนาค, 2552: 52 และ สุดารัตน์ ภิรมย์ราช, 2555: 39) ซึ่งโจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ที่ใช้ควรเป็นสถานการณ์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริง เพื่อดึงดูดความสนใจ กระตุ้นให้เกิดการคิด และนำแนวคิดไปประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ใหม่ได้ (พรรณทิพา พรหมรักษ์, 2552: 42 และ Baroody and Coslick, 1998: 2-30 อ้างถึงใน พรรณทิพา พรหมรักษ์, 2552 และ NCTM, 2000: 345)

นอกจากนี้การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ยังเป็นทักษะที่ช่วยส่งเสริมให้ผู้เรียนได้มีการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน ทำให้ผู้เรียนมีความเข้าใจในเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์มากขึ้น เกิดความมั่นใจในการแสดงออก อีกทั้งช่วยให้ครูเข้าใจระบบความคิดของนักเรียน และสามารถจัดกิจกรรมได้อย่างเหมาะสมและสอดคล้องกับความสามารถของนักเรียน (ชนิสรา เรืองนุ่น, 2556: 35; สิริวรรณ จันทร์กุล, 2554: 64 และ NCTM, 2000: 348) โดยแนวทางในการพัฒนาการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนนั้น ครูควรจัดกิจกรรมที่ส่งเสริมและกระตุ้นให้นักเรียนได้คิด (Rowan and Morrow, 1993: 9-10) โดยอาจจะเป็นรูปแบบกิจกรรมที่อยู่ในรูปของเกม การแก้โจทย์ปัญหา หรือรูปแบบอื่นๆ ที่น่าสนใจ เปิดโอกาสให้นักเรียนได้สำรวจแนวคิด และอธิบายแนวคิดแบบกลุ่มหรือรายบุคคล ซึ่งครูจะคอยเป็นผู้ชี้แนะแนวทางหรือให้ความช่วยเหลือเท่าที่จำเป็น (กรมวิชาการ, 2544: 201 อ้างถึงใน พรรณทิพา พรหมรักษ์, 2552: 53 และ NCTM, 2000: 351)

ปัจจุบันมีรูปแบบและแนวทางการจัดการเรียนรู้รวมถึงกลยุทธ์ที่ใช้ในหลายรูปแบบที่จะช่วยส่งเสริมและพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ นั่นคือ แนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริง (RME) และการพัฒนาความคิดของเด็ก (ACT) โดยที่แนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงจะมุ่งเน้นพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ผ่านการทำงานในบริบทที่มีความหมาย (Dickinson and Hough, 2012) โดยการจัดกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงหรือนำแนวคิดและมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในการแก้ปัญหา (Hirza, Kusumah, Darhim, and Zulkardi, 2014) อีกทั้งให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการเรียนรู้ มีการอภิปราย แลกเปลี่ยนความคิดอย่างสมเหตุสมผล และมีการทำงานร่วมกันเป็นกลุ่ม (Zulkardi, 1999) ซึ่งจะช่วยพัฒนาความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ (เกศินี เพ็ชรรุ่ง, 2556) และทำให้นักเรียนปรับใช้รูปแบบการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในสถานการณ์อื่นได้อย่างเหมาะสม ส่งผลให้

นักเรียนมีพฤติกรรมการเรียนรู้ดีขึ้น และช่วยพัฒนาหรือส่งเสริมทักษะการให้เหตุผลและความคิดสร้างสรรค์ได้อีกด้วย (Fauzan, Slettenhaar, and Plomp, 2002) ส่วนการพัฒนาความคิดของเด็กจะมุ่งเน้นในการพัฒนาการคิดและทักษะในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียน จากการล้วงความคิดของนักเรียนด้วยการกระตุ้นให้นักเรียนแสดงและหาวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลายด้วยตัวนักเรียนเอง รวมถึงการสนับสนุนความคิดของนักเรียนโดยเปิดโอกาสให้แลกเปลี่ยนความคิดและร่วมกันอภิปรายเพื่อให้นักเรียนเขียนวิธีการแก้ปัญหาในรูปแบบที่เป็นทางการมากยิ่งขึ้น และขยายความคิดของนักเรียนโดยการให้สถานการณ์ที่ยากขึ้น เพื่อให้นักเรียนได้วิเคราะห์เพื่อสะท้อนความคิดโดยร่วมกันอภิปรายและเปรียบเทียบวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหา (Fraivillig, Murphy and Fuson, 1999) ซึ่งทำให้นักเรียนได้มีการใช้เหตุผล ผูกการสื่อสาร และผูกการประยุกต์ใช้ความรู้ในการแก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้อย่างมีประสิทธิภาพ (Irwin and Woodward, 2005 และ เกษณีย์ ยอดไพอินทร์, 2556: 31)

จากที่กล่าวมาข้างต้น เป็นที่น่าสนใจว่า หากผสมผสานการพัฒนาความคิดของเด็กพร้อมกับแนวทางการจัดการเรียนรู้ตามแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงน่าจะส่งผลให้เกิดการพัฒนาทักษะความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ได้ โดยลักษณะของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เริ่มต้นด้วยการยกสถานการณ์หรือบริบทปัญหาที่อยู่ในชีวิตจริง แล้วให้นักเรียนทำความเข้าใจบริบทปัญหา โดยครูล้วงความคิดของนักเรียนเพื่อให้ได้คำตอบหลายๆ คำตอบ และใช้คำอธิบายของนักเรียนเป็นพื้นฐานในการกำหนดบทเรียน พร้อมทั้งสนับสนุนความคิดของนักเรียนด้วยการให้นักเรียนนึกสถานการณ์ปัญหาหรือบริบทในชีวิตจริงที่คล้ายคลึงกับสถานการณ์ที่ครูยกตัวอย่าง ซึ่งในขั้นตอนนี้จะส่งผลให้เกิดการพัฒนาทักษะในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ด้านการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ ในขั้นต่อไปจึงนำข้อมูลที่นักเรียนวิเคราะห์ได้มาเขียนความสัมพันธ์และแสดงวิธีการแก้ปัญหา โดยครูล้วงความคิดและสนับสนุนความคิดของนักเรียน ด้วยการใช้คำถามเจาะลึกรายละเอียดเพื่อให้นักเรียนนำข้อมูล ความรู้และกลยุทธ์ต่างๆ ที่เกี่ยวข้อง กับสถานการณ์หรือบริบทในชีวิตจริงที่กำหนดให้ มาช่วยในการสร้างแบบจำลอง อีกทั้งครูสนับสนุนและขยายความคิดของนักเรียน โดยการให้นักเรียนร่วมกันพิจารณาและอภิปรายความสัมพันธ์ของความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง และให้นักเรียนวิเคราะห์ เปรียบเทียบ และกระตุ้นให้นักเรียนนึกถึงแนวคิดพื้นฐาน รวมถึงกระบวนการแก้ปัญหาที่นักเรียนเคยเรียนมา จากนั้นให้เขียนวิธีการแก้ปัญหาด้วยภาษาของตนเอง ซึ่งในขั้นตอนนี้จะส่งผลให้เกิดการพัฒนาทักษะในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ในด้านการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ ต่อจากนี้จึงนำคำตอบของนักเรียนแต่ละคนมาเปรียบเทียบหรืออภิปรายร่วมกัน ในขั้นนี้ครูอาจล้วงและสนับสนุนความคิดของนักเรียนด้วยการใช้กระบวนการกลุ่ม และเปิดโอกาสให้นักเรียนนำเสนอวิธีการแก้ปัญหาที่แตกต่างกัน จากนั้นครูล้วงและขยายความคิดของนักเรียนด้วยการให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับขั้นตอนหรือวิธีการแก้ปัญหา เพื่อหา

วิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสมจากวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลาย และให้นักเรียนเกิดความเข้าใจโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ในรูปแบบที่เป็นทางการมากยิ่งขึ้น ซึ่งในขั้นตอนดังกล่าวน่าจะส่งผลให้เกิดการพัฒนาทักษะในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ด้านการแสดงข้อสรุปของข้อมูล และพัฒนาทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ในด้านการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ สุดท้ายครูให้นักเรียนสรุปผลและสะท้อนสิ่งที่ได้จากการเรียนรู้ โดยครูล้วงและสนับสนุนความคิดของนักเรียนด้วยการให้นักเรียนนึกถึงความรู้พื้นฐาน ขั้นตอนหรือวิธีการที่จำเป็นต่อการแก้ปัญหา จากนั้นขยายความคิดของนักเรียน ด้วยการให้สถานการณ์หรือบริบทปัญหาซึ่งอาจขยายหรือปรับปัญหาเดิมหรือเปลี่ยนปัญหาใหม่ และกระตุ้นให้นักเรียนนึกถึงแนวคิดพื้นฐานของตัวอย่างในชั้นเรียน เพื่อให้นักเรียนหาวิธีการแก้ปัญหาที่ดีที่สุด ซึ่งที่กล่าวมานักเรียนสามารถพัฒนาทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ในด้านการใช้ภาษาสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้อีกด้วย

จากที่กล่าวมาข้างต้นผู้วิจัยจึงสนใจที่จะศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงร่วมกับการพัฒนาความคิดของเด็กที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง การประยุกต์เกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ เนื่องจากเป็นเนื้อหาที่มีความสอดคล้องกับชีวิตประจำวัน ทำให้นักเรียนน่าจะเชื่อมโยงสิ่งที่ได้เรียนรู้ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตจริงได้

### คำถามการวิจัย

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงร่วมกับการพัฒนาความคิดของเด็ก จะช่วยพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้หรือไม่ อย่างไร

### วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงร่วมกับการพัฒนาความคิดของเด็กระหว่างก่อนเรียนกับหลังเรียน
2. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงร่วมกับการพัฒนาความคิดของเด็กระหว่างก่อนเรียนกับหลังเรียน

3. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงร่วมกับการพัฒนาความคิดของเด็กกับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

4. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงร่วมกับการพัฒนาความคิดของเด็กกับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

5. เพื่อศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงร่วมกับการพัฒนาความคิดของเด็ก

### สมมติฐานของการวิจัย

Fauzan, Slettenhaar, and Plomp (2002) ได้ศึกษาการสอนคณิตศาสตร์ในโรงเรียนประถมศึกษาประเทศอินโดนีเซียโดยใช้การศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริง จุดมุ่งหมายในการวิจัยคือ เพื่อให้นักเรียนมีการใช้เหตุผล มีความเข้าใจในแนวคิดพื้นฐาน และมีทัศนคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ งานวิจัยนี้ได้สำรวจจากครูระดับประถมศึกษาในโรงเรียนในสุราบายา (ชวาแถบตะวันออก) ประเทศอินโดนีเซีย ซึ่งเป็นครูที่ไม่มีประสบการณ์การสอนโดยใช้แนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริง การเก็บข้อมูลจะมุ่งเน้นไปที่กิจกรรมการเรียนการสอนและปฏิกิริยาของนักเรียนเมื่อใช้แนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริง วิธีการที่ใช้รวบรวมข้อมูลคือ การสังเกต จดบันทึก และการสัมภาษณ์ โดยนำข้อมูลมาวิเคราะห์เชิงคุณภาพ ผลการสำรวจพบว่า แนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงส่งผลในเชิงบวกกับกระบวนการเรียนการสอนในห้องเรียน นักเรียนมีพฤติกรรมการเรียนรู้ในเชิงบวก แสดงให้เห็นว่าการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงเป็นวิธีการที่มีศักยภาพสำหรับการเรียนการสอนและการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยเฉพาะอย่างยิ่งในการให้เหตุผล และความคิดสร้างสรรค์

เกศินี เพ็ชรรุ่ง (2556: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาการพัฒนาชุดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริง เพื่อส่งเสริมโน้ตศน์และความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อพัฒนาชุดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริง และศึกษาผลการใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริง กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนบ้านนา "นายท พัทยากร" เป็นนักเรียนกลุ่มทดลองจำนวน 40 คน และนักเรียนกลุ่มควบคุม จำนวน 40 คนโดย เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง คือ ชุดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่

สอดคล้องกับชีวิตจริง และแผนการจัดการเรียนรู้แบบปกติ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงมีมีโนทัศน์และความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่เรียนด้วยการจัดการเรียนรู้แบบปกติ และมีความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน ซึ่งมีโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์มีความเกี่ยวข้องกับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เพราะความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในการวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ โดยความรู้ทางคณิตศาสตร์ได้แบ่งออกเป็นด้านมีโนทัศน์และด้านวิธีการ จึงมีแนวโน้มเป็นไปได้ว่าแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงสามารถพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนให้ดีขึ้นได้

Fraivillig, Murphy and Fuson (1999) ได้ศึกษาการพัฒนาความคิดของเด็ก โดยได้กำหนดแนวทางการจัดกิจกรรมสำหรับการพัฒนาความคิดของเด็ก (Advancing Children's Thinking: ACT) ประกอบด้วยขั้นตอนการจัดกิจกรรม ดังนี้ 1) ขั้นล้าวงความคิด (eliciting) เป็นการดึงเอาวิธีการแก้ปัญหาของนักเรียนออกมา 2) ขั้นสนับสนุนความคิด (supporting) เป็นการสนับสนุนให้นักเรียนมีความเข้าใจในมีโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และ 3) ขั้นขยายความคิด (extending) เป็นการขยายความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ผลการศึกษาพบว่า แนวทางการจัดกิจกรรมดังกล่าวสามารถดึง/ล้าวงความคิดของนักเรียนหรือขยายความคิดของนักเรียนและสนับสนุนให้นักเรียนเกิดความสามารถในการคิดทางคณิตศาสตร์มากขึ้น ซึ่งการคิดทางคณิตศาสตร์มีความเกี่ยวข้องกับความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากการคิดทางคณิตศาสตร์เป็นกระบวนการที่เกี่ยวข้องกับการให้เหตุผล การสื่อสาร การสังเคราะห์ความคิด และการแก้ปัญหา ดังนั้นจึงมีแนวโน้มเป็นไปได้ว่า การพัฒนาความคิดของเด็กสามารถพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ได้

เกษณีย์ ยอดไพอินทร์ (2556: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาเกี่ยวกับผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมที่อดคอมปิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการนิรนัยทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยกลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนพุทไธสง กลุ่มทดลอง 40 คน และกลุ่มควบคุม 33 คน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมที่อดคอมปิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการนิรนัยทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน และสูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และความสามารถในการให้เหตุผลและการนิรนัยทางคณิตศาสตร์มีพัฒนาการที่ดีขึ้น

เบญจมาศ ฉิมมาลี (2550: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมคณิตศาสตร์โดยใช้คำถามระดับสูงประกอบแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของปลายวิถึที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และการคิดอย่างมีวิจารณ์ญาณของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 กลุ่มตัวอย่างคือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เป็นกลุ่มทดลอง 36 คนและกลุ่มควบคุม 36 คน ผลการวิจัยพบว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมคณิตศาสตร์โดยใช้คำถามระดับสูงประกอบแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของปลายวิถึมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนดร้อยละ 50 สูงกว่าก่อนการทดลอง และสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

สุธารัตน์ ภิรมย์ราช (2555: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาผลของการใช้เทคนิค Think-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เป็นการจัดกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ที่ให้นักเรียนเป็นผู้หาความรู้ด้วยตนเอง โดยครูจัดสถานการณ์ที่ก่อให้เกิดความน่าสนใจ ทำให้นักเรียนเกิดความสงสัย สำรวจ ค้นหาทำความเข้าใจ เพื่อสามารถอธิบายและลงข้อสรุปได้ อีกทั้งยังให้นักเรียนอภิปรายร่วมกันเพื่อแลกเปลี่ยนความคิดเห็น ตัวอย่างในการวิจัยคือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวนนักเรียน 80 คน ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้เทคนิค Think-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบสูงกว่าก่อนได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้และสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งการใช้เทคนิค Think-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบมีความเกี่ยวข้องกับขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของผู้วิจัยในขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจบริบทปัญหา โดยในขั้นนี้จะให้นักเรียนสำรวจ วิเคราะห์ ค้นหา และระบุสิ่งที่เกี่ยวข้องทางคณิตศาสตร์ และในทุกๆ ขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของผู้วิจัยจะให้นักเรียนได้มีการอภิปรายร่วมกัน จึงมีแนวโน้มเป็นไปได้ว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงร่วมกับการพัฒนาความคิดของเด็กสามารถพัฒนาการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ได้

หทัยรัตน์ ยศแผ่น (2556: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยให้ความช่วยเหลือนักเรียนในรูปแบบต่างๆ ที่เหมาะสมกับความสามารถของนักเรียน อีกทั้งยังใช้การสนทนา ชักถาม ยกตัวอย่างและอภิปรายเพื่อให้นักเรียนระลึกถึงสิ่งที่นักเรียนเคยเรียน ตัวอย่างในการวิจัยคือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวนนักเรียน 98 คน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สูงกว่าร้อยละ 50 สูงกว่า

ก่อนเรียน และสูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุม ซึ่งการใช้กลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้มีความเกี่ยวข้องกับ การพัฒนาความคิดของเด็ก คือ การล้วงความคิด การสนับสนุนความคิด และการขยายความคิด โดยการกระตุ้นให้นักเรียนนึกถึงความรู้ทางคณิตศาสตร์และข้อมูลสำคัญอื่นๆ ที่นักเรียนเคยเรียนมาใช้ใน การแก้ปัญหา และสนับสนุนความคิดให้นักเรียนมีการอภิปรายร่วมกัน อีกทั้งขยายความคิดให้ นักเรียนสามารถนำสิ่งที่ได้เรียนรู้ไปใช้ในสถานการณ์อื่นๆ ได้ จึงมีแนวโน้มเป็นไปได้ว่า การจัด กิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงร่วมกับการพัฒนาความคิด ของเด็กสามารถพัฒนาการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ได้

จากงานวิจัยดังกล่าว ผู้วิจัยจึงตั้งสมมติฐานของการวิจัย ดังนี้

1. นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่ สอดคล้องกับชีวิตจริงร่วมกับการพัฒนาความคิดของเด็ก มีความสามารถในการให้เหตุผลทาง คณิตศาสตร์หลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลอง
2. นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่ สอดคล้องกับชีวิตจริงร่วมกับการพัฒนาความคิดของเด็ก มีความสามารถในการสื่อสารทาง คณิตศาสตร์หลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลอง
3. นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่ สอดคล้องกับชีวิตจริงร่วมกับการพัฒนาความคิดของเด็กมีความสามารถในการให้เหตุผลทาง คณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ
4. นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่ สอดคล้องกับชีวิตจริงร่วมกับการพัฒนาความคิดของเด็กมีความสามารถในการสื่อสารทาง คณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

### ขอบเขตของการวิจัย

#### 1. ประชากรและตัวอย่างในการวิจัย

1.1 ประชากร คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขต พื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 2 กรุงเทพมหานคร

1.2 ตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 2 ห้อง ที่ เรียนในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2558 โรงเรียนนวมินทราชินูทิศ สตรีวิทยา 2 สังกัดสำนักงานเขต พื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 2 กรุงเทพมหานคร

2. เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย เป็นส่วนหนึ่งของหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง การประยุกต์เกี่ยวกับ อัตราส่วนและร้อยละ

3. ตัวแปรที่ศึกษา มีดังนี้

3.1 ตัวแปรต้น ได้แก่

3.1.1 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงร่วมกับการพัฒนาความคิดของเด็ก

3.1.2 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

3.2 ตัวแปรตาม ได้แก่

3.2.1 ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

3.2.2 ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

### คำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย

1. แนวทางการจัดการเรียนรู้ตามแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริง (realistic mathematics education approach: RME) หมายถึง การจัดการเรียนรู้ที่เริ่มด้วยการใช้สถานการณ์หรือบริบทปัญหาในชีวิตจริงแล้วให้นักเรียนทำความเข้าใจสถานการณ์หรือบริบทปัญหานั้น เพื่อจะนำมาเชื่อมโยงปัญหาในบริบทชีวิตจริงและคณิตศาสตร์โดยใช้แบบจำลอง เพื่อเปิดโอกาสให้นักเรียนแสดงความคิดและสร้างผลงานด้วยตัวนักเรียนเอง แล้วอภิปรายเพื่อให้นักเรียนมีความเข้าใจโมทัศน์ทางคณิตศาสตร์ในรูปแบบที่เป็นทางการมากยิ่งขึ้น จากนั้นให้นักเรียนสรุปผลและสะท้อนสิ่งที่ได้จากการเรียนรู้ ซึ่งการวิจัยในครั้งนี้ใช้แนวทางการจัดการเรียนรู้ของแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงตามแนวคิดของ Yunita (2013 อ้างถึงใน Daniel, 2014: 17-18) โดยมี 4 ขั้นตอน ดังต่อไปนี้

**ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจบริบทปัญหา (understanding contextual problem)** เป็นขั้นตอนของการให้สถานการณ์หรือบริบทปัญหาที่อยู่ในชีวิตจริง จากนั้นให้นักเรียนทำความเข้าใจบริบทปัญหานั้น

**ขั้นที่ 2 การแสดงวิธีการแก้ปัญหา (solving contextual problem)** เป็นขั้นตอนของการให้นักเรียนสร้างแบบจำลองที่เหมาะสมกับสถานการณ์หรือบริบทที่กำหนดให้ โดยให้นักเรียนทำกิจกรรมเป็นรายบุคคลหรือรายกลุ่มและให้คำแนะนำนักเรียนตามความจำเป็น

**ขั้นที่ 3 การเปรียบเทียบหรืออภิปรายคำตอบ (comparing or discussing answer)** เป็นขั้นตอนของการนำเสนอและเปรียบเทียบแบบจำลองกับนักเรียนคนอื่นๆ โดยผ่านการมี



ปฏิสัมพันธ์ในรูปแบบของการทำงานร่วมกัน การอภิปราย และการสะท้อนความคิด เพื่อหาวิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสมจากวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลาย และให้นักเรียนเกิดความเข้าใจในทัศนคติทางคณิตศาสตร์ในรูปแบบที่เป็นทางการมากยิ่งขึ้น

**ขั้นที่ 4 การสรุป (concluding)** เป็นขั้นตอนของการให้นักเรียนสรุปผลและสะท้อนสิ่งที่ได้จากการเรียนรู้

**2. การพัฒนาความคิดของเด็ก (advancing children's thinking: ACT)** หมายถึงแนวทางที่ใช้สำหรับการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของเด็ก/นักเรียนที่เน้นการพัฒนาทักษะการคิดและการคิดวิเคราะห์ของนักเรียน ด้วยการกระตุ้นให้นักเรียนอธิบายและวิเคราะห์วิธีการหาคำตอบด้วยตัวนักเรียนเอง ระหว่างนั้นครูจะสนับสนุนความคิดของนักเรียนโดยการเปิดโอกาสให้แลกเปลี่ยนความคิดและร่วมกันอภิปราย เพื่อให้นักเรียนมีความเข้าใจในทัศนคติทางคณิตศาสตร์ในรูปแบบที่เป็นทางการมากยิ่งขึ้น ทั้งนี้ครูสามารถขยายความคิดของนักเรียนได้ ด้วยการกระตุ้นให้นักเรียนสะท้อนความคิดทางคณิตศาสตร์และหาวิธีการอื่นๆ เพื่อให้สามารถเรียนรู้ได้เต็มอาณาเขตของศักยภาพของนักเรียน และเป็นการส่งเสริมให้นักเรียนมีการคิดในระดับที่สูงขึ้น ซึ่งแนวทางในการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของ Fraivillig, Murphy and Fuson (1999: 7-17) มีองค์ประกอบ 3 ประการ ดังนี้

**2.1 ล้วงความคิด (eliciting):** เป็นการตั้งคำถามหรือวิธีการแก้ปัญหาของนักเรียนออกมา โดยครูกระตุ้นให้นักเรียนได้แสดงความคิดด้วยการพูดอธิบาย และวิเคราะห์วิธีการหาคำตอบด้วยตัวนักเรียนเอง รวมทั้งใช้คำอธิบายของนักเรียนเป็นพื้นฐานในการกำหนดบทเรียน ดังนั้นจึงเน้นที่การเอาคำตอบหลายๆ คำตอบจากนักเรียนในปัญหาหนึ่งๆ ก่อให้เกิดการอภิปรายในห้องเรียน อีกทั้งยังเป็นการตรวจสอบความรู้และวิธีการที่นักเรียนกำลังคิดเกี่ยวกับแนวทางการแก้ปัญหา โดยมีวิธีการดังนี้

- ตั้งข้อมูล คำตอบหรือวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลายจากปัญหาหนึ่งๆ จากนั้นให้เวลานักเรียนคิดและรอฟังคำตอบ
- ใช้คำถามที่เจาะลึกถึงรายละเอียด เพื่อให้นักเรียนอธิบายถึงวิธีการแก้ปัญหของนักเรียนให้ชัดเจนมากยิ่งขึ้น
- ส่งเสริมกิจกรรมที่มีการแก้ปัญหาร่วมกัน พร้อมทั้งให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการอภิปราย
- เขียนวิธีการแก้ปัญหของนักเรียนบนกระดาน เพื่อให้นักเรียนจดจำและสามารถนำไปกล่าวอ้างหรืออ้างถึงในการอภิปรายในชั้นเรียนได้
- ให้นักเรียนอภิปรายเกี่ยวกับขั้นตอนหรือวิธีการแก้ปัญหา เพื่อส่งเสริมให้นักเรียนรับฟังและทำความเข้าใจวิธีการแก้ปัญหาในรูปแบบอื่นๆ ที่แตกต่างจากของตนเอง

- เปิดโอกาสให้นักเรียนแสดงความคิดอย่างทั่วถึง

**2.2 สนับสนุนความคิด (supporting):** เป็นการสนับสนุนให้นักเรียนมีความเข้าใจในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ โดยครูสนับสนุน ส่งเสริมและรับฟังความคิดของนักเรียนทุกคนในห้องเรียน อาจใช้กระบวนการกลุ่มเพื่อให้นักเรียนช่วยเหลือซึ่งกันและกัน และให้ความช่วยเหลือนักเรียนเป็นรายบุคคล โดยมีวิธีการดังนี้

- ชี้ให้นักเรียนนึกถึงการแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่คล้ายกันหรือสถานการณ์ที่ผ่านมา
- ทบทวนความรู้พื้นฐานรวมถึงกระบวนการแก้ปัญหาที่จำเป็นต่อการแก้ปัญหา
- ใช้กระบวนการกลุ่ม เพื่อให้นักเรียนช่วยเหลือซึ่งกันและกัน
- ให้นักเรียนแต่ละคนทำความเข้าใจและเขียนวิธีการแก้ปัญหาด้วยภาษาของตนเอง
- เขียนสัญลักษณ์และวิธีการแก้ปัญหามนกระดานที่แสดงถึงวิธีการแก้ปัญหของ

นักเรียน

- เปิดโอกาสให้นักเรียนนำเสนอวิธีการแก้ปัญหที่แตกต่างกัน
- เปิดโอกาสให้นักเรียนขอความช่วยเหลือได้เมื่อจำเป็น

**2.3 ขยายความคิด (extending):** เป็นการขยายความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยครูกระตุ้นให้นักเรียนสะท้อนความคิดทางคณิตศาสตร์และหาวิธีการอื่นๆ เพื่อให้สามารถเรียนรู้ได้เต็มอาณาเขตของศักยภาพของนักเรียน และเป็นการส่งเสริมให้นักเรียนมีการคิดในระดับที่สูงขึ้น โดยมีวิธีการดังนี้

- ขอให้นักเรียนพยายามแก้ปัญหายากขึ้น เพื่อให้นักเรียนรักความท้าทาย โดยหาวิธีการแก้ปัญหที่ที่หลากหลาย

ให้นักเรียนวิเคราะห์ เปรียบเทียบ และกระตุ้นให้นักเรียนนึกถึงแนวคิดพื้นฐานที่นักเรียนเคยเรียนมา

- ให้นักเรียนพิจารณาและอภิปรายความสัมพันธ์ของความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง

ให้นักเรียนเขียนวิธีการแก้ปัญหามนกระดาน และร่วมกันอภิปรายวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญห เพื่อเป็นการสะท้อนความคิด เปรียบเทียบ และหาวิธีการแก้ปัญหที่ดีที่สุด

- ให้นักเรียนเลือกวิธีการแก้ปัญหไปใช้ในสถานการณ์ที่คล้ายกัน หรือปัญหาที่ครูขยายหรือปรับปัญหาเดิมหรือเปลี่ยนปัญหาใหม่ และท้าทายให้นักเรียนคิดวิธีการแก้ปัญหที่ที่หลากหลาย

- ส่งเสริมให้นักเรียนหาวิธีการแก้ปัญหที่มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น
- ให้นักเรียนสร้างสถานการณ์ปัญหา และหาวิธีการแก้ปัญหของตนเอง เพื่อเป็นความท้าทายและให้นักเรียนมีส่วนร่วมมากยิ่งขึ้น

**3. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริง**  
**ร่วมกับการพัฒนาความคิดของเด็ก** หมายถึง การจัดการเรียนรู้ที่เริ่มต้นด้วยการให้สถานการณ์หรือบริบทปัญหาในชีวิตจริงแล้วให้นักเรียนทำความเข้าใจสถานการณ์หรือบริบทปัญหานั้น แล้วใช้การล้างความคิด สนับสนุนความคิดและขยายความคิด เพื่อเปิดโอกาสให้นักเรียนสร้างแบบจำลอง เขียนและนำเสนอวิธีการแก้ปัญหา ร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับขั้นตอนหรือวิธีการแก้ปัญหา สะท้อนความคิด เปรียบเทียบและหาวิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสม สรุปและสะท้อนสิ่งที่ได้เรียนรู้ และแก้ปัญหาในสถานการณ์หรือบริบทปัญหาใหม่ที่ท้าทาย โดยมีขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 3 ขั้นตอน ดังนี้

**3.1 ขั้นเตรียมความพร้อม** เป็นการทบทวนความรู้หรือเนื้อหาเดิม เพื่อเชื่อมโยงเข้าสู่ความรู้หรือเนื้อหาใหม่ โดยการใช้การสนทนา ซักถาม ยกตัวอย่างและอภิปรายเพื่อให้นักเรียนระลึกถึงสิ่งที่ผ่านมาแล้ว

**3.2 ขั้นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้** เป็นการใช้แนวทางการจัดการเรียนรู้ของแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงตามแนวคิดของ Yunita (2013 อ้างถึงใน Daniel, 2014: 17-18) และใช้แนวทางในการพัฒนาความคิดของเด็กตามแนวคิดของ Fraivillig, Murphy and Fuson (1999: 7-17) เข้าไปเสริมหรือใช้ร่วมในแต่ละขั้นตอนของแนวทางการจัดการเรียนรู้ตามแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริง โดยไม่จำเป็นต้องเรียงตามลำดับและทำครบองค์ประกอบทั้ง 3 ประการ ซึ่งมี 4 ขั้นตอน ดังนี้

**ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจบริบทปัญหา (understanding contextual problem)** เป็นขั้นตอนที่ครูนำเสนอสถานการณ์หรือบริบทปัญหาที่อยู่ในชีวิตจริง แล้วให้นักเรียนทำความเข้าใจบริบทปัญหา ด้วยการให้นักเรียนสำรวจสถานการณ์ วิเคราะห์ ค้นหา และระบุสิ่งที่เกี่ยวข้องทางคณิตศาสตร์ของสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ โดยครูล้างความคิด สนับสนุนความคิดและขยายความคิดของนักเรียนเพื่อให้นักเรียนระบุข้อมูลสำคัญ ความรู้และแนวคิดพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ และประสบการณ์ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่คล้ายกันหรือสถานการณ์ที่ผ่านมา

**ขั้นที่ 2 การแสดงวิธีการแก้ปัญหา (solving contextual problem)** เป็นขั้นตอนที่ครูให้นักเรียนสร้างแบบจำลองที่เหมาะสมกับสถานการณ์หรือบริบทที่กำหนดให้ โดยครูล้างความคิด สนับสนุนความคิดและขยายความคิดของนักเรียน เพื่อให้นักเรียนนำข้อมูล ความรู้พื้นฐานและกลยุทธ์ต่างๆ และกระบวนการแก้ปัญหาที่จำเป็นที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์หรือบริบทในชีวิตจริงที่กำหนดให้ มาสร้างแบบจำลองและเขียนวิธีการแก้ปัญหาด้วยภาษาของตนเอง ด้วยการคำถามที่เจาะลึกถึงรายละเอียดและประเด็นสำคัญ

**ขั้นที่ 3 การเปรียบเทียบหรืออภิปรายคำตอบ (comparing or discussing answer)** เป็นขั้นตอนที่ครูให้นักเรียนเปรียบเทียบวิธีการแก้ปัญหาของนักเรียนแต่ละคน โดยครูล้างความคิด สนับสนุนความคิดและขยายความคิดของนักเรียนด้วยการใช้กระบวนการกลุ่ม

เพื่อให้นักเรียนร่วมกันแก้ปัญหาและช่วยเหลือซึ่งกันและกัน และเปิดโอกาสให้นักเรียนนำเสนอวิธีการแก้ปัญหาที่แตกต่างกัน พร้อมทั้งวิเคราะห์และเปรียบเทียบเพื่อหาวิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสมหรือดีที่สุดจากวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลาย

**ขั้นที่ 4 การสรุป (concluding)** เป็นขั้นตอนที่ครูให้นักเรียนสรุปผลและสะท้อนสิ่งที่ได้จากการเรียนรู้ โดยครูล้วงความคิด สนับสนุนความคิดและขยายความคิดของนักเรียนด้วยการใช้คำถามที่เจาะลึกถึงรายละเอียด เพื่อให้นักเรียนนึกถึงความรู้พื้นฐาน ขั้นตอนหรือวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหา แล้วให้สถานการณ์หรือบริบทปัญหาซึ่งอาจขยายหรือปรับปัญหาเดิมหรือเปลี่ยนปัญหาใหม่ และท้าทายให้นักเรียนคิดวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลายเพื่อหาวิธีการแก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น

**3.3 ขั้นสรุป** เป็นการให้นักเรียนร่วมกันสรุปสาระสำคัญของบทเรียน และนำความรู้ที่ได้รับไปใช้ในการแก้ปัญหาหรือสถานการณ์ต่างๆ เพื่อพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

**4. การจัดการเรียนรู้แบบปกติ** หมายถึง การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแนวการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ซึ่งประกอบด้วยขั้นตอนหลักในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คือ

**4.1 ขั้นเตรียมความพร้อม** เป็นการทบทวนความรู้หรือเนื้อหาเดิม เพื่อเชื่อมโยงเข้าสู่ความรู้หรือเนื้อหาใหม่ โดยการใช้การสนทนา ซักถาม ยกตัวอย่างและอภิปรายเพื่อให้นักเรียนระลึกถึงสิ่งที่ผ่านมาแล้ว

**4.2 ขั้นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้** เป็นการสอนเนื้อหาใหม่ให้นักเรียนเข้าใจ กฎสูตร ทฤษฎีบท โดยการใช้คำถาม การอธิบายประกอบการยกตัวอย่าง ซึ่งดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามคู่มือการจัดการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ของกรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ

**4.3 ขั้นสรุป** เป็นการให้นักเรียนร่วมกันสรุปสาระสำคัญของบทเรียน และนำความรู้ที่ได้รับไปใช้ในการแก้ปัญหาหรือสถานการณ์ต่างๆ เพื่อพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

**5. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์** หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ และการแสดงข้อสรุปของข้อมูลอย่างสมเหตุสมผล ซึ่งวัดได้จากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยพิจารณาจากลักษณะพฤติกรรมที่แสดงถึงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จากงานของ วรณารถ อยู่สุข (2555: 76) สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551: 206) และสมเดช บุญประจักษ์ (2540: 333) ซึ่งมีองค์ประกอบ 2 ด้าน ดังนี้

**5.1 ด้านการวิเคราะห์ความสัมพันธ์** เป็นความสามารถของนักเรียนในการวิเคราะห์ข้อมูลจากสถานการณ์ที่กำหนดให้ และเขียนแสดงความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลเหล่านั้นได้อย่างสมเหตุสมผล

**5.2 ด้านการแสดงข้อสรุปของข้อมูล** เป็นความสามารถของนักเรียนในการแสดงเหตุผลพร้อมทั้งอธิบายข้อสรุปและยืนยันข้อสรุปนั้นได้อย่างถูกต้องและสมเหตุสมผล

**6. ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์** หมายถึง ความสามารถในการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร สื่อความหมาย และการนำเสนอ เพื่อแสดงแนวคิดหรืออธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์อย่างเป็นลำดับขั้นตอน ซึ่งวัดได้จากแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยพิจารณาจากลักษณะพฤติกรรมที่แสดงถึงความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์จาก Kennedy and Tipps (1994: 112) และสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555: 94) ซึ่งมีองค์ประกอบ 3 ด้าน ดังนี้

**6.1 ความสามารถด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์** เป็นความสามารถในการใช้ภาษา คำศัพท์ และสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการแสดงข้อมูลได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม

**6.2 ความสามารถในการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์** เป็นความสามารถในการอธิบายแนวคิดโดยอาศัยหลักการและความรู้ทางคณิตศาสตร์ โดยใช้รูปภาพ แผนภาพ ตาราง กราฟ แบบจำลอง หรือตัวแทนแนวคิดในลักษณะอื่นๆ เพื่อแสดงให้เห็นถึงความเชื่อมโยงระหว่างแนวคิดทางคณิตศาสตร์และตัวแทนเหล่านั้น

**6.3 ความสามารถในการนำเสนอ** เป็นความสามารถในการนำเสนอแนวคิดได้อย่างถูกต้อง ชัดเจน และมีลำดับขั้นตอน

### ประโยชน์ที่ได้รับ

1. เป็นแนวทางสำหรับครูที่ต้องการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงร่วมกับการพัฒนาความคิดของเด็ก เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

2. ข้อค้นพบจะเป็นพื้นฐานสำหรับการวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงร่วมกับการพัฒนาความคิดของเด็ก

## บทที่ 2

### เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัยเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงร่วมกับการพัฒนาความคิดของเด็กที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ดังนี้

1. แนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริง
  - 1.1 ความเป็นมาและแนวคิดหลักของแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริง
  - 1.2 หลักการของแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริง
  - 1.3 ลักษณะเฉพาะของแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริง
  - 1.4 แนวทางการจัดการเรียนรู้ตามแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริง
2. การพัฒนาความคิดของเด็ก
  - 2.1 ความหมายของการพัฒนาความคิดของเด็ก
  - 2.2 ความสำคัญของการพัฒนาความคิดของเด็ก
  - 2.3 แนวทางในการพัฒนาความคิดของเด็ก
  - 2.4 บทบาทครูและบทบาทนักเรียนของการพัฒนาความคิดของเด็ก
3. การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
  - 3.1 ความหมายของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
  - 3.2 ประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
  - 3.3 แนวทางในการพัฒนาความสามารถของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
  - 3.4 การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
4. การสื่อสารทางคณิตศาสตร์
  - 4.1 ความหมายของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
  - 4.2 แนวทางในการพัฒนาความสามารถของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
  - 4.3 การประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
5. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

## 1. แนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริง (Realistic Mathematics Education: RME)

### 1.1 ความเป็นมาและแนวคิดหลักของแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริง

Marja van den Heuvel-Panhuizen (2000: 3) กล่าวว่า แนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงเป็นที่รู้จักและพัฒนาขึ้นในช่วงปี 1970 โดย Freudenthal และเพื่อนร่วมงานในสถาบัน IOWO ภายหลังเปลี่ยนชื่อเป็น สถาบัน Freudenthal ซึ่ง Freudenthal มีมุมมองแนวคิดที่ว่า คณิตศาสตร์ควรเชื่อมโยงกับชีวิตจริง ใกล้ชิดกับประสบการณ์ของนักเรียนและเกี่ยวข้องกับสังคม เพื่อให้คณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่มีความสำคัญสำหรับมนุษย์แทนที่จะเห็นคณิตศาสตร์เป็นเพียงวิชาที่ถ่ายทอดเนื้อหาความรู้ที่มีอยู่แล้ว Freudenthal ยังเน้นอีกว่า ความคิดทางคณิตศาสตร์เป็นกิจกรรมหนึ่งของมนุษย์ ซึ่งในบทเรียนคณิตศาสตร์ควรให้นักเรียนได้รับการชี้แนะและโอกาสในการคิดค้นคณิตศาสตร์ที่เป็นนามธรรม (re-invent) ซึ่งหมายความว่าการศึกษาคณิตศาสตร์ไม่ควรเน้นให้คณิตศาสตร์เป็นระบบแบบปิด (closed system) แต่ควรเป็นกิจกรรมที่อยู่บนพื้นฐานของการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์

ในปัจจุบันรูปแบบแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริง ส่วนใหญ่จะอยู่ในลักษณะมุมมองทางคณิตศาสตร์ของ Freudenthal (1991 อ้างถึงใน Zukardi, 1999: 3) ซึ่งมีจุดเน้นที่สำคัญ 2 ประการ คือ

1. คณิตศาสตร์ต้องเชื่อมโยงกับชีวิตจริง (mathematics must be connected to reality) เป็นการทำให้คณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่อยู่ใกล้ชิดและเกี่ยวข้องกับสถานการณ์ในชีวิตประจำวันของนักเรียน อย่างไรก็ตาม คำว่า สอดคล้องกับชีวิตจริง (realistic) ไม่เพียงหมายถึงการเชื่อมโยงกับโลกแห่งความเป็นจริงเท่านั้น แต่ยังหมายถึงสถานการณ์ปัญหาที่เป็นจริงในความรู้สึกของนักเรียนด้วย และสำหรับปัญหาที่นำเสนอให้นักเรียนนี้จะหมายถึง บริบทที่อยู่ในโลกจริง แต่อาจจะไม่จำเป็นเสมอไป อีกทั้ง De lange (1996 อ้างถึงใน Zukardi, 1999: 3) ยังระบุว่า สถานการณ์ปัญหาสามารถทำให้มองเห็นถึงการประยุกต์ใช้หรือมองเห็นแบบจำลองได้อีกด้วย

2. คณิตศาสตร์เป็นกิจกรรมของมนุษย์ (mathematics as human activity) โดยระบบการศึกษาทางคณิตศาสตร์จะเป็นการคิดค้นคณิตศาสตร์ที่เป็นนามธรรมโดยได้รับการแนะนำ (guided reinvention) ซึ่งนักเรียนสามารถนำประสบการณ์มาเทียบกับกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่คล้ายคลึงกันได้ ความหมายของการคิดค้นคณิตศาสตร์ที่เป็นนามธรรม (reinvention) คือ ขั้นตอนในกระบวนการเรียนรู้ที่เป็นไปอย่างธรรมชาติของนักเรียน เช่น ประวัติศาสตร์ของคณิตศาสตร์สามารถใช้เป็นแรงบันดาลใจ/แรงกระตุ้นในการออกแบบการแก้ปัญหาของนักเรียน นอกจากนั้น หลักการการคิดค้นคณิตศาสตร์ที่เป็นนามธรรม (reinvention) ยังสามารถเป็นแรงบันดาลใจ/แรงกระตุ้นให้เกิดกระบวนการแก้ปัญหาที่ไม่เป็นทางการได้ ซึ่งวิธีการแก้ปัญหาที่ไม่เป็นทางการของนักเรียนนั้นบางครั้ง

สามารถนำไปสู่วิธีการแก้ปัญหาที่เป็นทางการมากยิ่งขึ้นได้อีกด้วย ซึ่งในกรณีนี้กระบวนการคิดค้นคณิตศาสตร์ที่เป็นนามธรรม (reinvention) ได้ใช้มโนทัศน์ของการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ในการชี้แนะ

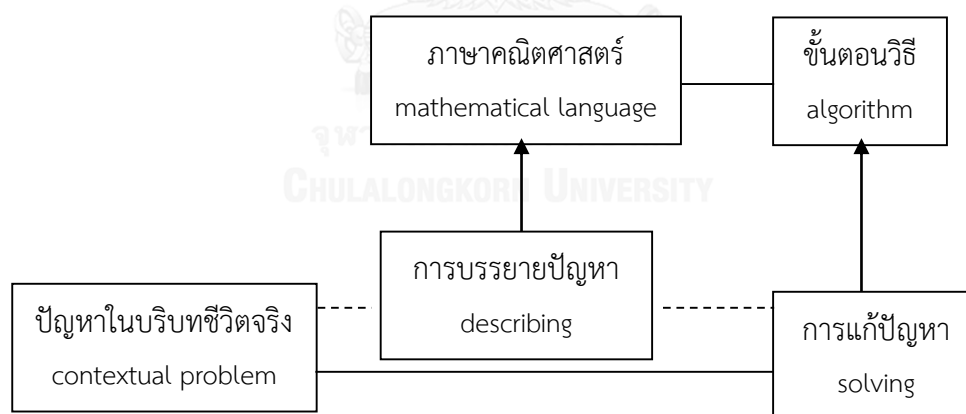
Treffers (1987 อ้างถึงใน Barnes, 2004: 54) กล่าวว่า การคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ในบริบทของการศึกษาแบ่งออกเป็น 2 ลักษณะ ดังนี้

1. การคิดให้เป็นคณิตศาสตร์เชิงกว้าง (horizontal mathematization) เป็นการคิดที่นักเรียนใช้กลยุทธ์แบบไม่เป็นทางการในการอธิบาย และดำเนินการแก้ปัญหาจากสถานการณ์ หรือบริบทที่กำหนดให้

2. การคิดให้เป็นคณิตศาสตร์เชิงลึก (vertical mathematization) เป็นกระบวนการที่นักเรียนใช้กลยุทธ์ที่ไม่เป็นทางการมาใช้ในการแก้ปัญหาโดยใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ หรือนำกลยุทธ์ที่ไม่เป็นทางการมาใช้ในการหาขั้นตอนวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหานั้นๆ

Freudenthal (1991 อ้างถึงใน Zukardi, 1999: 4) ได้ระบุว่า การคิดให้เป็นคณิตศาสตร์เชิงกว้างเป็นการคิดจากชีวิตจริงไปสู่โลกของสัญลักษณ์ และการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์เชิงลึกเป็นการเคลื่อนย้ายอยู่ในโลกของสัญลักษณ์ Freudenthal ยังเพิ่มเติมอีกว่า การคิดให้เป็นคณิตศาสตร์เชิงกว้างและเชิงลึกไม่สามารถแยกออกจากกันได้อย่างชัดเจน

Gravemeijer (1994 อ้างถึงใน Barnes, 2004) ได้นำเสนอแผนภาพการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์เชิงกว้าง และการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์เชิงลึก ไว้ดังนี้



ภาพที่ 1 การคิดให้เป็นคณิตศาสตร์เชิงกว้าง (-----) การคิดให้เป็นคณิตศาสตร์เชิงลึก (—————)

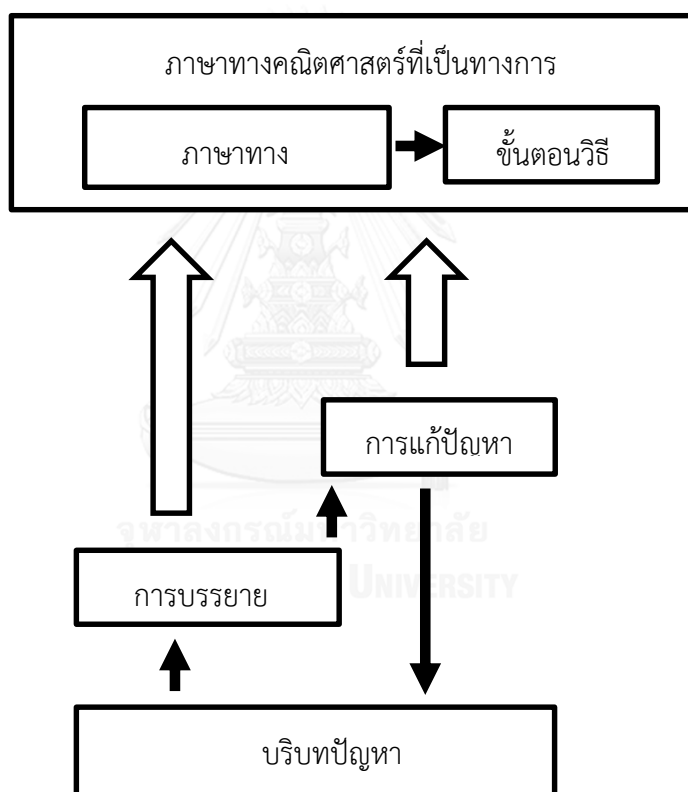
(Gravemeijer, 1994 อ้างถึงใน Barnes, 2004)

จากภาพที่ 1 เป็นวิธีการสอนรูปแบบหนึ่งของผู้เรียนในการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ในเชิงลึกแบบทางการ สิ่งที่ควรระวังในวิธีการนี้ คือ เมื่อผู้เรียนได้เข้าสู่กระบวนการเรียนรู้โดยไม่ผ่านกระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์เชิงกว้าง ก็มีความเป็นไปได้ว่า ผู้เรียนอาจจะล้มขั้นตอนวิธีการแก้ปัญหาที่เคยเรียนมา ทำให้ผู้เรียนขาดความรู้หรือทักษะในการเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา สิ่ง



เหล่านี้สามารถเปรียบเทียบได้ว่า มีใครสักคนหนึ่งกำลังหาวิธีการข้ามแม่น้ำ โดยเขาได้แต่โบกไม้โบกมือและตะโกนเรียกคนอื่นฝั่งหนึ่งของแม่น้ำเพื่อขอความช่วยเหลือและคาดหวังว่าคนอื่นฝั่งหนึ่งจะบอกวิธีการข้ามแม่น้ำแก่เขา เมื่อเขาได้แต่วิธีการข้ามแม่น้ำจากคนอื่นจะทำให้เขาไม่สามารถหาวิธีการข้ามแม่น้ำด้วยวิธีการของตัวเอง ซึ่งการค้นหาวิธีการที่เหมาะสมในการข้ามแม่น้ำคือกระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์เชิงกว้างนั่นเอง (Barnes, 2004: 54-55)

Gravenmeijer (1994 อ้างถึงใน Zukardi, 1999: 4) ได้แสดงภาพให้เห็นถึงกระบวนการคิดค้นคณิตศาสตร์ที่เป็นนามธรรม (process of reinvention) ที่แสดงให้เห็นว่าการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์เชิงกว้างและเชิงลึกสามารถใช้ในการพัฒนาพื้นฐานมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หรือพัฒนาภาษาทางคณิตศาสตร์ที่เป็นทางการได้



ภาพที่ 2 แบบจำลองการคิดค้นคณิตศาสตร์ที่เป็นนามธรรมโดยได้รับการแนะนำ (guided reinvention model) (Gravenmeijer, 1994 อ้างถึงใน Zukardi, 1999: 4)

จากภาพที่ 2 กระบวนการเรียนรู้เริ่มต้นจากครูนำเสนอบริบทปัญหา โดยใช้การจัดกิจกรรมในแบบการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์เชิงกว้าง เช่น นักเรียนจะได้รับแบบจำลองทางคณิตศาสตร์แบบไม่เป็นทางการหรือเป็นทางการ จากนั้นดำเนินการจัดกิจกรรมต่างๆ เช่น ให้นักเรียนแก้ปัญหา เปรียบเทียบวิธีการแก้ปัญหา และอภิปรายเกี่ยวกับข้อมูลที่นักเรียนนำเสนอ ร่วมกับการคิดให้เป็น

คณิตศาสตร์เชิงลึก และจบลงด้วยการให้นักเรียนแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จากนั้นให้นักเรียนอธิบายวิธีการแก้ปัญหาหรือกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาเพื่อนำไปใช้ในบริบทปัญหาอื่นๆ สุดท้ายนักเรียนก็จะมีการใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์

จากความเป็นมาและแนวคิดหลักของแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริง จะพบว่า แนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงมีที่มาจากสถาบัน Freudenthal ซึ่งมีแนวคิดที่ว่า คณิตศาสตร์ต้องเชื่อมโยงกับชีวิตจริง เป็นสิ่งที่อยู่ใกล้ชิดและเกี่ยวข้องกับสถานการณ์ในชีวิตประจำวันของนักเรียน และคณิตศาสตร์เป็นกิจกรรมหนึ่งของมนุษย์ ซึ่งนักเรียนสามารถนำประสบการณ์มาเทียบกับกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่คล้ายคลึงกันได้ และมีแนวคิดให้นักเรียนเกิดกระบวนการเรียนรู้จากบริบทปัญหาที่ครูนำเสนอ หลังจากนั้นให้นักเรียนคิด เปรียบเทียบ และอธิบายวิธีการแก้ปัญหา จนกระทั่งนักเรียนได้ความรู้ทางคณิตศาสตร์

## 1.2 หลักการของแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริง

Gravemeijer (1994, 1997 อ้างถึงใน Fauzan, 2002: 35-43) และ Gravemeijer, Cobb, Bowers, and Whitenack (2000, อ้างถึงใน Fauzan, 2002: 35-43) กล่าวว่า หลักการสำคัญของแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงที่ใช้เป็นแนวทางในการออกแบบการจัดการเรียนรู้ ประกอบด้วยหลักการ 3 ข้อ คือ

1. การคิดค้นคณิตศาสตร์ที่เป็นนามธรรมโดยได้รับการแนะนำ (guided reinvention) ซึ่งนักเรียนควรได้รับประสบการณ์ที่มีความหมายคล้ายคลึงกับกระบวนการที่คณิตศาสตร์ถูกคิดค้นขึ้น โดยนักคณิตศาสตร์ หลักการนี้ให้ข้อเสนอแนะในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ว่า ในกระบวนการเรียนรู้ควรให้นักเรียนได้รับประสบการณ์จากสถานการณ์จริง ได้รับคำแนะนำและอำนวยความสะดวกจากครูเกี่ยวกับการแก้ปัญหาที่ไม่เป็นทางการ นักเรียนควรมีโอกาสในการคิดค้นคณิตศาสตร์ที่มีความเป็นแบบแผนมากขึ้น โดยกระบวนการเรียนรู้ควรเน้นที่กระบวนการมากกว่าผลลัพธ์ของการคิดค้นมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

ครูควรศึกษาประวัติศาสตร์ของคณิตศาสตร์แล้วมาใช้เพื่อเป็นจุดเริ่มต้นของแรงบันดาลใจ และศึกษาวิธีการแก้ปัญหาที่ไม่เป็นทางการของนักเรียน โดยวิธีที่ไม่เป็นทางการของนักเรียนจะถูกพัฒนาให้เป็นขั้นตอนที่เป็นแบบแผนมากขึ้น ซึ่งต้องใช้ปัญหาในบริบทชีวิตจริงที่มีความเหมาะสมและมีขั้นตอนการแก้ปัญหาที่หลากหลายวิธี

2. การสอนที่ทำให้เกิดการเรียนรู้ที่มีความหมายสำหรับผู้เรียน (didactical phenomenology) Freudenthal กล่าวถึงความหมายของการสอนที่ทำให้เกิดการเรียนรู้ที่มีความหมายสำหรับนักเรียนว่า เป็นการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างมโนทัศน์กับการเรียนรู้ที่นำไปสู่มโนทัศน์นั้นๆ จุดเน้นอยู่ที่การตีความเชิงคณิตศาสตร์ที่ทำให้เกิดการเรียนรู้ในการให้เหตุผลและการ

คิดคำนวณ การแก้สถานการณ์ที่มีหัวข้อเรื่องคณิตศาสตร์ซ่อนอยู่นั้น จะช่วยให้ค้นพบการประยุกต์และความเหมาะสมของสถานการณ์ที่นำมาใช้ในการพัฒนาความคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ โดยจุดมุ่งหมายคือ การหาสถานการณ์ที่มีความเฉพาะเจาะจงที่สามารถนำมาใช้ในการสรุปทั่วไป และหาสถานการณ์ที่สามารถนำไปสู่กระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพื้นฐานของการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์เชิงลึก

หลักการสอนที่ทำให้เกิดการเรียนรู้ที่มีความหมายสำหรับนักเรียน เป็นแนวทางในการกำหนดกิจกรรมการเรียนรู้ที่สนับสนุนกิจกรรมรายบุคคลและการอภิปรายทั้งชั้นเรียน โดยผู้สอนต้องนำเสนอสถานการณ์ปัญหาจากบริบทชีวิตจริงที่มีความหมายแก่นักเรียน ที่ช่วยสร้างและกระตุ้นกระบวนการเรียนรู้

3. แบบจำลองที่พัฒนาขึ้นโดยนักเรียนเอง (self-developed model) บทบาทของแบบจำลองที่สร้างขึ้นเองทำหน้าที่เป็นตัวเชื่อมระหว่างความรู้ที่ไม่เป็นทางการและคณิตศาสตร์ที่เป็นทางการในการจัดการเรียนรู้ที่ต้องเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ใช้และพัฒนาแบบจำลองของตนเองในการแก้ปัญหา ซึ่งแบบจำลองที่สร้างขึ้นสามารถเปลี่ยนแปลงได้ โดยในช่วงแรกนักเรียนจะพัฒนาแบบจำลองของสถานการณ์ขึ้น ซึ่งเป็นแบบจำลองที่นักเรียนคุ้นเคย และหลังจากกระบวนการวางนัยทั่วไปและการสร้างแบบแผน แบบจำลองจะค่อยๆ กลายเป็นแบบจำลองสำหรับการให้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์ที่มีความหมายซับซ้อนมากขึ้น ตัวอย่างของแบบจำลอง เช่น ภาษา สัญลักษณ์ภาพวาด แผนภาพ เส้นจำนวน ตาราง สมการ วิธีการแก้ปัญหา เป็นต้น จุดมุ่งหมายเบื้องต้นของการใช้แบบจำลองควรส่งเสริมให้นักเรียนให้สร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ โดยเริ่มต้นจากมุมมองของตนเอง ไม่ใช่จากมุมมองของผู้เชี่ยวชาญ

การพัฒนาแบบจำลองตามแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงเกิดขึ้นจากการแก้ปัญหาที่ไม่เป็นทางการของนักเรียนในการแก้ปัญหาบริบทชีวิตจริง ในช่วงต้นแบบจำลองใช้เพื่อส่งเสริมยุทธวิธีแก้ปัญหาที่ไม่เป็นทางการที่สอดคล้องกับวิธีการแก้ปัญหาในสถานการณ์เฉพาะ จากนั้นนักเรียนได้รับประสบการณ์ที่คล้ายคลึงกับกระบวนการแก้ปัญหา การเลือกวิธีแก้ปัญหาไม่ขึ้นอยู่กับความสัมพันธ์กับสถานการณ์ปัญหาอีกต่อไป แต่ได้รับอิทธิพลจากลักษณะเฉพาะทางคณิตศาสตร์ของสถานการณ์ปัญหา ในขั้นนี้บทบาทของแบบจำลองเริ่มเปลี่ยนไปเนื่องจากมีลักษณะทั่วไปมากขึ้น และท้ายที่สุดแบบจำลองกลายเป็นแบบจำลองที่มีความเป็นเอกลักษณ์ในตัวเองหลังจากที่ผ่านกระบวนการทำให้เป็นรูปธรรมแล้ว ในขั้นนี้แบบจำลองมีความสำคัญมากขึ้นในฐานะของการเป็นพื้นฐานในการให้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์มากกว่าเป็นการนำเสนออย่างหนึ่งของปัญหาในบริบทชีวิตจริง

Marja van den Heuvel-Panhuizen (2000: 4-12) กล่าวว่า การศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงสามารถสะท้อนให้เห็นว่าคณิตศาสตร์เป็นรายวิชาหนึ่งที่นักเรียนจะสามารถ

เรียนรู้คณิตศาสตร์ได้อย่างไรและควรสอนคณิตศาสตร์อย่างไร ซึ่งมุมมองเหล่านี้สามารถสะท้อนออกมาในลักษณะของหลักการสำคัญ 6 ข้อ ดังต่อไปนี้

1. หลักการของการจัดกิจกรรม (activity principle): อาศัยแนวความคิดของกระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ตามที่ Freudenthal ได้กล่าวไว้ว่า นักเรียนจะสามารถเรียนรู้ได้ดีที่สุดเมื่อนักเรียนได้ลงมือทำด้วยตนเอง มีส่วนร่วมในการพัฒนาวิธีการขั้นตอนทางคณิตศาสตร์และทำความเข้าใจด้วยตัวเอง

2. หลักการของชีวิตจริง (reality principle): มุ่งเน้นให้นักเรียนนำคณิตศาสตร์ไปใช้อย่างตรงเป้าหมาย สามารถใช้ความรู้ความเข้าใจของตนเป็นเครื่องมือในการแก้ปัญหาได้ และหากปัญหาเป็นบริบทที่อยู่ในชีวิตจริงนักเรียนจะสามารถพัฒนาวิธีการขั้นตอนทางคณิตศาสตร์และทำความเข้าใจได้ดียิ่งขึ้น

3. หลักการของระดับ (level principle): ในทางคณิตศาสตร์นักเรียนจะมีระดับความรู้ความเข้าใจในระดับที่แตกต่างกัน ตั้งแต่วิธีการหาความสัมพันธ์ของบริบท การสร้างระดับตัวแปรที่เข้าใจง่าย การเข้าใจในหลักการและความสัมพันธ์ ซึ่งระดับต่างๆ จะสะท้อนให้เห็นถึงกระบวนการดำเนินงาน การทำกิจกรรมร่วมกัน โครงสร้างเหล่านี้จะเป็นสะพานเชื่อมระหว่างข้อมูล บริบทที่เกี่ยวข้องทางคณิตศาสตร์ และรูปแบบอย่างเป็นทางการของคณิตศาสตร์ โดยในอันดับแรกนักเรียนจะต้องพัฒนากลยุทธ์ในการเชื่อมโยงบริบทอย่างใกล้ชิด จนกระทั่งสถานการณ์บริบทนั้นกลายเป็นสถานการณ์ทั่วไป เพื่อให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหาอื่นๆ ได้ และนักเรียนได้ความรู้ทางคณิตศาสตร์แบบทางการมากยิ่งขึ้น จะเห็นได้ว่า จุดเน้นระดับของหลักการจะเน้นให้นักเรียนทำความเข้าใจทางคณิตศาสตร์และการเชื่อมโยงหลักสูตรต่างๆให้ต่อเนื่องกัน โดยที่การศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงนั้นจะเน้นไปที่ความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่ได้เรียนรู้ก่อนหน้าและสิ่งที่จะเรียนรู้ต่อมา เช่น โครงสร้างของเส้นจำนวน จะมีลักษณะการเริ่มเชื่อมหลักสูตรให้ต่อเนื่องกันดังนี้ (1) สร้อยคอลูกปัดที่นักเรียนสามารถฝึกกิจกรรมการนับ (2) เส้นจำนวนที่ว่างเปล่าเพื่อสนับสนุนการเพิ่มและการหักออก (3) เส้นจำนวนคู่เพื่อสนับสนุนปัญหาอัตราส่วน และ (4) เศษส่วน/ร้อยละ เพื่อสนับสนุนการทำงานร่วมกับเศษส่วนและร้อยละ

4. หลักการบูรณาการ (inter-twinement principle): โรงเรียนไม่สามารถแยกการศึกษาทางคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงออกจากการเรียนรู้แบบปกติได้ เพราะหากมองในเชิงลึกแล้วจะพบว่า การแก้ปัญหาในบริบทต่างๆจะต้องใช้วิธีการขั้นตอนและความรู้ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลาย ซึ่งจุดเน้นของหลักการบูรณาการ นั่นคือ การเชื่อมโยงกันระหว่างหลักสูตรเนื้อหา หลักการนี้ไม่เพียงแต่ต้องอาศัยความเกี่ยวข้องกันทั้งความสัมพันธ์ระหว่างบทที่แตกต่างกันของเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ แต่ยังต้องอาศัยความแตกต่างกันของบทอื่นๆด้วย

5. หลักการปฏิสัมพันธ์ (interaction principle): การศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงนั้นถือได้ว่าเป็นกิจกรรมทางสังคมที่ให้โอกาสนักเรียนในการแบ่งปันกลยุทธ์และผลงานของนักเรียนกับเพื่อนคนอื่น ๆ โดยการฟังและพูดในสิ่งที่ตนเองคิดเพื่อปรับปรุงกลยุทธ์การแก้ปัญหาของตนเอง นอกจากนี้การทำงานร่วมกันยังทำให้เกิดการสะท้อนความคิดไปถึงระดับสูงเพื่อให้นักเรียนเกิดความเข้าใจ และเห็นความสำคัญของการทำงานมากยิ่งขึ้น ดังนั้นจึงเห็นได้ว่าการเรียนการสอนในชั้นเรียนมีความสำคัญเป็นอย่างยิ่ง ทั้งนี้ นักเรียนก็สามารถวิเคราะห์พิจารณาวิธีการแก้ปัญหาได้ด้วยวิธีของตนเอง ซึ่งแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงนั้นต้องการให้นักเรียนทำงานร่วมกัน รู้จักปรับตัวให้เข้ากับคนอื่นที่มีระดับความสามารถแตกต่างกัน โดยการให้นักเรียนหาวิธีการแก้ปัญหาในรูปแบบที่ตนเองสามารถทำได้เพื่อให้เห็นความแตกต่างของความเข้าใจในนักเรียนแต่ละคน

6. หลักการแนะแนวทาง (guidance principle): ควรให้โอกาสนักเรียนในการแนะนำและคิดค้นกลยุทธ์ใหม่ หมายความว่า ครูจะมีบทบาทสำคัญต่อกระบวนการที่นักเรียนจะได้รับความรู้ นักเรียนจะต้องสร้างความรู้และความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเอง โดยครูเป็นผู้สร้างสถานการณ์และสิ่งแวดล้อมที่เอื้อต่อกระบวนการเรียนรู้ของนักเรียน ซึ่งสถานการณ์ที่ครูสร้างจะเป็นตัวแปรสำคัญในการให้นักเรียนได้สร้างความคิด การสะท้อนมุมมอง วิธีการแก้ปัญหาของนักเรียน

จากการศึกษาหลักการของแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริง พบว่า มีนักคณิตศาสตร์เสนอแนวคิดเกี่ยวกับหลักการการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงในหลายรูปแบบ ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับวัตถุประสงค์ของครูที่จะนำไปใช้ในการออกแบบการเรียนรู้อย่างไร

### 1.3 ลักษณะเฉพาะของแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริง

De Lange (1987, อ้างถึงใน Zulkardi, 2002: 29-32) และ Gravemeijer (1994, อ้างถึงใน Fauzan, 2002: 44-45) กล่าวว่า ความเป็นมาของลักษณะของแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงนั้นมีความสัมพันธ์เกี่ยวข้องกับระดับการเรียนรู้ของ Van Hiele การสอนที่ทำให้เกิดการเรียนรู้ที่มีความหมายสำหรับนักเรียนของ Freudenthal และการพัฒนาความคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ของ Treffler ซึ่งระดับการเรียนรู้ของ Van Hiele แบ่งออกเป็น 3 ระดับคือ

ระดับที่ 1 นักเรียนสามารถปรับใช้ความรู้ในรูปแบบที่นักเรียนคุ้นเคยได้

ระดับที่ 2 นักเรียนสามารถหาความสัมพันธ์ของข้อมูลได้

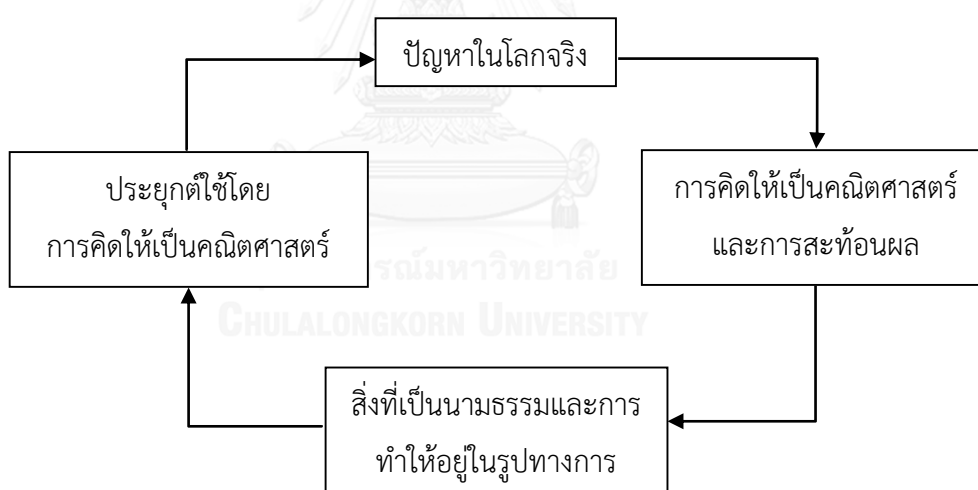
ระดับที่ 3 นักเรียนสามารถนำความสัมพันธ์ที่แท้จริงไปใช้ประโยชน์ได้

สำหรับการสอนโดยทั่วไปหรือแบบเดิมจะเริ่มต้นในระดับที่ 2 หรือระดับที่ 3 ในขณะที่การสอนที่สอดคล้องกับชีวิตจริงจะเริ่มต้นจากระดับที่ 1 ซึ่งในระดับที่ 1 จะเป็นการเริ่มต้นที่เกี่ยวข้องกับสิ่งที่นักเรียนคุ้นเคย ตามแนวคิดของ Freudenthal ได้กล่าวว่า การเรียนรู้ควรเริ่มต้นจากการสอนที่ทำให้เกิดการเรียนรู้ที่มีความหมายสำหรับนักเรียน (didactical phenomenology) โดยเน้นการ

เชื่อมโยงระหว่างมโนทัศน์กับการเรียนรู้ที่นำไปสู่มโนทัศน์นั้นๆ ซึ่งครูควรหาสถานการณ์ที่มีความเฉพาะเจาะจงและใกล้ตัวนักเรียนที่สามารถนำมาใช้ในการสรุปนัยทั่วไปได้ และเป็นสถานการณ์ที่นำไปสู่กระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพื้นฐานของการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์เชิงลึก นอกจากนี้ในกระบวนการเรียนรู้ของการคิดค้นคณิตศาสตร์ที่เป็นนามธรรมโดยได้รับการแนะนำ (guided reinvention) และการพัฒนาการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ (progressive mathematization) สามารถทำให้นักเรียนพัฒนาจากระดับการเรียนรู้ระดับหนึ่งไปสู่อีกระดับหนึ่งได้ ซึ่งการพัฒนาระดับการเรียนรู้ควรใช้การพัฒนาการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของ Treffer

จากการผสมผสานกันของระดับการเรียนรู้ของ Van Hiele (the three Van Hiele's levels of learning mathematics) การสอนที่ทำให้เกิดการเรียนรู้ที่มีความหมายสำหรับนักเรียน (didactical phenomenology) ของ Freudenthal และการพัฒนาการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ (progressive mathematization) ของ Treffer ทำให้เกิดลักษณะเฉพาะของแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริง 5 ลักษณะ ดังนี้

### 1. การสำรวจสถานการณ์หรือบริบทในชีวิตจริง (phenomenological exploration or the use of contexts)



ภาพที่ 3 มโนทัศน์ และการประยุกต์ใช้โดยการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ (De Lange, 1996 อ้างถึงใน Zulkardi, 1999: 6)

เป็นจุดเริ่มต้นของการสอนคณิตศาสตร์ในแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริง ที่สร้างจากประสบการณ์ในชีวิตจริงของนักเรียน เพื่อให้ให้นักเรียนมีส่วนร่วมในสถานการณ์ตามบริบท ซึ่งเป็นสถานการณ์ในชีวิตจริง และควรเริ่มต้นด้วยแบบที่ไม่เป็นทางการ โดยที่นักเรียนจะได้พัฒนากระบวนการคิดจากสิ่งที่เป็นรูปธรรมไปสู่การคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ (conceptual

mathematization) โดยนักเรียนจะได้ลงมือสำรวจสถานการณ์ ค้นหา และระบุสิ่งที่เกี่ยวข้องทางคณิตศาสตร์ เพื่อให้เห็นภาพรวมของปัญหา และนำมาใช้เป็นแนวทางการพัฒนาเป็นแบบจำลองของโมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ได้

**2. การเชื่อมโยงปัญหาในบริบทชีวิตจริงและคณิตศาสตร์โดยใช้แบบจำลอง (the use of models or bridging by vertical instruments)** ซึ่งแบบจำลองในที่นี้หมายถึง เป็นการสร้างแบบจำลองของสถานการณ์และแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ซึ่งถูกพัฒนาโดยนักเรียนเองที่อาจจะเป็นในรูปของภาษา สัญลักษณ์ แบบรูป แนวทางการแก้ปัญหา โดยแบบจำลองที่นักเรียนสร้างในขั้นต้นจะอยู่ในรูปแบบที่นักเรียนคุ้นเคย และด้วยกระบวนการที่ทำให้เป็นลักษณะทั่วไปและเป็นแบบแผนมากยิ่งขึ้น (formalizing) จะทำให้ได้แบบจำลองที่มีลักษณะเฉพาะของนักเรียนเอง และยิ่งกลายมาเป็นแบบจำลองสำหรับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (mathematical reasoning) อีกด้วย

**3. การเปิดโอกาสให้นักเรียนแสดงความคิดผ่านผลงานและการสร้างของนักเรียน (the use of students own productions and constructions or contribution)** เป็นการสร้างสรรค์ผลงานอย่างอิสระ (free production) ของนักเรียน ซึ่งจะสะท้อนให้เห็นถึงแนวทาง (path) ในกระบวนการเรียนรู้ของนักเรียน ซึ่งการสร้างสรรค์ผลงานอย่างอิสระ (free production) สามารถนำมาเป็นส่วนสำคัญหนึ่งของการประเมินได้ ตัวอย่างเช่น นักเรียนเขียนเรียงความ, ทำการทดลอง, การเก็บรวบรวมข้อมูลและเขียนข้อสรุป, การออกแบบแบบฝึกหัดที่สามารถใช้ในการทดสอบได้, หรือการออกแบบแบบทดสอบสำหรับนักเรียนคนอื่นๆ ในชั้นเรียน

**4. การมีปฏิสัมพันธ์กันระหว่างการทำกิจกรรม (the interactive character of the teaching process or interactivity)** การมีปฏิสัมพันธ์ระหว่างนักเรียนด้วยกันเอง และปฏิสัมพันธ์ระหว่างนักเรียนกับครูเป็นส่วนสำคัญอย่างยิ่งในกระบวนการจัดการเรียนรู้ของแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริง ซึ่งการโต้แย้ง, การมีส่วนร่วม, การอภิปราย, การเรียนแบบร่วมมือ และการประเมิน เป็นองค์ประกอบที่สำคัญในกระบวนการเรียนรู้แบบคอนสตรัคทีฟ (in a constructive learning process) ซึ่งจะทำให้วิธีการที่ไม่เป็นทางการกลายมาเป็นวิธีการแบบทางการ โดยผ่านการปฏิสัมพันธ์ในรูปแบบการอธิบาย การตัดสินใจ การแสดงการเห็นด้วยและการไม่เห็นด้วย การตั้งคำถามหลากหลายรูปแบบ และการสะท้อนความคิด

**5. การบูรณาการสาระการเรียนรู้หรือหน่วยการเรียนรู้คณิตศาสตร์อื่นในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ (the intertwining of various learning strands or units)** แนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงนั้นเน้นการบูรณาการระหว่างสาระการเรียนรู้หรือหน่วยการเรียนรู้ ซึ่งบางครั้งถูกเรียกว่าแนวการจัดการเรียนรู้แบบองค์รวม (holistic approach) นั่นคือ สาระการเรียนรู้ไม่ควรสอนแยกออกจากกันเป็นส่วนๆ แต่ควรสอนให้เห็นความสัมพันธ์และความเชื่อมโยงระหว่างสาระการเรียนรู้หรือหน่วยการเรียนรู้ เนื่องจากการบูรณาการระหว่างสาระการเรียนรู้จะเป็น

ประโยชน์อย่างยิ่งในการแก้ปัญหา อีกทั้งการสอนเพียงเชิงลึกอย่างเดียวจะทำให้นักเรียนประยุกต์ใช้ได้ยาก

จากการศึกษาลักษณะเฉพาะของแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริง พบว่าลักษณะเฉพาะของแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงใช้เป็นแนวทางในการจัดการเรียนรู้ ประกอบด้วย 5 ลักษณะ คือ 1) การสำรวจสถานการณ์หรือบริบทในชีวิตจริง 2) การเชื่อมโยงปัญหาในบริบทชีวิตจริงและคณิตศาสตร์โดยใช้แบบจำลอง 3) การเปิดโอกาสให้นักเรียนแสดงความคิดผ่านผลงานและการสร้างของนักเรียน 4) การมีปฏิสัมพันธ์กันระหว่างการทำกิจกรรม และ 5) การบูรณาการสาระการเรียนรู้อื่นหรือหน่วยการเรียนรู้คณิตศาสตร์อื่นในการทำกิจกรรมการเรียนรู้

#### 1.4 แนวทางการจัดการเรียนรู้ตามแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริง

Streefland (1991 อ้างถึงใน Zulkardi, 1999: 9) ได้พัฒนาบทเรียนตามแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริง โดยออกแบบบนพื้นฐานของแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงในระดับห้องเรียน (classroom level) และมุ่งเน้นการสร้าง (construction) ผ่านกระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์เชิงกว้าง (horizontal mathematization) โดยมีลักษณะดังนี้ ประการแรกคือ ใช้สื่อการเรียนรู้แบบเปิด (open material) ที่เป็นสถานการณ์สำหรับการเรียนรู้ และเปิดโอกาสและเอื้อให้นักเรียนสร้างสรรค์ผลงานอย่างอิสระ (free productions) หลังจากนั้นนำลักษณะของแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงมาประยุกต์เข้าไปในบทเรียน ตามขั้นตอนต่อไปนี้

1. การใช้สื่อการเรียนรู้ (material) ที่เป็นสถานการณ์ในชีวิตจริง ซึ่งสะท้อนถึงแหล่งที่มาและบริบทของการประยุกต์ใช้ของตัวเนื้อหานั้น โดยเริ่มต้นจากบริบทที่มีความหมาย ซึ่งทำให้เกิดการสร้างสื่อการเรียนรู้ (material) ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างมีศักยภาพ

2. การบูรณาการระหว่างสาระการเรียนรู้อื่นๆ

3. การสร้างเครื่องมือ (tools) ที่ใช้ในการแก้ปัญหาอาจจะเป็นในรูปของสัญลักษณ์ แผนภูมิ ตาราง และการสร้างแบบจำลองของสถานการณ์หรือบริบทที่กำหนดให้ระหว่างกระบวนการเรียนรู้ โดยผ่านการทำงานร่วมกัน

4. การเรียนรู้โดยผ่านการสร้าง (constructions) ซึ่งได้มาจากการปรับปรุงจากการทำกิจกรรมของนักเรียน โดยนักเรียนจะได้มีปฏิสัมพันธ์กับนักเรียนคนอื่นๆ ผ่านกระบวนการอภิปรายปรึกษาหารือ และทำงานร่วมกัน โดยสิ่งเหล่านี้เป็นการประยุกต์ใช้หลักการทางการศึกษาในด้านของการมีปฏิสัมพันธ์ นั้นหมายความว่า นักเรียนจะได้รับการสนับสนุนให้เรียนรู้ด้วยวิธีการของตนเอง และได้รับการส่งเสริมในการทำกิจกรรมที่เกี่ยวกับการสร้างในประเภทเดียวกันนี้ โดยการทำงาน/การบ้านที่นำไปสู่การสร้างสรรค์ผลงานอย่างอิสระ (free productions)



De Lange (1996, อ้างถึงใน Zulkardi 1999: 10-11) และ Gravenmeijer (1994, อ้างถึงใน Zulkardi 1999: 10-11) ได้นำเสนอบทบาทของครูและบทบาทของนักเรียน ซึ่งเป็นกระบวนการเรียนการสอนที่อยู่บนพื้นฐานของแนวการจัดการเรียนรู้ที่สอดคล้องกับชีวิตจริง (realistic approach) ซึ่งพิจารณาบทบาทของครูตามแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริง คือ อำนวยความสะดวก, จัดเตรียม, ชี้แนะ และประเมินผล ดังนั้นในแต่ละขั้นตอนของกระบวนการเรียนการสอนตามแนวทางการจัดการเรียนรู้ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงครูมีบทบาท ดังนี้

1. ครูยกตัวอย่างบริบทปัญหาที่เกี่ยวข้องกับหัวข้อที่นักเรียนกำลังจะเรียน
2. ในระหว่างการทำกิจกรรม ครูอาจให้นักเรียนเขียนแนวทางในการแก้ปัญหาโดยอาจอยู่ในรูปของการวาดตารางบนกระดาน ซึ่งครูสามารถให้คำแนะนำนักเรียนเป็นรายบุคคลหรือกลุ่มเล็กๆ ได้ตามความจำเป็น
3. ครูกระตุ้นให้นักเรียนเปรียบเทียบวิธีการแก้ปัญหของนักเรียนแต่ละคน โดยการอภิปรายร่วมกันในชั้นเรียน ซึ่งในการอภิปรายนักเรียนจะต้องแปลความหมายของสถานการณ์ที่อยู่ในบริบทปัญหาและมุ่งเน้นให้นักเรียนหาวิธีการแก้ปัญหที่เหมาะสมและมีประสิทธิภาพจากวิธีการแก้ปัญหที่หลากหลาย
4. ครูให้นักเรียนหาวิธีการแก้ปัญหด้วยตัวของนักเรียนเอง โดยที่นักเรียนสามารถค้นพบวิธีการแก้ปัญหตามระดับความสามารถของนักเรียนเอง ขึ้นอยู่กับความรู้และประสบการณ์ของนักเรียนเองและวิธีการที่มีรูปแบบเฉพาะของนักเรียนแต่ละคน
5. ครูให้สถานการณ์ปัญหาในบริบทที่คล้ายคลึงกับปัญหาก่อนหน้า

Zulkardi (1999: 15-16) ได้นำลักษณะเฉพาะของแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงจะเข้าไปอยู่ในแผนการสอน โดยมีขั้นตอนในการสอนดังนี้

1. ครูให้บริบทปัญหาที่สัมพันธ์กับหัวข้อที่จะเริ่มเรียนกับนักเรียน
2. ครูเดินดูการทำงานของนักเรียน โดยอาจเป็นรายบุคคลหรือรายกลุ่ม เพื่อดูความรู้หรือกลยุทธ์การแก้ปัญหที่นักเรียนวางแผนไว้ ซึ่งสิ่งเหล่านี้จะเป็นข้อมูลที่สำคัญในการอภิปรายในชั้นเรียน
3. ครูกระตุ้นให้นักเรียนเปรียบเทียบวิธีการแก้ปัญหของนักเรียนด้วยตนเอง
4. ครูให้นักเรียนรายบุคคลหรือรายกลุ่มนำเสนอคำตอบหน้าชั้นเรียน
5. ครูชี้แนะให้นักเรียนมีการอภิปรายในชั้นเรียน
6. ครูให้บริบทปัญหาอื่นที่คล้ายกับบริบทก่อนหน้า

จากลักษณะเฉพาะของแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงทั้ง 5 ประการนั้นพบว่า นักเรียนจะเป็นผู้ที่ทำกิจกรรมในชั้นเรียนเป็นหลัก ส่วนครูจะเป็นผู้ที่นำทางในการทำกิจกรรมของนักเรียนและชี้แนะให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายสรุปบทเรียนเท่านั้น (Daniel, 2014: 17)

Yunita (2013 อ้างถึงใน Daniel, 2014: 17-18) ได้วิเคราะห์บทบาทครูและบทบาทนักเรียน จำแนกตามลักษณะของแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงและขั้นตอนของแนวทางในการจัดการเรียนรู้ตามแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริง ดังต่อไปนี้

**ตารางที่ 1** แนวทางการจัดการเรียนรู้ตามแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริง (Yunita, 2013 อ้างถึงใน Daniel, 2014: 17-18)

ลักษณะเฉพาะของแนวการศึกษา คณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิต จริง	บทบาทครู	บทบาทนักเรียน
	<b>ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจบริบทปัญหา (understanding contextual problem)</b>	
ลักษณะที่ 1 การใช้บริบทปัญหา (use of context)	ครูปรับสภาพแวดล้อมในห้องเรียนให้เอื้อต่อการเรียนรู้และเกิดแรงจูงใจในการเรียนของนักเรียน จากนั้นครูบอกวัตถุประสงค์และประโยชน์ที่จะได้จากการเรียนรู้	นักเรียนเตรียมความพร้อมในการเรียนรู้ เพื่อให้เอื้อต่อการเรียนรู้ นักเรียนจะต้องทราบข้อกำหนดเบื้องต้น รับฟังคำอธิบายจุดประสงค์และประโยชน์ที่จะได้จากการเรียนรู้
	ครูให้บริบทปัญหากับนักเรียนและให้นักเรียนทำความเข้าใจ	นักเรียนจะต้องยอมรับและทำความเข้าใจบริบทปัญหา
	ครูอำนวยความสะดวกนักเรียน และให้ความช่วยเหลือนักเรียนในการทำความเข้าใจบริบทปัญหา	นักเรียนอาจสังเกตได้จากการช่วยเหลือของครูเพื่อให้สามารถเข้าใจปัญหามากยิ่งขึ้น
	<b>ขั้นที่ 2 การแสดงวิธีการแก้ปัญหา (solving contextual problem)</b>	
ลักษณะที่ 2 การใช้แบบจำลองสำหรับการพัฒนาความคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ (use of model for progressive mathematization)	ครูช่วยเหลือและสนับสนุนให้นักเรียนบอกคำตอบมากยิ่งขึ้น โดยถามคำถามเพื่อให้ให้นักเรียนสร้างความรู้เกี่ยวกับแบบจำลองที่เหมาะสมในการแก้ปัญหาเท่าที่เป็นไปได้	นักเรียนทำงานร่วมกันเป็นกลุ่มและสร้างแบบจำลองของบริบทปัญหา
	<b>ขั้นที่ 3 การเปรียบเทียบหรือการอภิปรายคำตอบ (comparing or discussing answer)</b>	
ลักษณะที่ 3 การสร้างผลงานด้วยตัวนักเรียนเอง (students' contribution) ลักษณะที่ 4 การมีปฏิสัมพันธ์กัน (interactivity) ลักษณะที่ 5 การบูรณาการ (intertwinement)	ครูเดินดูการทำงานของนักเรียนและมีปฏิสัมพันธ์กับนักเรียนเพื่อสังเกตและกระตุ้นให้นักเรียนแก้ปัญหา	นักเรียนมีการอภิปรายและเปรียบเทียบคำตอบที่ได้ภายในกลุ่ม

ลักษณะเฉพาะของแนวการศึกษา คณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิต จริง	บทบาทครู	บทบาทนักเรียน
	ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มนำเสนอแบบจำลองในการแก้ปัญหาและแนวทางในการแก้ปัญหาหน้าชั้นเรียน	นักเรียนนำเสนอแบบจำลองและวิธีการแก้ปัญหาหน้าชั้นเรียน
	ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนกลุ่มอื่นๆ นำเสนอแบบจำลองในการแก้ปัญหาที่แตกต่างกับเพื่อนที่นำเสนอ	นักเรียนนำเสนอแบบจำลองอื่นๆ ที่แตกต่างกัน
	ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนแสดงความคิดเห็นและเลือกแบบจำลองที่ถูกต้องและเหมาะสม	นักเรียนมีการแสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับคำตอบของเพื่อนที่นำเสนอบนกระดานและร่วมกันอภิปรายคำตอบที่ได้เหล่านั้น
	ครูกระตุ้นให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมในการอธิบาย, สะท้อนความคิด และประเมินผลเพื่อเป็นแนวทางให้นักเรียนเกิดความเข้าใจโมทัศน์ทางคณิตศาสตร์ในรูปแบบที่เป็นทางการมากยิ่งขึ้น	นักเรียนรับฟังและร่วมแสดงความคิดเห็นในสิ่งที่ครูได้อธิบาย
<b>ขั้นที่ 4 การสรุป (concluding)</b>		
	ครูให้นักเรียนสรุปผลและสะท้อนสิ่งที่ได้เรียนรู้จากสื่อการเรียนรู้ ให้นักเรียนประเมินจุดเด่นและจุดด้อยที่เกิดขึ้นของตนเอง และหาแนวทางการแก้ปัญหาเพื่อลดหรือกำจัดจุดด้อยของนักเรียนเองในการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์	นักเรียนสร้างข้อสรุปและสะท้อนสิ่งที่ได้เรียนรู้จากสื่อการเรียนรู้ มีการประเมินจุดเด่นและจุดด้อยที่เกิดขึ้นของตนเอง จากนั้นหาแนวทางการแก้ปัญหาเพื่อลดหรือกำจัดจุดด้อยเหล่านั้นในการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์

สำหรับการวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยใช้แนวทางการจัดการเรียนรู้ของแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงตามแนวคิดของ Yunita (2013 อ้างถึงใน Daniel, 2014: 17-18) โดยมี 4 ขั้นตอน ดังต่อไปนี้

#### **ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจบริบทปัญหา (understanding contextual problem)**

เป็นขั้นตอนของการให้สถานการณ์หรือบริบทปัญหาที่อยู่ในชีวิตจริง จากนั้นให้นักเรียนทำความเข้าใจบริบทปัญหานั้น

#### **ขั้นที่ 2 การแสดงวิธีการแก้ปัญหา (solving contextual problem)**

เป็นขั้นตอนของการให้นักเรียนสร้างแบบจำลองที่เหมาะสมกับสถานการณ์หรือบริบทที่กำหนดให้ โดยให้นักเรียนทำกิจกรรมเป็นรายบุคคลหรือรายกลุ่มและให้คำแนะนำนักเรียนตามความจำเป็น

### ขั้นที่ 3 การเปรียบเทียบหรืออภิปรายคำตอบ (comparing or discussing answer)

เป็นขั้นตอนของการนำเสนอและเปรียบเทียบแบบจำลองกับนักเรียนคนอื่นๆ โดยผ่านการมีปฏิสัมพันธ์ในรูปแบบของการทำงานร่วมกัน การอภิปราย และการสะท้อนความคิด เพื่อหาวิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสมจากวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลาย และให้นักเรียนเกิดความเข้าใจในทศน์ทางคณิตศาสตร์ในรูปแบบที่เป็นทางการมากยิ่งขึ้น

### ขั้นที่ 4 การสรุป (concluding)

เป็นขั้นตอนของการให้นักเรียนสรุปผลและสะท้อนสิ่งที่ได้จากการเรียนรู้

## 2. การพัฒนาความคิดของเด็ก (Advancing Children's Thinking: ACT)

### 2.1 ความหมายของการพัฒนาความคิดของเด็ก

Fraivillig, Murphy and Fuson (1999) ได้ให้ความหมายของการพัฒนาความคิดของเด็กไว้ว่า เป็นกรอบแนวคิดวิธีการสอนเพื่อสนับสนุนการพัฒนานักเรียนในด้านความเข้าใจในทศน์ทางคณิตศาสตร์ ถูกสังเคราะห์มาจากการวิเคราะห์ในเชิงลึก โดยการสังเกตและการรายงานข้อมูลจากครู ซึ่งเป็นหลักสูตรที่ใช้คณิตศาสตร์ในชีวิตประจำวัน

Holster (2006) กล่าวว่า การพัฒนาความคิดของเด็กเป็นเครื่องมือช่วยอำนวยความสะดวกในการพัฒนาความคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน เน้นที่วิธีการตอบคำถามมากกว่าคำตอบ

Irwin and Woodward (2005) ให้ความหมายของการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนว่า เป็นรูปแบบพื้นฐานที่สนับสนุนการเรียนรู้การทำงานแบบร่วมมือในชั้นเรียน

เกษณีย์ ยอดไพอินทร์ (2556: 28) กล่าวว่า การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน หมายถึง กลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ที่เน้นกระบวนการคิดโดยมีเป้าหมายเพื่อช่วยให้นักเรียนสร้างความเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์อย่างมีความหมายด้วยตัวของนักเรียนเอง ทำให้นักเรียนได้พัฒนาความคิด สนับสนุนความคิด ส่งเสริมการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์และช่วยให้เกิดความท้าทายในความคิด

ซูรายา สัสดีวงศ์ (2555: 31) และ เบญจมาศ ฉิมมาลี (2550: 29) ได้ให้ความหมายของการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า ควรคำนึงถึงพื้นฐานความรู้เดิมของนักเรียน จัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่หลากหลาย โดยมุ่งเน้นให้สอดคล้องกับโครงสร้างทางปัญญาของนักเรียน ส่งเสริมให้นักเรียนมีบทบาทในการคิดค้น แสวงหาแนวทางในการแก้ปัญหา วางแผนและดำเนินการ ตลอดจนตรวจสอบผลได้ด้วยตนเอง นอกจากนี้ควรสนับสนุนให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการเรียนเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนมีความกระตือรือร้นที่จะใช้ความคิดทางคณิตศาสตร์

จากความหมายของการพัฒนาความคิดของเด็ก สามารถสรุปได้ว่า เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่สนับสนุนให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการเรียน เกิดการทำงานแบบร่วมมือในชั้นเรียน ส่งเสริมให้นักเรียนคิดค้นวิธีการหาคำตอบมากกว่าคำตอบ เพื่อช่วยให้นักเรียนสร้างความเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์อย่างมีเหตุมีผล

## 2.2 ความสำคัญของการพัฒนาความคิดของเด็ก

Fraivillig, Murphy and Fuson (1999) กล่าวว่า ความสำคัญของการพัฒนาความคิดของเด็กจะมุ่งเน้นที่ความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน และสามารถใช้เป็นแนวทางในการออกแบบหลักสูตรที่สนับสนุนการทำกิจกรรมในชั้นเรียนเพื่อให้เกิดประสิทธิภาพสูงสุดกับนักเรียน

Holster (2006) กล่าวว่า ความสำคัญของการพัฒนาความคิดของเด็กสามารถพัฒนาทักษะอภิปัญญาของนักเรียนได้ และช่วยให้ครูมีกลยุทธ์ในการตั้งคำถามอย่างมีสติมากยิ่งขึ้น

Irwin and Woodward (2005) กล่าวว่า การพัฒนาความคิดของเด็กมีการใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ระหว่างการทำงานแบบร่วมมือ และมีส่วนร่วมในการให้เหตุผลมากขึ้น นักเรียนสามารถฝึกการใช้ความรู้ วิธีการแก้ปัญหา หรือสำรวจปัญหาที่แปลกใหม่ได้ อีกทั้งยังทำให้นักเรียนมีเป้าหมายในการทำกิจกรรมที่ชัดเจน

เกษณีย์ ยอดไพอินทร์ (2556: 31) กล่าวว่า ความคิดทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญต่อการดำเนินชีวิตและการแก้ปัญหา เพื่อให้ตัดสินใจได้อย่างมีเหตุผล เหมาะสม และเกิดประสิทธิภาพ

ชูรายา สัสดีวงศ์ (2555: 28) กล่าวว่า การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนสามารถช่วยให้นักเรียนแสดงความคิดด้วยการพูดและการอภิปรายในสถานการณ์ปัญหาต่างๆ ที่เกิดขึ้นในชีวิตจริง นักเรียนได้มีโอกาสแลกเปลี่ยนความคิดกับนักเรียนคนอื่นๆ ซึ่งทำให้นักเรียนมีทักษะในการคิดวิเคราะห์ที่ดีขึ้น

เบญจมาศ ฉิมมาลี (2550: 24) กล่าวว่า การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนสามารถส่งเสริมและกระตุ้นให้นักเรียนได้พัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และการคิดหาวิธีในการแก้ปัญหา เกิดการคิดอย่างมีวิจารณญาณ จากการอภิปรายร่วมกันเป็นกลุ่ม และมีทักษะความสามารถในการแก้ปัญหาที่สูงขึ้น

จากความสำคัญของการพัฒนาความคิดของเด็ก สามารถสรุปได้ว่า การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์จะมุ่งเน้นที่พัฒนาการคิดและทักษะในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียน อีกทั้งการออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้จะส่งเสริมให้นักเรียนได้มีโอกาสแลกเปลี่ยนความคิด หรืออภิปรายกับนักเรียนคนอื่นๆ ซึ่งทำให้นักเรียนได้มีการใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และฝึกการประยุกต์ใช้ความรู้ในการแก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้อย่างมีประสิทธิภาพ

### 2.3 แนวทางในการพัฒนาความคิดของเด็ก

Fraivillig, Murphy and Fuson (1999: 7-17) ศึกษาการพัฒนาความคิดของเด็ก โดยได้กำหนดแนวทางการจัดกิจกรรมสำหรับพัฒนาความคิดของเด็ก (Advancing Children's Thinking: ACT) มีองค์ประกอบ 3 ประการ ดังนี้

1. ล้วงความคิด (eliciting): เป็นการตั้งคำถามหรือวิธีการแก้ปัญหาของนักเรียนออกมา โดยครูเป็นผู้อำนวยความสะดวกโดยทำท่ายให้นักเรียนได้อธิบายและวิเคราะห์วิธีการหาคำตอบด้วยตัวนักเรียนเอง กระตุ้นให้นักเรียนได้แสดงความคิดด้วยการพูดอธิบาย รวมทั้งใช้คำอธิบายของนักเรียนเป็นพื้นฐานในการกำหนดบทเรียนในขั้นนี้จึงเน้นที่การเอาคำตอบหลายๆ คำตอบจากนักเรียนในปัญหาหนึ่งๆ ก่อให้เกิดการอภิปรายในห้องเรียน ซึ่งเป็นการให้โอกาสและให้กำลังใจในการแสดงความคิดของนักเรียน อีกทั้งยังเป็นการตรวจสอบความรู้และวิธีการที่นักเรียนกำลังคิดเกี่ยวกับแนวทางแก้ปัญหา โดยมีวิธีการดังนี้

- ตั้งวิธีการแก้ปัญหาของนักเรียนทั้งห้องชั้นให้มีความหลากหลาย จากปัญหาๆ หนึ่ง โดยเป็นปัญหาที่เกี่ยวข้องกับบทเรียน

- รอและรับฟังการบรรยายถึงวิธีการแก้ปัญหาของนักเรียน

- ใช้คำถามที่เจาะลึกถึงรายละเอียดในวิธีการแก้ปัญหาของนักเรียน ในบางครั้งครูอาจช่วยเชื่อมคำพูดในการอธิบายถึงวิธีการแก้ปัญหาของนักเรียนให้ชัดเจนมากยิ่งขึ้น

- ยอมรับความคิดเห็นของนักเรียนที่มีข้อผิดพลาดและยอมรับความพยายามในการหาวิธีการแก้ปัญหาของนักเรียนโดยเชื่อว่านักเรียนสามารถหาคำตอบที่ถูกต้องได้หากนักเรียนคิดอย่างรอบคอบมากยิ่งขึ้น

- ส่งเสริมกิจกรรมที่มีการแก้ปัญหาร่วมกัน โดยใช้การสื่อสารในการทำงานเป็นทีมเพื่อแก้ปัญหา

- ให้นักเรียนอภิปรายเนื้อหาของบทเรียน โดยให้นักเรียนอธิบาย/สาธิตวิธีการแก้ปัญหา ซึ่งครูเป็นผู้เขียนวิธีการแก้ปัญหบนกระดานของนักเรียนทุกคนเพื่อให้นักเรียนจดจำและสามารถนำไปกล่าวอ้าง/อ้างถึงในการอภิปรายในชั้นเรียนได้

- ครูเป็นผู้สังเกต/ตรวจสอบระดับการมีส่วนร่วมของนักเรียนในการอภิปรายในชั้นเรียนในขณะที่เพื่อนร่วมชั้นเรียนกำลังอธิบายขั้นตอน/วิธีการแก้ปัญหา โดยการถามนักเรียนคนอื่นให้นักเรียนอธิบายวิธีการแก้ปัญหาของเพื่อนที่อธิบายก่อนหน้า ทั้งนี้เพื่อให้นักเรียนสนใจ/ตั้งดูความสนใจ ส่งเสริมให้นักเรียนรับฟังและทำความเข้าใจกับวิธีการแก้ปัญหาในรูปแบบอื่นๆ ที่แตกต่างจากตนเอง

- พยายามเปิดโอกาสให้นักเรียนทั้งห้องได้แสดงความคิดเห็นอย่างทั่วถึง โดยไม่ควรให้โอกาสเฉพาะนักเรียนที่เก่ง

2. สนับสนุนความคิด (supporting): เป็นการสนับสนุนให้นักเรียนมีความเข้าใจในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ โดยครูสนับสนุน ส่งเสริมและรับฟังความคิดของนักเรียนทุกคนในห้องเรียน อาจใช้กระบวนการกลุ่มเพื่อให้นักเรียนช่วยเหลือซึ่งกันและกัน และให้ความช่วยเหลือนักเรียนเป็นรายบุคคล โดยมีวิธีการดังนี้

- เตือนความจำนักเรียนในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่คล้ายกัน/สถานการณ์ที่ผ่านมา ซึ่งอาจจะเป็นกลยุทธ์ที่มีประสิทธิภาพในการสนับสนุนความคิดของนักเรียน
- ทบทวนความรู้พื้นฐานรวมถึงกระบวนการแก้ปัญหาที่จำเป็นต่อการแก้ปัญหา
- ให้นักเรียนแต่ละคนทำความเข้าใจและเขียนวิธีการแก้ปัญหาด้วยภาษาของตนเอง
- ช่วยเหลือนักเรียนที่คิดไม่ทัน สนับสนุนนักเรียนที่คิดได้ไกล/ลึกซึ่งกว่านักเรียนคนอื่น ๆ

- ครูหลีกเลี่ยงในการเลือกวิธีการแก้ปัญหานักเรียนคนใดคนหนึ่ง แต่เลือกวิธีการของนักเรียนมาเป็นเพียงข้อเสนอแนะ เพื่อเป็นการป้องกันไม่ให้นักเรียนเกิดความรู้สึกที่ว่า ควรนำวิธีการแก้ปัญหของครูหรือของนักเรียนคนอื่น ๆ มาใช้ในการแก้ปัญหาเท่านั้น

- ครูเขียนสัญลักษณ์และวิธีการแก้ปัญหบนกระดานที่แสดงถึงวิธีการแก้ปัญหานักเรียน เพื่อช่วยให้นักเรียนเชื่อมโยงคำอธิบายจากภาษาพูดแปลงเป็นเครื่องหมายทางคณิตศาสตร์ และเขียนแผนภาพที่เป็นตัวแทนของปริมาณ

- ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนนำเสนอวิธีการแก้ปัญหที่แตกต่างกัน เพื่อเป็นการฝึกให้นักเรียนได้มีการอธิบายในรูปแบบที่หลากหลายแตกต่างกันยิ่งขึ้นจะได้มีทางเลือกสำหรับการแก้ปัญหา อีกทั้งยังได้แก้ปัญหาร่วมกันและแบ่งปันความคิดซึ่งกันและกัน

- ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนขอความช่วยเหลือได้เมื่อจำเป็น โดยทั้งนี้ครูอาจให้เวลานักเรียนในการทำกิจกรรมเพิ่ม หรือให้ความสนใจมากขึ้นระหว่างการจัดการเรียนการสอน

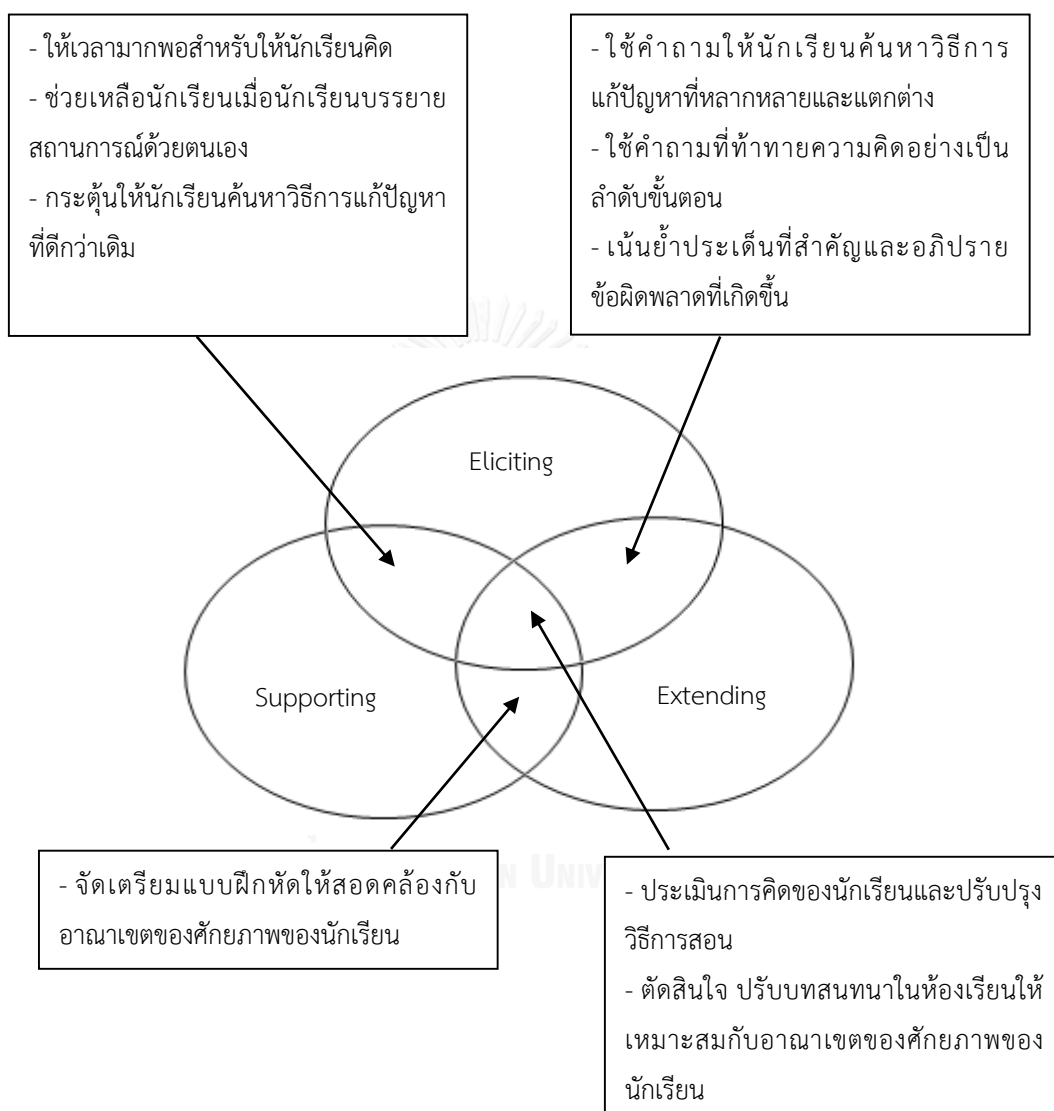
3. ขยายความคิด (extending): เป็นการขยายความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยครูกระตุ้นให้นักเรียนสะท้อนความคิดทางคณิตศาสตร์และหาวิธีการอื่นๆ เพื่อให้สามารถเรียนรู้ได้เต็มอาณาเขตของศักยภาพของนักเรียน และเป็นการส่งเสริมให้นักเรียนมีการคิดระดับที่สูงขึ้น โดยมีวิธีการดังนี้

- อาจขยายหรือปรับปัญหาเดิมหรือเปลี่ยนปัญหาใหม่
- ให้นักเรียนวิเคราะห์ เปรียบเทียบ และกระตุ้นให้นักเรียนนึกถึงแนวคิดพื้นฐานที่นักเรียนเคยเรียนมา

- กระตุ้นให้นักเรียนสรุปและอ้างอิงสิ่งที่ค้นพบไปใช้
- ให้นักเรียนสะท้อนความคิดเกี่ยวกับวิธีการแก้ปัญหที่แตกต่างกัน
- ส่งเสริมให้นักเรียนแต่ละคนลองใช้วิธีการแก้ปัญหที่เป็นทางเลือกใหม่ๆ

- สนับสนุนให้นักเรียนหาวิธีการแก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น
- ปลุกฝังให้นักเรียนรักความท้าทายและมีความพยายามในการเรียนรู้

ทั้ง 3 ขั้นตอนนี้จะมีความสัมพันธ์เกี่ยวเนื่องกันไป แสดงดังแผนภาพที่ 4



**ภาพที่ 4** กรอบแนวคิดของ Advancing Children's Thinking (ACT) และกลยุทธ์ที่อยู่ระหว่างองค์ประกอบของกรอบแนวคิด ACT (Fraivillig, 1999: 7)

เกษณีย์ ยอดไพอินทร์ (2556: 11-13) ได้จัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมที่อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ผสมผสานระหว่างการเน้นให้ผู้เรียนได้เขียนพิสูจน์แสดงเหตุผลทางคณิตศาสตร์ผ่าน



เครื่องมือที่เรียกว่า เอกสารการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ร่วมกับการล้วงความคิด สนับสนุนความคิด และขยายความคิด ซึ่งเป็นกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เพื่อเน้น กระบวนการคิดพัฒนาสนับสนุนส่งเสริมการแสดงเหตุผลทางคณิตศาสตร์และเขียนพิสูจน์ทาง เรขาคณิตให้กับนักเรียน

ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์มี 3 ขั้นตอน ในแต่ละขั้นตอนจะนำกลยุทธ์การ พัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ คือ การล้วงความคิด สนับสนุนความคิด และขยายความคิดของ นักเรียนเข้าไปร่วมโดยไม่จำเป็นต้องเรียงตามลำดับและทำครอบงำประกอบทั้ง 3 ประการ รายละเอียดมีดังนี้

#### 1. ขั้นทบทวนความรู้เดิม (the reminder note)

เป็นขั้นที่ครูล้วงความคิดเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนอธิบายสมบัติทางคณิตศาสตร์ กฎ บทนิยาม ทฤษฎีบทเดิมที่นักเรียนได้เรียนรู้มาแล้ว ครูสนับสนุนความคิดเพื่อส่งเสริมความเข้าใจเชิง มโนทัศน์ของนักเรียนให้ถูกต้อง และครูขยายความคิดของนักเรียนโดยให้สะท้อนความคิดให้ความรู้ และข้อมูลพื้นฐานเพิ่มเติม เพื่อให้เกิดความรู้พื้นฐานที่เพียงพอ และเกิดการเชื่อมโยงระหว่างความรู้ เดิมกับความรู้ใหม่

#### 2. ขั้นกระบวนการ (process)

เป็นขั้นที่ครูจัดกิจกรรมเพื่อให้นักเรียนได้มีการคาดเดา ค้นพบ การคาดคะเน การ สังเกตสมบัติของรูปเรขาคณิต การอภิปรายและอ้างเหตุผล แสดงความคิดเห็นเพื่อแก้ปัญหาและการ พิสูจน์ในขั้นนี้จะแบ่งกิจกรรมออกเป็น 5 ระยะ คือ

##### ระยะที่ 1 เรียนรู้รูปธรรมภายนอกของรูปเรขาคณิต

เป็นระยะที่ครูจัดกิจกรรมล้วงความคิดเกี่ยวกับรูปธรรมภายนอกของรูปเรขาคณิตเพื่อตั้ง ความรู้ โดยให้นักเรียนวาดรูป บอกชื่อและส่วนประกอบของรูปเรขาคณิต ครูสนับสนุนความคิดเพื่อ ส่งเสริมความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ของนักเรียนให้ถูกต้องผ่านการใช้คำถาม การให้ความช่วยเหลือ ครู ขยายความคิดโดยกระตุ้นให้สะท้อนความคิด จากการให้เห็นถึงรูปเรขาคณิตที่ค่อยๆ เพิ่มความ ซับซ้อนมากขึ้นทำให้รู้จักรูปร่างและส่วนประกอบครบถ้วน

##### ระยะที่ 2 เรียนรู้สมบัติและทฤษฎีบทโดยยังไม่มี การพิสูจน์

เป็นระยะที่ครูล้วงความคิดโดยจัดกิจกรรมเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนเรียนรู้สมบัติและทฤษฎีบท เรขาคณิตด้วยวิธีการต่างๆ ผ่านการทดลองด้วยตนเองจากอุปกรณ์ต่างๆ หรือการใช้คอมพิวเตอร์ เพื่อให้เกิดการคาดเดา เกิดข้อค้นพบและสรุปเป็นข้อคาดการณ์ ครูสนับสนุนความคิดเพื่อส่งเสริม ความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ของนักเรียนให้ถูกต้องผ่านการใช้คำถาม การให้ความช่วยเหลือและครูขยาย ความคิดโดยกระตุ้นให้สะท้อนความคิด เพื่อให้มีความรู้และเข้าใจที่เพียงพอ

### ระยะที่ 3 เรียนรู้การจำแนกรูปเรขาคณิต

เป็นระยะที่ครูล้วงความคิดโดยจัดกิจกรรมเพื่อให้นักเรียนได้จำแนกรูปเรขาคณิตโดยใช้สมบัติ และทฤษฎีบททางเรขาคณิตที่เรียนรู้อีกแล้ว และให้นักเรียนได้เรียนรู้การใช้คำศัพท์อย่างถูกต้อง เหมาะสม ครูสนับสนุนความคิดเพื่อส่งเสริมความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ของนักเรียนให้ถูกต้องโดยให้ ระลึกถึงปัญหาที่มีความคล้ายคลึง และให้ความช่วยเหลือ ครูขยายความคิดโดยกระตุ้นให้สะท้อน ความคิด สรุปและอ้างอิงสิ่งที่ค้นพบ นำข้อคาดการณ์มาใช้

### ระยะที่ 4 พิสูจน์ประพจน์ทางเรขาคณิตที่ไม่ซับซ้อนโดยใช้ RECOMPP

เป็นระยะที่ครูล้วงความคิดโดยการกระตุ้นให้นักเรียนอธิบายและแสดงเหตุผลในการพิสูจน์ ประพจน์ทางเรขาคณิตที่ไม่ซับซ้อนอย่างเป็นแบบแผน โดยนำเสนอสมบัติ ทฤษฎีบท สัจพจน์ และนิยาม ต่างๆมาใช้ในการพิสูจน์ โดยใช้ RECOMPP ครูสนับสนุนความคิดเพื่อส่งเสริมความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ ของนักเรียนให้ถูกต้องผ่านการใช้คำถาม การให้ความช่วยเหลือ และครูขยายความคิดโดยกระตุ้นให้ สะท้อนความคิดเพื่อนำสมบัติ กฎ บทนิยาม สัจพจน์ ทฤษฎีบท มาอธิบาย/อ้างอิง/แสดงแนวคิดได้ อย่างสมเหตุสมผล

### ระยะที่ 5 พิสูจน์ประพจน์ทางเรขาคณิตที่มีความซับซ้อนโดยใช้ RECOMPP

เป็นระยะที่ครูล้วงความคิดโดยการกระตุ้นและท้าทายให้นักเรียนอธิบายและแสดงเหตุผลใน การพิสูจน์ประพจน์ที่มีความซับซ้อนและพิสูจน์ทฤษฎีต่างๆ ที่เกี่ยวข้องทั้งหมดโดยใช้ RECOMPP ครู สนับสนุนความคิดเพื่อส่งเสริมความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ของนักเรียนให้ถูกต้องผ่านการใช้คำถาม การ ให้ความช่วยเหลือ รวมทั้งครูขยายความคิดให้กับนักเรียนโดยจะมีการขยาย/ปรับปัญหาเดิมหรือ เปลี่ยนปัญหา/ประพจน์เพื่อให้นักเรียนพิสูจน์และนำเสนอสมบัติ กฎ นิยาม สัจพจน์ ทฤษฎีบท มาอธิบาย/ อ้างอิง/แสดงแนวคิดได้อย่างสมเหตุสมผล

### 3. ขั้นตอนประเมิน (assessment)

เป็นขั้นที่นักเรียนได้สรุปความรู้และประเมินความเข้าใจของตนเอง ครูล้วงความคิด เพื่อดึงเอาคำตอบจากนักเรียน ครูสนับสนุนความคิดเพื่อส่งเสริมความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ของนักเรียน ให้ถูกต้องผ่านการแลกเปลี่ยนความรู้ในห้องเรียน การใช้คำถาม และขยายความคิดโดยกระตุ้นให้ สะท้อนความคิด ให้นักเรียนสรุปและอ้างอิงสิ่งที่ค้นพบไปใช้

ซูรายา สัสดีวงศ์ (2555: 10-11) ได้จัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนา ความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลัก ซึ่งเป็นการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ ครูผู้สอนใช้ปัญหาหรือสถานการณ์ในชีวิตประจำวันเป็นเครื่องมือให้นักเรียนสร้างความรู้ โดยให้ นักเรียนคิดและแสดงความคิดจากประเด็นปัญหา ทาวิธีในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย โดยครูล้วง ความคิด สนับสนุนความคิดและขยายความคิด ซึ่งช่วยให้นักเรียนวิเคราะห์และสะท้อนความคิดของ วิธีแก้ปัญหาที่แตกต่างกัน อันนำไปสู่การเรียนรู้ผ่านการแก้ปัญหา

**ขั้นที่ 1** การแสดงความคิดจากประเด็นปัญหา โดยกำหนดปัญหาที่สอดคล้องกับชีวิตประจำวันหรือสถานการณ์ปัญหาที่นักเรียนสนใจ ให้นักเรียนทำความเข้าใจปัญหา ครูต้องเชื่อมโยงปัญหากับความรู้หรือประสบการณ์เดิมของในการแก้ปัญหา เพื่อให้นักเรียนเห็นความสำคัญและคุณค่าของปัญหานั้น โดยครูล้วงความคิดของนักเรียนจากปัญหา พร้อมทั้งสนับสนุนความคิดความเข้าใจของนักเรียน

**ขั้นที่ 2** การขยายความคิดเพื่อวิเคราะห์ปัญหา โดยการล้วงความคิดด้วยการกระตุ้นให้นักเรียนร่วมกันวิเคราะห์ปัญหาเพื่อหาวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลายและเหมาะสม วางแผน ค้นหาคำตอบ เก็บรวบรวมข้อมูล เพื่อตัดสินใจเลือกแนวทางแก้ปัญหาที่เหมาะสมที่สุด พร้อมทั้งครูสนับสนุนความคิดเพื่อหาวิธีการที่ได้คำตอบ และสนับสนุนความคิดในการดำเนินการแก้ปัญหาของนักเรียน

**ขั้นที่ 3** การอภิปรายแลกเปลี่ยนความคิด โดยให้นักเรียนนำเสนอความคิดจากวิธีการที่ได้มาซึ่งคำตอบ รวมถึงข้อค้นพบ และสิ่งที่เรียนรู้ พร้อมทั้งครูเพิ่มเติมรายละเอียดในบางประเด็นที่นักเรียนยังไม่เข้าใจหรือเข้าใจไม่ถูกต้อง โดยครูจะต้องสนับสนุนความคิดและขยายความคิดจากข้อค้นพบและสิ่งที่นักเรียนร่วมอภิปราย

**ขั้นที่ 4** การหาข้อสรุปและสะท้อนความคิด โดยการกระตุ้นให้นักเรียนร่วมกันประเมินวิธีการที่ได้คำตอบ เพื่อนำไปสู่ข้อสรุปเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหา เพื่อให้นักเรียนสามารถสะท้อนความคิดในวิธีแก้ปัญหา จากนั้นขยายความคิดด้วยการปรับเปลี่ยนเงื่อนไขเดิมหรือเปลี่ยนปัญหา และนำไปสู่การเลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพ

เบญจมาศ ฉิมมาลี (2550: 11-12) ได้จัดกิจกรรมคณิตศาสตร์โดยใช้คำถามระดับสูงประกอบแนวทางพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของฟลายวิลลิค ซึ่งเป็นการใช้คำถามระดับสูงประกอบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยถามนักเรียนด้วยคำถามระดับสูงในแต่ละขั้นตอนการจัดกิจกรรมตามแนวทางพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของฟลายวิลลิค

1. ขั้นล้วงความคิด (eliciting) เป็นขั้นที่ครูจะใช้คำถามระดับสูงเพื่อเป็นการท้าทายและกระตุ้นให้นักเรียนคิดวิธีการแก้ปัญหาด้วยตนเอง ให้อิสระในการแสดงความคิด การอภิปรายในชั้นเรียน เพื่อให้ได้วิธีการแก้ปัญหาหลากหลายวิธี โดยการสนทนากับนักเรียนเกี่ยวกับสถานการณ์ที่จะเรียน จากนั้นใช้คำถามระดับสูงกระตุ้นให้นักเรียนคิดหาวิธีการแก้ปัญหา เพื่อส่งเสริมให้นักเรียนร่วมมือกันในการแก้ปัญหา

2. ขั้นสนับสนุนความคิด (supporting) โดยครูจะเป็นผู้สนับสนุนและส่งเสริมความคิดของนักเรียนให้นักเรียนนึกปัญหาหรือสถานการณ์ที่คล้ายคลึงกันกับที่ครูยกตัวอย่าง ทบทวนความรู้พื้นฐานที่เอื้อต่อกระบวนการในการแก้ปัญหาและวิธีการแก้ปัญหาของนักเรียนที่แสดงความคิดเห็นเป็นลำดับขั้นตอนอย่างช้าๆ ให้นักเรียนจับกลุ่มเพื่อร่วมมือกันอภิปรายเกี่ยวกับวิธีการแก้ปัญหาของเพื่อน

ในกลุ่มประกอบไปด้วยนักเรียนที่มีผลการเรียนคณิตศาสตร์สูง ปานกลางและต่ำ จากนั้นครูเขียนวิธีการแก้ปัญหาของกลุ่มที่ออกมาเรียงงานบนกระดานโดยใช้คำถามระดับสูงเพื่อให้นักเรียนอธิบายวิธีการแก้ปัญหาออกมาเป็นคำพูดของตนเอง

3. ขยายความคิด (extending) โดยครูใช้คำถามระดับสูงกับนักเรียนเพื่อให้นักเรียนวิเคราะห์ เปรียบเทียบวิธีการแก้ปัญหาต่างๆที่ทุกคนในชั้นเรียนเสนอ และร่วมกันสรุปเป็นวิธีการแก้ปัญหาที่ดีที่สุดสำหรับปัญหานั้นๆ อาจให้ปัญหาใหม่หรือขยายปัญหาเดิมให้ยากขึ้น แล้วใช้คำถามระดับสูงให้นักเรียนพยายามคิดแก้ปัญหา จากนั้นใช้คำถามระดับสูงเพื่อให้นักเรียนเกิดการวิเคราะห์ เปรียบเทียบและสรุปแนวคิดที่ได้ และส่งเสริมวิธีการแก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพ และให้นักเรียนรักความท้าทาย

จากการศึกษาแนวทางการพัฒนาความคิดของเด็ก พบว่า มีนักคณิตศาสตร์เสนอแนวคิดเกี่ยวกับแนวทางในการพัฒนาความคิดของเด็กในหลายรูปแบบ ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับวัตถุประสงค์ของครูที่จะนำไปใช้ในการออกแบบการเรียนรู้ สำหรับงานวิจัยในครั้งนี้ การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ใช้แนวทางตามแนวคิดของ Fraivillig, Murphy and Fuson (1999) ซึ่งมีองค์ประกอบ 3 ประการ ดังข้างต้น

#### 2.4 บทบาทครูและบทบาทนักเรียนในการพัฒนาความคิดของเด็ก

Fraivillig, Murphy and Fuson (1999: 8-14) กล่าวถึง กลยุทธ์การกิจกรรมการเรียนการสอนในชั้นเรียนว่า นักเรียนจะสามารถเกิดความคิดทางคณิตศาสตร์ได้จะต้องเกิดจากองค์ประกอบ 3 ประการ คือ การล้วงความคิด (eliciting), การสนับสนุนความคิด (supporting) และ การขยายความคิด (extending) ดังนี้

#### ตารางที่ 2 สรุปบทบาทครูและบทบาทนักเรียนในการพัฒนาความคิดของเด็ก

องค์ประกอบ	บทบาทครู	บทบาทนักเรียน
1. การล้วงความคิด (eliciting)		
- อำนวยความสะดวกในการตอบสนองความคิดของนักเรียน	- ให้ปัญหาๆ หนึ่ง จากนั้นล้วงเอาวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลายจากนักเรียนทั้งชั้น เช่น ถามว่า ใครมีวิธีการอื่นอีกหรือไม่ ใครทำไม่เหมือนเพื่อนบ้าง เป็นต้น - รอและรับฟังการอธิบายวิธีการแก้ปัญหาของนักเรียน - ใช้คำถามที่เจาะลึกถึงรายละเอียด เช่น ทำไมนักเรียนจึงคิดเช่นนั้น นักเรียนลองยกตัวอย่างประกอบได้หรือไม่ เป็นต้น	- พยายามแก้ปัญหาด้วยวิธีการของตนเอง เช่น ใช้การวาดภาพ กราฟ แสดงวิธีการแก้ปัญหาแบบไม่เป็นทางการ เป็นต้น - ใช้ภาษาพูดอธิบายที่ง่ายต่อการเข้าใจ พยายามยกตัวอย่างประกอบการอธิบาย - มีความมั่นใจในการแสดงความคิดเห็น

องค์ประกอบ	บทบาทครู	บทบาทนักเรียน
	<ul style="list-style-type: none"> <li>- ยอมรับฟังความคิดเห็นนักเรียนที่มีข้อผิดพลาดและยอมรับในความพยายามของนักเรียน เช่น ให้ออกาสนักเรียนในการระบุสิ่งที่ผิดพลาด ให้กำลังใจและบอกให้นักเรียนมีความรอบคอบมากขึ้น ให้เพื่อนเสนอความคิดเห็นเพิ่มเติมโดยที่ครูไม่บอกว่าผิดในทันที เป็นต้น</li> <li>- ส่งเสริมกิจกรรมการแก้ปัญหาด้วยกัน โดยใช้การสื่อสารเพื่อแก้ปัญหา เช่น สร้างความรู้สึกให้นักเรียนตื่นเต้นและเกิดจิตวิญญาณในการทำงานร่วมกัน เป็นมิตรกับนักเรียนทุกคน น่าเสียงรุกร้าน่าสนใจ เสริมแรงบวกอยู่ตลอด เป็นต้น</li> </ul>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>- เปลี่ยนห้องเรียนธรรมดาให้เป็นห้องเรียนของการอภิปราย</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- ให้นักเรียนอภิปราย/สาธิตวิธีการแก้ปัญหา โดยครูเขียนวิธีการแก้ปัญหานักเรียนลงบนกระดาน</li> <li>- ฝึกลักษณะการมีส่วนร่วมของนักเรียน</li> <li>- เปิดโอกาสให้นักเรียนทั้งชั้นได้แสดงความคิดเห็นอย่างทั่วถึง เช่น ให้คะแนนการมีส่วนร่วมในชั้นเรียนแบบยกชั้น ถ้าจำนวนคนแสดงความคิดเห็นมากยิ่งขึ้นได้คะแนนมาก เป็นต้น</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- มีส่วนร่วมในการแสดงความคิดเห็นทุกครั้ง และพยายามให้เพื่อนร่วมชั้นได้มีโอกาสในการแสดงความคิดเห็นด้วย</li> </ul>
<b>2. การสนับสนุนความคิด (supporting)</b>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>- สนับสนุนการแสดงความคิดเห็นของนักเรียน</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- ให้นักเรียนนึกถึงปัญหา/สถานการณ์ที่ต้องใช้วิธีการแก้ปัญหาที่คล้ายคลึงกัน</li> <li>- ทบทวนความรู้พื้นฐานที่จำเป็นต่อการแก้ปัญหา</li> <li>- ใช้กระบวนการกลุ่ม เพื่อให้นักเรียนช่วยเหลือซึ่งกันและกัน</li> <li>- ให้นักเรียนแต่ละคนทำความเข้าใจและเขียนวิธีการแก้ปัญหาของตนเอง เช่น ถามรายละเอียดวิธีการแก้ปัญหาของนักเรียนที่ยังไม่ชัดเจน ให้นักเรียนคนอื่นอธิบายวิธีการแก้ปัญหาของเพื่อน เป็นต้น</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- คิดสถานการณ์ปัญหาที่คล้ายคลึงกับที่ครูกำหนดจากประสบการณ์ที่เคยเรียนหรือเคยพบเจอ</li> <li>- ร่วมกันทบทวนความรู้พื้นฐานตลอดจนกระบวนการแก้ปัญหาที่จำเป็นต่อการแก้ปัญหานั้นๆ</li> <li>- ให้ความร่วมมือในการทำงานเป็นกลุ่ม และทำ</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>- สนับสนุนความคิดของผู้ฟัง</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- ช่วยเหลือนักเรียนที่คิดไม่ทันเพื่อน เช่น การอธิบายแต่ละขั้นตอนแบบช้าๆ เป็นต้น</li> <li>- ครูเลือกแสดงวิธีการแก้ปัญหาแบบไม่เจาะจง โดยนำวิธีการของนักเรียนมาเป็นเพียงข้อเสนอแนะ</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- ให้ความสนใจกับวิธีการแก้ปัญหาที่เพื่อนนำเสนอ</li> <li>- ช่วยเพื่อนที่คิดไม่ทัน โดยอธิบายช้าให้เพื่อนเข้าใจมากยิ่งขึ้นแบบช้าๆ</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>- สนับสนุนความคิดทั้งของผู้พูดและผู้ฟัง</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- เขียนวิธีการแก้ปัญหาโดยใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์บนกระดาน</li> <li>- เปิดโอกาสให้นักเรียนนำเสนอวิธีการแก้ปัญหาที่แตกต่างกัน</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- คิดวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลายและแตกต่างจากเพื่อน</li> <li>- เปลี่ยนวิธีการแก้ปัญหาจากภาษาที่ไม่เป็นทางการให้เป็นการแสดง</li> </ul>

องค์ประกอบ	บทบาทครู	บทบาทนักเรียน
		วิธีการแก้ปัญหาที่ใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แบบทางการมากยิ่งขึ้น
- สนับสนุนและช่วยเหลือนักเรียนทั้งชั้นเรียน	- เปิดโอกาสให้นักเรียนขอความช่วยเหลือเมื่อจำเป็นเท่านั้น เช่น ให้ความช่วยเหลือเพิ่มเติมให้สนใจมากขึ้นระหว่างการทำกิจกรรมในชั้นเรียน เป็นต้น	- ขอความช่วยเหลือจากครูเมื่อไม่เข้าใจ โดยไม่อายเพื่อนร่วมชั้น
3. การขยายความคิด (extending)		
- สร้างมาตรฐานและคาดหวังในตัวนักเรียนในระดับสูง	- ให้อุปสรรคที่ท้าทายแก่นักเรียน แล้วให้นักเรียนคิดวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลาย เช่น ถ้านักเรียนแก้ปัญหาไม่ได้ ครูจะแยกนักเรียนออกจากกลุ่มเพื่อนเพื่อให้นักเรียนมีเวลาในการคิดมากกว่าเดิม จากนั้นให้นักเรียนกลับเข้ามาอธิบายให้เพื่อนในชั้นเรียนฟัง เป็นต้น	- พยายามใช้ความรู้ที่เรียนมาช่วยในการแก้ปัญหา - หากคิดไม่ได้หรือคิดไม่ทันเพื่อนให้แจ้งครู เพื่อขอเวลาในการคิดหรือขอให้ครูช่วยชี้แนะเพิ่ม
- กระตุ้นให้นักเรียนสะท้อนความคิดทางคณิตศาสตร์	- ให้นักเรียนวิเคราะห์/เปรียบเทียบ และกระตุ้นให้นักเรียนนึกถึงแนวคิดพื้นฐานของตัวอย่างที่ทำกันในชั้นเรียน - ให้นักเรียนพิจารณาความสัมพันธ์ของคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องหรือความรู้ที่ต้องใช้ - ให้นักเรียนเขียนวิธีการแก้ปัญหาบนกระดานและร่วมกัน	- วิเคราะห์/เปรียบเทียบวิธีการแก้ปัญหาในรูปแบบต่างๆ เพื่อหาวิธีการแก้ปัญหาที่ดีที่สุด
- ส่งเสริมให้นักเรียนคิดหาวิธีการแก้ปัญหาให้แตกต่างจากที่นำเสนอมาแล้วเบื้องต้น	อภิปราย และหาวิธีการแก้ปัญหาที่ดีที่สุด - ให้สถานการณ์ปัญหาที่คล้ายคลึงกัน แล้วให้นักเรียนเลือกวิธีการแก้ปัญหาของเพื่อนมาใช้ในการแก้ปัญหา - ให้นักเรียนหาวิธีการแก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพ เช่น ถามว่า มีวิธีการแก้ปัญหาลึกลับกว่านี้หรือไม่ เป็นต้น - ให้นักเรียนสร้างสถานการณ์ปัญหา และหาวิธีการแก้ปัญหาด้วยตนเอง	- เปิดมุมมองความคิดว่า ปัญหาหนึ่งๆ สามารถมีวิธีการแก้ปัญหาได้หลากหลายวิธี - สร้างสถานการณ์/โจทย์ปัญหา และแสดงวิธีการแก้ปัญหาด้วยวิธีการของตนเองหรือนำวิธีการที่เพื่อนร่วมชั้นเคยนำเสนอมาใช้ในการแก้ปัญหา
- ปลูกฝังการรักในความท้าทาย	- เสริมแรงให้นักเรียนมีการคิดในระดับที่สูงขึ้น เช่น ครูต้องมีอารมณ์ร่วม สร้างแรงบันดาลใจให้นักเรียน ไม่ให้นักเรียนเกิดความรู้สึกที่ว่าแพ้ ห้ามบอกนักเรียนตรงๆ ต้องให้นักเรียนคิดด้วยตนเอง เป็นต้น	- กล้าถาม กล้าคิด กล้าแสดงออกในการอธิบาย ไม่อายเมื่อตอบผิด และมีส่วนร่วมในการทำกิจกรรมในชั้นเรียนทุกครั้ง

### 3. การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

#### 3.1 ความหมายของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

กุลนิตา วรสารนันท์ (2552: 42) กล่าวว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการสังเกต วิเคราะห์ หาความสัมพันธ์เพื่อหาแบบรูปทั่วไปของข้อมูล ข้อเท็จจริง สถานการณ์ ปรัชญาการณจากตัวอย่างย่อยเฉพาะต่างๆ และนำแบบรูปดังกล่าวไปแก้ปัญหา คิดวิเคราะห์ อธิบายความสัมพันธ์ของสิ่งที่เห็นอย่างเป็นเหตุเป็นผล

ณัฐกานต์ รักราค (2552: 13) ได้ให้ความหมายของทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ด้านการให้เหตุผลไว้ว่า เป็นความสามารถในการแสดงแนวคิดเกี่ยวกับการสร้างหลักการ การวิเคราะห์ การหาความสัมพันธ์ เพื่อมาอธิบายข้อสรุปหรือข้อสันนิษฐานอย่างสมเหตุสมผล

เกษณีย์ ยอดไพอินทร์ (2556: 13) กล่าวว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการอธิบาย แสดงแนวคิด การวิเคราะห์หาความสัมพันธ์และ ข้อความคาดการณ์ทางคณิตศาสตร์และใช้เหตุผลในการแสดงแนวคิด หาข้อสรุป หาคำตอบได้อย่าง สมเหตุสมผล ซึ่งในการวิจัยความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นการให้เหตุผลแบบนิรนัย ที่เป็นความสามารถในการอธิบายแนวคิด นำสมบัติ กฎ บทนิยาม สัจพจน์ ทฤษฎีบท มาอธิบาย/ อ้างอิง/แสดงแนวคิดเพื่อหาคำตอบได้อย่างถูกต้อง

พรรณทิพา พรหมรักษ์ (2552: 37) ได้กล่าวว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิต หมายถึง ความสามารถในการแสดงแนวคิดเกี่ยวกับการสร้างหลักการ การวิเคราะห์ การหาความสัมพันธ์ และแสดงข้อสรุปของข้อมูลอย่างสมเหตุสมผล รวมทั้งความสามารถในการพิจารณา และยืนยันข้อสรุปที่สมเหตุสมผล

สิริวรรณ จันทร์กุล (2554: 47) สรุปว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการคิด วิเคราะห์ รวบรวม เชื่อมโยงข้อเท็จจริง/ข้อความ/แนวคิด/ประสบการณ์เดิม เพื่อทำให้เกิดข้อเท็จจริงหรือสถานการณ์ใหม่ได้อย่างสมเหตุสมผล ซึ่งการให้เหตุผลเป็นทักษะที่ จำเป็นสำหรับชีวิตประจำวันและการเรียนคณิตศาสตร์ ซึ่งจะช่วยให้นักเรียนมีการคิดวิเคราะห์ที่ หลากหลาย เป็นคนมีเหตุผล มีความมั่นใจในการตัดสินใจ ซึ่งผู้เรียนสามารถนำไปประยุกต์ใช้ในการ คิด ตัดสินใจในชีวิตประจำวันได้

สุดาร์ตน์ ภิรมย์ราช (2555: 30) ได้ให้ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ของแนวคิด การแสดงข้อสรุปของข้อมูล และการใช้ ข้อสรุปที่เป็นกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์มาอธิบายเพื่อยืนยันหรือคัดค้านได้อย่างสมเหตุสมผล

อัมพร ม้าคนอง (2555: 39-40) กล่าวว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เป็นกระบวนการ ทางคณิตศาสตร์ที่ต้องอาศัยการคิดวิเคราะห์และ/หรือความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ในการรวบรวม

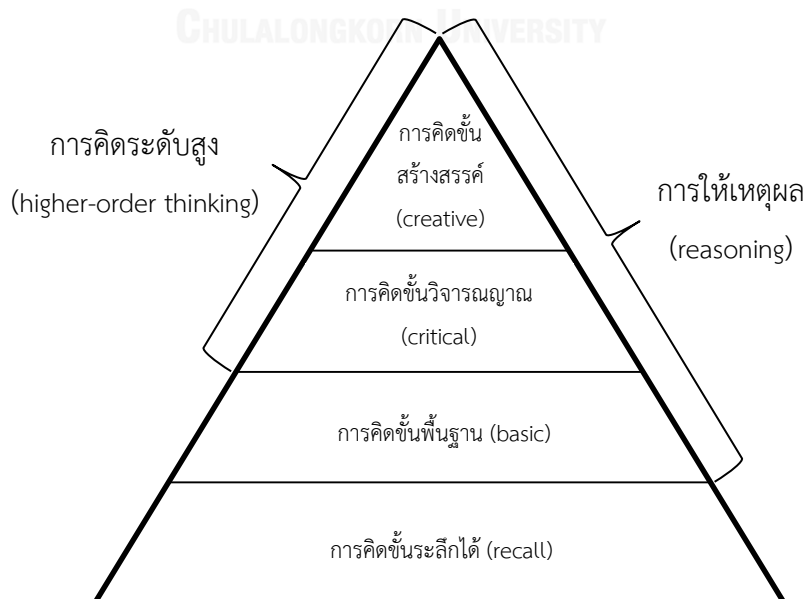
ข้อเท็จจริง/ข้อความ/แนวคิด/สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ต่างๆ แจกแจงความสัมพันธ์ หรือการเชื่อมโยง เพื่อทำให้เกิดข้อเท็จจริงหรือสถานการณ์ใหม่

Krulik and Rudnick (1993: 3-5) กล่าวว่า การให้เหตุผลและการคิดมีส่วนเกี่ยวข้องกัน โดยเป็นความสามารถของนักเรียนในการได้มาซึ่งข้อสรุปที่สมเหตุสมผลจากข้อมูลที่กำหนด ซึ่งนักเรียนต้องสร้างข้อความคาดการณ์หาข้อสรุปจากความสัมพันธ์ในสถานการณ์ปัญหา แล้วแสดงเหตุผลพร้อมทั้งอธิบายข้อสรุปและยืนยันข้อสรุปนั้น ซึ่งข้อสรุปดังกล่าวเป็นการนำมารวมกันจนกลายเป็นความรู้ใหม่

Krulik and Rudnick ได้แบ่งการคิดออกเป็น 4 ชั้น คือ

1. การคิดขั้นระลึกได้ (recall) จัดเป็นทักษะการคิดที่เป็นธรรมชาติเกือบเป็นอัตโนมัติ เป็นความสามารถในการระลึกข้อเท็จจริง
2. การคิดขั้นพื้นฐาน (basic) เป็นความเข้าใจ ความคิดรวบยอด เป็นประโยชน์นำไปใช้ในชีวิตประจำวัน
3. การคิดขั้นวิจารณ์ญาณ (critical) เป็นความคิดที่ใช้ในการตรวจสอบและการประเมินลักษณะทั้งหมดของการแก้ปัญหา ประกอบด้วย การจำ การเรียนรู้ การวิเคราะห์ข้อมูล การเชื่อมโยงข้อมูล เพื่อหาคำตอบที่มีเหตุผลได้
4. การคิดขั้นสร้างสรรค์ (creative) เป็นความคิดที่ซับซ้อน ความคิดระดับนี้เป็นสิ่งประดิษฐ์ที่คิดหรือจินตนาการขึ้นเอง

ส่วนการให้เหตุผล Krulik and Rudnick มองว่าเป็นส่วนสำคัญของการคิด นอกเหนือไปจากการคิดขั้นระลึกได้ ดังแผนภาพต่อไปนี้



ภาพที่ 5 ลำดับการคิด (Krulik and Rudnick, 1993: 3)



จากแผนภาพจะเห็นว่า การให้เหตุผลจะรวมถึงการคิดขั้นพื้นฐาน การคิดขั้นวิจารณ์ญาณ และการคิดขั้นสร้างสรรค์ สำหรับการคิดขั้นวิจารณ์ญาณและการคิดขั้นสร้างสรรค์ Krulik and Rudnick เรียกว่า เป็นการคิดระดับสูง (higher-order thinking)

O'Daffer (1990: 378) ได้ให้ความหมายของการให้เหตุผลไว้ว่า เป็นส่วนหนึ่งของการคิดทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเกี่ยวกับการสร้างหลักการ (นัยทั่วไป) การสรุปแนวคิดที่สมเหตุสมผล และการหาความสัมพันธ์ของแนวคิดนั้น

จากข้อมูลข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถของนักเรียนในการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ การสร้างหลักการหรือเชื่อมโยงข้อเท็จจริง และการแสดงข้อสรุปของข้อมูลอย่างสมเหตุสมผล โดยแบ่งออกเป็น 2 ด้าน คือ 1) ความสามารถในการวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ โดยนักเรียนสามารถวิเคราะห์ข้อมูลจากสถานการณ์ที่กำหนดให้ และเขียนแสดงความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลเหล่านั้นได้อย่างสมเหตุสมผล และ 2) ความสามารถในการแสดงข้อสรุปของข้อมูลอย่างสมเหตุสมผล โดยนักเรียนสามารถแสดงเหตุผลพร้อมทั้งอธิบายข้อสรุปและยืนยันข้อสรุปนั้น

### 3.2 ประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

Cooney, Brown, Dossey, Schrage, and Wittmann (1996) ได้เสนอการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ 4 ประเภท ดังนี้

1. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (inductive reasoning) เป็นการให้เหตุผลที่ได้จากการสังเกตเห็นสิ่งที่ร่วมกันจากหลายๆ ตัวอย่าง หรือการทดลองซ้ำหลายครั้ง แล้วสรุปออกมาอย่างมีเหตุผลสนับสนุน

2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (deductive reasoning) เป็นการให้เหตุผลจากหลักการทั่วไปหรือหลักการใหญ่ๆ แล้วอ้างอิงไปยังที่ที่ต้องการ ที่มีความหมายเจาะจง

3. การให้เหตุผลเชิงสัดส่วน (proportional reasoning) เป็นการให้เหตุผลที่เกี่ยวข้องกับปริมาณที่เพิ่มขึ้นหรือลดลง ซึ่งสามารถใช้ความรู้เกี่ยวกับสัดส่วนในการคำนวณเพื่อสนับสนุนหรือคัดค้านคำตอบที่ได้มา

4. การให้เหตุผลในเชิงปริภูมิ (spatial reasoning) เป็นการให้เหตุผลที่เกี่ยวข้องกับสิ่งที่มีมิติเป็น 2 มิติ หรือ 3 มิติ

O'Daffer (1990: 378) กล่าวว่า มีทักษะการให้เหตุผลที่มีความสำคัญต่อความสำเร็จทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนอยู่ 2 ประการ คือ

1. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (inductive reasoning) เป็นกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นการใช้ข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับการอธิบายสมบัติและโครงสร้างหลักการใหม่ ค้นหารูป

ทั่วไป รูปแบบทางคณิตศาสตร์ วิเคราะห์สถานการณ์ และในการอธิบายสมบัติและโครงสร้างต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ เพื่อนำไปสู่การสรุปมโนคติหรืออาจกล่าวได้ว่า การให้เหตุผลแบบอุปนัย เกิดจากผลของกรณีเฉพาะหลายๆ กรณี แล้วนำไปสู่การสรุปเป็นกฎเกณฑ์ทั่วไป

2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (deductive reasoning) เป็นกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นการใช้ข้อความหรือแบบรูปที่เป็นจริงหรือสมเหตุสมผลอยู่แล้ว เพื่อนำไปสู่ข้อสรุปจากหลักฐานที่ปรากฏเป็นการพิสูจน์ข้อสรุปและตัดสินความถูกต้องของขั้นตอนการคิด การให้เหตุผลแบบนี้เป็นการให้เหตุผลระบบตรรกะ เป็นการให้เหตุผลโดยใช้โครงสร้างทางคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐาน คือ อนิยาม นิยาม สัจพจน์ และทฤษฎีบท อาจกล่าวได้ว่า การให้เหตุผลแบบนิรนัย เป็นการให้เหตุผลที่ใช้ข้อสรุปที่เป็นกฎเกณฑ์ทั่วไปเป็นหลัก แล้วจะได้ผลสรุปของกรณีที่สุดคล้องกับกฎเกณฑ์ที่เป็นจริงเสมอ

Stiggins (2001) ได้เสนอว่า การให้เหตุผลมี 6 ประเภท คือ

1. การให้เหตุผลแบบวิเคราะห์ (analytical reasoning) เป็นการให้เหตุผลโดยพิจารณาส่วนย่อยหรือส่วนประกอบ โดยใช้การวิเคราะห์เพื่อศึกษารายละเอียด หรือในกรณีที่ต้องการแก้ปัญหา นักเรียนจะต้องอาศัยการวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา แล้วนำความรู้และการให้เหตุผลมาใช้ในการแก้ปัญหานั้นๆ

2. การให้เหตุผลแบบเปรียบเทียบ (comparative reasoning) เป็นการให้เหตุผลที่มุ่งพิจารณาว่า สิ่งนั้นๆ มีอะไรที่เหมือนกัน และมีอะไรที่ต่างกัน

3. การให้เหตุผลแบบประเมิน (evaluative reasoning) เป็นการให้เหตุผลเมื่อต้องการตัดสินคุณค่า หรือพิจารณาว่าสิ่งใดมีความเหมาะสมหรือไม่เหมาะสม โดยอาศัยความสมเหตุสมผลในการตัดสิน

4. การให้เหตุผลแบบสังเคราะห์ (synthesizing reasoning) เป็นการให้เหตุผลที่ใช้วิธีการรวบรวมข้อมูลต่างๆ มาหลอมรวมกันเพื่อสร้างเป็นข้อสรุป

5. การให้เหตุผลแบบจำแนก (classifying reasoning) เป็นการให้เหตุผลที่ใช้ในกรณีที่ต้องการแยกประเภทของสิ่งของต่างๆ ว่าสิ่งใดควรถูกจัดอยู่ในกลุ่มไหน เพราะเหตุใด

6. การให้เหตุผลแบบสรุปอ้างอิง (inferential reasoning) เป็นการให้เหตุผลแบบอุปนัยและการให้เหตุผลแบบนิรนัย

Streumer (2007) เสนอว่าการให้เหตุผลสามารถแบ่งได้ 2 ชนิด คือ การให้เหตุผลแบบอนุมาน (inferential reasoning) และการให้เหตุผลแบบไม่อนุมาน (non-inferential reasoning)

1. การให้เหตุผลแบบอนุมาน (inferential reasoning) กล่าวได้ว่า เหตุผลที่เกิดขึ้นเป็นการตอบสนองที่นำไปสู่การให้เหตุผลแบบกว้างๆ (wide-scope reasons) ซึ่งการตอบสนองนั้นต้องมีอย่างน้อยหนึ่งเหตุผล

เช่น (เชื่อว่า: ) ถ้าฝนตก ถนนจะเปียก  
 (เชื่อว่า: ) วันนี้ฝนตก  
 ดังนั้น (เชื่อว่า: ) ถนนจะเปียก เป็นต้น

2. การให้เหตุผลแบบไม่อนุมาน (non-inferential reasoning) กล่าวได้ว่า เหตุผลที่เกิดขึ้นเป็นการตอบสนองของการให้เหตุผลแบบจำกัด (narrow-scope reasons) ซึ่งการตอบสนองนั้นจะมีเหตุผลเพียงแค่นั้นเหตุผลเท่านั้น

เช่น (เชื่อว่า: ) พยากรณ์อากาศคาดการณ์ว่าฝนจะตก  
 (เชื่อว่า: ) วันนี้เมฆเต็มท้องฟ้า  
 ดังนั้น (เชื่อว่า: ) มีความเป็นไปได้ว่าฝนจะตก เป็นต้น

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551: 46-63) ได้แบ่งการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 3 รูปแบบ ได้แก่

1. การให้เหตุผลแบบสหัชญาณ (intuitive reasoning) เป็นการให้เหตุผลที่มาจากการใช้ความรู้เดิมหรือสามัญสำนึก เช่น ถ้าวันพรุ่งนี้น้ำมันจะขึ้นราคา คนส่วนใหญ่มักรีบเติมน้ำมันในวันนี้ เป็นต้น ซึ่งมนุษย์จะมีการให้เหตุผลแบบสหัชญาณมากหรือน้อยนั้นขึ้นอยู่กับประสบการณ์ที่ตนมีอยู่ เช่น เมื่อน้ำตาลทรายกำลังจะขึ้นราคา น้ำตาลทรายมักจะขาดตลาด ชาวบ้านและแม่ค้ามักรีบสะสมน้ำตาลทรายในราคาเดิมก่อนขึ้นราคา หรือในวันที่ฝนตกตอนเช้า คนในเมืองใหญ่มักจะออกจากบ้านเร็วกว่าปกติ เพราะคิดว่าการจราจรน่าจะติดขัดมากกว่าวันที่ฝนไม่ตกตอนเช้า เป็นต้น

2. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (inductive reasoning) เป็นกระบวนการที่ใช้การสังเกตหรือการทดลองหลายๆ ครั้ง แล้วรวบรวมข้อมูลเพื่อหาแบบรูปที่จะนำไปสู่ข้อสรุป ซึ่งเชื่อว่าน่าจะเป็นจริง มีความเป็นไปได้มากที่สุด แต่ยังไม่พิสูจน์ว่าเป็นจริงและยังไม่พบข้อขัดแย้ง เรียกข้อสรุปนั้นว่าข้อความคาดการณ์ในทางคณิตศาสตร์ เรายืนยันว่า ข้อความคาดการณ์เป็นจริงโดยการแสดงหรือพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ถ้าแสดงหรือพิสูจน์ได้ว่า ข้อความคาดการณ์เป็นจริงในกรณีทั่วไป ข้อความคาดการณ์นั้นจะเป็นทฤษฎีบท ในทางตรงกันข้าม ถ้าสามารถยกตัวอย่างค้านได้แม้เพียงกรณีเดียวข้อความคาดการณ์นั้นเป็นเท็จทันที

3. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (deductive reasoning) เป็นกระบวนการที่ยกเอาสิ่งที่รู้ว่าเป็นจริงหรือยอมรับว่าเป็นจริงโดยไม่ต้องพิสูจน์ แล้วใช้เหตุผลตามหลักตรรกศาสตร์ อัจฉจากสิ่งที่รู้ว่าเป็นจริงนั้น เพื่อนำไปสู่ข้อสรุปหรือผลสรุปเพิ่มเติมขึ้นมาใหม่ การให้เหตุผลแบบนิรนัยประกอบด้วยส่วนสำคัญ 2 ส่วนคือ เหตุหรือสมมติฐาน ซึ่งหมายถึง สิ่งที่เป็นจริงหรือยอมรับว่าเป็นจริงโดยไม่ต้องพิสูจน์ ได้แก่ บทนิยาม คำนิยาม สัจพจน์ ทฤษฎีบทที่พิสูจน์แล้ว กฎหรือสมบัติต่างๆ อีกส่วนหนึ่งคือ ผลหรือข้อสรุป ซึ่งหมายถึง ข้อสรุปที่ได้จากเหตุหรือสมมติฐาน โดยทั่วไปเหตุหรือสมมติฐานของการให้เหตุผลแบบนิรนัยมักประกอบด้วย เหตุกรณีทั่วไป และตามด้วยเหตุกรณีเฉพาะ ซึ่งความสัมพันธ์

ระหว่างเหตุกรณ์ทั่วไปและเหตุกรณ์เฉพาะก่อให้เกิดผล หรือผลสรุป ถ้าเหตุทำให้เกิดผล หรือผลสรุปเสมอเราเรียกว่าเป็นการให้เหตุผลที่สมเหตุสมผล ในทางตรงกันข้าม ถ้าเหตุไม่ทำให้เกิดผลหรือผลสรุปเสมอ เราเรียกว่าเป็นการให้เหตุผลที่ไม่สมเหตุสมผล

อัมพร ม้าคนอง (2553: 50-53) กล่าวว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มีหลายลักษณะ ดังนี้

1. การให้เหตุผลเชิงตรรก (logic reasoning) เป็นการให้เหตุผลที่ใช้การคิดเชิงตรรก ประกอบด้วยการให้เหตุผล 2 ประเภท ต่อไปนี้

1.1 การให้เหตุผลแบบอุปนัย (inductive reasoning) เป็นการให้เหตุผลตามการคิดแบบอุปนัย ซึ่งเป็นการคิดจากข้อเท็จจริงย่อย โดยการสังเกตลักษณะร่วมที่สำคัญหรือแบบแผนของสิ่งที่พบ เพื่อนำไปสู่กฎเกณฑ์หรือหลักการทั่วไป การให้เหตุผลแบบนี้จึงใช้ข้อมูลที่เป็นจริงจากข้อมูลย่อยๆ ไปสู่ข้อสรุปหรือความเป็นจริงทั่วไป หรือเป็นการมองเห็นตัวอย่างหลายๆ ตัวอย่าง แล้วใช้เหตุผลสรุปความสัมพันธ์ในรูปแบบทั่วไปของตัวอย่างเหล่านั้น หรืออาจกล่าวอีกนัยหนึ่งว่า เป็นการหาความสัมพันธ์จากสมาชิกบางส่วนในกลุ่ม เพื่ออ้างอิงไปใช้กับสมาชิกส่วนหนึ่งของกลุ่มเดียวกัน

1.2 การให้เหตุผลแบบนิรนัย (deductive reasoning) เป็นการให้เหตุผลตามการคิดแบบนิรนัย ซึ่งเป็นการคิดจากกฎเกณฑ์ หลักการ หรือข้อสรุปทั่วไปไปสู่ข้อเท็จจริงย่อย การให้เหตุผลแบบนี้จึงเป็นการใช้ข้อสรุปที่เป็นกฎหรือหลักเกณฑ์ทั่วไปที่ยอมรับกันว่าเป็นจริงโดยมีการพิสูจน์มาแล้ว เป็นหลักในการหาข้อสรุปของกรณีเฉพาะที่สอดคล้องกับกฎหรือเกณฑ์นั้น

2. การให้เหตุผลเชิงสัดส่วน (proportional reasoning) เป็นการให้เหตุผลโดยใช้ความคิดเกี่ยวกับสัดส่วน ทั้งสัดส่วนที่เกี่ยวข้องกับจำนวนและตัวเลขและข้อมูลเชิงคุณภาพ เช่น การหาค่าที่หายไป การเปรียบเทียบจำนวน การเปลี่ยนแปลงของอัตราส่วน

3. การให้เหตุผลเชิงตัวเลข (numerical reasoning) เป็นการให้เหตุผลเกี่ยวกับตัวเลขแบ่งออกเป็น 2 ประเภท ดังนี้

3.1 การระบุค่าของตัวแปร เป็นการให้เหตุผลเกี่ยวกับที่มาของค่าของตัวแปรจากปัญหาสัดส่วน

3.2 การเปรียบเทียบเชิงตัวเลข เป็นการให้เหตุผลจากการเปรียบเทียบอัตราส่วนหรือเศษส่วน

4. การให้เหตุผลเชิงปริภูมิ (spatial reasoning) เป็นการให้เหตุผลเกี่ยวกับมิติสัมพันธ์ หรือสิ่งที่ปรากฏในมิติต่างๆ เช่น ภาพ 2 มิติ หรือ ทรง 3 มิติ และการให้เหตุผลเกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตทั้งในมิติเดียวกันและมิติต่างกัน รวมถึงการให้เหตุผลเกี่ยวกับการแปลงข้อมูลเชิงคุณภาพเป็นภาพหรือทรงมิติต่างๆ เพื่อความเข้าใจที่ชัดเจนขึ้น

จากการศึกษาประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ พบว่า การแบ่งประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในหลายรูปแบบ ขึ้นอยู่กับวัตถุประสงค์และการนำไปใช้ สำหรับงานวิจัยใน

ครั้งนี้ ผู้วิจัยเลือกใช้การให้เหตุผลแบบวิเคราะห์ (analytical reasoning) เป็นการให้เหตุผลโดยพิจารณาส่วนย่อยหรือส่วนประกอบ โดยใช้การวิเคราะห์เพื่อศึกษารายละเอียด หรือในกรณีที่ต้องการแก้ปัญหา นักเรียนจะต้องอาศัยการวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา แล้วนำความรู้และการให้เหตุผลมาใช้ในการแก้ปัญหานั้นๆ และการให้เหตุผลแบบประเมิน (evaluative reasoning) เป็นการให้เหตุผลเมื่อต้องการตัดสินคุณค่าหรือพิจารณาว่า สิ่งใดมีความเหมาะสมหรือไม่มีความเหมาะสม โดยอาศัยความสมเหตุสมผลในการตัดสินใจ

### 3.3 แนวทางในการพัฒนาความสามารถของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

กุลนิตา วรสารนันท์ (2552: 45) กล่าวว่า แนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์นั้น ผู้สอนควรจัดบรรยากาศในการเรียนรู้ให้ผู้เรียนเกิดการคิด มีการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นและการอธิบายเพื่อหาข้อสรุปพร้อมทั้งแสดงการยืนยันข้อสรุปของแนวคิดนั้นๆ

ณัฐกานต์ รักษานาค (2552: 52) กล่าวว่า การจัดการเรียนการสอนควรเอื้อให้นักเรียนได้ใช้ความคิดและใช้เหตุผลอย่างเต็มความสามารถ โดยดังต่อไปนี้

1. ส่งเสริมให้นักเรียนได้ฝึกการคิด การวิเคราะห์ และการสรุปแนวคิดอย่างสมเหตุสมผล ภายใต้บรรยากาศที่สนับสนุนให้มีการอภิปราย แลกเปลี่ยนความคิด และแก้ปัญหาร่วมกัน

2. ใช้กิจกรรมที่เน้นให้เกิดการฝึกคิดและการให้เหตุผลควบคู่กันไปตามสถานการณ์ที่กำหนดให้

3. ส่งเสริมให้ผู้เรียนตรวจสอบความสมเหตุสมผลของการแก้ปัญหาอย่างเป็นประจำ โดยที่ผู้สอนเป็นผู้ชี้แนะ และแนะนำให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ในสิ่งที่ถูกต้อง

พรพรรณทิพา พรหมรักษ์ (2552: 42) ได้กล่าวว่า ปัจจัยที่ช่วยพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลมีหลายปัจจัย ได้แก่ ครู นักเรียน บรรยากาศ การเรียนการสอน วิธีการจัดการเรียนการสอน และอื่นๆ ซึ่งปัจจัยดังกล่าวล้วนมีอิทธิพลต่อการเรียนรู้ของนักเรียนทั้งสิ้น โดยเฉพาะครูผู้สอน เป็นผู้ที่มีบทบาทสำคัญในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เอื้อต่อการเรียนรู้ของนักเรียน ซึ่งครูสามารถทำได้ โดยดังต่อไปนี้

1. เริ่มจากการให้นักเรียนได้พบโจทย์ปัญหาที่น่าสนใจ

2. มีบรรยากาศที่สนับสนุน ส่งเสริม และเปิดโอกาสให้นักเรียนได้พูดอธิบาย แสดงเหตุผลของตนได้อย่างอิสระ

3. ผู้สอนได้สรุป ชี้แจงให้นักเรียนได้ทราบเกี่ยวกับการแสดงเหตุผลของนักเรียนว่า มีความถูกต้อง สมเหตุสมผล หรือขาดตกบกพร่องอย่างไร

สิริวรรณ จันทร์กุล (2554: 56) กล่าวว่า แนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เป็นแนวทางที่ควรเริ่มจากการส่งเสริมให้นักเรียนคิดอย่างมีเหตุผล โดยครูต้องสอน

การให้เหตุผลสอดคล้องกันอยู่ในเนื้อหา และควรสร้างบรรยากาศที่สนับสนุนให้มีการอธิบาย แลกเปลี่ยนความคิด ชี้แจงเหตุผล เน้นคำถามเพื่อถามเหตุผล เช่น “ทำไม” “เพราะอะไร” “ถ้า...แล้ว” “...สัมพันธ์กันอย่างไร” เป็นต้น

สุदारัตน์ ภิรมย์ราช (2555: 39) ได้สรุปว่า แนวทางการพัฒนาทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งทำได้ดังนี้

1. ครูควรจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่สนับสนุนให้นักเรียนได้คิด และอธิบายแนวคิด โดยให้เหตุผลยืนยันหรือคัดค้านแนวคิดนั้นๆ อย่างสมเหตุสมผล

2. ควรกระตุ้นความคิดของนักเรียนตลอดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

Baroody and Coslick (1998: 2-30 อ้างถึงใน พรรณทิพา พรหมรักษ์, 2552) ได้เสนอแนวทางในการพัฒนาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่าควรจัดการเรียนการสอนตามลักษณะดังต่อไปนี้

1. ควรบูรณาการการให้เหตุผลกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในทุกระดับชั้น นักเรียนควรได้รับการส่งเสริมการให้เหตุผลแบบหยั่งรู้ และแบบอุปนัย เพื่อคาดการณ์ และการให้เหตุผลแบบนิรนัยง่ายๆ

2. ควรมีการชี้แนะให้นักเรียนได้เห็นว่ามีรูปแบบที่แตกต่างกันมากมาย ทั้งกฎเกณฑ์ในสถานการณ์ต่างๆ

3. การใช้กิจกรรมที่มีการจำแนกอย่างชัดเจน

4. ส่งเสริมให้นักเรียนได้ประเมินการคาดการณ์ และการนิรนัยอย่างไม่มีแบบแผน

จากแนวทางของการพัฒนาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักการศึกษาและผู้ที่เกี่ยวข้องพบว่า ครูควรจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมให้นักเรียนฝึกการคิดวิเคราะห์ และสรุปแนวความคิดอย่างสมเหตุสมผล และจัดกิจกรรมที่เอื้อต่อการเรียนรู้ของนักเรียน โดยการสร้างบรรยากาศการพูดคุยแลกเปลี่ยนความคิดภายในห้องเรียน ซึ่งโจทย์ปัญหาที่ใช้ต้องเป็นสถานการณ์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงของนักเรียน เพื่อดึงดูดความสนใจในการคิด ครูควรกระตุ้นให้นักเรียนคิดตลอดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ และนำแนวคิดที่ร่วมกันสรุปอย่างสมเหตุสมผลไปประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ใหม่

### 3.4 การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

กระทรวงศึกษาธิการ (2551ข: 138) ได้กล่าวว่า นอกจากจะพิจารณาความสามารถในการให้เหตุผลแล้ว ผู้ประเมินควรคำนึงถึงความสามารถในด้านต่อไปนี้ด้วย

1. การใช้พื้นฐานความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการให้เหตุผล
2. การใช้วิธีการทางคณิตศาสตร์สร้างข้อคาดเดาสิ่งที่เกิดขึ้น
3. การประเมินข้อโต้แย้งทางคณิตศาสตร์และการพิสูจน์

#### 4. การเลือกใช้รูปแบบหรือวิธีการที่หลากหลายในการให้เหตุผลหรือการพิสูจน์

ในการประเมินความสามารถในการให้เหตุผล จะใช้วิธีการให้คะแนนแบบกำหนดเกณฑ์การให้คะแนน (rubric) ซึ่งรายละเอียดของเกณฑ์จะขึ้นกับบริบทของเรื่องและระดับชั้นเรียนนั้นๆ โดยทั่วไปอาจกำหนดดังนี้

คะแนน/ความหมาย	ความสามารถในการให้เหตุผลที่ปรากฏให้เห็น
4 / ดีมาก	มีการอ้างอิง เสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจอย่างสมเหตุสมผล
3 / ดี	มีการอ้างอิงถูกต้อง และเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจ มีข้อบกพร่องเพียง 1 แห่ง
2 / พอใช้	เสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจ แต่มีข้อบกพร่องเพียง 2 แห่ง
1 / ต้องปรับปรุง	มีความพยายามเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจ หรือมีข้อบกพร่องมากกว่า 2 แห่ง
0 / ไม่พยายาม	ไม่มีแนวคิดประกอบการตัดสินใจ / แนวคิดไม่ถูกต้องเลย

เกษณี ยอดไพอินทร์ (2556: 69) ได้สร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นการให้เหตุผลแบบนิรนัย ที่เป็นความสามารถในการอธิบายแนวคิด นำสมบัติ กฎ บทนิยาม สัจพจน์ ทฤษฎีบท มาอธิบาย/อ้างอิง/แสดงแนวคิดเพื่อหาคำตอบได้อย่างถูกต้อง โดยผู้วิจัยวัดตามองค์ประกอบ ดังนี้

1. การนำสมบัติ กฎ บทนิยาม สัจพจน์ ทฤษฎีบท มาอธิบาย/อ้างอิง/แสดงแนวคิดได้อย่างถูกต้องครบถ้วน
2. การหาคำตอบที่ถูกต้อง

เกณฑ์การตรวจให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์	คะแนน
การนำสมบัติ กฎ บทนิยาม สัจพจน์ ทฤษฎีบท มาอธิบาย/อ้างอิง/แสดงแนวคิดได้อย่างถูกต้องครบถ้วน และคำตอบถูกต้อง	3
การนำสมบัติ กฎ บทนิยาม สัจพจน์ ทฤษฎีบท มาอธิบาย/อ้างอิง/แสดงแนวคิดได้ถูกต้องบางส่วน และคำตอบถูกต้อง หรือ การนำสมบัติ กฎ บทนิยาม สัจพจน์ ทฤษฎีบท มาอธิบาย/อ้างอิง/แสดงแนวคิดได้คำตอบถูกต้องครบถ้วน และคำตอบไม่ถูกต้อง	2
การนำสมบัติ กฎ บทนิยาม สัจพจน์ ทฤษฎีบท มาอธิบาย/อ้างอิง/แสดงแนวคิดได้ไม่ถูกต้อง และคำตอบถูกต้อง หรือ	1

เกณฑ์การตรวจให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์	คะแนน
การนำเสนอบัติ กฎ บทนิยาม สัจพจน์ ทฤษฎีบท มาอธิบาย/อ้างอิง/แสดงแนวคิดได้ ถูกต้องบางส่วน และคำตอบไม่ถูกต้อง	
การนำเสนอบัติ กฎ บทนิยาม สัจพจน์ ทฤษฎีบท มาอธิบาย/อ้างอิง/แสดงแนวคิดไม่ ถูกต้อง และคำตอบไม่ถูกต้อง หรือ การนำเสนอบัติ กฎ บทนิยาม สัจพจน์ ทฤษฎีบท มาอธิบาย/อ้างอิง/แสดงแนวคิดไม่ได้ และคำตอบไม่ถูกต้อง	0

วรรณารถ อยู่สุข (2555: 76) ได้สร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่เป็นความสามารถในการคิดอย่างเป็นเหตุเป็นผลเกี่ยวกับปัญหาหรือสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ซึ่งประกอบไปด้วย 2 องค์ประกอบคือ การวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อหาความสัมพันธ์ และความสามารถในการอธิบายข้อสรุป โดยใช้ข้อมูลในการสนับสนุนหรือคัดค้านได้อย่างสมเหตุสมผล ดังนี้

ลักษณะคำตอบ	ระดับคะแนน
1. ด้านการวิเคราะห์ข้อมูล	
นักเรียนสามารถวิเคราะห์และเขียนแสดงข้อมูลได้อย่างถูกต้อง และครบถ้วน	3
นักเรียนสามารถวิเคราะห์และเขียนแสดงข้อมูลได้ถูกต้อง อย่างน้อยครั้งหนึ่งของข้อมูลที่กำหนดให้วิเคราะห์ทั้งหมด แต่ยังขาดข้อมูลหรือยังไม่สมบูรณ์นัก	2
นักเรียนสามารถวิเคราะห์และเขียนแสดงข้อมูลได้ถูกต้องบ้าง แต่ยังไม่ถึงครั้งหนึ่งของข้อมูลที่กำหนดให้วิเคราะห์ทั้งหมด	1
นักเรียนไม่สามารถวิเคราะห์และเขียนแสดงข้อมูลได้เลย	0
2. ด้านความสามารถในการอธิบายข้อสรุป	
นักเรียนสามารถเขียนอธิบายสรุป โดยใช้ข้อมูลจากสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้ อย่างถูกต้อง และครบถ้วน	3
นักเรียนสามารถเขียนอธิบายสรุป โดยใช้ข้อมูลจากสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้ อย่างถูกต้อง อย่างน้อยครั้งหนึ่ง แต่ยังไม่สมบูรณ์	2
- นักเรียนสามารถเขียนอธิบายสรุป โดยใช้ข้อมูลจากสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้ ถูกต้องบ้าง แต่ยังไม่ถึงครั้งหนึ่ง - นักเรียนสามารถเขียนอธิบายข้อสรุปได้ถูกต้องบ้าง แต่ยังไม่สามารถให้ข้อมูลจากสถานการณ์ที่กำหนดในการอธิบายได้	1
นักเรียนไม่สามารถเขียนอธิบายข้อสรุปได้เลย	0



สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551: 206) ได้เสนอเกณฑ์การให้คะแนนทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในด้านการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

ระดับคุณภาพ	เกณฑ์การพิจารณา
3 (ดี)	มีการอ้างอิงที่ถูกต้อง และเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจอย่างสมเหตุสมผล
2 (พอใช้)	มีการอ้างอิงที่ถูกต้องบางส่วน และเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจ แต่อาจจะไม่สมเหตุสมผลในบางกรณี
1 (ปรับปรุง)	มีการเสนอแนวคิดที่ไม่สมเหตุสมผลในการตัดสินใจ และไม่ระบุการอ้างอิง

สมเดช บุญประจักษ์ (2540: 333) ได้กล่าวถึงพฤติกรรมที่แสดงถึงความสามารถในการให้เหตุผลไว้ดังนี้

1. ความสามารถในการวิเคราะห์และระบุถึงความสัมพันธ์ของข้อมูล
  - 1.1 อธิบายความหมายคำ ศัพท์เฉพาะได้
  - 1.2 แสดงถึงความสัมพันธ์ของข้อมูลและแทนความสัมพันธ์ของข้อมูลด้วยสัญลักษณ์ที่เหมาะสม
  - 1.3 คาดเดาคำตอบของปัญหาและตรวจสอบข้อคาดเดาอย่างมีเหตุผล
2. ความสามารถในการสรุป
  - 2.1 สรุปแนวคิดในการแก้ปัญหาได้
  - 2.2 อธิบายเหตุผลสำหรับผลสรุปนั้น
3. ความสามารถในการแสดงข้อสรุป ยืนยันข้อสรุปของแนวคิด
  - 3.1 ตรวจสอบข้อสรุปของแนวคิดในการแก้ปัญหา
  - 3.2 อธิบายการได้มาซึ่งข้อสรุปของแนวคิดในการแก้ปัญหา
  - 3.3 ขยายข้อสรุปไปสู่รูปทั่วไปได้

California State Department of Education (1989) กล่าวถึงเกณฑ์การให้คะแนนกรณีข้อสอบเป็นแบบอัตนัย โดยแบ่งเป็นระดับคะแนนเป็น 6 ระดับ คือ 6 5 4 3 2 1 ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

ระดับ 6 ตอบแบบชัดเจน (exemplary response): โดยให้คำตอบสมบูรณ์ ชัดเจน มีเหตุผล มีไม่คลุมเครือและอธิบายได้ดีเยี่ยม ซึ่งรวมถึงการใช้แผนผังประกอบการอธิบาย ชัดเจน อ่านง่าย สามารถสื่อสารได้อย่างมีประสิทธิภาพ แสดงความเข้าใจเกี่ยวกับแนวคิดและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่ใช้เพื่อตอบคำถาม จำแนกส่วนประกอบสำคัญทั้งหมดของปัญหายกตัวอย่างที่ใช่และไม่ใช่ มีข้อมูลสนับสนุนชัดเจนและหนักแน่น

ระดับ 5 ตอบแบบมีข้อมูลเพียงพอ (competent response): อธิบายชัดเจน มีเหตุผลและมีผลและสมบูรณ์ ใช้แผนผังประกอบการอธิบายได้เหมาะสม สื่อสารได้อย่างมีประสิทธิภาพ แสดงความเข้าใจ

เกี่ยวกับแนวคิดและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่ใช้เพื่อตอบคำถาม จำแนกส่วนประกอบที่สำคัญ โดยส่วนใหญ่ของปัญหา มีข้อมูลสนับสนุนเพียงพอ

ระดับ 4 ตอบแบบมีข้อบกพร่องเล็กน้อยแต่มีข้อมูลน่าสนใจ (minor flaws but satisfactory): ตอบคำถามถูกต้อง ครบถ้วน แต่อธิบายสับสน ข้ออ้างหรือข้อสนับสนุนไม่สมบูรณ์ แผนผังประกอบการอธิบายไม่เหมาะสม หรือไม่ชัดเจน แสดงความเข้าใจแนวคิดทางด้านคณิตศาสตร์ที่เป็นพื้นฐานในการตอบคำถาม ใช้แนวคิดทางด้านคณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

ระดับ 3 ตอบโดยมีข้อบกพร่องมากแต่ค่อนข้างพอใช้ (serious flaws but nearly satisfactory): เริ่มต้นในการตอบคำถามถูกต้องแต่ไม่ตอบคำถามบางคำถาม แสดงออกถึงความไม่เข้าใจแนวคิดหรือกระบวนการทางคณิตศาสตร์ คำนวณผิด นำความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์ไปใช้ผิด แก้ปัญหาผิดวิธี

ระดับ 2 เริ่มต้นได้แต่แก้ปัญหาไม่ได้ (begins but fails to complete problem): อธิบายไม่เข้าใจ ใช้แผนผังประกอบการอธิบายไม่ชัดเจน แสดงถึงการไม่เข้าใจคำถาม คำนวณผิด

ระดับ 1 ไม่สามารถเริ่มต้นแก้ปัญหาได้ (unable to begin effectively): คำตอบไม่สอดคล้องกับคำถาม นำเสนอข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้องกับคำถามหรือไม่ตอบ

NCTM (2000: 342) ได้อธิบายถึงเกณฑ์การประเมินในการให้เหตุผลและการพิสูจน์ ดังนี้

1. ระบุความรู้ ความจำ ในการให้เหตุผลและการพิสูจน์ที่เป็นพื้นฐานทางคณิตศาสตร์
2. การสร้างและสำรวจทางคณิตศาสตร์อย่างมีเหตุมีผล
3. การพัฒนาและการประเมินทางคณิตศาสตร์โดยการอ้างเหตุผลและการพิสูจน์
4. การเลือกและใช้รูปแบบในการให้เหตุผลและเครื่องมือสำหรับการพิสูจน์อย่างหลากหลาย

จากการประเมินการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ได้กล่าวมาข้างต้น ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยสร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยพิจารณาจากลักษณะพฤติกรรมที่แสดงถึงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จากงานของ วรรณารด อยู่สุข (2555: 76) สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551: 206) และสมเดช บุญประจักษ์ (2540: 333)

กล่าวโดยสรุปได้ว่า สำหรับงานวิจัยนี้ผู้วิจัยได้ให้ความหมายของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ และการแสดงข้อสรุปของข้อมูลอย่างสมเหตุสมผล ซึ่งวัดได้จากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยพิจารณาจากลักษณะพฤติกรรมที่แสดงถึงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จากงานของ วรรณารด อยู่สุข (2555: 76) สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551: 206) และสมเดช บุญประจักษ์ (2540: 333) ซึ่งมีองค์ประกอบ 2 ด้าน ดังนี้

1. ความสามารถในการวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ โดยนักเรียนสามารถวิเคราะห์ข้อมูลจากสถานการณ์ที่กำหนดให้ และเขียนแสดงความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลเหล่านั้นได้อย่างสมเหตุสมผล
2. ความสามารถในการแสดงข้อสรุปของข้อมูล โดยนักเรียนสามารถแสดงเหตุผลพร้อมทั้งอธิบายข้อสรุปและยืนยันข้อสรุปนั้นได้อย่างถูกต้องและสมเหตุสมผล

#### 4. การสื่อสารทางคณิตศาสตร์

##### 4.1 ความหมายของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

Kennedy and Tipps (1994: 181) กล่าวว่า การสื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็นเป้าหมายที่สำคัญของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ช่วยให้ผู้เรียนสร้างความเชื่อมโยงระหว่างข้อมูลความรู้ที่เป็นนามธรรมไปสู่สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์

NCTM (1989 อ้างถึงใน อลิสร่า ชมชื่น, 2550: 49) ได้ให้ความหมายของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นความสามารถของนักเรียนในการใช้ศัพท์ สัญลักษณ์ และโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ เพื่อแสดงและทำความเข้าใจแนวคิด เป็นการผสมผสานความรู้และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์เพื่ออธิบายความเข้าใจของตนเอง โดยนักเรียนจะเข้าใจความคิดของตนเองอย่างลึกซึ้งเมื่อนักเรียนได้นำเสนอวิธีการแก้ปัญหาของตนเอง ได้พิสูจน์ความมีเหตุผลของตนเองต่อคนอื่น ด้วยวิธีการสื่อสารที่หลากหลาย เช่น การเขียน การฟัง การพูด เป็นต้น

Thomas (1991: 75) กล่าวว่า คณิตศาสตร์คือการสื่อสาร ผู้เรียนจำเป็นต้องมีพัฒนาการทักษะทางด้าน การเขียน การพูด การฟังอย่างหลากหลายในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ การใช้สื่อต่างๆ เช่น วัตถุ รูปภาพ แผนภูมิ การสื่อสารจะช่วยส่งเสริมให้นักเรียนตระหนักถึงความสำคัญของการนำเสนอ การอภิปราย การอ่าน การเขียน และการฟัง

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555: 79) กล่าวว่า ความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ เป็นความสามารถในการพูดและการเขียน การใช้คำศัพท์ สัญลักษณ์ ตัวแปร ตาราง กราฟ รูปภาพ และแบบจำลอง เพื่อแสดงแนวคิดหรืออธิบายแนวความคิดของตนเองให้ผู้อื่นได้รับรู้ โดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง มีความกระชับ ชัดเจน และเหมาะสม

สุดารัตน์ ภิรมย์ราช (2555: 11) กล่าวว่า ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์เพื่อสื่อความหมาย แสดงแนวคิดและนำเสนอแนวคิดทางคณิตศาสตร์ให้ผู้อื่นเข้าใจได้อย่างถูกต้องและมีขั้นตอนที่เป็นระบบ

อัมพร ม้าคนอง (2553: 56) กล่าวว่า ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถในการอธิบาย ชี้แจง แสดงความเข้าใจหรือความคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ของตนเองให้ผู้อื่นได้รับรู้

จากการศึกษาความหมายของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ข้างต้น ในการวิจัยในครั้งนี้ผู้วิจัยให้ความหมายของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการใช้ภาษา และสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร สื่อความหมาย และการนำเสนอ เพื่อแสดงแนวคิดหรืออธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์อย่างเป็นลำดับขั้นตอน

#### 4.2 แนวทางในการพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

NCTM (2000: 60-63) ได้กำหนดมาตรฐานของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนระดับอนุบาลถึงเกรด 12 ไว้ดังนี้

1. จัดระบบและรวบรวมเหตุผลทางความคิดทางคณิตศาสตร์ของตนเองผ่านการสื่อสาร
2. สื่อสารความคิดทางคณิตศาสตร์อย่างเชื่อมโยงกันและชัดเจนแก่เพื่อน ครู และคนอื่นๆ
3. วิเคราะห์และประเมินความคิดและกลวิธีทางคณิตศาสตร์ของคนอื่นๆ
4. ใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์เพื่อแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้อย่างกระชับ

ซึ่งพฤติกรรมปฏิบัติที่บ่งชี้ถึงการสื่อสาร ประกอบด้วย

1. การแปลความหมายความสัมพันธ์ของเครื่องหมายทางพีชคณิต
2. การใช้ สถิติ ตาราง และกราฟในการสื่อสารแนวคิด และข้อมูลเพื่อสร้างความเชื่อมั่นในการนำเสนอและวิเคราะห์การนำเสนอของคนอื่นที่มีลักษณะการนำเสนอที่ลำเอียงหรือลวงตา (deceptive)

3. สื่อสารความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของตนเอง สาระชัดเจนเป็นลำดับอย่างสมเหตุสมผล เพื่อสนับสนุนข้อสรุป

Rowan and Morrow (1993: 9-10) ได้เสนอแนวทางการจัดการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. การนำเสนอสื่อรูปธรรม แล้วให้ผู้เรียนพรรณนาถึงสิ่งที่พบ
2. ใช้เนื้อหา เรื่องราว หรืองานที่เกี่ยวข้องและใกล้ตัวผู้เรียน
3. ใช้คำถาม โดยเฉพาะคำถามปลายเปิดจะเป็นตัวกระตุ้นให้ผู้เรียนได้คิดและแสดงการตอบสนองออกมา คำถามปลายเปิดเป็นคำถามที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้คิดอย่างหลากหลาย และมีการคิดสร้างสรรค์

4. ให้โอกาสผู้เรียนได้เขียนสื่อสารแนวคิด เพื่อให้ผู้เรียนเห็นว่าการเขียนเป็นส่วนสำคัญของการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ผู้เรียนต้องเข้าใจว่าทำไมจึงต้องเขียนอธิบาย นั่นคือเป้าหมายของการเขียนต้องชัดเจน

5. ใช้การเรียนรู้แบบร่วมมือและช่วยเหลือกัน (cooperative and collaborative group) เป็นการเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้สำรวจแนวคิด อธิบายแนวคิดในกลุ่ม เป็นการส่งเสริมความสามารถในการสื่อสาร

6. ใช้การชี้แนะทั้งทางตรงและทางอ้อม (overt and covert clues) การตอบสนองต่อคำถามของผู้เรียน การบริหารและการจัดระบบชั้นเรียน เป็นการชี้แนะให้ผู้เรียนได้ทราบถึงสิ่งที่คาดหวังและมาตรฐานการเรียนรู้ เพื่อที่ผู้เรียนจะได้แสดงแนวคิดเหล่านั้นได้อย่างไม่ต้องกังวล

กรมวิชาการ (2544: 201 อ้างถึงใน พรรณทิพา พรหมรักษ์, 2552: 53) ได้กล่าวว่า การจัดการเรียนการสอนเพื่อให้เกิดทักษะการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ เป็นการวิเคราะห์ สังเคราะห์เพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหา สามารถเขียนปัญหาในรูปแบบของตาราง กราฟ หรือข้อความ เพื่อสื่อสารความสัมพันธ์ของจำนวนเหล่านั้น การทำให้เกิดทักษะการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ มีแนวทางในการดำเนินดังนี้

1. กำหนดโจทย์ปัญหาที่น่าสนใจและเหมาะสมกับความสามารถของนักเรียน
2. ให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติและแสดงความคิดเห็นของตนเอง โดยผู้สอนช่วยชี้แนะแนวทางในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอข้อมูล

3. การฝึกทักษะ/กระบวนการนี้ต้องทำอย่างต่อเนื่อง โดยสอดแทรกอยู่ทุกขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ให้นักเรียนคิดตลอดเวลาที่เห็นปัญหาว่า ทำไมจึงเป็นเช่นนั้น จะมีวิธีการแก้ปัญหาอย่างไร รูปแบบความสัมพันธ์ของตัวแปรเป็นอย่างไร จะใช้ภาพ ตาราง หรือกราฟใดช่วยในการสื่อสาร สื่อความหมาย

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551: 74) ได้เสนอว่า เพื่อให้การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอมีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น ครูควรให้นักเรียนได้รับประสบการณ์ต่อไปนี้

1. มีส่วนร่วมอย่างกระฉับกระเฉง (active participation) กล่าวคือให้นักเรียนซึ่งเป็นผู้รับสารมีโอกาสได้ซักถามหลังจากฟังคำอธิบาย มีโอกาสนำเสนอแนวคิดหรือเหตุผลที่ต่างออกไป หรือได้ลองลงมือปฏิบัติ

2. มีโอกาสทราบผลการกระทำทันที (immediate feedback) กล่าวคือ ให้นักเรียนซึ่งเป็นผู้ส่งสารได้รับคำติชมวิพากษ์วิจารณ์ทันทีในโอกาสแรกที่เป็นไปได้ ทั้งนี้เพื่อจะได้ทราบว่าผู้รับสารสามารถรับสารได้ดีเพียงใด

3. มีความรู้สึกภาคภูมิใจและประสบการณ์ที่เป็นความสำเร็จ (success expression) กล่าวคือ มีการท้าทายให้นักเรียนซึ่งเป็นผู้รับสารได้คิดหรือได้ทำ ทั้งนี้เพราะเมื่อทำได้สำเร็จก็จะเกิดความภาคภูมิใจ

4. มีโอกาสได้รับสารทีละน้อยตามลำดับขั้นตอน (gradual approximation) กล่าวคือ ให้นักเรียนซึ่งเป็นผู้รับสารได้ใคร่ครวญตามทีละน้อยจากง่ายไปยาก จนเข้าใจในเนื้อหาของสารที่จะได้รับ จากแนวทางการพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ได้กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า ควรจัดกิจกรรมที่ส่งเสริมและกระตุ้นให้นักเรียนได้คิด โดยอาจเป็นรูปแบบกิจกรรมที่อยู่ในรูปของ เกม การแก้โจทย์ปัญหา หรือรูปแบบอื่นๆ ที่น่าสนใจ เปิดโอกาสให้นักเรียนได้สำรวจแนวคิด และอธิบายแนวคิดแบบกลุ่มหรือรายบุคคล ซึ่งครูจะคอยเป็นผู้ชี้แนะแนวทางหรือให้ความช่วยเหลือเท่าที่จำเป็น

#### 4.3 การประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

การประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์แบ่งออกเป็น 3 ด้าน (Kennedy and Tipps, 1994: 112) ดังนี้

1. ภาษาทางคณิตศาสตร์ (Language of mathematics)
  - ไม่ใช้หรือใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ไม่เหมาะสม
  - ใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ได้เหมาะสมเป็นบางครั้ง
  - ใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ได้เหมาะสมเกือบทุกครั้ง
  - ใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ได้เหมาะสม ถูกต้อง สละสลวย
2. การแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ (mathematics representation)
  - ไม่ใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์
  - มีการใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์
  - ใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องเหมาะสม
  - ใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้อย่างเข้าใจ ชัดเจน
3. ความชัดเจนของการนำเสนอ (clarity of presentation)
  - การนำเสนอไม่ชัดเจน (สับสน ไม่สมบูรณ์ ขาดรายละเอียด)
  - การนำเสนอมีความชัดเจนในบางส่วน
  - การนำเสนอมีความชัดเจนเกือบสมบูรณ์
  - การนำเสนอชัดเจนสมบูรณ์ (เป็นระบบ สมบูรณ์ มีรายละเอียดครบ)

NCTM (2000: 60-63) ได้กำหนดมาตรฐานของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนระดับอนุบาลถึงเกรด 12 ไว้ดังนี้

1. จัดระบบและรวบรวมเหตุผลทางความคิดทางคณิตศาสตร์ของตนเองผ่านการสื่อสาร
2. สื่อสารความคิดทางคณิตศาสตร์อย่างเชื่อมโยงกันและชัดเจนแก่เพื่อน ครู และคนอื่นๆ
3. วิเคราะห์และประเมินความคิดและกลวิธีทางคณิตศาสตร์ของคนอื่นๆ
4. ใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์เพื่อแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้อย่างกระชับ

กรมวิชาการ (2546: 121-124 อ้างถึงใน สุดารัตน์ ภิรมย์ราช, 2555: 48-49) ได้กำหนดเกณฑ์การให้คะแนนผลการทำข้อสอบแบบอัตนัย ทักษะ/กระบวนการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

ระดับคะแนน/ ความหมาย	ผลการทำข้อสอบอัตนัย	ความสามารถในการสื่อสารทาง คณิตศาสตร์
4 / ดีมาก	การแสดงวิธีทำชัดเจน สมบูรณ์ คำตอบถูกต้องครบถ้วน	ใช้ภาษาสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ ถูกต้อง นำเสนอโดยใช้กราฟ แผนภูมิ หรือตารางแสดงข้อมูลประกอบ ตามลำดับขั้นตอนเป็นระบบ กระชับ ชัดเจนและมีรายละเอียดสมบูรณ์
3 / ดี	การแสดงวิธีทำยังไม่ชัดเจนนัก แต่อยู่ ในแนวทางที่ถูกต้อง คำตอบถูกต้อง ครบถ้วน	ใช้ภาษาสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ นำเสนอโดยใช้กราฟ แผนภูมิ หรือ ตาราง แสดงข้อมูล ประกอบ ตามลำดับขั้นตอน ได้ถูกต้อง ขาด รายละเอียดที่สมบูรณ์
2 / พอใช้	การแสดงวิธีทำไม่ชัดเจน หรือไม่แสดง วิธีทำ คำตอบถูกต้องครบถ้วน หรือ การแสดงวิธีทำชัดเจน สมบูรณ์ แต่ คำตอบไม่ถูกต้อง ขาดการตรวจสอบ	ใช้ภาษาสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ พยายามนำเสนอโดยใช้กราฟ แผนภูมิ หรือตารางแสดงข้อมูล ประกอบชัดเจนบางส่วน
1 / ต้อง ปรับปรุง	การแสดงวิธีทำยังไม่ชัดเจน แต่ยังอยู่ ในแนวทางที่ถูกต้อง คำตอบไม่ถูกต้อง หรือแสดงวิธีทำและคำตอบได้ไม่ ถูกต้อง แต่อยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง	ใช้ภาษาสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ อย่างง่าย ๆ ไม่ได้ใช้กราฟ แผนภูมิ หรือตาราง และการนำเสนอไม่ ชัดเจน
0 / ไม่พยายาม	ทำได้ไม่ถึงเกณฑ์	ไม่นำเสนอ

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555: 94) ได้เสนอเกณฑ์การให้  
คะแนนทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

คะแนน (ระดับคุณภาพ)	เกณฑ์การให้คะแนน
3 (ดี)	- ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง นำเสนอข้อมูลตามลำดับขั้นตอนชัดเจน และมีรายละเอียดครบถ้วนสมบูรณ์
2 (พอใช้)	- ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง นำเสนอข้อมูลได้ชัดเจนบางประเด็น และยังขาดรายละเอียดในบางประเด็น
1 (ต้องปรับปรุง)	- ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง และนำเสนอข้อมูลไม่ชัดเจน

จากการประเมินการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ได้กล่าวมาข้างต้น ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยสร้างแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ โดยพิจารณาจากลักษณะพฤติกรรมที่แสดงถึงความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์จาก Kennedy and Tipps (1994: 112) และสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555: 94)

กล่าวโดยสรุปได้ว่า สำหรับงานวิจัยนี้ผู้วิจัยให้ความหมายของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร สื่อความหมาย และการนำเสนอ เพื่อแสดงแนวคิดหรืออธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์อย่างเป็นลำดับขั้นตอน ซึ่งวัดได้จากแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยพิจารณาจากลักษณะพฤติกรรมที่แสดงถึงความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์จาก Kennedy and Tipps (1994: 112) และสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555: 94) ซึ่งมีองค์ประกอบ 3 ด้าน ดังนี้

1. ความสามารถด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ เป็นความสามารถในการใช้ภาษา คำศัพท์ และสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการแสดงข้อมูลได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม
2. ความสามารถในการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ เป็นความสามารถในการอธิบายแนวคิดโดยอาศัยหลักการและความรู้ทางคณิตศาสตร์ โดยใช้รูปภาพ แผนภาพ ตาราง กราฟ แบบจำลองหรือตัวแทนแนวคิดในลักษณะอื่นๆ เพื่อแสดงให้เห็นถึงความเชื่อมโยงระหว่างแนวคิดทางคณิตศาสตร์และตัวแทนเหล่านั้น
3. ความสามารถในการนำเสนอ เป็นความสามารถในการนำเสนอแนวคิดให้ผู้อื่นเข้าใจตรงกันได้อย่างถูกต้อง ชัดเจน และมีลำดับขั้นตอน



## 5. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้างานวิจัยต่างประเทศและงานวิจัยในประเทศเกี่ยวกับการพัฒนาความคิดของเด็ก แนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริง ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

Barnes (2004) ได้ศึกษาแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงเน้นที่ทางเลือก การดึงความคิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน จุดประสงค์ของการวิจัยเพื่อนำทฤษฎีการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงมาช่วยเหลือนักเรียนที่อยู่ในระดับต่ำ และปรับปรุงความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยศึกษากับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนท้องถิ่น ในประเทศแอฟริกาใต้ ซึ่งการวิจัยนี้ได้้นำการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์เข้ามาแทรกระหว่างขั้นตอนการแก้ปัญหาด้วย จึงสามารถสรุปได้ว่า การศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงมีบทบาทสำคัญในการค้นหาความรู้และมโนทัศน์ของนักเรียน โดยผ่านการประยุกต์ใช้หลักการคิดค้นใหม่ๆ การแนะนำในการออกแบบบริบทของปัญหาที่ทำให้นักเรียนมีส่วนร่วมและแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกัน

Daniel (2014) ได้เปรียบเทียบความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างแนวทางการจัดการเรียนรู้ตามแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงกับแนวทางการจัดการเรียนรู้โดยใช้การตั้งปัญหา (problem posing approach) ซึ่งทำการวิจัยกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียน SMP Swasta Katolik Assisi Medan โดยใช้วิธีการสุ่มอย่างง่าย (random sampling) ในการเลือกห้องเรียนจำนวน 2 ห้องสำหรับการทดลอง ห้องละ 31 คน โดยแบ่งเป็นห้องที่ได้รับการสอนโดยใช้แนวทางการจัดการเรียนรู้ตามแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริง และห้องที่ได้รับการสอนโดยใช้แนวทางการจัดการเรียนรู้โดยใช้การตั้งปัญหา ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนทั้งสองกลุ่มมีความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 โดยทั้งสองกลุ่มมีคะแนนเฉลี่ยใกล้เคียงกัน คือ 23.52 และ 24.71 คะแนน ตามลำดับ จากคะแนนเต็ม 30 คะแนน นอกจากนี้ทั้งสองแนวทางการจัดการเรียนรู้อย่างสามารถนำไปใช้เป็นแนวทางการพัฒนาความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ได้

Dickinson, Eade, Gough, and Hough (2010) ศึกษาผลของการนำแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงมาใช้ในการสอนคณิตศาสตร์แก่นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนปานกลางถึงต่ำ ในโรงเรียนมัธยมศึกษา ประเทศอังกฤษ ผลการศึกษาพบว่า การนำแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงมาใช้ในการจัดการเรียนการสอน ช่วยพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาของนักเรียนและพัฒนาความรู้ในเนื้อหาวิชาให้แก่ นักเรียน

Fauzan, Slettenhaar, and Plomp (2002) ได้ศึกษาการสอนคณิตศาสตร์ในโรงเรียนประถมศึกษาประเทศอินโดนีเซียโดยใช้การศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริง จุดมุ่งหมายใน

การวิจัยคือ เพื่อให้นักเรียนมีการใช้เหตุผล มีความเข้าใจในแนวคิดพื้นฐาน และมีทัศนคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ งานวิจัยนี้ได้สำรวจจากครูระดับประถมศึกษาในโรงเรียนในสุราบายา (ชวาแถบตะวันออก) ประเทศอินโดนีเซีย ซึ่งเป็นครูที่ไม่มีประสบการณ์การสอนโดยใช้แนวทางการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริง การเก็บข้อมูลจะมุ่งเน้นไปที่กิจกรรมการเรียนการสอนและปฏิกิริยาของนักเรียนเมื่อใช้แนวทางการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริง เครื่องมือที่ใช้รวบรวมข้อมูลคือ การสังเกต จดบันทึก และการสัมภาษณ์ โดยนำข้อมูลมาวิเคราะห์เชิงคุณภาพ ผลการสำรวจพบว่า แนวทางการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงส่งผลในเชิงบวกกับกระบวนการเรียนการสอนในห้องเรียน นักเรียนมีพฤติกรรมการเรียนรู้ในเชิงบวก แสดงให้เห็นว่าการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงเป็นวิธีการที่มีศักยภาพสำหรับการเรียนการสอนและการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยเฉพาะอย่างยิ่งในการให้เหตุผล และความคิดสร้างสรรค์

Fraivillig (1999) ศึกษาการพัฒนาความคิดของเด็ก โดยได้กำหนดแนวทางการจัดกิจกรรมสำหรับพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน (Advancing Children's Thinking: ACT) ประกอบด้วยขั้นตอนการจัดกิจกรรม ดังนี้ 1) ขั้นล้วงความคิด (eliciting) เป็นการดึงเอาวิธีการแก้ปัญหาของนักเรียนออกมา 2) ขั้นสนับสนุนความคิด (supporting) เป็นการสนับสนุนให้นักเรียนมีความเข้าใจในโน้ตทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และ 3) ขั้นขยายความคิด (extending) เป็นการขยายความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ผลการศึกษาพบว่า แนวทางการจัดกิจกรรมดังกล่าวสามารถดึง/ล้วงความคิดของนักเรียนหรือขยายความคิดของนักเรียนและสนับสนุนให้นักเรียนเกิดความสามารถในการคิดมากขึ้น

Hirza, Kusumah, Darhim, and Zulkardi (2014) ได้พัฒนาทักษะการหยั่งรู้โดยใช้การศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริง ซึ่งจุดประสงค์ในการทำวิจัยคือ เพื่อพัฒนาทักษะการหยั่งรู้ของนักเรียน โดยการเปรียบเทียบการเรียนการสอนระหว่างการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงเป็นฐานกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์แบบปกติทั่วไป งานวิจัยนี้ศึกษากับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนปาเลมบัง (Palembang) จำนวน 164 คน การออกแบบการวิจัยคือ การทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียน มีกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม วิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้โปรแกรม SPSS ผลการวิจัยพบว่า การเรียนการสอนแบบใช้การศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงเป็นฐานมีการพัฒนาทักษะด้านการหยั่งรู้สูงกว่าการเรียนการสอนคณิตศาสตร์แบบปกติทั่วไป

Holster (2006) ได้ทำการวิจัยโดยพิจารณาจากกฎของการตั้งคำถามในการเรียนการสอนและกระบวนการเรียนรู้ เกี่ยวกับการส่งเสริมในการระบุความต้องการจำเป็นสำหรับกรอบแนวทางในการสนับสนุนครูให้ใช้กลยุทธ์ในการตั้งคำถามที่มีความยืดหยุ่นและมีจุดมุ่งหมายมากยิ่งขึ้น เพื่อเป็นการตอบสนองความต้องการจำเป็นนี้ Fraivillig, Murphy, และ Fuson (1999) ได้สร้างกรอบแนวคิดการพัฒนาความคิดของเด็กขึ้น ซึ่งกรอบแนวคิดนี้ได้อธิบายและอ้างอิงถึงเอกสารที่เกี่ยวข้องเกี่ยวกับ

การตั้งคำถามที่มีประสิทธิภาพ ระเบียบข้อตกลงของการอภิปรายในชั้นเรียน และผลที่ครูให้โอกาส การเรียนรู้ของนักเรียน จุดเน้นของกรอบแนวคิดการพัฒนาความคิดของเด็กจะใช้สำหรับการพัฒนา โครงการการคิดเลขประเทศนิวซีแลนด์ ผลการวิจัยพบว่า กรอบแนวคิดการพัฒนาความคิดของเด็ก สามารถเป็นเครื่องมือให้ครูใช้สำหรับการเรียนการสอนและกระบวนการเรียนรู้ได้อย่างมีนัยสำคัญทาง สถิติ

Johanning (2000: 151-160) ได้ศึกษาการวิเคราะห์การเขียน และการทำงานร่วมกันของ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาในการศึกษาพีชคณิตเบื้องต้น มีการปฏิรูปโดยการส่งเสริมให้นักเรียน อ่าน เขียน อภิปรายทางคณิตศาสตร์ เช่นเดียวกับการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ การศึกษาครั้งนี้ได้ ให้ความสำคัญกับการเขียน ซึ่งช่วยให้นักเรียนได้คิดไปพร้อมๆ กัน โดยพิจารณาจากผลงานของ นักเรียน งานวิจัยนี้เป็นงานวิจัยเชิงคุณภาพ เพื่อศึกษาความเข้าใจในการคิดอย่างไรกับวิธีการ แก้ปัญหาที่ได้เขียนอธิบาย ตัวอย่างในการวิจัยคือ นักเรียนเกรด 7 และเกรด 8 จำนวน 48 คน ดำเนินการโดยใช้การเขียนและการทำงานกลุ่ม ในการเรียนวิชาพีชคณิตเบื้องต้น ใช้ระยะเวลาในการ ทดลอง 1 ปี โดยแบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่มละ 7 คน แต่ละกลุ่มประกอบด้วยนักเรียนเกรด 8 จำนวน 4 คน และนักเรียนเกรด 7 จำนวน 3 คน เพื่อให้นักเรียนเกิดความมั่นใจมากขึ้นในการทำงานกลุ่ม โดยการแลกเปลี่ยนความคิดภายในกลุ่ม ซึ่งบรรยากาศเช่นนี้ทำให้นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการ คิด และมีส่วนร่วมในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วย

Widjaja and Heck (2003) ได้ศึกษาแนวทางการศึกษาทางคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริง กับการทำงานในห้องปฏิบัติการไมโครคอมพิวเตอร์ที่ใช้สำหรับการเรียนเรื่อง กราฟ งานวิจัยนี้ได้มุ่ง ศึกษาการสนับสนุนบทเรียนโดยใช้ไอซีทีเป็นฐานในการศึกษาทางคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริง โดยศึกษาในประเทศอินโดนีเซีย ลักษณะการวิจัยเป็นแบบเชิงทดลองเกี่ยวกับทักษะด้านกราฟโดย เน้นที่การแปลความหมายกราฟของนักเรียน โดยเฉพาะอย่างยิ่งการประยุกต์ใช้ในเชิงกลศาสตร์ กลุ่ม ทดลองนักเรียนมีอายุอยู่ในช่วง 13-14 ปี ใช้สื่อการเรียนการสอนและกิจกรรมที่พิเศษ พบว่าการ ตอบสนองในการทดลองของนักเรียนประสบความสำเร็จไปด้วยดี ซึ่งผู้วิจัยได้ตรวจสอบพฤติกรรมและ การแสดงความคิดเห็นของนักเรียนและครู เพื่อวิเคราะห์กิจกรรม ความคิดและความเข้าใจของ นักเรียนในด้านการประยุกต์ใช้ ผลที่ได้จากการทดลองพบว่า นักเรียนมีการพัฒนาศักยภาพในระดับที่ ดีมาก สามารถเลือกวิธีการที่เหมาะสม อีกทั้งจากความคิดเห็นของนักเรียนและครูพบว่า การสอนและ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบทั่วไปมีแนวโน้มในทางบวก

เกศินี เพ็ชรรุ่ง (2556: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาการพัฒนาชุดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนว การศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริง เพื่อส่งเสริมโน้ตทัศน์และความสามารถในการเชื่อมโยง ความรู้ทางคณิตศาสตร์ การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อพัฒนาชุดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนว การศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริง และศึกษาผลการใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนว

การศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริง กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนบ้านนา "นายก พินยากร" เป็นนักเรียนกลุ่มทดลองจำนวน 40 คน และนักเรียนกลุ่มควบคุม จำนวน 40 คนโดย เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง คือ ชุดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริง และแผนการจัดการเรียนรู้แบบปกติ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงมีมีโนทัศน์และความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่เรียนด้วยการจัดการเรียนรู้แบบปกติ และมีความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

เกษณีย์ ยอดไพอินทร์ (2556: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาเกี่ยวกับผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมทีออดคอมปิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการนิรนัยทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยกลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนพุทไธสง กลุ่มทดลอง 40 คน และกลุ่มควบคุม 33 คน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมทีออดคอมปิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการนิรนัยทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน และสูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และความสามารถในการให้เหตุผลและการนิรนัยทางคณิตศาสตร์มีพัฒนาการที่ดีขึ้น

ซูรายา สัสดีวงศ์ (2555: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาเกี่ยวกับการพัฒนากระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลักเพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดวิเคราะห์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยทดลองใช้กับกลุ่มตัวอย่างที่เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 82 คน แบ่งออกเป็นกลุ่มทดลอง 43 คน และกลุ่มควบคุม 39 คน ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการคิดวิเคราะห์และความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนกลุ่มทดลองหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนและสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองสูงกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนสอบทั้งฉบับ และนักเรียนกลุ่มทดลองมีพัฒนาการการคิดวิเคราะห์ที่ดีขึ้น สามารถคิดวิเคราะห์และนำความรู้ไปใช้แก้ไขปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ ได้

บุศรินทร์ เอี่ยมธนากุล, ธีระเดช จิตศศิวิมล และ เจนณรงค์ จันทนะ (2554: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์พื้นฐานด้วยเกม Number Pop ครั้งนี้ มีวัตถุประสงค์เพื่อพัฒนาความคิดในเชิงคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นประโยชน์ต่อการพัฒนาสมอง กล้ามเนื้อ และความไวในการคิดเลข และเพื่อให้เด็กได้รับความเพลิดเพลินจากการคิดเลขทางคณิตศาสตร์ นอกจากนี้ยังช่วยในการ

เพิ่มเติมความรู้นอกเหนือจากในห้องเรียนอีกด้วย งานวิจัยเกม Number Pop ได้ประเมินหาค่าความพึงพอใจจากกลุ่มตัวอย่างของนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาปีที่1 จำนวน 30 คน ซึ่งผลการประเมินแบ่งออกเป็น 4 ด้านด้วยกัน อันได้แก่ 1) ด้านเนื้อหาและกติกาการเล่น มีค่าเฉลี่ย 3.81 และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 0.68 2) ด้านการออกแบบกราฟิกของเสียง มีค่าเฉลี่ย 4.08 และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 0.75 3) ด้านมัลติมีเดียของตัวเกม มีค่าเฉลี่ย 4.05 และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 0.73 และ 4) ด้านเงื่อนไขและฟังก์ชัน มีค่าเฉลี่ย 4.51 และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 0.86 โดยสรุปผลจากการประเมินได้ว่า เกม Number Pop ที่สร้างขึ้นสามารถนำไปใช้ในการเรียนการสอนได้อย่างมีประสิทธิภาพเป็นอย่างดี

เบญจมาศ ฉิมมาลี (2550: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมคณิตศาสตร์โดยใช้คำถามระดับสูงประกอบแนวทางพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของปลายวิถุติที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 กลุ่มตัวอย่างคือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เป็นกลุ่มทดลอง 36 คน และกลุ่มควบคุม 36 คน ผลการวิจัยพบว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมคณิตศาสตร์โดยใช้คำถามระดับสูงประกอบแนวทางพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของปลายวิถุติมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนดร้อยละ 50 สูงกว่าก่อนการทดลอง และสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

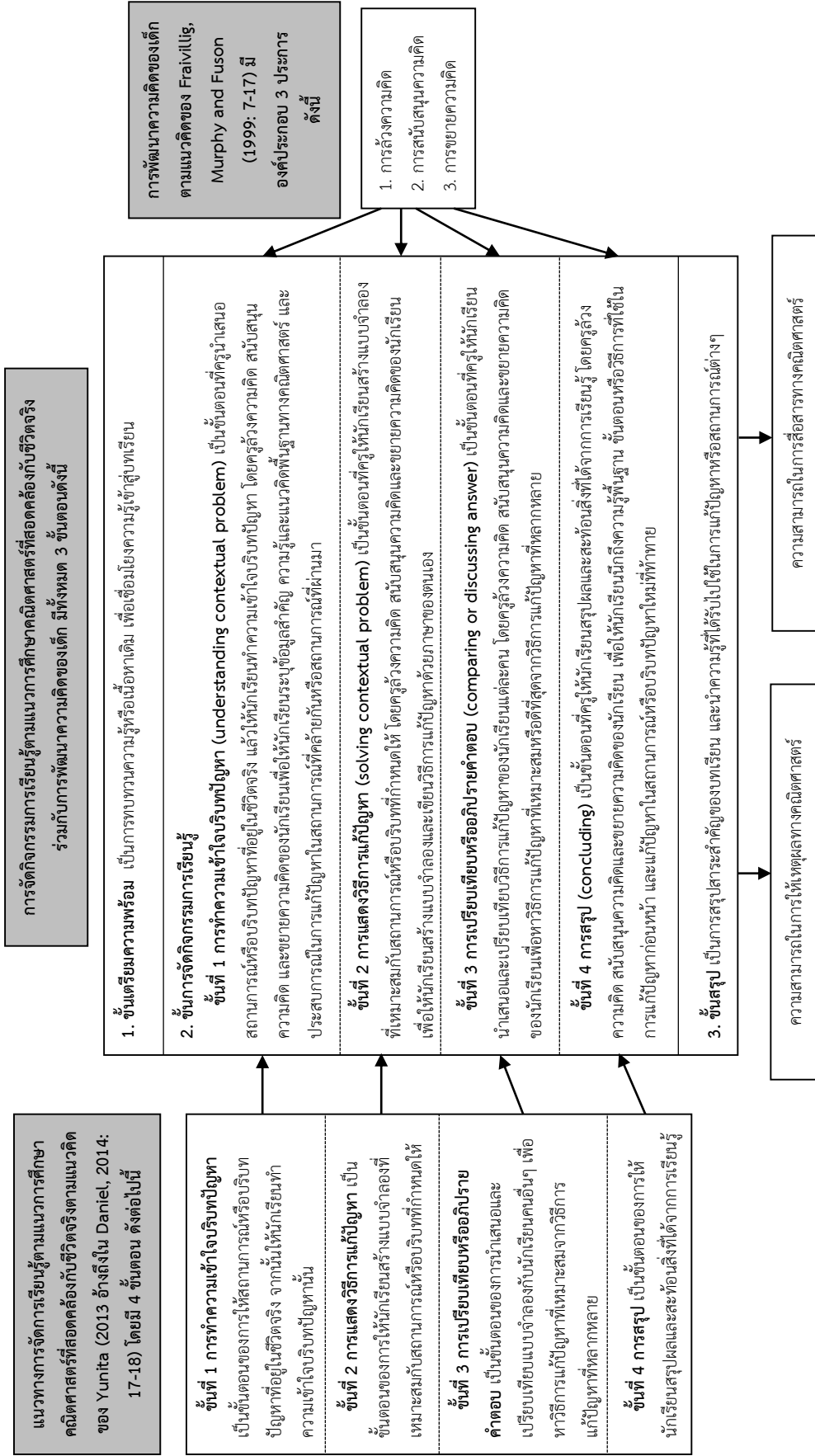
สุณิสสา สุมิตรณะ (2555: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาการพัฒนากระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น โดยใช้แนวทางการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา โดยนำไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียน นวมินทราชินูทิศ บดินทรเดชา แบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 52 คน และกลุ่มควบคุม 52 คน ผลการวิจัย นักเรียนกลุ่มทดลองมีการรู้คณิตศาสตร์และสมรรถนะหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนและสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และมีพัฒนาการรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้และสมรรถนะในทิศทางที่ดีขึ้น

สุดารัตน์ ภิรมย์ราช (2555: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาผลของการใช้เทคนิค Think-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เป็นการจัดกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ที่ให้นักเรียนเป็นผู้หาความรู้ด้วยตนเอง โดยครูจัดสถานการณ์ที่ก่อให้เกิดความน่าสนใจ ทำให้นักเรียนเกิดความสงสัย สำนวญ ค้นหาทำความเข้าใจ เพื่อสามารถอธิบายและลงข้อสรุปได้ อีกทั้งยังให้นักเรียนอภิปรายร่วมกันเพื่อแลกเปลี่ยนความคิดเห็น ตัวอย่างในการวิจัยคือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวนนักเรียน 80 คน ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้เทคนิค Think-Talk-Write ร่วมกับการจัด

กิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบสูงกว่าก่อนได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้และสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

หทัยรัตน์ ยศแผ่น (2556: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยให้ความช่วยเหลือนักเรียนในรูปแบบต่างๆ ที่เหมาะสมกับความสามารถของนักเรียน อีกทั้งยังใช้การสนทนา ชักถาม ยกตัวอย่างและอภิปรายเพื่อให้นักเรียนระลึกถึงสิ่งที่นักเรียนเคยเรียน ตัวอย่างในการวิจัยคือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวนนักเรียน 98 คน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สูงกว่าร้อยละ 50 สูงกว่าก่อนเรียน และสูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05





ภาพที่ 6 กรอบแนวคิดในการวิจัย

### บทที่ 3

## วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงร่วมกับการพัฒนาความคิดของเด็กที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผู้วิจัยได้ดำเนินการวิจัยตามขั้นตอนต่างๆ ดังนี้

1. การศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
  2. การออกแบบการวิจัย
  3. การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง
  4. การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง
  5. การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล
  6. การดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล
  7. การวิเคราะห์ข้อมูล
  8. สถิติที่ใช้ในการวิจัย
- แต่ละขั้นตอนมีรายละเอียดดังนี้

#### 1. การศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องทั้งในประเทศและต่างประเทศเพื่อเป็นข้อมูลและแนวทางในการทำวิจัย ดังนี้

1. ศึกษาเอกสาร วารสาร ตำรา ข้อมูลจากอินเทอร์เน็ต งานวิจัยที่เกี่ยวข้องทั้งในประเทศและต่างประเทศเกี่ยวกับแนวทางการพัฒนาความคิดของเด็ก แนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริง ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เพื่อนำมาเป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้และในการทดลอง
2. ศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 และหลักสูตรของโรงเรียนนวมินทราชินูทิศ สตรีวิทยา 2 สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 2 กรุงเทพมหานคร กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
3. ศึกษาเอกสาร วารสาร ตำรา ข้อมูลจากอินเทอร์เน็ต เกี่ยวกับระเบียบวิธีวิจัย การวัดและประเมินผลการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ การสร้างเครื่องมือในการวิจัย วิธีการสร้างแบบวัด



ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และวิธีการสร้างแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

## 2. การออกแบบการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยกึ่งทดลอง (quasi experimental research) ซึ่งประกอบด้วยกลุ่มทดลอง 1 กลุ่ม และกลุ่มควบคุม 1 กลุ่ม

### ตารางที่ 3 แสดงแบบแผนการวิจัย

กลุ่มตัวอย่าง	การทดสอบก่อนการทดลอง	การทดลอง	การทดสอบหลังการทดลอง
E	- ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ - ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์	X	- ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ - ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
C	- ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ - ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์	~X	- ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ - ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

### สัญลักษณ์ที่ใช้ในแบบแผนการทดลอง

E แทน กลุ่มทดลอง (experimental group)

C แทน กลุ่มควบคุม (control group)

X แทน การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงร่วมกับการพัฒนาความคิดของเด็ก

~X แทน การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ

## 3. การกำหนดประชากรและตัวอย่างในการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 2 กรุงเทพมหานคร

ตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยเลือกตัวอย่างโดยใช้เทคนิคการสุ่มตัวอย่างแบบเจาะจง (purposive sampling) เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนนวมินทราชินูทิศ สตรีวิทยา 2 สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 2 กรุงเทพมหานคร เนื่องจากเป็นโรงเรียนที่มีการจัดห้องเรียนแบบคละความสามารถ นอกจากนี้ ผู้บริหารและคณะครูในโรงเรียนให้ความร่วมมือ และสนับสนุนในการทำวิจัยเป็นอย่างดี โดยผู้วิจัยเลือกนักเรียนจำนวน 2 ห้องเรียน เพื่อจัดเป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมตามขั้นตอน ดังนี้

1. ผู้วิจัยนำคะแนนรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557 ของนักเรียนทั้ง 12 ห้อง มาหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) และค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S)
2. ผู้วิจัยเลือกนักเรียนจำนวน 2 ห้องเรียนที่มีค่าเฉลี่ยเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) และค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S) ใกล้เคียงกันมากที่สุดจำนวน 2 ห้อง ได้แก่ ห้อง ม. 1/10 จำนวน 49 คน และห้อง ม. 1/11 จำนวน 50 คน ซึ่งมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 73.51 และ 72.32 ตามลำดับ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 7.88 และ 9.09 ตามลำดับ
3. ผู้วิจัยนำค่าเฉลี่ยเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของนักเรียนทั้งสองห้องมาทดสอบความแปรปรวนโดยใช้ค่าเอฟ (F-test) ซึ่งผลการทดสอบพบว่า ความแปรปรวนของคะแนนสอบของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 จากนั้นทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) ของนักเรียนทั้งสองห้องด้วยการทดสอบความแตกต่างด้วยค่าที (t-test) พบว่าค่าเฉลี่ยเลขคณิตของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แสดงว่า นักเรียนทั้งสองห้องมีความรู้รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติมไม่แตกต่างกัน

#### 4. การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง

เครื่องมือที่ใช้ในการทดลองในครั้งนี้ ประกอบด้วย แผนการจัดการเรียนรู้ที่จัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงร่วมกับการพัฒนาความคิดของเด็ก สำหรับกลุ่มทดลอง และแผนการจัดการเรียนรู้ที่จัดกิจกรรมแบบปกติ สำหรับกลุ่มควบคุม เรื่อง การประยุกต์เกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 14 แผน ใช้เวลาสอน 14 คาบเรียน ซึ่งผู้วิจัยสร้างขึ้นตามขั้นตอนดังรายละเอียดต่อไปนี้

1. แผนการจัดการเรียนรู้ที่จัดกิจกรรมตามแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงร่วมกับการพัฒนาความคิดของเด็ก เรื่อง การประยุกต์เกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ มีขั้นตอนในการสร้าง ดังนี้

1.1 ศึกษาแนวคิด ทฤษฎีจากเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับแนวทางการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริง และการพัฒนาความคิดของเด็ก

1.2 ศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 หลักสูตรโรงเรียนนวมินทราชินูทิศ สตรีวิทยา 2 หนังสือเรียนและคู่มือครูกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

1.3 ศึกษาจุดประสงค์การเรียนรู้ รายละเอียดของสาระการเรียนรู้ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ การวัดและประเมินผล และแบ่งเนื้อหาให้เหมาะสมกับเวลาที่จะดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

1.4 เขียนแผนการจัดการเรียนรู้ที่จัดกิจกรรมคณิตศาสตร์โดยใช้แนวทางการจัดการเรียนรู้ตามแนวทางการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงร่วมกับการพัฒนาความคิดของนักเรียน เรื่อง การประยุกต์เกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ จำนวน 14 แผน โดยแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้จะประกอบด้วย จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระสำคัญ สาระการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ คณิตศาสตร์โดยใช้แนวทางการจัดการเรียนรู้ตามแนวทางการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงร่วมกับการพัฒนาความคิดของนักเรียน สื่อ/แหล่งการเรียนรู้ การวัดและประเมินผล บันทึกหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

1.5 นำแผนการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวทางการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงร่วมกับการพัฒนาความคิดของเด็ก ไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจพิจารณาความถูกต้องของเนื้อหาและความเหมาะสมของกิจกรรมการเรียนรู้ โดยผู้วิจัยได้ปรับปรุงแก้ไขแผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามข้อเสนอแนะของอาจารย์ที่ปรึกษาเพื่อนำไปใช้จริง

2. แผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ เรื่อง การประยุกต์เกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ มีขั้นตอนในการสร้าง ดังนี้

2.1 ศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 หลักสูตรโรงเรียนนวมินทราชินูทิศ สตรีวิทยา 2 หนังสือเรียนและคู่มือครูกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

2.2 ศึกษาจุดประสงค์การเรียนรู้ รายละเอียดของสาระการเรียนรู้ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ การวัดและประเมินผล และแบ่งเนื้อหาให้เหมาะสมกับเวลาที่จะดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

2.3 เขียนแผนการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ เรื่อง การประยุกต์เกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ จำนวน 14 แผน โดยแต่ละแผนการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้จะประกอบด้วย จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระสำคัญ สาระการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ สื่อ/แหล่งการเรียนรู้ การวัดและประเมินผล บันทึกหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

2.4 นำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ เรื่อง การประยุกต์เกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ ไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจพิจารณาความถูกต้องของเนื้อหาและความเหมาะสมของกิจกรรมการเรียนรู้ โดยผู้วิจัยได้ปรับปรุงแก้ไขแผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามข้อเสนอแนะของอาจารย์ที่ปรึกษาก่อนนำไปใช้จริง

2.5 นำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ปรับปรุงแล้วไปใช้จริงกับกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ จำนวน 14 แผน มีรายละเอียดดังนี้

**ตารางที่ 4** แสดงสาระการเรียนรู้และจำนวนคาบของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง การประยุกต์เกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ

แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่	สาระการเรียนรู้	จำนวนคาบ
1 - 4	การประยุกต์เกี่ยวกับอัตราส่วน	4
5 - 9	การประยุกต์เกี่ยวกับร้อยละ	5
10 - 14	การประยุกต์เกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ	5
รวม		14

**ตารางที่ 5** แสดงสาระการเรียนรู้ เนื้อหา/ทฤษฎีบทของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง การประยุกต์เกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ

แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่	สาระการเรียนรู้	เนื้อหา
1	การประยุกต์เกี่ยวกับอัตราส่วน	อัตราส่วนและสัดส่วน
2		การแก้ปัญหาคู่สัดส่วน
3		การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอัตราส่วน (1)
4		การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอัตราส่วน (2)
5	การประยุกต์เกี่ยวกับร้อยละ	ร้อยละหรือเปอร์เซ็นต์
6		การแก้โจทย์ปัญหาร้อยละเกี่ยวกับของผสม
7		การแก้โจทย์ปัญหาร้อยละเกี่ยวกับคะแนนสอบ
8		การแก้โจทย์ปัญหาร้อยละเกี่ยวกับของผสมที่ซับซ้อน (1)

แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่	สาระการเรียนรู้	เนื้อหา
9		การแก้โจทย์ปัญหาร้อยละเกี่ยวกับของผสมที่ซับซ้อน (2)
10	การประยุกต์เกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ	การเปลี่ยนหน่วยอุณหภูมิ
11		อัตราทดของเกียร์
12		การย่อ/ขยาย
13		มาตราส่วนและไม้บรรทัดมาตราส่วน
14		แบบจำลอง

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงร่วมกับการพัฒนาความคิดของเด็กสำหรับกลุ่มทดลอง และการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติสำหรับกลุ่มควบคุม ผู้วิจัยได้เขียนเปรียบเทียบขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ดังนี้

**ตารางที่ 6** ขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

กลุ่มทดลอง (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงร่วมกับการพัฒนาความคิดของเด็ก)	กลุ่มควบคุม (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ)
<b>ขั้นเตรียมความพร้อม</b> ครูยกตัวอย่างสถานการณ์ หรือเล่นเกม ที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหา เพื่อนำเข้าสู่บทเรียนหรือทบทวนพื้นฐานความรู้เดิมที่จำเป็นต้องใช้ในการเรียน โดยการสอนนิยาม กฎ สูตร สมบัติ เป็นต้น หรือสอนเนื้อหาใหม่ที่เป็นเพื่อเป็นการเตรียมความพร้อมให้นักเรียนก่อนที่จะเผชิญกับสถานการณ์ปัญหา ทั้งนี้หากพบว่า นักเรียนมีความรู้ไม่เพียงพอครูอาจสอนเพิ่มเติมตามความจำเป็น	
<b>ขั้นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้</b> <b>ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจบริบทปัญหา (understanding contextual problem)</b> เป็นขั้นตอนที่ครูนำเสนอสถานการณ์หรือบริบทปัญหาที่อยู่ในชีวิตจริง แล้วให้นักเรียนทำความเข้าใจบริบทปัญหา ด้วยการให้นักเรียนสำรวจสถานการณ์ วิเคราะห์	<b>ขั้นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้</b> ครูดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามคู่มือการจัดการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของกรมวิชาการกระทรวงศึกษาธิการ

<p style="text-align: center;"><b>กลุ่มทดลอง</b></p> <p style="text-align: center;">(การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงร่วมกับการพัฒนาความคิดของเด็ก)</p>	<p style="text-align: center;"><b>กลุ่มควบคุม</b></p> <p style="text-align: center;">(การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ)</p>
<p>ค้นหา และระบุสิ่งที่เกี่ยวข้องของทางคณิตศาสตร์ของสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ โดยครูล้างความคิด สนับสนุนความคิด และขยายความคิดของนักเรียนเพื่อให้นักเรียนระบุข้อมูลสำคัญ ความรู้และแนวคิดพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ และประสบการณ์ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่คล้ายกันหรือสถานการณ์ที่ผ่านมา โดยครูดำเนินการหรืออาจใช้คำถามดังต่อไปนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- นักเรียนเคยพบเจอสถานการณ์ดังกล่าวในชีวิตประจำวันที่ไหนได้บ้าง</li> <li>- จากสถานการณ์ที่ครูกำหนด นักเรียนคิดว่าสถานการณ์เหล่านั้นให้ข้อมูลสำคัญอะไรมาบ้าง โดยครูอาจเขียนข้อมูลหรือขีดเส้นใต้ข้อความสำคัญดังกล่าวบนกระดาน</li> <li>- ข้อมูลที่นักเรียนพบสามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างไร</li> <li>- ครูให้กำลังใจนักเรียนไม่ว่าจะเป็นคำตอบที่ถูกหรือผิด และกระตุ้นให้นักเรียนแสดงความคิดเห็นอย่างทั่วถึง</li> <li>- ครูกระตุ้นให้นักเรียนร่วมกันสังเกตเกี่ยวกับข้อมูลทั้งหมดที่ได้อีกครั้ง เพื่อนำมาใช้สำหรับการสร้างแบบจำลองที่แสดงถึงความสัมพันธ์ของข้อมูลหรือมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์จากสถานการณ์ที่กำหนดให้</li> </ul> <p style="text-align: center;"><b>ขั้นที่ 2 การแสดงวิธีการแก้ปัญหา (solving contextual problem)</b></p> <p>เป็นขั้นตอนที่ครูให้นักเรียนสร้างแบบจำลองที่เหมาะสมกับสถานการณ์หรือบริบทที่กำหนดให้ โดยครูล้างความคิด สนับสนุนความคิด และขยายความคิดของนักเรียน เพื่อให้ นักเรียนนำข้อมูล ความรู้พื้นฐานและกลยุทธ์ต่างๆ และกระบวนการแก้ปัญหาที่จำเป็นที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์หรือ</p>	<p>หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 โดยครูดำเนินการหรืออาจใช้คำถามดังต่อไปนี้</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. ครูยกตัวอย่างสถานการณ์หรือบริบทปัญหาในชีวิตจริงเพื่อให้นักเรียนได้ร่วมกันคิดและเกิดข้อสงสัย แล้วใช้วิธีการถามตอบเพื่อให้นักเรียนทำความเข้าใจกับสถานการณ์ปัญหานั้นๆ</li> <li>- โดยครูให้นักเรียนระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการคืออะไร</li> <li>2. ครูให้นักเรียนสังเกตข้อมูลสำคัญที่ได้ และร่วมกันวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูล เพื่อนำไปสู่แนวทางการแก้ปัญหา</li> <li>- โดยครูใช้วิธีการต่างๆ เพื่อให้นักเรียนเกิดความเข้าใจ เช่น การถาม-ตอบ การสาธิต การเขียนแผนภาพ การใช้สื่อ หรือการใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ เป็นต้น</li> <li>- ครูและนักเรียนร่วมกันหาข้อสรุปเกี่ยวกับขั้นตอนการแก้ปัญหาที่นำไปสู่คำตอบ ในระหว่างนี้ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัยและ</li> </ol>

<p style="text-align: center;"><b>กลุ่มทดลอง</b></p> <p>(การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงร่วมกับการพัฒนาความคิดของเด็ก)</p>	<p style="text-align: center;"><b>กลุ่มควบคุม</b></p> <p>(การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ)</p>
<p>บริบทปัญหาในชีวิตจริงที่กำหนดให้ มาสร้างแบบจำลองและเขียนวิธีการแก้ปัญหาด้วยภาษาของตนเอง ด้วยการถามคำถามที่เจาะลึกถึงรายละเอียดและประเด็นสำคัญ โดยครูดำเนินการหรืออาจใช้คำถามดังต่อไปนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- ครูกระตุ้นให้นักเรียนร่วมกันสังเกตถึงข้อมูลที่ได้จากขั้นที่ 1 และเขียนความสัมพันธ์ของข้อมูลเหล่านั้นว่ามีความสัมพันธ์กันอย่างไร</li> <li>- ครูให้นักเรียนวิเคราะห์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา</li> <li>- ครูถามนักเรียนว่า สามารถนำข้อมูลที่ได้จากขั้นตอนก่อนหน้านี้มาใช้ในการแก้ปัญหาด้วยวิธีการอะไรได้บ้าง</li> <li>- ครูให้นักเรียนลงมือสร้างแบบจำลองในรูปแบบของตนเอง</li> </ul> <p style="text-align: center;">ทั้งนี้ครูสามารถให้ความช่วยเหลือนักเรียนได้เท่าที่จำเป็น</p> <p style="text-align: center;"><b>ขั้นที่ 3 การเปรียบเทียบหรืออภิปรายคำตอบ (comparing or discussing answer)</b></p> <p>เป็นขั้นตอนที่ครูให้นักเรียนเปรียบเทียบวิธีการแก้ปัญหาของนักเรียนแต่ละคน โดยครูล้วงความคิด สนับสนุนความคิด และขยายความคิดของนักเรียนด้วยการใช้กระบวนการกลุ่มเพื่อให้นักเรียนร่วมกันแก้ปัญหาและช่วยเหลือซึ่งกันและกัน และเปิดโอกาสให้นักเรียนนำเสนอวิธีการแก้ปัญหาที่แตกต่างกัน พร้อมทั้งวิเคราะห์และเปรียบเทียบเพื่อหาวิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสมหรือดีที่สุดจากวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลาย โดยครูดำเนินการหรืออาจใช้คำถามดังต่อไปนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- ครูให้นักเรียนร่วมกันแก้ปัญหาและช่วยเหลือซึ่งกันและกัน</li> </ul>	<p>กระตุ้นให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการทำกิจกรรม</p> <p>3. ครูและนักเรียนร่วมกันเขียนวิธีการแก้ปัญหาให้เป็นลำดับขั้นตอนและถูกต้อง</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- โดยครูอาจใช้วิธีการถาม-ตอบ เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนช่วยกันหาคำตอบที่ถูกต้อง</li> <li>- ครูถามนักเรียนว่า มีใครยังไม่เข้าใจอีกหรือไม่ จากนั้นช่วยเหลือนักเรียนที่ยังไม่เข้าใจ โดยครูอธิบายให้นักเรียนฟังอีกรอบแบบซ้ำๆ</li> </ul> <p>4. ครูให้สถานการณ์ปัญหาหรือบริบทในชีวิตจริง ซึ่งอาจขยาย/ปรับปัญหาเดิมหรือเปลี่ยนปัญหาใหม่</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- โดยครูให้นักเรียนร่วมกันคิดวิธีการแก้ปัญหา โดยอาจทำเป็นกลุ่มหรือรายบุคคล</li> </ul> <p>5. ครูเดินดูการทำงานของนักเรียน เมื่อพบว่านักเรียนไม่สามารถหาวิธีการแก้ปัญหาได้ ครูอาจใช้คำถามกระตุ้นหรือให้คำแนะนำเท่าที่จำเป็น</p> <p>6. ครูให้นักเรียนออกมานำเสนอวิธีการแก้ปัญหานั้นชั้นเรียน โดยอาจใช้การเรียกแบบ</p>

<p style="text-align: center;"><b>กลุ่มทดลอง</b></p> <p>(การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงร่วมกับการพัฒนาความคิดของเด็ก)</p>	<p style="text-align: center;"><b>กลุ่มควบคุม</b></p> <p>(การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ)</p>
<p>- ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนนำเสนอวิธีการแก้ปัญหา เพื่อให้ นักเรียนฝึกการอธิบายและมีทางเลือกสำหรับการแก้ปัญหา มากยิ่งขึ้น โดยครูหรือนักเรียนเขียนสัญลักษณ์และวิธีการ แก้ปัญหาของนักเรียนบนกระดาน</p> <p>- ครูให้นักเรียนอธิบายวิธีการแก้ปัญหาของเพื่อนที่อธิบาย ก่อนหน้า ทั้งนี้เพื่อกระตุ้นและดึงดูดให้นักเรียนสนใจ พร้อมทั้ง ส่งเสริมให้รับฟังและทำความเข้าใจในวิธีการแก้ปัญหาของ นักเรียนคนอื่น</p> <p>- ครูให้นักเรียนวิเคราะห์ เปรียบเทียบวิธีการแก้ปัญหของ นักเรียนที่แตกต่างกัน ในประเด็นข้อดี ข้อจำกัด และ ข้อเสนอแนะของวิธีการแก้ปัญหในแต่ละรูปแบบ เพื่อหา วิธีการแก้ปัญหที่เหมาะสมหรือดีที่สุดและเกิดความเข้าใจใน มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ในรูปแบบที่เป็นทางการมากยิ่งขึ้น ทั้งนี้ครูสามารถให้ความช่วยเหลือนักเรียนได้เท่าที่จำเป็น</p> <p style="text-align: center;"><b>ขั้นที่ 4 การสรุป (concluding)</b></p> <p>เป็นขั้นตอนที่ครูให้นักเรียนสรุปผลและสะท้อนสิ่งที่ได้ จากการเรียนรู้ โดยครูล้วงความคิด สนับสนุนความคิดและ ขยายความคิดของนักเรียนด้วยการใช้คำถามที่เจาะลึกถึง รายละเอียด เพื่อให้ นักเรียนนึกถึงความรู้พื้นฐาน ขั้นตอนหรือ วิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหา แล้วให้สถานการณ์หรือบริบท ปัญหาซึ่งอาจขยายหรือปรับปัญหาเดิมหรือเปลี่ยนปัญหาใหม่ และท้าทายให้นักเรียนคิดวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลายเพื่อ หาวิธีการแก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น โดยครู ดำเนินการหรืออาจใช้คำถามดังต่อไปนี้</p> <p>- ครูกระตุ้นให้นักเรียนนึกถึงความรู้พื้นฐาน ขั้นตอนหรือ วิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหาก่อนหน้า</p>	<p>สุ่ม/ขออาสาสมัคร/ตัวแทนกลุ่ม และเขียนวิธีการแก้ปัญหบบน กระดาน</p> <p>- โดยครูและนักเรียนร่วมกัน ตรวจสอบว่าคำตอบที่ได้ถูกต้อง และสมเหตุสมผลหรือไม่ วิธีการ แก้ปัญหาเป็นลำดับขั้น ตอน หรือไม่</p> <p>- ครูและนักเรียนช่วยกันปรับ วิธีการแก้ปัญหของเพื่อนที่ นำเสนอให้ถูกต้องและเป็นลำดับ ขั้นตอนมากยิ่งขึ้น</p> <p>7. ครูใช้คำถามกระตุ้น เพื่อใ้ นักเรียนร่วมกันหาวิธีการหรือ กลยุทธ์อื่นที่ใช้ในการแก้ปัญหา (ถ้ามี) และออกมาแนะนำเสนอ เพื่อ แสดง วิธีการ คิด และการ แก้ปัญหาของตนเอง</p>



<p style="text-align: center;"><b>กลุ่มทดลอง</b></p> <p style="text-align: center;">(การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงร่วมกับการพัฒนาความคิดของเด็ก)</p>	<p style="text-align: center;"><b>กลุ่มควบคุม</b></p> <p style="text-align: center;">(การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ)</p>
<ul style="list-style-type: none"> <li>- ครูให้นักเรียนเขียนสรุปความรู้พื้นฐาน ขั้นตอนหรือวิธีการแก้ปัญหาที่ได้จากการเรียนรู้ในสถานการณ์ก่อนหน้า</li> <li>- ครูถามนักเรียนว่า นักเรียนสามารถนำความรู้ ขั้นตอนหรือวิธีการแก้ปัญหาที่ได้จากสถานการณ์ก่อนหน้าไปใช้ในสถานการณ์อะไรได้อีกบ้าง</li> <li>- ครูให้สถานการณ์หรือบริบทปัญหาซึ่งอาจขยายหรือปรับปัญหาเดิมหรือเปลี่ยนปัญหาใหม่</li> <li>- ครูใช้คำถามกระตุ้น เพื่อท้าทายให้นักเรียนคิดวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลาย ทั้งนี้เพื่อหาวิธีการแก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้นหรือดีที่สุด</li> <li>- ครูให้นักเรียนนำเสนอวิธีการแก้ปัญหามือชั้นเรียน</li> <li>- ครูสนับสนุนให้นักเรียนร่วมกันอภิปราย วิเคราะห์เปรียบเทียบวิธีการแก้ปัญหาในแต่ละรูปแบบในประเด็นข้อดีข้อจำกัด รวมถึงระบุวิธีการแก้ปัญหาคือดีที่สุดสำหรับสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้</li> </ul>	
<p style="text-align: center;"><b>ขั้นสรุป</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปเกี่ยวกับความรู้/วิธีการแก้ปัญหา/กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่ได้จากบทเรียน</li> <li>- ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย</li> <li>- ครูมอบหมายการบ้านหรือชิ้นงานเป็นกลุ่มหรือรายบุคคลเพื่อทบทวนและเพิ่มเติมความรู้</li> </ul>	

## 5. การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล

เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ประกอบด้วย แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

### 1. แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ จำนวน 2 ฉบับ คือ แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนและหลังเรียน มีขั้นตอนการสร้าง ดังนี้

1.1 ศึกษาวิธีการสร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ จากตำรา เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

1.2 ศึกษาเนื้อหาเรื่อง การประยุกต์เกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ จากหนังสือเรียน และคู่มือกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

1.3 สร้างตารางวิเคราะห์ข้อสอบตามสาระการเรียนรู้ และพฤติกรรมการเรียนรู้กับจุดประสงค์การเรียนรู้ โดยข้อสอบฉบับก่อนเรียน ใช้เนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ของระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่อง โจทย์เกี่ยวกับทศนิยม โจทย์เกี่ยวกับเศษส่วน และโจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ส่วนข้อสอบฉบับหลังเรียน ใช้เนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง การประยุกต์เกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ แล้วกำหนดอัตราส่วนจำนวนข้อสอบในแต่ละเรื่องให้เหมาะสมกับจำนวนคาบ

1.4 สร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จำนวน 2 ฉบับ แต่ละฉบับเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย จำนวน 7 ข้อ เพื่อนำไปใช้จริงจำนวน 4 ข้อ

1.5 สร้างเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยพิจารณาจากลักษณะพฤติกรรมที่แสดงถึงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จากงานของ วรรณารถ อยู่สุข (2555: 76) สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551: 206) และสมเดช บุญประจักษ์ (2540: 333) แสดงได้ดังนี้

#### ตารางที่ 7 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ความสามารถในการวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ของข้อมูล	คะแนน
วิเคราะห์และเขียนแสดงความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลได้อย่างถูกต้องและครบถ้วนทั้งหมด	3
วิเคราะห์และเขียนแสดงความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลได้อย่างถูกต้อง อย่างน้อยครึ่งหนึ่งของข้อมูลที่กำหนดให้	2
วิเคราะห์และเขียนแสดงความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลได้อย่างถูกต้องบ้าง แต่ยังไม่ถึงครึ่งหนึ่งของข้อมูลที่กำหนดให้	1
วิเคราะห์และเขียนแสดงความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลไม่ถูกต้อง หรือไม่เขียนเลย	0
ความสามารถในการแสดงข้อสรุปของข้อมูล	คะแนน
เขียนอธิบายข้อสรุปและยืนยันข้อสรุปได้อย่างถูกต้อง และสมเหตุสมผล	3
เขียนอธิบายข้อสรุปและยืนยันข้อสรุปได้ถูกต้อง อย่างน้อยครึ่งหนึ่ง และสมเหตุสมผล หรือ เขียนอธิบายข้อสรุปและยืนยันข้อสรุปได้อย่างถูกต้อง และไม่สมเหตุสมผลในบางกรณี	2

ความสามารถในการแสดงข้อสรุปของข้อมูล	คะแนน
เขียนอธิบายข้อสรุปและยืนยันข้อสรุปได้ถูกต้องบ้าง แต่ยังไม่ถึงครึ่งหนึ่ง และสมเหตุสมผล <b>หรือ</b> เขียนแสดงข้อสรุปและยืนยันข้อสรุปได้อย่างถูกต้อง และไม่สมเหตุสมผลเลย	1
เขียนอธิบายข้อสรุปและยืนยันข้อสรุปได้ถูกต้องบ้าง แต่ยังไม่ถึงครึ่งหนึ่ง และไม่สมเหตุสมผลเลย <b>หรือ</b> เขียนอธิบายข้อสรุปและยืนยันข้อสรุปไม่ถูกต้อง และไม่สมเหตุสมผล <b>หรือไม่เขียนเลย</b>	0

1.6 นำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จำนวน 2 ฉบับและเกณฑ์การตรวจให้คะแนนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจสอบและนำมาปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะของอาจารย์ที่ปรึกษา แล้วนำไปให้ผู้ทรงคุณวุฒิจำนวน 3 ท่าน พิจารณาความสอดคล้อง (index of item-objective congruence: IOC) และความเหมาะสม ( $\bar{x}$ ) ของโครงสร้างข้อสอบ (ดังแสดงในตารางที่ 21 และ 22 หน้า 147 และ 148 ตามลำดับ) โดยผู้ทรงคุณวุฒิได้ให้ข้อเสนอแนะ ดังนี้

1) ปรับภาษาที่ใช้ในคำถามแต่ละข้อ ของแบบวัดทั้ง 2 ฉบับ ให้เหมาะสม

- แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน

**โจทย์เดิม**

3. ครูหม่อมมีช็อกโกแลต 2 กล่อง แต่ละกล่องมีจำนวนช็อกโกแลตจำนวนเท่ากัน และมีช็อกโกแลตสองชนิดปนกันอยู่ภายในกล่อง คือ รสนม และรสชาเขียว ดังนี้ ...

**แก้ไขเป็น**

3. ครูหม่อมมีช็อกโกแลต 2 กล่อง แต่ละกล่องมีจำนวนช็อกโกแลตเท่ากัน และมีช็อกโกแลตสองชนิดคือ รสนม และรสชาเขียว ปนกันอยู่ภายในกล่อง ในปริมาณดังนี้ ...

2) ปรับลักษณะการถามคำถามที่ใช้ในแบบวัดทั้ง 2 ฉบับ ให้เหมาะสม

- แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน

**โจทย์เดิม**

1.1 นักเรียนคิดว่า รถไฮควรรเลือกเช่ารถจากบริษัทใด จึงจะประหยัดเงินมากกว่า จงนำข้อมูลมาเขียนแสดงความสัมพันธ์เพื่อใช้ในการอธิบาย (โดยไม่ต้องคำนวณ)

**แก้ไขเป็น**

1.1 จงนำข้อมูลมาเขียนแสดงความสัมพันธ์เพื่อใช้ในการอธิบายว่า รถไฮควรรเลือกเช่ารถจากบริษัทใด จึงจะประหยัดเงินมากกว่า (โดยไม่ต้องคำนวณ)

**โจทย์เดิม**

7.1 นฤพดินทร์กับชนาธิปใครอ่านหนังสือได้มากกว่ากัน จงนำข้อมูลมาเขียนแสดงความสัมพันธ์เพื่อใช้ในการอธิบาย (โดยไม่ต้องคำนวณ)

**แก้ไขเป็น**

7.1 จงนำข้อมูลมาเขียนแสดงความสัมพันธ์เพื่อใช้ในการอธิบายว่า บดินทร์กับชนาธิปใครอ่านหนังสือได้มากกว่ากัน (โดยไม่ต้องคำนวณ)

**- แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน****โจทย์เดิม**

2.1 ถ้าหญิงแยมอยากได้ของแถมเป็นตุเรียน 1 กิโลกรัม หญิงแยมควรเลือกซื้อตุเรียนจากสวนใด จงนำข้อมูลมาเขียนแสดงความสัมพันธ์เพื่อใช้ในการอธิบาย (โดยไม่ต้องคำนวณ)

**แก้ไขเป็น**

2.1 จงนำข้อมูลมาเขียนแสดงความสัมพันธ์เพื่อใช้ในการอธิบายว่า ถ้าหญิงแยมอยากได้ของแถมเป็นตุเรียน 1 กิโลกรัม โดยเสียค่าใช้จ่ายน้อยที่สุด หญิงแยมควรเลือกซื้อตุเรียนจากสวนใด (โดยไม่ต้องคำนวณ)

**โจทย์เดิม**

7.1 พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้านี้เพิ่มขึ้นกี่ตารางเซนติเมตร จงนำข้อมูลมาเขียนแสดงความสัมพันธ์เพื่อใช้ในการอธิบาย (โดยไม่ต้องคำนวณ)

**แก้ไขเป็น**

7.1 จงนำข้อมูลมาเขียนแสดงความสัมพันธ์เพื่อใช้ในการอธิบายว่า พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้านี้เพิ่มขึ้นกี่ตารางเซนติเมตร (โดยไม่ต้องคำนวณ)

1.7 นำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ได้ปรับปรุงแก้ไขแล้วนำไปทดลองใช้กับนักเรียนโรงเรียนศรีธธาสมุทร ซึ่งเป็นโรงเรียนเป็นโรงเรียนขนาดใหญ่พิเศษเหมือนกับโรงเรียนนวมินทราชินูทิศ สตรีวิทยา 2 แต่ละห้องจัดนักเรียนแบบคละความสามารถ และมีจำนวนนักเรียนใกล้เคียงกัน สภาพแวดล้อมของโรงเรียนมีความใกล้ชิดกับชุมชน ห้องเรียนแต่ละห้องมีความพร้อมและสามารถเชื่อมต่อคอมพิวเตอร์สำหรับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเช่นเดียวกัน

โดย  
- ฉบับก่อนการทดลอง ผู้วิจัยนำไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนศรีธธาสมุทร

- ฉบับหลังการทดลอง ผู้วิจัยนำไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนศรีธรรมาภรณ์

จากนั้นนำมาตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์ที่กำหนดและนำผลคะแนนมาวิเคราะห์ โดยมีเกณฑ์คือ ค่าความเที่ยง (reliability) มีค่าตั้งแต่ 0.60 ขึ้นไป ค่าความยาก (difficulty) มีค่า 0.20 – 0.80 และค่าอำนาจจำแนก (discrimination) มีค่าตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป ผลปรากฏว่า ข้อสอบแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียนและหลังเรียน ฉบับละ 4 ข้อ มีคุณภาพตามเกณฑ์ที่กำหนด โดยมีรายละเอียดดังนี้

แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน

ค่าความเที่ยง	0.788
ค่าความยาก (P)	0.49 – 0.60
ค่าอำนาจจำแนก (r)	0.33 – 0.74

แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน

ค่าความเที่ยง	0.819
ค่าความยาก (P)	0.42 – 0.67
ค่าอำนาจจำแนก (r)	0.46 – 0.83

1.8 นำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่มีคุณภาพตามเกณฑ์ที่กำหนด ไปใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เป็นตัวอย่างในการวิจัยทั้ง 2 กลุ่ม คือ กลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุม

## 2. แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ จำนวน 2 ฉบับ คือ แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนและหลังเรียน มีขั้นตอนการสร้าง ดังนี้

2.1 ศึกษาวิธีการสร้างแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ จากตำราเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.2 ศึกษาเนื้อหาเรื่อง การประยุกต์เกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ จากหนังสือเรียน และคู่มือกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

2.3 สร้างตารางวิเคราะห์ข้อสอบตามสาระการเรียนรู้ และพฤติกรรมการเรียนรู้กับจุดประสงค์การเรียนรู้ โดยข้อสอบฉบับก่อนเรียน ใช้เนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ของระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่อง โจทย์เกี่ยวกับทศนิยม โจทย์เกี่ยวกับเศษส่วน และโจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ส่วนข้อสอบฉบับหลังเรียน ใช้เนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง การประยุกต์เกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ แล้วกำหนดอัตราส่วนจำนวนข้อสอบในแต่ละเรื่องให้เหมาะสมกับจำนวนคาบ

2.4 สร้างแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์จำนวน 2 ฉบับ แต่ละฉบับเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย จำนวน 7 ข้อ เพื่อนำไปใช้จริงจำนวน 4 ข้อ

2.5 สร้างเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ โดยพิจารณาจากลักษณะพฤติกรรมที่แสดงถึงความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์จาก Kennedy and Tipps (1994: 112) และสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555: 94) ดังนี้

**ตารางที่ 8** เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

ความสามารถด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์	คะแนน
ใช้ภาษา คำศัพท์ และสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการแสดงข้อมูลได้อย่างถูกต้องและครบถ้วน	3
ใช้ภาษา คำศัพท์ และสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการแสดงข้อมูลได้อย่างถูกต้องอย่างน้อยครั้งหนึ่งของข้อมูลที่กำหนดให้	2
ใช้ภาษา คำศัพท์ และสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการแสดงข้อมูลได้อย่างถูกต้องบ้าง แต่ยังไม่ถึงครั้งหนึ่งของข้อมูลที่กำหนดให้	1
ใช้ภาษา คำศัพท์ และสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการแสดงข้อมูลไม่ถูกต้อง หรือไม่เขียนเลย	0
ความสามารถในการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์	คะแนน
ใช้รูปภาพ แผนภาพ ตาราง กราฟ แบบจำลองหรือตัวแทนแนวคิดในลักษณะอื่นๆ ประกอบการอธิบายได้อย่างถูกต้องและสมบูรณ์	3
ใช้รูปภาพ แผนภาพ ตาราง กราฟ แบบจำลองหรือตัวแทนแนวคิดในลักษณะอื่นๆ ประกอบการอธิบายได้อย่างถูกต้องเกือบทั้งหมด	2
ใช้รูปภาพ แผนภาพ ตาราง กราฟ แบบจำลองหรือตัวแทนแนวคิดในลักษณะอื่นๆ ประกอบการอธิบายถูกต้องเล็กน้อย	1
ใช้รูปภาพ แผนภาพ ตาราง กราฟ แบบจำลองหรือตัวแทนแนวคิดในลักษณะอื่นๆ ประกอบการอธิบายไม่ถูกต้อง หรือไม่เขียนเลย	0
ความสามารถในการนำเสนอ	คะแนน
แสดงลำดับขั้นตอนในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง นำเสนอแนวคิดได้อย่างชัดเจน และมีรายละเอียดครบถ้วนสมบูรณ์	3
แสดงลำดับขั้นตอนในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง นำเสนอแนวคิดได้ชัดเจนเกือบทั้งหมด และมีรายละเอียดครบถ้วนเกือบทั้งหมด	2

ความสามารถในการนำเสนอ	คะแนน
แสดงลำดับขั้นตอนในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง นำเสนอแนวคิดได้ชัดเจนบางประเด็น และยังขาดรายละเอียดในบางประเด็น	1
แสดงลำดับขั้นตอนในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง นำเสนอแนวคิดไม่ชัดเจน และไม่มีรายละเอียด หรือไม่เขียนเลย	0

2.6 นำแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์จำนวน 2 ฉบับและเกณฑ์การตรวจให้คะแนนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจสอบและนำมาปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะของอาจารย์ที่ปรึกษา แล้วนำไปให้ผู้ทรงคุณวุฒิจำนวน 3 ท่าน พิจารณาความสอดคล้อง (index of item-objective congruence: IOC) และความเหมาะสม ( $\bar{x}$ ) ของโครงสร้างข้อสอบ (ดังแสดงในตารางที่ 23 และ 24 หน้า 149 และ 150 ตามลำดับ) โดยผู้ทรงคุณวุฒิได้ให้ข้อเสนอแนะ ดังนี้

1) ปรับภาษาที่ใช้ในคำถามแต่ละข้อ ของแบบวัดทั้ง 2 ฉบับ ให้เหมาะสม

- แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน

#### โจทย์เดิม

1. ชุดทำงานชุดหนึ่งติดป้ายลดราคา 0.5 ของราคาที่ปิดไว้ ฟ้าใส่ตอรองราคากับผู้ขายจึงได้ราคา ลดลงอีก 0.4 ของราคาที่ลดลงแล้ว ทำให้ฟ้าซื้อชุดนี้ได้ถูกกว่าคนอื่น 140 บาท อยากทราบว่า ชุดทำงานชุดนี้ติดป้ายราคาไว้เท่าไร

#### แก้ไขเป็น

1. ชุดทำงานชุดหนึ่งติดป้ายลดราคา **ครึ่งหนึ่ง** ของราคาที่ปิดไว้ ฟ้าใส่ตอรองราคากับผู้ขายจึงได้ราคา ลดลงอีก **สี่ในสิบ** ของราคาที่ลดลงแล้ว ทำให้ฟ้าซื้อชุดนี้ได้ถูกกว่าคนอื่น 140 บาท อยากทราบว่า ชุดทำงานชุดนี้ติดป้ายราคาไว้เท่าไร

**โจทย์เดิม**

4. ประยุทธ์ได้รับเงินเดือน 25,280 บาท เขาฝากธนาคาร  $\frac{2}{5}$  ของเงินเดือน จ่ายค่าเช่าบ้าน  $\frac{1}{8}$  ของเงินเดือน และบริจาคการกุศล  $\frac{1}{4}$  ของเงินที่เหลือ จงหาว่าประยุทธ์บริจาคเงินเดือนละเท่าไร

**แก้ไขเป็น**

4. ประยุทธ์ได้รับเงินเดือน 25,280 บาท เขาฝากธนาคาร  $\frac{2}{5}$  ของเงินเดือน จ่ายค่าเช่าบ้าน  $\frac{1}{8}$  ของเงินเดือน และเป็นค่าใช้จ่ายส่วนตัว  $\frac{1}{4}$  ของเงินที่เหลือจากฝากธนาคารและจ่ายค่าเช่าบ้าน จงหาว่าประยุทธ์มีค่าใช้จ่ายส่วนตัวเดือนละเท่าไร

**- แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน****โจทย์เดิม**

2. อัตราส่วนของเงินของเสือต่อเงินของไก่ต่อเงินของปลา เท่ากับ 2 : 3 : 4 เมื่อเสือให้เงินไก่ 4 บาท และปลาให้เงินไก่อีก 2 บาท ทำให้อัตราส่วนของเงินของเสือต่อเงินของไก่ต่อเงินของปลา เป็น 4 : 7 : 5

**แก้ไขเป็น**

2. อัตราส่วนของจำนวนเงินของเสือต่อจำนวนเงินของไก่ต่อจำนวนเงินของปลา เท่ากับ 2 : 3 : 4 เมื่อเสือให้เงินไก่ 4 บาท และปลาให้เงินไก่อีก 2 บาท ทำให้อัตราส่วนของจำนวนเงินของเสือต่อจำนวนเงินของไก่ต่อจำนวนเงินของปลา เป็น 4 : 7 : 5

2) ปรับลักษณะการถามคำถามที่ใช้ในแบบวัดทั้ง 2 ฉบับ ให้เหมาะสม

**- แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน****โจทย์เดิม**

- จงเขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลจากโจทย์ที่กำหนดให้
- จงอธิบายแนวคิดและแสดงวิธีการแก้ปัญหา โดยใช้ความสัมพันธ์ของข้อมูลที่ได้จากข้อ ...

**แก้ไขเป็น**

- จงแสดงแนวคิดและเขียนความสัมพันธ์ของข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้
- จงแสดงวิธีการแก้ปัญหา โดยใช้ความสัมพันธ์ของข้อมูลที่ได้จากข้อ ...



- แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน

**โจทย์เดิม**

- จงเขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลจากโจทย์ที่กำหนดให้
- จงอธิบายแนวคิดและแสดงวิธีการแก้ปัญหา โดยใช้ความสัมพันธ์ของข้อมูลที่ได้จากข้อ ...

**แก้ไขเป็น**

- **จงแสดงแนวคิดและเขียนความสัมพันธ์ของข้อมูล**ที่โจทย์กำหนดให้
- **จงแสดงวิธีการแก้ปัญหา** โดยใช้ความสัมพันธ์ของข้อมูลที่ได้จากข้อ ...

2.7 นำแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ได้ปรับปรุงแก้ไขแล้ว  
นำไปทดลองใช้ โดย

- ฉบับก่อนการทดลอง ผู้วิจัยนำไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนศรีธราสมุทร

- ฉบับหลังการทดลอง ผู้วิจัยนำไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนศรีธราสมุทร

จากนั้นนำมาตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์ที่กำหนดและนำผลคะแนนมาวิเคราะห์ โดยมีเกณฑ์คือ ค่าความเที่ยง (reliability) มีค่าตั้งแต่ 0.60 ขึ้นไป ค่าความยาก (difficulty) มีค่า 0.20 – 0.80 และค่าอำนาจจำแนก (discrimination) มีค่าตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป ผลปรากฏว่า ข้อสอบแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียนและหลังเรียน ฉบับละ 4 ข้อ มีคุณภาพตามเกณฑ์ที่กำหนด โดยมีรายละเอียดดังนี้

แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน

ค่าความเที่ยง	0.759
ค่าความยาก (P)	0.48 – 0.57
ค่าอำนาจจำแนก (r)	0.71 – 0.97

แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน

ค่าความเที่ยง	0.794
ค่าความยาก (P)	0.51 – 0.63
ค่าอำนาจจำแนก (r)	0.48 – 0.67

2.8 นำแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่มีคุณภาพตามเกณฑ์ที่กำหนด ไปใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เป็นตัวอย่างในการวิจัยทั้ง 2 กลุ่ม คือ กลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

## 6. การดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล

การวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการสอนนักเรียนตัวอย่างในการวิจัยทั้ง 2 กลุ่ม คือ กลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม โดยได้ดำเนินการในขั้นเตรียมการ ขั้นดำเนินการทดลอง และเก็บรวบรวมข้อมูล โดยแบ่งเป็นออกเป็น การเก็บข้อมูลเชิงปริมาณ และการเก็บข้อมูลเชิงคุณภาพ ดังนี้

### 1. การเก็บข้อมูลเชิงปริมาณ

#### 1. ขั้นเตรียมการ

1.1 ผู้วิจัยสร้างแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงร่วมกับการพัฒนาความคิดของเด็กสำหรับกลุ่มทดลอง และแผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติสำหรับกลุ่มควบคุม

1.2 ผู้วิจัยจัดเตรียมสื่อ อุปกรณ์ และเอกสารที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้สำหรับตัวอย่างในการวิจัยทั้ง 2 กลุ่ม

1.3 ผู้วิจัยนำหนังสืออนุญาตดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูลจากบัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ถึงผู้อำนวยการโรงเรียนนวมินทราชินูทิศ สตรีวิทยา 2 สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 2 กรุงเทพมหานคร

#### 2. ขั้นดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล

ผู้วิจัยดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูลของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม กลุ่มละ 14 ชั่วโมง โดยมีรายละเอียดดังนี้

2.1 ผู้วิจัยดำเนินการสอบก่อนการทดลองโดยใช้แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นใช้เวลาฉบับละ 1 ชั่วโมง

2.1.1 ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2558 ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผู้วิจัยให้นักเรียนทั้งสองห้อง คือ ห้อง ม.2/10 และ ม.2/11 ทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน ซึ่งได้ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนสอบของห้อง ม.2/10 และ ม.2/11 เท่ากับ 4.00 และ 4.48 ตามลำดับ นำคะแนนจากการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้งสองห้อง ไปทดสอบความแปรปรวนโดยใช้ค่าเอฟ (F-test) ซึ่งผลการทดสอบพบว่า ความแปรปรวนของคะแนนสอบของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 จากนั้นทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตจากการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ด้วยการทดสอบที (t-test) พบว่า คะแนนจากการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันอย่างมี

นัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แสดงว่า นักเรียนทั้งสองห้องมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกัน

2.1.2 ผู้วิจัยให้นักเรียนทั้งสองห้องทำแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน ซึ่งได้ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนสอบของห้อง ม.2/10 และ ม.2/11 เท่ากับ 1.71 และ 2.98 ตามลำดับ นำคะแนนจากการทำแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้งสองห้อง ไปทดสอบความแปรปรวนโดยใช้ค่าเอฟ (F-test) ซึ่งผลการทดสอบพบว่า ความแปรปรวนของคะแนนสอบของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 จากนั้นทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตจากการทำแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้วยการทดสอบที (t-test) พบว่า คะแนนจากการทำแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แสดงว่า นักเรียนทั้งสองห้องมีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกัน

2.1.3 ผู้วิจัยทำการสุ่มโดยการจับฉลากเพื่อกำหนดกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ผลปรากฏว่า นักเรียนห้อง ม. 2/11 เป็นกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงร่วมกับการพัฒนาความคิดของเด็ก และนักเรียนห้อง ม. 2/10 เป็นกลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

2.2 ผู้วิจัยดำเนินการสอนนักเรียนที่เป็นตัวอย่างในการวิจัยทั้งสองกลุ่มตามแผนการจัดการเรียนรู้ทั้งสองชนิดที่เตรียมไว้ โดยทำการทดลองสอนนักเรียนทั้งสองกลุ่ม กลุ่มละ 2 ชั่วโมงต่อสัปดาห์ เป็นเวลา 7 สัปดาห์ รวมทั้งสิ้น 14 ชั่วโมง ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2558 โดยสอนตามชั่วโมงปกติของโรงเรียนนวมินทราชินูทิศ สตรีวิทยา 2 และเริ่มทดลองสอนตั้งแต่วันที่ 13 สิงหาคม 2558 ถึงวันที่ 29 กันยายน 2558

2.3 เมื่อดำเนินการสอนตามที่กำหนดไว้ในแผนการจัดการเรียนรู้ครบ 14 แผนแล้ว ผู้วิจัยให้นักเรียนทั้งสองห้องทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียน และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ใช้เวลาฉบับละ 1 ชั่วโมง

2.4 ผู้วิจัยนำแบบวัดทั้ง 2 ฉบับมาตรวจให้คะแนน โดยพิจารณาตามคำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัยเพื่อให้อยู่ในขอบเขตที่สามารถใช้เกณฑ์ดังกล่าวได้ จากนั้นนำผลที่ได้ไปวิเคราะห์ข้อมูล

## 2. การเก็บข้อมูลเชิงคุณภาพ

ผู้วิจัยได้สังเกตพฤติกรรมของนักเรียนด้านความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ในแต่ละด้าน จากร่องรอยการทำงาน ของนักเรียนจากใบกิจกรรม และการตอบคำถามในชั้นเรียน รวมถึงปัญหาและอุปสรรคที่พบขณะ ดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ทั้งนี้ผู้วิจัยใช้การสัมภาษณ์นักเรียนเป็นรายกรณีเพื่อให้ได้ข้อมูล เพิ่มเติม โดยแบ่งการสังเกตพฤติกรรมเป็น 3 ช่วง คือ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แผนที่ 1 – 4, การจัด กิจกรรมการเรียนรู้แผนที่ 5 – 9 และ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แผนที่ 10 – 14 ตามลำดับ

## 7. การวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยดำเนินการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ และเชิงคุณภาพ ดังนี้

### 1. การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ

ผู้วิจัยนำผลจากการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และ แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ มาตรวจให้คะแนนและดำเนินการวิเคราะห์ข้อมูล ด้วยโปรแกรมวิเคราะห์สถิติสำเร็จรูป โดยทำการวิเคราะห์ความสามารถในการให้เหตุผลทาง คณิตศาสตร์และวิเคราะห์ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ โดยใช้คะแนนสอบจากแบบวัด ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารฉบับก่อนเรียน และหลังเรียนของทั้ง 2 ฉบับ มาคำนวณหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ( $s$ ) และทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตด้วยการทดสอบค่าที (t-test) ดังนี้

1.1 เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงร่วมกับการ พัฒนาความคิดของเด็กระหว่างก่อนเรียนกับหลังเรียน โดยนำคะแนนสอบก่อนเรียนและหลังเรียน (t-test dependent)

1.2 เปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงร่วมกับการ พัฒนาความคิดของเด็กระหว่างก่อนเรียนกับหลังเรียน โดยนำคะแนนสอบก่อนเรียนและหลังเรียน (t-test dependent)

1.3 เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่าง กลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงร่วมกับการ พัฒนาความคิดของเด็ก กับกลุ่มที่ได้รับกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ (t-test independent)

1.4 เปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงร่วมกับการพัฒนาความคิดของเด็ก กับกลุ่มที่ได้รับกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ (t-test independent)

## 2. การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ

2.1 วิเคราะห์พัฒนาการของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลอง โดยศึกษาจากร่องรอยการทำงานของนักเรียนจากใบกิจกรรม และการตอบคำถามในชั้นเรียน รวมถึงปัญหาและอุปสรรคที่พบขณะดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้การวิเคราะห์เนื้อหาเพื่อประกอบการอธิบายผลที่เกิดขึ้นระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

2.2 วิเคราะห์พัฒนาการของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลอง โดยศึกษาจากร่องรอยการทำงานของนักเรียนจากใบกิจกรรม และการตอบคำถามในชั้นเรียน รวมถึงปัญหาและอุปสรรคที่พบขณะดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้การวิเคราะห์เนื้อหาเพื่อประกอบการอธิบายผลที่เกิดขึ้นระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

## 8. สถิติที่ใช้ในการวิจัย

ผู้วิจัยวิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้โปรแกรมวิเคราะห์สถิติสำเร็จรูป ในการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ความแปรปรวน วิเคราะห์ค่าที (t-test) วิเคราะห์ค่าเอฟ (F-test) ความสอดคล้องของข้อสอบ (index of item- objective congruence: IOC) ความเที่ยง (reliability) ความยากง่าย (difficulty index: p) และอำนาจจำแนก (discrimination: r)

## บทที่ 4

### ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิจัยเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงร่วมกับการพัฒนาความคิดของเด็กที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผู้วิจัยได้นำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ และผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ โดยมีรายละเอียดดังนี้

#### ตอนที่ 1 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ

1. ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลอง
2. ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลอง
3. ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ระหว่างนักเรียนกลุ่มทดลองกับนักเรียนกลุ่มควบคุม
4. ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ระหว่างนักเรียนกลุ่มทดลองกับนักเรียนกลุ่มควบคุม

#### ตอนที่ 2 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ

1. ข้อมูลทั่วไปเกี่ยวกับโรงเรียน ครู และนักเรียน
2. ผลการศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลอง
3. ผลการศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลอง

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลในแต่ละตอน มีรายละเอียดดังนี้

## ตอนที่ 1 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ

### 1. ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลอง

ตารางที่ 9 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และการทดสอบค่าที (t-test) เพื่อทดสอบคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลอง

กลุ่มทดลอง	n	$\bar{x}$	s	t
ก่อนเรียน	50	4.28	1.95	4.20*
หลังเรียน	50	6.60	3.79	

\*p < .05

จากตารางที่ 9 ผลปรากฏว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตก่อนเรียนและหลังเรียนเท่ากับ 4.28 และ 6.60 ตามลำดับ จากคะแนนเต็ม 24 คะแนน และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1.95 และ 3.79 ตามลำดับ จากการทดสอบค่าที (t - test) พบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

### 2. ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลอง

ตารางที่ 10 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และการทดสอบค่าที (t - test) เพื่อทดสอบคะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลอง

กลุ่มทดลอง	n	$\bar{x}$	s	t
ก่อนเรียน	50	2.98	3.59	16.53*
หลังเรียน	50	20.24	6.54	

\*p < .05

จากตารางที่ 10 ผลปรากฏว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตก่อนเรียนและหลังเรียนเท่ากับ 2.98 และ 20.24 ตามลำดับ จากคะแนนเต็ม 36 คะแนน และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 3.59 และ 6.54 ตามลำดับ จากการทดสอบค่าที (t - test) พบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

### 3. ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ระหว่างนักเรียน กลุ่มทดลองกับนักเรียนกลุ่มควบคุม

**ตารางที่ 11** แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และการทดสอบค่าที (t - test) เพื่อทดสอบคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ระหว่างนักเรียนกลุ่มทดลองกับนักเรียนกลุ่มควบคุม

กลุ่มตัวอย่าง	n	$\bar{x}$	s	t
กลุ่มทดลอง	50	6.60	3.79	4.49*
กลุ่มควบคุม	49	3.67	2.59	

\*p < .05

จากตารางที่ 11 ผลปรากฏว่า นักเรียนกลุ่มทดลองและนักเรียนกลุ่มควบคุมมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 6.60 และ 3.67 ตามลำดับ จากคะแนนเต็ม 24 คะแนน และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 3.79 และ 2.59 ตามลำดับ จากการทดสอบค่าที (t - test) พบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

### 4. ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ระหว่างนักเรียนกลุ่ม ทดลองกับนักเรียนกลุ่มควบคุม

**ตารางที่ 12** แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และการทดสอบค่าที (t - test) เพื่อทดสอบคะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ระหว่างนักเรียนกลุ่มทดลองกับนักเรียนกลุ่มควบคุม

กลุ่มตัวอย่าง	n	$\bar{x}$	s	t
กลุ่มทดลอง	50	20.24	6.54	16.66*
กลุ่มควบคุม	49	3.31	2.95	

\*p < .05

จากตารางที่ 12 ผลปรากฏว่า นักเรียนกลุ่มทดลองและนักเรียนกลุ่มควบคุมมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 20.24 และ 3.31 ตามลำดับ จากคะแนนเต็ม 36 คะแนน และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 6.54 และ 2.95 ตามลำดับ จากการทดสอบค่าที (t - test) พบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05



## ตอนที่ 2 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ

### 1. ข้อมูลทั่วไปเกี่ยวกับโรงเรียน ครู และนักเรียน

ผู้วิจัยได้ศึกษาและวิเคราะห์ข้อมูลทั่วไปเกี่ยวกับโรงเรียน ครู และนักเรียน มีรายละเอียดดังนี้

#### ข้อมูลทั่วไปเกี่ยวกับโรงเรียน

โรงเรียนของตัวอย่างในการวิจัยตั้งอยู่ในพื้นที่ชนบท เขตคลองสามวา จังหวัด กรุงเทพมหานคร สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเขต 2 เป็นโรงเรียนขนาดใหญ่พิเศษ เปิดสอนในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ถึงมัธยมศึกษาปีที่ 6 มีห้องเรียนทั้งหมด 62 ห้องเรียน ผู้วิจัยเลือกทดลองกับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ซึ่งมีทั้งหมด 12 ห้องเรียน ประกอบไปด้วย ห้องเรียนโครงการคณิตศาสตร์วิทยาศาสตร์ ห้องเรียนโครงการจัดการเรียนการสอนเป็นภาษาอังกฤษ ห้องเรียนโครงการภาษาจีน และห้องเรียนที่คละระดับความสามารถของนักเรียน

#### ข้อมูลทั่วไปเกี่ยวกับครู

ในปีการศึกษา 2558 โรงเรียนของตัวอย่างในการวิจัย มีครูทั้งหมด 103 คน สำเร็จการศึกษาระดับปริญญาตรี จำนวน 68 คน และสำเร็จการศึกษาระดับปริญญาโท จำนวน 35 คน

ครูในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ มีจำนวนทั้งสิ้น 16 คน สำเร็จการศึกษาวិชาเอกคณิตศาสตร์ จำนวน 14 คน และสำเร็จการศึกษาวิชาเอกอื่น จำนวน 2 คน

ทั้งนี้ครูในโรงเรียนได้รับมอบหมายให้สอนโดยเฉลี่ยประมาณ 18 คาบต่อสัปดาห์ และมีภาระงานอื่นที่นอกเหนือจากงานสอน เช่น งานการเงินและงานพัสดุ งานวัดผลทางการศึกษา งานสหกรณ์ โรงเรียน งานฝ่ายวิชาการ งานฝ่ายปกครอง เป็นต้น

#### ข้อมูลทั่วไปเกี่ยวกับนักเรียน

ในปีการศึกษา 2558 โรงเรียนของตัวอย่างในการวิจัย มีนักเรียนประมาณ 2,786 คน เป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 557 คน เป็นนักเรียนหญิงจำนวน 296 คน และเป็นนักเรียนชายจำนวน 261 คน ตัวอย่างในการวิจัยมีจำนวน 99 คน เป็นนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงจำนวน 50 คน และนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติจำนวน 49 คน และเมื่อพิจารณาผลการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติมภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557 ของตัวอย่างในการวิจัยในกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมพบว่า นักเรียนทั้งสองกลุ่มระดับผลการเรียนใกล้เคียงกัน โดยนักเรียนส่วนใหญ่ของทั้งสองกลุ่มมีผลการเรียนอยู่ในระดับปานกลาง

## 2. ผลการศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลอง

ผู้วิจัยศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองจากร่องรอยการทำงานของนักเรียนจากใบกิจกรรม และการตอบคำถามในชั้นเรียน รวมทั้งปัญหาและอุปสรรคที่พบขณะดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้การวิเคราะห์เพื่อประกอบการอธิบายผลที่เกิดขึ้นระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยผู้วิจัยได้สังเกตพฤติกรรมของนักเรียนในด้านการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในแต่ละด้าน โดยแบ่งออกเป็น 3 ช่วง คือ ช่วงที่ 1 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แผนที่ 1 – 4, ช่วงที่ 2 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แผนที่ 5 – 9, และช่วงที่ 3 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แผนที่ 10 – 14 ตามลำดับ ซึ่งผู้วิจัยได้อธิบายพัฒนาการของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ใน 3 ช่วง ดังนี้

### ช่วงที่ 1 (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แผนที่ 1 - 4)

ผลการศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จำแนกตามองค์ประกอบด้านที่ 1 การวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูล พบว่า โดยในช่วงแรกของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ผู้วิจัยได้สังเกตจากการทำใบกิจกรรม การมีปฏิสัมพันธ์ในชั้นเรียน และการทำแบบฝึกหัด พบว่า นักเรียนสามารถวิเคราะห์ข้อมูลจากสถานการณ์ และเขียนแสดงความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลได้ โดยเกิดจากการลอกเลียนแบบจากในหนังสือเรียนที่นักเรียนเคยเรียนมาก่อนหน้า จึงส่งผลให้รูปแบบการเขียนความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลของนักเรียนเกือบทุกคนในชั้นเรียนเป็นรูปแบบเดียวกัน (ดังแสดงในภาพที่ 7) และปฏิสัมพันธ์ระหว่างนักเรียนกับนักเรียนและนักเรียนกับผู้วิจัยยังมีน้อย

- 1) ข้อมูลสำคัญที่ปรากฏในโจทย์มีอะไรบ้าง
- ผักสวนครัวของรศ.ดา แสดงไว้ ๓๐ บาท และ ๒๐๖ เป็น 2 : 3
  - มะม่วงสีสด ๑๓๖ บาท ๑๖๖ บาท ๕ บาท
- สิ่งที่ต้องการหาคำตอบคือ
- ผักที่แสดง หรือ แสดงไว้ 2 ชิ้น ที่แสดงหรือของขาย ๖ บาท มากกว่า ๕ บาท  
มะม่วง 1 ลูก หรือ ๒ ลูก ๖ บาท หรือ ๑๖๖ บาท
- 2) จงแสดงแนวคิดและเขียนความสัมพันธ์ของข้อมูลที่ได้จากข้อ (1)
- $$\begin{aligned} \text{ผักสวนครัว} &= x \text{ บาท} \\ \text{มะม่วง} &= x + 5 \text{ บาท} \\ \frac{x}{x+5} &= \frac{2}{3} \end{aligned}$$

ภาพที่ 7 แสดงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ด้านการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูล (แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 ใบกิจกรรมที่ 1.2 ภาคผนวก ข หน้า 193)

ภาพที่ 7 แสดงให้เห็นว่า รูปแบบการเขียนแสดงความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลจะเป็นวิธีการตามแบบหนังสือจากหนังสือแบบเรียนเท่านั้น

ผลการศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จำแนกตามองค์ประกอบด้านที่ 2 การแสดงข้อสรุปของข้อมูล พบว่า ในช่วงแรกของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน นักเรียนส่วนใหญ่แก่สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวไม่ได้ จึงส่งผลให้นักเรียนไม่สามารถแสดงวิธีการแก้ปัญหาเพื่อนำคำตอบมาใช้ในการแสดงเหตุผล พร้อมทั้งอธิบายข้อสรุปและยืนยันข้อสรุปได้อย่างถูกต้อง หรือนักเรียนบางคนสามารถแสดงวิธีการแก้ปัญหาได้ แต่ไม่สามารถเขียนอธิบายข้อสรุปและยืนยันข้อสรุปได้ (ดังแสดงในภาพที่ 8)

3) จงแสดงวิธีการแก้ปัญหา โดยใช้ความสัมพันธ์ที่ได้จากข้อ (1) และ (2)

$$\frac{2}{3} = \frac{x}{x+5}$$

$$2x+5 = 3x$$

$$2x+10 = 3x$$

$$10 = 3x - 2x$$

$$10 = x \quad \#$$

พื้นที่ 0 หรือไม่มีราคา  $10 \times 2 = 20$  บาท.

พื้นที่ 1 หรือมีราคา  $10 + 5$  บาท.

ภาพที่ 8 แสดงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ด้านการแสดงข้อสรุปของข้อมูล (แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 ใบกิจกรรมที่ 1.2 ภาคผนวก ข หน้า 194)

ภาพที่ 8 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนไม่สามารถเขียนอธิบายข้อสรุปและยืนยันข้อสรุปให้มีความถูกต้องและชัดเจนได้ (จากโจทย์ นักเรียนต้องสรุปว่า พี่เสื้อต้องจ่ายเงินมากกว่าพี่หญิงใช้หรือไม่)

## ช่วงที่ 2 (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แผนที่ 5 - 9)

ผลการศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จำแนกตามองค์ประกอบด้านที่ 1 การวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูล พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่สามารถเขียนแสดงความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลจากสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้หลากหลายมากยิ่งขึ้น แต่รายละเอียดบางส่วนยังไม่ครบถ้วนสมบูรณ์ (ดังแสดงในภาพที่ 9) และนักเรียนสามารถแสดงเหตุผลประกอบคำตอบได้ดียิ่งขึ้น ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากผู้วิจัยได้ยกตัวอย่างประกอบเพื่อเชื่อมโยงความรู้และประสบการณ์ของนักเรียนมาใช้ในการเขียนแสดงความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลในรูปแบบอื่นๆ และ

สนับสนุนความคิดของนักเรียนทั้งที่ตอบผิดและตอบถูก และกระตุ้นให้นักเรียนแสดงความคิดเห็นอย่างทั่วถึง โดยการให้กำลังใจนักเรียนทุกครั้งเพื่อให้นักเรียนกล้าแสดงความคิดเห็น พูดคุย แลกเปลี่ยนประสบการณ์ความรู้ของนักเรียนแต่ละคนมากยิ่งขึ้น

- 1) ข้อมูลสำคัญที่ปรากฏในโจทย์มีอะไรบ้าง
- ผู้ตรา ส่วน คะแนน ระหว่าง ภาค ต่อ ไป ภาค เป็น 60 : 40
  - จำนวน ที่ คะแนน ระหว่าง ภาค ได้ 85 %

สิ่งที่ต้องการหาคำตอบคือ

- จำนวน ผู้ที่ 85% ไป ภาค ให้ ได้ คะแนน เต็ม จึงจะได้ คะแนน รวม 85 คะแนน จาก คะแนน เต็ม 100 คะแนน ก็กล่าวได้ว่า ผู้ที่ 85% ได้ คะแนน เต็ม

- 2) จงแสดงแนวคิดและเขียนความสัมพันธ์ของข้อมูลที่ได้จากข้อ (1)

ผู้ตรา ส่วน คะแนน ระหว่าง ภาค ต่อ ไป ภาค เป็น 60 : 40

คะแนน ระหว่าง ภาค		คะแนน เต็ม	คะแนน ไป ภาค
คะแนน เต็ม	คะแนน ที่ได้		
100	85	. 85	$85 - \frac{60 \times 85}{100}$
60	$\frac{60 \times 85}{100}$		

ภาพที่ 9 แสดงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ด้านการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูล (แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7 ใบบัณฑิตที่ 7.2 ภาคผนวก ข หน้า 197)

ภาพที่ 9 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนสามารถเขียนแสดงความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลจากสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้หลากหลายมากยิ่งขึ้น แต่รายละเอียดบางส่วนยังไม่ครบถ้วนสมบูรณ์ (จากข้อ (2) จงแสดงแนวคิดและเขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลที่ได้จากข้อ (1) นักเรียนควรเขียนอธิบายความหมายของคะแนนระหว่างภาค 85%)

ผลการศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จำแนกตามองค์ประกอบด้านที่ 2 การแสดงข้อสรุปของข้อมูล พบว่า นักเรียนสามารถแสดงเหตุผล พร้อมทั้งอธิบายข้อสรุปและยืนยันข้อสรุปถูกต้องและสมเหตุสมผลได้ดียิ่งขึ้น (ดังแสดงในภาพที่ 10) ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากผู้วิจัยให้นักเรียนมีการเปรียบเทียบและอภิปรายคำตอบร่วมกันในชั้นเรียน และใช้คำถามล้าวงความคิดนักเรียนว่า คำตอบที่นักเรียนได้นั้นสมเหตุสมผลและถูกต้องหรือไม่ อย่างไร และสนับสนุนความคิดของนักเรียนทุกครั้งที่มีการแสดงความคิดเห็น

## 3) จงแสดงวิธีการแก้ปัญหา โดยใช้ความสัมพันธ์ที่ได้จากข้อ (1) และ (2)

$$\begin{aligned}
 \text{ค. % แฉน ๗๑๖ ๗๑๖ ๗๑๖ ๗๑๖} &= 83 - \frac{60 \times 85}{100} \\
 &= 83 - \frac{510}{10} \\
 &= 83 - 51 \\
 &= 32
 \end{aligned}$$

ตอบ คำกล่าวนั้น ไม่ถูกต้อง เพราะ ถ้าคิด ๗๑๖ ทำข้อสอบปลายภาค  
ให้ได้ ๓๒ คะแนน ไม่ใช้คะแนนเต็ม

## 4) วิธีการแก้ปัญหาที่ดีที่สุดสำหรับโจทย์ที่กำหนดให้คืออะไร จงอธิบาย

**ภาพที่ 10** แสดงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ด้านการแสดงข้อสรุปของข้อมูล (แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7 ใบกิจกรรมที่ 7.2 ภาคผนวก ข หน้า 197)

ภาพที่ 10 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนสามารถแสดงเหตุผล พร้อมทั้งอธิบายข้อสรุปและยืนยันข้อสรุปถูกต้องและสมเหตุสมผลได้ดียิ่งขึ้น

### ช่วงที่ 3 (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แผนที่ 10 - 14)

ผลการศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จำแนกตามองค์ประกอบด้านที่ 1 การวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูล พบว่า นักเรียนสามารถเขียนแสดงความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลได้หลากหลายและครบถ้วนสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น (ดังแสดงในภาพที่ 11) ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากผู้วิจัยได้ยกตัวอย่างสถานการณ์ที่เชื่อมโยงกันระหว่างชีวิตจริงของนักเรียนกับสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ พร้อมทั้งแสดงภาพประกอบการเชื่อมโยงสถานการณ์ในชีวิตจริงทุกครั้ง และยังมีการให้นักเรียนได้สร้างผลงานหรือแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ด้วยตัวของนักเรียนเองอย่างอิสระ พร้อมทั้งล้างความคิด สนับสนุนความคิด และขยายความคิดของนักเรียนในการเขียนแสดงความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลให้มีความหลากหลายและมีรายละเอียดที่ครบถ้วน

1) ข้อมูลสำคัญที่ปรากฏในโจทย์มีอะไรบ้าง  
 37 ยาว 31.5 ซม กว้าง 9.5 ซม และสูง 12.5 ซม  
 วัสดุที่ใช้ 1:30 ในกรณีของ  
 สิ่งที่ต้องการหาคำตอบคือ  
 ปริมาตร กว้าง ความยาว และ ความสูง ของรถจักรยานยนต์  
 วัสดุที่ใช้ - วัสดุที่ใช้ของรถจักรยานยนต์  
 หรือ คิดว่า ถ้ากว้าง ปริมาตร 1:30 แทนในรูป

2) จงแสดงแนวคิดและเขียนความสัมพันธ์ของข้อมูลที่ได้จากข้อ (1)

รูปที่ 1

รูปที่ 2

	ขนาดรถจักรยานยนต์	ขนาดรถ	ขนาดรถ
ความยาว	31.5	31.5 x 30	1:30
ความกว้าง	9.5	9.5 x 30	1:30
ความสูง	12.5	12.5 x 30	1:30

ภาพที่ 11 แสดงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ด้านการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูล (แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 14 ใบกิจกรรมที่ 14.2 ภาคผนวก ข หน้า 201)

ภาพที่ 11 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนนักเรียนสามารถเขียนแสดงความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลได้หลากหลายและครบถ้วนสมบูรณ์

ผลการศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จำแนกตามองค์ประกอบด้านที่ 2 การแสดงข้อสรุปของข้อมูล พบว่า นักเรียนสามารถแสดงเหตุผลพร้อมทั้งอธิบายข้อสรุปและยืนยันข้อสรุปนั้นได้อย่างถูกต้องและสมเหตุสมผลมากยิ่งขึ้น (ดังแสดงในภาพที่ 12) และนักเรียนกล้าแสดงความคิดเห็นและเหตุผลประกอบคำตอบทุกครั้งที่มีการอภิปราย ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากผู้วิจัยได้ให้นักเรียนมีการเปรียบเทียบและอภิปรายคำตอบร่วมกัน เพื่อหาวิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสมที่สุดสำหรับสถานการณ์ที่กำหนดให้ และใช้คำถามล้วงความคิดในการเจาะลึกถึงรายละเอียดในการแสดงเหตุผลประกอบคำตอบของนักเรียนทุกครั้ง พร้อมทั้งสนับสนุนความคิดของนักเรียนเมื่อนักเรียนมีการแสดงความคิดเห็นสนับสนุนเพิ่มเติม หรือโต้แย้งคำตอบของเพื่อน โดยผู้วิจัยเปิดโอกาสโดยให้นักเรียนแสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับเหตุผลที่นักเรียนตอบในชั้นเรียน ว่าเห็นด้วยกับเหตุผลดังกล่าวหรือไม่ เพราะเหตุใด

3) จงแสดงวิธีการแก้ปัญหา โดยใช้ความสัมพันธ์ที่ได้จากข้อ (1) และ (2)

$$\begin{aligned}
 & \text{ความยาวของรอบคอกบิลเพียงตัวเดียว เท่ากับ } 945 \text{ ซม. หรือ } 9.45 \text{ ม.} \\
 & \text{ความยาวของรอบคอกบิลเพียงตัวเดียว เท่ากับ } 285 \text{ ซม. หรือ } 2.85 \text{ ม.} \\
 & \text{ความยาวของรอบคอกบิลเพียงตัวเดียว เท่ากับ } 375 \text{ ซม. หรือ } 3.75 \text{ ม.} \\
 & \text{จะเห็นว่า ความยาวของรอบคอกบิลเพียงตัวเดียวรวมกันมีค่าเท่ากับ} \\
 & \quad 9.45 + 2.85 = 12.3 \text{ ม.} \\
 & \text{๑๐๖. ถ้ากล่าวไปไกลกว่า พบว่า ความยาวเส้น-ความยาวของรอบคอกบิลเพียง} \\
 & \text{ตัวเดียวรวมกันมากกว่า ความยาวของรอบคอกบิลเพียงตัวเดียว ๕.55 ม.}
 \end{aligned}$$

**ภาพที่ 12** แสดงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ด้านการแสดงข้อสรุปของข้อมูล (แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 14 ใบกิจกรรมที่ 14.2 ภาคผนวก ข หน้า 201)

ภาพที่ 12 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนสามารถแสดงเหตุผลพร้อมทั้งอธิบายข้อสรุปและยืนยันข้อสรุปนั้นได้อย่างถูกต้องและสมเหตุสมผล

### 3. ผลการศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลอง

ผู้วิจัยศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองจากร่องรอยการทำงานของนักเรียนจากใบกิจกรรม และการตอบคำถามในชั้นเรียน รวมทั้งปัญหาและอุปสรรคที่พบขณะดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้การวิเคราะห์เพื่อประกอบการอธิบายผลที่เกิดขึ้นระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยผู้วิจัยได้สังเกตพฤติกรรมของนักเรียนในด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ในแต่ละด้าน โดยแบ่งออกเป็น 3 ช่วง คือ ช่วงที่ 1 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แผนที่ 1 - 4, ช่วงที่ 2 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แผนที่ 5 - 9, และช่วงที่ 3 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แผนที่ 10 - 14 ตามลำดับ ซึ่งผู้วิจัยได้อธิบายพัฒนาการของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ใน 3 ช่วง ดังนี้

#### ช่วงที่ 1 (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แผนที่ 1 - 4)

ผลการศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์จำแนกตามองค์ประกอบด้านที่ 1 การใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ พบว่า ในช่วงแรกรักเรียนจะใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในรูปแบบที่ไม่เป็นทางการ รายละเอียดในหลายๆ ส่วนยังไม่ครบถ้วน หรือใช้ภาษาและสัญลักษณ์ที่ไม่สมบูรณ์ หรือนักเรียนบางคนสร้างสมการเพื่อหาคำตอบเลย

เนื่องจากไม่สามารถเขียนอธิบายแนวคิดออกมาในรูปของภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้ (ดังแสดงในภาพที่ 13)

1) ข้อมูลสำคัญที่ปรากฏในโจทย์มีอะไรบ้าง

- มีเงิน 220 บาท ซื้อขนมมาในซองเลข 220 บาท

- อัตราส่วนที่ซื้อต่อที่หญิง 6 : 11

สิ่งที่ต้องการหาคำตอบคือ

ซื้อขนมมาซองเลขกี่ซอง

2) จงแสดงแนวคิดและเขียนความสัมพันธ์ของข้อมูลที่ได้จากข้อ (1)

เงินซื้อขนมซอง  $x$  บาท

$$\frac{x}{220} = \frac{6}{11}$$

3) จงแสดงวิธีการแก้ปัญหา โดยใช้ความสัมพันธ์ที่ได้จากข้อ (1) และ (2)

$$\frac{x}{220} = \frac{6}{11}$$

$$x = \frac{6}{11} \cdot 220$$

$$x = 120$$

ภาพที่ 13 แสดงความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ (แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 ใบกิจกรรมที่ 1.1 ภาคผนวก ข หน้า 193)

ภาพที่ 13 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนจะใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในรูปแบบที่รายละเอียดในหลายๆ ส่วนยังไม่ครบถ้วน หรือใช้ภาษาและสัญลักษณ์ที่ไม่สมบูรณ์ หรือสร้างสมการเพื่อหาคำตอบเลย

ผลการศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์จำแนกตามองค์ประกอบด้านที่ 2 การแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ พบว่า ในช่วงแรกความหลากหลายของวิธีการแสดงแนวคิดน้อยมาก นักเรียนส่วนใหญ่เขียนแสดงความสัมพันธ์ตามรูปแบบในหนังสือแบบเรียนที่เคยเรียนมาเท่านั้น หรือนักเรียนบางคนไม่สามารถนำข้อมูลจากสถานการณ์มาเขียนแสดงความสัมพันธ์ได้เลย หรือนักเรียนบางคนถนัดในการนำตัวเลขมาสร้างเป็นสมการโดยที่ไม่มีการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ก่อน ซึ่งส่วนใหญ่แล้วนักเรียนสามารถเขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลได้เพียงแค่วิธีการเดียวเท่านั้น (ดังแสดงในภาพที่ 14)



1) ข้อมูลสำคัญที่ปรากฏในโจทย์มีอะไรบ้าง

จุด 6 คือ : กว้าง = ๕ : 3  
 จุด 9 ทบเลข 22 คือ กว้าง = 16 ซม.  
 สิ่งที่ต้องการหาคือ คือ : กว้าง = ๙ : ๕

จุด 6 มีคือ กว้าง ๑๖ ซม.

2) จงแสดงแนวคิดและเขียนความสัมพันธ์ของข้อมูลที่ได้จากข้อ (1)

sol  $\times$  ใช้จากสมการ

$$\frac{5x - 22}{x - 16} = \frac{9}{5}$$

**ภาพที่ 14** แสดงความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ (แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 ใบบัณฑิตที่ 3.1 ภาคผนวก ข หน้า 195)

ภาพที่ 14 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนเขียนแสดงความสัมพันธ์ตามรูปแบบในหนังสือแบบเรียนที่เคยเรียนมาเท่านั้น หรือนำตัวเลขมาสร้างเป็นสมการโดยที่ไม่มีการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ก่อน ซึ่งส่วนใหญ่แล้วนักเรียนเขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลได้เพียงแค่วิธีการเดียวเท่านั้น และวิธีการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ยังไม่มีการใช้รูปภาพ แผนภาพ แบบจำลอง หรือตัวแทนแนวคิดในลักษณะอื่นๆ

ผลการศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์จำแนกตามองค์ประกอบด้านที่ 3 การนำเสนอ พบว่า ในช่วงแรกเมื่อมีการล้างความรู้พื้นฐานนักเรียนเกี่ยวกับการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวแล้ว นักเรียนสามารถแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้เฉพาะในส่วนที่เป็นสมการง่ายๆ เท่านั้น และระหว่างที่ให้นักเรียนร่วมกันหาวิธีการแก้ปัญหาด้วยตนเอง โดยนักเรียนมักจะถามผู้วิจัยเกี่ยวกับขั้นตอนต่อไปในการแสดงวิธีการแก้ปัญหา เนื่องจากนักเรียนไม่เคยแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวในรูปแบบที่ซับซ้อนมาก่อน อีกทั้งนักเรียนยังมีความรู้เกี่ยวกับการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวในแบบที่ไม่ถูกต้องอีกด้วย (ดังแสดงในภาพที่ 15)

3) จงแสดงวิธีการแก้ปัญหา โดยใช้ความสัมพันธ์ที่ได้จากข้อ (1) และ (2)

$$\frac{5x-22}{3x-16} = \frac{9}{5}$$

$$5(5x-22) = 9(3x-16)$$

$$25x-110 = 27x-144$$

$$34 = 2x$$

$$x = 17$$

มี ๒๐ ข้อ คร. ๕๑/๖๖ ๕๑ คร.

ภาพที่ 15 แสดงความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการนำเสนอ (แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 ใบกิจกรรมที่ 3.1 ภาคผนวก ข หน้า 195)

ภาพที่ 15 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนสามารถแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้เฉพาะในส่วนที่เป็นสมการง่ายและไม่ซับซ้อน

### ช่วงที่ 2 (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แผนที่ 5 - 9)

ผลการศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์จำแนกตามองค์ประกอบด้านที่ 1 การใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ พบว่า เมื่อจัดกิจกรรมการเรียนการสอนไประยะหนึ่ง นักเรียนสามารถใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างไม่เป็นทางการมากนัก แต่มีการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ในการแสดงแนวคิดในการอธิบายมากยิ่งขึ้น (ดังแสดงในภาพที่ 16) ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากผู้วิจัยให้นักเรียนเปรียบเทียบวิธีการเขียนของนักเรียนแต่ละคน โดยใช้วิธีการล้วงความคิด เพื่อให้นักเรียนในชั้นเรียนร่วมกันปรับวิธีการเขียนให้อยู่ในรูปแบบที่เป็นทางการมากยิ่งขึ้น แล้วถามนักเรียนว่า รูปแบบการเขียนแบบไหนที่เข้าใจง่าย และละเอียดมากกว่ากัน จากนั้นให้นักเรียนช่วยกันเรียบเรียงภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง และเป็นลำดับขั้นตอน

## 1) ข้อมูลสำคัญที่ปรากฏในโจทย์มีอะไรบ้าง

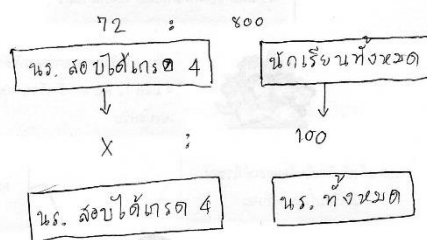
นักเรียน 800 คน สอบได้เกรด 4 จำนวน 72 คน

## สิ่งที่ต้องการหาคำตอบคือ

นักเรียน ที่สอบได้เกรด 4 คิดเป็นร้อยละเท่าใด ของนักเรียนทั้งหมด

## 2) จงแสดงแนวคิดและเขียนความสัมพันธ์ของข้อมูลที่ได้จากข้อ (1)

กำหนดให้ นักเรียน ที่สอบได้เกรด 4 ร้อยละ  $x$  ของนักเรียนทั้งหมด  
เป็นอัตราส่วน  $x : 100$



เขียนอัตราส่วน

$$\frac{x}{100} = \frac{72}{800}$$

## 3) จงแสดงวิธีการแก้ปัญหา โดยใช้ความสัมพันธ์ที่ได้จากข้อ (1) และ (2)

$$\begin{aligned} \frac{x}{100} &= \frac{72}{800} \\ x &= \frac{72}{800} \times 100 \\ x &= 9 \end{aligned}$$

ดังนั้น มีนักเรียนสอบได้เกรด 4 ร้อยละ 9 ของนักเรียนทั้งหมด

ภาพที่ 16 แสดงความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ (แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 ใบกิจกรรมที่ 5.1 ภาคผนวก ข หน้า 196)

ภาพที่ 16 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนสามารถใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างไม่เป็นทางการหรือไม่สมบูรณ์ แต่มีการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ในการแสดงแนวคิดในการอธิบายมากยิ่งขึ้น (นักเรียนควรเขียนกำหนดให้  $x$  แทนอะไร และควรอธิบายความหมายการกำหนดอัตราส่วนของ  $x : 100$ )

ผลการศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์จำแนกตามองค์ประกอบด้านที่ 2 การแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ พบว่า นักเรียนสามารถใช้รูปภาพ แผนภาพ ตาราง หรือตัวแทนแนวคิดในลักษณะอื่นๆ เพื่อแสดงให้เห็นถึงความเชื่อมโยงระหว่างข้อมูลได้หลากหลายมากยิ่งขึ้น และเมื่อสังเกตพฤติกรรมการทำกิจกรรมในชั้นเรียนของนักเรียน พบว่า

นักเรียนมีปฏิสัมพันธ์ระหว่างกันมากยิ่งขึ้น นักเรียนมีความมั่นใจในการแสดงความคิดเห็นและโต้แย้งกันด้วยเหตุผล หรือแม้กระทั่งผู้วิจัยลองเขียนแสดงแนวคิด หรือวิธีการแก้ปัญหาที่ไม่ถูกต้อง/ไม่สมเหตุสมผล นักเรียนก็สามารถแสดงความคิดเห็นได้ว่าเห็นด้วยหรือไม่เห็นด้วยเพราะเหตุใด (ดังแสดงในภาพที่ 17) ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากผู้วิจัยให้นักเรียนทำความเข้าใจบริบทปัญหาของสถานการณ์ที่กำหนดให้ โดยใช้คำถามกระตุ้นเพื่อล้วงความคิดและสนับสนุนความคิดของนักเรียนให้พิจารณาสถานการณ์ว่า นักเรียนสามารถนำเสนอข้อมูลจากสถานการณ์ที่กำหนดให้โดยการวาดภาพ หรือเขียนแสดงในตาราง หรือวิธีการอื่นได้อีกหรือไม่

1) ข้อมูลสำคัญที่ปรากฏในโจทย์มีอะไรบ้าง

- ผู้ชาย 60 คน คนหนึ่งรับรางวัลมาก ผู้ชายอีก 40 คน
- จำนวนที่คะแนนระหว่างภาคได้ 85

สิ่งที่ต้องการหาคำตอบคือ

- จำนวนผู้ได้ 80 ขึ้นไปจากภาคให้ได้คะแนนเต็ม จึงจะได้คะแนนรวม 80 คะแนน จากคะแนนเต็ม 100 คะแนน ก็กล่าวได้ว่าผู้ที่ได้ 80

2) จงแสดงแนวคิดและเขียนความสัมพันธ์ของข้อมูลที่ได้จากข้อ (1)

ผู้ชาย 60 คน คนหนึ่งรับรางวัลมาก ผู้ชายอีก 40 คน

คะแนนระหว่างภาค		คะแนนรวม	คะแนนที่ได้จากภาค ที่ผู้ได้ทำไว้
คะแนนเต็ม	คะแนนที่ได้		
100	85	83	$83 - \frac{60 \times 85}{100}$
60	$\frac{60 \times 85}{100}$		

ภาพที่ 17 แสดงความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ (แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7 ใบกิจกรรมที่ 7.2 ภาคผนวก ข หน้า 197)

ภาพที่ 17 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนสามารถใช้รูปภาพ แผนภาพ ตาราง หรือตัวแทนแนวคิดในลักษณะอื่นๆ เพื่อแสดงให้เห็นถึงความเชื่อมโยงระหว่างข้อมูลได้หลากหลายมากยิ่งขึ้น

ผลการศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์จำแนกตามองค์ประกอบด้านที่ 3 การนำเสนอ พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่สามารถนำเสนอความสัมพันธ์ของข้อมูลมาใช้เขียนแสดงวิธีการแก้ปัญหาในรูปแบบที่ซับซ้อนได้ดียิ่งขึ้น (ดังแสดงในภาพที่ 18) ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากผู้วิจัยเดินดูการทำกิจกรรมในชั้นเรียน แล้วเลือกนักเรียนออกมานำเสนอวิธีการแก้ปัญหาหน้าชั้น

เรียนในรูปแบบที่หลากหลายทั้งที่ถูกต้องและไม่ถูกต้อง จากนั้นครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับขั้นตอนในการแก้ปัญหาดังกล่าว

2) จงแสดงแนวคิดและเขียนความสัมพันธ์ของข้อมูลที่ได้จากข้อ (1)

$$\boxed{4\% \cdot 50 \text{ ลิตร}} + \boxed{5\% \cdot 20 \text{ ลิตร}} + \boxed{20\% \cdot a \text{ ลิตร}}$$

$$10\% \cdot (50 + 20 + a) \text{ ลิตร}$$

$$\frac{4}{100}(50) + \frac{5}{100}(20) + \frac{20}{100}a = \frac{10}{100}(50 + 20 + a)$$

3) จงแสดงวิธีการแก้ปัญหา โดยใช้ความสัมพันธ์ที่ได้จากข้อ (1) และ (2)

$$100 \left( \frac{4}{100}(50) + \frac{5}{100}(20) + \frac{20}{100}a \right) = \left[ \frac{10}{100}(50 + 20 + a) \right] 100$$

$$200 + 100 + 20a = 500 + 200 + 10a$$

$$300 + 20a = 700 + 10a$$

$$20a - 10a = 700 - 300$$

$$10a = 400$$

$$a = \frac{400}{10}$$

$$a = 40$$

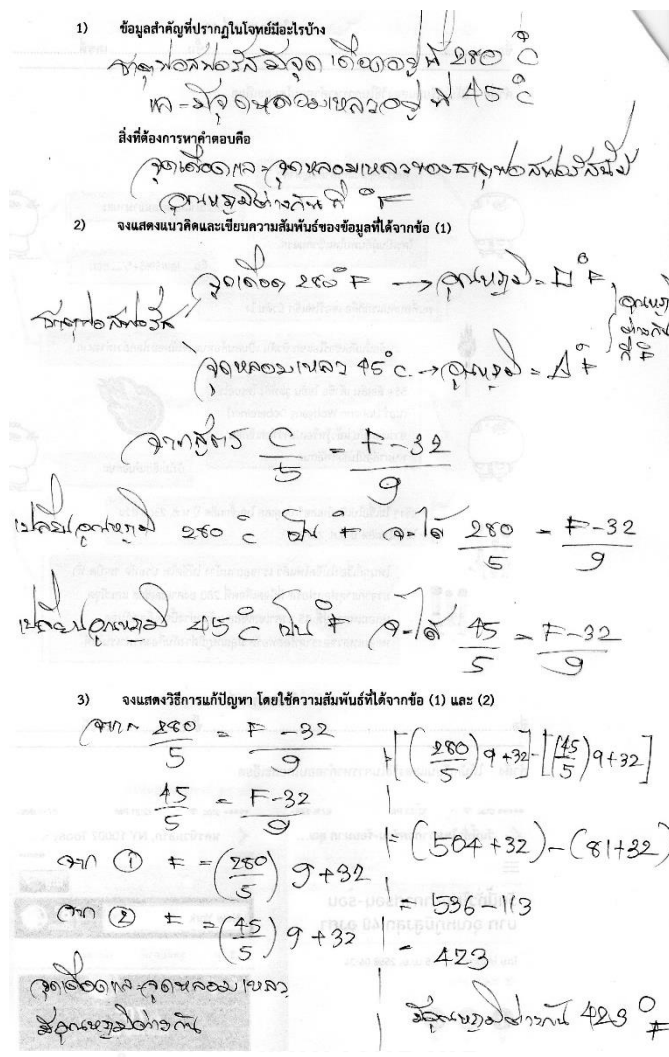
ตอบ  $\therefore$  นมข้นจืด มี 40 ลิตร

**ภาพที่ 18** แสดงความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการนำเสนอ (แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8 ใบกิจกรรมที่ 8.2 ภาคผนวก ข หน้า 198)

ภาพที่ 18 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนมีการแสดงวิธีการแก้ปัญหาความสัมพันธ์ที่มีความซับซ้อนได้ ทั้งนี้นักเรียนยังพยายามใช้วิธีการแก้ปัญหาที่เป็นระบบ มีลำดับขั้นตอน และใช้วิธีการแก้ปัญหาที่สามารถทำให้อยู่ในรูปที่ง่ายที่สุด จากภาพจะพบว่า นักเรียนพยายามทำตัวส่วนให้หายไปก่อน เพื่อให้ความยุ่งยากในการแสดงวิธีการแก้ปัญหาน้อยลง

### ช่วงที่ 3 (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แผนที่ 10 - 14)

ผลการศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์จำแนกตามองค์ประกอบด้านที่ 1 การใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ พบว่า นักเรียนมีการใช้ภาษาคำศัพท์ และสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการแสดงข้อมูลได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม (ดังแสดงในภาพที่ 19) ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากผู้วิจัยให้นักเรียนมีการเปรียบเทียบและอภิปรายวิธีการแก้ปัญหาต่างๆ โดยพยายามล้างความคิดและสนับสนุนความคิดของนักเรียนให้ใช้ภาษาและคำศัพท์ทางคณิตศาสตร์ และฝึกให้นักเรียนเขียนวิธีการแก้ปัญหาโดยใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์อย่างสม่ำเสมอ

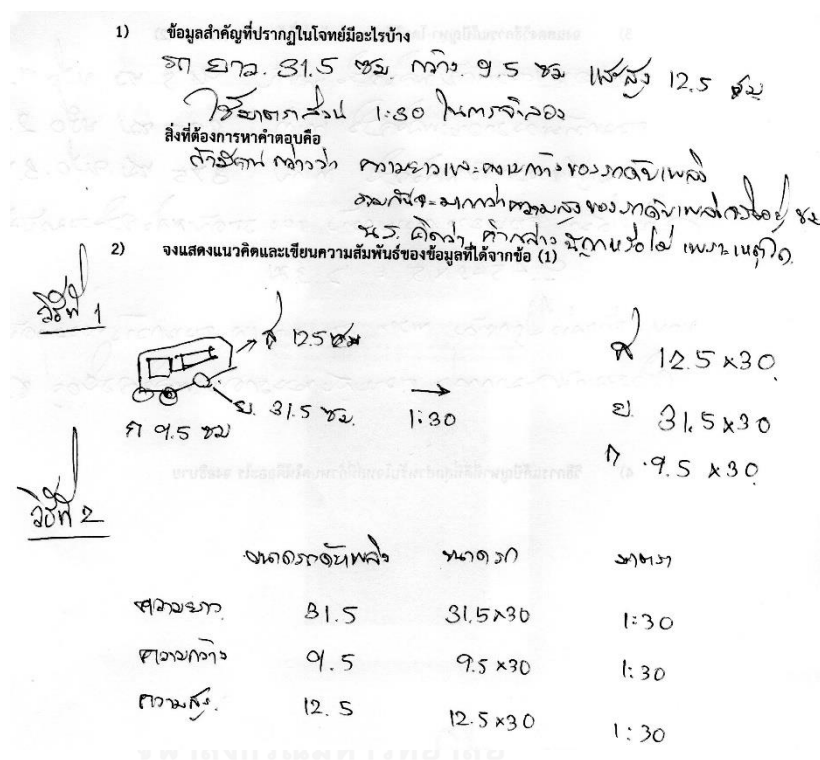


ภาพที่ 19 แสดงความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ (แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10 ใบกิจกรรมที่ 10.1 ภาคผนวก ข หน้า 199)

ภาพที่ 19 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนมีการใช้ภาษา คำศัพท์ และสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ในการแสดงข้อมูลได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม

ผลการศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์จำแนกตามองค์ประกอบด้านที่ 2 การแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ พบว่า นักเรียนสามารถอธิบายแนวคิดโดยใช้รูปภาพ แผนภาพ ตาราง แบบจำลอง หรือตัวแทนแนวคิดในลักษณะอื่นๆ เพื่อให้เห็นถึงความเชื่อมโยงระหว่างแนวคิดทางคณิตศาสตร์และตัวแทนเหล่านั้น มีการนำเสนอแนวคิดได้หลากหลายวิธี และรวดเร็วอีกด้วย (ดังแสดงในภาพที่ 20) อีกทั้งนักเรียนมีปฏิสัมพันธ์ระหว่างกันมากยิ่งขึ้นและเป็นไปอย่างธรรมชาติ หรือบางสถานการณ์ที่ยากหรือซับซ้อนนักเรียนก็กล้ายกมือเพื่อถามคำถามกับผู้วิจัยเพื่อนำไปสู่การแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง และมีความหลากหลาย ทั้งนี้อาจ

เนื่องจากผู้วิจัยเน้นให้นักเรียนนำความสัมพันธ์ของข้อมูลหรือการแสดงแนวคิดของนักเรียนรูปแบบต่างๆ มานำเสนอหน้าชั้นเรียน และสนับสนุนให้นักเรียนอภิปรายเกี่ยวกับวิธีการเขียนแสดงความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลอย่างหลากหลาย และขยายความคิดของนักเรียนโดยการให้สถานการณ์บริบทปัญหาที่ยากและซับซ้อนขึ้น แล้วกระตุ้นให้นักเรียนในการใช้ตัวแทนความคิดในลักษณะต่างๆ มานำเสนอแนวคิดทางคณิตศาสตร์ให้เข้าใจง่ายและเหมาะสมขึ้น



ภาพที่ 20 แสดงความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ (แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 14 ใบกิจกรรมที่ 14.2 ภาคผนวก ข หน้า 201)

ภาพที่ 20 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนสามารถอธิบายแนวคิดโดยใช้รูปภาพ แผนภาพ ตาราง แบบจำลอง หรือตัวแทนแนวคิดในลักษณะอื่นๆ เพื่อให้เห็นถึงความเชื่อมโยงระหว่างแนวคิดทางคณิตศาสตร์และตัวแทนเหล่านั้น มีการนำเสนอแนวคิดได้หลากหลายวิธีอีกด้วย

ผลการศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์จำแนกตามองค์ประกอบด้านที่ 3 การนำเสนอ พบว่า นักเรียนมีการนำเสนอแนวคิดได้อย่างถูกต้อง ชัดเจน และมีลำดับขั้นตอน ถึงแม้ว่าจะเป็นสถานการณ์ที่ยากหรือมีความซับซ้อน อีกทั้งนักเรียนยังมีการใช้พื้นฐานความรู้เดิมมาช่วยในการแก้ปัญหาได้อย่างคล่องแคล่ว (ดังแสดงในภาพที่ 21) ทั้งนี้อาจเนื่องจากผู้วิจัยให้สถานการณ์หรือบริบทปัญหาในชีวิตจริงที่ยากและซับซ้อนขึ้น แล้วล้างความคิดสนับสนุนความคิดและขยายความคิดของนักเรียนเพื่อให้นักเรียนหาวิธีการแก้ปัญหาปัญหาที่

เหมาะสมที่สุดของสถานการณ์ที่กำหนดให้ จึงทำให้นักเรียนสามารถเขียนวิธีการแก้ปัญหาให้อยู่ในรูปแบบที่เป็นทางการได้ถูกต้องและรวดเร็วมากยิ่งขึ้น แม้ว่านักเรียนส่วนใหญ่เริ่มมีกระบวนการแก้ปัญหาอย่างเป็นระบบ มีลำดับขั้นตอนและถูกต้อง แต่ยังพบว่านักเรียนบางส่วนยังไม่สามารถนำความสัมพันธ์ของข้อมูลที่ได้ มาเขียนแสดงวิธีการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง จึงได้สัมภาษณ์นักเรียนเพิ่มเติม พบว่า นักเรียนมีความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับการดำเนินการและสมบัติการเท่ากันของจำนวนไม่เพียงพอ ส่วนนี้อาจเนื่องมาจากผู้วิจัยอาจใช้วิธีการสอนที่มีความหลากหลายไม่มากพอ หรือนักเรียนอาจต้องใช้เวลาการพัฒนาทักษะดังกล่าวมากกว่านี้ ดังนั้นเพื่อให้นักเรียนสามารถพัฒนาทักษะและความคิดได้มากยิ่งขึ้น ในการวิจัยครั้งต่อไปควรปรับเปลี่ยนวิธีการสอนให้มีความหลากหลาย และเพิ่มเวลาในการสอน โดยใช้รูปแบบดังกล่าวให้มากขึ้น

1) ข้อมูลสำคัญที่ปรากฏในโจทย์มีอะไรบ้าง

ชายกระตาดรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่ง เป็นรูปขยาย 1:

สิ่งที่ต้องการหาคาคอบคือ

พื้นที่ของกระตาดรูปขยายจะเป็น 150% ของพื้นที่ 100% หรืออะไร เพราะเหตุใด

2) จงแสดงแนวคิดและเขียนความสัมพันธ์ของข้อมูลที่ได้จากข้อ (1)

ให้ ความกว้างเดิมยาว  $x$  หน่วย  
ความกว้างเดิมยาว  $y$  หน่วย

$$y \begin{array}{|c|} \hline x \\ \hline xy \\ \hline \end{array} \xrightarrow[150\%]{\text{ขยาย}} \left( \frac{150x}{100} \right) \left( \frac{150y}{100} \right) \frac{150y}{100}$$

3) จงแสดงวิธีการแก้ปัญหา โดยใช้ความสัมพันธ์ที่ได้จากข้อ (1) และ (2)

พื้นที่รูปเดิม  $xy$  ตารางหน่วย  
พื้นที่รูปใหม่  $\left( \frac{150x}{100} \right) \left( \frac{150y}{100} \right)$  ตารางหน่วย

เทียบบัญญัติ 100 ยาวคี่

พื้นที่รูปเดิม  $xy$  ตร. หน่วย พื้นที่รูปใหม่  $\left( \frac{150x}{100} \right) \left( \frac{150y}{100} \right)$  ตร. หน่วย  
พื้นที่รูปเดิม 100 ตร. หน่วย พื้นที่รูปใหม่  $\left( \frac{150x}{100} \right) \left( \frac{150y}{100} \right) \times 100 = 225$

ตอบ พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าจะใหญ่ขยายเป็น 150% ของพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าเดิม เพราะพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าใหญ่ขยายเป็น 225% ของพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าเดิม

ภาพที่ 21 แสดงความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการนำเสนอ (แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 12 ใบกิจกรรมที่ 12.2 ภาคผนวก ข หน้า 200)

ภาพที่ 21 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนมีการนำเสนอแนวคิดได้อย่างถูกต้อง ชัดเจน และมีลำดับขั้นตอน ถึงแม้ว่าจะเป็นสถานการณ์ที่ยากหรือมีความซับซ้อน



## บทที่ 5

### สรุปผลการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การวิจัยเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงร่วมกับการพัฒนาความคิดของเด็กที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยมีวัตถุประสงค์ของการวิจัย ดังนี้

1. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงร่วมกับการพัฒนาความคิดของเด็กระหว่างก่อนเรียนกับหลังเรียน

2. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงร่วมกับการพัฒนาความคิดของเด็กระหว่างก่อนเรียนกับหลังเรียน

3. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงร่วมกับการพัฒนาความคิดของเด็กกับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

4. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงร่วมกับการพัฒนาความคิดของเด็กกับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

5. เพื่อศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงร่วมกับการพัฒนาความคิดของเด็ก

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 2 กรุงเทพมหานคร

ตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยเลือกตัวอย่างโดยใช้เทคนิคการสุ่มตัวอย่างแบบเจาะจง (purposive sampling) เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนนวมินทราชินูทิศ สตรีวิทยา 2 สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 2 กรุงเทพมหานคร เนื่องจากเป็นโรงเรียนที่มีการจัดห้องเรียนแบบคละความสามารถ นอกจากนี้ ผู้บริหารและคณะครูในโรงเรียนให้ความร่วมมือ และสนับสนุนในการทำวิจัยเป็นอย่างดี โดยผู้วิจัยเลือกนักเรียนจำนวน 2 ห้องเรียน เพื่อจัดเป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมตามขั้นตอน ดังนี้

1. ผู้วิจัยนำคะแนนรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557 ของนักเรียนทั้ง 12 ห้อง มาหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) และค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S)

2. ผู้วิจัยเลือกนักเรียนจำนวน 2 ห้องเรียนที่มีค่าเฉลี่ยเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) และค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S) ใกล้เคียงกันมากที่สุดจำนวน 2 ห้อง ได้แก่ ห้อง ม. 1/10 จำนวน 49 คน และห้อง ม. 1/11 จำนวน 50 คน ซึ่งมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 73.51 และ 72.32 ตามลำดับ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 7.88 และ 9.09 ตามลำดับ

3. ผู้วิจัยนำค่าเฉลี่ยเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของนักเรียนทั้งสองห้องมาทดสอบความแปรปรวนโดยใช้ค่าเอฟ (F-test) ซึ่งผลการทดสอบพบว่า ความแปรปรวนของคะแนนสอบของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 จากนั้นทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) ของนักเรียนทั้งสองห้องด้วยการทดสอบความแตกต่างด้วยค่าที (t-test) พบว่าค่าเฉลี่ยเลขคณิตของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แสดงว่า นักเรียนทั้งสองห้องมีความรู้รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติมไม่แตกต่างกัน

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย แบ่งออกเป็น 2 ชนิด คือ เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง และเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล โดยมีรายละเอียดดังนี้

1. เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง คือ แผนการจัดการเรียนรู้ที่จัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงร่วมกับการพัฒนาความคิดของเด็กสำหรับกลุ่มทดลอง และแผนการจัดการเรียนรู้ที่จัดกิจกรรมแบบปกติ สำหรับกลุ่มควบคุม เรื่อง การประยุกต์เกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 14 แผน ใช้เวลาสอน 14 คาบเรียน จากนั้นนำไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจสอบความถูกต้องเหมาะสมของเนื้อหา การลำดับเนื้อหา และความสอดคล้องขององค์ประกอบต่างๆ ในแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ และนำมาปรับปรุงและนำไปใช้กับตัวอย่างในการวิจัยต่อไป

2. เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล คือ แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ทั้งฉบับก่อนเรียนและหลังเรียน ซึ่งผ่านการตรวจสอบความตรงของเนื้อหาและความเหมาะสมด้านภาษาโดยผู้ทรงคุณวุฒิ แล้วนำไปทดลองใช้กับนักเรียนที่ไม่ใช่ตัวอย่างในการวิจัย พบว่า มีค่าความเที่ยง ความยาก อำนาจจำแนก ดังนี้

2.1 แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน มีค่าความเที่ยงเป็น 0.788 ค่าความยากเป็น 0.49 – 0.60 และค่าอำนาจจำแนกเป็น 0.33 – 0.74

2.2 แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน มีค่าความเที่ยงเป็น 0.819 ค่าความยากเป็น 0.42 – 0.67 และค่าอำนาจจำแนกเป็น 0.46 – 0.83

2.3 แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน มีค่าความเที่ยงเป็น 0.759 ค่าความยากเป็น 0.48 – 0.57 และค่าอำนาจจำแนกเป็น 0.71 – 0.97

2.4 แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน มีค่าความเที่ยงเป็น 0.794 ค่าความยากเป็น 0.51 – 0.63 และค่าอำนาจจำแนกเป็น 0.48 – 0.67

การวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูลด้วยตนเองกับนักเรียนที่เป็นตัวอย่างในการวิจัยทั้งสองกลุ่ม โดยมีขั้นตอนต่างๆ ดังนี้

### 1. ขั้นเตรียมการ

1.1 ผู้วิจัยสร้างแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงร่วมกับการพัฒนาความคิดของเด็กสำหรับกลุ่มทดลอง และแผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติสำหรับกลุ่มควบคุม

1.2 ผู้วิจัยจัดเตรียมสื่อ อุปกรณ์ และเอกสารที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้สำหรับตัวอย่างในการวิจัยทั้ง 2 กลุ่ม

1.3 ผู้วิจัยนำหนังสืออนุญาตดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูลจากบัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ถึงผู้อำนวยการโรงเรียนนวมินทราชินูทิศ สตรีวิทยา 2 สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 2 กรุงเทพมหานคร

### 2. ขั้นดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล

ผู้วิจัยดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูลของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมกลุ่มละ 14 ชั่วโมง โดยมีรายละเอียดดังนี้

2.1 ผู้วิจัยดำเนินการสอบก่อนการทดลองโดยใช้แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นใช้เวลาฉบับละ 1 ชั่วโมง

2.1.1 ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2558 ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผู้วิจัยให้นักเรียนทั้งสองห้อง คือ ห้อง ม.2/10 และ ม.2/11 ทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน ซึ่งได้ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนสอบของห้อง ม.2/10 และ ม.2/11 เท่ากับ 4.00 และ 4.48 ตามลำดับ นำคะแนนจากการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้งสองห้อง ไปทดสอบความแปรปรวนโดยใช้ค่าเอฟ (F-test) ซึ่งผลการทดสอบพบว่า ความแปรปรวนของคะแนนสอบของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 จากนั้นทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตจากการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ด้วยการทดสอบที (t-test) พบว่า คะแนนจากการทำ

แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แสดงว่า นักเรียนทั้งสองห้องมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกัน

2.1.2 ผู้วิจัยให้นักเรียนทั้งสองห้องทำแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน ซึ่งได้ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนสอบของห้อง ม.2/10 และ ม.2/11 เท่ากับ 1.71 และ 2.98 ตามลำดับ นำคะแนนจากการทำแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้งสองห้อง ไปทดสอบความแปรปรวนโดยใช้ค่าเอฟ (F-test) ซึ่งผลการทดสอบพบว่า ความแปรปรวนของคะแนนสอบของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 จากนั้นทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตจากการทำแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้วยการทดสอบที (t-test) พบว่า คะแนนจากการทำแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แสดงว่า นักเรียนทั้งสองห้องมีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกัน

2.1.3 ผู้วิจัยทำการสุ่มโดยการจับฉลากเพื่อกำหนดกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ผลปรากฏว่า นักเรียนห้อง ม. 2/11 เป็นกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงร่วมกับการพัฒนาความคิดของเด็ก และนักเรียนห้อง ม. 2/10 เป็นกลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

2.2 ผู้วิจัยดำเนินการสอนนักเรียนที่เป็นตัวอย่างในการวิจัยทั้งสองกลุ่มตามแผนการจัดการเรียนรู้ทั้งสองชนิดที่เตรียมไว้ โดยทำการทดลองสอนนักเรียนทั้งสองกลุ่ม กลุ่มละ 2 ชั่วโมงต่อสัปดาห์ เป็นเวลา 7 สัปดาห์ รวมทั้งสิ้น 14 ชั่วโมง ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2558 โดยสอนตามชั่วโมงปกติของโรงเรียนนวมินทราชินูทิศ สตรีวิทยา 2 และเริ่มทดลองสอนตั้งแต่วันที่ 13 สิงหาคม 2558 ถึงวันที่ 29 กันยายน 2558

2.3 เมื่อดำเนินการสอนตามที่กำหนดไว้ในแผนการจัดการเรียนรู้ครบ 14 แผนแล้ว ผู้วิจัยให้นักเรียนทั้งสองห้องทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียน และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ใช้เวลาฉบับละ 1 ชั่วโมง

2.4 ผู้วิจัยนำแบบวัดทั้ง 2 ฉบับมาตรวจให้คะแนน โดยพิจารณาตามคำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัยเพื่อให้อยู่ในขอบเขตที่สามารถใช้เกณฑ์ดังกล่าวได้ จากนั้นนำผลที่ได้ไปวิเคราะห์ข้อมูลด้วยโปรแกรมวิเคราะห์สถิติสำเร็จรูป โดยทำการวิเคราะห์ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และวิเคราะห์ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ โดยใช้คะแนนสอบจากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารฉบับก่อนเรียน

และหลังเรียนของทั้ง 2 ฉบับ มาคำนวณหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ( $s$ ) และทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตด้วยการทดสอบค่าที (t-test) ดังนี้

1. เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงร่วมกับการพัฒนาความคิดของเด็กระหว่างก่อนเรียนกับหลังเรียน โดยนำคะแนนสอบก่อนเรียนและหลังเรียน (t-test dependent)

2. เปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงร่วมกับการพัฒนาความคิดของเด็กระหว่างก่อนเรียนกับหลังเรียน โดยนำคะแนนสอบก่อนเรียนและหลังเรียน (t-test dependent)

3. เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงร่วมกับการพัฒนาความคิดของเด็ก กับกลุ่มที่ได้รับกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ (t-test independent)

4. เปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงร่วมกับการพัฒนาความคิดของเด็ก กับกลุ่มที่ได้รับกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ (t-test independent)

5. วิเคราะห์พัฒนาการของความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงร่วมกับการพัฒนาความคิดของเด็ก โดยศึกษาจากร่องรอยการทำงานของนักเรียนจากใบกิจกรรม และการตอบคำถามในชั้นเรียน รวมทั้งปัญหาและอุปสรรคที่พบขณะดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้การวิเคราะห์เพื่อประกอบการอธิบายผลที่เกิดขึ้นระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

### สรุปผลการวิจัย

การวิจัยเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงร่วมกับการพัฒนาความคิดของเด็กที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 สรุปผลการวิจัย ดังนี้

1. นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงร่วมกับการพัฒนาความคิดของเด็ก มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
2. นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงร่วมกับการพัฒนาความคิดของเด็ก มีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
3. นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงร่วมกับการพัฒนาความคิดของเด็กมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
4. นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงร่วมกับการพัฒนาความคิดของเด็กมีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
5. นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงร่วมกับการพัฒนาความคิดของเด็ก มีพัฒนาการของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ดีขึ้น

### อภิปรายผลการวิจัย

ผู้วิจัยขอเสนอการอภิปรายผลการวิจัยตามสมมติฐานการวิจัย โดยมีรายละเอียดดังนี้

1. จากผลการเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองระหว่างก่อนเรียนกับหลังเรียน พบว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานการวิจัยข้อที่ 1

การที่ผลการวิจัยออกมาเช่นนี้ อาจเนื่องมาจากในขั้นการจัดการเรียนรู้ตามแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงร่วมกับการพัฒนาความคิดของเด็ก มีความเหมาะสมในการพัฒนาและส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยในขั้นที่ 1 ขั้นการทำความเข้าใจบริบทปัญหา เป็นขั้นตอนที่ผู้วิจัยนำเสนอสถานการณ์หรือบริบทปัญหาที่อยู่ในชีวิตจริง แล้วให้นักเรียนทำความเข้าใจบริบทปัญหาด้วยการล้วงความคิด สันนิษฐานความคิดและขยายความคิดเพื่อให้นักเรียนสำรวจสถานการณ์ วิเคราะห์ ค้นหา และระบุสิ่งที่เกี่ยวข้องทางคณิตศาสตร์ของสถานการณ์ที่อยู่ในชีวิตประจำวันเชื่อมโยงกับสถานการณ์ที่กำหนด อีกทั้งการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในขั้นนี้ผู้วิจัยได้

เปิดโอกาสให้นักเรียนพูดอธิบายถึงประสบการณ์ในชีวิตจริงของนักเรียนที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์ ปัญหาที่กำหนดให้ เพื่อนำไปสู่การวิเคราะห์ข้อมูล และแสดงเหตุผลว่า ข้อมูลสำคัญจากสถานการณ์ที่กำหนดให้ นั้นมีอะไรบ้าง และเชื่อมโยงมาสู่ขั้นที่ 2 ขั้นการแสดงวิธีการแก้ปัญหา ซึ่งผู้วิจัยได้ล้างความคิด สนับสนุนความคิด และขยายความคิดเพื่อให้นักเรียนนำข้อมูลที่ได้จากขั้นตอนก่อนหน้ามาเขียนความสัมพันธ์ สร้างแบบจำลองและเขียนแสดงวิธีการแก้ปัญหาได้ด้วยตนเอง พร้อมทั้งเขียนอธิบายข้อสรุปคำตอบได้อย่างถูกต้องและสมเหตุสมผล ซึ่งสอดคล้องกับคำกล่าวของ NCTM (2000: 262-267) ที่กล่าวว่า การให้นักเรียนทำกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ การให้อธิบายเหตุการณ์ต่างๆ อย่างเป็นเหตุเป็นผล นักเรียนจะมีเหตุผลของตนเองที่แตกต่างจากผู้อื่น และการให้นักเรียนได้อธิบายหรือชี้แจงเหตุผลจะช่วยให้นักเรียนได้ทบทวนการทำงานเพื่อสะท้อนความคิดของตน และที่สำคัญคือนักเรียนจะได้ข้อสรุปหรือตัดสินความถูกต้องของสิ่งต่างๆ ด้วยตนเอง นอกจากนี้ในขั้นที่ 3 การเปรียบเทียบหรืออภิปรายคำตอบเป็นขั้นที่ให้นักเรียนวิเคราะห์และเปรียบเทียบเพื่อหาวิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสมหรือดีที่สุดจากวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลาย โดยผู้วิจัยได้จัดบรรยากาศในห้องเรียนให้เป็นห้องเรียนที่เปิดกว้างทางความคิด โต้แย้งกันด้วยเหตุผล พร้อมทั้งล้างความคิด สนับสนุนความคิด และขยายความคิดเพื่อฝึกให้นักเรียนกล้าแสดงความคิดเห็นโดยใช้เหตุผลของตนเองในการอธิบายคำตอบ นำมาสู่การอภิปรายในการหาวิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสมหรือดีที่สุด และในขั้นที่ 4 การสรุป เป็นการให้นักเรียนสรุปผลและสะท้อนสิ่งที่ได้เรียนรู้ โดยครูจะใช้คำถามเพื่อล้างความคิด สนับสนุนความคิด และขยายความคิดเพื่อให้นักเรียนได้นำความรู้และวิธีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนก่อนหน้ามาปรับใช้ผ่านการแก้ปัญหาในสถานการณ์หรือบริบทปัญหาโดยอาจขยายหรือปรับปัญหาเดิมหรือเปลี่ยนปัญหาใหม่ ซึ่งจะให้นักเรียนได้ฝึกการวิเคราะห์ข้อมูล การสร้างแบบจำลองและเขียนวิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสมอีกครั้ง โดยกระบวนการดังกล่าวจึงส่งผลให้ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนพัฒนาในทางที่ดีขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับคำกล่าวของ Lappan and Scharm (1989) ที่ว่าความสามารถในการคิดให้เหตุผลเป็นทักษะที่ต้องฝึกใช้อย่างสม่ำเสมอ โดยการจัดบรรยากาศของชั้นเรียนที่สนับสนุนให้มีการอธิบายแลกเปลี่ยนความคิด ชี้แจงเหตุผลและแก้ปัญหาร่วมกัน ทั้งนี้ครูต้องจัดบรรยากาศที่แสดงให้นักเรียนเห็นว่า การให้เหตุผลเป็นสิ่งที่สำคัญกว่าการได้เพียงคำตอบที่ถูกต้อง และครูไม่ควรคำนึงถึงคำตอบสุดท้ายที่ถูกต้องเท่านั้น แต่ควรให้ความสำคัญกับเหตุผลว่าทำไมนักเรียนจึงได้คำตอบเหล่านั้น และคำตอบเหล่านั้นถูกต้องหรือผิดเพราะเหตุใด (Rowan and Morrow, 1993: 16-18)

อีกทั้งยังสอดคล้องกับผลการวิจัยของ Fauzan, Slettenhaar, and Plomp (2002) ที่พบว่า การศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงส่งผลในเชิงบวกกับกระบวนการเรียนการสอนในห้องเรียน นักเรียนมีพฤติกรรมการเรียนรู้ในเชิงบวก และเป็นวิธีการที่มีศักยภาพสำหรับการเรียนการสอนและการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยเฉพาะอย่างยิ่งในการให้เหตุผล และความคิด

สร้างสรรค์ อีกทั้งยังสอดคล้องกับผลการวิจัยของ สุดารัตน์ ภิรมย์ราช (2555: บทคัดย่อ) ที่ได้ศึกษาผลของการใช้เทคนิค Think-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบ โดยให้นักเรียนเป็นผู้หาความรู้ด้วยตนเอง ในขณะที่ครูจัดสถานการณ์ที่ก่อให้เกิดความน่าสนใจ ทำให้นักเรียนเกิดความสงสัย สำรวจ ค้นหา ทำความเข้าใจ ทำให้นักเรียนสามารถอธิบายและลงข้อสรุปได้ อีกทั้งยังให้นักเรียนอภิปรายร่วมกันเพื่อแลกเปลี่ยนความคิดเห็น พบว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมสูงกว่าก่อนการจัดกิจกรรมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และสอดคล้องกับผลการวิจัยของ พิชาณิกา เพชรสังข์ (2557) ที่พบว่าการจัดกิจกรรมโดยให้นักเรียนได้สำรวจ สืบค้น เพื่อนำข้อมูลต่างๆ ไปแสดงแนวคิดในการแก้ปัญหาด้วยตนเอง จะช่วยให้นักเรียนได้พัฒนาและใช้ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์อีกด้วย

2. จากผลการเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองระหว่างก่อนเรียนกับหลังเรียน พบว่า ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานการวิจัยข้อที่ 2

การที่ผลออกวิจัยออกมาเช่นนี้ อาจเนื่องมาจากการจัดการเรียนรู้ตามแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงร่วมกับการพัฒนาความคิดของเด็กมีความเหมาะสมในการพัฒนาและส่งเสริมความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ โดยหลังจากขั้นที่ 1 ที่นักเรียนได้ทำความเข้าใจบริบทปัญหาแล้ว ในขั้นที่ 2 การแสดงวิธีการแก้ปัญหา เป็นขั้นที่ให้นักเรียนวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูลเพื่อนำมาสร้างแบบจำลองและวิธีการแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม โดยผู้วิจัยได้ล้างความคิดสนับสนุนความคิดและขยายความคิดของนักเรียน ทำให้นักเรียนนำข้อมูลมาสร้างแบบจำลองในการอธิบายแนวคิด และเขียนวิธีการแก้ปัญหาด้วยภาษาของตนเอง โดยให้นักเรียนเชื่อมโยงปัญหาในบริบทชีวิตจริงและคณิตศาสตร์โดยใช้แบบจำลอง และเปิดโอกาสให้นักเรียนแสดงความคิดและสร้างผลงานด้วยตัวนักเรียนเอง ต่อมาในขั้นที่ 3 การเปรียบเทียบหรืออภิปรายคำตอบ ผู้วิจัยได้ล้างความคิด สนับสนุนความคิด และขยายความคิดเพื่อให้นักเรียนเปรียบเทียบวิธีการแก้ปัญหาของนักเรียนแต่ละคน โดยให้นักเรียนร่วมกันแก้ปัญหาและช่วยเหลือซึ่งกันและกัน ผ่านการทำงานร่วมกัน การอภิปราย การอธิบาย การตัดสินใจ การแสดงการเห็นด้วยและการไม่เห็นด้วย การตั้งคำถามหลากหลาย และการสะท้อนความคิด และเปิดโอกาสให้นักเรียนนำเสนอวิธีการแก้ปัญหาที่แตกต่างกัน ร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับขั้นตอนหรือวิธีการแก้ปัญหา สะท้อนความคิด เปรียบเทียบ และหาวิธีการแก้ปัญหาที่ดีที่สุด ทำให้นักเรียนเข้าใจและสามารถเขียนวิธีการแก้ปัญหาในรูปแบบที่เป็นทางการมากยิ่งขึ้น และเป็นการฝึกให้นักเรียนรู้จักการใช้ภาษา คำศัพท์และสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ และรู้จักการเลือกใช้รูปภาพ แผนภาพ ตาราง กราฟ แบบจำลอง หรือตัวแทนแนวคิดในลักษณะอื่นเพื่อนำมาใช้ในการเขียนแสดงข้อมูล วิธีการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง เหมาะสมและนำเสนอได้อย่างเป็นลำดับขั้นตอนมากยิ่งขึ้น ประกอบกับในขั้นที่ 4 การสรุป ผู้วิจัยได้ล้างความคิด สนับสนุนความคิด



และขยายความคิดเพื่อให้นักเรียนร่วมกันอธิบายและอภิปรายเกี่ยวกับความรู้พื้นฐาน ขั้นตอนหรือวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหา สำหรับนำมาใช้ในการแสดงแนวคิดและนำเสนอวิธีการแก้ปัญหาที่ผู้วิจัย ทำทนายให้นักเรียนฝึกจากสถานการณ์หรือบริบทใหม่ที่เกี่ยวข้องกับชีวิตจริงของนักเรียนอีกครั้ง จึง ส่งผลให้ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนพัฒนาในทางที่ดีขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับ แนวคิดที่ว่า การนำแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงมาใช้ในการสอนคณิตศาสตร์ จะช่วยให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหาและพัฒนาความรู้เกี่ยวกับเนื้อหาวิชาที่สอนได้ดียิ่งขึ้น (Dickinson, Eade, Gough, and Hough, 2010) และสอดคล้องกับ NCTM (2000: 271) ที่ได้กล่าว ว่า การจัดการเรียนการสอนที่ให้นักเรียนมีโอกาสแลกเปลี่ยนความรู้ มีปฏิสัมพันธ์ระหว่างนักเรียน ด้วยกัน มีโอกาสชี้แจงแนวคิด อธิบายเหตุผล และสื่อสารให้บุคคลอื่นเห็นด้วยกับแนวคิดของตนทั้ง การพูดและการฟัง กิจกรรมดังกล่าวจะช่วยให้นักเรียนได้สร้างความรู้ เรียนรู้ที่จะรับฟังแนวคิดใน ลักษณะต่างๆ และให้เกิดความชัดเจนในแนวคิดของตนเอง ซึ่งถือว่าเป็นกุญแจสำคัญในการส่งเสริม และพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ และสอดคล้องกับแนวคิดของ Rowan and Morrow (1993: 9-11) ที่ได้กล่าวว่า การเรียนที่เน้นการอภิปรายภายในกลุ่ม เป็นการเปิดโอกาสให้ นักเรียนได้สำรวจแนวคิด อธิบายแนวคิดในกลุ่ม เป็นการส่งเสริมความสามารถการสื่อสารโดยตรง

อีกทั้งยังสอดคล้องกับผลการวิจัยของ หทัยรัตน์ ยศแผ่น (2556: บทคัดย่อ) ที่ได้ศึกษาผลของ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้ พบว่าการจัดกิจกรรมการ เรียนรู้โดยให้ความช่วยเหลือนักเรียนในรูปแบบต่างๆ ที่เหมาะสมกับความสามารถของนักเรียน ใช้การ สนทนา ซักถาม ยกตัวอย่างและอภิปรายเพื่อให้นักเรียนระลึกถึงสิ่งที่นักเรียนเคยเรียน ทำให้ ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมสูงกว่าก่อนการจัด กิจกรรมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

3. จากผลการเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ระหว่างนักเรียน กลุ่มทดลองกับนักเรียนกลุ่มควบคุม พบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการให้เหตุผลทาง คณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคล้องกับ สมมติฐานข้อที่ 3

ในช่วงแรกของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่ม ควบคุมพบว่ามีพฤติกรรมที่ไม่แตกต่างกันมากนักคือ ส่วนใหญ่ตอบคำถามได้อย่างถูกต้องแต่ไม่ สามารถให้เหตุผลได้ว่า ทำไมจึงเป็นเช่นนั้น หรือให้เหตุผลประกอบไม่ได้และไม่สมเหตุผล

ต่อมาในช่วงกลางและช่วงหลังของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนพบว่า นักเรียน กลุ่มควบคุมส่วนใหญ่ไม่สามารถแสดงเหตุผลประกอบที่มาของคำตอบได้ และบางเหตุผลที่นักเรียน นำเสนอไม่มีความสมเหตุผล หรือเหตุผลของนักเรียนไม่มีความเชื่อมโยงกับคำตอบที่นำเสนอหน้า ชั้นเรียน อีกทั้งนักเรียนส่วนใหญ่มักจะรอเหตุผลประกอบคำตอบจากผู้วิจัยเสมอ มีนักเรียนเพียงไม่กี่

คนเท่านั้นที่พยายามนำประสบการณ์หรือสถานการณ์ที่นักเรียนเคยพบเจอในชีวิตประจำวันมาอธิบาย เหตุผลเพิ่มเติมประกอบคำตอบของตนเองได้อย่างถูกต้องและสมเหตุสมผล ดังนั้นผู้วิจัยจึงใช้วิธีการถาม-ตอบ ร่วมกับการอธิบายเหตุผลประกอบคำตอบของนักเรียนที่ยังไม่สมเหตุสมผลให้มีความสมบูรณ์และสมเหตุสมผลมากขึ้น ทั้งนี้ผู้วิจัยและนักเรียนยังร่วมกันตรวจสอบคำตอบที่ได้แต่ละครั้งว่า สมเหตุสมผลหรือไม่ เพราะเหตุใด เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนพยายามยืนยันข้อสรุปและสรุปคำตอบได้อย่างถูกต้องและสมเหตุสมผล

เมื่อสังเกตนักเรียนกลุ่มทดลองพบว่า มีพฤติกรรมที่แสดงถึงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่พัฒนามากขึ้น ทั้งนี้อาจเป็นเพราะว่าในขั้นตอนของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงร่วมกับการพัฒนาความคิดของเด็กนั้น เริ่มต้นด้วยการให้นักเรียนวิเคราะห์สถานการณ์ที่กำหนดให้และเชื่อมโยงกับสถานการณ์ที่เกิดขึ้นในชีวิตจริงของนักเรียน โดยครูล้างความคิด สนับสนุนความคิด และขยายความคิดเพื่อให้นักเรียนแสดงเหตุผลประกอบคำตอบอย่างสม่ำเสมอ จึงส่งผลให้ทุกครั้งที่นักเรียนตอบคำถามนักเรียนจะพยายามนำความรู้หรือประสบการณ์เดิมที่นักเรียนเคยทำ มาสนับสนุนคำตอบของตนเองเสมอ ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของ ชัยศักดิ์ สีลาจรัสกุล (2544: 28) ที่กล่าวว่า การจัดกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ ควรส่งเสริมให้นักเรียนรู้จักการใช้เหตุผล มีความเข้าใจ และเคารพในความคิดเห็นของผู้อื่น และให้นักเรียนมีโอกาสมืออิสระในการแสดงออกถึงความคิดเห็นในการให้เหตุผลของตนเอง (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2545: 195) ประกอบกับในขั้นต่อมาได้ให้นักเรียนสร้างแบบจำลองที่เหมาะสมกับสถานการณ์หรือบริบทปัญหาที่กำหนดให้ ซึ่งผู้วิจัยได้ล้างความคิด สนับสนุนความคิด และขยายความคิดโดยใช้คำถามที่เจาะลึกเพื่อให้นักเรียนนำความรู้ทางคณิตศาสตร์มาวิเคราะห์ถึงความสัมพันธ์ของข้อมูลจากสถานการณ์ที่กำหนด แล้วนำไปสร้างแบบจำลองและวิธีการแก้ปัญหา จากนั้นให้นักเรียนแสดงเหตุผลว่าแบบจำลองที่ได้มานั้นสมเหตุสมผลหรือไม่ เพราะเหตุใด อีกทั้งยังมีขั้นที่ส่งเสริมให้นักเรียนวิเคราะห์และเปรียบเทียบวิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสมหรือดีที่สุดจากวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลาย ซึ่งผู้วิจัยจะล้างความคิด สนับสนุนความคิด และขยายความคิดของนักเรียนโดยการให้นักเรียนร่วมกันแก้ปัญหาและอภิปรายร่วมกันเพื่อให้ นักเรียนสามารถแสดงข้อสรุปของข้อมูลและยืนยันคำตอบได้อย่างถูกต้องและสมเหตุสมผล และในทุกๆ ขั้นตอนของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนครูจะใช้คำถามกระตุ้นเพื่อให้นักเรียนแสดงเหตุผลประกอบคำตอบที่นักเรียนตอบทุกครั้ง ซึ่งสิ่งเหล่านี้จะให้นักเรียนรู้จักการเลือกใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้องและสมเหตุสมผลมากขึ้น และมีการสนับสนุนความคิดและให้กำลังใจนักเรียนทุกครั้งที่นักเรียนพยายามแสดงเหตุผล เพื่อเป็นการฝึกหรือส่งเสริมให้นักเรียนใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในสถานการณ์อื่นที่ทำหามากยิ่งขึ้น

ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของ O'Daffer and Thornquist (1993: 43) ที่กล่าวว่า กิจกรรมคณิตศาสตร์ควรให้นักเรียนนำความรู้ทางคณิตศาสตร์มาประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตประจำวัน และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จะต้องใช้ทักษะหลากหลายในการทำความเข้าใจแนวคิด หากความสัมพันธ์ระหว่างแนวคิดและแก้ปัญหาเกี่ยวกับแนวคิดนั้นๆ และสอดคล้องกับแนวคิดที่ว่า การกระตุ้นและการตั้งคำถามที่มีความยืดหยุ่น จะช่วยเปิดโอกาสให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้และพัฒนาความคิดได้ดียิ่งขึ้น (Holster, 2006) อีกทั้งการจัดกิจกรรมที่ให้นักเรียนได้อภิปรายการให้เหตุผลของตนเองกับครู และกับนักเรียนคนอื่นๆ จะช่วยให้นักเรียนได้รับการพัฒนาการให้เหตุผลมากขึ้น (NCTM, 2000: 262-267) และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์นั้นครูควรจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมให้นักเรียนฝึกการคิดวิเคราะห์ และสรุปแนวคิดอย่างสมเหตุสมผล และจัดกิจกรรมที่เอื้อต่อการเรียนรู้ของนักเรียน โดยการสร้างบรรยากาศการพูดคุยแลกเปลี่ยนความคิดภายในห้องเรียน กระตุ้นให้นักเรียนคิดตลอดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ (กุลนิดา วรรณันท์, 2552: 45; ฌฎีกานต์ รักนาค, 2552: 52 และ สุดารัตน์ ภิรมย์ราช, 2555: 39)

4. จากผลการเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ระหว่างนักเรียนกลุ่มทดลองกับนักเรียนกลุ่มควบคุม พบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานข้อที่ 4

ในช่วงแรกของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมพบว่ามีพฤติกรรมที่ไม่แตกต่างกันมากนักคือ นักเรียนไม่กล้าแสดงออกและไม่กล้าแสดงความคิดเห็น เนื่องจากกลัวว่าคำตอบของตนเองจะผิด จึงส่งผลให้การแสดงแนวคิดและเขียนความสัมพันธ์ของข้อมูลมีเพียงรูปแบบเดียว และเป็นรูปแบบเดียวกับในหนังสือเรียนที่นักเรียนเคยเรียนมา

ต่อมาในช่วงกลางและช่วงหลังของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนพบว่า นักเรียนกลุ่มควบคุมไม่ค่อยอยากมีส่วนร่วมกับการเรียนการสอน และมักจะรอเฉลยจากผู้วิจัยอย่างเดียว มีนักเรียนเพียงไม่กี่คนเท่านั้นที่แสดงความคิดเห็น และยกมือถามคำถามเมื่อเกิดข้อสงสัย ดังนั้นผู้วิจัยจึงพยายามเสริมแรงบวกโดยการให้รางวัลกับนักเรียนที่ตอบคำถาม อีกทั้งยังให้นักเรียนจับกลุ่มทำใบกิจกรรมร่วมกันและครูเดินดูการทำงานของนักเรียน พร้อมทั้งใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนแสดงแนวคิดในการแก้ปัญหาอย่างหลากหลาย แต่ก็พบว่า นักเรียนมีส่วนร่วมในการจัดกิจกรรมและการตอบคำถามเพื่อแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์เพิ่มขึ้นไม่มากนัก ผู้วิจัยจึงสัมภาษณ์นักเรียนเพิ่มเติมพบว่า สาเหตุส่วนหนึ่งเนื่องมาจากนักเรียนส่วนหนึ่งต้องการเวลาในการทำความเข้าใจกับบางสถานการณ์ที่กำหนดให้ที่มีความยากและซับซ้อนมากกว่านี้ จึงส่งผลให้นักเรียนไม่สามารถวิเคราะห์ข้อมูลสำคัญที่โจทย์กำหนดให้ได้ นอกจากนี้ยังมีนักเรียนบางส่วนที่สามารถวิเคราะห์ข้อมูลสำคัญที่

โจทย์กำหนดให้ได้ แต่ยังไม่สามารถเขียนแสดงความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลโดยใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์รูปแบบอื่นๆ นอกเหนือจากที่ครูนำเสนอ

เมื่อสังเกตนักเรียนกลุ่มทดลองพบว่า มีพฤติกรรมที่แสดงถึงความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์มากขึ้น และเห็นพัฒนาการของการแสดงแนวคิดผ่านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างชัดเจน และนำเสนอวิธีการแก้ปัญหาได้อย่างเป็นลำดับขั้นตอน ทั้งนี้อาจเป็นเพราะว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงร่วมกับการพัฒนาความคิดของเด็กในชั้นที่ 2 เน้นให้นักเรียนสร้างแบบจำลองที่เหมาะสมกับสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ โดยครูจะล้วงความคิด สนับสนุนความคิดและขยายความคิดเพื่อให้นักเรียนแสดงแนวคิดและเขียนความสัมพันธ์ของข้อมูลจากสถานการณ์ที่กำหนดให้ด้วยภาษาของตนเอง นอกจากนี้ยังสนับสนุนให้นักเรียนใช้รูปภาพ แผนภาพ ตาราง กราฟ แบบจำลองหรือตัวแทนแนวคิดในลักษณะอื่นๆ ในการแสดงความเชื่อมโยงแนวคิดทางคณิตศาสตร์อีกด้วย ซึ่งผลปรากฏว่า ในช่วงกลางของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ นักเรียนเริ่มมีการวาดภาพ เขียนตาราง ร่างกรอบแนวคิดเพื่อเชื่อมโยงข้อมูลสำคัญที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ถามเข้าด้วยกัน และพอช่วงหลังของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ นักเรียนสามารถแสดงแนวคิด เขียนความสัมพันธ์ของข้อมูลและแสดงวิธีการแก้ปัญหาได้เป็นลำดับขั้นตอนและถูกต้องมากยิ่งขึ้น ประกอบกับในชั้นต่อมาได้ให้นักเรียนมีการแลกเปลี่ยนแนวคิดและวิธีการแก้ปัญหาซึ่งกันและกันที่หลากหลายรูปแบบ อีกทั้งนักเรียนยังได้มีการอภิปรายร่วมกันและฝึกกระบวนการความคิดและวิธีการแก้ปัญหาอย่างเป็นลำดับขั้นตอน ด้วยการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ที่สำคัญการจัดกิจกรรมการเรียนรู้รูปแบบนี้ยังให้นักเรียนมีปฏิสัมพันธ์ร่วมกันระหว่างนักเรียนกับนักเรียน และนักเรียนกับครู และยังเปิดโอกาสให้นักเรียนสามารถนำเสนอแนวคิดในการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องและเป็นลำดับขั้นตอน พร้อมทั้งส่งเสริมให้นักเรียนรับฟังและทำความเข้าใจในวิธีการแก้ปัญหาของนักเรียนคนอื่น และสนับสนุนให้นักเรียนร่วมกันอภิปราย วิเคราะห์เปรียบเทียบวิธีการแก้ปัญหาในแต่ละรูปแบบในประเด็นข้อดี ข้อจำกัด รวมถึงระบุวิธีการแก้ปัญหาที่ดีที่สุดสำหรับสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ นอกจากนี้ในขั้นสุดท้ายของการจัดกิจกรรมยังมีการล้วงความคิด สนับสนุนความคิดและขยายความคิดเพื่อส่งเสริมให้นักเรียนนำความรู้พื้นฐานและวิธีการแก้ปัญหาไปใช้กับสถานการณ์อื่นได้อย่างมีประสิทธิภาพ

ซึ่งสอดคล้องกับคำกล่าวที่ว่า การใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือสำคัญในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เนื่องจากเป็นการใช้สัญลักษณ์เพื่ออธิบายสถานการณ์และความคิดทางคณิตศาสตร์ อีกทั้งยังเป็นเครื่องมือที่สำคัญในการสื่อสารและเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ (Dossey et al, 2002: 83 - 85) ประกอบกับควรให้นักเรียนนำความรู้ทางคณิตศาสตร์มาประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตประจำวัน (O'Daffer and Thornquist, 1993: 43) และการให้นักเรียนมีการอภิปรายมากขึ้นและให้นักเรียนได้ทำกิจกรรมโดยมีปฏิสัมพันธ์กับครูและเพื่อน จะช่วยให้นักเรียนได้

เรียนรู้คณิตศาสตร์ได้ดียิ่งขึ้น (Kramaski and Mevarech, 2003: 470 และ Sheffield and Cruikshank, 2005: 44) และยังกล่าวในทำนองเดียวกันอีกว่า การคิดและการพูดเป็นขั้นตอนสำคัญที่จะนำไปสู่การเขียนของนักเรียน ส่วนใหญ่การพูดเป็นสิ่งที่เกิดขึ้นตามธรรมชาติแต่ไม่ใช่สำหรับการเขียน ถ้านักเรียนสามารถพูดอธิบายเกี่ยวกับความคิดทางคณิตศาสตร์ให้สัมพันธ์กับประสบการณ์ของตนเองได้ พวกเขาจะสามารถเขียนอธิบายแนวคิดดังกล่าวได้เช่นกัน (Huinker and Laughlin, 1996: 81 อ้างถึงใน สุภารัตน์ ภิรมย์ราช, 2555: 101) ดังนั้นนักเรียนจำเป็นต้องมีพัฒนาการทักษะทางด้าน การเขียน การพูด การฟังอย่างหลากหลายในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ การใช้สื่อต่างๆ เช่น วัตถุ รูปภาพ แผนภูมิ การสื่อสารจะช่วยส่งเสริมให้นักเรียนตระหนักถึงความสำคัญของการนำเสนอ การอภิปราย การอ่าน การเขียน และการฟัง (Thomas, 1991: 75) ทั้งนี้เพื่อแสดงแนวคิดหรืออธิบายแนวความคิดของตนเองให้ผู้อื่นได้รับรู้ โดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง มีความกระชับ ชัดเจน และเหมาะสม (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2555: 79) อีกทั้งยังสอดคล้องกับงานวิจัยของ Johanning (2000: 151-160) ที่พบว่าการส่งเสริมให้นักเรียน อ่าน เขียน อภิปรายทางคณิตศาสตร์ จะช่วยให้นักเรียนได้คิดไปพร้อมๆ กัน และนักเรียนยังเกิดความมั่นใจมากขึ้นในการทำงานกลุ่ม ซึ่งทำให้นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการคิด และมีส่วนร่วมในการเรียนรู้คณิตศาสตร์อีกด้วย

## ข้อเสนอแนะ

จากผลการวิจัยดังกล่าว ผู้วิจัยมีข้อเสนอแนะ ดังนี้

### 1. ข้อเสนอแนะสำหรับการนำไปใช้

1.1 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงร่วมกับการพัฒนาความคิดของเด็กนั้น เน้นให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการทำกิจกรรม และมีปฏิสัมพันธ์ระหว่างนักเรียนกับนักเรียน และระหว่างนักเรียนกับครู ดังนั้นในช่วงแรกของการเรียนการสอนควรใช้เวลาให้นักเรียนมากพอ ในการส่งเสริมหรือกระตุ้นให้นักเรียนคิด อีกทั้งครูจะต้องใส่ใจในการใช้คำถาม กระตุ้นนักเรียน เพื่อให้นักเรียนเกิดความคุ้นชินกับการแสดงความคิด การให้เหตุผล การสื่อสาร และการอภิปรายในห้องเรียน

1.2 การออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงร่วมกับการพัฒนาความคิดของเด็ก ควรมีการกำหนดสถานการณ์ปัญหาที่เป็นเหตุการณ์ที่ทันสมัยที่เกิดขึ้นในช่วงเวลาที่สอน เป็นต้น เนื่องจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในแบบนี้ควรมีการยกตัวอย่างที่อยู่ในชีวิตจริงของนักเรียนในช่วงขณะเวลานั้นจึงจะดีที่สุด เพื่อให้นักเรียนมีความรู้สึกร่วมกับสถานการณ์นั้น

1.3 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงร่วมกับการพัฒนาความคิดของเด็ก จะให้ความสำคัญเกี่ยวกับกระบวนการคิดอย่างมีเหตุมีผล และการสื่อสารของนักเรียน โดยครูจะเป็นเพียงผู้ชี้แนะโดยใช้คำถามกระตุ้น ดังนั้นครูจะต้องมีการเตรียมคำถามเพื่อล้วงความคิดของนักเรียน ซึ่งควรเป็นคำถามที่สร้างสรรค์และเกิดประโยชน์กับการแสดงแนวคิดและวิธีการแก้ปัญหา เพื่อนำทางให้นักเรียนไปสู่จุดมุ่งหมาย และสามารถตอบคำถามได้ตรงตามสถานการณ์ที่กำหนด

1.4 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงร่วมกับการพัฒนาความคิดของเด็ก ให้ความสำคัญกับความคิดของนักเรียน ครูจึงต้องเป็นผู้ที่เปิดกว้างทางความคิด พร้อมรับฟังความคิดเห็นของนักเรียน ไม่ยึดติดกับคำตอบรูปแบบใดรูปแบบหนึ่ง

1.5 ครูต้องหมั่นสังเกตพฤติกรรมของนักเรียนที่แสดงถึงความเปลี่ยนแปลงของนักเรียนเป็นรายบุคคล ทั้งในด้านการตอบคำถามในชั้นเรียน การเขียนอธิบาย การทำใบกิจกรรมที่จะสะท้อนถึงพัฒนาการของนักเรียน เพื่อนำข้อมูลเหล่านี้มาออกแบบการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาศักยภาพของนักเรียนให้มากที่สุด เพราะการสอนในรูปแบบนี้ไม่ได้ให้ความสำคัญเพียงแค่งานผลลัพธ์หรือของคำตอบเท่านั้น แต่ยังเน้นกระบวนการคิดของนักเรียนในแต่ละขั้นตอนด้วย

## 2. ข้อเสนอแนะสำหรับการวิจัยครั้งต่อไป

เนื่องจากรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงร่วมกับการพัฒนาความคิดของเด็ก มีขั้นตอนที่เน้นให้นักเรียนสร้างแบบจำลองและหาวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลาย อีกทั้งยังท้าทายให้นักเรียนนำความรู้และวิธีการแก้ปัญหาไปใช้กับสถานการณ์หรือบริบทปัญหาใหม่ที่อยู่ในชีวิตจริง ซึ่งเอื้อต่อการพัฒนาความสามารถในการคิดสร้างสรรค์และความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

จึงเป็นที่น่าสนใจในการที่จะศึกษาว่า รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงร่วมกับการพัฒนาความคิดของเด็กสามารถพัฒนาความสามารถของการคิดสร้างสรรค์และความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ได้หรือไม่ อย่างไร

## รายการอ้างอิง

### ภาษาไทย

กระทรวงศึกษาธิการ. (2551ข). *หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551*.

กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.

กุลนิดา วรรณานันท์. (2552). *ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยใช้โมเดลการอุปนัยที่มีต่อมโนทัศน์ และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3* (วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบริหารธุรกิจ). สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

เกศินี เพ็ชรรุ่ง. (2556). *การพัฒนาชุดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงเพื่อส่งเสริมมโนทัศน์และความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์* (วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบริหารธุรกิจ). สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

เกษณีย์ ยอดไฟอินทร์. (2556). *ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมทออดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการนิรนัยทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3* (วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบริหารธุรกิจ). สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

เจนณรงค์ จันกุนะ, ชีระเดช จิตศศิวิมล, และ บุศรินทร์ เอี่ยมธนากุล. (2554). *การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์พื้นฐานด้วยเกม Number Pop*. ประชุมวิชาการ มอบ. ครั้งที่ 5 "การบูรณาการงานวิจัยสู่ประชาคมอาเซียน".

ชนิสรา เรืองนุ่น. (2556). *ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการกลยุทธ์พุทธิปัญญาและอภิปัญญาที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน มัธยมศึกษาปีที่ 2* (วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบริหารธุรกิจ). สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

- ชูรายา สัสดีวงศ์. (2555). การพัฒนากระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลักเพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดวิเคราะห์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 (วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต). สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ณัฐกานต์ รักนาค. (2552). การพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนตามแนวคิดการถ่ายโยงการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านการแก้ปัญหาคำถามให้เหตุผล และการเชื่อมโยง ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 (วิทยานิพนธ์ดุษฎีบัณฑิต). สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน ภาควิชาหลักสูตรและการสอน บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- นาเดีย กองเป็ง. (2555). ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแอบสแทรกชันที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 (วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต). สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- เบญจมาศ ฉิมมาลี. (2550). ผลของการจัดกิจกรรมคณิตศาสตร์ โดยใช้คำถามระดับสูงประกอบแนวทางพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของฟรายวิลลิก ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และการคิดอย่างมีวิจารณญาณ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 (วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต). สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ปรีชาญ เดชศรี, สุนีย์ คล้ายนิล, และ อัมพิกา ประโมจניים. (2549). การเรียนรู้เพื่อโลกวันพรุ่งนี้. กรุงเทพมหานคร: สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.
- พีชานิกา เพชรสังข์. ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิดที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2. วารสารอิเล็กทรอนิกส์ทางการศึกษา 9 (กรกฎาคม – กันยายน 2557) : 16 – 30.
- พรรณทิพา พรหมรักษ์. (2552). การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการวางนัยทั่วไป เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 (วิทยานิพนธ์ดุษฎีบัณฑิต). สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน ภาควิชาหลักสูตรและการสอน บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.



- วรรณารถ อยู่สุข. (2555). *การพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลและความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้ชุดกิจกรรมเสริมหลักสูตรคณิตศาสตร์และวงจรรการเรียนรู้เชิงประสบการณ์* (วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต). สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- วิจารณ์ พาณิช. (2556). *สนุกกับการเรียนในศตวรรษที่ 21*. กรุงเทพมหานคร: มูลนิธิสดศรี-สฤษดิ์วงศ์.
- วิจารณ์ พาณิช. (2555). *วิธีสร้างการเรียนรู้เพื่อศิษย์ ในศตวรรษที่ 21*. กรุงเทพมหานคร: มูลนิธิสดศรี-สฤษดิ์วงศ์.
- วิโรจน์ สารรัตนะ. (2556). *กระบวนทัศน์ใหม่ทางการศึกษา กรณีที่คณะต่อการศึกษาศตวรรษที่ 21*. กรุงเทพมหานคร: หจก. ทิพย์วิสุทธิ.
- สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ. (2553). *คู่มือนักเรียนในการสอบ O-NET ม.6*. กรุงเทพมหานคร: พานบุญมา.
- สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ. (2557). *การนำผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาตินี้ขึ้นพื้นฐาน (O-NET) ไปสู่การพัฒนาคุณภาพการเรียนการสอน เพื่อยกระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียน*. สืบค้นจาก <http://www.niets.or.th/index.php/files/download/679>
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555). *บทสรุปผลการวิจัย TIMSS 2011 (ด้านนักเรียนและครูผู้สอน)*. สืบค้นจาก [www.ipst.ac.th/files/executive%2520TIMSS%25202011\\_PPT.pdf+&cd=1&hl=th &ct=clnk&gl=th](http://www.ipst.ac.th/files/executive%2520TIMSS%25202011_PPT.pdf+&cd=1&hl=th &ct=clnk&gl=th).
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2551). *เอกสารอบรมครู (หลักสูตรแกนกลาง) ในโครงการความร่วมมือ สกอ. - สพฐ. - สสวท.*
- สมเดช บุญประจักษ์. (2540). *การพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้การเรียนรู้แบบร่วมมือ* (วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต). สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษาคณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- สิริวรรณ จันทร์กุล. (2554). *การสังเคราะห์วิทยานิพนธ์ทางการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์* (วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต). สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- สุนิสา สุมิตรณะ. (2555). *การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น โดยใช้แนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา* (วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต) สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน ภาควิชาหลักสูตรและการสอน บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

- สุดารัตน์ ภิรมย์ราช. (2555). ผลของการใช้เทคนิค Think-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผล และการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ (วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต). สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ. (2545). รายงานการติดตามและประเมินผลการปฏิรูปการศึกษาในวาระครบรอบ 3 ปี ของการประกาศใช้พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542. กรุงเทพมหานคร: สกศ.
- สำนักงานปฏิรูปการศึกษา. (2545). ปัญจปฏิรูปการศึกษา/แนวทางสู่การปฏิบัติ. กรุงเทพมหานคร: พิมพ์ดี จำกัด.
- สำนักงานเลขาธิการสภาการศึกษา. (2556). รายงานการติดตามและประเมินผลการจัดการศึกษาตามนโยบายด้านการศึกษาของรัฐบาล ประจำปี 2555. กรุงเทพมหานคร: สกศ.
- สำนักงานเลขาธิการสภาการศึกษา. (2554). คู่มือสร้างความรู้ความเข้าใจแก่ผู้บริหาร ครู และนักเรียน เพื่อเตรียมความพร้อมรองรับการประเมินตามโครงการวิจัยนานาชาติ (PISA และ TIMSS). กรุงเทพมหานคร: สกศ.
- สำนักงานเลขาธิการสภาการศึกษา. (2552). สภาพปัญหาและแนวทางแก้ปัญหาการจัดการเรียนการสอนที่ส่งผลต่อการพัฒนาคุณภาพผู้เรียนในระดับการศึกษาขั้นพื้นฐาน. กรุงเทพมหานคร: ห้างหุ้นส่วนจำกัด วี.ที.ซี. คอมมิวนิเคชั่น.
- หทัยรัตน์ ยศแผ่นดิน. (2556). ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 (วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต). สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์
- อลิสรา ชมชื่น. (2550). การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยการบูรณาการทฤษฎีการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ การสื่อสาร และการให้เหตุผล เพื่อเสริมสร้างสมรรถภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น (วิทยานิพนธ์ดุษฎีบัณฑิต). สาขาหลักสูตรและการสอน ภาควิชาหลักสูตรและการสอน บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อัมพร ม้าคอง. (2555). ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ (พิมพ์ครั้งที่ 3). กรุงเทพมหานคร: บริษัท 3-คิว มีเดีย จำกัด.
- อัมพร ม้าคอง. (2553). ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: การพัฒนาเพื่อพัฒนาการ. กรุงเทพมหานคร: ศูนย์ตำราและเอกสารทางวิชาการ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

## ภาษาอังกฤษ

- Barnes, H. (2004). Realistic mathematics education: Eliciting alternative mathematical conceptions of learners. *African Journal of Research in Mathematics, Science and Technology Education*, 8(1), 53-64.
- Bellanca, J., & Brandt, R. (2010). *21st century skills: Rethinking how students learn*. Bloomington, IN: Solution Tree Press.
- California State Department of Education. (1989). *California Generalized Rubric for Math*. Retrieved from <http://lawatschalgebra.wikispaces.com/file/view/Witing,+Graphing+Rubric+and+PIE.pdf>
- Cooney, T., Davis, E., & Henderson, K. (1975). *dynamics of teaching secondary school mathematics*. Boston: Houghton Mifflin.
- Daniel, S. (2014). *DIFFERENCE OF STUDENTS MATHEMATICAL CONNECTION ABILITY USING REALISTIC MATHEMATICS EDUCATION APPROACH AND PROBLEM POSING APPROACH IN SMP SWASTA KATOLIK ASSISI MEDAN ACADEMIC YEAR 2014/2015*. Mathematics Education Study Program, Faculty of Mathematics and Science, Universitas Negeri Medan.
- Dickinson, P., & Hough, S. (2012). *Using Realistic Mathematics Education (RME) in UK Classrooms*. England: Mathematics in Education & Industry Schools Project.
- Dickinson, P., Eade, F., Gough, S., & Hough, S. (2010). Using Realistic Mathematics Education with low to middle attaining pupils in secondary schools reference. *Proceedings of the British Congress for Mathematics Education April*.
- Dossey, J. A., et. Al. (2002). *Mathematics Methods and Modeling for Today's Mathematics Classroom a Contemporary Approach to Teaching Grades 7 – 12*. Brooks/Cole.
- Fauzan, A., Slettenhaar, D., & Plomp, T. (2002). *Traditional mathematics education vs. realistic mathematics education: hoping for changes*. Paper presented at the In: 3rd International Conference on Mathematics Education and Society, MES 2002, Helsingør.
- Fraivillig, J., Murphy, L., & Fuson, K. (1999). Advancing Children's Mathematical Thinking in Everyday Mathematics Classrooms. *Journal for Research in Mathematics Education*, 20(2), 2,148-170.

- Hirza, B., Kusumah, Y., Darhim., & Zulkardi,. (2014). Improving Intuition Skills with Realistic Mathematics Education. *IndoMS-JME*, 5(1), 27-34.
- Holster, T. (2006). Purposeful questioning in mathematics: A guiding framework. Retrieved from [https://cdn.auckland.ac.nz/assets/education/about/research/docs/FOED%20Papers/Issue%2017/ACE\\_Paper\\_5\\_Issue\\_17.doc](https://cdn.auckland.ac.nz/assets/education/about/research/docs/FOED%20Papers/Issue%2017/ACE_Paper_5_Issue_17.doc).
- Irwin, K. a. W., J. (2005). Advancing Pasifika Students' Mathematical Thinking. Findings from the New Zealand Numeracy Development Projects 2005. Wellington: Ministry of Education. Retrieved from <http://nzmaths.co.nz/annual-evaluation-reports-and-compendium-papers>
- Johanning. (2000). an analysis of writing and post writing group collaboration in middle school pre - algebra. *School Science and Mathematics*, 10(3), 151-160.
- Kennedy, L., & Tipps, S. (1994). *Guiding children's learning of mathematics*. Belmont, Ca: Wadsworth Pub. Co.
- Kramaski, B., & Mavarech, Z. R. (2003). *The Effects of Metacognitive Training Versus Worked-Out Examples on Students' Mathematical Reasoning*. *British Journal Of Educational Psychology*, 73(2003A), 449 – 471.
- Krulik, S., & Rudnick, J. (1993). *Reasoning and problem solving: A handbook for elementary school teachers*. Boston: Allyn and Bacon.
- Lappan, G., & Schram, P. W. (1989). Communication and Reasoning: Critical Dimensions of Sense Making in Mathematics. *New Directions for Elementary School Mathematics 1989 Yearbook*. Reston Virginia: The National council of Teacher of Mathematics, 14 – 30.
- Marja van den Heuvel-Panhuizen. (2000). Mathematics Education in the Netherlands: A Guided Tour, Freudenthal Institute CD-ROM for ICME9. Retrieved from <http://www.fi.uu.nl/en/rme/TOURdef+ref.pdf>.
- NCTM. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA.: National Council of Teachers of Mathematics.
- O'Daffer, P.G., & Thornquist, B.A. (1993). *Critical Thinking, Mathematical Reasoning and Proof, in Research Ideas for the classroom, High School Mathematics*, 39 – 56.

- O'Daffer, P. (1990). Inductive and Deductive Reasoning. *The Mathematics Teacher*, 83(5), 378-384.
- Rowan, T., & Morrow. (1993). *Implementing K-8 Curriculum and Evaluation Standards from the Arithmetic Teacher*. MA: Allyn and Bacon.
- Sheffield, L. J., & Cruikshank, D. E. (2005). *Teaching and Learning Elementary and Middle School Mathematics*. New York: John Wiley & Sons.
- Stiggins, R. (2001). *An Introduction to Student-Involved Assessment for Learning (4th ed.)*. Upper Saddle River, NJ: Pearson Merrill Prentice Hall.
- Streumer, B. (2007). Inferential and Non-Inferential Reasoning. *Inferential and Non-Inferential Reasoning*, 74(1), 1-29.
- Thomas, D. (1991). *Children Teacher and Mathematics* Ma: Atlyn and Bacon.
- Widjaja, Y., & Heck, A. (2003). How a Realistic Mathematics Education Approach and Microcomputer-Based Laboratory Worked in Lessons on Graphing at an Indonesian Junior High School. *Journal of Science and Mathematics Education in Southeast Asia*, 26(2), 1-51.
- Wu, M. (2010). *Comparing the Similarities and Differences of PISA 2003 and TIMSS*. Paris: OECD Publishing.
- Zulkardi, Z. (1999). How to Design Mathematics Lessons based on the Realistic Approach. Retrieved 20 November, 2014, from [www.reocities.com/ratuilma/rme.html](http://www.reocities.com/ratuilma/rme.html)
- Zulkardi, Z. (2002). *Developing a learning environment on realistic mathematics education for Indonesian student teachers* Twente: University of Twente.



ภาคผนวก

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย  
CHULALONGKORN UNIVERSITY



### รายนามของผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

ผู้ทรงคุณวุฒิที่พิจารณาความตรงตามเนื้อหา ความเหมาะสมของข้อคำถาม ความเหมาะสมของสำนวนภาษา พร้อมทั้งให้ข้อเสนอแนะในการปรับปรุงแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ มีรายนามดังนี้

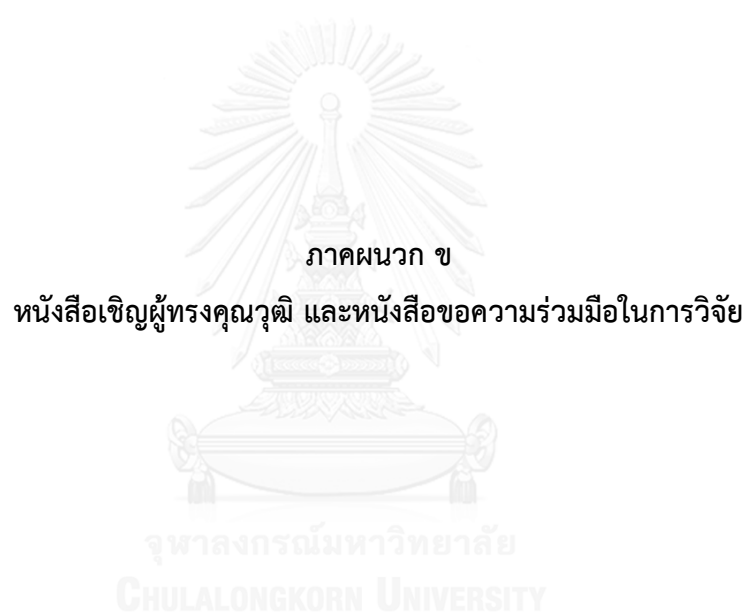
#### ผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

- |                             |   |
|-----------------------------|---|
| 1. ดร.สุพัตรา ผาติวิสันต์   | นักวิชาการ สถาบันส่งเสริมการสอน<br>วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.)                    |
| 2. อาจารย์ ดร. ขวัญ เพ็ญชัย | อาจารย์ภาควิชาคณิตศาสตร์<br>คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัย<br>ศรีนครินทรวิโรฒ             |
| 3. อาจารย์สายชล จันทร์แทน   | อาจารย์ประจำกลุ่มสาระการเรียนรู้<br>คณิตศาสตร์ โรงเรียนนวมินทราชินูทิศ<br>สตรีวิทยา 2 |

#### ผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

- |  |   |
|--|---|
| 1. รองศาสตราจารย์ ดร.เวชฤทธิ์ อังกะภักทรขจร  | อาจารย์ภาควิชาการจัดการเรียนรู้<br>คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา                                |
| 2. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ชนิศวรา เลิศอมรพงษ์ | อาจารย์ภาควิชาการศึกษา สาขาวิชา<br>คณิตศาสตร์ คณะศึกษาศาสตร์<br>มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์            |
| 3. อาจารย์วัฒนิตา นำแสงวานิช                 | อาจารย์ประจำกลุ่มสาระการเรียนรู้<br>คณิตศาสตร์ โรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์<br>มหาวิทยาลัย (ฝ่ายมัธยม) |





ที่ ศธ 0512.6(2791.10)/58-3637



คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย  
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

3 กรกฎาคม 2558

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย

เรียน ดร.สุพัตรา ผาติวิสันต์

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวธัญพิมล จันทร์น่วม นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง “ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงร่วมกับการพัฒนาความคิดของเด็กที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2” โดยมี อาจารย์ ดร.จงกล ทำสวน เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้จึงขอเชิญท่านเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้ นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตั้งกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.ศิริเดช สุชีวะ)

รองคณบดี

ปฏิบัติการแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ  
โทร. 0-2218-2681-82 ต่อ 612



ที่ ศธ 0512.6(2791.10)/58- ๒๐๒๘

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย  
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

3 กรกฎาคม 2558

เรื่อง ขอเชิญบุคลากรในสังกัดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนนวมิทรราชินูทิศ สตรีวิทยา 2

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวธัญพิมล จันทร์นุ่ม นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง “ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงร่วมกับการพัฒนาความคิดของเด็กที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2” โดยมี อาจารย์ ดร.จงกล ทำสวน เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในกรณีนี้จึงขอเชิญ อาจารย์สายชล จันทร์แทน เป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้ นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ อาจารย์สายชล จันทร์แทน เป็นผู้ทรงคุณวุฒิ ดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.ศิริเดช สุขิวะ)

รองคณบดี

ปฏิบัติกรแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ  
โทร. 0-2218-2681-82 ต่อ 612

ที่ ศธ 0512.6(2791.10)/58- ๖๖๖9

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย  
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

3 กรกฎาคม 2558

เรื่อง ขอเชิญบุคลากรในสังกัดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

เรียน คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวธัญพิมล จันทร์น่วม นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง “ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงร่วมกับการพัฒนาความคิดของเด็กที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2” โดยมี อาจารย์ ดร.จงกล ทำสวน เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้จึงขอเชิญ รองศาสตราจารย์ ดร.เวชฤทธิ์ อังกะนภัทรขจร เป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้ นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ รองศาสตราจารย์ ดร.เวชฤทธิ์ อังกะนภัทรขจร เป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.ศิริเดช สุชีวะ)

รองคณบดี

ปฏิบัติการแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ  
โทร. 0-2218-2681-82 ต่อ 612



ที่ ศธ 0512.6(2791.10)/58- 3670

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย  
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

3 กรกฎาคม 2558

เรื่อง ขอเชิญบุคลากรในสังกัดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

เรียน คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวธัญพิมล จันทร์นุ่น นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิทยานิพนธ์เรื่อง “ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงร่วมกับการพัฒนาความคิดของเด็กที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2” โดยมี อาจารย์ ดร.จกมล ทำสวน เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้จึงขอเชิญ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ชนิศวรา เลิศอมรพงษ์ เป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้ นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ชนิศวรา เลิศอมรพงษ์ เป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.ศิริเดช สุชีวะ)

รองคณบดี

ปฏิบัติการแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ  
โทร. 0-2218-2681-82 ต่อ 612



ที่ ศธ 0512.6(2791.10)/58- ๖๖71

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย  
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

3 กรกฎาคม 2558

เรื่อง ขอเชิญบุคลากรในสังกัดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

เรียน คณบดีคณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวธัญพิมล จันทร์นุ่น นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง “ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงร่วมกับการพัฒนาความคิดของเด็กที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2” โดยมี อาจารย์ ดร.จงดล ทำสวน เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้จึงขอเชิญ อาจารย์ ดร.ขวัญ เพี้ยซ้าย เป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้ นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ อาจารย์ ดร.ขวัญ เพี้ยซ้าย เป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.ศิริเดช สุชีวะ)

รองคณบดี

ปฏิบัติการแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ  
โทร. 0-2218-2681-82 ต่อ 612



## บันทึกข้อความ

ส่วนงาน งานหลักสูตรและการจัดการเรียนฯ ฝ่ายวิชาการ คณะครุศาสตร์ จุฬาฯ โทร. 82681-2 ต่อ 608  
 ที่ ศธ 0512.6(2791.10)/58- 3672 วันที่ 3 กรกฎาคม 2558  
 เรื่อง ขอเชิญบุคลากรในสังกัดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

เรียน รองคณบดีและผู้อำนวยการโรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ฝ่ายมัธยม

ด้วย นางสาวธัญพิมล จันทร์น่วม นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง “ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงร่วมกับการพัฒนาความคิดของเด็กที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2” โดยมี อาจารย์ ดร.จงกล ทำสวน เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้จึงขอเชิญ อาจารย์วัฒนิตา นำแสงวานิช เป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้ นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ อาจารย์วัฒนิตา นำแสงวานิช เป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

(รองศาสตราจารย์ ดร.ศิริเดช สุชีวะ)

รองคณบดี

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย  
 CHULALONGKORN UNIVERSITY



ที่ ศธ 0512.6(2791.10)/58- 3673

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย  
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

3 กรกฎาคม 2558

เรื่อง ขอความร่วมมือในการเก็บข้อมูลวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนนวมินทราชินูทิศ สตรีวิทยา 2

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวฉัญพิมล จันทร์นุ่น นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง “ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงร่วมกับการพัฒนาความคิดของเด็กที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2” โดยมี อาจารย์ ดร.จงกล ทำสวน เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้ นิสิตมีความจำเป็นต้องเก็บข้อมูลด้วยแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ทั้งนี้ นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้นิสิตได้ทำการเก็บข้อมูลวิจัยดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.ศิริเดช สุขิวะ)

รองคณบดี

ปฏิบัติกรแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ  
โทร. 0-2218-2681-82 ต่อ 612





ที่ ศธ 0512.6(2791.10)/58- 3674

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย  
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

3 กรกฎาคม 2558

เรื่อง ขอตกลงใช้เครื่องมือวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนศรีธาสุมทร

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวธัญพิมล จันทร์นุ้ม นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง “ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงร่วมกับการพัฒนาความคิดของเด็กที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2” โดยมี อาจารย์ ดร.จงกล ทำสวน เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในกรณีนี้ นิสิตมีความจำเป็นต้องขอตกลงใช้เครื่องมือ คือ แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 (ฉบับก่อนเรียน) และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 (ฉบับหลังเรียน) ทั้งนี้ นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้นิสิตได้ทำการขอตกลงใช้เครื่องมือดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.ศิริเดช สุชีวะ)

รองคณบดี

ปฏิบัติการแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ  
โทร. 0-2218-2681-82 ต่อ 612

ภาคผนวก ค  
โครงสร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และ  
ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย  
CHULALONGKORN UNIVERSITY

ตารางที่ 13 โครงสร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (ก่อนเรียน)

เนื้อหา	จำนวน ชั่วโมง	จำนวนข้อสอบวัดความสามารถ ในการให้เหตุผลทาง คณิตศาสตร์	
		ข้อสอบ (ข้อ)	ใช้จริง (ข้อ)
1. โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับทศนิยม	3	2	1
2. โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเศษส่วน	3	2	1
3. โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	6	3	2
รวม	12	7	4

ตารางที่ 14 การวิเคราะห์เนื้อหาและพฤติกรรมที่ต้องการวัดของแบบวัดความสามารถในการให้ เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (ก่อนเรียน)

เนื้อหา	จุดประสงค์การเรียนรู้	ระดับพฤติกรรม				รวม (ข้อ)
		ความรู้ ความจำ	ความ เข้าใจ	การ นำไปใช้	การ วิเคราะห์	
1. โจทย์ ปัญหา เกี่ยวกับ ทศนิยม	1. นำความรู้เกี่ยวกับทศนิยมไปใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาได้ 2. ตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้			2 ข้อ (ข้อที่ 1,2)		2
2. โจทย์ ปัญหา เกี่ยวกับ เศษส่วน	1. นำความรู้เกี่ยวกับเศษส่วนไปใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาได้ 2. ตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้			2 ข้อ (ข้อที่ 3,4)		2
3. โจทย์ ปัญหา สมการเชิง เส้นตัว แปรเดียว	1. แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้ 2. ตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้			3 ข้อ (ข้อที่ 5,6,7)		3
รวม						7

ตารางที่ 15 โครงสร้างแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ (ก่อนเรียน)

เนื้อหา	จำนวน ชั่วโมง	จำนวนข้อสอบวัดความสามารถ ในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์	
		ข้อสอบ (ข้อ)	ใช้จริง (ข้อ)
1. โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับทศนิยม	3	2	1
2. โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเศษส่วน	3	2	1
3. โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	6	3	2
รวม	12	7	4

ตารางที่ 16 การวิเคราะห์เนื้อหาและพฤติกรรมที่ต้องการวัดของแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ (ก่อนเรียน)

เนื้อหา	จุดประสงค์การเรียนรู้	ระดับพฤติกรรม				รวม (ข้อ)
		ความรู้ ความจำ	ความ เข้าใจ	การ นำไปใช้	การ วิเคราะห์	
1. โจทย์ ปัญหา เกี่ยวกับ ทศนิยม	1. นำความรู้เกี่ยวกับทศนิยมไปใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาได้ 2. ตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้			2 ข้อ (ข้อที่ 1,2)		2
2. โจทย์ ปัญหา เกี่ยวกับ เศษส่วน	1. นำความรู้เกี่ยวกับเศษส่วนไปใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาได้ 2. ตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้			2 ข้อ (ข้อที่ 3,4)		2
3. โจทย์ ปัญหา สมการเชิง เส้นตัว แปรเดียว	1. แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้ 2. ตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้			3 ข้อ (ข้อที่ 5,6,7)		3
รวม						7

ตารางที่ 17 โครงสร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (หลังเรียน)

เนื้อหา	จำนวน ชั่วโมง	จำนวนข้อสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์	
		ข้อสอบ (ข้อ)	ใช้จริง (ข้อ)
1. การประยุกต์เกี่ยวกับอัตราส่วน	4	2	1
2. การประยุกต์เกี่ยวกับร้อยละ	5	2	1
3. การประยุกต์เกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ	5	3	2
รวม	14	7	4

ตารางที่ 18 การวิเคราะห์เนื้อหาและพฤติกรรมที่ต้องการวัดของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (หลังเรียน)

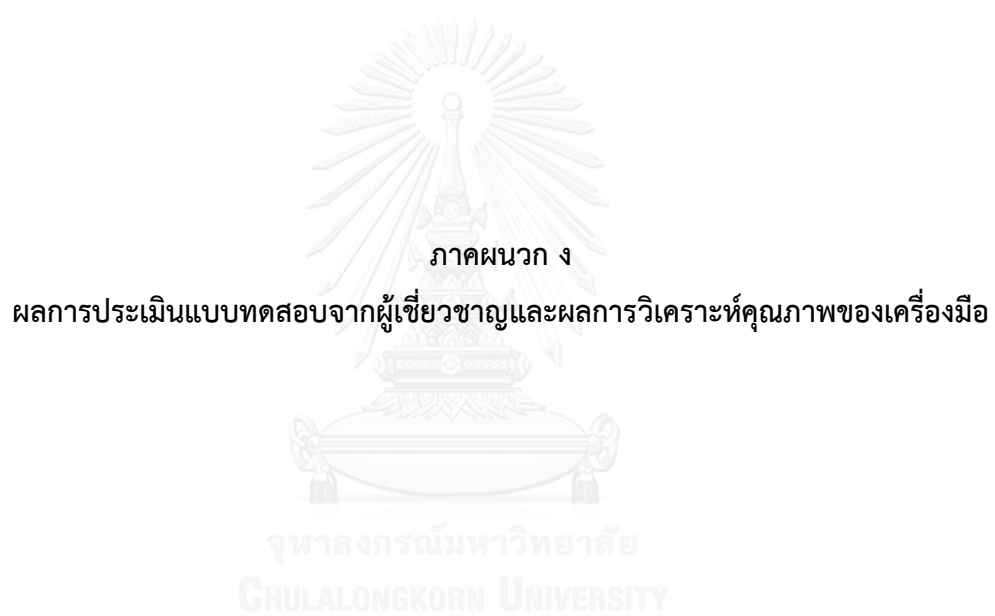
เนื้อหา	จุดประสงค์การเรียนรู้	ระดับพฤติกรรม				รวม (ข้อ)
		ความรู้ ความจำ	ความเข้าใจ	การนำไปใช้	การวิเคราะห์	
1. การประยุกต์เกี่ยวกับอัตราส่วน	1. แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอัตราส่วนได้ 2. ตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้			2 ข้อ (ข้อที่ 1,2)		2
2. การประยุกต์เกี่ยวกับร้อยละ	1. แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับร้อยละได้ 2. ตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้			2 ข้อ (ข้อที่ 3,4)		2
3. การประยุกต์เกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ	1. ใช้อัตราส่วนและร้อยละแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ ได้ 2. ตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้			3 ข้อ (ข้อที่ 5,6,7)		3
รวม						7

ตารางที่ 19 โครงสร้างแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ (หลังเรียน)

เนื้อหา	จำนวน ชั่วโมง	จำนวนข้อสอบวัดความสามารถ ในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์	
		ข้อสอบ (ข้อ)	ใช้จริง (ข้อ)
1. การประยุกต์เกี่ยวกับอัตราส่วน	4	2	1
2. การประยุกต์เกี่ยวกับร้อยละ	5	2	1
3. การประยุกต์เกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ	5	3	2
รวม	14	7	4

ตารางที่ 20 การวิเคราะห์เนื้อหาและพฤติกรรมที่ต้องการวัดของแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ (หลังเรียน)

เนื้อหา	จุดประสงค์การเรียนรู้	ระดับพฤติกรรม				รวม (ข้อ)
		ความรู้ ความจำ	ความ เข้าใจ	การ นำไปใช้	การ วิเคราะห์	
1. การ ประยุกต์ เกี่ยวกับ อัตราส่วน	1. แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอัตราส่วน ได้ 2. ตระหนักถึงความสมเหตุสมผล ของคำตอบที่ได้			2 ข้อ (ข้อที่ 1,2)		2
2. การ ประยุกต์ เกี่ยวกับ ร้อยละ	1. แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับร้อยละได้ 2. ตระหนักถึงความสมเหตุสมผล ของคำตอบที่ได้			2 ข้อ (ข้อที่ 3,4)		2
3. การ ประยุกต์ เกี่ยวกับ อัตราส่วน และร้อยละ	1. ใช้อัตราส่วนและร้อยละแก้ปัญหา ในสถานการณ์ต่างๆ ได้ 2. ตระหนักถึงความสมเหตุสมผล ของคำตอบที่ได้			3 ข้อ (ข้อที่ 5,6,7)		3
รวม						7



### ผลการประเมินแบบทดสอบจากผู้เชี่ยวชาญ

ระดับการประเมินความสอดคล้องเฉลี่ย ( $\bar{x}$ ) ของโครงสร้างแบบวัด		
คะแนน IOC $\geq 0.67$	หมายถึง	ใช้ได้
ระดับการประเมินในความเหมาะสมเฉลี่ย ( $\bar{x}$ ) ของโครงสร้างแบบวัด		
คะแนน 4.01 – 5.00	หมายถึง	เหมาะสมมากที่สุด
คะแนน 3.01 – 4.00	หมายถึง	เหมาะสมมาก
คะแนน 2.01 – 3.00	หมายถึง	เหมาะสมปานกลาง
คะแนน 1.01 – 2.00	หมายถึง	เหมาะสมน้อย
คะแนน 0.01 – 1.00	หมายถึง	เหมาะสมน้อยที่สุด

โดยเกณฑ์ในการคัดเลือกแบบวัด คือ เลือกข้อสอบที่มีค่า IOC  $\geq 0.67$  และค่าความเหมาะสม 3.01 – 5.00





**ตารางที่ 21** ผลการประเมินความสอดคล้องและความเหมาะสม ( $\bar{x}$ ) ของโครงสร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน

**ตอนที่ 1** ประเมินความสอดคล้องของโครงสร้างแบบวัดกับนิยามและเกณฑ์การให้คะแนน

ข้อ 1	ข้อ 2	ข้อ 3	ข้อ 4	ข้อ 5	ข้อ 6	ข้อ 7
1.00	1.00	1.00	1.00	0.67	1.00	0.67

**ตอนที่ 2** ประเมินความเหมาะสมของโครงสร้างแบบวัด

รายการประเมิน	ข้อ 1	ข้อ 2	ข้อ 3	ข้อ 4	ข้อ 5	ข้อ 6	ข้อ 7
1. ความถูกต้องของภาษาที่ใช้	4.00	4.00	4.00	3.67	4.00	4.00	3.33
2. ความชัดเจนของภาษาที่ใช้	3.67	3.67	3.67	3.33	4.00	3.67	3.33
3. ระดับของภาษาที่ใช้กับระดับของผู้เรียน	4.00	3.67	4.00	3.67	4.00	3.67	3.33
4. ข้อสอบกับเนื้อหาที่ใช้	4.67	4.67	4.33	4.00	4.33	4.33	4.33
5. ข้อสอบกับระดับพฤติกรรมการเรียนรู้	4.67	4.67	4.67	4.33	4.33	4.33	4.67
6. ข้อสอบกับเวลาที่ใช้	4.33	4.33	4.33	4.33	4.33	4.33	4.33
ค่าเฉลี่ยรวม	4.22	4.17	4.17	3.89	4.17	4.06	3.89

**ตารางที่ 22** ผลการประเมินความสอดคล้องและความเหมาะสม ( $\bar{x}$ ) ของโครงสร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน

**ตอนที่ 1** ประเมินความสอดคล้องของโครงสร้างแบบวัดกับนิยามและเกณฑ์การให้คะแนน

ข้อ 1	ข้อ 2	ข้อ 3	ข้อ 4	ข้อ 5	ข้อ 6	ข้อ 7
1.00	0.67	0.67	1.00	0.67	1.00	1.00

**ตอนที่ 2** ประเมินความเหมาะสมของโครงสร้างแบบวัด

รายการประเมิน	ข้อ 1	ข้อ 2	ข้อ 3	ข้อ 4	ข้อ 5	ข้อ 6	ข้อ 7
1. ความถูกต้องของภาษาที่ใช้	4.00	4.00	3.33	4.00	3.67	4.00	3.67
2. ความชัดเจนของภาษาที่ใช้	4.00	4.00	3.33	4.00	3.67	4.00	4.00
3. ระดับของภาษาที่ใช้กับระดับของผู้เรียน	4.33	4.67	3.67	4.00	3.67	4.67	4.00
4. ข้อสอบกับเนื้อหาที่ใช้	4.67	4.67	4.33	4.33	4.67	4.33	4.33
5. ข้อสอบกับระดับพฤติกรรมการเรียนรู้	4.67	4.67	4.33	4.33	4.67	4.33	4.33
6. ข้อสอบกับเวลาที่ใช้	4.67	4.67	4.33	4.33	4.67	4.33	4.33
ค่าเฉลี่ยรวม	4.39	4.45	3.89	4.17	4.17	4.28	4.11

**ตารางที่ 23** ผลการประเมินความสอดคล้องและความเหมาะสม ( $\bar{x}$ ) ของโครงสร้างแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน

**ตอนที่ 1** ประเมินความสอดคล้องของโครงสร้างแบบวัดกับนิยามและเกณฑ์การให้คะแนน

ข้อ 1	ข้อ 2	ข้อ 3	ข้อ 4	ข้อ 5	ข้อ 6	ข้อ 7
1.00	0.67	1.00	0.67	1.00	1.00	1.00

**ตอนที่ 2** ประเมินความเหมาะสมของโครงสร้างแบบวัด

รายการประเมิน	ข้อ 1	ข้อ 2	ข้อ 3	ข้อ 4	ข้อ 5	ข้อ 6	ข้อ 7
1. ความถูกต้องของภาษาที่ใช้	4.00	4.33	5.00	4.67	5.00	4.00	4.67
2. ความชัดเจนของภาษาที่ใช้	4.33	4.67	4.67	4.33	5.00	4.33	4.67
3. ระดับของภาษาที่ใช้กับระดับของผู้เรียน	4.67	5.00	5.00	5.00	5.00	5.00	5.00
4. ข้อสอบกับเนื้อหาที่ใช้	4.67	5.00	5.00	4.67	5.00	5.00	5.00
5. ข้อสอบกับระดับพฤติกรรมการเรียนรู้	5.00	5.00	5.00	4.67	5.00	5.00	5.00
6. ข้อสอบกับเวลาที่ใช้	4.67	4.67	4.67	4.67	4.67	4.67	4.67
ค่าเฉลี่ยรวม	4.56	4.79	4.89	4.67	4.95	4.67	4.84

**ตารางที่ 24** ผลการประเมินความสอดคล้องและความเหมาะสม ( $\bar{x}$ ) ของโครงสร้างแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน

**ตอนที่ 1** ประเมินความสอดคล้องของโครงสร้างแบบวัดกับนิยามและเกณฑ์การให้คะแนน

ข้อ 1	ข้อ 2	ข้อ 3	ข้อ 4	ข้อ 5	ข้อ 6	ข้อ 7
1.00	0.67	1.00	1.00	0.67	1.00	1.00

**ตอนที่ 2** ประเมินความเหมาะสมของโครงสร้างแบบวัด

รายการประเมิน	ข้อ 1	ข้อ 2	ข้อ 3	ข้อ 4	ข้อ 5	ข้อ 6	ข้อ 7
1. ความถูกต้องของภาษาที่ใช้	5.00	4.33	5.00	4.67	3.67	5.00	5.00
2. ความชัดเจนของภาษาที่ใช้	5.00	4.67	5.00	4.67	4.00	5.00	5.00
3. ระดับของภาษาที่ใช้กับระดับของผู้เรียน	5.00	4.67	5.00	4.67	4.00	5.00	5.00
4. ข้อสอบกับเนื้อหาที่ใช้	5.00	5.00	5.00	5.00	4.33	5.00	5.00
5. ข้อสอบกับระดับพฤติกรรมการเรียนรู้	5.00	5.00	5.00	5.00	4.67	5.00	5.00
6. ข้อสอบกับเวลาที่ใช้	4.67	4.67	5.00	4.67	4.67	4.67	4.67
ค่าเฉลี่ยรวม	4.95	4.72	5.00	4.78	4.22	4.95	4.95

### ผลการวิเคราะห์คุณภาพเครื่องมือ

มีเกณฑ์ในการคัดเลือกแบบวัด คือ

ค่าความยาก (P)	0.20 – 0.80
ค่าอำนาจจำแนก (r)	มีค่าตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป
และ ค่าความเที่ยง	มีค่าตั้งแต่ 0.60 ขึ้นไป

คุณภาพเครื่องมือแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน

ตารางที่ 25 แสดงค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเที่ยงของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน จำนวน 4 ข้อ (นำไปใช้จริง)

ข้อที่	ค่าความยาก (P)	ค่าอำนาจจำแนก (r)	ค่าความเที่ยงของข้อสอบทั้งฉบับ
1	0.60	0.52	0.788
2	0.54	0.74	
3	0.49	0.74	
4	0.52	0.33	

คุณภาพเครื่องมือแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน

ตารางที่ 26 แสดงค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเที่ยงของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน จำนวน 4 ข้อ (นำไปใช้จริง)

ข้อที่	ค่าความยาก (P)	ค่าอำนาจจำแนก (r)	ค่าความเที่ยงของข้อสอบทั้งฉบับ
1	0.52	0.63	0.819
2	0.42	0.83	
3	0.60	0.46	
4	0.67	0.50	

**คุณภาพเครื่องมือแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน**

**ตารางที่ 27** แสดงค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเที่ยงของแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน จำนวน 4 ข้อ (นำไปใช้จริง)

ข้อที่	ค่าความยาก (P)	ค่าอำนาจจำแนก (r)	ค่าความเที่ยงของข้อสอบทั้งฉบับ
1	0.53	0.94	0.759
2	0.57	0.85	
3	0.50	0.71	
4	0.48	0.97	

**คุณภาพเครื่องมือแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน**

**ตารางที่ 28** แสดงค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเที่ยงของแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน จำนวน 4 ข้อ (นำไปใช้จริง)

ข้อที่	ค่าความยาก (P)	ค่าอำนาจจำแนก (r)	ค่าความเที่ยงของข้อสอบทั้งฉบับ
1	0.63	0.67	0.794
2	0.55	0.65	
3	0.56	0.52	
4	0.51	0.48	



แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (ฉบับก่อนเรียน)

2. ครูหม่อมมีช็อกโกแลต 2 กล่อง แต่ละกล่องมีจำนวนช็อกโกแลตเท่ากัน และมีช็อกโกแลตสองชนิด คือ รสนม และรสชาเขียว ปนกันอยู่ภายในกล่อง ในปริมาณดังนี้

กล่องใบที่ 1 มีช็อกโกแลตรสนม  $\frac{2}{5}$  ของทั้งหมด

กล่องใบที่ 2 มีช็อกโกแลตรสนม  $\frac{4}{7}$  ของทั้งหมด

จากโจทย์ที่กำหนดให้ จงตอบคำถามต่อไปนี้

2.1 จงนำข้อมูลมาเขียนแสดงความสัมพันธ์เพื่อใช้ในการอธิบายว่า กล่องใดมีช็อกโกแลตรสชาเขียวมากกว่ากัน (โดยไม่ต้องคำนวณ)





2.2 จากโจทย์ หากครูเหม่มนำช็อกโกแลตทั้งสองกล่องมาเทรวมกัน แล้วให้นักเรียนหยิบช็อกโกแลตไป 1 ชิ้น นักเรียนคิดว่ามีโอกาสจะหยิบได้ช็อกโกแลตรสใด เพราะเหตุใด จงอธิบาย



### แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (ฉบับหลังเรียน)

---

4. ไพรินท์เปิดร้านรับย่อและขยายกรอบรูป มีลูกค้า 2 คนมาสั่งขยายกรอบรูป 120% ของรูปเดิม ดังนี้

**ลูกค้าคนที่ 1** มีกรอบรูปรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า มีด้านยาว 15 เซนติเมตร และด้านกว้าง 4 เซนติเมตร

**ลูกค้าคนที่ 2** มีกรอบรูปรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก มีฐานยาว 12 เซนติเมตร และ สูง 10 เซนติเมตร

**จากโจทย์ที่กำหนดให้ จงตอบคำถามต่อไปนี้**

4.1 จงนำข้อมูลมาเขียนแสดงความสัมพันธ์เพื่อใช้ในการอธิบายว่า พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้านี้ เพิ่มขึ้นกี่ตารางเซนติเมตร (โดยไม่ต้องคำนวณ)



4.2 จากโจทย์ สังเกตได้ว่า เดิมกรอบรูปของลูกค้าทั้งสองคนมีพื้นที่เท่ากัน คือ 60 ตารางเซนติเมตร และขยายกรอบรูป 120% ของรูปเดิมเท่ากันอีก จูโน่จึงกล่าวว่า “หลังจากขยายกรอบรูปแล้ว พื้นที่ของกรอบรูปลูกค้าทั้งสองคนก็จะเท่ากันด้วย” จูโน่กล่าวถูกต้องหรือไม่ เพราะเหตุใด จงอธิบาย



**แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ (ฉบับก่อนเรียน)**

---

2. ประยูรได้รับเงินเดือน 25,280 บาท เขาฝากธนาคาร  $\frac{2}{5}$  ของเงินเดือน จ่ายค่าเช่าบ้าน  $\frac{1}{8}$  ของเงินเดือน และเป็นค่าใช้จ่ายส่วนตัว  $\frac{1}{4}$  ของเงินที่เหลือจากฝากธนาคารและจ่ายค่าเช่าบ้าน จงหาว่า ประยูรมีค่าใช้จ่ายส่วนตัวเดือนละเท่าไร

**จากโจทย์ที่กำหนดให้ จงตอบคำถามต่อไปนี้**

2.1 จงแสดงแนวคิดและเขียนความสัมพันธ์ของข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้



จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

2.2 จงแสดงวิธีการแก้ปัญหา โดยใช้ความสัมพันธ์ของข้อมูลที่ได้จากข้อ 2.1

### แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ (ฉบับหลังเรียน)

---

1. กนกมีจำนวนเหรียญห้าบาทและเหรียญสิบบาทเป็นอัตราส่วน 2 : 5 เมื่อกนกนำเหรียญสิบบามาเพิ่ม 12 เหรียญ ทำให้อัตราส่วนของจำนวนเหรียญห้าบาทต่อเหรียญสิบบาทเป็น 1 : 4 จงหาว่าเดิมกนกมีเงินอยู่ที่บาท

จากข้อมูลที่กำหนดให้ จงตอบคำถามต่อไปนี้

1.1 จงแสดงแนวคิดและเขียนความสัมพันธ์ของข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้



จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

1.2 จงแสดงวิธีการแก้ปัญหา โดยใช้ความสัมพันธ์ของข้อมูลที่ได้จากข้อ 1.1



### แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6

สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

วันที่สอน \_\_\_\_\_

เวลา \_\_\_\_\_

ระยะเวลา 50 นาที

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 การประยุกต์เกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ

เรื่อง การประยุกต์เกี่ยวกับร้อยละ (2)

#### 1. จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้: นักเรียนสามารถ

1. อธิบายความหมายของร้อยละได้
2. อธิบายวิธีการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับร้อยละได้

ด้านทักษะ/กระบวนการ: นักเรียนสามารถ

1. แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับร้อยละได้
2. ใช้ภาษา สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ประกอบการอธิบายและนำเสนอแนวคิดในการแก้ปัญหเกี่ยวกับร้อยละได้
3. ให้เหตุผลที่แสดงถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบได้

ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์: นักเรียน

1. มีความกระตือรือร้นและมีส่วนร่วมในชั้นเรียน
2. มีความรับผิดชอบในการทำงาน
3. มีความละเอียดรอบคอบในการทำงาน

#### 2. สาระสำคัญ



ขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาร้อยละเกี่ยวกับของผสม มี 6 ขั้นตอน ดังต่อไปนี้

1. อ่านโจทย์ให้เข้าใจ
2. ระบุข้อมูลสำคัญที่โจทย์กำหนดให้
3. ระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการหาคำตอบ
4. เขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลในรูปของสัดส่วน
5. หาคำตอบจากความสัมพันธ์ที่ได้
6. สรุปคำตอบให้ตรงกับสิ่งที่โจทย์ต้องการ



ร้อยละ

ร้อยละ หรือ เปอร์เซนต์ เป็นอัตราส่วนแสดงการเปรียบเทียบปริมาณใดปริมาณหนึ่งกับ 100

ร้อยละ 80 หรือ 80% เท่ากับ  $80 : 100$  หรือ  $\frac{80}{100}$

ในทางกลับกัน เราสามารถเขียนอัตราส่วนให้อยู่ในรูปร้อยละ เช่น

$$4 : 5 = \frac{4}{5} = \frac{4 \times 20}{5 \times 20} = \frac{80}{100} = 80\%$$

**ของผสม** หมายถึง “สิ่งของที่ได้จากการนำสิ่งของตั้งแต่สองชนิดขึ้นไปมาผสมกัน ซึ่งของผสมที่ได้จะเป็นของผสมชนิดใหม่ หรือเป็นสิ่งของชนิดเดิมที่มีคุณภาพเปลี่ยนไป”

### 3. สารการเรียนรู้

**ตัวอย่างที่ 6.1** หากนักเรียนนำ NaOH 50% ที่มีปริมาตร 300 มิลลิลิตร ผสมกับ NaOH 25% ที่มีปริมาตร 200 มิลลิลิตร จะได้ NaOH ผสมที่มีความเข้มข้นกี่ %

**หมายเหตุ :** NaOH มีชื่อเรียกว่า โซดาไฟ หรือโซเดียมไฮดรอกไซด์

#### วิธีที่ 1

ให้ NaOH ผสม มีความเข้มข้น  $m\%$

เนื่องจาก NaOH 50% ปริมาตร 300 ml จะมี NaOH แท้ =  $\frac{50}{100} \times 300 = 150$  ml

และ NaOH 25% ปริมาตร 200 ml จะมี NaOH แท้ =  $\frac{25}{100} \times 200 = 50$  ml

จะได้ว่า ปริมาตร NaOH =  $300 + 200 = 500$  ml

จะมี NaOH แท้ =  $150 + 50 = 200$  ml

เขียนสัดส่วนได้ดังนี้

$$\begin{aligned} \frac{m}{100} &= \frac{150 + 50}{500} \\ m &= \frac{200}{500} \times 100 \\ m &= 40\% \end{aligned}$$

**ตอบ** NaOH ผสม มีความเข้มข้น 40%



**วิธีที่ 2**

ให้ NaOH ผสม มีความเข้มข้น  $m\%$

เขียนสมการแสดงความสัมพันธ์ได้ดังนี้

$$\begin{aligned} \frac{50}{100}(300) + \frac{25}{100}(200) &= \frac{m}{100}(300 + 200) \\ 150 + 50 &= 5m \\ \frac{200}{5} &= m \\ m &= 40 \end{aligned}$$

ตอบ NaOH ผสม มีความเข้มข้น 40%

**ตัวอย่างที่ 6.2** หากนักเรียนนำน้ำทะเลความเค็ม 35 ppt ที่มีปริมาตร 2,000 กิโลกรัม มาทำให้ความเค็มเจือจางเป็น 20 ppt โดยเติมน้ำจืดที่มีปริมาตรสุทธิถึงละ 500 กิโลกรัม ลงไป จงหาว่าต้องเติมน้ำประมาณกี่ถัง

**หมายเหตุ:** ความเค็ม (salinity) คือ ปริมาณรวมของเกลือในน้ำทะเล มีหน่วยเป็นกรัมของเกลือต่อน้ำทะเล 1 กิโลกรัม หรือส่วนในพันส่วน (part per thousand: ppt)

**วิธีที่ 1**

ให้	เติมน้ำจืด	$m$	ถัง
จะได้ว่า	น้ำที่เติมมีปริมาตร	500m	กิโลกรัม
เนื่องจาก	มีน้ำทะเลความเค็ม	35	ppt
หมายความว่า	ในน้ำทะเล 1,000 กิโลกรัม จะมีเกลือ	35	กิโลกรัม
ดังนั้น	ในน้ำทะเล 2,000 กิโลกรัม จะมีเกลือ	$\frac{35}{1,000} \times 2,000 = 70$	กิโลกรัม
เนื่องจาก	เติมน้ำจืดที่มีปริมาตรสุทธิถึงละ 500 กิโลกรัม จำนวน $m$		ถังลงไป
หมายความว่า	จะมีเกลือ	0	กิโลกรัม
เนื่องจาก	น้ำทะเลความเค็มเจือจาง 20 ppt		
หมายความว่า	ในน้ำทะเล 1,000 กิโลกรัม จะมีเกลือ	20	กิโลกรัม

เขียนสัดส่วนได้ดังนี้

$$\frac{20}{1,000} = \frac{70}{2,000 + 500m}$$

$$\begin{aligned} 20(2,000 + 500m) &= 70 \times 1,000 \\ 40,000 + 10,000m &= 70,000 \\ m &= 3 \end{aligned}$$

ตอบ ต้องเติมน้ำประมาณ 3 ถัง

### วิธีที่ 2

ให้                      เติมน้ำดื่ม                      m                      ถัง

เขียนสมการแสดงความสัมพันธ์ได้ดังนี้

$$\begin{aligned} \frac{35}{1,000}(2,000) + \frac{0}{1,000}(500m) &= \frac{20}{1,000}(2,000 + 500m) \\ 70 &= 40 + 10m \\ 30 &= 10m \\ m &= 3 \end{aligned}$$

ตอบ ต้องเติมน้ำประมาณ 3 ถัง

### 4. กิจกรรมการเรียนรู้

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
<p><b>ขั้นเตรียมความพร้อม (5 นาที)</b></p> <p>1. ครูและนักเรียนร่วมกันทบทวนเกี่ยวกับร้อยละ ดังนี้ ร้อยละ หรือ เปอร์เซ็นต์ เป็นอัตราส่วนแสดงการเปรียบเทียบปริมาณใดปริมาณหนึ่งกับ 100</p> $\text{ร้อยละ } 80 \text{ หรือ } 80\% \quad \text{เท่ากับ } 80 : 100 \text{ หรือ } \frac{80}{100}$ <p>ในทางกลับกัน เราสามารถเขียนอัตราส่วนให้อยู่ในรูปร้อยละ เช่น</p> $4 : 5 = \frac{4}{5} = \frac{4 \times 20}{5 \times 20} = \frac{80}{100} = 80\%$ <p>2. ครูสุ่มถามนักเรียนเกี่ยวกับความหมายของคำว่า “ของผสม” จากนั้นครูบอกความหมายที่ถูกต้องกับนักเรียน ดังนี้</p> <p><b>ของผสม</b> หมายถึง “สิ่งของที่ได้จากการนำสิ่งของตั้งแต่สองชนิดขึ้นไปมาผสมกัน ซึ่งของผสมที่ได้จะเป็นของผสมชนิดใหม่ หรือเป็นสิ่งของชนิดเดิมที่มีคุณภาพเปลี่ยนไป”</p> <p>3. ครูพูดเกริ่นถึงสถานการณ์หรือเหตุการณ์ต่างๆ ที่เกิดขึ้นในชีวิตของนักเรียนที่เกี่ยวข้องกับของผสม เช่น นมถั่วเหลืองแลคตาซอยประกอบไปด้วย น้านมถั่วเหลือง 91.97% น้ำตาล 5.5% งาดำ</p>	

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
<p>1.4% น้ำมันงา 0.8% วิตามินและแร่ธาตุ 0.33% เป็นต้น พร้อมทั้งมีตัวอย่างภาพประกอบหรือสิ่งของจริงๆ เพื่อให้นักเรียนได้เห็น และชักชวนนักเรียนพูดคุยเพื่อแลกเปลี่ยนประสบการณ์ที่เกี่ยวข้องกับของผสมอื่นๆ ที่นักเรียนรู้จัก</p>	
<p><b>ขั้นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ (40 นาที)</b></p> <p><b>ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจบริบทปัญหา (understanding contextual problem)</b></p> <p>1. ครูถามนักเรียนว่า ในวิชาวิทยาศาสตร์ที่นักเรียนเคยเรียนมา นักเรียนรู้จักชื่อสารเคมีอะไรบ้าง และนักเรียนคนใดเคยดื่ม น้ำส้มคั้น น้ำชา หรือน้ำอัดลมบ้าง</p> <p>2. ครูยกตัวอย่างกิจกรรมที่ 6.1 (สำหรับกลุ่มทดลอง) จากนั้นครูถามนักเรียนเพื่อให้ นักเรียนพูดอธิบาย วิเคราะห์ ค้นหาและระบุข้อมูลสำคัญที่เกี่ยวข้องทางคณิตศาสตร์ในสถานการณ์นั้น ดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- จากสถานการณ์ที่ครูกำหนด นักเรียนคิดว่าสถานการณ์เหล่านั้นให้ข้อมูลสำคัญอะไรมาบ้าง (<i>NaOH 50% ที่มีปริมาตร 300 มิลลิลิตร ผสมกับ NaOH 25% ที่มีปริมาตร 200 มิลลิลิตร</i>) โดยครูให้นักเรียนเขียนลงในใบกิจกรรมที่ 6.1 ข้อ 1</li> <li>- ครูถามนักเรียนว่า NaOH 50% หมายความว่าอย่างไร (<i>หมายความว่า NaOH ปริมาตร 100 มิลลิลิตร จะมี NaOH แท้ 50 มิลลิลิตร</i>.) และ NaOH 25% หมายความว่าอย่างไร (<i>หมายความว่า NaOH ปริมาตร 100 มิลลิลิตร จะมี NaOH แท้ 25 มิลลิลิตร</i>.)</li> </ul> <p>3. ครูให้กำลังใจนักเรียนและกระตุ้นให้นักเรียนแสดงความคิดเห็นอย่างทั่วถึง</p> <p>4. ครูกระตุ้นให้นักเรียนร่วมกันสังเกตเกี่ยวกับข้อมูลทั้งหมดที่ได้อีกครั้ง เพื่อนำมาใช้สำหรับการสร้างแบบจำลองที่แสดงถึง</p>	<p><b>ขั้นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ (40 นาที)</b></p> <p>1. ครูยกตัวอย่างโจทย์ปัญหาจากใบกิจกรรมที่ 6.1 (สำหรับกลุ่มควบคุม) แล้วใช้การอธิบายถาม-ตอบ เพื่อให้ นักเรียนได้เข้าใจสถานการณ์ปัญหา โดยนักเรียนช่วยกันระบุข้อมูลสำคัญ โจทย์ กำหนดให้คืออะไร (<i>NaOH 50% ที่มีปริมาตร 300 มิลลิลิตร ผสมกับ NaOH 25% ที่มีปริมาตร 200 มิลลิลิตร</i>) สิ่งที่โจทย์ต้องการหาคืออะไร (<i>NaOH ผสมจะมีความเข้มข้นกี่ %</i>) โดยครูให้นักเรียนเขียนข้อมูลลงในใบกิจกรรมที่ 6.1 ข้อ 1</p> <p>2. ครูถามนักเรียนว่า NaOH 50% หมายความว่าอย่างไร (<i>หมายความว่า NaOH ปริมาตร 100 มิลลิลิตร จะมี NaOH แท้ 50 มิลลิลิตร</i>.) และ NaOH 25% หมายความว่าอย่างไร (<i>หมายความว่า NaOH ปริมาตร 100 มิลลิลิตร จะมี NaOH แท้ 25</i></p>

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
<p>ความสัมพันธ์ของข้อมูลหรือมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์จากสถานการณ์ที่กำหนดให้</p> <p><b>ขั้นที่ 2 การแสดงวิธีการแก้ปัญหา (solving contextual problem)</b></p> <p>5. ครูกระตุ้นให้นักเรียนร่วมกันสังเกตถึงข้อมูลที่ได้จากขั้นที่ 1 และเขียนความสัมพันธ์ของข้อมูลเหล่านั้นว่ามีความสัมพันธ์กันอย่างไร โดยครูให้นักเรียนเขียนลงในใบกิจกรรมที่ 6.1 ข้อ 2</p> <p>6. ครูให้นักเรียนร่วมกันระบุนิยามความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา (<i>ใช้ความรู้เรื่องร้อยละ, สัดส่วน, การประมาณค่า, การแก้สมการ</i>)</p> <p>7. ครูถามนักเรียนว่า สามารถนำข้อมูลที่ได้จาก 5 และความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ได้จากข้อ 6 มาใช้ในการแก้ปัญหาด้วยวิธีการอะไรได้บ้าง (<i>การวาดแผนภาพ, การเขียนอธิบายแบบเป็นลำดับขั้น</i>)</p> <p>8. ครูให้นักเรียนลงมือแก้ปัญหาในรูปแบบของตนเอง โดยครูให้นักเรียนเขียนลงในใบกิจกรรมที่ 6.1 ข้อ 3</p> <p><b>ขั้นที่ 3 การเปรียบเทียบหรืออภิปรายคำตอบ (comparing or discussing answer)</b></p> <p>9. ครูให้นักเรียนร่วมกันแก้ปัญหาและช่วยเหลือซึ่งกันและกัน</p> <p>10. ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนนำเสนอวิธีการแก้ปัญหา โดยครูให้นักเรียนเขียนสัญลักษณ์และวิธีการแก้ปัญหานักเรียนบนกระดาน</p> <p>11. ครูอาจใช้การเรียกสุ่มให้นักเรียนอธิบายวิธีการแก้ปัญหาของเพื่อนที่อธิบายก่อนหน้า</p> <p>12. ครูให้นักเรียนวิเคราะห์ เปรียบเทียบวิธีการแก้ปัญหานักเรียนที่แตกต่างกัน ในประเด็นข้อดี ข้อจำกัด และ</p>	<p>มิลิลิตร.) และร่วมกันวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูล เพื่อนำไปสู่แนวทางการแก้ปัญหา โดยครูใช้วิธีการถาม-ตอบ</p> <p>3. ครูถามนักเรียนว่า สัดส่วนระหว่างปริมาตร NaOH แท้กับปริมาตร NaOH ทั้งหมด คืออะไร (<i>เขียน ส.ด. ส่วน ได้ ดังนี้</i> <math>\frac{m}{100} = \frac{150 + 50}{500}</math>) ในระหว่างนี้ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัยและกระตุ้นให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการทำกิจกรรม</p> <p>4. ครูและนักเรียนร่วมกันเขียนวิธีการแก้ปัญหาให้เป็นลำดับขั้นตอนและถูกต้อง โดยครูใช้วิธีการถาม-ตอบ เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนช่วยกันหาคำตอบที่ถูกต้อง โดยครูให้นักเรียนเขียนลงในใบกิจกรรมที่ 6.1 ข้อ 2</p> <p>5. ครูถามนักเรียนว่า มีใครยังไม่เข้าใจอีกหรือไม่ จากนั้นช่วยเหลือนักเรียนที่ยังไม่เข้าใจ โดยครูอธิบายให้นักเรียนฟังอีกรอบแบบซ้ำๆ</p> <p>6. ครูยกตัวอย่างโจทย์ปัญหาจากใบกิจกรรมที่ 6.2 (สำหรับกลุ่มควบคุม) จากนั้นครูให้นักเรียนร่วมกันคิดวิธีการแก้ปัญหาอาจทำเป็นกลุ่มหรือ</p>

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
<p>ข้อเสนอแนะของวิธีการแก้ปัญหาในแต่ละรูปแบบ เพื่อหาวิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสมหรือดีที่สุด</p> <p>ทั้งนี้ครูสามารถให้ความช่วยเหลือนักเรียนได้เท่าที่จำเป็น</p> <p><b>ขั้นที่ 4 การสรุป (concluding)</b></p> <p>13. ครูกระตุ้นให้นักเรียนนึกถึงความรู้พื้นฐาน ขั้นตอน หรือวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหาก่อนหน้า โดยถามนักเรียนว่า ร้อยละหรือเปอร์เซ็นต์หมายถึงอะไร และมีขั้นตอนในการแก้ปัญหเกี่ยวกับของผสมอะไรบ้าง</p> <p>14. ครูให้นักเรียนเขียนสรุปความรู้พื้นฐาน ขั้นตอนหรือวิธีการแก้ปัญหาที่ได้จากการเรียนรู้ก่อนหน้าลงในใบกิจกรรมที่ 6.1 ข้อ 4</p> <p>15. ครูถามนักเรียนว่า นักเรียนคนใดเคยไปเที่ยวทะเลบ้าง และให้นักเรียนคนนั้นอธิบายถึงน้ำทะเลว่าเป็นอย่างไร ให้นักเรียนคนที่ไม่เคยไปทะเลได้ทราบ</p> <p>16. ครูยกตัวอย่างกิจกรรมที่ 6.2 (สำหรับกลุ่มทดลอง) แล้วใช้คำถามกระตุ้น เพื่อท้าทายให้นักเรียนคิดวิธีการแก้ปัญหามากมาย ทั้งนี้เพื่อหาวิธีการแก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้นหรือดีที่สุด โดยครูให้นักเรียนเขียนลงในใบกิจกรรมที่ 6.2 ข้อ 1-3</p> <p>17. ครูให้นักเรียนนำเสนอวิธีการแก้ปัญหาลงหน้าชั้นเรียน โดยอาจใช้การเรียกกลุ่ม/ขออาสาสมัคร/ตัวแทนกลุ่ม</p> <p>18. ครูสนับสนุนให้นักเรียนร่วมกันอภิปราย วิเคราะห์ เปรียบเทียบวิธีการแก้ปัญหาในแต่ละรูปแบบในประเด็นข้อดี ข้อจำกัด รวมถึงระบุวิธีการแก้ปัญหที่ดีที่สุดสำหรับสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ โดยครูให้นักเรียนเขียนลงในใบกิจกรรมที่ 6.2 ข้อ 4</p>	<p>รายบุคคล โดยครูให้นักเรียนเขียนลงในใบกิจกรรมที่ 6.2 ข้อ 1-2</p> <p>7. ครูเดินดูการทำงานของนักเรียน เมื่อพบว่านักเรียนไม่สามารถหาวิธีการแก้ปัญหาได้ ครูอาจใช้คำถามกระตุ้นหรือให้คำแนะนำเท่าที่จำเป็น</p> <p>8. ครูให้นักเรียนออกมานำเสนอวิธีการแก้ปัญหาลงหน้าชั้นเรียน โดยอาจใช้การเรียกแบบสุ่ม/ขออาสาสมัคร/ตัวแทนกลุ่ม และเขียนวิธีการแก้ปัญหบนกระดาน</p> <p>9. ครูและนักเรียนร่วมกันตรวจสอบว่าคำตอบที่ได้ถูกต้องและสมเหตุสมผลหรือไม่ วิธีการแก้ปัญหาเป็นลำดับขั้นตอนหรือไม่</p> <p>10. จากนั้นครูและนักเรียนช่วยกันปรับวิธีการแก้ปัญหของเพื่อนที่นำเสนอให้ถูกต้องและเป็นลำดับขั้นตอนมากยิ่งขึ้น โดยครูให้นักเรียนแก้ไขวิธีการแก้ปัญหาลงในใบกิจกรรมที่ 6.2 ข้อ 3</p> <p>11. ครูใช้คำถามกระตุ้น เพื่อให้นักเรียนร่วมกันหาวิธีการหรือกลยุทธ์อื่นที่ใช้ในการแก้ปัญหา (ถ้ามี) และออกมานำเสนอ เพื่อแสดงวิธีการคิดและการแก้ปัญหาของตนเอง</p>

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
<b>ขั้นสรุป (5 นาที)</b> 1. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปเกี่ยวกับความรู้/วิธีการแก้ปัญหา/กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่ได้จากบทเรียน 2. ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย 3. ครูมอบหมายให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดในหนังสือเรียน หน้า 96 ข้อ 1 และ 4 เพื่อทบทวนและเพิ่มเติมความรู้	

### 5. สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

- หนังสือเรียนสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551
- คู่มือครูสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551
- ใบกิจกรรม

### 6. การวัดและการประเมินผล

จุดประสงค์การเรียนรู้	วิธีการวัดผล	เครื่องมือวัดผล	เกณฑ์การประเมินผล
<b>ด้านความรู้</b>			
1. อธิบายความหมายของร้อยละได้	1. สังเกตจากการตอบคำถามและการร่วมกิจกรรมในชั้นเรียน 2. การทำใบกิจกรรม	1. คำถามของครู 2. ใบกิจกรรม	นักเรียนอธิบายความหมายของร้อยละได้ถูกต้องไม่น้อยกว่าร้อยละ 80 ของนักเรียนทั้งหมด ถือว่าผ่าน
2. อธิบายวิธีการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับร้อยละได้	1. สังเกตจากการตอบคำถามและการร่วมกิจกรรมในชั้นเรียน 2. การทำใบกิจกรรม	1. คำถามของครู 2. ใบกิจกรรม	นักเรียนอธิบายวิธีการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับร้อยละได้ถูกต้องไม่น้อยกว่าร้อยละ 80 ของนักเรียนทั้งหมด ถือว่าผ่าน

จุดประสงค์การเรียนรู้	วิธีการวัดผล	เครื่องมือวัดผล	เกณฑ์การประเมินผล
<b>ด้านทักษะ/กระบวนการ</b>			
1. แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับร้อยละได้	1. สังเกตจากการตอบคำถามและการร่วมกิจกรรมในชั้นเรียน 2. การทำใบกิจกรรม	1. คำถามของครู 2. ใบกิจกรรม	นักเรียนแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับร้อยละได้ถูกต้องไม่น้อยกว่าร้อยละ 80 ของนักเรียนทั้งหมด ถือว่าผ่าน
2. ใช้ภาษา สัญลักษณ์ ทางคณิตศาสตร์ ประกอบการอธิบาย และนำเสนอแนวคิดในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับร้อยละได้	1. สังเกตจากการตอบคำถามและการร่วมกิจกรรมในชั้นเรียน 2. การทำใบกิจกรรม	1. คำถามของครู 2. ใบกิจกรรม	นักเรียนใช้ภาษา สัญลักษณ์ ทางคณิตศาสตร์ประกอบการอธิบายและนำเสนอแนวคิดในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับร้อยละได้ถูกต้องไม่น้อยกว่าร้อยละ 80 ของนักเรียนทั้งหมด ถือว่าผ่าน
3. ให้เหตุผลที่แสดงถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบได้	1. สังเกตจากการตอบคำถามและการร่วมกิจกรรมในชั้นเรียน 2. การทำใบกิจกรรม	1. คำถามของครู 2. ใบกิจกรรม	นักเรียนให้เหตุผลที่แสดงถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบได้ถูกต้องไม่น้อยกว่าร้อยละ 80 ของนักเรียนทั้งหมด ถือว่าผ่าน
<b>ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์</b>			
1. มีความกระตือรือร้น และมีส่วนร่วมในชั้นเรียน	สังเกตจากการตอบคำถาม	แบบประเมินพฤติกรรม	นักเรียนให้ความร่วมมือและแสดงความคิดเห็นในชั้นเรียนไม่น้อยกว่าร้อยละ 80 ของนักเรียนทั้งหมด ถือว่าผ่าน
2. มีความรับผิดชอบในการทำงาน	1. การทำใบกิจกรรม 2. การทำแบบฝึกหัด	1. ใบกิจกรรม 2. แบบฝึกหัด	นักเรียนมีความรับผิดชอบในการทำงานใบกิจกรรมและการทำแบบฝึกหัดไม่น้อยกว่าร้อยละ 80 ของทั้งหมด ถือว่าผ่าน

จุดประสงค์การเรียนรู้	วิธีการวัดผล	เครื่องมือวัดผล	เกณฑ์การประเมินผล
3. มีความละเอียดรอบคอบในการทำงาน	1. การทำใบกิจกรรม 2. การทำแบบฝึกหัด	1. ใบกิจกรรม 2. แบบฝึกหัด	นักเรียนทำใบกิจกรรมและแบบฝึกหัดถูกต้องไม่น้อยกว่าร้อยละ 80 ของทั้งหมด ถือว่าผ่าน

## 7. บันทึกหลังสอน

ผลการสอน.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ปัญหาและอุปสรรค.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

แนวทางแก้ไขปัญหาและข้อเสนอแนะ.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



แบบประเมินพฤติกรรมนักเรียน

วิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2558

ระดับคะแนน

มากที่สุด	=	5	คะแนน หมายถึง	นักเรียนสามารถปฏิบัติได้มากกว่า 80%
มาก	=	4	คะแนน หมายถึง	นักเรียนสามารถปฏิบัติได้ 71% - 80%
ปานกลาง	=	3	คะแนน หมายถึง	นักเรียนสามารถปฏิบัติได้ 61% - 70%
น้อย	=	2	คะแนน หมายถึง	นักเรียนสามารถปฏิบัติได้ 51% - 60%
น้อยที่สุด	=	1	คะแนน หมายถึง	นักเรียนสามารถปฏิบัติได้ต่ำกว่า 50%

ข้อ ที่	หัวข้อการประเมิน	เกณฑ์การให้คะแนน					รวม คะแนน
		5	4	3	2	1	
1	มีความกระตือรือร้นและมีส่วนร่วมในชั้นเรียน						
2	มีความรับผิดชอบในการทำงาน						
3	มีความละเอียดรอบคอบในการทำงาน						
รวม							

ระดับคุณภาพ

คะแนน 11 - 15	หมายถึง	ดี
คะแนน 6 - 10	หมายถึง	พอใช้
คะแนน 1 - 5	หมายถึง	ปรับปรุง

### ใบกิจกรรมที่ 6.1 (สำหรับกลุ่มทดลอง)

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

คำสั่ง ให้นักเรียนแสดงวิธีในการหาคำตอบโดยละเอียด

ณเดช!! สบู่ของเรา หายไปจะทำยังไงดีล่ะ?

ไม่เป็นไรนะอย่าห่วง!! เดี่ยวเราจะ ทำสบู่ให้เธอใช้เอง..เรารู้เราเรียน

ณเดช!! สบู่มันต้องใส่ อะไรบ้างหรือ

นี่ใจอุปกรณ์ของเรา ก็มี โซดาไฟ น้ำมันพืช น้ำสะอาด หม้อ สำหรับต้ม แล้วก็ตะเกียง

แต่เอ๊ะ “โซดาไฟ” ชื่อคุ้นๆนะ เหมือนเคยได้ยินที่ไหนมาก่อน

โซดาไฟ ก็คือ สารประกอบชนิด หนึ่ง หรือที่เรียกว่า โซเดียมไฮดรอกไซด์ (NaOH) เป็นของแข็งสีขาว

เดี๋ยวก่อนนะครับเพื่อนๆ กระผมมีคำถามให้เพื่อนๆ ช่วยคิดหน่อยครับ

นั่นสิคะเพื่อนๆ โซดาไฟ ผสมมีความเข้มข้นกี่ เปอร์เซ็นต์กันน้ำ???

ถ้าณเดชนำโซดาไฟความเข้มข้น 50% ปริมาตร 300 มิลลิลิตร ผสมกับโซดาไฟความเข้มข้น 25% ปริมาตร 200 มิลลิลิตร

- 1) ข้อมูลสำคัญที่ปรากฏในโจทย์มีอะไรบ้าง

สิ่งที่ต้องการหาคำตอบคือ

- 2) จงแสดงแนวคิดและเขียนความสัมพันธ์ของข้อมูลที่ได้จากข้อ (1)



3) จงแสดงวิธีการแก้ปัญหา โดยใช้ความสัมพันธ์ที่ได้จากข้อ (1) และ (2)

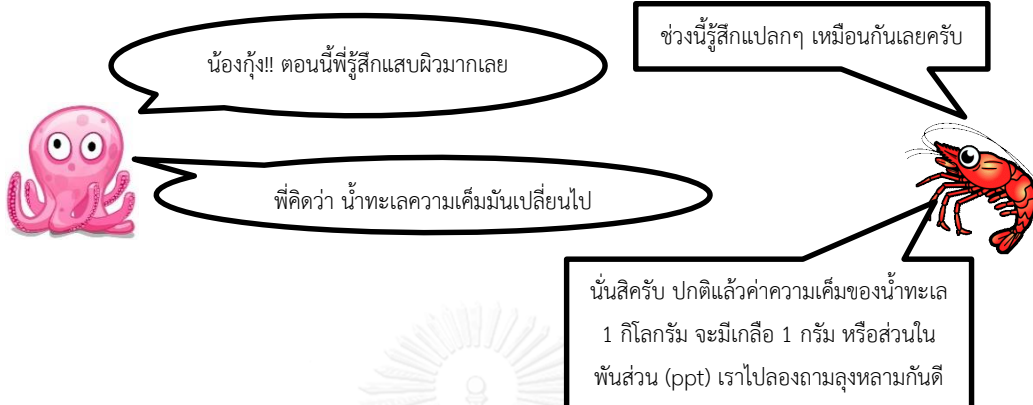
4) ความรู้พื้นฐาน ขั้นตอนหรือวิธีการแก้ปัญหาที่ได้จากการเรียนรู้มีอะไรบ้าง

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย  
CHULALONGKORN UNIVERSITY

## ใบกิจกรรมที่ 6.2 (สำหรับกลุ่มทดลอง)

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

คำสั่ง ให้นักเรียนแสดงวิธีในการหาคำตอบโดยละเอียด

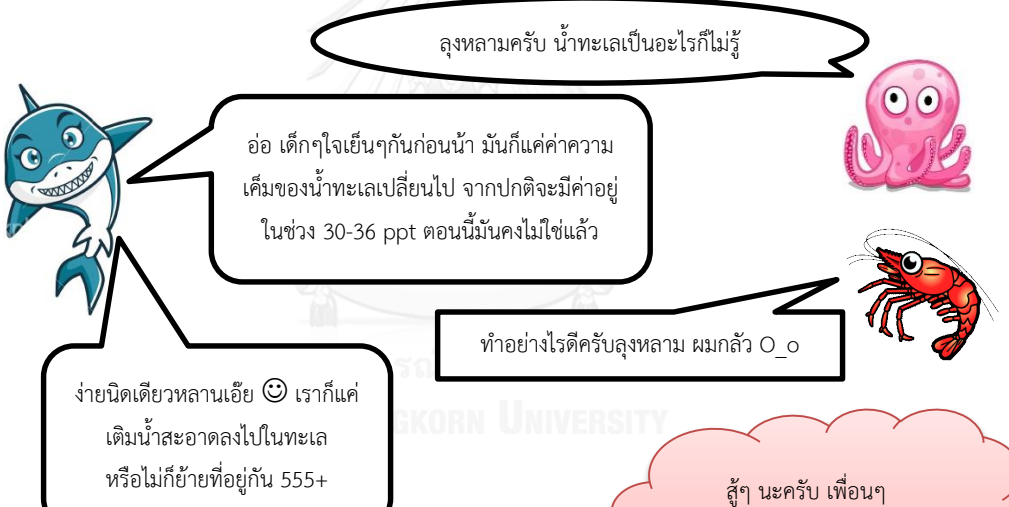


น้องกุ้ง!! ตอนนี้อยู่รู้สึกแสบผิวมากเลย

ช่วงนี้รู้สึกแปลกๆ เหมือนกันเลยครับ

พี่คิดว่า น้ำทะเลความเค็มมันเปลี่ยนไป

นั่นสิครับ ปกติแล้วค่าความเค็มของน้ำทะเล 1 กิโลกรัม จะมีเกลือ 1 กรัม หรือส่วนใน พันส่วน (ppt) เราไปลองถามลุงหลามกันดี



ลุงหลามครับ น้ำทะเลเป็นอะไรก็ไม่รู้

อ้อ เด็กๆใจเย็นๆกันก่อนน้า มันก็แค่ค่าความเค็มของน้ำทะเลเปลี่ยนไป จากปกติจะมีค่าอยู่ในช่วง 30-36 ppt ตอนนี้นั้นคงไม่ใช่แล้ว

ง่ายนิดเดียวหลานเอ๊ย 😊 เราก็แค่เติมน้ำสะอาดลงไปนทะเล หรือไม่ก็ย้ายที่อยู่กัน 555+

ทำอย่างไรดีครับลุงหลาม ผมกลัว O\_o



สู้ๆ นะครับ เพื่อนๆ  
ง่ายนิดเดียวเอง

หากเพื่อนๆ นำน้ำทะเลความเค็ม 35 ppt ปริมาตร 2,000 กิโลกรัม มาทำให้ความเค็มเจือจางเป็น 20 ppt เพื่อนๆ ต้องเติมน้ำดื่มถึงละ 500 กิโลกรัม ลงไปประมาณกี่ถังคะ

- 1) ข้อมูลสำคัญที่ปรากฏในโจทย์มีอะไรบ้าง

สิ่งที่ต้องการหาคำตอบคือ

- 2) จงแสดงแนวคิดและเขียนความสัมพันธ์ของข้อมูลที่ได้จากข้อ (1)



3) จงแสดงวิธีการแก้ปัญหา โดยใช้ความสัมพันธ์ที่ได้จากข้อ (1) และ (2)

4) วิธีการแก้ปัญหาที่ดีที่สุดสำหรับโจทย์ที่กำหนดให้คืออะไร จงอธิบาย

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย  
CHULALONGKORN UNIVERSITY

ใบกิจกรรมที่ 6.1 (สำหรับกลุ่มควบคุม)

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

**คำสั่ง** ให้นักเรียนแสดงวิธีในการหาคำตอบโดยละเอียด

หากนักเรียนนำ NaOH 50% ที่มีปริมาตร 300 มิลลิลิตร ผสมกับ NaOH 25% ที่มีปริมาตร 200 มิลลิลิตร จะได้ NaOH ผสมที่มีความเข้มข้นกี่ %

**หมายเหตุ :** NaOH มีชื่อเรียกว่า โซดาไฟ หรือโซเดียมไฮดรอกไซด์

1) ข้อมูลสำคัญที่ปรากฏในโจทย์มีอะไรบ้าง

สิ่งที่ต้องการหาคำตอบคือ

2) จงแสดงวิธีการแก้ปัญหา โดยใช้ข้อมูลสำคัญที่ได้จากข้อ (1)



### ใบกิจกรรมที่ 6.2 (สำหรับกลุ่มควบคุม)

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

**คำสั่ง** ให้นักเรียนแสดงวิธีในการหาคำตอบโดยละเอียด

หากนักเรียนนำน้ำทะเลความเค็ม 35 ppt ที่มีปริมาตร 2,000 กิโลกรัม มาทำให้ความเค็มเจือจางเป็น 20 ppt โดยเติมน้ำดื่มที่มีปริมาตรสุทธิถึงละ 500 กิโลกรัม ลงไป จงหาว่าต้องเติมน้ำประมาณกี่ถัง

**หมายเหตุ :** ความเค็ม (salinity) คือ ปริมาณรวมของเกลือในน้ำทะเล มีหน่วยเป็นกรัมของเกลือต่อน้ำทะเล 1 กิโลกรัม หรือส่วนในพันส่วน (part per thousand: ppt)

- 1) ข้อมูลสำคัญที่ปรากฏในโจทย์มีอะไรบ้าง

สิ่งที่ต้องการหาคำตอบคือ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย  
CHULALONGKORN UNIVERSITY

- 2) จงแสดงวิธีการแก้ปัญหา โดยใช้ข้อมูลสำคัญที่ได้จากข้อ (1)

3) วิธีการแก้ปัญหาที่แตกต่างจากของตนเอง



### เฉลยใบกิจกรรมที่ 6.1 (สำหรับกลุ่มทดลอง)

คำสั่ง ให้นักเรียนแสดงวิธีในการหาคำตอบโดยละเอียด

#### 1) ข้อมูลสำคัญที่ปรากฏในโจทย์มีอะไรบ้าง

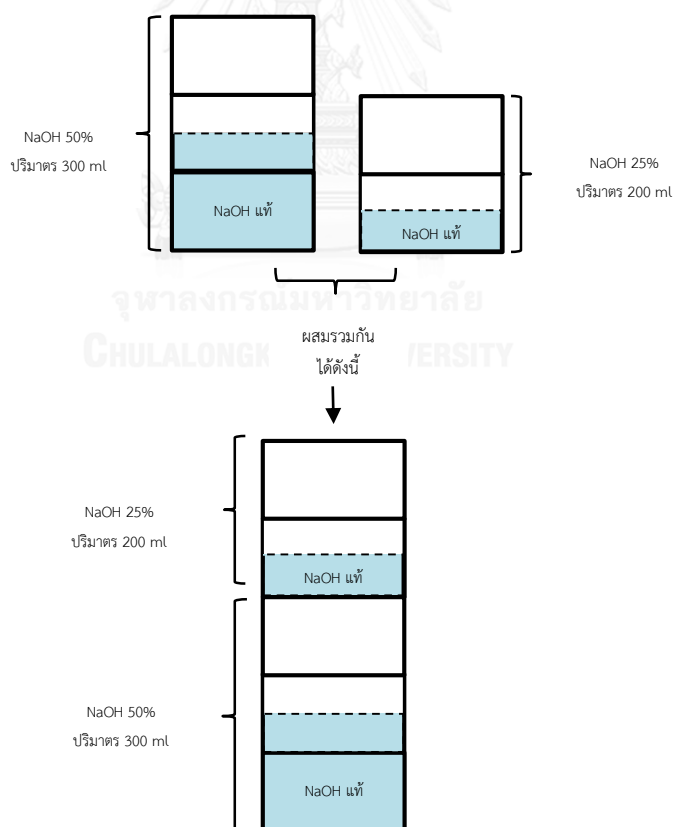
NaOH 50% ที่มีปริมาตร 300 มิลลิลิตร ผสมกับ NaOH 25% ที่มีปริมาตร 200 มิลลิลิตร

สิ่งที่ต้องการหาคำตอบคือ NaOH ผสมจะมีความเข้มข้นกี่ %

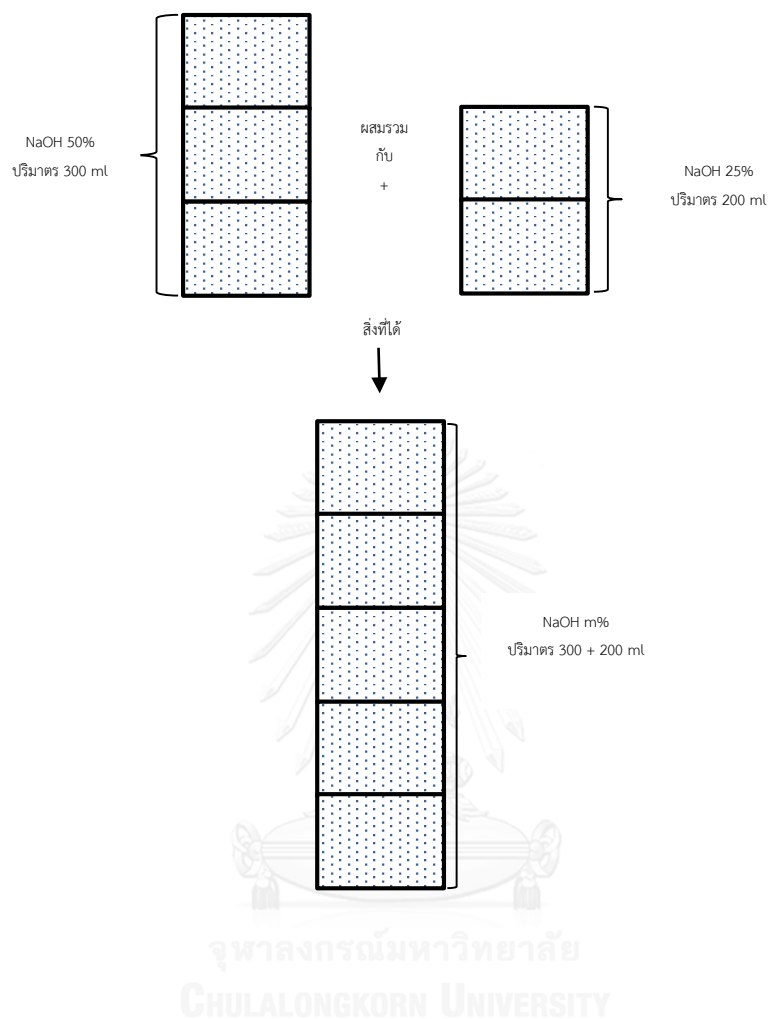
#### 2) จงแสดงแนวคิดและเขียนความสัมพันธ์ของข้อมูลที่ได้จากข้อ (1)

(นักเรียนอาจแสดงความสัมพันธ์ตามรูปแบบที่ 1 หรือ รูปแบบที่ 2 หรือรูปแบบอื่นๆ ได้)

รูปแบบที่ 1



### รูปแบบที่ 2



### รูปแบบที่ 3

NaOH ความเข้มข้น 50%		NaOH ความเข้มข้น 25%	
ปริมาตร (มิลลิลิตร)	NaOH แท้ (มิลลิลิตร)	ปริมาตร (มิลลิลิตร)	NaOH แท้ (มิลลิลิตร)
100	50	100	25
200	100	200	50
300	150		

3) จงแสดงวิธีการแก้ปัญหา โดยใช้ความสัมพันธ์ที่ได้จากข้อ (1) และ (2)

วิธีที่ 1

ให้ NaOH ผสม มีความเข้มข้น  $m\%$

เนื่องจาก NaOH 50% ปริมาตร 300 ml จะมี NaOH แท้ =  $\frac{50}{100} \times 300 = 150 \text{ ml}$

และ NaOH 25% ปริมาตร 200 ml จะมี NaOH แท้ =  $\frac{25}{100} \times 200 = 50 \text{ ml}$

จะได้ว่า ปริมาตร NaOH =  $300 + 200 = 500 \text{ ml}$

จะมี NaOH แท้ =  $150 + 50 = 200 \text{ ml}$

เขียนสัดส่วนได้ดังนี้

$$\frac{m}{100} = \frac{150 + 50}{500}$$

$$m = \frac{200}{500} \times 100$$

$$m = 40\%$$

ตอบ NaOH ผสม มีความเข้มข้น 40%

วิธีที่ 2

ให้ NaOH ผสม มีความเข้มข้น  $m\%$

เขียนสมการแสดงความสัมพันธ์ได้ดังนี้

$$\frac{50}{100}(300) + \frac{25}{100}(200) = \frac{m}{100}(300 + 200)$$

$$150 + 50 = 5m$$

$$\frac{200}{5} = m$$

$$m = 40$$

ตอบ NaOH ผสม มีความเข้มข้น 40%

### วิธีที่ 3

จากตาราง      เมื่อนำ NaOH ความเข้มข้น 50% ผสมกับ NaOH 25%  
 จะได้ว่า      ปริมาตร NaOH ทั้งหมดเท่ากับ  $300+200 = 500$  มิลลิลิตร  
                      จะมี NaOH เท่า ปริมาตร  $150+50 = 200$  มิลลิลิตร

เมื่อเทียบบัญญัติไตรยางค์ จะได้ว่า

ปริมาตร NaOH ทั้งหมด 500 มิลลิลิตร จะมี NaOH เท่า ปริมาตร 200 มิลลิลิตร

ปริมาตร NaOH ทั้งหมด 100 มิลลิลิตร จะมี NaOH เท่า ปริมาตร  $\frac{200 \times 100}{500} = 40$  มิลลิลิตร

ตอบ NaOH ผสม มีความเข้มข้น 40%

#### 4) ความรู้พื้นฐาน ขั้นตอนหรือวิธีการแก้ปัญหาที่ได้จากการเรียนรู้มีอะไรบ้าง



ขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาร้อยละ มี 6 ขั้นตอน ดังต่อไปนี้

1. อ่านโจทย์ให้เข้าใจ
2. ระบุข้อมูลสำคัญที่โจทย์กำหนดให้
3. ระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการหาคำตอบ
4. เขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลในรูปของสัดส่วน
5. หาคำตอบจากความสัมพันธ์ที่ได้
6. สรุปคำตอบให้ตรงกับสิ่งที่โจทย์ต้องการ



#### ร้อยละ

ร้อยละ หรือ เปอร์เซนต์ เป็นอัตราส่วนแสดงการเปรียบเทียบปริมาณใดปริมาณหนึ่งกับ 100



ของผสม หมายถึง “สิ่งของที่ได้จากการนำสิ่งของตั้งแต่สองชนิดขึ้นไปมาผสมกัน ซึ่งของผสมที่ได้จะเป็นของผสมชนิดใหม่ หรือเป็นสิ่งของชนิดเดิมที่มีคุณภาพเปลี่ยนไป”

## เฉลยใบกิจกรรมที่ 6.2 (สำหรับกลุ่มทดลอง)

คำสั่ง ให้นักเรียนแสดงวิธีในการหาคำตอบโดยละเอียด

### 1) ข้อมูลสำคัญที่ปรากฏในโจทย์มีอะไรบ้าง

1. ความเค็ม (salinity) คือ ปริมาณรวมของเกลือในน้ำทะเล มีหน่วยเป็นกรัมของเกลือต่อน้ำทะเล 1 กิโลกรัม หรือส่วนในพันส่วน (part per thousand: ppt)

2. น้ำทะเลความเค็ม 35 ppt ที่มีปริมาตร 2,000 กิโลกรัม มาทำให้ความเค็มเจือจางเป็น 20 ppt

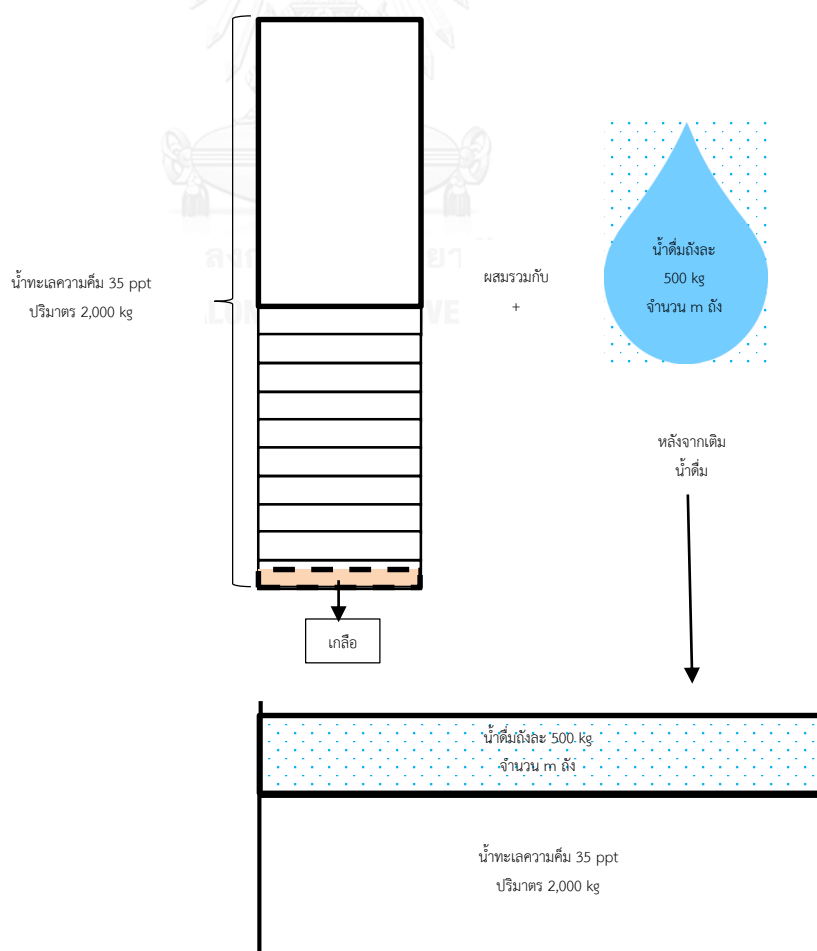
3. โดยเติมน้ำจืดที่มีปริมาตรสุทธิถึงละ 500 กิโลกรัม ลงไป

สิ่งที่ต้องการหาคำตอบคือ ต้องเติมน้ำประมามกี่ถัง

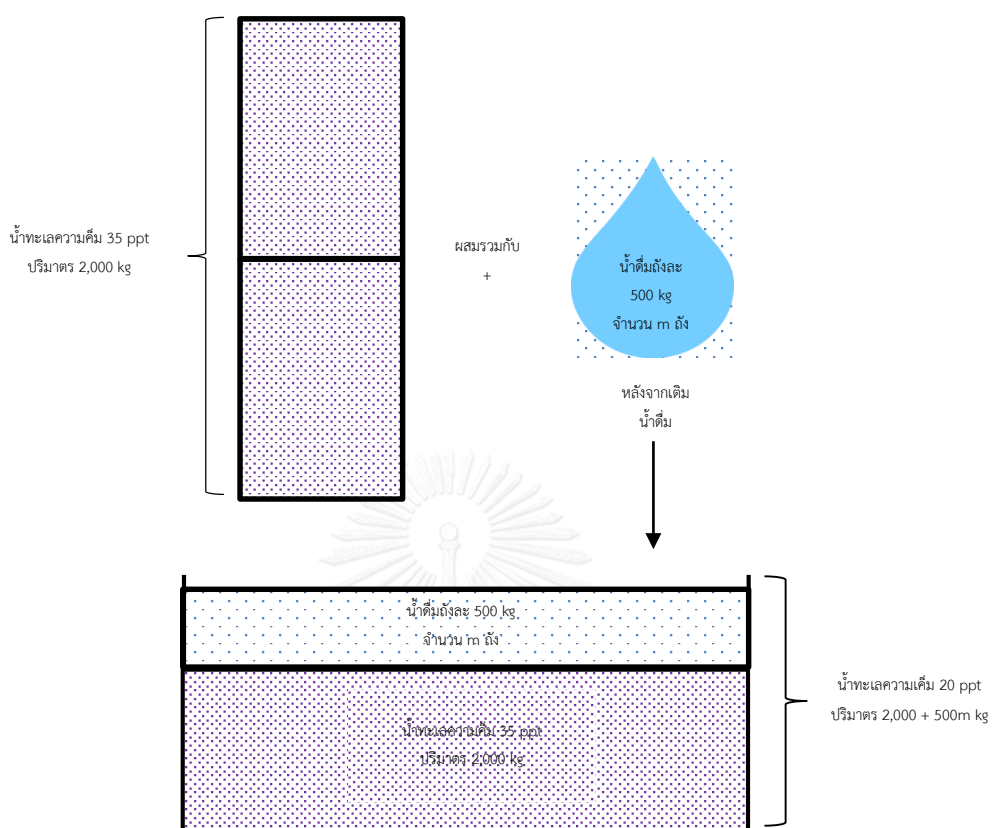
### 2) จงแสดงแนวคิดและเขียนความสัมพันธ์ของข้อมูลที่ได้จากข้อ (1)

(นักเรียนอาจแสดงความสัมพันธ์ตามรูปแบบที่ 1 หรือ รูปแบบที่ 2 หรือรูปแบบอื่นๆ ได้)

รูปแบบที่ 1



## รูปแบบที่ 2



## รูปแบบที่ 3

น้ำทะเลความเค็ม 35 ppt		น้ำดื่มความเค็ม 0 ppt		น้ำทะเลความเค็ม 20 ppt	
ปริมาตร (kg)	เกลือ (kg)	ปริมาตร (kg)	เกลือ (kg)	ปริมาตร (kg)	เกลือ (kg)
1,000	35	1,000	0	1,000	20
2,000	70	500m	0		

3) จงแสดงวิธีการแก้ปัญหา โดยใช้ความสัมพันธ์ที่ได้จากข้อ (1) และ (2)

### วิธีที่ 1

ให้                    เติมน้ำดื่ม                    m                    ถัง

จะได้ว่า            น้ำที่เติมมีปริมาตร                    500m                    กิโลกรัม

เนื่องจาก            มีน้ำทะเลความเค็ม                    35                    ppt

หมายความว่า        ในน้ำทะเล 1,000 กิโลกรัม จะมีเกลือ 35 กิโลกรัม

ดังนั้น                ในน้ำทะเล 2,000 กิโลกรัม จะมีเกลือ  $\frac{35}{1,000} \times 2,000 = 70$  กิโลกรัม



เนื่องจาก เติมน้ำดื่มที่มีปริมาตรสุทธิถังละ 500 กิโลกรัม จำนวน  $m$  ถังลงไป  
หมายความว่า จะมีเกลือ 0 กิโลกรัม

เนื่องจาก น้ำทะเลความเค็มเจือจาง 20 ppt  
หมายความว่า ในน้ำทะเล 1,000 กิโลกรัม จะมีเกลือ 20 กิโลกรัม  
เขียนสัดส่วนได้ดังนี้

$$\frac{20}{1,000} = \frac{70}{2,000 + 500m}$$

$$20(2,000 + 500m) = 70 \times 1,000$$

$$40,000 + 10,000m = 70,000$$

$$m = 3$$

ตอบ ต้องเติมน้ำประมาณ 3 ถัง

### วิธีที่ 2

ให้ เติมน้ำดื่ม  $m$  ถัง

เขียนสมการแสดงความสัมพันธ์ได้ดังนี้

$$\frac{35}{1,000}(2,000) + \frac{0}{1,000}(500m) = \frac{20}{1,000}(2,000 + 500m)$$

$$70 = 40 + 10m$$

$$30 = 10m$$

$$m = 3$$

ตอบ ต้องเติมน้ำประมาณ 3 ถัง

### วิธีที่ 3

ให้ เติมน้ำดื่ม  $m$  ถัง

จากตาราง น้ำทะเลความเค็มเจือจาง 20 ppt เกิดจากนำน้ำทะเลปริมาตร 2,000 กิโลกรัม มีเกลือ 70 กิโลกรัม ผสมกับน้ำดื่มปริมาตร 500m กิโลกรัม มีเกลือ 0 กิโลกรัม

จะได้ว่า ความเค็ม 20 ppt เท่ากับ ความเค็มของน้ำทะเลปริมาตร 2,000 กิโลกรัม มีเกลือ 70 กิโลกรัม ผสมกับน้ำดื่มปริมาตร 500m กิโลกรัม มีเกลือ 0 กิโลกรัม

เขียนสัดส่วนได้ดังนี้

$$\frac{20}{1,000} = \frac{70}{2,000 + 500m}$$

$$20(2,000 + 500m) = 70 \times 1,000$$

$$40,000 + 10,000m = 70,000$$

$$m = 3$$

ตอบ ต้องเติมน้ำประมาณ 3 ถัง



### เฉลยใบกิจกรรมที่ 6.1 (สำหรับกลุ่มควบคุม)

**คำสั่ง** ให้นักเรียนแสดงวิธีในการหาคำตอบโดยละเอียด

หากนักเรียนนำ NaOH 50% ที่มีปริมาตร 300 มิลลิลิตร ผสมกับ NaOH 25% ที่มีปริมาตร 200 มิลลิลิตร จะได้ NaOH ผสมที่มีความเข้มข้นกี่ %

**หมายเหตุ :** NaOH มีชื่อเรียกว่า โซดาไฟ หรือโซเดียมไฮดรอกไซด์

1) ข้อมูลสำคัญที่ปรากฏในโจทย์มีอะไรบ้าง NaOH 50% ที่มีปริมาตร 300 มิลลิลิตร ผสมกับ NaOH 25% ที่มีปริมาตร 200 มิลลิลิตร

สิ่งที่ต้องการหาคำตอบคือ NaOH ผสมจะมีความเข้มข้นกี่ %

2) จงแสดงวิธีการแก้ปัญหา โดยใช้ข้อมูลสำคัญที่ได้จากข้อ (1)

**วิธีทำ**

ให้ NaOH ผสม มีความเข้มข้น  $m\%$

เนื่องจาก NaOH 50% ปริมาตร 300 ml จะมี NaOH แท้ =  $\frac{50}{100} \times 300 = 150$  ml

และ NaOH 25% ปริมาตร 200 ml จะมี NaOH แท้ =  $\frac{25}{100} \times 200 = 50$  ml

จะได้ว่า ปริมาตร NaOH =  $300 + 200 = 500$  ml

จะมี NaOH แท้ =  $150 + 50 = 200$  ml

เขียนสัดส่วนได้ดังนี้

$$\begin{aligned} \frac{m}{100} &= \frac{150 + 50}{500} \\ m &= \frac{200}{500} \times 100 \\ m &= 40\% \end{aligned}$$

**ตอบ** NaOH ผสม มีความเข้มข้น 40%

## เฉลยใบกิจกรรมที่ 6.2 (สำหรับกลุ่มควบคุม)

**คำสั่ง** ให้นักเรียนแสดงวิธีในการหาคำตอบโดยละเอียด

หากนักเรียนนำน้ำทะเลความเค็ม 35 ppt ที่มีปริมาตร 2,000 กิโลกรัม มาทำให้ความเค็มเจือจางเป็น 20 ppt โดยเติมน้ำดื่มที่มีปริมาตรสุทธิถึงละ 500 กิโลกรัม ลงไป จงหาว่าต้องเติมน้ำประมาณกี่ถัง

**หมายเหตุ :** ความเค็ม (salinity) คือ ปริมาณรวมของเกลือในน้ำทะเล มีหน่วยเป็นกรัมของเกลือต่อน้ำทะเล 1 กิโลกรัม หรือส่วนในพันส่วน (part per thousand: ppt)

### 1) ข้อมูลสำคัญที่ปรากฏในโจทย์มีอะไรบ้าง

1. ความเค็ม (salinity) คือ ปริมาณรวมของเกลือในน้ำทะเล มีหน่วยเป็นกรัมของเกลือต่อน้ำทะเล 1 กิโลกรัม หรือส่วนในพันส่วน (part per thousand: ppt)
2. น้ำทะเลความเค็ม 35 ppt ที่มีปริมาตร 2,000 กิโลกรัม มาทำให้ความเค็มเจือจางเป็น 20 ppt
3. โดยเติมน้ำดื่มที่มีปริมาตรสุทธิถึงละ 500 กิโลกรัม ลงไป

สิ่งที่ต้องการหาคำตอบคือ ต้องเติมน้ำประมาณกี่ถัง

### 2) จงแสดงวิธีการแก้ปัญหา โดยใช้ข้อมูลสำคัญที่ได้จากข้อ (1)

**วิธีทำ**

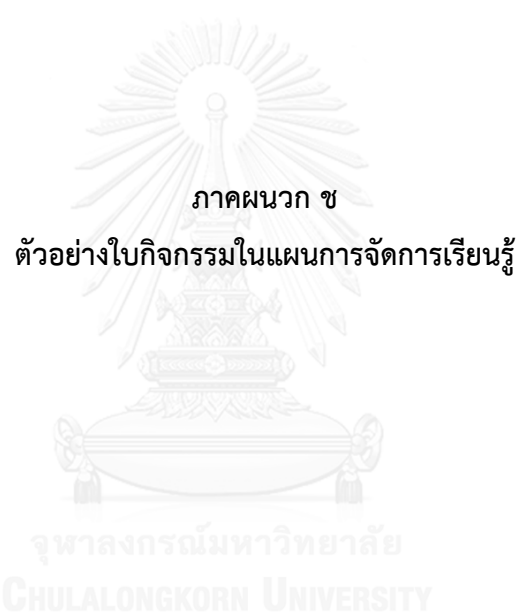
ให้	เติมน้ำดื่ม	$m$	ถัง
จะได้ว่า	น้ำที่เติมมีปริมาตร	500m	กิโลกรัม
เนื่องจาก	มีน้ำทะเลความเค็ม	35	ppt
หมายความว่า	ในน้ำทะเล 1,000 กิโลกรัม จะมีเกลือ	35	กิโลกรัม
ดังนั้น	ในน้ำทะเล 2,000 กิโลกรัม จะมีเกลือ	$\frac{35}{1,000} \times 2,000 = 70$	กิโลกรัม
เนื่องจาก	เติมน้ำดื่มที่มีปริมาตรสุทธิถึงละ 500 กิโลกรัม จำนวน $m$		ถังลงไป
หมายความว่า	จะมีเกลือ	0	กิโลกรัม

เนื่องจาก น้ำทะเลความเค็มเจือจาง 20 ppt  
 หมายความว่า ในน้ำทะเล 1,000 กิโลกรัม จะมีเกลือ 20 กิโลกรัม  
 เขียนสัดส่วนได้ดังนี้

$$\begin{aligned} \frac{20}{1,000} &= \frac{70}{2,000 + 500m} \\ 20(2,000 + 500m) &= 70 \times 1,000 \\ 40,000 + 10,000m &= 70,000 \\ m &= 3 \end{aligned}$$

ตอบ ต้องเติมน้ำประมาณ 3 ถัง





## ใบกิจกรรมที่ 1.1

คำสั่ง ให้นักเรียนแสดงวิธีในการหาคำตอบโดยละเอียด

เสือเรียนเรื่องอัตราส่วนไม่รู้เรื่องเลยอะ...เสืออยากเรียนอัตรารักกับหญิงมากกว่า



แหม!! เสือกก็พูดไป แล้วเสือรู้หรือว่า อัตรารักคืออะไร



อัตราส่วน (Ratio)  $a : b$  หรือ  $\frac{a}{b}$  เป็นการเปรียบเทียบปริมาณ  $a$  และปริมาณ  $b$  ซึ่งอาจมีหน่วยเดียวกันหรือต่างหน่วยกัน เช่น อัตราส่วนของความจริงใจกับความหล่อ เป็น  $8 : 2$  หรือ  $\frac{8}{2}$  ใจล่ะ

แต่หญิงคิดว่า อัตราส่วนของเสือน่าจะเป็น  $10 : 25$  มากกว่านะ เพราะมันคือ อัตราส่วนของความน่าเฝ้าต่อความเจ้าชู้



แอริย.. พี่ๆ คุยอัตราส่วนอัตรารักอะไรกันอะคะ ขอหญิงบ๊อคด้วยสิ เพราะหญิงบ๊อคอยากรู้ว่า จะทำยังไงให้อัตราส่วนของความรักของหญิงบ๊อคกับพี่เสือเท่ากัน .. คริคริ^^



พี่จะอธิบายสั้นๆ เลยนะ “การแสดงการเท่ากันของอัตราส่วนสองอัตราส่วนเค้าเรียกกันว่า สัดส่วนจ๊ะ” เช่น ถ้า  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  แล้ว  $a \times d = b \times c$

เฮ้อ!! เราคุยกันเครียดจังเลย ไปหาผลไม้กินกันดีกว่า วันนี้พี่เอาเงินมาตั้ง 220 บาทนะ วันนี้พี่เลี้ยงหญิงจ้าเเอง...

เสือไปด้วยวันนี้อัตราส่วนจำนวนเงินของพี่เสือต่อจำนวนเงินของพี่หญิงเป็น  $6 : 11$




อ้าว?? แล้วสรุปวันนี้พี่เสือเอาเงินมาโรงเรียนเท่าไรกันเนี่ย  
ใครก็ได้ช่วยหญิงบ๊อคคิดหน่อย หญิงบ๊อคปวดหัว


## ใบกิจกรรมที่ 1.2

คำสั่ง ให้นักเรียนแสดงวิธีในการหาคำตอบโดยละเอียด


อัตราส่วนของราคาแตงโมต่อราคามะม่วงเป็น 2 : 3 และ  
มะม่วงมีราคาแพงกว่าแตงโม 5 บาท


พี่ๆ แตงโมกับมะม่วงน่ากินจังเลย  
คะ ว่าแต่...พ่อค้าหายไปไหนอะ






นั่นสิ แต่เค้าปกป้องบอกราคาแตงโม  
กับมะม่วงอยู่นะ เดี๋ยวเราวางเงินให้  
พ่อค้าก็ได้มั้ง...  
จ้ะ... เดี๋ยวเอาแตงโม 2 ลูกเลย





จ้ะ... พี่เอามะม่วง 1 ลูกละกันนะ

แล้วอย่างนี้ พี่เสื่อจะต้องจ่ายเงิน  
มากกว่าพี่หญิงนะสิ??  
หญิงบ่คิดถูกมัยอะคะพี่ๆช่วยหญิงบ่  
คิดหน่อยสิ หญิงบ่คิดไม่เก่งเลย TT





### ใบกิจกรรมที่ 3.1

คำสั่ง ให้นักเรียนแสดงวิธีในการหาคำตอบโดยละเอียด



อ้าวน้องจумаทำอะไรที่ร้านพี่คะ

สวัสดีค่ะพี่เสื้อ พอดีजूต้องซื้อเสื้อกับกางเกงไปเข้า  
ค่าย เพื่อจัดกิจกรรมให้กับเด็กด้อยโอกาสอะคะ



มาเลยเดี่ยวพี่ลดราคาให้ แต่ตอนนี้जूช่วยพี่ทำบัญชี  
รายรับรายจ่ายได้ไหม เพราะตอนนี้เดี่ยวพี่ไม่อยู่บ้าน

ได้เลยค่ะ ไหนขอजूดูหน่อย

วันที่ 6 มีนาคม 2558 : อัตราส่วนของเสื้อต่อกางเกงเป็น 5 : 3

วันที่ 7 มีนาคม 2558 : ขายเสื้อไม่ได้เลย

วันที่ 8 มีนาคม 2558 : ขายเสื้อไป 22 ตัว ขายกางเกงไป 16 ตัว

จะเหลืออัตราส่วนของเสื้อต่อกางเกงเป็น

9 : 5



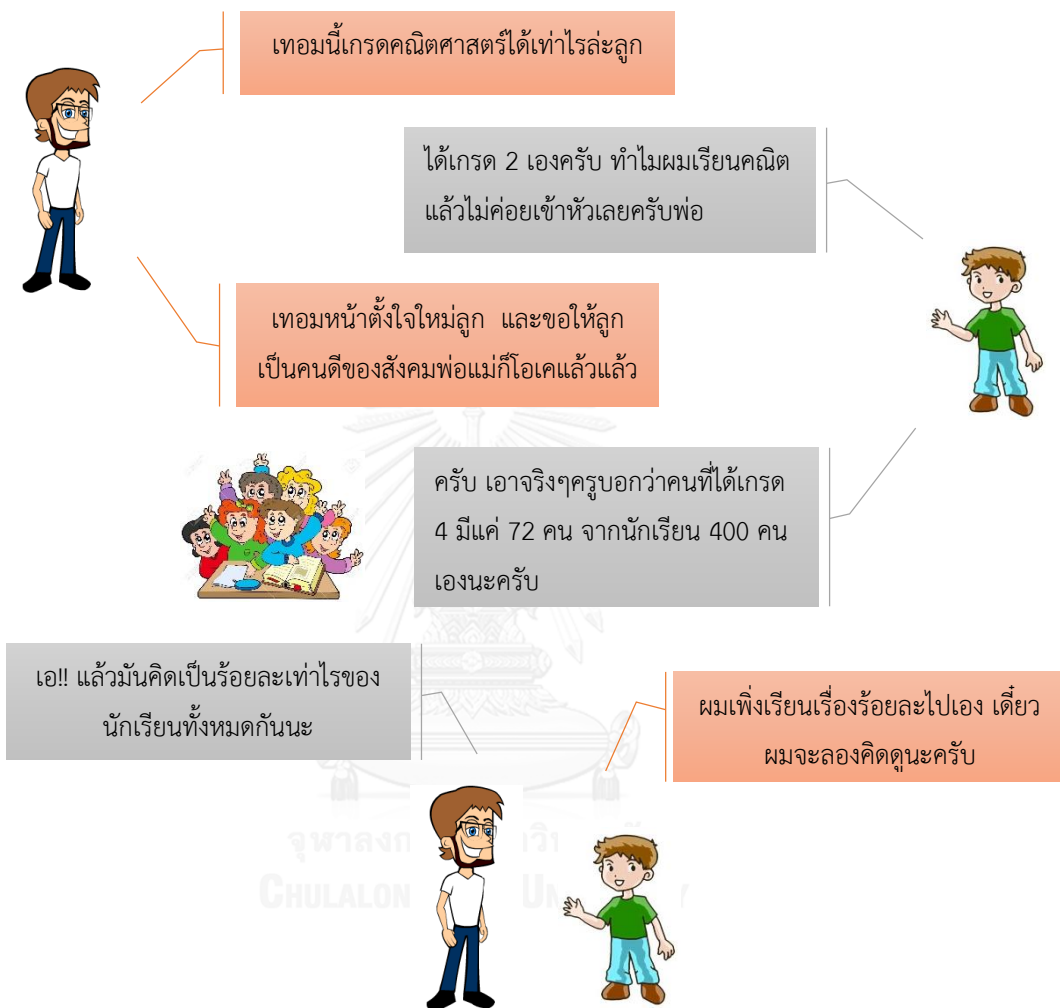
ถ้าอย่างนี้ วันที่ 6 มีนาคม เดี่ยวพี่  
ซื้อเสื้อกับกางเกงมาอย่างละกี่  
ตัวเนี่ย

???



## ใบกิจกรรมที่ 5.1

คำสั่ง ให้นักเรียนแสดงวิธีในการหาคำตอบโดยละเอียด



เทอมนี้เกรดคณิตศาสตร์ได้เท่าไรล่ะลูก

ได้เกรด 2 เองครับ ทำไมผมเรียนคณิตแล้วไม่ค่อยเข้าใจเลยครับพ่อ

เทอมหน้าตั้งใจใหม่ลูก และขอให้ลูกเป็นคนดีของสังคมพ่อแม่ก็โอเคแล้วแล้ว

ครับ เอจจริงๆครับบอกว่าคนที่ได้เกรด 4 มีแค่ 72 คน จากนักเรียน 400 คนเองนะครับ

เอ!! แล้วมันคิดเป็นร้อยละเท่าไรของนักเรียนทั้งหมดกันนะ

ผมเพิ่งเรียนเรื่องร้อยละไปเอง เตี่ย ผมจะลองคิดดูนะครับ

## ใบกิจกรรมที่ 7.2

คำสั่ง ให้นักเรียนแสดงวิธีในการหาคำตอบโดยละเอียด



ไหนดละ ลำตัวนงจะไรหรือ

ก็วิชาคณิตศาสตร์คุณครูบอกว่าอัตราส่วน  
คะแนนระหว่างภาคต่อปลายภาคเป็น 60:40  
คราวนี้คะแนนระหว่างภาคลำตัวนงได้ 85%

โอ้โฮ 85% ลำตัวนงยังเป็นคนอยู่  
หรือเปล่า เก่งเกินไปแล้ว

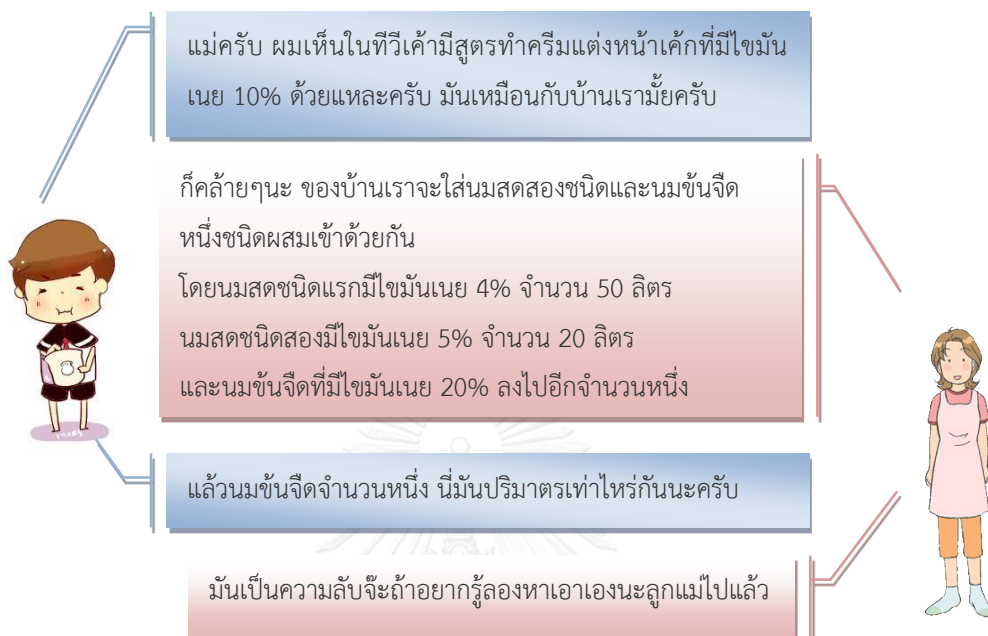
แต่แม่ลำตัวนงอยากให้คะแนนรวมได้ซัก 83 คะแนน

ถ้าอย่างนั้น ลำตัวนงก็  
ต้องทำคะแนนปลาย  
ภาคให้ได้เต็มเลยนะสิ  
ถึงจะได้คะแนนรวม 83  
คะแนน จากคะแนน  
เต็ม 100 คะแนน

เหม นายคิดดีแล้วหรือ ถูก  
แน่นะ ฉันทละไม่มั่นใจเลย

## ใบกิจกรรมที่ 8.2

คำสั่ง ให้นักเรียนแสดงวิธีในการหาคำตอบโดยละเอียด



แม่ครับ ผมเห็นในทีวีเค้ามีสูตรทำครีมแต่งหน้าเค้กที่มีไขมันเนย 10% ด้วยแหละครับ มันเหมือนกับบ้านเรามั๊ยครับ

ก็คล้ายๆนะ ของบ้านเราจะใส่นมสดสองชนิดและนมข้นจืดหนึ่งชนิดผสมเข้าด้วยกัน  
โดยนมสดชนิดแรกมีไขมันเนย 4% จำนวน 50 ลิตร  
นมสดชนิดสองมีไขมันเนย 5% จำนวน 20 ลิตร  
และนมข้นจืดที่มีไขมันเนย 20% ลงไปอีกจำนวนหนึ่ง

แล้วนมข้นจืดจำนวนหนึ่ง นี้นับปริมาตรเท่าไรกันนะครับ

มันเป็นความลับจ๊ะถ้าอยากรู้ลองหาเอาเองนะลูกแม่ไปแล้ว

### ใบกิจกรรมที่ 10.1

คำสั่ง ให้นักเรียนแสดงวิธีในการหาคำตอบโดยละเอียด

คุณว่างๆ มาเล่นทายปัญหากัน

เอาสิว่ามาเลย พร้อมมานานละ

ใครเป็นผู้ค้นพบไฟแช็กคนแรก

อืม.... !@#%\$+\*/.....ยอม

คนที่พบคนแรกก็คือ เซอร์ไฟแช็ก นิวตัน ใจ

เฮ้ยนั่นมันเซอร์ไอแซก นิวตัน เป็นคนค้นพบแรงโน้มของโลกต่างหาก

55+ ล้อเล่น คำชื่อ โยฮัน วูลฟกัง โดเบอร์เนออร์ (Johann Wolfgang Döbereiner) ชาวเยอรมัน แล้วรู้หรือเปล่าว่าไฟแช็กค้นพบมากคนไม้ขีดไฟอีกนะ

ยังไม่เลิกเล่นอีกนะ

จริงๆ ไม่เชื่อไปเปิดอินเตอร์เน็ตดูเลย ไฟแช็กผลิต ปี พ.ศ. 2366 ส่วนไม้ขีดไฟผลิต ปี พ.ศ. 2370

ไหนๆก็เรื่องไม้ขีดไฟแล้ว เราขอถามบ้าง ไม้ขีดไฟ ประทัด ระเบิด ทำมาจากธาตุฟอสฟอรัส ที่มีจุดเดือดที่ 280 องศาเซลเซียส และมีจุดหลอมเหลวอยู่ที่ 45 องศาเซลเซียส แล้วอย่างนี้จุดเดือดกับจุดหลอมเหลวของธาตุฟอสฟอรัส มีอุณหภูมิต่างกันที่องศาฟาเรนไฮต์

## ใบกิจกรรมที่ 12.2

คำสั่ง ให้นักเรียนแสดงวิธีในการหาคำตอบโดยละเอียด



กระดานดำ เป็นอุปกรณ์ในการเขียนที่สามารถใช้ซ้ำได้ โดยโดยใช้  
ชอล์ก หรืออุปกรณ์อื่นๆ ที่สามารถเขียนแล้วลบได้ กระดานดำในสมัยก่อน  
ทำจากแผ่นหินสีดำหรือสีเทาเข้มที่เรียบและบางเรียกว่า กระดานชนวน  
โดยมีความหมายตามพจนานุกรม ได้ความว่า กระดานขนาดใหญ่ทาสีเข้ม  
เช่น สีดำ สีเขียว สำหรับเขียนอักษรขนาดใหญ่เพื่อให้เห็นได้ชัดเจน

ถ้าขยายกระดานดำรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่ง เป็นรูปขยาย  
150% แล้วพื้นที่ของกระดานดำรูปขยายจะเป็น 150%  
ของพื้นที่ของรูปต้นแบบหรือไม่ เพราะเหตุใด

## ใบกิจกรรมที่ 14.2

คำสั่ง ให้นักเรียนแสดงวิธีในการหาคำตอบโดยละเอียด



รถดับเพลิงจำลองคันหนึ่งมีความยาว 31.5 เซนติเมตร กว้าง 9.5 เซนติเมตร และสูง 12.5 เซนติเมตร ถ้าใช้มาตราส่วน 1 : 30 ในการจำลอง ถ้ามีคนกล่าวว่า ความยาว และความกว้างของรถดับเพลิงจริงรวมกัน จะมากกว่าความสูงของรถดับเพลิงจริงอยู่ 8 เมตร นักเรียนคิดว่า คำกล่าวนี้ถูกต้องหรือไม่ เพราะเหตุใด

ภาคผนวก ซ  
ผลการทดสอบทางสถิติของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และแบบวัด  
ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย  
CHULALONGKORN UNIVERSITY



สำหรับการทดสอบสมมติฐานการวิจัยที่ว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน

สมมติฐานการทดสอบ คือ

$$H_0 : \text{ค่าเฉลี่ยของคะแนนหลังเรียน} \leq \text{ค่าเฉลี่ยของคะแนนก่อนเรียน}$$

$$H_1 : \text{ค่าเฉลี่ยของคะแนนหลังเรียน} > \text{ค่าเฉลี่ยของคะแนนก่อนเรียน}$$

**ตารางที่ 29** ผลการทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนของกลุ่มทดลอง

Paired Samples Statistics

	Mean	N	Std. Deviation	Std. Error Mean
เหตุผล หลังเรียน	6.60	50	3.790	.536
ก่อนเรียน	4.28	50	1.949	.276

Paired Samples Test

	Paired Differences					t	df	Sig. (2-tailed)
	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean	95% Confidence Interval of the Difference				
				Lower	Upper			
เหตุผล หลังเรียน-ก่อนเรียน	2.320	3.904	.552	1.210	3.430	4.20	49	.000

จากตารางที่ 29 ผลปรากฏว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตหลังเรียนและก่อนเรียนเท่ากับ 6.60 และ 4.28 ตามลำดับ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 3.790 และ 1.949 ตามลำดับ และจากการทดสอบที (t-test) ที่  $t_{\alpha, n-1} = t_{0.05, 49} = 1.64$  พบว่า  $t = 4.20$  ซึ่ง  $t > t_{\alpha, n-1}$  จึงปฏิเสธ  $H_0$  นั่นคือ นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

สำหรับการทดสอบสมมติฐานการวิจัยที่ว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน

สมมติฐานการทดสอบ คือ

$$H_0 : \text{ค่าเฉลี่ยของคะแนนหลังเรียน} \leq \text{ค่าเฉลี่ยของคะแนนก่อนเรียน}$$

$$H_1 : \text{ค่าเฉลี่ยของคะแนนหลังเรียน} > \text{ค่าเฉลี่ยของคะแนนก่อนเรียน}$$

**ตารางที่ 30** ผลการทดสอบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนของกลุ่มทดลอง

Paired Samples Statistics

	Mean	N	Std. Deviation	Std. Error Mean
สื่อสาร หลังเรียน	20.24	50	6.542	.925
สื่อสาร ก่อนเรียน	2.98	50	3.594	.508

Paired Samples Test

	Paired Differences					t	df	Sig. (2-tailed)
	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean	95% Confidence Interval of the Difference				
				Lower	Upper			
สื่อสาร หลังเรียน- ก่อนเรียน	17.26	7.384	1.044	15.162	19.358	16.53	49	.000

จากตารางที่ 30 ผลปรากฏว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตหลังเรียนและก่อนเรียนเท่ากับ 20.24 และ 2.98 ตามลำดับ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 6.542 และ 3.594 ตามลำดับ และจากการทดสอบที (t-test) ที่  $t_{\alpha, n-1} = t_{0.05, 49} = 1.64$  พบว่า  $t = 16.53$  ซึ่ง  $t > t_{\alpha, n-1}$  จึงปฏิเสธ  $H_0$  นั่นคือ นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

สำหรับการทดสอบสมมติฐานการวิจัยที่ว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุม

สมมติฐานการทดสอบ คือ

$H_0$  : ค่าเฉลี่ยของคะแนนกลุ่มทดลอง  $\leq$  ค่าเฉลี่ยของคะแนนกลุ่มควบคุม

$H_1$  : ค่าเฉลี่ยของคะแนนกลุ่มทดลอง  $>$  ค่าเฉลี่ยของคะแนนกลุ่มควบคุม

**ตารางที่ 31** ผลการทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ระหว่างนักเรียนกลุ่มทดลองกับนักเรียนกลุ่มควบคุม

Group Statistics

room	Mean	N	Std. Deviation	Std. Error Mean
เหตุผล ทดลอง	6.60	50	3.790	.536
ควบคุม	3.67	49	2.593	.370

Independent Samples Test

		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means						
		F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
									Lower	Upper
เหตุผล	Equal Variances assumed	6.003	.016	4.48	97	.000	2.927	.654	1.628	4.225
	Equal Variances not assumed			4.49	86.775	.000	2.927	.652	1.631	4.222

จากตารางที่ 31 ผลปรากฏว่า นักเรียนกลุ่มทดลองและนักเรียนกลุ่มควบคุมมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 6.60 และ 3.67 ตามลำดับ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 3.790 และ 2.593 ตามลำดับ จากการทดสอบค่าเอฟ (F - Test) เท่ากับ 6.003 และ Sig. เท่ากับ .016 ซึ่งน้อยกว่าระดับนัยสำคัญที่กำหนด ( $\alpha = .05$ ) แสดงว่า มีความแปรปรวนไม่เท่ากัน จึงต้องใช้ t - test แบบ Equal Variances not assumed และจากการทดสอบค่าที (t - test) ที่  $t_{\alpha, n_1+n_2-2} = t_{0.05, 97} = 1.64$  พบว่า

$t = 4.49$  ซึ่ง  $t > t_{\alpha, n_1+n_2-2}$  จึงปฏิเสธ  $H_0$  นั่นคือ นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

สำหรับการทดสอบสมมติฐานการวิจัยที่ว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุม

สมมติฐานการทดสอบ คือ

$H_0$  : ค่าเฉลี่ยของคะแนนกลุ่มทดลอง  $\leq$  ค่าเฉลี่ยของคะแนนกลุ่มควบคุม

$H_1$  : ค่าเฉลี่ยของคะแนนกลุ่มทดลอง  $>$  ค่าเฉลี่ยของคะแนนกลุ่มควบคุม

**ตารางที่ 32** ผลการทดสอบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ระหว่างนักเรียนกลุ่มทดลองกับนักเรียนกลุ่มควบคุม

Group Statistics

room	Mean	N	Std. Deviation	Std. Error Mean
สื่อสาร ทดลอง	20.24	50	6.542	.925
ควบคุม	3.31	49	2.945	.421

Independent Samples Test

		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means						
		F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
									Lower	Upper
สื่อสาร	Equal Variances assumed	11.806	.001	16.55	97	.000	16.934	1.023	14.903	18.965
	Equal Variances not assumed			16.66	68.38	.000	16.934	1.016	14.906	18.962

จากตารางที่ 32 ผลปรากฏว่า นักเรียนกลุ่มทดลองและนักเรียนกลุ่มควบคุมมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 20.24 และ 3.31 ตามลำดับ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 6.542 และ 2.945 ตามลำดับ จากการทดสอบค่าเอฟ (F - Test) เท่ากับ 11.806 และ Sig. เท่ากับ .001 ซึ่งน้อยกว่าระดับนัยสำคัญที่กำหนด ( $\alpha = .05$ ) แสดงว่า มีความแปรปรวนไม่เท่ากัน จึงต้องใช้ t - test แบบ

Equal Variances not assumed และจากการทดสอบค่าที (t - test) ที่  $t_{\alpha, n_1+n_2-2} = t_{0.05, 97} = 1.64$  พบว่า  $t = 16.66$  ซึ่ง  $t > t_{\alpha, n_1+n_2-2}$  จึงปฏิเสธ  $H_0$  นั่นคือ นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05



### ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นางสาวธัญพิมล จันทรนุ่ม เกิดเมื่อวันที่ 26 สิงหาคม พ.ศ. 2532 ที่จังหวัดนครสวรรค์ สำเร็จการศึกษาปริญญาครุศาสตรบัณฑิต วิชาเอกคณิตศาสตร์ สาขาวิชามัธยมศึกษา (วิทยาศาสตร์) ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในปีการศึกษา 2555 และในปีการศึกษา 2556 ได้เข้าศึกษาต่อในหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ปัจจุบันรับราชการตำแหน่งครูผู้ช่วย โรงเรียนเตรียมอุดมศึกษาพัฒนาการสุวรรณภูมิ จังหวัดกรุงเทพมหานคร

