

วิธีวาดारीเอลิเมนต์สำหรับการวิเคราะห์แผ่นงั้นรูปวงกลมและวงแหวน

นาย ศิริพันธ์ อมรศรีสวัสดิ์



วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

ภาควิชาวิศวกรรมโยธา

บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

พ.ศ. 2531

ISBN 974-569-750-8

ลิขสิทธิ์ของบัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

15619

117480963

BOUNDARY ELEMENT METHOD FOR THE ANALYSIS OF CIRCULAR AND ANNULAR PLATES

Mr. Siriphan Amonsrisawat

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of Master of Engineering

Department of Civil Engineering

Graduate School

Chulalongkorn University

1988

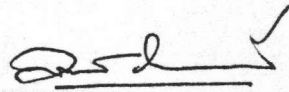
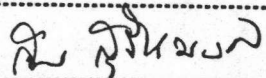
ISBN 974-569-750-8

พิมพ์ต้นฉบับบทคัดย่อวิทยานิพนธ์ภายในกรอบสี่เหลี่ยมนี้เพียงแผ่นเดียว

SIRIPHAN AMONSRISAWAT : BOUNDARY ELEMENT METHOD FOR THE ANALYSIS OF CIRCULAR AND ANNULAR PLATES. THESIS ADVISOR : ASSO. PROF.SUTHAM SURİYAMONKOL, D.Eng. 135 PP.

A boundary element analysis of circular and annular plates with arbitrary combinations of simple, clamped and free edges supports subject to concentrated loads and uniformly distributed load is presented. Direct formulation based on Betti's reciprocal theorem leads to three boundary integral equations involving a combination of unknown functions of deflection, normal slope, normal bending moment and Kirchhoff's shear along the boundary of the plate, as well as unknown column reactions. The resulting integral equations are solved approximately by a conventional scheme of numerical technique. Treatment of improper integral which are involved in the computation is also discussed. Numerical results of several plates of different boundary conditions are presented in curves. They are found to be in good agreement with those by other investigators. Results are also compared with those from a finite element method.

ภาควิชา วิศวกรรมโยธา
สาขาวิชา วิศวกรรมโยธา
ปีการศึกษา 2531

ลายมือชื่อนิสิต 
ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา 

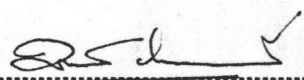
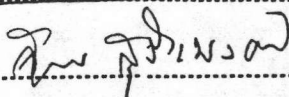


พิมพ์ต้นฉบับบทความวิทยานิพนธ์ภายในกรอบสี่เหลี่ยมเพียงแผ่นเดียว

ศิริพันธ์ อมรศรีสวัสดิ์ : วิธีบาวตารี เอลิเมนต์สำหรับการวิเคราะห์แผ่นพื้นรูปวงกลมและวงแหวน (BOUNDARY ELEMENT METHOD FOR THE ANALYSIS OF CIRCULAR AND ANNULAR PLATES) อ.ที่ปรึกษา : รศ.ดร.สุธรรม สุริยะมงคล, 135 หน้า.

งานวิจัยนี้ได้ เสนอวิธีบาวตารี เอลิเมนต์สำหรับการวิเคราะห์แผ่นพื้นรูปวงกลมและวงแหวนที่มีสภาพขอบผสมกันระหว่างแบบรองรับธรรมดา แบบยึดแน่นและขอบอิสระ ภายใต้น้ำหนักบรรทุกเป็นจุดและน้ำหนักบรรทุกทุกแผ่นสม่ำเสมอ การสร้างสมการอินทิกรัลสำหรับการวิเคราะห์แผ่นพื้นนี้ อาศัยทฤษฎีฟังก์ชันของเบตตี ซึ่งจะได้สมการอินทิกรัลอยู่ในรูปของฟังก์ชันไม่ทราบค่าต่าง ๆ ที่ขอบของแผ่นพื้น ซึ่งประกอบด้วยระยะโค้ง ความลาดเอียงตั้งฉาก โมเมนต์ตั้งฉากและแรงเฉือนเคียร์คอฟ รวมทั้งแรงปฏิกิริยาที่ไม่ทราบค่าของเสาที่อยู่ภายในแผ่นพื้น ค่าตอบอย่างประมาณของสมการอินทิกรัลจะสามารถหาค่าได้โดยการนำวิธีการเชิงเลขมาใช้ในการแก้สมการ ผลลัพธ์ที่ได้จากการศึกษานี้แสดงไว้ในรูปของกราฟ ซึ่งพบว่าค่าที่ได้เหล่านี้สอดคล้อง เป็นอย่างดีกับผลของผู้วิจัยอื่น ๆ และได้นำไปเปรียบเทียบกับผลที่ได้จากวิธีไฟไนต์ เอลิเมนต์ด้วย

ภาควิชา วิศวกรรมโยธา
สาขาวิชา วิศวกรรมโยธา
ปีการศึกษา 2531

ลายมือชื่อนิสิต 
ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา 

ACKNOWLEDGEMENTS

The author would like to express his deep appreciation to his advisor, Associate Professor Dr.Sutham Suriyamongkol, for his helpful supervision and invaluable assistance throughout this study. Sincere thanks are also due to his Thesis Committee, Professor Dr.Ekasit Limsuwan, Professor Dr.Thaksin Thepchatri and Associate Professor Dr. Karoon Chandrangsu.

Finally, the author is most grateful to his parents for their encouragement.

TABLE OF CONTENTS

| | Page |
|--|------|
| Title Page in Thai | i |
| Title Page in English | ii |
| Thesis Approval | iii |
| Abstract in English | iv |
| Abstract in Thai | v |
| Acknowledgements | vi |
| Table of Contents | vii |
| List of Figures | ix |
| List of Symbols | x |
| CHAPTER | |
| I INTRODUCTION | 1 |
| Background | 1 |
| Scope of Study | 2 |
| II FUNDAMENTAL CONSIDERATION | 3 |
| Theory of Thin, Isotropic Elastic Plates | 3 |
| Betti's Reciprocal Theorem | 5 |
| Boundary Integral Equations Formulation | 5 |
| III NUMERICAL SCHEME | 11 |
| Boundary Discretization | 11 |
| Treatment of Improper Integral | 13 |
| Evaluation of the Domain Integrals | 15 |
| Domain Solutions | 17 |
| IV NUMERICAL RESULTS AND CONCLUSIONS | 18 |
| REFERENCES | 21 |
| APPENDIX A Influence Functions in the Virtual System | 39 |

| | Page |
|---|------|
| APPENDIX B Integrals of Influence Functions | 41 |
| APPENDIX C List of the Computer Programs | 49 |
| APPENDIX D Use of the Computer Programs | 128 |
| VITA | 135 |

LIST OF FIGURES

| Figure | | Page |
|--------|---|------|
| 1 | Stress resultants in polar co-ordinate | 24 |
| 2 | Force and displacement systems in Betti's reciprocal theorem | 25 |
| 3 | Subdivision of the boundary sections | 26 |
| 4 | Physical interpretation of the improper integral of $\partial V_{\xi}^* / \partial \rho$ | 27 |
| 5 | Clamped circular plate under a singular load | 29 |
| 6 | Uniformly loaded circular plate with mixed simple and clamped supports | 30 |
| 7 | Uniformly loaded annular plate with mixed free simple and clamped supports | 32 |
| 8 | Uniformly loaded annular plate with interior columns | 34 |
| 9 | Unknown values of $\partial w / \partial \rho$, M_{ρ} and V_{ρ} along a half edge for circular plate in Example 2 | 35 |
| 10 | Unknown values of $\partial w / \partial \rho$, M_{ρ} and V_{ρ} along a quarter of the outer edge for annular plate in Example 3 | 36 |
| 11 | Unknown values of $\partial w / \partial \rho$, M_{ρ} and V_{ρ} along a third of the outer edge for annular plate in Example 4 | 37 |

LIST OF SYMBOLS

| | |
|--------------------|--|
| A | domain of plate |
| a | outer radius of annular plate |
| b | inner radius of annular plate |
| D | flexural rigidity of plate |
| E | modulus of elasticity |
| h | plate thickness |
| I, J | running indices |
| K | number of boundary sections on the outer edge |
| L | number of boundary sections on the both of outer and inner edges |
| k, l | running indices |
| M_p, M_z^* | normal bending moment per unit arc length |
| M_θ | transverse bending moment per unit length |
| $M_{\theta\theta}$ | twisting moment per unit length |
| N_c | number of interior columns |
| N^I | number of divided intervals in each section |
| m, n | running indices |
| P | magnitude of singular load |
| Q_p | normal shear per unit arc length |
| Q_θ | transverse shear per unit length |
| q | intensity of distributed load |
| q_0 | intensity of uniformly distributed load |
| R_c | column reaction |
| r | distance between two points in plate |
| V_p, V_z^* | normal Kirchhoff's shear per unit arc length |
| V_θ | transverse Kirchhoff's shear per unit length |

| | |
|---|---|
| w | deflection function |
| w^* | fundamental solution |
| δ | Dirac delta function |
| (ξ, α) | polar co-ordinates |
| ϕ | coefficient |
| (ρ, θ) | polar co-ordinates |
| γ | beginning angle of each boundary section |
| ω | subtended angle of a half interval at the center of plate |
| ν | Poisson's ratio |
| ∇^2 | Laplacian operator |
| $\frac{\partial w}{\partial \rho}, \frac{\partial w^*}{\partial \xi}$ | normal slope |