บทที่ 4

การแปลงจำนวนซ้ำซ้อนไปเป็นรูปแบบส่วนเติมเต็ม

ในบทนี้ผู้วิจัยจะนำเสนอตัวอย่างการแปลงจำนวนซ้ำซ้อนจากชุดตัวเลขแบบสมมาตร ให้ไปอยู่ในรูปแบบของส่วนเติมเต็มโดยที่มีเลขฐานเดียวกัน โดยมีขั้นตอนการแปลง คือ การพิจารณาของตัวทดที่เกิดขึ้นจะมีการนำแนวคิด ออนเดอะฟลาย เข้ามาช่วยในการคำนวณ การพิจารณานี้มีการประมวลผลจากหลักที่มีนัยสำคัญต่ำสุดไปยังหลักที่มีนัยสำคัญสูงที่สุด หลังจากที่ได้ตัวทดที่เกิดขึ้นแล้ว จะเป็นขั้นตอนของการคำนวณเพื่อหาผลลัพธ์แบบขนาน โดยในส่วนของการพิจารณาตัวเลขที่แสดงเครื่องหมายในหลักที่มีนัยสำคัญสูงสุดสามารถกระทำได้หลังจากที่ทราบค่าตัวทดที่เกิดขึ้นทั้งหมดเรียบร้อยแล้ว กล่าวคือ ผลลัพธ์ที่คำนวณได้จากตัวทดที่เกิดขึ้นและข้อมูลนำเข้ายังไม่ใช่คำตอบที่แท้จริง หากแต่ต้องทำการรวมตัวเลขที่ทำหน้าที่แสดงเครื่องหมายของจำนวนนั้นๆ โดยไม่ต้องรอให้มีการคำนวณคำตอบจนเสร็จสิ้นเสียก่อน ขั้นตอนวิธีการแปลงจำนวนซ้ำซ้อนไปเป็นรูปแบบส่วนเติมเต็มที่ได้นำเสนอไปในบทที่ 3 จะถูกนำมาใช้ในตัวอย่างการแปลงชุดตัวเลขทั้งชุดตัวเลขที่เป็นจำนวนบวกและชุดตัวเลขที่เป็นจำนวนลบ โดยในตัวอย่างหลังจะมีลักษณะการแสดงรูปแบบจำนวนที่แตกต่างออกไปจากตัวอย่างแรกอีกด้วย

4.1 การแปลงชุดตัวเลขที่ค่าเชิงตัวเลขเป็นจำนวนบวก

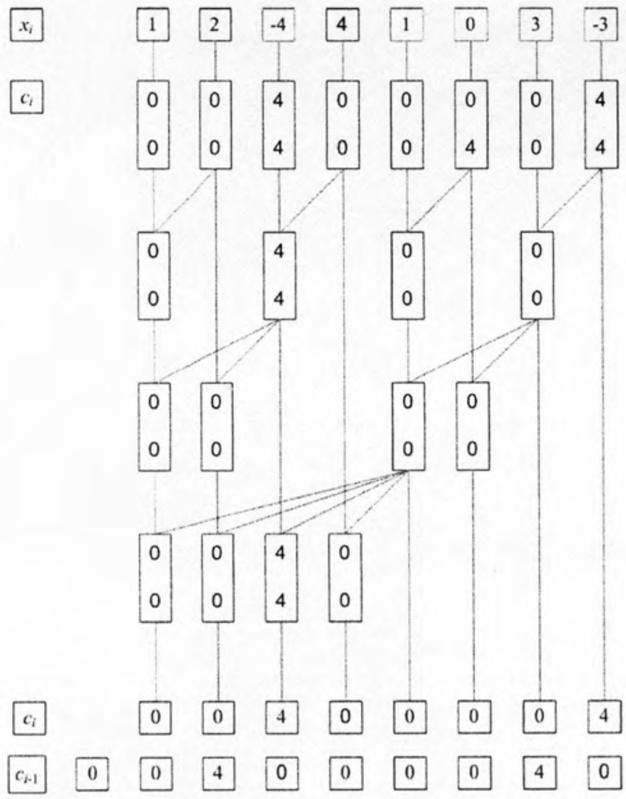
กำหนดให้ $X = 12\overline{4}41033\overline{3}$ ในระบบเลขฐาน $\beta = 5$ และ x_i อยู่ในชุดตัวเลขแบบสมมาตร $D = \{0, \pm1, ..., \pm4\}$ การแปลงชุดตัวเลขจาก X ไปยัง Y โดยที่ y_i อยู่ในชุดตัวเลข $E = \{0, 1, ..., 4\}$ สามารถแสดงได้ดังนี้

ขั้นที่ 1 ทำการหาตัวทดที่เกิดขึ้นโดยเริ่มจากการพยากรณ์ความเป็นไปได้ของตัวทดที่จะเกิดขึ้นในแต่ละหลัก จากสมการที่ 3.1 ในการกำหนดค่าตัวทด สามารถหากรณีที่ไปได้ในการเกิดตัวทดได้ดังแสดงในตารางที่ 4.1

ตารางที่ 4.1 ตารางจับคู่ระหว่างตัวทด c และตัวเลข d

		D								
	F	$\overline{4}$	$\overline{3}$	$\overline{2}$	$\overline{1}$	0	1	2	3	4
C	0	4	4	4	4	0	0	0	0	0
	4	4	4	4	4	4	0	0	0	0

โดยค่าต่างๆ ที่อยู่ในตารางจะถูกแสดงในรูปของกรณีของตัวทดที่เป็นไปได้ในแต่ละหลักเมื่อกำหนดให้ค่าตัวทดเริ่มต้นมีค่าเท่ากับ 0 จากนั้นสามารถนำค่าในตารางที่ 4.1 มาสร้างเป็นรูปแบบการคำนวณแบบขนานได้ดังรูปที่ 4.1



รูปที่ 4.1 การพิจารณาหาตัวทดที่เกิดขึ้นของจำนวนบวกโดยใช้สถาปัตยกรรมออนเดอะฟลาย

จากรูปที่ 4.1 สุดท้ายหลังจากการคำนวณตามลำดับจากหลักที่มีนัยสำคัญน้อยสุดไปยังหลักที่มีนัยสำคัญมากสุดจะได้ตัวทด c_i เป็น 0 0 4 0 0 0 0 และ 4

ขั้นที่ 2 ทำการพิจารณาค่าคำตอบที่เกิดขึ้นโดยใช้สมการหาค่าคำตอบ y_i โดยเป็นการคำนวณระหว่างข้อมูลนำเข้า x_i และ ตัวทด c_{i-1}

จากสมการหาค่าคำตอบ

$$y_i = (x_i + c_{i-1}) - \left(\beta \times \lfloor (x_i + c_{i-1}) / \beta \rfloor\right)$$

และ ตัวทดเริ่มต้น $c_{-1} = 0$ สามารถคำนวณหา y_i ได้พร้อมๆ กันในทุกตำแหน่ง

$$y_0 = (-3+0)-\left(5\times\lfloor(-3+0)/5\rfloor\right) = 2$$

$$y_1 = (3+4)-\left(5\times\lfloor(3+4)/5\rfloor\right) = 2$$

$$y_2 = (0+0)-\left(5\times\lfloor(0+0)/5\rfloor\right) = 0$$

$$y_3 = (1+0)-\left(5\times\lfloor(1+0)/5\rfloor\right) = 1$$

$$y_4 = (4+0)-\left(5\times\lfloor(4+0)/5\rfloor\right) = 4$$

$$y_5 = (-4+0)-\left(5\times\lfloor(-4+0)/5\rfloor\right) = 1$$

$$y_6 = (2+4)-\left(5\times\lfloor(2+4)/5\rfloor\right) = 1$$

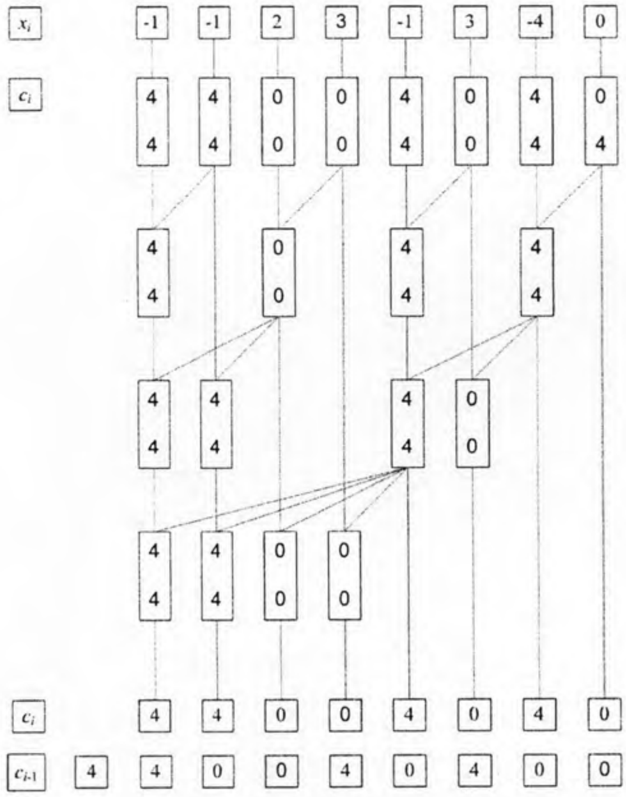
$$y_7 = (1+0)-\left(5\times\lfloor(1+0)/5\rfloor\right) = 1$$

ขั้นที่ 3 ทำการพิจารณาตัวเลขที่แสดงเครื่องหมาย S_8 ของจำนวนคำตอบ Y ในที่นี่ $c_7 = 0$ จะได้ $S_8 = 0$ เพราะฉะนั้นจะได้คำตอบ $Y = (011141022)_5$

4.2 การแปลงชุดตัวเลขที่ค่าเชิงตัวเลขเป็นจำนวนลบ

กำหนดให้ $X = \bar{1}\bar{1}23\bar{1}3\bar{4}0$ ในระบบเลขฐาน $\beta = 5$ และ x_i อยู่ในชุดตัวเลขแบบสมมาตร $D = \{0, \pm1, \ldots, \pm4\}$ การแปลงชุดตัวเลขจาก X ไปยัง Y โดยที่ y_i อยู่ในชุดตัวเลข $E = \{0, 1, \ldots, 4\}$ สามารถแสดงได้ดังนี้

ขั้นที่ 1 ทำการหาตัวทดที่เกิดขึ้นโดยเริ่มจากการพยากรณ์ความเป็นไปได้ของตัวทดที่จะเกิดขึ้นในแต่ละหลักจากสมการในการกำหนดค่าตัวทด สามารถหากรณีที่ไปได้ในการเกิดตัวทดได้ดังแสดงในตารางที่ 4.1 จากนั้นสามารถนำค่าในตารางดังกล่าว มาสร้างเป็นรูปแบบการคำนวณแบบขนานได้ดังรูปที่ 4.2



รูปที่ 4.2 การพิจารณาหาตัวทดที่เกิดขึ้นของจำนวนลบโดยใช้สถาปัตยกรรมออนเดอะฟลาย

จากรูปที่ 4.2 หลังจากการคำนวณตามลำดับจากหลักที่มีนัยสำคัญน้อยสุดไปยังหลักที่มีนัยสำคัญมากสุดจะได้ตัวทด c_i เป็น 4 4 0 0 4 0 4 0 ในการคำนวณหาค่าตัวทด c_i จะทำการคำนวณตัวทดที่เกิดขึ้นให้มีความยาวเท่ากับความยาวของข้อมูลนำเข้า กล่าวคือ ถ้าข้อมูลนำเข้ามีขนาดความยาว n ก็จะทำการคำนวณหาค่าตัวทด c_i ด้วยความยาว n เช่นเดียวกัน เช่น ในกรณีตัวอย่างนี้ ข้อมูลนำเข้าอาจถูกแสดงได้เป็น $(0\cdots000000\overline{1}\,\overline{1}23\,\overline{1}3\overline{4}0)_5$ ตามขนาดของหน่วยเก็บข้อมูลนั้นๆ และเนื่องจากการคำนวณหาค่าตัวทดจะคำนวณตามความยาวของข้อมูลนำเข้า ฉะนั้นตัวทด c_i จะถูกคำนวณได้เป็น $(4\cdots444444440040400)_5$ ด้วยความยาว n เช่นเดียวกัน

ขั้นที่ 2 ทำการพิจารณาค่าคำตอบที่เกิดขึ้นโดยใช้สมการหาค่าคำตอบ y_i โดยเป็นการคำนวณระหว่างข้อมูลนำเข้า x_i และ ตัวทด c_{i-1}

จากสมการหาค่าคำตอบ

$$y_i = (x_i + c_{i-1}) - \left(\beta \times \lfloor (x_i + c_{i-1}) / \beta \rfloor\right)$$

และ ตัวทดเริ่มต้น $c_{-1} = 0$ สามารถคำนวณหา y_i ได้พร้อมๆ กันในทุกตำแหน่ง

$$y_0 \quad = \quad (0+0)-\left(5\times\lfloor(0+0)/5\rfloor\right) \quad = \quad 0$$

$$y_1 \quad = \quad (-4+0)-\left(5\times\lfloor(-4+0)/5\rfloor\right) \quad = \quad 1$$

$$y_2 \quad = \quad (3+4)-\left(5\times\lfloor(3+4)/5\rfloor\right) \quad = \quad 2$$

$$y_3 \quad = \quad (-1+0)-\left(5\times\lfloor(-1+0)/5\rfloor\right) \quad = \quad 4$$

$$y_4 \quad = \quad (3+4)-\left(5\times\lfloor(3+4)/5\rfloor\right) \quad = \quad 2$$

$$y_5 \quad = \quad (2+0)-\left(5\times\lfloor(2+0)/5\rfloor\right) \quad = \quad 2$$

$$y_6 \quad = \quad (-1+0)-\left(5\times\lfloor(-1+0)/5\rfloor\right) \quad = \quad 4$$

$$y_7 \quad = \quad (-1+4)-\left(5\times\lfloor(-1+4)/5\rfloor\right) \quad = \quad 3$$

ด้วยเหตุผลที่เคยกล่าวในการคำนวณหาค่าตัวทด เพราะฉะนั้นการคำนวณหาค่าคำตอบ y_i ก็จะถูกทำการคำนวณตามความยาวของข้อมูลนำเข้า x_i ด้วย ในกรณีนี้การคำนวณระหว่างข้อมูลนำเข้า x_i และ ตัวทด c_{i-1} เพื่อหาค่าคำตอบ y_i สามารถกระทำต่อไปจนถึงความยาว n ด้วยเหตุดังกล่าว สามารถแสดงการคำนวณต่อไปจนถึง n ได้ดังนี้

$$y_8 \quad = \quad (0+4)-\left(5\times\lfloor(0+4)/5\rfloor\right) \quad = \quad 4$$

$$y_9 \quad = \quad (0+4)-\left(5\times\lfloor(0+4)/5\rfloor\right) \quad = \quad 4$$

$$y_{10} \quad = \quad (0+4)-\left(5\times\lfloor(0+4)/5\rfloor\right) \quad = \quad 4$$

$$\vdots$$

$$y_n \quad = \quad (0+4)-\left(5\times\lfloor(0+4)/5\rfloor\right) \quad = \quad 4$$

ขั้นที่ 3 ทำการพิจารณาตัวเลขที่แสดงเครื่องหมาย S_{n+1} ของจำนวนคำตอบ Y ในที่นี่ $c_n = 4$ จะได้ $S_{n+1} = 1$ เพราะฉะนั้นจะได้คำตอบ $Y = (1444434224210)_5$