บทที่ 2
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

แนวคิด ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ผู้วิจัยได้เสนอแนวคิด ทฤษฎี ซึ่งได้จากการศึกษาเอกสาร ตำรา บทความและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง โดยนำเสนอเป็น 6 ตอน ดังนี้

ตอนที่ 1 การประมาณค่าทางสถิติ

ตอนที่ 2 ขนาดอิทธิพล และการประมาณค่าขนาดอิทธิพล

ตอนที่ 3 การแจกแจง

- 3.1 การแจกแจงแบบไคกำลังสอง
- 3.2 การแจกแจงแบบลอกนอร์มอล
- 3.3 การแจกแจงแบบแกมมา
- 3.4 การแจกแจงแบบไวบูลส์

ตอนที่ 4 โปรแกรม MATLAB และการจำลองเหตุการณ์ (simulation)

ตอนที่ 5 สูตรที่ใช้ในการเปรียบเทียบการประมาณช่วงความเชื่อมั่น และ เกณฑ์ในการตัดสินใจ

ตอนที่ 6 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ตอนที่ 1 การประมาณค่าทางสถิติ

การอ้างอิงหรือการหาข้อสรุปในทางสถิติเกี่ยวกับเรื่องต่างๆ อาจแยกออกได้เป็น 2 แบบ คือ การประมาณค่าเกี่ยวกับลักษณะต่างๆของประชากร (parameters estimation) กับการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าต่างๆเหล่านั้น

Task Force (1999) กล่าวว่า ช่วงความเชื่อมั่นมีประโยชน์และมีความสำคัญในการแปลผลที่เราศึกษาโดยการเปรียบเทียบอย่างชัดเจนกับผลความสัมพันธ์ในการศึกษาก่อนหน้านี้

APA Publication Mannual (2001) ได้แนะนำเกี่ยวกับช่วงความเชื่อมั่นว่าช่วงความเชื่อมั่นมีการนำเสนอในการรายงานที่ดีที่สุด มีการแนะนำให้ใช้ช่วงความเชื่อมั่นกันมาก

cf. Chandler (1957) กล่าวถึงช่วงความเชื่อมั่นว่า เป็นการศึกษาที่ได้จากการทดลองของการรายงานที่แสดงว่า มีการรายงานช่วงความเชื่อมั่นบ่อย

Aczel (1995) เชื่อว่าช่วงของตัวเลขจะรวมพารามิเตอร์ของประชากรที่ไม่ทราบค่า ร่วมกับช่วงที่วัดจากความเชื่อมั่นที่เรามีว่าช่วงที่มีพารามิเตอร์ที่เราสนใจจริงๆ

cf. Moore & McCabe (1993) กล่าวว่าคำจำกัดความของช่วงความเชื่อมั่นเป็นหนึ่งจากหลายๆช่วงหรือกลุ่มตัวอย่างที่ใหญ่น้อยที่สุดของช่วงความเชื่อมั่นสำหรับให้ค่าพารามิเตอร์ที่ $1-\alpha\%$ ของช่วงที่จะได้พารามิเตอร์ของประชากร

Tietjen (1986) ; Hinkle, Wiersma & Jurs (1998) ได้อธิบายการใช้ตัวอย่างของช่วงความเชื่อมั่นเกี่ยวกับการประมาณค่าเฉลี่ย

การประมาณค่าต่าง ๆในประชากร (Point and interval estimates)

ความแตกต่างระหว่างค่าที่แท้จริงในประชากร (parameters) และค่าที่ประมาณได้จากตัวอย่าง (statistics) ปกติในทางสถิติเมื่อหาค่าเฉลี่ยได้แล้ว เราต้องการทราบว่าโดยเฉลี่ยแล้วค่าเหล่านั้นจะแตกต่างไปจากค่าเฉลี่ยที่หามาได้มากน้อยเพียงไร ซึ่งตัวที่ใช้วัดการกระจายของค่าต่างๆแต่ละค่าจากค่าเฉลี่ยประชากร เรียกว่า ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของประชากร (Population Standard Deviation) โดยทั่วไปแทนที่เราจะศึกษาประชากรทั้งหมด เราอาจจะเลือกมาศึกษาเพียงแค่จำนวนหนึ่ง ซึ่งเราเรียกกลุ่มที่ถูกเลือกออกมานี้ว่า ขนาดของตัวอย่าง (Size of Sample) จากนั้นเราก็สามารถหาค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานได้เช่นเดียวกับประชากร ซึ่งค่าที่ได้มา เรียกว่า ค่าเฉลี่ยจากตัวอย่างและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานจากตัวอย่าง หรือที่เรียกกันทั่วไปว่า ค่าสถิติ เราจะใช้ค่าสถิติเหล่านี้เป็นตัวประมาณค่าต่างๆที่ต้องการทราบในประชากร

ตัวประมาณค่าที่นิยมใช้กันอยู่มี 2 แบบ คือ ถ้าต้องการประมาณค่าลักษณะต่างๆของประชากรด้วยตัวเลขเพียงค่าเดียว เรียกว่า การประมาณแบบจุด (point estimate) ซึ่งเป็นการประมาณค่าพารามิเตอร์ของประชากรโดยใช้ค่าสถิติจากตัวอย่างการประมาณค่าแบบนี้เราไม่มีทางทราบได้เลยว่าค่าประมาณที่ได้มีค่าใกล้เคียงกับค่าจริงมากน้อยเพียงใด

การที่เราพอจะคาดหมายได้ว่าลักษณะที่ต้องการทราบในประชากรเป็นสิ่งที่มีประโยชน์ แต่จะเป็นประโยชน์มากขึ้นถ้าสามารถรู้เพิ่มเติมอีกว่า มีทางเป็นไปได้มากน้อยเพียงใดที่ค่าเฉลี่ยในประชากรจะแตกต่างจากค่านี้ไปไม่เกินค่าค่าหนึ่ง ซึ่งการประมาณค่าแบบจุดไม่สามารถทำให้เรามั่นใจได้เกี่ยวกับความถูกต้องของตัวประมาณค่า ดังนั้นการประมาณค่าโดยการกำหนดออกมาในเทอมของค่าสองค่าซึ่งเป็นช่วงที่คาดว่าค่าที่เราต้องการทราบในประชากรจะอยู่ในช่วงนั้น เรียกว่า interval estimate จึงเป็นที่นิยมกว่า การประมาณค่าพารามิเตอร์แบบช่วงมักจะอยู่ในภาพ $a < \theta <$

b ซึ่งค่า a และ b จะขึ้นอยู่กับตัวประมาณค่าแบบจุด $\hat{\theta}$ ของพารามิเตอร์ θ และการแจกแจงความน่าจะเป็นของ $\hat{\theta}$

Yammane, 1967 อ้างถึงใน สุชาดา บวรกิติวงศ์, 2544 ได้กล่าวถึงสมบัติของตัวประมาณที่ดี (good estimator) ว่า

1. ตัวประมาณต้องไม่เอนเอียง (unbiased) ซึ่งหมายถึง ตัวประมาณที่มีค่าเฉลี่ย (mean) หรือค่าคาดหมาย (expected value) เท่ากับค่าพารามิเตอร์ (parameter value)

ถ้าให้ $\hat{\theta}$ เป็นตัวประมาณของ θ กล่าวว่า $\hat{\theta}$ เป็นตัวประมาณที่ไม่เอนเอียง ถ้า $E(\hat{\theta}) = \theta$

2. ตัวประมาณต้องมีประสิทธิภาพ (efficiency) คือตัวประมาณที่มีค่าความแปรปรวนน้อยกว่าตัวประมาณอื่นๆ เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากัน นั่นคือ

ถ้า $\hat{\theta}_1$ และ $\hat{\theta}_2$ เป็นตัวประมาณที่ไม่เอนเอียงของ θ

ถ้า $Var(\hat{\theta}_1) < Var(\hat{\theta}_2)$ แล้ว $\hat{\theta}_1$ มีประสิทธิภาพมากกว่า $\hat{\theta}_2$

3. ตัวประมาณต้องมีความคงเส้นคงวา (consistency) คือขณะที่ขนาดตัวอย่างเข้าใกล้ค่าอนันต์ (infinity) ตัวประมาณนั้นจะมีค่าเฉลี่ยหรือค่าคาดหมายเข้าใกล้ค่าพารามิเตอร์และความแปรปรวนเข้าใกล้ศูนย์

4. ตัวประมาณต้องมีความเพียงพอ (sufficiency) เป็นตัวประมาณที่ได้จากการนำข้อมูลทุกค่าจากตัวอย่างมาวิเคราะห์ ตัวอย่างตัวประมาณที่มีความเพียงพอได้แก่ ค่าเฉลี่ยเลขคณิตจากตัวอย่าง $(\overline{X})$ ค่าสัดส่วนจากตัวอย่าง ($\hat{p}$) เป็นต้น

ในทางสถิตินั้น ตัวประมาณที่ดีควรจะมีสมบัติที่สำคัญอย่างน้อย 2 ข้อ คือ สมบัติความไม่เอนเอียงและความมีประสิทธิภาพ

ในการประมาณค่านั้น สามารถทำได้ 2 วิธี คือ

1. การประมาณค่าแบบจุด (Point estimation) เป็นการประมาณค่าพารามิเตอร์ของประชากรด้วยค่าเพียงค่าเดียว (Single-value Estimation หรือ Point Estimation) ซึ่งการประมาณค่าแบบนี้อาจจะมีค่าเท่ากับค่าพารามิเตอร์หรืออาจมีโอกาสได้ค่าที่คลาดเคลื่อนไปจากค่าพารามิเตอร์ได้มาก ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับหน่วยตัวอย่างที่นำมาวิเคราะห์ (ถ้าหน่วยตัวอย่างนั้นได้มาจากการสุ่มตัวอย่างก็จะสามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนได้ในระดับหนึ่ง) ตัวอย่างสัญลักษณ์ที่ใช้แทนค่าพารามิเตอร์และสถิติ

ตารางที่ 2.1 สัญลักษณ์ที่ใช้แทนค่าพารามิเตอร์

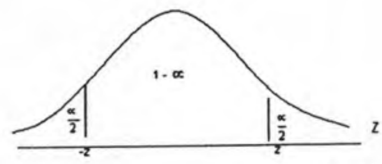
	ค่าพารามิเตอร์	**ค่าสถิติ**
หนึ่งประชากร		
ค่าเฉลี่ย	μ	$\overline{X}$
ค่าความแปรปรวน	σ^2	S^2
สองประชากร		
ผลต่างของค่าเฉลี่ย	$\mu_1 - \mu_2$	$\overline{X}_1 - \overline{X}_2$

2. การประมาณค่าแบบช่วง (Interval estimation) เป็นการประมาณค่าพารามิเตอร์ของประชากรว่าจะอยู่ในช่วงใด (Interval Estimation) กล่าวคือ เป็นการหาจุด 2 จุด ได้แก่ ขอบเขตล่าง (Lower limit : L) และขอบเขตบน (Upper limit : U) ซึ่งจะคลุมค่าพารามิเตอร์ของประชากรด้วยความน่าจะเป็น $1-\alpha$ (โดย $0<\alpha<1$) นั่นคือ ช่วงของค่าประมาณจะแคบหรือกว้างขึ้นอยู่กับระดับความเชื่อมั่น ($1-\alpha$) เช่น ถ้าระดับความเชื่อมั่นสูง ช่วงของค่าประมาณจะกว้าง (L ต่ำและ U สูง) แต่ถ้าระดับความเชื่อมั่นต่ำ ช่วงของค่าประมาณจะแคบ (L และ U มีค่าใกล้เคียงกัน)
ซึ่งการประมาณค่าแบบช่วง มีวิธีการประมาณ 4 วิธี ดังนี้

1. การประมาณค่าเฉลี่ยของประชากรกลุ่มเดียว (μ)

กรณีนี้จะใช้ค่าเฉลี่ยจากกลุ่มตัวอย่าง $(\overline{X})$ ในการประมาณค่า ในการประมาณค่าพารามิเตอร์ต้องอาศัยความรู้เกี่ยวกับการแจกแจงข้อมูลหรือของกลุ่มตัวอย่างมีการแจกแจงใกล้เคียงกับการแจกแจงปกติ ที่มีค่าเฉลี่ย $\mu_{\overline{X}} = \mu$ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน $\sigma_{\overline{X}} = \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$ และทราบว่ามีการแจกแจงใกล้เคียงกับการแจกแจงแบบปกติ

เมื่อกำหนดระดับความเชื่อมั่น = $(1-\alpha)100\%$ เราสามารถหาค่า Z ซึ่งมีพื้นที่ใต้โค้ง $= 1-\alpha$ ได้ดังภาพ



ภาพที่ 2.1 พื้นที่ใต้โค้ง $1-\alpha$ เมื่อกำหนดระดับความเชื่อมั่น = $(1-\alpha)100\%$

จากภาพ จะได้ $P\left(-Z_{\frac{\alpha}{z}} < Z < Z_{\frac{\alpha}{2}}\right) = 1-\alpha$

หรือ $P\left(-Z_{\frac{\alpha}{2}} < \dfrac{\overline{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} < Z_{\frac{\alpha}{2}}\right) = 1-\alpha$

หรือ $P\left(-Z_{\frac{\alpha}{2}}\sigma/\sqrt{n} < \overline{X}-\mu < Z_{\frac{\alpha}{2}}\sigma/\sqrt{n} = 1-\alpha\right)$

หรือ $P\left(\overline{X}-Z_{\frac{\alpha}{2}}\sigma/\sqrt{n} < \mu < \overline{X}+Z_{\frac{\alpha}{2}}\sigma/\sqrt{n}\right) = 1-\alpha$

หรือกล่าวได้ว่าช่วงการประมาณของ μ ที่ระดับความเชื่อมั่น $(1-\alpha)100\%$ คือ

$$\overline{X}-Z_{\frac{\alpha}{2}}\sigma/\sqrt{n} < \mu < \overline{X}+Z_{\frac{\alpha}{2}}\sigma/\sqrt{n}$$

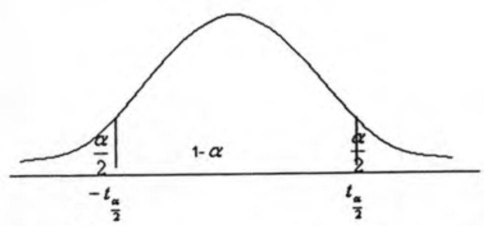
ซึ่งสามารถแยกพิจารณาได้ 2 กรณี คือ

กรณีที่ 1 : เมื่อทราบค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของประชากร (σ) หรือถ้าไม่ทราบค่า σ แต่ขนาดตัวอย่างที่ใช้มีขนาดใหญ่พอ (n>30) จะใช้ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานจากตัวอย่าง (s) แทน σ ในการประมาณค่า และเมื่อกำหนด $1-\alpha$ จะให้ค่า $Z_{\frac{\alpha}{2}}$ ได้จากตารางพื้นที่ใต้โค้งปกติมาตรฐาน

กรณีที่ 2 : เมื่อไม่ทราบค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของประชากร (σ) และตัวอย่างมีขนาดเล็ก $(n \leq 30)$ จะได้ว่า

$$T = \frac{\overline{X}-\mu}{S/\sqrt{n}}$$

การหาช่วงความเชื่อมั่นของ μ อาศัยการแจกแจงแบบ t ที่มีระดับขั้นความเสรี (Degree of Freedom, d.f.) = n-1 และเมื่อกำหนด $(1-\alpha)100\%$ จะหาค่า $t_{\frac{\alpha}{2}}$ ที่ d.f. = (n-1) ได้ดังภาพ



ภาพที่ 2.2 ช่วงความเชื่อมั่นของ μ อาศัยการแจกแจงแบบ t ที่มีระดับขั้นความเสรี (Degree of Freedom, d.f.) = n-1 และเมื่อกำหนด $(1-\alpha)100\%$

$$\text{และ } P\left(\overline{X} - t_{\frac{\alpha}{2}} S/\sqrt{n} < \mu < \overline{X} + t_{\frac{\alpha}{2}} S/\sqrt{n}\right) = 1-\alpha$$

2. การประมาณค่าความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่ม ($\mu_1 = \mu_2$) แยกพิจารณาได้ 4 กรณี คือ

กรณีที่ 1 : เมื่อทราบว่า σ_1^2 และ σ_2^2 ของประชากรหรือไม่ทราบค่าแต่มีตัวอย่างที่ขนาดใหญ่พอจะแทน σ_1^2 และ σ_2^2 ด้วย S_1^2 และ S_2^2 ถ้ามีประชากร 2 กลุ่มที่มีค่าเฉลี่ย μ_1 และ μ_2 และค่าความแปรปรวน = σ_1^2 และ σ_2^2 ตามลำดับ เมื่อสุ่มตัวอย่างจากประชากรที่ 1 และประชากรที่ 2 ขนาด n_1 และ n_2 ตามลำดับ จะได้ค่าสถิติ $\overline{X}_1 - \overline{X}_2$ เป็นตัวประมาณทีดีและมีประสิทธิภาพที่สุดของความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของประชากร $(\mu_1 - \mu_2)$ โดยที่การแจกแจงของความแตกต่างของกลุ่มตัวอย่างมีการแจกแจงใกล้เคียงกับการแจกแจงปกติที่มีค่าเฉลี่ย = $\mu_{\overline{X}_1-\overline{X}_2} = \mu_1 - \mu_2$ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน $\sigma_{\overline{X}_1-\overline{X}_2} = \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}}$ และ

$Z = \dfrac{(\overline{X}_1 - \overline{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$ มีการแจกแจงแบบปกติ

$P\left\{(\overline{X}_1 - \overline{X}_2) - Z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}} < \mu_1 - \mu_2 < (\overline{X}_1 - \overline{X}_2) + Z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}}\right\} = 1-\alpha$ นั่นคือ

$(1-\alpha)100\%$ ช่วงความเชื่อมั่นของ $\mu_1 - \mu_2$ คือ

$$(\overline{X}_1 - \overline{X}_2) - Z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_1}} < \mu_1 - \mu_2 < (\overline{X}_1 - \overline{X}_2) + Z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}}$$

กรณีที่ 2 : เมื่อตัวแทนมีขนาดเล็ก (n_1 และ $n_2 \le 30$) ถูกสุ่มจากประชากรที่มีการแจกแจงใกล้เคียงการแจกแจงปกติ แต่ไม่ทราบค่าความแปรปรวนของประชากร แต่คาดว่าจะเท่ากัน คือ $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2$ จึงประมาณ σ^2 ด้วย S_p^2 โดยที่

$S_p^2 = \dfrac{(n_1-1)S_1^2 + (n_2-1)S_2^2}{n_1+n_2-2}$ เรียก S_p^2 ว่า ความแปรปรวนร่วม (Po;;ed Variance) ของตัวอย่างทั้ง 2 กลุ่ม ใช้ S_p ประมาณ σ

สถิติที่ใช้ทดสอบ คือ

$$T = \frac{(\overline{X}_1 - \overline{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{S_p^2}{n_1} + \frac{S_p^2}{n_2}}}$$

$$= \frac{(\overline{X}_1 - \overline{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{S_p\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$$

T จะมีการแจกแจงแบบ t มีระดับขั้นความเสรีเป็น $n_1 + n_2 - 2$ ดังนั้น จึงใช้การแจกแจงในการหาช่วงความเชื่อมั่นของ $\mu_1 - \mu_2$ ได้ดังนี้

$$P\left\{(\overline{X}_1 - \overline{X}_2) - t_{\frac{\alpha}{2}} S_p\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}} < \mu_1 - \mu_2 < (\overline{X}_1 - \overline{X}_2) + t_{\frac{\alpha}{2}} S_p\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}\right\}$$

กรณีที่ 3 : เมื่อกลุ่มตัวอย่างมีขนาดเล็ก และถูกสุ่มจากประชากรที่มีการแจกแจงใกล้เคียงกับการแจกแจงแบบปกติ แต่ไม่ทราบค่าความแปรปรวนของประชากร และทราบค่าความแปรปรวนไม่เท่ากัน $(\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2)$ ได้ว่า $T = \frac{(\overline{X}_1 - \overline{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\left(\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}\right)}}$ มีการแจงแจงแบบ t และมีค่าระดับขั้นความเสรี d.f. = $\frac{\left(\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}\right)}{\left(\frac{S_1^2}{n_1}\right)^2 / (n_1 - 1) + \left(\frac{S_1^2}{n_2}\right)^2 / (n_2 - 1)}$ กรณีที่ d.f. ไม่ใช่จำนวนเต็ม ให้ใช้จำนวนเต็มที่มีค่าใกล้เคียงสุด ดังนั้นระดับความเชื่อมั่น $(1-\alpha)100\%$ ของ $\mu_1 - \mu_2$ คือ

$$(\overline{X}_1 - \overline{X}_2) - t_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}} < \mu_1 - \mu_2 < (\overline{X}_1 - \overline{X}_2) + t_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}$$

กรณีที่ 4 กรณีของตัวแปรคู่ : การประมาณช่วงของค่าเฉลี่ยระหว่างประชากร 2 กลุ่ม โดยที่กลุ่มตัวอย่างทั้งสองมีความเป็นอิสระกัน การประมาณค่าจึงใช้การแจกแจงของผลต่างของตัวกลางได้ แต่ถ้ากลุ่มตัวอย่างไม่เป็นอิสระกัน โดยที่คะแนนทั้ง 2 ชุดมีความเกี่ยวข้องกันเป็นลักษณะ

การเปรียบเทียบเป็นคู่ๆ ถ้าให้ d1, d2, ... และ dn เป็นความแตกต่างของแต่ละคู่ จำนวน n คู่ ดังนั้น การประมาณความแตกต่างของค่าเฉลี่ย $\mu_1 - \mu_2 = \mu_D$ แทนได้ด้วย $\overline{D}$

ในกรณีที่มีกลุ่มตัวอย่าง 2 กลุ่ม คือ X และ Y ซึ่งมี n คู่ ให้ D = X – Y เป็นผลต่างของคะแนนแต่ละคู่ D จะเป็นตัวแปรสุ่มซึ่งค่าแต่ละค่าเป็น $d_1 = X_1 - Y_1$ ชุดของ d_i ก็จะเป็นกลุ่มตัวอย่างของความแตกต่าง n คู่ ซึ่งสามารถหา $\overline{d}$ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน $S_{\overline{d}}$ ได้

ถ้าประชากร D มีการแจกแจงปกติ ที่มีตัวกลางเป็น μ_D และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็น σ_D และถ้า $\overline{d}$ เป็นตัวกลาง S_d เป็นส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของกลุ่มตัวอย่างขนาด n

ได้ว่า ค่าสถิติ $T = \dfrac{\overline{D} - \mu_D}{S_{d/\sqrt{n}}}$ จะมีการแจกแจงแบบ t มีระดับขั้นความเสรี = n-1 ที่ระดับความเชื่อมั่น $(1-\alpha)100\%$ จะได้ว่า $\overline{d} - t_{\frac{\alpha}{2}} \dfrac{S_d}{\sqrt{n}} < \mu_D < \overline{d} + t_{\frac{\alpha}{2}} \dfrac{S_d}{\sqrt{n}}$

3. การประมาณค่าสัดส่วนของประชากรกลุ่มเดียว (π)

ในที่นี้เราไม่ทราบค่าสัดส่วนของประชากร (P) จึงจำเป็นต้องใช้สัดส่วนที่หาได้จากกลุ่มตัวอย่าง ($\hat{P}$) ไปประมาณค่าพารามิเตอร์ ซึ่งเมื่อทำการสุ่มตัวอย่างมาขนาด n โดยที่ n มีขนาดใหญ่พอ การแจกแจงค่าสัดส่วนจากกลุ่มตัวอย่าง จะใกล้เคียงกับการแจกแจงแบบปกติ ซึ่งมีค่าเฉลี่ย $\mu_{\hat{P}} = P$ และ $\sigma_{\hat{P}} = \sqrt{\dfrac{pq}{n}}$ ค่าสถิติ $Z = \dfrac{\hat{P} - P}{\sqrt{\dfrac{pq}{n}}}$ จะมีการแจกแจงแบบปกติมาตรฐาน ดังนั้น

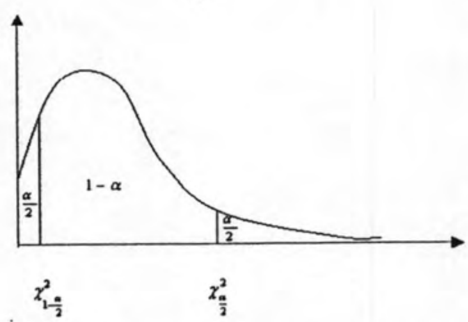
$(1-\alpha)100\%$ ช่วงความเชื่อมั่นของ P ได้จาก $-Z_{\frac{\alpha}{2}} < \dfrac{\hat{P} - P}{\sqrt{\dfrac{pq}{n}}} < Z_{\frac{\alpha}{2}}$ ในกรณีไม่ทราบค่า P จึงใช้ $\hat{p}$

และ $\hat{q}$ ในการหา $\sigma_{\hat{p}}$ $\therefore P\left(-Z_{\frac{\alpha}{2}} < \dfrac{\hat{p} - P}{\sqrt{\dfrac{\hat{p}\hat{q}}{n}}} < Z_{\frac{\alpha}{2}}\right) = 1 - \alpha$ นั่นคือ ช่วงการประมาณของ P ด้วยระดับความเชื่อมั่นของ $(1-\alpha)100\%$ คือ

$$\hat{p} - Z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}} < P < \hat{p} + Z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}}$$

4. การประมาณค่าความแปรปรวนของประชากร (σ^2)

ถ้าประชากรมีความแปรปรวนเป็น σ^2 สุ่มตัวอย่างขนาด n จากประชากรนี้ ความแปรปรวนของกลุ่มตัวอย่าง S^2 จะเป็นค่าสถิติที่ประมาณค่าของ σ^2 ได้ และในการประมาณช่วงความเชื่อมั่นของ σ^2 อาศัยความรู้การแจกแจงของ S^2 ถ้าประชากรที่ถูกสุ่มมีการแจกแจงแบบปกติ จะได้ค่าสถิติ $\chi^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}$ มีการแจกแจงแบบไคกำลังสองที่มีระดับขั้นความเสรี (df) เป็น n-1 ดังนั้นเมื่อกำหนดช่วงความเชื่อมั่นให้เป็น $1-\alpha$ จะหาค่า $\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}$ ได้ดังภาพ



ภาพที่ 2.3 การแจกแจงแบบไคกำลังสองที่มีระดับขั้นความเสรี (df) เป็น n-1 เมื่อกำหนดช่วงความเชื่อมั่นให้เป็น $1-\alpha$

จากภาพหมายความว่า $P\left(\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}} < \chi^2 < \chi^2_{\frac{\alpha}{2}}\right) = 1-\alpha$ แทนค่า χ^2 ด้วย $\frac{(n-1)s^2}{\sigma^2}$

$P\left(\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}} < \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} < \chi^2_{\frac{\alpha}{2}}\right) = 1-\alpha$ หรือ $P\left[\frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}} < \sigma^2 < \frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}}\right] = 1-\alpha$ นั่นคือ

$(1-\alpha)100\%$ ช่วงความเชื่อมั่นของ σ^2 $\frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}} < \sigma^2 < \frac{(n-1)S^2}{\chi_{1-\frac{\alpha}{2}}}$

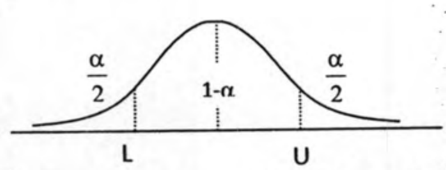
ตารางที่ 2.2 การประมาณค่าแบบช่วงสำหรับประชากร 1 กลุ่ม (วิธีวิเคราะห์ข้อมูลทางการศึกษา, 2545)

ข้อมูล	สูตร
ประมาณผลต่างของค่าเฉลี่ยประชากร (μ)	
1. ทราบค่า σ ของประชากร	$\mu = \bar{x} \pm Z_{\frac{\alpha}{2}} . \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$
2. กลุ่มตัวอย่างมีขนาดใหญ่ ไม่ทราบค่า σ ของประชากร	$\mu = \bar{x} \pm Z_{\frac{\alpha}{2}} . \frac{S}{\sqrt{n}}$
3. กลุ่มตัวอย่างมีขนาดเล็ก ไม่ทราบค่า σ ของประชากร	$\mu = \bar{x} \pm t_{\frac{\alpha}{2}} . \frac{S}{\sqrt{n}}$

ตารางที่ 2.3 การประมาณค่าแบบช่วงสำหรับประชากร 2 กลุ่ม (วิธีวิเคราะห์ข้อมูลทางการศึกษา, 2545)

ข้อมูล	สูตร
ประมาณผลต่างของค่าเฉลี่ยประชากร (μ_1-μ_2)	
1. ทราบค่าความแปรปรวนของประชากรทั้ง 2 กลุ่ม $\sigma_1^2 \cdot \sigma_2^2$	$\mu_1-\mu_2=(\bar{x}_1-\bar{x}_2)\pm Z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}}$
2. กลุ่มตัวอย่างมีขนาดใหญ่ ไม่ความแปรปรวนของประชากร $\sigma_1^2 \cdot \sigma_2^2$	$\mu_1-\mu_2=(\bar{x}_1-\bar{x}_2)\pm Z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1}+\frac{s_2^2}{n_2}}$
3. กลุ่มตัวอย่างมีขนาดเล็ก ไม่ความแปรปรวนของประชากร $\sigma_1^2 \cdot \sigma_2^2$ แต่ทราบค่า $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$	$\mu_1-\mu_2=(\bar{x}_1-\bar{x}_2)\pm t_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1}+\frac{s_2^2}{n_2}}$
4. กลุ่มตัวอย่างมีขนาดเล็ก ไม่ความแปรปรวนของประชากร $\sigma_1^2 \cdot \sigma_2^2$ แต่ทราบค่า $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma$	$\mu_1-\mu_2=(\bar{x}_1-\bar{x}_2)\pm t_{\frac{\alpha}{2}}s_p$ เมื่อ $s_p^2=\sqrt{\left[\frac{(n_1-1)s_1^2+(n_2-1)s_2^2}{n_1+n_2-2}\right]}\left[\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}\right]$

ขอบเขตบนและล่างของช่วงความเชื่อมั่น



ภาพที่ 4 ขอบเขตบนและล่างของช่วงความเชื่อมั่น

ถ้าให้ θ เป็นพารามิเตอร์ที่ต้องการประมาณค่า ดังนั้น การประมาณค่า แบบช่วงของ θ คือ $L < \theta < U$ โดยจะเรียกช่วงระหว่าง L และ U ว่า ช่วงความเชื่อมั่น หรืออาจจะเขียนได้ว่า $P(L < \theta < U) = 1-\alpha$ หรือเรียกว่า ระดับความเชื่อมั่น เมื่อกำหนดให้

L คือ ขอบเขตล่างของความเชื่อมั่น (Lower confidence Limit) และ

U คือ ขอบเขตบนของความเชื่อมั่น (Upper confidence Limit)

โดยที่ระดับความเชื่อมั่นที่นิยมใช้กันคือ 0.90 0.95 และ 0.99 เช่น ช่วงความเชื่อมั่น 95% หมายความว่า เรามีความเชื่อมั่น 95% ที่ช่วงนี้จะคลุมพารามิเตอร์

ระดับความเชื่อมั่น (Level of Confidence) หมายถึง โอกาสหรือความน่าจะเป็นที่ค่าพารามิเตอร์จะตกอยู่ในช่วงของค่าที่ประมาณได้ ส่วนความน่าจะเป็นที่ค่าพารามิเตอร์จะไม่ตกอยู่ในช่วงนั้น เรียกว่า ระดับความมีนัยสำคัญ (Level of significance) ซึ่งนิยมแทนด้วย α ดังนั้นระดับความมั่นใจในการประมาณค่าจึงมีค่าเท่ากับ $1-\alpha$

การประมาณค่าแบบช่วงจึงเป็นวิธีการวิเคราะห์ที่นิยมใช้มากกว่าการประมาณแบบจุด เนื่องจากการประมาณค่าแบบช่วงจะให้ค่าประมาณที่มีโอกาสคลาดเคลื่อนไปจากค่าพารามิเตอร์น้อยกว่าค่าประมาณแบบจุด

ตอนที่ 2 ขนาดอิทธิพล (effect size) **และการประมาณค่าขนาดอิทธิพล**

ในการทำวิจัยผู้วิจัยส่วนใหญ่มักจะรายงานผลเฉพาะผลการทดสอบว่ายอมรับหรือปฏิเสธสมมติฐาน ถ้าผลการทดสอบยอมรับสมมติฐานว่าง เป็นอันว่าค่าเฉลี่ยทั้ง k ตัวไม่ต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ทำให้การทดสอบยุติ แต่ถ้าผลการทดสอบปฏิเสธสมมติฐานว่างนักวิจัยจะตรวจสอบรายคู่ต่อไป ว่าค่าเฉลี่ยคู่ใดบ้างที่ต่างกันโดยไม่ได้ระบุขนาดอิทธิพล เนื่องจากไม่คิดว่าเป็นสิ่งจำเป็น (สุชาดา บวรกิติวงศ์, 2548)

สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ ให้ความหมายของขนาดอิทธิพล ว่าหมายถึง ผลของการเรียนรู้ที่วัดในภาพของหน่วยมาตรฐาน ซึ่งประมาณค่าโดยการคำนวณจากความแตกต่างระหว่างคะแนนเฉลี่ยของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม แล้วนำมาทำเป็นคะแนนมาตรฐานโดยการหารด้วยส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของกลุ่มควบคุม

Wikipedia ให้ความหมายของ effect size ว่าเป็นการวัดของความแตกต่างของความสัมพันธ์ระหว่าง 2 ตัวแปร

สุณี ผลดีเยี่ยม (2546) เสนอความหมายของ Effect size ว่าเป็นขนาดความแตกต่างของผลลัพธ์ที่คาดว่าจะเกิดขึ้นระหว่างกลุ่มควบคุมและกลุ่มทดลอง ซึ่งต้องอาศัยความรู้ทางเทคนิคเข้าช่วยในการกำหนด effect size

ชยุตม์ ภิรมย์สมบัติ (2547) กล่าวว่านักสถิติกลุ่มหนึ่งจะใช้คำว่า ขนาดอิทธิพล (effect size) แทนความเข้มของอิทธิพล (effect magnitude) และบอกว่าความเข้มของขนาดอิทธิพล หมายถึง ตัวเลขที่ให้สารสนเทศเกี่ยวกับขนาดของผลอันเกิดจากอิทธิพลของตัวแปรจัดกระทำที่ทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงในตัวแปรตามหรือตัวเลขที่ให้สารสนเทศเกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร

จรีรัตน์ นวมะชิติ (2547) ให้ความหมายของค่าขนาดอิทธิพลว่า คืออัตราส่วนความแตกต่างระหว่างคะแนนเฉลี่ยของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม กับส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

Cohen (1990) กล่าวว่าผลิตภัณฑ์ก่อนของการวิจัยแบบสืบสอบ เป็นอีกวิธีหนึ่งของการวัดขนาดอิทธิพล ไม่ใช่ p-value

Cohen (1969 อ้างถึงใน นงลักษณ์ วิรัชชัย, 2542) ซึ่งเป็นผู้พัฒนาสูตรการประมาณค่าความเข้มของอิทธิพลในยุคแรก ให้นิยามในเชิงปฏิบัติการไว้ว่า เป็นอัตราส่วนระหว่างผลต่างของค่าเฉลี่ยจากกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมกับค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานรวม (pooled standard deviation) และเรียกอัตราส่วนดังกว่าวว่า ขนาดอิทธิพล (effect size)

Kirk (1996) กล่าวว่า ขนาดอิทธิพล (effect size) คือ ขนาดความสัมพันธ์ของตัวแปรต้นและตัวแปรตาม

Cohen (1977) หาแนวทางสำหรับ ขนาดอิทธิพลขนาดเล็ก (r = .10) ขนาดกลาง (r = .30) และขนาดใหญ่ (r = .50)

Hair (1998) ขนาดอิทธิพล คือ ค่าประมาณของระดับของปรากฏการณ์ที่ศึกษาว่ามีอยู่หรือเกิดขึ้นในประชากร

Becker (1999) ขนาดอิทธิพล คือ ค่าที่บอกระดับของความสัมพันธ์ระหว่างอิทธิพลและตัวแปรตาม

Wilkinson & Task Force on Statistical Inference (1999) APA Task Force on Statistic Methods เสนอให้นักวิจัยรายงานระดับแอลฟา และขนาดอิทธิพล

Fidler และ Thompson (2001 อ้างถึงในนายชยุตม์ ภิรมย์สมบัติ, 2547) ขนาดอิทธิพล คือ ความแตกต่างมาตรฐานของค่าเฉลี่ยระหว่างกลุ่มทดลองกับกลุ่มควบคุม หรือ ความผันแปรของตัวแปรตามที่สามารถอธิบายหรือทำนายได้ด้วยตัวแปรต้น

The current Publication Manual of the American Psychological Association (2001) กล่าวว่ามีความจำเป็นเสมอที่จะมีดัชนีบางอย่างของขนาดอิทธิพลหรือพลังของความสัมพันธ์

Gliner, Leech และ Morgan (2002 อ้างถึงใน นายชยุตม์ ภิรมย์สมบัติ, 2547) กล่าวว่า ขนาดอิทธิพล คือ ค่าที่บอกอำนาจหรือระดับความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรต้นและตัวแปรตาม

Robert และ Henson (2002) กล่าวว่า ขนาดอิทธิพล คือค่าสถิติที่ช่วยในการประเมินความเข้มของความแตกต่างหรือความสัมพันธ์

Thomson (2002) กล่าวว่า ขนาดอิทธิพล เป็นค่าที่บอกระดับของผลที่เกิดขึ้นกับกลุ่มตัวอย่างที่แตกต่างออกไปจากสมมติฐานศูนย์

Harris (2003), Snyder (2000), Trusty Thomson & Perrocelli (2004) ชี้ให้เห็นความสำคัญของขนาดอิทธิพลว่า มีผู้รวบรวมบทความบางคน โดยเฉพาะทางด้านจิตวิทยา ต้องการผู้เขียนที่เขียนรายงานการวัดขนาดอิทธิพล

Fidler et. Al. (2005), Vacha-Haase & Thomson (2004) อ้างถึงใน Craig Winston LeCroy and Judy Krysik (2007) กล่าวว่า ขนาดอิทธิพลค่อยๆมีความชัดเจนมากขึ้น

สรุปได้ว่า ขนาดอิทธิพล คือ อัตราส่วนความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของกลุ่มควบคุมและกัลทดลองกับส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

การคำนวณขนาดอิทธิพล

สูตรสำหรับการประมาณค่าขนาดอิทธิพลตามวิธีของ Glass (Glass, McGaw and Smith, 1981) ซึ่งคำนวณค่าขนาดอิทธิพลจากอัตราส่วนระหว่าง ผลต่างของค่าเฉลี่ยกลุ่มทดลองกับกลุ่มควบคุม และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของกลุ่มควบคุม การใช้ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของกลุ่มควบคุมทำให้ค่าขนาดอิทธิพลที่คำนวณได้มีค่าค่อนข้างสูง เนื่องจากค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของกลุ่มควบคุมส่วนใหญ่จะมีค่าต่ำ Hunter และ Schnidt (1990) Hunter, Schmidt และ Jackson (1982) Hedges และ Olkin (1985) ได้เสนอสูตรการประมาณค่าขนาดอิทธิพล โดยใช้ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานรวมภายในกลุ่ม (pooled within group standard deviation) สูตรการคำนวณเพื่อประมาณค่าขนาดอิทธิพลจึงมี 2 แบบ และทั้ง 2 สูตรมีความสัมพันธ์กัน ดังนี้

$$d_g = \frac{\overline{Y}_E - \overline{Y}_C}{S_C}$$

$$d_H = \frac{\overline{Y}_E - \overline{Y}_C}{S_{pooled}}$$

$$d_G = d_H \sqrt{\frac{1+V^2}{2}} \;; \quad V = S_E / S_C$$

นอกจากนี้ Hedges และ Olkin (1985) ยังเสนอว่า ค่าประมาณขนาดอิทธิพลที่ได้นั้นมีความคลาดเคลื่อนในการประมาณค่า และให้สูตรในการคำนวณปรับแก้ความคลาดเคลื่อนดังนี้

$$d = J(n-2)d_G$$ เมื่อ J(n – 2) เป็นค่าคงที่ซึ่งมีค่าต่างกันตาม

$$= \sqrt{\frac{n}{n-2}(d_G)}$$

(นงลักษณ์ วิรัชชัย, 2542)

Hedges (1982a) และ Rosenthal และ Rubin (1982b) ได้เสนอวิธีสำหรับการประมาณค่าขนาดอิทธิพล d ที่ไม่มีความเอนเอียง โดย Hedges ได้พัฒนาการกระจายของกลุ่มตัวอย่าง d และบอกว่า d เป็นการประมาณขนาดอิทธิพลที่มีความเอนเอียงเพียงเล็กน้อย

ใช้การถ่วงน้ำหนัก $\overline{d}$ ดังนี้

$$\overline{d} = \frac{\sum wd}{\sum w}$$

เมื่อ d เป็นขนาดอิทธิพลที่ไม่ถ่วงน้ำหนัก และ w คือ ความแปรปรวนในการประมาณของ d ในแต่ละการศึกษาที่จะสรุปรวมในการวิเคราะห์อภิมาน

ช่วงความเชื่อมั่นสำหรับขนาดอิทธิพล (δ)

การหาขอบเขตของช่วงความเชื่อมั่นสำหรับขนาดอิทธิพลเป็นปัญหาที่ยังไม่ได้รับการแก้ไข เพราะภาพร่างการแจกแจงของ d และ g ขึ้นอยู่กับพารามิเตอร์โดยตรง ช่วงความเชื่อมั่นสำหรับขนาดอิทธิพลของวิธี B, U, L1 และ L2 แสดงในตารางที่ 2.4

การประมาณขอบเขตของช่วงความเชื่อมั่นสำหรับขนาดอิทธิพลที่มีการเปลี่ยนภาพความแปรปรวนให้คงที่ โดยทั่วไปรวมอยู่ในตัวอย่าง 2 กลุ่มที่ไม่เป็นอิสระต่อกัน ตัวแปรสุ่มคือ

$$z_g = h(g) = \sqrt{2}\sinh^{-1}\frac{g}{a} = \sqrt{2}\log\left(\frac{g}{a} + \sqrt{\frac{g^2}{a^2}+1}\right)$$

กรณีตัวอย่างสองกลุ่มเป็นอิสระต่อกัน $a = \sqrt{4 + 2(n_E/n_C) + 2(n_C/n_E)}$
กรณีตัวอย่างสองกลุ่มไม่เป็นอิสระต่อกัน(δ_D) $a = \sqrt{2}$
กรณีตัวอย่างสองกลุ่มไม่เป็นอิสระต่อกัน(δ_{D2}) $a = \sqrt{4(1-r)}$
ขอบเขตบนและขอบเขตล่างสำหรับช่วงความเชื่อมั่นที่ใช้การแจกแจงของ z_g คือ

$$z_g \pm q \times \sqrt{1/N}$$

เมื่อเปลี่ยนภาพขอบเขตกลับไปยังหน่วยเดิม จะได้

$$g = h^{-1}(z_g) = a\sinh\left(\frac{z_g}{\sqrt{2}}\right) = a\left(\frac{\exp[z_g/\sqrt{2}] - \exp[z_g/\sqrt{2}]}{2}\right)$$

วิธีนี้ (H) สามารถประยุกต์ใช้ค่าประมาณที่เอนเอียง d ในการแทนของ g

ดังนั้น วิธีการประมาณช่วงความเชื่อมั่นสำหรับขนาดอิทธิพล(δ) ที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้แสดงดังตารางที่ 2.4

ตารางที่ 2.4 วิธีที่ใช้ในการคำนวณหาช่วงความเชื่อมั่นสำหรับขนาดอิทธิพลมาตรฐาน

วิธี	**สูตร**
gB	$g \pm q \times \hat{\sigma}_g^{(B)}$
dB	$d \pm q \times \hat{\sigma}_d^{(B)}$
gU	$g \pm q \times \hat{\sigma}_g^{(U)}$
dU	$d \pm q \times \hat{\sigma}_d^{(U)}$
gL1	$g \pm q \times \hat{\sigma}_g^{(L1)}$
dL1	$d \pm q \times \hat{\sigma}_d^{(L1)}$
gL2	$g \pm q \times \hat{\sigma}_g^{(L2)}$
dL2	$d \pm q \times \hat{\sigma}_d^{(L2)}$
gH	$h^{-1}(z_g \pm q \times \sqrt{1/N})$
dH	$h^{-1}(z_d \pm q \times \sqrt{1/N})$

โดยที่ q คือ ลำดับที่ $100 \times (1-\alpha/2)^{th}$ ของแต่ละการแจกแจงแบบปกติหรือการกระจาย t แบบปกติกับระดับขั้นความเสรี m

g คือ ตัวประมาณที่ไม่เอนเอียง

d คือ ตัวประมาณที่เอนเอียง

B, U, L1, L2, H

$t_{m,1-\alpha/2}$ คือ $100 \times (1-\alpha/2)^{th}$

ตอนที่ 3 การแจกแจงของข้อมูล

การแจกแจงของข้อมูล เป็นการแจกแจงของค่าที่เราสนใจจะศึกษาจากทุกหน่วยของข้อมูล โดยมีค่าที่จะทำให้เราสามารถทราบการแจกแจงของข้อมูลอยู่ 4 ค่า ได้แก่ ค่าเฉลี่ยหรือค่ากลาง, ค่าความแปรปรวน ซึ่งจะบอกลักษณะการกระจายของกลุ่ม, ค่าความเบ้ และ ค่าความโด่ง โดยจะแบ่งการแจกแจงออกได้ 2 ลักษณะ

1. **การแจกแจงแบบปกติ (Normal Distribution)** เป็นการแจกแจงของตัวแปรที่มีลักษณะต่อเนื่อง โดยมีลักษณะสมมาตร เป็นข้อมูลที่มีการเบี่ยงหรือเอนไปทางบวกและลบเท่าๆกันและมีการกระจายสม่ำเสมอ ซึ่งเส้นโค้งที่ได้จะมีลักษณะเป็นภาพระฆังคว่ำและ มีความเบ้ และ ความโด่งพอเหมาะ การแจกแจงแบบปกตินี้จะเห็นได้บ่อยในการวิจัยทางการศึกษาและจิตวิทยา เช่น น้ำหนัก ส่วนสูง และคะแนนสอบ (สุรศักดิ์ อมรรัตนศักดิ์; เตือนใจ เกตุษา; บุญมี พันธุ์ไทย, 2545) คารลส์ เก๊าส์ ได้กำหนดสมการของการแจกแจงแบบปกติไว้ดังนี้

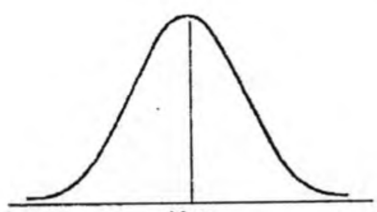
$$f(x)=\frac{e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}}{\sigma\sqrt{2n}}, \qquad -\alpha < x < \alpha$$

เมื่อ e คือ ค่า natural logarithm ซึ่ง = 2.71828...

และ π = 3.14159...

คุณสมบัติของการแจกแจงปกติ

1. เป็นโค้งภาพระฆังคว่ำ (Bell shape) ส่วนสูงของโค้งขึ้นอยู่กับค่าความแปรปรวน โดยถ้ามีความแปรปรวนน้อย โค้งจะสูงมาก ถ้ามีความแปรปรวนมาก โค้งจะเตี้ย
2. โค้งมีลักษณะสมมาตร (Symmetry)
3. โค้งมีจุดสูงสุดเพียงจุดเดียวและจะอยู่ตรงกลางโค้ง
4. มีค่าเฉลี่ย มัธยฐาน และฐานนิยมอยู่จุดเดียวกัน หรือเป็นค่าเดียวกันนั่นเอง



ภาพที่ 2.5 โค้งการแจกแจงแบบปกติ

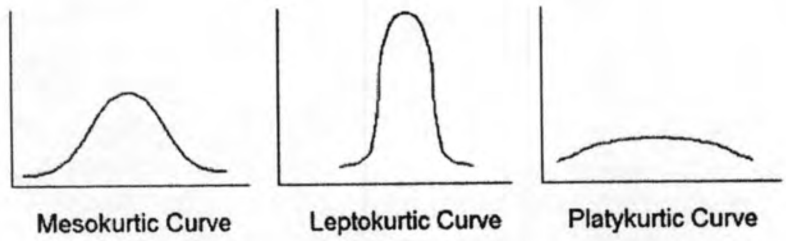
2. **การแจกแจงแบบไม่ปกติ** เป็นการแจกแจงที่มีลักษณะไม่สมมาตร เป็นข้อมูลที่มีการเอนไปทางด้านบวกหรือด้านลบ ด้านใดด้านหนึ่งมากกว่า และมีการกระจายไม่สม่ำเสมอ ซึ่งเส้นโค้งที่ได้จะเบี้ยวไปด้านใดด้านหนึ่งไม่ได้เป็นภาพระฆังคว่ำ

โดยค่าที่ส่งผลต่อการแจกแจงของข้อมูลมากที่สุดคือ ค่าความโด่ง (Kurtosis) และ ค่าความเบ้ (Skewness)

ค่าความโด่ง (Kurtosis) เป็นค่าที่ใช้วัดลักษณะของเส้นโค้งว่ามีความโด่งมากน้อยเพียงใด ถ้าโด่งมากแสดงว่าข้อมูลมีการกระจายน้อย แต่ถ้าโด่งน้อยแสดงว่าข้อมูลมีการกระจายมาก โดยความโด่งของการแจกแจงของข้อมูลมี 3 ลักษณะ คือ

- ความโด่งแบบ Mesotykurtic เป็นเส้นโค้งที่มีความโด่งเป็นปกติ

- ความโด่งแบบ Leptokurtic เป็นเส้นโค้งที่มีความโด่งมาก กว่าความโด่งแบบปกติ
- ความโด่งแบบ Platykurtic เป็นเส้นโค้งที่มีความโด่งน้อยกว่าความโด่งแบบปกติ



ภาพที่ 2.6 ความโด่งแบบต่างๆ

เราสามารถหาค่าความโด่งได้จากการวัดค่าความโด่งโดยวิธีโมเมนต์ (Moment) ดีที่สุด เพราะได้ข้อมูลทุกค่ามาคำนวณ จึงให้ค่าแน่นอนกว่าวิธีอื่น และการแจกแจงที่สมมาตรจะมีค่าความโด่ง = 3 (นภัสวรรณ ชาติวัฒนานนท์, 2540)

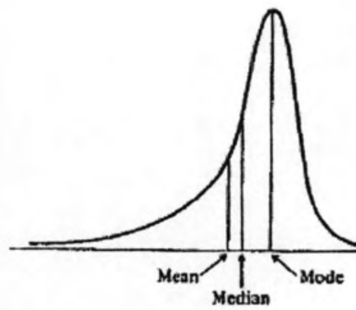
$$\alpha_4 = \frac{\mu_4}{\sigma^4} = \frac{E\left[(X-\mu)^4\right]}{\left[Var(X)\right]^2}$$

เมื่อ μ_4 คือ โมเมนต์ศูนย์กลางอันดับที่ 4 = $E\left[(X-\mu)^4\right]$

σ คือ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของประชากร = $\sqrt{Var(X)}$

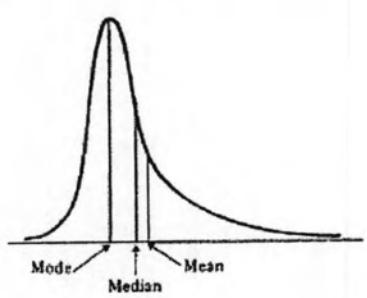
ค่าความเบ้ (Skewness) เป็นค่าที่ใช้วัดลักษณะของเส้นโค้งว่ามีความเบ้หรือไม่ ถ้าเบ้ขวาแสดงว่าข้อมูลส่วนใหญ่มีค่าน้อย ถ้าเบ้ซ้ายแสดงว่าข้อมูลส่วนใหญ่มีค่ามาก โดยค่าเฉลี่ย ค่ามัธยฐานและค่าฐานนิยม มีค่าไม่เท่ากัน มี 2 ลักษณะคือ

- เบ้ซ้าย คือ มีค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เป็น ลบ พื้นที่ใต้โค้งทางด้านซ้ายของฐานนิยมมีค่ามากกว่าพื้นที่ด้านขวาของฐานนิยม หรือโค้งเบ้ไปทางข้อมูลมาก แสดงว่าข้อมูลส่วนใหญ่มีค่ามาก ค่าเฉลี่ยจะมีค่าน้อยกว่าค่ามัธยฐานและค่าฐานนิยม



ภาพที่ 2.7 โค้งที่มีลักษณะเบ้ซ้าย

- เบ้ขวา คือ มีค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เป็น บวก พื้นที่ใต้โค้งทางด้านขวาของฐานนิยมมีค่ามากกว่าพื้นที่ด้านซ้ายของฐานนิยม หรือโค้งเบ้ไปทางข้อมูลน้อยแสดงว่าข้อมูลส่วนใหญ่มีค่าน้อย ค่าเฉลี่ยจะมีค่ามากกว่าค่ามัธยฐานและค่าฐานนิยม



ภาพที่ 2.8 โค้งที่มีลักษณะเบ้ขวา

การวัดค่าความเบ้ด้วยวิธีโมเมนต์ (Moment) เป็นวิธีที่ดีที่สุด เพราะได้ใช้ค่าทุกค่าของข้อมูลจึงให้ค่าแน่นอนกว่าวิธีอื่นๆ (วีนัส พีชวณิชย์; สมจิต วัฒนาชยากูล, 2527)

$$\alpha_3 = \frac{\mu_3}{\sigma^3} = \frac{E\left[(X-\mu)^3\right]}{\left[Var(X)\right]^{3/2}}$$

เมื่อ μ_3 คือ โมเมนต์ศูนย์กลางอันดับที่ 3 = $E\left[(X-\mu)^3\right]$

σ คือ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของประชากร = $\sqrt{Var(X)}$

ในการทำวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาข้อมูลที่มีการแจกแจงแบบเบ้ขวา 4 แบบ ได้แก่ การแจกแจงแบบไคกำลังสอง, การแจกแจงแบบลอกนอร์มอล, การแจกแจงแบบแกมมา และ การแจกแจงแบบไวบูลส์ส์ โดยมีรายละเอียดดังนี้

การแจกแจงแบบไคกำลังสอง (Chi-Square Distribution)

ถ้า X เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงปกติที่มีค่าเฉลี่ย μ และค่าความแปรปรวน σ^2 จะได้ $Z = \frac{X-\mu}{\sigma}$ มีการแจกแจงปกติมาตรฐาน และ $Z^2 = \frac{(X-\mu)^2}{\sigma^2}$ มีการแจกแจงไคกำลังสอง ด้วยระดับขั้นความเสรี (degree of freedom) = 1

ถ้า $X_1, X_2, ..., X_n$ เป็นตัวอย่างสุ่มขนาด n จากการแจกแจงปกติที่มีค่าเฉลี่ย μ และความแปรปรวน σ^2 จะได้ว่า $\frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu)^2}{\sigma^2}$ จะมีการแจกแจงไคกำลังสองด้วยระดับความเสรี = n จะได้ว่า

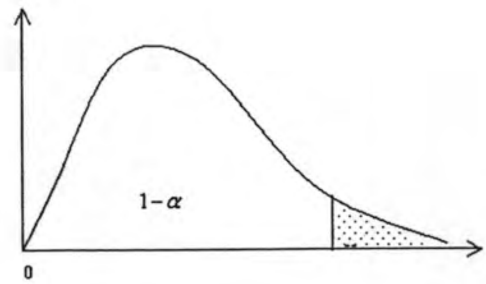
$$\chi_n^2 = \sum_{i=1}^{n} Z^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu)^2}{\sigma^2}$$

ดังนั้น ถ้า X เป็นตัวแปรสุ่มแบบไคกำลังสอง ด้วยระดับขั้นความเสรี n ฟังก์ชันความหนาแน่นของ X คือ

$$f(x) = \frac{2^{-n/2}}{\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)} x^{\frac{n}{2}-1} e^{-x/2} \qquad ,x > 0$$

เมื่อ สัมประสิทธิ์ความเบ้ $= \alpha_3 = \sqrt{\frac{8}{n}}$

สัมประสิทธิ์ความโด่ง $= \alpha_4 = 3 + \frac{12}{n}$



ภาพที่ 2.9 การแจกแจงแบบไคกำลังสอง

ลักษณะของการแจกแจงไคกำลังสอง

1. ค่าเฉลี่ย = n (degree of freedom)
2. ค่ามัธยฐาน = n-2, $n \geq 2$
3. ค่าความแปรปรวน = 2n
4. สัมประสิทธิ์ความเบ้ มีค่าบวก
5. การกระจายเป็นแบบเบ้ขวา ซึ่งจะแตกต่างกันตามค่าของลำดับขั้นความเสรี
6. ค่า $\chi^2 \geq 0$ เมื่อ Z_i มีการแจกแจงแบบปกติที่มีค่าเฉลี่ยเป็น n และความแปรปรวนเป็น 2n ถ้า $\chi^2_{n_1}$ และ $\chi^2_{n_2}$ เป็นอิสระต่อกัน จะได้ $\chi^2_{n_1} + \chi^2_{n_2}$ มีการแจกแจงเป็น $\chi^2_{n_1+n_2}$

การแจกแจงแบบลอกนอร์มอล (Log-Normal Distribution)

การแจกแจงลอกนอร์มอลเริ่มเป็นที่รู้จักตั้งแต่ปี พ.ศ.2422 ซึ่งเป็นที่เชื่อกันว่า Galton และ McAlister เป็นนักวิทยาศาสตร์กลุ่มแรกที่ใช้การแจกแจงนี้ ดังนั้นบางครั้งการแจกแจงลอกนอร์มอลจึงถูกเรียกว่า การแจกแจง Galton-McAlister นอกจากนี้ในทางเศรษฐศาสตร์บางครั้งเรียกว่า การแจกแจง Gobb-Douglas การแจกแจงลอกนอร์มอลถูกนำไปประยุกต์ใช้กับเหตุการณ์ต่างๆใน ปัจจุบันอย่างกว้างขวาง (อภิชาติ ลือสมัย, 2546)

ให้ X เป็นตัวแปรสุ่มต่อเนื่องที่มีการแจกแจงลอกนอร์มอล ด้วยพารามิเตอร์ μ และ σ^2 ดังนั้น ฟังก์ชันความหนาแน่นของ X คือ

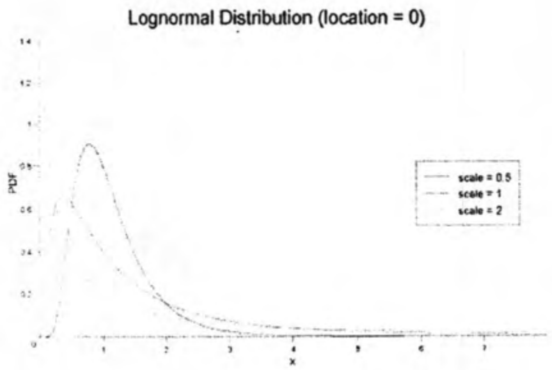
$$f(x) = \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{\{\ln(x) - \mu\}^2}{2\sigma^2}\right], \qquad x>0,\ \sigma^2 > 0$$

เมื่อ μ และ σ^2 เป็นค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนของ Y โดยที่ Y = lnX

Y มีการแจกแจงปกติ

สัมประสิทธิ์ความเบ้ = $(\omega+2)\sqrt{\omega-1}$

สัมประสิทธิ์ความโด่ง = $\omega^4+2\omega^2+3\omega^2-3$ โดยที่ $\omega=\exp(\sigma^2)$



ภาพที่ 2.10 การแจกแจงลอกนอร์มอล

ลักษณะของการแจกแจงแบบลอกนอร์มอล

1. ค่าเฉลี่ย = $\exp\left\{\mu+\dfrac{\sigma^2}{2}\right\}$
2. ค่ามัธยฐาน = $\exp(\mu)$
3. ค่าฐานนิยม = $\exp(\mu-\sigma^2)$
4. ค่าความแปรปรวน = $\exp(2\mu+\sigma^2)\{\exp(\sigma^2)-1\}$
5. การประจายเป็นแบบเบ้ขวา
6. ถ้า X มีการแจกแจงแบบลอกนอร์มอล ด้วยพารามิเตอร์ μ และ σ^2 กำหนดให้ a, b และ d เป็นค่าคงที่ ซึ่ง $b=\exp(d)$ แล้ว $W=bX^a$ จะมีการแจกแจงแบบลอกนอร์มอล ด้วยพารามิเตอร์ $(d+a\mu)$ และ $(a\sigma)^2$
7. ถ้า X_1 และ X_2 มีการแจกแจงแบบลอกนอร์มอลที่เป็นอิสระซึ่งกันและกัน ด้วยพารามิเตอร์ $\left(\mu_{y_1},\sigma^2_{Y_1}\right)$ และ $\left(\mu_{Y_2},\sigma^2_{Y_2}\right)$ ตามลำดับ แล้ว $W=X_1X_2$ จะมีการแจกแจงแบบลอกนอร์มอล ด้วยพารามิเตอร์ $\left(\mu_{Y_1}+\mu_{Y_2},\sigma^2_{Y_1}+\sigma^2_{Y_2}\right)$
8. ถ้าค่าสัมประสิทธิ์ความแปรผันต่ำๆหรือค่าความแปรปรวนต่ำๆจะทำให้เข้าใกล้การแจกแจงปกติมากขึ้น

การแจกแจงแบบแกมมา (Gamma Distribution)

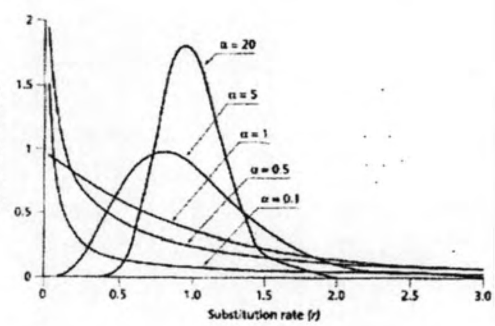
เป็นการแจกแจงต่อเนื่องของตัวแปรสุ่มที่แสดงเวลาที่ต้องรอคอยจนเกิดเหตุการณ์ n เหตุการณ์

ให้ X เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบแกมมา จะมีฟังก์ชันความหนาแน่นคือ

$$f(x)=\frac{1}{\beta^{\alpha}\Gamma(\alpha)}x^{\alpha-1}\exp\left(-\frac{x}{\beta}\right) \quad , x>0,\ \alpha>0, \beta>0$$

เมื่อ สัมประสิทธิ์ความเบ้ = $\frac{2}{\sqrt{\alpha}}$

สัมประสิทธิ์ความโด่ง = $3+\frac{6}{\alpha}$



ภาพที่ 11 การแจกแจงแบบแกมมา

ลักษณะการแจกแจงแบบแกมมา

1. ค่าเฉลี่ย = $\alpha\beta$
2. ค่าความแปรปรวน = $\alpha\beta^2$
3. ค่าเฉลี่ยและค่าความแปรปรวนจะขึ้นอยู่กับค่าพารามิเตอร์
4. สัมประสิทธิ์การแปรผันจะขึ้นอยู่กับค่าพารามิเตอร์ α โดยที่ สัมประสิทธิ์การแปรผัน = $\frac{1}{\sqrt{\alpha}}$
5. ลักษณะโค้งเปลี่ยนไปตามที่พารามิเตอร์ α
6. การแจกแจงแกมมาที่มีค่า $\alpha=1$ และ $\beta>0$ จะเป็นการแจกแจงชี้กำลัง (Exponential distribution) ที่มีพารามิเตอร์เป็น β กล่าวคือ $Gamma(1,\beta)=Exp(\beta)$

7. การแจกแจงแกมมาที่มีค่า $\alpha = \frac{k}{2}$ และ $\beta = 2$ จะเป็นการแจกแจงไคกำลังสอง ที่มี df = k นั่นคือ $Gamma\left(\frac{k}{2}, 2\right) = \chi^2_{(k)}$

การแจกแจงแบบไวบูลส์ (Weibull Distribution)

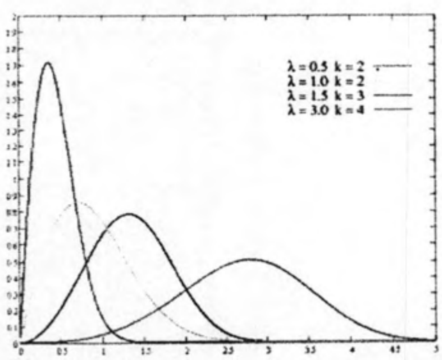
ให้ X เป็นตัวแปรสุ่มต่อเนื่องที่มีการแจกแจงแบบไวบูลส์ โดยฟังก์ชันความหนาแน่น คือ

$$f(x) = \frac{1}{\beta^{\alpha}} \alpha x^{\alpha-1} \exp\left\{-\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha}\right\} \qquad , x > 0, \alpha > 0, \beta > 0$$

เมื่อ สัมประสิทธิ์ความโด่ง = $\dfrac{c - 3ab + 2a^3}{\left(b - a^2\right)^{3/2}}$

สัมประสิทธิ์ความโด่ง = $\dfrac{d + 6a^2 b - 3a^4 - 4ac}{\left(b - a^2\right)^2}$

โดย $a = \Gamma\left(1 + \frac{1}{\alpha}\right), b = \Gamma\left(1 + \frac{2}{\alpha}\right), c = \Gamma\left(1 + \frac{3}{\alpha}\right), d = \Gamma\left(1 + \frac{4}{\alpha}\right)$



ภาพที่ 12 การแจกแจงแบบไวบูลส์

ลักษณะการแจกแจงแบบไวบูลส์

1. ค่าเฉลี่ย = $\beta\Gamma\left(1+\frac{1}{\alpha}\right)$
2. ค่าความแปรปรวน = $\beta^2\left\{\Gamma\left(1+\frac{2}{\alpha}\right)-\Gamma^2\left(1+\frac{1}{\alpha}\right)\right\}$
3. ค่าเฉลี่ยและค่าความแปรปรวนจะขึ้นอยู่กับค่าพารามิเตอร์ α และจะมีลักษณะการกระจายแบบเบ้ขวา
4. การแจกแจงไวบูลส์ที่มีค่า $\alpha=1$ และ $\beta>0$ จะมีการแจกแจงชี้กำลัง (Exponential Distribution) ที่มีพารามิเตอร์เป็น β กล่าวคือ $Weibull(1,\beta)=Exp(\beta)$

ตอนที่ 4 โปรแกรม MATLAB และ การจำลองเหตุการณ์ (simulation)

โปรแกรม MATLAB เป็นโปรแกรมซอฟต์แวร์ที่ถือกำเนิดโดย MathWorks, Inc. ซึ่งในอดีต MATLAB ถูกสร้างขึ้นเพื่ออำนวยความสะดวกแก่นักวิทยาศาสตร์และวิศวกรในการคำนวณที่เกี่ยวข้องกับเมทริกซ์เพียงอย่างเดียวเท่านั้น (ซิธิมาโวร์ บุญมา, 2549)

MATLAB ย่อมาจาก MATrix LABoratory เป็นโปรแกรมสำหรับช่วยคำนวณทางคณิตศาสตร์ที่มีชื่อเสียงมากในปัจจุบัน และเป็นที่นิยสูงสุดในทางการศึกษาและอุตสาหกรรม ซึ่งจะทำงานในลักษณะการตอบสนองผู้ใช้ (Interactive) สำหรับการคำนวณเชิงตัวเลข (numerical computation) และการแสดงผลข้อมูล (data visualization) รวมทั้งมีความสามารถในการจัดภาพคำสั่งในลักษณะการเขียนเป็นโปรแกรมเพื่อใช้งานต่างๆทั้งทางวิทยาศาสตร์และวิศวกรรม

จุดเด่นของโปรแกรม MATLAB

1. มีชุดคำสั่งจำนวนมากสำหรับใช้ในการประมวลผลข้อมูลที่บรรจุอยู่ในเมทริกซ์ครอบคลุมทฤษฎีทางคณิตศาสตร์ทั้งที่เป็นพื้นฐานและการประยุกต์อย่างกว้างขวาง สามารถแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่มีความซับซ้อนได้ง่ายและรวดเร็วกว่าโปรแกรมอื่นๆ เช่น C, FORTRAN, Basic เป็นต้น

2. สามารถใช้งานโปรแกรมในการแก้ปัญหาต่างๆได้อย่างรวดเร็วและมีประสิทธิภาพสูง ยังมีการพัฒนา GUI (Graphical User Interface) ที่เป็นระบบระเบียบทำให้การสร้างโปรแกรมประยุกต์ตามที่ผู้ใช้ต้องการ

3. สามารถทำได้ง่าย มีความยืดหยุ่นสูง และสามารถเขียนไฟล์ฟังก์ชันหรือโปรแกรมได้หลากหลายแนวทาง

4. ขั้นตอนการพัฒนาฟังก์ชันต่างๆและการทำงานทำได้ไม่ยุ่งยาก สามารถวิเคราะห์และ

ตรวจสอบข้อมูลได้ง่ายและรวดเร็ว

5. มีแบบจำลองเชื่อมโยง (Simulink) ซึ่งเป็นชุดสำเร็จภาพ (package) ที่สามารถนำไปสร้างบล็อกไดอะแกรมเพื่อใช้ทดสอบและประเมินผลระบบที่ไม่นิ่ง คือเป็นระบบที่แปรเปลี่ยน (Dynamic) ต่างๆก่อนนำไปใช้งานจริง

6. นำไปใช้งานทางด้านกราฟฟิกได้เป็นอย่างดีทั้งในด้านการแสดงภาพสามมิติในภาพแบบพื้นผิว (surface) และภาพแบบที่มีระดับสูงต่ำ (contour) ตลอดจนสามารถนำภาพมาต่อกันและเก็บไว้เพื่อที่จะสร้างเป็นภาพเคลื่อนไหวได้อีกด้วย

7. ประยุกต์ใช้ในการสร้างกราฟฟิก ภาพแบบพื้นผิวต่างๆได้โดยการเลือกใช้วัตถุ (object) และเมนูต่างๆโดยโปรแกรม MATLAB จะมีเครื่องมือให้เลือกใช้ เช่น เมนู รายการ ปุ่มกดต่างๆเพื่อให้ผู้ใช้สามารถเลือกนำไปใช้ในการทำงานปฏิสัมพันธ์กันระหว่างผู้ใช้กับเครื่องคอมพิวเตอร์ได้

8. ทำการประมวลผลร่วมกับโปรแกรมอื่นๆได้ เช่น FORTRAN, Borland C/C++, Microsoft Visual C++ และ Watcom C/C++ ด้วยการเขียนฟังก์ชันที่เป็นไฟล์หลักโดยโปรแกรม MATLAB จะเรียกใช้โปรแกรมย่อยจากโปรแกรมภาษา C และ FORTRAN

9. โปรแกรม MATLAB เป็นโปรแกรมภาษาชั้นสูงที่ใช้ควบคุมการทำงานของคำสั่งต่างๆ (flow statements) มีฟังก์ชันโครงสร้าง ข้อมูลป้อนเข้า/ข้อมูลผลลัพธ์ และลักษณะการสื่อสารของโปรแกรมที่ชัดเจน ทำให้การเขียนโปรแกรมไม่ยุ่งยาก เมื่อเทียบกับการเขียนโปรแกรมด้วยภาษาอื่นๆ เช่น C, FORTRAN, Basic เป็นต้น

คุณสมบัติที่ดีเยี่ยมเหล่านี้ทำให้ในปัจจุบันมีการนำ MATLAB มาใช้ในการเรียนการสอนหรือนำไปประยุกต์ใช้กับงานวิจัยอย่างแพร่หลาย (ลัญชกร วุฒิสิทธิกุลกิจ, 2549)

การจำลองเหตุการณ์ (Simulation)

การจำลองเหตุการณ์ (simulation) เป็นการทดลองสมมติเหตุการณ์และทำนายผลว่าอะไรจะเกิดขึ้น ซึ่งมีประโยชน์ในการวางแผน การวิเคราะห์และการแก้ปัญหาหรือเตรียมการแก้ปัญหา

มีผู้ให้คำจำกัดความของการจำลองเหตุการณ์ ดังนี้

Hillier, Frederick S. and Liebeman, Gerald J., 1980 กล่าวว่า เป็นเทคนิคกระทำการทดลองกับแบบจำลองของระบบ การทดลองกระทำกับแบบจำลอง ไม่ต้องกระทำกับของจริง

Eppen, G.D., Gould, F.J., and Schmidt, 1985 กล่าวว่า การจำลองเหตุการณ์เป็นการสร้างเครื่องมือทดลอง ซึ่งจะทำงานเลียนแบบระบบของเรื่องที่สนใจได้อย่างรวดเร็วและประหยัด

ในการวิเคราะห์ข้อมูลที่มีปริมาณมาก แต่ไม่มีอยู่จริงในทางปฏิบัติ ผู้ที่ทำการศึกษาจึงจำเป็นต้องใช้การจำลองข้อมูลหรือสร้างข้อมูลขึ้นเองโดยใช้เทคนิคมอนติ คาร์โล ซิมูเลชั่น (Monte Carlo Simulation Technique)

การทำ Monte Carlo Simulation สามารถทำได้โดยการเขียนคำสั่งในโปรแกรมคอมพิวเตอร์ด้วยภาษาต่างๆที่มีให้เลือกใช้อย่างหลากหลาย แต่ละโปรแกรมจะมีจุดเด่นจุดด้อยแตกต่างกันไปขึ้นกับความต้องการใช้งานของผู้ใช้

บุญเสริม บุญเจริญผล ได้กล่าวถึงประโยชน์ของการจำลองเหตุการณ์ไว้ดังนี้

1. ไม่ต้องสูญเสียทรัพยากร เช่น การฝึกนักบิน การซ้อมรบ การทดลองยา โดยใช้การจำลองเหตุการณ์ ไม่ต้องเสียชีวิตนักบิน ไม่ต้องเสียทหาร ไม่ต้องเสียชีวิตคนไข้
2. ประหยัดเวลา ประหยัดเงิน เพราะทดลองในห้องทดลอง บนโต๊ะทำงาน หรือทดลองกับคอมพิวเตอร์ ค่าใช้จ่ายจึงน้อย การแก้สมการต่างๆบางครั้งการทดลองแทนค่าจะเร็วกว่าการแก้สมการตามปกติ
3. หากสร้างแบบจำลองที่ดีและใช้คอมพิวเตอร์ช่วย เราจะเห็นภาพหรือตัวเลขการเปลี่ยนแปลงของตัวแปรต่างๆในระบบเป็นขั้นเป็นตอน ดีกว่าการหาคำตอบสุดท้ายธรรมดา
4. จากข้อ 1 และ 2 บางทีเราไม่อาจยอมให้คนตาย ทรัพย์สินเสียหายหรือเสียเวลามากเพียงเพื่ออยากทราบผลเท่านั้น เราจำเป็นต้องใช้วิธีจำลองเหตุการณ์แทนของจริง

การศึกษาโดยใช้เทคนิควิธี มอนติ คาร์โล (Monte Carlo Method)

เทคนิควิธีมอนติ คาร์โล เป็นสาขาหนึ่งของคณิตศาสตร์ที่ใช้คอมพิวเตอร์ช่วยในการจำลองสถานการณ์ (Simulation) โดยอาศัยตัวเลขสุ่ม (Random Number) มาสร้างตัวแปรให้เหมือนสถานการณ์จริง และมีการทดลองซ้ำหลายๆครั้งเพื่อให้ได้ค่าที่แน่นอนที่จะให้เป็นข้อสรุปหรืออธิบายปรากฏการณ์ต่างๆในสถานการณ์จริง (Kerlinger, 1988 : 192; Krobe and Forge, 1980; Taha, 1988) หรือช่วยหาคำตอบในเรื่องราวต่างๆที่ยังไม่แน่ใจในผลที่เกิดขึ้น (Hammersley and Handscomb, 1964 อ้างถึงใน ต่าย เซี่ยงฉี, 2534) มีการนำมาใช้ตั้งแต่ปี คริสตวรรษที่ 17 นำมาพัฒนาทฤษฎีความน่าจะเป็น (Probability Theory) ในปี ค.ศ. 1733 จอร์ส หลุยส์ เลคเลอร์ และบุฟฟอง (Georges Louis Leciere and Comte de Buffon) ได้ทำการทดลองหาค่าพาย π โดยการโยนเข็มที่ยาว k หน่วย อย่างสุ่มลงบนพื้นราบที่มีเส้นขนานอยู่ โดยให้ระยะห่างระหว่างเส้นขนานแต่ละเส้นห่างกัน d หน่วย และกำหนดให้ $d>k$ จะได้ความน่าจะเป็น (Probability : P) ที่เข็มจะตัดกับ

เส้นขนาน $p = 2k/\pi d$ ซึ่งถ้าความน่าจะเป็น (P) เป็นค่าสุ่ม ก็จะหาค่า π ได้ (Mihram, 1972; Rubinstein, 1981; บัญชา พนเจริญสวัสดิ์, 2527; เลิศลักษณ์ กลิ่นหอม , 1532)

วิธีมอนติคาร์โลได้รับการพัฒนาอย่างจริงจังเมื่อปี ค.ศ. 1944 โดย อูลาม และ วอนนิวแมน (Ulam and Von Neumann) ได้ตั้งชื่อ Monte Carlo ขึ้นไว้เป็นรหัสลับของงานที่เกี่ยวข้องกับการสร้างระเบิดปรมาณู ซึ่งใช้ในการหาผลของการแพร่อย่างสุ่มของนิวตรอนในวัสดุเชื้อเพลิง เพื่อหาผลคำตอบก่อนทดลองจริง ซึ่งจะช่วยลดอันตรายและช่วยประหยัดค่าใช้จ่าย (Spence, 1983; สมชาย ยืนนาน, 1518; อ้างถึงในต่าย เซี่ยงฉี, 2534) หลังจากนั้นก็มีการใช้อย่างแพร่หลายและมีประโยชน์มากทางด้านความรู้เชิงทฤษฎี เช่น การนำมาศึกษาค่าความคลาดเคลื่อนทางสถิติ หรือการเปรียบเทียบประสิทธิภาพในการทดสอบ เป็นต้น

ขั้นตอนการใช้วิธีมอนติคาร์โล

เป็นการนำเอาตัวเลขสุ่ม (Random Number) มาประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาต่างๆ ดังนี้

1. สร้างตัวเลขสุ่ม (Generate random number) จะนิยมสร้างตัวเลขสุ่มเทียม โดยอาศัยสูตรทางคณิตศาสตร์ ซึ่งที่นิยมมีอยู่ 2 สูตร คือ วิธีส่วนกลางกำลังสอง (Midsquare Method) และ วิธีเศษเหลือ (Congruent Method) โดยเลขสุ่มที่ดีต้องเป็นอิสระแก่กัน มีการกระจายความน่าจะเป็นแบบสม่ำเสมอ ต้องสามารถสร้างซ้ำได้ ใช้เวลาในการสุ่มน้อย และ ใช้หน่วยความจำในคอมพิวเตอร์น้อย (ต่าย เซี่ยงฉี, 2534)
2. นำตัวเลขสุ่มมาประยุกต์ใช้กับปัญหาต่างๆ เป็นการนำตัวเลขสุ่มไปสร้างตัวแปรตามลักษณะการแจกแจงของปัญหาที่จะศึกษา
3. ทดลองซ้ำหลายๆครั้ง เพื่อลดความคลาดเคลื่อนต่างๆ ซึ่งวิธีมอนติคาร์โลสามารถควบคุมตัวแปรแทรกซ้อนและสามารถสังเกตได้อย่างสมบูรณ์ สามารถทดลองซ้ำเดิมในสถานการณ์เดิมทุกอย่างได้หลายๆครั้ง และให้ผลที่ได้ถูกต้องแม่นยำกว่าสถานการณ์จริง

ตอนที่ 5 สูตรที่ใช้ในการเปรียบเทียบการประมาณช่วงความเชื่อมั่น และ เกณฑ์ในการตัดสินใจ

ในการวิจัยครั้งนี้จะใช้สูตรของ Viechtbauer (2007) ที่ได้เสนอไว้จากการคำนวณช่วงความเชื่อมั่นสำหรับขนาดอิทธิพลของตัวอย่าง 2 กลุ่มที่เป็นอิสระต่อกัน และตัวอย่าง 2 กลุ่มที่ไม่เป็น

อิสระต่อกัน แต่ Viechtbauer ได้นำสูตรทั้ง 10 สูตรนี้ไปใช้กับข้อมูลที่มีการแจกแจงแบบปกติ โดยมีรายละเอียด ดังตารางข้างล่างนี้

กลุ่มตัวอย่าง 2 กลุ่มที่เป็นอิสระต่อกัน

กลุ่มตัวอย่างจะถูกสุ่มเป็นกลุ่มทดลอง (E) และกลุ่มควบคุม (C) โดยให้คะแนนของแต่ละกลุ่มมีการแจกแจงปกติ มีค่าเฉลี่ย μ_E และ μ_C และมีความแปรปรวน σ^2 สมมติฐานหลัก คือ $H_0 = \mu_E - \mu_C = 0$ สามารถทดสอบด้วยตัวสถิติที ที่ 2 กลุ่มเป็นอิสระกัน ซึ่ง $\overline{X}_E - \overline{X}_C$ เป็นการประมาณที่ไม่เอนเอียงของ $\mu_E - \mu_C$ เมื่อ $\overline{X}_E$ และ $\overline{X}_C$ เป็นค่าเฉลี่ยของ n_E และ n_C ช่วงความเชื่อมั่นที่ถูกต้องของ $(1-\alpha)\times 100\%$ สำหรับ $\mu_E - \mu_C$ หาได้จาก

$$(\overline{X}_E - \overline{X}_C) \pm t_{(n_E+n_C-2,\frac{\alpha}{2})} S_p \sqrt{\frac{1}{n_E} + \frac{1}{n_C}}$$

โดยที่ $t_{m,1-\frac{\alpha}{2}}$ คือ $100 \times \left(1-\frac{\alpha}{2}\right)^{th}$ มีระดับขั้นเสรี = m และมีความแปรปรวนของ 2 กลุ่ม = S_p^2

ขนาดอิทธิพลประชากร (δ_2) จะหาได้จาก

$$\delta_2 = \frac{\mu_E - \mu_C}{\sigma}$$

โดย σ คือ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของประชากร

เราสามารถประมาณ δ_2 ได้จาก

$$d_2 = \frac{\overline{X}_E - \overline{X}_C}{S_p}$$

โดย S_p คือ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานรวมทั้ง 2 กลุ่ม

แต่ d_2 เป็นตัวประมาณที่มีความเอนเอียงของ δ_2 ซึ่งสามารถทำให้ไม่เอนเอียงโดย

$$c(m)=\frac{\Gamma\left(\frac{m}{2}\right)}{\sqrt{\frac{m}{2}}\Gamma\left(\frac{m-1}{2}\right)}\approx 1-\frac{3}{4m-1}$$

กรณีกลุ่มตัวอย่าง 2 กลุ่มที่ไม่เป็นอิสระต่อกัน

ให้ X_1 และ X_2 เป็นคะแนนที่ได้รับในช่วงเวลา T_1 และ T_2 ที่มีการแจกแจงแบบปกติ และมีค่าเฉลี่ย $\mu_D=\mu_2-\mu_1$ และมีความแปรปรวนคือ $\sigma_D^2=2\sigma^2(1-p)$ โดย p เป็นความสัมพันธ์ระหว่างคะแนนทั้ง 2 ช่วงเวลา สมมติฐานหลัก คือ $H_0=\mu_2-\mu_1=0$ ($H_0:\mu_D=0$) ทดสอบได้โดยใช้ตัวสถิติทดสอบ t สำหรับกลุ่มตัวอย่าง 1 กลุ่ม ที่คะแนน D ค่าของ $\mu_D=\mu_2-\mu_1$ เป็นการประมาณอย่างง่าย โดยที่ $\overline{D}=\overline{X}_2-\overline{X}_1$ ซึ่งจะหาช่วงความเชื่อมั่น $a(1-\alpha)\times 100\%$ ได้จาก

$$\overline{D}\pm t_{(n-1),1-\frac{\alpha}{2}}\frac{S_D}{\sqrt{n}}$$

เมื่อ S_D^2 เป็นค่าความแปรปรวนที่สังเกตได้จากคะแนน D

ขนาดอิทธิพล (δ_D) ที่อยู่บนพื้นฐานของคะแนน D คือ

$$\delta_D=\frac{\mu_D}{\sigma_D}=\frac{\mu_2-\mu_1}{\sigma\sqrt{2(1-p)}}$$

และ

$$\delta_D=\frac{\mu_D}{\sigma}=\frac{\mu_2-\mu_1}{\sigma}$$

เมื่อ $p=.5$ จะได้ $\delta_D=\delta_{D2}$

ตารางที่ 2.5 ค่าความแปรปรวนและตัวประมาณความแปรปรวนในกลุ่มตัวอย่าง 2 กลุ่มที่เป็นอิสระต่อกัน (δ_2) และ ไม่เป็นอิสระต่อกัน (δ_D)

ความแปรปรวน	หมายเหตุ
$\sigma_d^2 = \dfrac{m[1+\tilde{n}\delta^2]}{(m-2)\tilde{n}} - \dfrac{\delta^2}{[c(m)]^2}$	ความแปรปรวนที่แท้จริง ของ d
$\sigma_g^2 = \dfrac{[c(m)]^2 m[1+\tilde{n}\delta^2]}{(m-2)\tilde{n}} - \delta^2$	ความแปรปรวนที่แท้จริง ของ g
$\hat{\sigma}_d^{2(B)} = \dfrac{m[1+\tilde{n}d^2]}{(m-2)\tilde{n}} - \dfrac{d^2}{[c(m)]^2}$	ตัวประมาณที่มีความเอนเอียง ของ σ_d^2
$\hat{\sigma}_g^{2(B)} = \dfrac{[c(m)]^2 m[1+\tilde{n}g^2]}{(m-2)\tilde{n}} - g^2$	ตัวประมาณที่มีความเอนเอียง ของ σ_g^2
$\hat{\sigma}_d^{2(U)} = \dfrac{1}{\tilde{n}[c(m)]^2} + \left(1 - \dfrac{(m-2)}{m[c(m)]^2}\right)d^2$	ตัวประมาณที่ไม่มีความเอนเอียง ของ σ_d^2
$\hat{\sigma}_g^{2(U)} = \dfrac{1}{\tilde{n}} + \left(1 - \dfrac{(m-2)}{m[c(m)]^2}\right)g^2$	ตัวประมาณที่ไม่มีความเอนเอียง ของ σ_g^2
$\hat{\sigma}_{d/g}^{2(\infty)} = \dfrac{1}{\tilde{n}} + \dfrac{\delta^2}{2m}$	ความแปรปรวนของกลุ่มตัวอย่างขนาดใหญ่
$\hat{\sigma}_d^{2(L1)} = \dfrac{1}{\tilde{n}} + \dfrac{d^2}{2m}$	ตัวประมาณ ของ $\sigma_{d/g}^{2(\infty)}$
$\hat{\sigma}_g^{2(L1)} = \dfrac{1}{\tilde{n}} + \dfrac{g^2}{2m}$	ตัวประมาณ ของ $\sigma_{d/g}^{2(\infty)}$
$\hat{\sigma}_d^{2(L2)} = \dfrac{1}{\tilde{n}} + \dfrac{d^2}{2N}$	ตัวประมาณ ของ $\sigma_{d/g}^{2(\infty)}$
$\hat{\sigma}_g^{2(L2)} = \dfrac{1}{\tilde{n}} + \dfrac{g^2}{2N}$	ตัวประมาณ ของ $\sigma_{d/g}^{2(\infty)}$

โดยที่ ในกรณีกลุ่มตัวอย่าง 2 กลุ่มที่เป็นอิสระกัน จะได้ $d = d_2,\ g = g_2,\ \delta = \delta_2,\ \tilde{n} = n_E n_C / (n_E + n_C)$, $m = n_E + n_C - 2$ และ $N = n_E + n_C$ ส่วนกรณีที่กลุ่มตัวอย่าง 2 กลุ่มไม่เป็นอิสระต่อกัน (δ_D) จะได้ $d = d_D$, $g = g_D,\ \delta = \delta_D,\ \tilde{n} = n,\ m = n-1$ และ N = n

ช่วงความเชื่อมั่นสำหรับขนาดอิทธิพล (δ)

การหาขอบเขตของช่วงความเชื่อมั่นสำหรับขนาดอิทธิพลเป็นปัญหาที่ยังไม่ได้รับการแก้ไข เพราะภาพร่างการแจกแจงของ d และ g ขึ้นอยู่กับพารามิเตอร์โดยตรง ช่วงความเชื่อมั่นสำหรับขนาดอิทธิพลของวิธี B, U, L1 และ L2 แสดงในตารางที่ 2.5

การประมาณขอบเขตของช่วงความเชื่อมั่นสำหรับขนาดอิทธิพลที่มีการเปลี่ยนภาพความแปรปรวนให้คงที่ โดยทั่วไปรวมอยู่ในตัวอย่าง 2 กลุ่มที่ไม่เป็นอิสระต่อกัน ตัวแปรสุ่มคือ

$$z_g = h(g) = \sqrt{2}\sinh^{-1}\frac{g}{a} = \sqrt{2}\log\left(\frac{g}{a} + \sqrt{\frac{g^2}{a^2}+1}\right)$$

กรณีตัวอย่าง 2 กลุ่มที่เป็นอิสระต่อกัน $a = \sqrt{4 + 2(n_E/n_C) + 2(n_C/n_E)}$

กรณีตัวอย่าง 2 กลุ่มที่ไม่เป็นอิสระต่อกัน (δ_D) $a = \sqrt{2}$

กรณีตัวอย่าง 2 กลุ่มที่ไม่เป็นอิสระต่อกัน (δ_{D2}) $a = \sqrt{4(1-r)}$

ขอบเขตบนและขอบเขตล่างสำหรับช่วงความเชื่อมั่นที่ใช้การแจกแจงของ z_g คือ

$$z_g \pm q \times \sqrt{1/N}$$

เมื่อเปลี่ยนภาพขอบเขตกลับไปยังหน่วยเดิม จะได้

$$g = h^{-1}(z_g) = a\sinh\left(\frac{z_g}{\sqrt{2}}\right) = a\left(\frac{\exp[z_g/\sqrt{2}] - \exp[z_g/\sqrt{2}]}{2}\right)$$

วิธี H สามารถประยุกต์ใช้ค่าประมาณที่เอนเอียง d ในการแทนของ g

มี 10 วิธีที่ใช้ประมาณช่วงความเชื่อมั่นสำหรับขนาดอิทธิพล (δ) ในการวิจัยครั้งนี้ดังตารางที่ 2.6

ตารางที่ 2.6 วิธีที่ใช้ในการคำนวณหาช่วงความเชื่อมั่นสำหรับขนาดอิทธิพลมาตรฐาน

วิธี	สูตร
gB	$g \pm q \times \hat{\sigma}_g^{(B)}$
dB	$d \pm q \times \hat{\sigma}_d^{(B)}$
gU	$g \pm q \times \hat{\sigma}_g^{(U)}$
dU	$d \pm q \times \hat{\sigma}_d^{(U)}$
gL1	$g \pm q \times \hat{\sigma}_g^{(L1)}$
dL1	$d \pm q \times \hat{\sigma}_d^{(L1)}$
gL2	$g \pm q \times \hat{\sigma}_g^{(L2)}$
dL2	$d \pm q \times \hat{\sigma}_d^{(L2)}$
gH	$h^{-1}(z_g \pm q \times \sqrt{1/N})$
dH	$h^{-1}(z_d \pm q \times \sqrt{1/N})$

โดยที่ q คือ ลำดับที่ $100 \times (1-\alpha/2)^{th}$ ของแต่ละการแจกแจงแบบปกติหรือการกระจาย t แบบปกติกับระดับขั้นความเสรี m

g คือ ตัวประมาณที่ไม่เอนเอียง

d คือ ตัวประมาณที่เอนเอียง

B, U, L1, L2, H

ในการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าแบบช่วงสำหรับขนาดอิทธิพลของประชากรที่มีการแจกแจงแบบเบ้ขวา จะพิจารณาเปรียบเทียบค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น ค่าเฉลี่ยของขีดจำกัดความเชื่อมั่นล่าง (MLCL) และค่าเฉลี่ยของขีดจำกัดความเชื่อมั่นบน (MUCL) โดยพิจารณาค่าเฉลี่ยของขีดจำกัดความเชื่อมั่นล่างจากการทดสอบสมมติฐานทางด้านน้อยกว่า ค่าเฉลี่ยของขีดจำกัดความเชื่อมั่นบนจากการทดสอบสมมติฐานทางด้านมากกว่า ค่าเฉลี่ยของขีดจำกัดความเชื่อมั่นบนจากการทดสอบสมมติฐาน 2 ทาง

1. ตรวจสอบค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น

การคำนวณค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจะทำการพิจารณาว่าช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จากการแจกแจงแต่ละแบบนั้นว่าครอบคลุมพารามิเตอร์หรือไม่ โดยทำการนับจำนวนครั้งทั้งหมดที่ช่วงความเชื่อมั่นที่ประมาณได้ครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ นำค่าที่ได้นี้หารด้วยจำนวนครั้งที่ทำซ้ำทั้งหมด ค่าที่ได้นี้ถือเป็นค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการทดลองของแต่ละการแจกแจง ในการตรวจสอบว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการทดลองของการแจกแจงใดมีค่าไม่ต่ำกว่าค่า

สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดนั้นจะอาศัยการทดสอบสมมติฐานด้วยสถิติ Z มีรายละเอียดดังต่อไปนี้

กำหนดให้ X เป็นจำนวนครั้งทั้งหมดที่ช่วงความเชื่อมั่นที่ประมาณได้ครอบคลุมพารามิเตอร์ในการทดลองแบบ Ber(p) จำนวน n ครั้งซึ่งเป็นอิสระซึ่งกันและกัน โดยที่ p เป็นความน่าจะเป็นที่ช่วงความเชื่อมั่นที่ประมาณได้ครอบคลุมพารามิเตอร์ เมื่อจำนวนครั้งของการทดลองมีค่ามาก X จะมีการแจกแจงโดยประมาณเป็น N(np,npq) และกำหนด $\hat{P} = X/n$ เป็นค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการทดลองของวิธีใดมีค่าไม่ต่ำว่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดนั้นจะใช้การทดสอบสมมติฐานด้วยสถิติ Z เพื่อให้อำนาจของการทดสอบ (power of test) มีค่ามาก สมมติฐานที่ใช้ในการทดสอบ คือ

$$H_0 : p \le p^*$$
$$H_1 : p > p^*$$

เราจะปฏิเสธสมมติฐาน H_0 เมื่อ $\dfrac{\hat{P} - P}{\sqrt{P(1-P)/n}} > Z_{1-\alpha}$

$$\hat{P} > P + Z_{1-\alpha}\sqrt{P(1-P)/2000}$$

1. ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.90

$H_0 : P \le 0.90$

$H_1 : P > 0.90$

จะได้ว่า เราจะปฏิเสธสมมติฐาน H_0 เมื่อ $\hat{P} > 0.90 + 1.282\sqrt{(0.90 \times 0.10)/2000}$

$$\hat{P} > 0.9070$$

เพราะฉะนั้น ถ้าวิธีใดให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่า 0.9070 แสดงว่าวิธีการนั้นให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นตามค่าที่กำหนด

2. ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95

$H_0 : P \le 0.95$

$H_1 : P > 0.95$

จะได้ว่า เราจะปฏิเสธสมมติฐาน H_0 เมื่อ $\hat{P} > 0.90 + 1.645\sqrt{(0.95 \times 0.05)/2000}$

$$\hat{P} > 0.9565$$

เพราะฉะนั้น ถ้าวิธีใดให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่า 0.9565 แสดงว่าวิธีการนั้นให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นตามค่าที่กำหนด

3. ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.99

$$H_0 : P \le 0.99$$
$$H_1 : P > 0.99$$

จะได้ว่า เราจะปฏิเสธสมมติฐาน H_0 เมื่อ $\hat{P} > 0.99 + 2.326\sqrt{(0.99 \times 0.01)/2000}$

$$\hat{P} > 0.9942$$

เพราะฉะนั้น ถ้าวิธีใดให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่า 0.9942 แสดงว่าวิธีการนั้นให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นตามค่าที่กำหนด

2. **การหาค่าเฉลี่ยของขีดจำกัดความเชื่อมั่นล่าง ค่าเฉลี่ยของขีดจำกัดความเชื่อมั่นบน และค่าเฉลี่ยความยาวของช่วงความเชื่อมั่น**

การคำนวณค่าเฉลี่ยของขีดจำกัดความเชื่อมั่นล่างจากการทดสอบสมมติฐานทางด้านน้อยกว่า (MLCL) ทำได้โดยหาค่าผลบวกสะสมของขีดจำกัดความเชื่อมั่นล่างแล้วหารด้วยจำนวนครั้งที่ทำซ้ำทั้งหมด มีภาพแบบการคำนวณดังนี้

$$MLCL = \frac{\sum_{i=1}^{2000} L_i}{2000}$$

ในทำนองเดียวกัน การคำนวณค่าเฉลี่ยของขีดจำกัดความเชื่อมั่นบนจากการทดสอบสมมติฐานทางด้านมากกว่า (MUCL) ทำได้โดยหาค่าผลบวกสะสมของขีดจำกัดความเชื่อมั่นบนแล้วหารด้วยจำนวนครั้งที่ทำซ้ำทั้งหมด มีภาพแบบการคำนวณดังนี้

$$MUCL = \frac{\sum_{i=1}^{2000} U_i}{2000}$$

ส่วนค่าเฉลี่ยความยาวของช่วงความเชื่อมั่นจากการทดสอบสมมติฐาน 2 ทาง (MCIL) จะคำนวณจากผลบวกสะสมของผลต่างระหว่างขีดจำกัดความเชื่อมั่นบนและขีดจำกัดความเชื่อมั่นล่างหารด้วยจำนวนครั้งที่ทำซ้ำทั้งหมด มีภาพแบบการคำนวณดังนี้

$$MCIL = \frac{\sum_{i=1}^{2000}(U_i - L_i)}{2000}$$

ตอนที่ 6 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ภรมนัส ประยูรรัตน์ (2535) ได้ทำการเปรียบเทียบวิธีประมาณช่วงความเชื่อมั่นสำหรับความแปรปรวนของการแจกแจงปกติ โดยทำการเปรียบเทียบระดับความเชื่อมั่นและค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของแต่ละวิธีประมาณ ได้แก่ วิธีไคกำลังสอง (Chi-square Confidence Interval), วิธีช่วงความเชื่อมั่นสั้นที่สุด (Confidence Interval of Minimum Length) และ วิธีของเบส์ (Bayesian Confidence Interval) ซึ่งจะเปรียบเทียบเฉพาะกรณีที่วิธีการนั้นให้ค่าไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด โดยค่าที่เหมาะสมที่สุดคือค่าที่ให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นต่ำที่สุด มีขนาดตัวอย่าง 2 - 50 กำหนดค่าสัมประสิทธิ์ความแปรปรวน = 5%, 10%, 15% และ 20% และกำหนดค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น = 90%, 95%, 99% และ 99.5% ซึ่งได้ข้อมูลจากการจำลองด้วยเทคนิคมอนติ คาร์โล โดยทำการทดลองซ้ำ 2,000 ครั้ง ได้ผลว่า ช่วงความเชื่อมั่นที่ประมาณด้วยวิธีช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นที่สุด จะให้ระดับความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ที่ทำการทดลอง และให้ค่าความยาวเฉลี่ยของความเชื่อมั่นต่ำที่สุดในทุกสถานการณ์การทดลอง

ภาวนา มาศผล (2540) ได้ศึกษาการประมาณช่วงความเชื่อมั่นของสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุ (confidence intervals estimation of multiple regression coefficients) เมื่อเกิดความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ โดยเปรียบเทียบค่าระดับความเชื่อมั่นและค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของแต่ละวิธีประมาณ 3 วิธี ได้แก่ วิธีการประมาณค่าแบบช่วงด้วยการแจกแจงที (ใช้ตัวประมาณกำลังสองน้อยสุด : OLS), วิธีการประมาณค่าแบบช่วงด้วยการแจกแจงที (ใช้ตัวประมาณริดจ์รีเกรสชัน : RHKB, RLW) และ วิธีการประมาณค่าแบบช่วงด้วยวิธีบูตสแตรป (ใช้ตัวประมาณริดจ์รีเกรสชัน : BHKB, BLW) ซึ่งขนาดตัวอย่าง = 15, 30, 40 และ 50 มีค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนที่แจกแจงแบบปกติ = 0 ความแปรปรวน = 2.0การแจกแจงลอกนอร์มอล = 0 ความแปรปรวน = 1.0 และการแจกแจงที ระดับความเป็นอิสระเท่ากับ 4 ระดับความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ = 0.0, 0.5, 0.7, 0.9 และ ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด = 90%, 95% และ 99% และได้ข้อมูลมาจากการจำลองด้วยเทคนิคมอนติ คาร์โล มีการทดลองซ้ำ 500 ครั้ง ได้ผลว่า วิธีประมาณค่าระดับความเชื่อมั่นทุกวิธีให้ค่าประมาณไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นในทุกระดับที่กำหนด (90%, 95% และ 99%) ในทุกการแจกแจง ทุกขนาดตัวอย่าง และทุกระดับความเชื่อมั่น และพบว่าเมื่อกลุ่มตัวอย่างขนาดเล็ก (n=15) สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น = 90%,

95% ในทุกการแจกแจง และทุกระดับความสัมพันธ์ วิธี BHKB ให้ค่าความยาวเฉลี่ยของความเชื่อมั่นต่ำสุด แต่เมื่อสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดเพิ่มขึ้นเป็น 99% วิธี RHKB ให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นต่ำสุด เมื่อตัวอย่างมีขนาดปานกลาง (n=30) สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด = 90% และ 95% ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติและแจกแจงแบบลอกนอร์มอล ในทุกระดับความสัมพันธ์ วิธี BHKB ให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นต่ำสุด แต่เมื่อสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดเพิ่มขึ้นเป็น 99% วิธี RHKB ให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นต่ำสุด ส่วนความคลาดเคลื่อนที่มีการแจกแจงที ในทุกสถานการณ์ที่ศึกษา พบว่าวิธี RHKB ให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นต่ำสุด และเมื่อตัวอย่างมีขนาดใหญ่ (n=40,50) ในทุกสถานการณ์ พบว่า วิธี RHKB ให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นต่ำสุด

ธนภัทร ศรภักดี (2541) ได้ทำการศึกษาช่วงความเชื่อมั่นสำหรับค่าเฉลี่ยร่วมของ 2 กลุ่มประชากรที่มีการแจกแจงปกติ ที่มีความแปรปรวนไม่เท่ากัน โดยเปรียบเทียบค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของวิธีการประมาณที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ที่กำหนด โดยใช้วิธีการประมาณช่วงด้วยค่าสัมบูรณ์ที่มากที่สุดของตัวสถิติสติวเดนท์ที (interval estimation method with absolute maximum of t-statistic : Mt), วิธีประมาณค่าแบบช่วงด้วยผลรวมเชิงเส้นของตัวสถิติสติวเดนท์ที (interval estimation method with linear combination of t-statistic : Ct) และวิธีการประมาณแบบช่วงด้วยผลรวมเชิงเส้นของตัวสถิติเอฟ (interval estimateion method with absolute maximum of t-statistic : CF) ซึ่งมีการกำหนดอัตราส่วนความแปรปรวน ($\sigma_1^2 : \sigma_2^2$) เป็น 2 กรณี คือ กรณีที่ความแปรปรวนของประชากรกลุ่มที่ 1น้อยกว่าประชากรกลุ่มที่ 2 ($\sigma_1^2 > \sigma_2^2$) ซึ่งอัตราส่วนความแปรปรวนมีความแตกต่างกัน 3 ระดับ คือ น้อย (1:1.5, 1:2.5, 1:3.5) ปานกลาง (1:4.5, 1:5.5, 1:6.5) และมาก (1:7.5, 1:10, 1:15) กำหนดขนาดตัวอย่าง n1 และ n2 (n1,n2) เป็น 2 กรณี คือ ขนาดตัวอย่างเท่ากัน (10, 20, 30, 50) และขนาดตัวอย่างไม่เท่ากัน ((10,15), (10,20), (10,30), (15,30), (20,25), (20,40), (20,60), (30,45), (40,50), (40,60), (40,80), (60,75)) และกำหนดค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น = 0.95 โดยได้ข้อมูลจากการทดลองซ้ำ 2,000 ครั้ง พบว่า วิธีการประมาณช่วงทั้ง 3 วิธีให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นเท่ากับค่าที่กำหนด ในทุกกรณีของขนาดตัวอย่าง (n1,n2) ค่าความยาวเฉลี่ยของความเชื่อมั่นของวิธีการประมาณแบบช่วงด้วยผลรวมเชิงเส้นของตัวสถิติสติวเดนท์ที (Ct) มีค่าต่ำสุดเมื่อความแปรปรวนของประชากรที่ 1 น้อยกว่าความแปรปรวนของประชากรที่ 2 ($\sigma_1^2 < \sigma_2^2$) และเมื่อความแปรปรวนของประชากรที่ 1 มากกว่าความแปรปรวนประชากรที่ 2 ($\sigma_1^2 > \sigma_2^2$) มีค่าน้อย แต่ในกรณีขนาดตัวอย่างที่ไม่เท่ากันโดยมีความแตกต่างกันมากและขนาดตัวอย่างของประชากรที่ 1 มีขนาดเล็ก ($n1 \leq 20$) วิธีประมาณค่าแบบช่วงด้วยผลรวมเชิงเส้นของตัวสถิติเอฟ (CF) ให้ค่าความยาว

เฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นต่ำสุด เมื่อความแปรปรวนของประชากรที่ 1 มากกว่าความแปรปรวนของประชากรที่ 2 ($\sigma_1^2 > \sigma_2^2$) มีค่ามาก แสดงว่าค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นแปรผันตามอัตราส่วนความแปรปรวนแต่แปรผกผันกับขนาดตัวอย่าง

วีรวรรณ ศักดาจิวะเจริญ (2544) ได้ทำการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าแบบช่วงสำหรับค่าเฉลี่ยของประชากรที่มีการแจกแจงแบบเบ้ขวา โดยใช้วิธีการประมาณ 4 วิธี ได้แก่ วิธีการประมาณค่าแบบช่วงด้วยตัวสถิติที (T), วิธีการประมาณค่าแบบช่วงด้วยตัวสถิติของจอห์นสัน (J), วิธีการประมาณค่าแบบช่วงด้วยตัวสถิติของฮอลล์ (H) และวิธีการประมาณค่าแบบช่วงด้วยตัวสถิติของเชน (C) ซึ่งประชากรมีการแจกแจง 4 แบบ ได้แก่ การแจกแจงไคกำลังสอง (Chi-Square istribution), การแจกแจงลอกนอร์มอล (Log-Normal Distribution), การแจกแจงแกมมา (Gamma Distribution) และการแจกแจงไวบูลส์ส์ (Weibull Distribution) ที่ระดับความเบ้ = 0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5, 3.0 และ 5.0 โดยใช้ขนาดตัวอย่าง = 10, 20, 30 และ 50 และสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองที่ได้จากแต่ละวิธีมีค่าไม่ต่ำกว่าที่กำหนด และได้พิจารณาเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของขีดจำกัดความเชื่อมั่นล่าง ค่าเฉลี่ยของขีดจำกัดบน และค่าเฉลี่ยความยาวของช่วงความเชื่อมั่น ซึ่งได้ใช้เทคนิคการจำลองข้อมูลมอนติ คาร์โล ทำการทดลองซ้ำ 3,000 ครั้ง ซึ่งแต่ละครั้งมีการกระทำจำนวนรอบของวิธีบูตสแตรป 2,000 ครั้ง พบว่า ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองกรณีที่ใช้บูตสแตรป (Bootstrap method) ในการหาค่าช่วงความเชื่อมั่นมีค่าสูงกว่ากรณีที่ไม่ใช้วิธีบูตสแตรป วิธีการประมาณค่าแบบช่วงด้วยตัวสถิติของจอห์นสัน เป็นวิธีการที่เหมาะสมสำหรับทดสอบสมมติฐานทางเดียวด้านมากกว่าและการทดสอบสมมติฐาน 2 ทาง ส่วนการทดสอบสมมติฐานทางเดียวด้านน้อยกว่าจะเหมาะสมเมื่อค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้น้อย = 0.5 แต่เมื่อสัมประสิทธิ์ความเบ้มากขึ้น (>1.0) วิธีที่มีการประมาณแบบช่วงที่เหมาะสมคือวิธีการประมาณค่าแบบช่วงด้วยตัวสถิติของเชน ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองสำหรับการทดสอบสมมติฐานทางเดียวด้านน้อยกว่าของวิธีประมาณค่าแบบช่วงทุกวิธีแปรผันตามกับค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ ส่วนค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นสำหรับการทดสอบสมมติฐานทางเดียวด้านมากกว่าและการทดสอบสมมติฐาน 2 ทางของวิธีการประมาณค่าทุกวิธีแปรผกผันกับค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ และ ค่าเฉลี่ยของขีดจำกัดความเชื่อมั่นล่างแปรผันตามขนาดตัวอย่าง ส่วนค่าเฉลี่ยขีดจำกัดความเชื่อมั่นบนและค่าเฉลี่ยความยาวของช่วงความเชื่อมั่นแปรผกผันกับขนาดตัวอย่าง

ราตรี จรัสมาธุสร (2547) ได้ทำการเปรียบเทียบวิธีการประมาณช่วงความเชื่อมั่นสำหรับอัตราส่วนความน่าจะเป็นในตัวแบบการถดถอยโลจิสติก โดยเปรียบเทียบวิธีแบบฉบับ (CLASSIC), วิธีปริมาณหลัก (PIVOT) และวิธีเบส์ (BAYES) ซึ่งใช้ค่าระดับความเชื่อมั่นและค่าความยาวเฉลี่ยของ

ช่วงความเชื่อมั่นเป็นเกณฑ์ มีการกำหนดตัวแปรอิสระ 1 ตัว ที่มีการแจกแจงแบบแบร์นูลลีและการแจกแจงแบบเลขชี้กำลัง ค่าพารามิเตอร์ $\beta_0 = 1.0$ และ $\beta_1 = 0.3, 0.5, 0.7, 0.9, 1.0$ และ 1.5 ส่วนวิธี BAYES กำหนด β_1 มีการแจกแจงก่อนแบบยูนิฟอร์ม ($\beta_1 \sim U(0,1)$) ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น = 0.9, 0.95 และ 0.99 ขนาดตัวอย่าง = 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90 และ 100 ข้อมูลที่ใช้ได้มาจากการจำลองและใช้วิธีมอนติคาร์โล โดยการทำซ้ำ 1,000 ครั้ง พบว่า ทุกสถานการณ์การประมาณค่าระดับความเชื่อมั่นทั้ง 3 วิธีให้ค่าไม่ต่ำกว่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นในทุกระดับที่กำหนด (0.90, 0.95 และ 0.99) และ วิธี PIVOT ให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นต่ำสุด ขณะที่วิธี CLASSIC และ BAYES ให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นใกล้เคียงกัน และเมื่อตัวอย่างมีขนาดใหญ่การประมาณค่าความเชื่อมั่นทั้ง 3 วิธีให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นใกล้เคียงกัน

Smithson (2001) ศึกษาเกี่ยวกับช่วงความเชื่อมั่นที่ถูกต้องสำหรับขนาดอิทธิพลถดถอยและพารามิเตอร์ ได้ทำการประมาณช่วงความเชื่อมั่นมีประโยชน์มากกว่าการทดสอบนัยสำคัญของสมมติฐานศูนย์ และได้อธิบายวิธีการประมาณช่วงความเชื่อมั่นสำหรับ R^2 หลายค่า และพารามิเตอร์ที่สัมพันธ์กันในโมเดลการถดถอยพหุที่มีการแจกแจงแบบไม่ปกติ (F และ ไคกำลังสอง) ซึ่งเทคนิคเหล่านี้ไม่ได้มีการใช้อย่างกว้างขวางและไม่ได้สนใจ software และหนังสือเกี่ยวกับสถิติ อุปสรรคในการประมาณช่วงความเชื่อมั่นเมื่อมีการใช้วัดขนาดอิทธิพลมาตรฐาน คือ ไม่มีค่าสถิติประชากร ซึ่งก็คือช่วงความเชื่อมั่นที่จะใช้กับข้อมูลที่มีการแจกแจงปกติหรือค่าสถิติทดสอบทีที่อยู่ตรงกลาง (t-test central) ที่หามาได้มีจำกัด

การกระจายที่ไม่ได้อยู่ตรงกลาง (noncentral) มีความจำเป็นที่จะต้องประมาณช่วงความเชื่อมั่นที่ถูกต้องสำหรับค่าสถิติ เมื่อเราเชื่อว่าสมมติฐานไม่เป็นความจริง การกระจายไม่อยู่ตรงกลาง (Pearson & Hartley, 1972) แต่อาจจะไม่เป็นที่รู้จักเพราะการกระจายที่ไม่ได้อยู่ตรงกลางไม่ได้มีการนำเข้าไปใช้ใน software ทางสถิติด้วย

Thompson (2002) ได้แนะนำขนาดอิทธิพลและช่วงความเชื่อมั่นเพื่อใช้ในการรายงานการประมาณช่วงความเชื่อมั่นสำหรับขนาดอิทธิพล ซึ่งมีการบรรยายภาพให้เห็น

ช่วงความเชื่อมั่นเกี่ยวกับขนาดอิทธิพลจะไม่เหมือนกันช่วงความเชื่อมั่นสำหรับพารามิเตอร์อื่นๆ ช่วงความเชื่อมั่นสำหรับตัวอย่างทางสถิติ เช่น ค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน สามารถคำนวณได้โดยใช้สมการและการคำนวณทีมีอยู่ในโปรแกรมทางสถิติ

ช่วงความเชื่อมั่นเกี่ยวกับขนาดอิทธิพลอื่นๆมีเทคนิคที่ยากอยู่ 2 เทคนิค คือ (1) การแจกแจงแบบไม่ปกติของ t และการแจกแจง F (cf. Pearson & Hardey, 1972) ซึ่งนักวิจัยหลายคนใช้การประมาณช่วงความเชื่อมั่นสำหรับขนาดอิทธิพล (Fleishman,1980; Steiger & Fauladi, 1997)

สมการปกติไม่สามารถคำนวณช่วงความเชื่อมั่นสำหรับขนาดอิทธิพลได้ และ (2) การคำนวณด้วย software ในการประมาณจะต้องใช้ในสถานการณ์งานวิจัยที่แตกต่างกัน เป็นที่น่าเสียดายที่ software ที่สามารถใช้ได้ (เช่น SPSS) จะเป็นโปรแกรมที่ใช้การประมาณซ้ำ (Bird, 2002; Smithson, 2001) การประมาณซ้ำเป็นเรื่องจำเป็นมาก เช่น การประมาณค่า commulities และ การหมุนแกนในการวิเคราะห์องค์ประกอบ

ข้อมูลที่มีขนาดเล็กจะใช้การอธิบายความแตกต่างระหว่างการคำนวณช่วงที่ใช้สมการและการประมาณช่วงที่ใช้การทำซ้ำ (เช่น การประมาณจนกว่าจะได้ค่าที่ถูกต้อง) สมมติฐานศูนย์ คือ $\mu = 0$ จะถูกทดสอบ สมมติว่าข้อมูลของกลุ่มตัวอย่างนี้มีช่วงคะแนน 7 ช่วงในการเพิ่มของ 0.05 จาก 0.2 เป็น 0.5 สำหรับข้อมูลนี้จะได้ M = 0.35 และ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 0.108

มีการวิจารณ์การทำซ้ำที่ใช้กับการกระจายที่ไม่ได้อยู่ตรงกลางของช่วงความเชื่อมั่นเกี่ยวกับขนาดอิทธิพล d ซึ่งแม้ว่าวิธีที่จะเป็นเทคนิคที่สำคัญมีรายละเอียดมากกว่าวิธีอื่น (Cumming & Finch, 2001; Smithson, 2001) เพราะสมการไม่สามารถใช้กับวิธีที่ช่วงความเชื่อมั่นของขนาดอิทธิพลแบบ 1 หางจะมีการประมาณซ้ำได้

วิธีการคือ ทำซ้ำอีกครั้งเพื่อประมาณช่วงความเชื่อมั่นที่ถูกต้องซ้ำ ดังนั้นขอบเขตทั้ง 2 สามารถหาได้จากฝั่งซ้ายอันแรก และฝั่งขวาอันแรก เพราะขอบเขตที่ถูกประมาณนี้ไม่ได้ขึ้นอยู่กับการใช้การแจกแจงของข้อมูล 2 กลุ่มที่แตกต่างกัน ในการประมาณช่วงความเชื่อมั่นสำหรับขนาดอิทธิพลซ้ำสามารถทำกับคอมพิวเตอร์ได้ ดังนั้น การทำซ้ำจึงเป็นวิธีที่ง่าย

Veichtbauer (2007) ได้ทำการศึกษาการประมาณค่าแบบช่วงสำหรับขขนาดอิทธิพลมาตรฐานในกลุ่มตัวอย่าง 2 กลุ่มที่เป็นอิสระและไม่เป็นอิสระต่อกัน โดยใช้วิธีการประมาณซ้ำ ซึ่งมีการนำเสนอการประมาณแบบต่างๆเพื่อให้ได้ขอบเขตของช่วงความเชื่อมั่นในการออกแบบกลุ่มตัวอย่างที่เป็นอิสระและไม่เป็นอิสระต่อกัน โดยการจำลองข้อมูล 3 แบบ ได้แก่ การจำลองข้อมูลกับตัวอย่าง 2 กลุ่มที่เป็นอิสระกัน, การจำลองข้อมูลกับกรณีตัวอย่าง 2 กลุ่มที่ไม่เป็นอิสระต่อกัน (δ_D) และการจำลองข้อมูลกับกลุ่มตัวอย่างที่ไม่เป็นอิสระต่อกันกับพารามิเตอร์ δ_{D2} โดยกำหนดตัวอย่าง = 8, 16, 32, 64 และ 128 พบว่า (1) กลุ่มตัวอย่างที่เป็นอิสระต่อกัน วิธีที่มีความเอนเอียง (B : Biased), วิธีที่ไม่มีความเอนเอียง (U : Unbiased), วิธีที่ใช้กับกลุ่มตัวอย่างขนาดใหญ่ 1 (L1 : Large1), วิธีที่ใช้กับกลุ่มตัวอย่างขนาดใหญ่ 2 (L2 : Large2) และ วิธีที่ใช้เมื่อความแปรปรวนคงที่ (H) จะขึ้นอยู่กับขนาดตัวอย่างรวม ($N = n_E + n_C$) กลุ่มตัวอย่างขนาดเล็กจะประมาณได้ดีที่สุด ซึ่งกำหนดให้ g คือ ตัวประมาณที่ไม่เอนเอียง และ d คือ ตัวประมาณที่เอนเอียง จะได้ว่า วิธี gUz, gL1z, dL1z, dL2z, gHz และ dHz จะให้ผลที่แม่นยำ และวิธี dL1z จะให้การประมาณช่วงความเชื่อมั่นที่ตรงที่สุดสำหรับ

δ_2 และวิธี F จะให้ผลตรงกับกลุ่มตัวอย่างที่มีขนาดไม่เท่ากัน (2) กลุ่มตัวอย่าง 2 กลุ่มที่ไม่เป็นอิสระต่อกัน (δ_D) พบว่า วิธี F จะให้ค่าสัดส่วนและความกว้างของช่วงที่ถูกต้องเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นความกว้างของ δ_D และจากการจำลองข้อมูลพบว่าวิธี F จะให้ผลไม่ถูกต้อง (3) การประมาณค่ากรณีนี้จะแม่นยำน้อยกว่า 2 กรณีก่อนหน้านี้ ซึ่งวิธี gL1z, gL2z, dL2z และ gHz จะให้ค่าสัดส่วนและช่วงความเชื่อมั่นที่แม่นยำที่สุดเมื่อกลุ่มตัวอย่างมีขนาดเล็ก และวิธี gL1z และ dL2z จะให้ค่าเหมาะสมที่สุด

Ferrin; Bishop; Tansey; Frain; Swett & Lane (2007) ได้ศึกษาการประมาณขนาดอิทธิพล, ช่วงความเชื่อมั่น และ อำนาจในการทดสอบ โดยอ้างถึง Cohen (1994; 1995) ว่า ได้คิดที่จะทดสอบค่า p-value และสมมติฐานว่างอย่างมีนัยสำคัญ โดยได้แนะนำว่าในทางปฏิบัติไม่มีการสนับสนุนทางด้านจิตวิทยาเหมือนกับด้านวิทยาศาสตร์ (Cohen, 1994) นักวิจัยคนอื่นๆได้วิจารณ์การทดสอบสมมติฐานทางสถิติว่า ในทางปฏิบัติไม่ให้ความสนใจ (Baken, 1966), มีแต่ความขัดแย้ง (Kirk, 1996), ก่อให้เกิดหายนะ (Schmidt & Hunter, 2002) และ ไม่บริสุทธิ์ (Carver, 1987) ในการทดสอบนัยสำคัญสมมติฐานว่าง นักวิจัยได้นำเสนอทั้งสมมติฐานว่างและสมมติฐานทางเลือกโดยจำนวนการทดสอบทางสถิติมีมากพอ และค่า p value เล็กมากพอ จะทำให้สมมติฐานว่างถูกปฏิเสธและยอมรับสมมติฐานทางเลือก การทราบค่า p แสดงว่าไม่มีอิทธิพล, ความกว้างช่วงบนเส้นของการแจกแจง, อำนาจในการทดสอบ และ สารสนเทศที่มีความสำคัญในเรื่องการหานัยสำคัญ

บทความนี้บอกถึงประโยชน์ของการรายงานขนาดอิทธิพล, ช่วงความเชื่อมั่น และ อำนาจในการทดสอบ ในงานวิจัย

THOMPSON (2007) ทำการศึกษา ขนาดอิทธิพล, ช่วงความเชื่อมั่น และช่วงความเชื่อมั่นสำหรับขนาดอิทธิพล และได้เสนอสูตรที่สามารถหาค่า (a) สถิติ (b) ช่วงความเชื่อมั่นสำหรับค่าสถิติ และ (c) ขนาดอิทธิพล อย่างไรก็ตามสมการก็ไม่ค่อยมีประโยชน์ในการหาช่วงความเชื่อมั่นสำหรับขนาดอิทธิพล ทั้งๆที่มีวิธีการทำซ้ำด้วยคอมพิวเตอร์อย่างละเอียด (Cumming & Finch, 2001) โดยทั่วๆไปแล้วการทำซ้ำจะใช้ได้ดีในการประมาณช่วงความเชื่อมั่นสำหรับขนาดอิทธิพล จนกระทั่งมีการประมาณช่วงความเชื่อมั่นที่เหมาะสม สำหรับสถานการณ์การวิจัยหลายๆแบบมีความต้องการซอฟแวร์ที่ใช้runข้อมูลกับ Microsoft computer (Steiger & Fouladi, 1992), ใน Excel (Cumming & Finch, 2001), ใน SPSS (Smithson, 2001) หรือ ใน SAS (Algina & Kaselman, 2003; Algina, Kaselman & Penfield, 2005b)ได้ นี่เป็นส่วนที่มีการพัฒนาทฤษฎีและวิธีการอย่างรวดเร็ว (Algina, Kaselma & Penfield, 2005a; Keselman, Algina, & Fradette)

กรอบแนวคิดงานวิจัย

เนื่องจากงานวิจัยชิ้นนี้ทำการศึกษาต่อจากงานวิจัยของ Wolfgang Viechtbauer (2007) ที่ทำการวิจัยเรื่อง การประมาณช่วงความเชื่อมั่นของขนาดอิทธิพลมาตรฐานสำหรับตัวอย่าง 2 กลุ่มที่เป็นอิสระกันและไม่เป็นอิสระกัน ที่ทำภายใต้ข้อตกลงที่ว่าข้อมูลมีการแจกแจงแบบปกติ ที่ใช้วิธีในการประมาณช่วงความเชื่อมั่นทั้งหมด 10 วิธี ผู้วิจัยจึงกำหนดขนาดกลุ่มตัวอย่างและจำนวนกลุ่มตัวอย่างที่ส่งผลต่อความยาวของช่วงความเชื่อมั่นตามงานวิจัยของ Wolfgang Viechtbauer (2007) และงานวิจัยนี้ใช้ข้อมูลที่มีการแจกแจงแบบเบ้ขวา ดังนี้