หอสมุดกลาง ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

# บทที่ 2

# การศึกษาข้อมูลเบื้องต้น

## 2.1 แนวคิดและทฤษฎี

ทฤษฎีพื้นฐานที่ใช้ในการศึกษาปัญหาการคำนวณพลศาสตร์ของไหล เพื่อศึกษาผลลัพธ์สภาวะการไหล ของน้ำโลหะภายในแบบหล่อ ที่น้ำโลหะยังอยู่ในสภาวะของเหลวโดยใช้การจำลองแบบทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Model) อาศัยการประยุกต์ใช้กฎการอนุรักษ์มวล (Conservation of Mass) และกฎการอนุรักษ์โมเมนตัม (Conservation of Momentum) ซึ่งกฎการอนุรักษ์ทั้งสองเรียกรวมว่า ระบบสมการนาเวียร์- สโตกส์ ( Navier – Stokes Equation) นอกจากนี้ยังมีการประยุกต์สมการการไหลแบบปั่นป่วน (Turbulence Equation) ในการวิเคราะห์ปัญหาที่มีการไหลแบบปั่นป่วน นำไปสู่การทำนายที่มีความแม่นยำมากขึ้นต่อความเป็นจริงที่เกิดขึ้นของสภาวะการไหลของของไหลที่เกิดขึ้นภายในแบบหล่อ โดยเฉพาะการกระจายของความเร็วของของไหล ณ ตำแหน่ง และเวลา ขณะใดๆ ภายในแบบหล่อ ในที่นี้จะศึกษาปัญหาการไหลของน้ำโลหะในสภาวะคงตัว (Steady Flow) ไม่อัดตัว (Incompressible Flow) ใน 2 มิติ ภายในแบบหล่อแท่งแบนของกระบวนการหล่อแบบต่อเนื่อง

กฎการอนุรักษ์มวล (Conservation of Mass) ใน2 มิติ *[2]*

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} = 0 \qquad (2.1)$$

พจน์ที่หนึ่งทางด้านซ้ายในสมการที่ (2.1) แสดงการเปลี่ยนแปลงความหนาแน่นที่เวลาขณะใดขณะหนึ่ง พจน์ที่สอง แสดงอัตราการเปลี่ยนแปลงมวลต่อหนึ่งหน่วยพื้นที่ในแนวแกน x ที่ตำแหน่งขณะใดขณะหนึ่ง พจน์สุดท้าย แสดงอัตราการเปลี่ยนแปลงมวลต่อหนึ่งหน่วยพื้นที่ในแนวแกน y ที่ตำแหน่งขณะใดขณะหนึ่ง

กฎการอนุรักษ์โมเมนตัม (Conservation of Momentum) ใน 2 มิติ *[2]*

$$\rho g_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right) = \rho \frac{du}{dt} \qquad (2.2)$$

สมการที่ (2.2) เป็นสมการอนุรักษ์โมเมนตัมตามแนวแกน x พจน์ที่หนึ่งทางด้านซ้ายในสมการที่ (2.2) แสดงแรงเนื่องจากน้ำหนักของของไหลต่อหนึ่งหน่วยปริมาตร พจน์ที่สองแสดงการเปลี่ยนแปลงความดัน ที่ตำแหน่งใดๆตามแนวแกน x พจน์ที่สามแสดงแรงเฉือนที่กระทำกับของไหลต่อหนึ่งหน่วยปริมาตร ส่วนพจน์ทางขวาของสมการแสดงแรงเฉื่อยของของไหลต่อหนึ่งหน่วยปริมาตร

หอสมุดกลาง ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

$$\rho g_y - \frac{\partial p}{\partial y} + \mu(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2}) = \rho \frac{dv}{dt} \quad (2.3)$$

สมการที่ (2.3) เป็นสมการอนุรักษ์โมเมนตัมตามแนวแกน y พจน์ที่หนึ่งทางด้านซ้ายในสมการที่ (2.3) แสดงแรงเนื่องจากน้ำหนักของของไหลต่อหนึ่งหน่วยปริมาตร พจน์ที่สองแสดงการเปลี่ยนแปลงความดัน ที่ตำแหน่งใดๆตามแนวแกน y พจน์ที่สามแสดงแรงเฉือนที่กระทำกับของไหลต่อหนึ่งหน่วยปริมาตร ส่วนพจน์ทางขวาของสมการแสดงแรงเฉื่อยของของไหลต่อหนึ่งหน่วยปริมาตร โดยค่าตัวแปรต่างๆดังที่กล่าวไว้ในสมการข้างต้นมีความหมายดังต่อไปนี้

$\rho$ คือความหนาแน่นของของไหล (กิโลกรัมต่อปริมาตร)

$u$ คือความเร็วตามแนวแกน x (เมตรต่อวินาที)

$v$ คือความเร็วตามแนวแกน y (เมตรต่อวินาที)

$\mu$ คือความหนืดของของไหล (กิโลกรัมต่อเมตร.วินาที)

$p$ คือความดันของของไหล (ปาสคาล)

$g$ เท่ากับ 9.81 เมตรต่อวินาที

$t$ คือเวลา (วินาที)

การศึกษาที่เกี่ยวข้อง กับการไหลของของไหลในแบบหล่อแท่งแบนของกระบวนการหล่อแบบต่อเนื่อง สามารถทำได้โดยการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ โดยใช้ระบบสมการที่กล่าวมาข้างต้น และทำการแก้สมการหาคำตอบโดยใช้ระเบียบวิธีเชิงตัวเลข (Numerical Method) เช่น ระเบียบวิธีปริมาตรสืบเนื่อง (Finite Volume Method) ซึ่งเป็นวิธีหนึ่ง ที่ทำให้การศึกษาวิจัยสามารถประหยัดได้ทั้งเวลาและค่าใช้จ่ายได้อย่างมีประสิทธิภาพ เพราะเป็นการคำนวณพลศาสตร์ของไหล ภายในแบบหล่อให้ได้ผลลัพธ์เป็นที่น่าพอใจก่อน แล้วจึงนำผลลัพธ์ดังกล่าวไปทำการทดลองหรือออกแบบกระบวนการหล่อแท่งแบน แบบต่อเนื่องจริง

ทฤษฎีพื้นฐานที่เกี่ยวข้องกับ การคำนวณแรงแม่เหล็กไฟฟ้าเหนี่ยวนำ (Induced Electromagnetic Force) จากกฎของ Lorentz ได้ความสัมพันธ์

$$\vec{F}(= F\vec{i} + F\vec{j} + F\vec{k}) = \vec{J}x\vec{B} \quad (2.4)$$

เมื่อ

$\vec{F}$ คือแรงแม่เหล็กไฟฟ้าเหนี่ยวนำ (Induced Electromagnetic Force, $N/m^3$)

$\vec{J}$ คือความหนาแน่นของกระแสเหนี่ยวนำที่ได้มาจากกฎของโอห์ม (Induce Current Density, $A/m^2$)

$\vec{B}$ คือความหนาแน่นของฟลักส์แม่เหล็ก (Magnetic Flux Density, Tesla or N/Am)

$$\vec{J} = \sigma(\vec{E} + \vec{V}x\vec{B}) \quad (2.5)$$

ซึ่ง $$\vec{E} = -\nabla\phi \quad (2.6)$$

$\vec{E}$ คือสนามไฟฟ้าเหนี่ยวนำ (Electric Field, Volt)

$\sigma$ คือค่าการนำไฟฟ้าของตัวกลาง (Electrical Conductivity, $\Omega^{-1}m^{-1}$)

$\vec{V}$ คือความเร็วของตัวกลาง (Velocity of Media, m/s)

$\phi$ คือศักย์ไฟฟ้า (Electric Potential, Volt)

จากสมการความต่อเนื่องของความหนาแน่นของกระแสเหนี่ยวนำเท่ากับ

$$\nabla.\vec{J} = 0 \quad (2.7)$$

จากสมการ (2.5), (2.6), และ (2.7) ได้ความสัมพันธ์

$$\nabla.\sigma\nabla\phi = \nabla.\sigma(\vec{V}x\vec{B}) \quad (2.8)$$

$$\nabla^2\phi = \nabla.(\vec{V}x\vec{B}) \quad (2.9)$$

## 2.2 ปริทรรศน์วรรณกรรม (Literature Review)

เป็นที่ทราบดีแล้วว่า รูปแบบการไหลของน้ำโลหะที่เกิดขึ้น ภายในแบบหล่อของกระบวนการหล่อแบบต่อเนื่อง เป็นปัจจัยที่สำคัญอีกประการหนึ่ง ที่ทำให้เกิดข้อบกพร่องขึ้นในเหล็กแท่งแบน (Slab) เนื่องจากการกระจายตัวของความเร็วของน้ำโลหะภายในส่วนของโลหะที่แข็งตัว(Solidify Shell) ที่มีลักษณะคล้ายเปลือก มีผลกระทบต่อความหนาของเปลือกและยังมีผลกระทบต่อการกระจายตัวของ Inclusions ที่ส่งผลกระทบต่อความสะอาดและคุณภาพของชิ้นงานที่หล่อออกมา ดังนั้นรูปแบบการไหลต่างๆที่เกิดขึ้นภายในแบบหล่อ จึงได้รับความสนใจที่จะศึกษาปรากฏการณ์ดังกล่าวที่เกิดขึ้นเช่น B.G. Thomas (1990) *[3]* และคณะได้เสนอผลการศึกษาปรากฏการณ์การไหลของน้ำโลหะที่เกิดขึ้นภายในแบบหล่อ ของกระบวนการหล่อแบบต่อเนื่องโดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Model) ใน 2 มิติ โดยการปรับมุม ปรับระยะความลึกของอุปกรณ์ส่งน้ำโลหะ(Nozzle) เพื่อตรวจสอบผลที่เกิดขึ้น ต่อรูปแบบการไหล โดยประยุกต์ใช้วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์(Finite Element Method) ในการคำนวณสมการพื้นฐานการไหล นาเวียร์ – สโตกส์ (Navier – Stokes Equation), สมการความต่อเนื่อง(Continuity Equation), และสมการการไหลแบบปั่นป่วน(Turbulent Equation)

จากการศึกษาได้ผลลัพธ์ที่สามารถนำไปใช้อธิบาย รูปแบบการไหลของน้ำโลหะที่เกิดขึ้นภายในแบบหล่อได้ เพราะเมื่อเปรียบเทียบกับการจำลองแบบทางกายภาพที่ใช้น้ำเป็นของไหลตัวอย่าง (Physical Water Model) แล้วพบว่ารูปแบบการไหลที่เกิดขึ้นทั้งสองแบบจำลองมีลักษณะรูปแบบการไหลที่คล้ายคลึงกัน ซึ่งเป็นหลักฐานยืนยันว่าปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้นจริงกับที่เกิดขึ้นในแบบจำลองทางคณิตศาสตร์นั้นสามารถเชื่อถือได้ ภายในปีเดียวกัน B.G. Thomasและคณะ (1990) *[4]* ได้ศึกษาเพิ่มเติมโดยมีการประยุกต์ใช้สมการการไหลแบบปั่นป่วน เพื่อยืนยัน

และทำให้เกิดความเข้าใจอย่างท่องแท้เกี่ยวกับการจำลองแบบทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Model) สำหรับการไหลแบบปั่นป่วนใน 2 มิติ ที่สภาวะคงตัว (Steady State) และไม่อัดตัว (Incompressible) โดยใช้วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ (Finite Element Method) เพื่อคำนวณพลศาสตร์ของของไหล จากการศึกษา ทำให้เข้าใจเกี่ยวกับความไวของการเปลี่ยนแปลงเงื่อนไขขอบเขตต่อพารามิเตอร์ K (Turbulent Kinetic Energy) และ $\varepsilon$ (Rate of Dissipation) ของการไหลแบบปั่นป่วน และพบว่าการเปลี่ยนแปลงเงื่อนไขดังกล่าวที่บริเวณผนังแบบหล่อไม่ส่งผลต่อเส้นแนวการไหล และความเร็วของของไหล แต่มีผลต่อค่า K (Turbulent Kinetic Energy) และ $\varepsilon$ (Rate of Dissipation)

B.Q. Li (1996) *[5]* ได้นำเสนอการศึกษาแบบจำลองของการคำนวณรูปแบบการไหลของน้ำโลหะในสภาวะไม่คงตัว (Unsteady State) ด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ (Finite Element Method) ใน 2 มิติ โดยใช้สมการความต่อเนื่อง (Continuity Equation) และสมการโมเมนตัม (Momentum Equation) เพื่อทำนายรูปแบบการไหลของน้ำโลหะที่เกิดขึ้นภายในแบบหล่อ จากการศึกษาพบว่าการคำนวณด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ (Finite Element Method) แสดงให้เห็นว่ารูปแบบการไหลที่เกิดขึ้น มีผลต่อพฤติกรรมการถ่ายเทความร้อนและความเรียบของผิวหน้าโลหะที่แข็งตัวขึ้นมาและจะโตเป็นเฟสของโลหะแข็งต่อไป ตลอดจนความบกพร่องอื่นๆ

D. Xu และคณะ (1998) *[6]* ได้ศึกษากระบวนการหล่อแบบต่อเนื่องของอะลูมิเนียมโดยอาศัยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Model) และแบบจำลองทางกายภาพ (Physical Water Model) ใน 2 มิติ เพื่อตรวจสอบลักษณะการไหลของน้ำโลหะที่ผ่านมาทางอุปกรณ์จ่ายน้ำโลหะ (Nozzle) เข้าสู่แบบหล่อ (Mold) เพื่อนำไปปรับปรุงลักษณะของชิ้นงานหล่อที่ผลิตออกมา ว่าส่งผลต่อลักษณะโครงสร้างจุลภาคของชิ้นงานหล่ออย่างไรบ้าง เช่น การเกิดการแยกตัวออกมาของสารมลทิน (Segregation) และขนาดของเกรน (Grain size)

X. Huang และ B.G. Thomas (1998) *[7]* ได้พยายามเริ่มต้นที่จะพัฒนาและใช้ระเบียบวิธีผลต่างสืบเนื่อง (Finite Difference Method) เพื่อจำลองรูปแบบการไหลของน้ำโลหะในสภาวะไม่คงตัว (Unsteady State) ภายในแบบหล่อโดยพิจารณารูปแบบการไหลที่มีลักษณะเหมือนคลื่นอันมีสาเหตุมาจากการเปลี่ยนแปลงเงื่อนไข การไหลเข้าของน้ำโลหะสู่แบบหล่อ อย่างทันทีทันใด โดยใช้ สมการ นาเวียร์ – สโตกส์ และสมการมาตรฐาน $k-\varepsilon$ ดังที่ได้กล่าวไว้แล้ว ในส่วนของทฤษฎีพื้นฐาน

วัตถุประสงค์ของงานวิจัยนี้ประการแรกคือ การพัฒนาแบบจำลองสภาวะการไหลของน้ำเหล็กที่อยู่ในสภาวะไม่คงตัวด้วยวิธีผลต่างสืบเนื่อง (Finite Difference Method) ใน 3 มิติ เพื่อจำลองรูปแบบการไหลของน้ำโลหะที่เกิดขึ้นเนื่องจากการเปลี่ยนเงื่อนไขการหล่อแบบทันทีทันใด

ประการที่สอง เพื่อตรวจสอบความสัมพันธ์ระหว่างพลังงานจลน์ของการไหลแบบปั่นป่วนกับระดับการสั่นสะเทือนของผิวน้ำเหล็ก ประการสุดท้ายเพื่อ ตรวจสอบพฤติกรรมการไหลที่เกิดขึ้นในช่วงเวลาสั้นๆ ของพารามิเตอร์ที่กำหนดให้กับการหล่อ เช่น อัตราการฉีดก๊าซอาร์กอน อัตราเร็วการหล่อและระยะความลึกของการจุ่ม SEN (Submerged Entry Nozzle) แล้วสังเกตพบว่าเมื่อระดับการกระเพื่อมของการไหลของน้ำโลหะมีค่าต่ำ ระดับการไหลแบบหมุนวนของน้ำโลหะก็จะต่ำด้วย ขนาดของพลังงานจลน์ของการไหลแบบปั่นป่วน K (Turbulent Kinetic Energy) จะมีผลกระทบต่อน้ำโลหะบริเวณที่อยู่ในระดับลึกกว่า น้อยมาก การฉีดก๊าซอาร์กอนเข้าสู่แบบหล่อ นอกจากจะเหนี่ยวนำให้เกิด การไหลแบบปั่นป่วนของน้ำโลหะแล้ว ยังทำให้เกิดการกระจายตัวของการไหลแบบหมุนวนอีกด้วย นอกจากนี้การจุ่ม Nozzle ในระดับที่ลึกกว่าก็จะสามารถลดการไหลแบบหมุนวนของน้ำโลหะลงได้เหมือนกัน

B.G. Thomas และ S.P. Vanka (1999) *[ 8]* ได้ศึกษาเพื่อเพิ่มความเข้าใจเกี่ยวกับรูปแบบการไหลของน้ำโลหะที่ผ่านอุปกรณ์พื้นฐานเริ่มตั้งแต่ Tundish ผ่าน SEN (Submerged Entry Nozzle) ไปยังแบบหล่อ (Mold) โดยใช้ วิธีผลต่างสืบเนื่อง (Finite Difference Method) คำนวณสมการนาเวียร์ – สโตกส์ ใน 3 มิติ กับปัญหาสภาวะการไหลของของไหลที่ไม่คงตัว (Unsteady State) ผลลัพธ์ที่ได้จากการจำลองแบบทางคณิตศาสตร์พบว่าสามารถใช้อธิบายรูปแบบการไหลของของไหล ที่เกิดขึ้นจริงได้เมื่อเปรียบเทียบกับการจำลองแบบทางกายภาพ (Physical Water Model)

T.T. Natarajan และ Nagy El-Kaddah (2003) *[9]* ได้ใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์วิเคราะห์รูปแบบการไหลของน้ำโลหะ และประยุกต์ใช้ระบบรบกวนการไหลด้วยสนามแม่เหล็กไฟฟ้าโดยใช้สมการพื้นฐานการไหลของ นาเวียร์ – สโตกส์ และสมการแม่เหล็กของ Maxwell ใน 3 มิติ บริเวณแบบหล่อ เพื่อคำนวณรูปแบบการไหลของน้ำโลหะ จากการคำนวณพบว่า รูปแบบการไหลมีการกระจายความเร็วและความปั่นป่วนของการไหลตามทิศทางของสนามแม่เหล็ก ส่วนความเร็วและความรุนแรงของการไหลขึ้นอยู่กับความถี่ของสนามแม่เหล็ก