



1. ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีความสำคัญยิ่ง ต้องมีอยู่ในกระบวนการจัดการศึกษาเพื่อช่วยให้มีการพัฒนาคุณภาพของคน ดังที่ สิริพร ทิพย์คง (2545: 1) ได้กล่าวถึงความสำคัญของคณิตศาสตร์ไว้ว่า คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ช่วยพัฒนาให้แต่ละบุคคลเป็นคนที่สมบูรณ์ เป็นพลเมืองดี เพราะคณิตศาสตร์ช่วยเสริมสร้างความมีเหตุผล เป็นคนช่างคิด ช่างริเริ่มสร้างสรรค์ มีระบบระเบียบในการคิด มีการวางแผนในการทำงาน มีความสามารถในการตัดสินใจ มีความรับผิดชอบต่องานที่ได้รับมอบหมาย ตลอดจนมีลักษณะของความเป็นผู้นำในสังคม ยุพิน พิพิธกุล (2530: 1) กล่าวไว้สรุปได้ว่า วิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เกี่ยวกับความคิด กระบวนการและเหตุผล ฝึกคนให้คิดอย่างมีระเบียบและเป็นรากฐานของวิทยาการหลายสาขา ความเจริญ ก้าวหน้าทางเทคโนโลยี วิทยาศาสตร์ วิศวกรรมศาสตร์ ก็ล้วนแต่อาศัยคณิตศาสตร์ ซึ่งความเห็นดังกล่าวสอดคล้องกับ น้อมศรี เคท (2547: 18) ที่กล่าวว่า ผู้ที่มีความรู้ ความสามารถทางคณิตศาสตร์จะมีโอกาสที่ดี และมีความก้าวหน้าในอนาคต ความสามารถทางคณิตศาสตร์จะเป็นหนทางนำไปสู่การสร้างสรรค์ ผลงานที่มีคุณค่า ผู้ที่ด้อยในความรู้ความสามารถทางคณิตศาสตร์จะมีโอกาสน้อยกว่าผู้ที่มีความสามารถทางคณิตศาสตร์ในการสร้างสรรค์ผลงานที่มีคุณค่า

แม้ว่าคณิตศาสตร์มีความสำคัญต่อการดำรงชีวิต แต่ความสามารถของนักเรียนไทย จากการประเมินผลนักเรียนนานาชาติตามโครงการ PISA-2000 (Program for International Student Assessment) ขององค์การเพื่อความร่วมมือและพัฒนาทางเศรษฐกิจ (The Organization for Economic Co-operation and Development: OECD) เป็นการประเมินทักษะการเรียนรู้ คณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ของนักเรียนวัยจบการศึกษาภาคบังคับ มีการประเมินความรู้ทางคณิตศาสตร์ (Mathematics) 3 ด้าน คือ เนื้อหาสาระคณิตศาสตร์ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ และการใช้คณิตศาสตร์ ปรากฏว่า คะแนนคณิตศาสตร์ของนักเรียนไทยได้ 432 คะแนน ต่ำกว่าคะแนนเฉลี่ย 500 คะแนน โดยมีคะแนนเป็นลำดับที่ 32 จากจำนวนประเทศต่าง ๆ ที่เข้าร่วมโครงการ 41 ประเทศ (สุนีย์ คล้ายนิล, 2547) และผลการสอบวัดคุณภาพการศึกษาระดับชาติ ปีการศึกษา 2546 ซึ่งวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน (GAT) วิชาคณิตศาสตร์ ระดับประถมศึกษา ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น และระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย นักเรียนได้คะแนนเฉลี่ยผลสัมฤทธิ์ ร้อยละ 41.70, 34.49 และ 33.99 ตามลำดับ (สำนักทดสอบทางการศึกษา, 2546) จากผลการ

ประเมินดังกล่าว ทำให้ทราบว่ามีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อยู่ในระดับต่ำ ดังนั้นจึงต้องศึกษาดูว่าเกิดจากสาเหตุ หรือปัจจัยใด เพื่อเป็นแนวทางในการปรับปรุงให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ให้สูงขึ้น

การที่ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อยู่ในระดับต่ำ อาจเกิดมาจากหลายสาเหตุทั้งจากครู นักเรียน โรงเรียน การบริหารจัดการ และกระบวนการจัดการเรียนการสอนของครู ซึ่งสาเหตุหนึ่งที่มีผลมาก คือ ครูและกระบวนการจัดการเรียนการสอนของครู เพราะจากสภาพที่เป็นอยู่ ครูส่วนใหญ่เน้นวิธีการสอนแบบบรรยาย สอนเฉพาะขั้นตอนการคำนวณเพื่อให้สามารถหาคำตอบได้ หรือสอนให้ท่องจำมากกว่าสอนให้นักเรียนเข้าใจ ทำให้นักเรียนไม่สามารถคิดเองได้ เพราะไม่เข้าใจในเนื้อหา และไม่มีมโนทัศน์ในเรื่องนั้น ๆ ดังที่ อัมพร ม้าคนอง (2547: 62) ได้กล่าวว่า การสอนคณิตศาสตร์โดยทั่วไปนั้น ผู้สอนมักเป็นผู้วางแผนว่าจะสอนมโนทัศน์อะไรให้กับผู้เรียน จากนั้นสอนมโนทัศน์นั้นโดยการอธิบาย แล้วให้ตัวอย่างที่หลากหลายตามนิยามหรือมโนทัศน์ที่จะสอน เพื่อให้ผู้เรียนทำแบบฝึกหัดหรือโจทย์ที่มีลักษณะคล้ายตัวอย่างได้ แต่มีข้อจำกัดกรอบความคิดของผู้เรียนให้อยู่เฉพาะกรอบที่ครูเตรียมมา ทำให้นักเรียนมีแนวคิดและมุมมองที่ไม่กว้างพอ นักเรียนจึงขาดความรู้ ความเข้าใจและมโนทัศน์ในเนื้อหาที่เรียน เห็นได้จากผลการวิจัยของ อุไรวรรณ ทศนบุตร (2523) ที่ทำการวิเคราะห์ข้อบกพร่องในเรื่องการบวก ลบ คูณและหารเศษส่วน พบสาเหตุข้อบกพร่องคือ นักเรียนไม่เข้าใจความหมายของเศษส่วน ไม่เข้าใจกระบวนการบวก ลบ คูณ หารเศษส่วน และมีข้อบกพร่องในการทอนให้เป็นเศษส่วนอย่างต่ำ ซึ่งสอดคล้องกับ คาไมและโดมินิค ได้กล่าวสรุปไว้ว่า บ่อยครั้งที่ครูจะพบข้อผิดพลาดของนักเรียน เช่น $\frac{3}{5} + \frac{1}{2} = \frac{4}{7}$ เกิดจากความพยายามที่จะจดจำขั้นตอนและวิธีการไปใช้มากกว่า ที่จะพยายามทำความเข้าใจเกี่ยวกับจำนวนและตัวเลข (Kamii & Dominick, 1977 อ้างถึงใน อัมพร ม้าคนอง, 2547ก) ดังนั้นเพื่อปรับปรุงให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงขึ้น ครูจึงต้องจัดกระบวนการจัดการเรียนการสอน เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียน นั่นคือพัฒนาให้นักเรียนมีความรู้ และความเข้าใจมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์อย่างแท้จริง เพราะความรู้ ความเข้าใจมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นส่วนหนึ่งของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ (พร้อมพรรณ อุดมสิน, 2544: 62)

จากการศึกษางานวิจัยพบว่า สุวิทย์ มูลคำ (2547: 10) กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ พอสรุปได้ดังนี้ มโนทัศน์เป็นความรู้ที่มีประโยชน์มาก ถ้าเรารู้มโนทัศน์ใดแล้วย่อมสามารถนำความรู้นั้นไปประยุกต์ใช้ในโอกาสอื่น ๆ ได้ ซึ่งสอดคล้องกับ ศิริวรรณ ศรีพหล (2536: 183) ได้กล่าวว่า การให้ผู้เรียนได้พัฒนามโนทัศน์เป็นเรื่องสำคัญ เพราะความรู้ต่าง ๆ ในโลกนี้มีอยู่มากมาย

ถ้าผู้สอนสอนแต่ข้อเท็จจริงโดยให้ข้อมูลต่าง ๆ และให้ผู้เรียนจดจำรายละเอียดจะทำให้เกิดความยุ่งยากในการเข้าใจและเป็นการเรียนที่ไม่มีที่สิ้นสุด แต่ถ้าเป็นการเรียนรู้ในลักษณะมโนทัศน์จะทำให้ผู้เรียนสามารถประยุกต์ความรู้ที่ได้รับเบื้องต้น หรือมโนทัศน์นั้น ๆ ไปสู่ความรู้ใหม่ได้เรื่อย ๆ เพราะมโนทัศน์จะเป็นรากฐานของการเรียนรู้ในระดับสูงต่อไป การเรียนรู้ข้อสรุปและหลักการ การเรียนรู้การแก้ปัญหา ตลอดจนความคิดสร้างสรรค์จัดเป็นความรู้ในขั้นสูงที่ต้องอาศัยความรู้ในขั้นมโนทัศน์ ดังนั้นหากนักเรียนมีมโนทัศน์พื้นฐานที่ดี ย่อมมีความสำคัญต่อการเรียนรู้มโนทัศน์ใหม่ ๆ ที่มีลักษณะเชื่อมโยงกัน และสามารถนำความรู้ไปแก้ปัญหาในเรื่องอื่น ๆ ได้

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ให้นักเรียนมีความรู้และความเข้าใจมโนทัศน์นั้นจึงเป็นสิ่งสำคัญ ซึ่งวิธีการจัดกิจกรรมการเรียนรู้มีมากมายหลายวิธีการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ตามแนวคิดทฤษฎีการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของไพรีและไคเรน (Pirie-Kieren's theory of growth of mathematical understanding) เป็นแนวทางหนึ่งที่จะพัฒนาความรู้และความเข้าใจมโนทัศน์คณิตศาสตร์ของนักเรียนได้ เพราะแนวคิดทฤษฎีการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของไพรีและไคเรน (Pirie & Kieren) เป็นการอธิบายถึงกระบวนการที่แสดงถึงการเกิดความเข้าใจในการเรียนเนื้อหาคณิตศาสตร์เฉพาะใด ๆ ว่าประกอบด้วย 8 ระดับ ได้แก่ ความรู้เดิม (Primitive Knowing) การสร้างภาพ (Image Making) การเกิดภาพในใจ (Image Having) การสังเกตสมบัติ (Property Noticing) การจัดระเบียบ (Formalizing) การสังเกต (Observing) การสร้างโครงสร้าง (Structuring) และการสร้าง (Inventising) (อัมพร ม้าคนอง, 2546: 21)

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ตามแนวคิดทฤษฎีการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของไพรีและไคเรน (Pirie & Kieren) เป็นการเรียนรู้มโนทัศน์จากการสร้างความรู้ ความเข้าใจ จำแนก จัดระเบียบ ลักษณะของข้อมูลด้วยตัวของนักเรียนเอง โดยใช้ทักษะต่าง ๆ ที่หลากหลาย และมีการพัฒนาความเข้าใจมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์อย่างเป็นระดับ ซึ่งความเข้าใจในระดับต่าง ๆ ในทฤษฎีไม่ได้กำหนดระดับความเข้าใจเฉพาะเท่านั้น แต่ยังมีเชื่อมโยงระหว่างมโนทัศน์ต่าง ๆ และความเข้าใจคณิตศาสตร์ด้วย การพัฒนาความเข้าใจนี้มีการเปลี่ยนแปลงอยู่เสมอ (Dynamic Organizing Process) นั่นคือการพัฒนาความเข้าใจเกิดขึ้นอย่างต่อเนื่อง และเกิดการย้อนกลับไปมาในระดับความเข้าใจที่มาก่อน เมื่อนักเรียนเกิดปัญหาในการทำความเข้าใจในระดับสูงขึ้น (Pirie & Kieren, 1994) จากลักษณะดังกล่าวอาจทำให้นักเรียนมีความรู้ ความเข้าใจในเรื่องนั้น ๆ ได้เป็นอย่างดี และอาจส่งผลให้นักเรียนมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ดีขึ้น

นอกจากนี้การที่นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำ อาจเนื่องมาจากนักเรียนไม่มีความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ เพราะการวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์นั้น ส่วนหนึ่งวัดประเมินว่านักเรียนมีความคงทนในการเรียนรู้เพียงใด ซึ่ง Reys และคนอื่น ๆ (1998: 30) ได้ให้ข้อสรุปว่า ความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์เป็นเป้าหมายสำคัญของการศึกษาคณิตศาสตร์ ฉะนั้นในการจัดการเรียนการสอนครูต้องตระหนักถึงความสำคัญในการสร้างความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ให้เกิดขึ้นแก่นักเรียน Adams (1967: 9) ได้ให้ความหมายไว้ว่า ความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ เป็นการคงไว้ซึ่งผลทางการเรียนหรือความสามารถในการระลึกถึงสิ่งที่เคยเรียนมาหรือมีประสบการณ์มาก่อน หลังจากทิ้งช่วงไประยะเวลาหนึ่ง และ ประสาท อิศรปรีดา (2518: 213) ได้กล่าวถึงปัจจัยข้อหนึ่งที่มีผลต่อความจำว่า การจำจะง่ายขึ้นถ้าเราเกิดความเข้าใจ หรือหยั่งเห็น มองเห็นความสัมพันธ์ของเนื้อหาและทราบส่วนกว้าง ๆ ให้เข้าใจก่อนว่ามีรายละเอียดอย่างไร ซึ่งลักษณะดังกล่าวสอดคล้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ตามแนวคิดทฤษฎีการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของไพร์และไคเรน (Pirie & Kieren)

จากเหตุผลดังกล่าวทำให้ผู้วิจัยมีความสนใจในการศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ที่มีต่อมโนทัศน์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

2. วัตถุประสงค์การวิจัย

1. ศึกษามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์
2. เปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ กับกลุ่มปกติ
3. เปรียบเทียบความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ กับกลุ่มปกติ

3. สมมติฐานการวิจัย

จากงานวิจัย Grinevitch (2004) ทำการศึกษาความเข้าใจเรื่องพีชคณิตนามธรรม (Abstract Algebra) ของนักศึกษาโดยใช้ทฤษฎีการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของไพร์และไคเรน

เพื่อตรวจสอบการเรียนรู้และความเข้าใจในทัศนพื้นฐานของทฤษฎีกลุ่มและตรวจสอบลักษณะเฉพาะของการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ตามรูปแบบของไฟรีและโคเรน ที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาระดับปริญญาตรี โดยศึกษาเชิงลึกเป็นรายกรณีของนักศึกษา 6 คน ที่เรียนวิชาพีชคณิตนามธรรม เรื่อง มโนทัศน์ของกลุ่ม และมโนทัศน์ของกลุ่มที่คล้ายกัน การประเมินผลถูกออกแบบเป็นพิเศษตามรูปแบบการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของไฟรีและโคเรน เพื่อตรวจสอบระดับความเข้าใจที่นักศึกษาแสดงออกมา เก็บข้อมูลโดยการสังเกตในชั้นเรียนรายวัน การวิเคราะห์การเขียน การบ้าน การวิเคราะห์โจทย์ และบันทึกเสียงจากการสัมภาษณ์ ผลการวิเคราะห์ข้อมูลของนักเรียนแต่ละคนซึ่งอภิปรายถึงระดับความเข้าใจ พบว่า ความเข้าใจในทัศนของกลุ่มแสดงออกได้ลึกซึ้ง มีความชำนาญ และมีความเข้าใจผิมน้อยกว่า ความเข้าใจในทัศนของกลุ่มที่คล้ายกัน แสดงว่ารูปแบบการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของไฟรีและโคเรนเป็นเครื่องมือที่แสดงให้เห็นถึงลักษณะเฉพาะของการพัฒนาความเข้าใจในทัศนทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาได้ ดังนั้นผู้วิจัยจึงตั้งสมมติฐานในการวิจัยครั้งนี้ว่า

1. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการเรียนรู้จากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติ

รสกุล ธรรมพานิชวงศ์ (2545: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาผลของการพัฒนาความเข้าใจเกี่ยวกับสัญลักษณ์และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กรุงเทพมหานคร เรื่องระบบจำนวนเต็ม เศษส่วนและทศนิยม โดยนักเรียนในกลุ่มทดลองได้รับการสอนโดยเน้นการพัฒนาความเข้าใจเกี่ยวกับสัญลักษณ์และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ และนักเรียนในกลุ่มควบคุมได้รับการสอนแบบปกติ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนโดยเน้นการพัฒนาความเข้าใจเกี่ยวกับสัญลักษณ์และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์มีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างจากนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แต่นักเรียนที่ได้รับการสอนโดยเน้นการพัฒนาความเข้าใจเกี่ยวกับสัญลักษณ์และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์มีความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ดังนั้นผู้วิจัยจึงตั้งสมมติฐานในการวิจัยครั้งนี้ว่า

2. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการเรียนรู้จากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ มีความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติ

4. ขอบเขตของการวิจัย

1. ประชากรของการวิจัยในครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษารัง เขต 1 สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ
2. ตัวแปรในการวิจัย ได้แก่
 - 2.1 ตัวแปรจัดกระทำ คือ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์
 - 2.2 ตัวแปรตาม คือ
 - 2.2.1 มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
 - 2.2.2 ความคงทนในการเรียน
3. เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นส่วนหนึ่งของสาระการเรียนรู้พื้นฐาน คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 เรื่อง ทศนิยมและเศษส่วน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

5. คำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย

1. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กิจกรรมที่ผู้สอนจัดขึ้นเพื่อพัฒนานักเรียนให้มีความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ การวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยพัฒนาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อให้เหมาะสมกับเวลาในการจัดกิจกรรม ระดับอายุ และ ศักยภาพการเรียนรู้ตามวัยของนักเรียน จึงพัฒนาออกมาเป็น 4 ชั้น ซึ่งครอบคลุมแนวคิดทฤษฎี การพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของไพร์และไคเรน (Pirie & Kieren 1994: 61-86) ดังนี้
 - ชั้นทบทวนความรู้เดิม หมายถึง การให้นักเรียนทบทวนความรู้เดิมที่จำเป็นต้องใช้ในการเรียนรู้ด้วยการตั้งคำถาม อภิปรายแสดงความคิดเห็นร่วมกันในชั้นเรียน เพื่อเป็นการปรับระดับความเข้าใจในระดับแรก ซึ่งเป็นจุดเริ่มต้นในการเรียนรู้เนื้อหาใหม่
 - ชั้นเรียนรู้สิ่งใหม่ หมายถึง การให้นักเรียนร่วมกันพิจารณา ลงมือปฏิบัติ ทดลอง อภิปราย ซึ่งนักเรียนอาจจะแสดงความรู้ในขั้นนี้ด้วยการเขียนรูปภาพ หรือแสดงความคิดเห็น ให้เหตุผลตามความเข้าใจของตน โดยการใช้คำหรือภาษาที่เกี่ยวข้อง ซึ่งเป็นขั้นที่นักเรียนจะได้รับประสบการณ์ใหม่ หรือข้อมูลที่นักเรียนมีโอกาสได้สัมผัสด้วยตนเอง
 - ชั้นพิจารณาไตร่ตรอง หมายถึง การให้นักเรียนสังเกต พิจารณา รวบรวม วิเคราะห์

หาความสัมพันธ์ของความรู้ จากตัวอย่าง สถานการณ์หรือแบบฝึกหัดที่นักเรียนได้ลงมือทำและร่วมกันแสดงความคิดเห็น อภิปรายเพื่อหาข้อสรุปและจัดระบบของความรู้ที่ได้เป็นกฎ หรือหลักการทั่วไป

ขั้นสร้างความรู้ด้วยตนเอง หมายถึง การให้นักเรียนสรุปความรู้ที่ได้เป็นโครงสร้างที่เป็นเหตุเป็นผล และสรุปความรู้เป็นมโนทัศน์ใหม่ซึ่งเป็นภาษาของตนเอง

2. **มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์** หมายถึง ความคิดสำคัญและความเข้าใจเกี่ยวกับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์อันเนื่องมาจากการสังเกต หรือ ประสบการณ์ในการเรียนรู้โดยสรุปความคิดและความเข้าใจออกมาเป็น บทนิยาม ทฤษฎี และสมบัติต่าง ๆ ซึ่งเป็นมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่สามารถวัดออกมาได้เป็นคะแนน จากแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ เรื่อง ทศนิยมและเศษส่วน ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

3. **ความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์** หมายถึง ความสามารถในการระลึกถึงสิ่งที่ได้รับจากการเรียน หรือประสบการณ์ที่เคยได้รับมาก่อน ซึ่งความสามารถนี้วัดได้จากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ทศนิยมและเศษส่วน ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เป็นการวัดครั้งที่ 2 โดยวัดหลังจากการวัดครั้งที่ 1 เป็นเวลา 2 สัปดาห์

4. **การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ** หมายถึง การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามคู่มือการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 3 หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544

5. **นักเรียน** หมายถึง นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาดัง เขต 1 สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ

6. ประโยชน์ที่ได้รับจากการวิจัย

1. ผู้สอนสามารถนำกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เพื่อให้นักเรียนมีมโนทัศน์และความคงทนทางคณิตศาสตร์มากขึ้น
2. ข้อมูลจากการวิจัยครั้งนี้ จะเป็นประโยชน์ต่อการนำไปปรับปรุงการเรียนการสอนของครูผู้สอนให้มีความชัดเจนมากขึ้น
3. เป็นแนวทางสำหรับค้นคว้าและวิจัยเกี่ยวกับการสอนมโนทัศน์ในระดับชั้นอื่น ๆ