



แบบจำลองคณิตศาสตร์ การเปลี่ยนแปลงชายฝั่ง แบบ N-Line

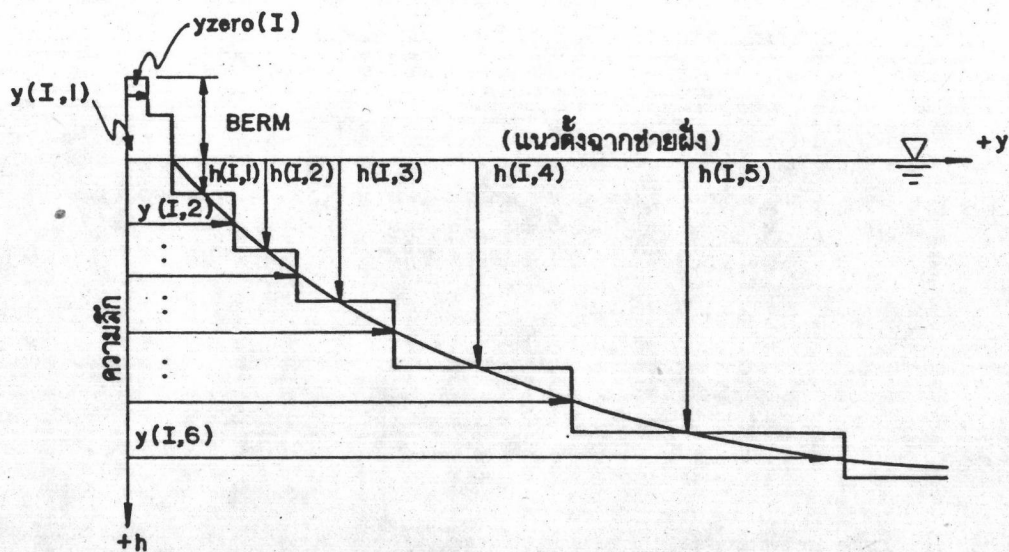
ในบทนี้ จะเป็นเพื่อนำพื้นฐานความรู้ และทฤษฎีต่าง ๆ ที่กล่าวไว้ในบทที่ 3 มาประยุกต์สร้างแบบจำลองคณิตศาสตร์การเปลี่ยนแปลงชายฝั่ง ในโครงสร้างของแบบจำลอง จะกล่าวถึงอิทธิพลการเคลื่อนที่ของคลื่นเข้าหาฝั่ง การเคลื่อนที่ของตะกอน เงื่อนไขขอบเขต และการปรับแบบจำลอง เพื่อหาค่าตัวแปร (Calibration) ที่เหมาะสมในการคำนวณปริมาณตะกอน

5.1 หลักการและโครงสร้างทั่วไปของแบบจำลอง

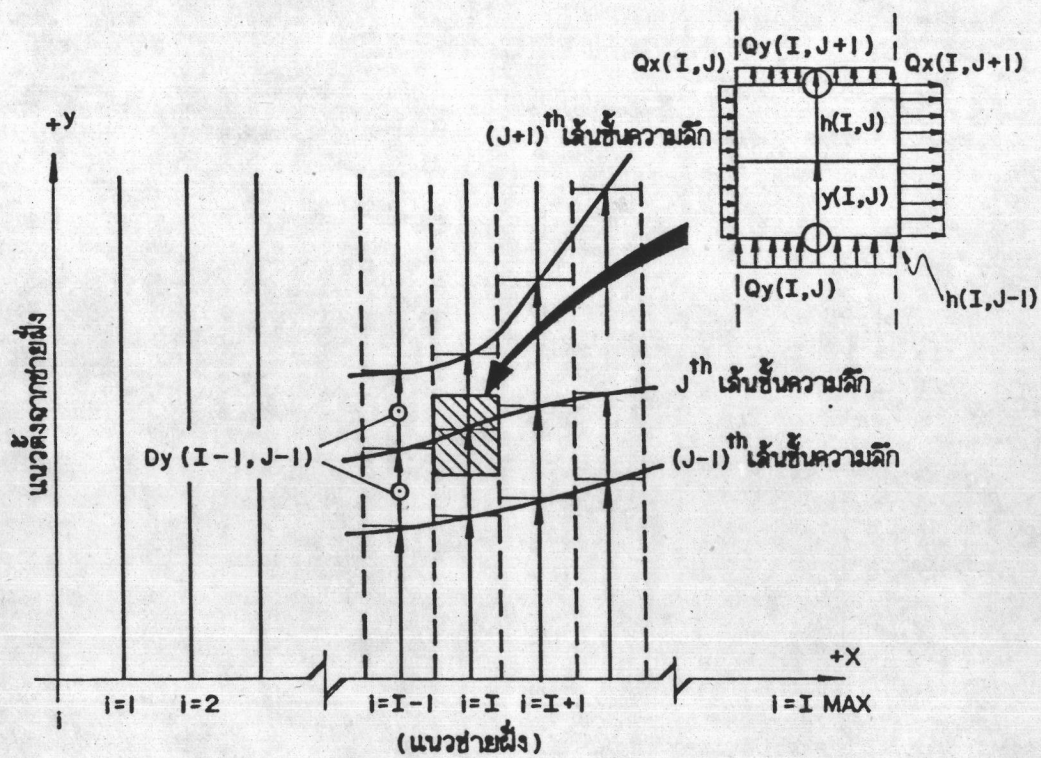
แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เป็นความพยายามของมนุษย์ที่จะจำลองสภาพ (Simulate) ปรากฏการณ์ต่าง ๆ ที่เกิดขึ้น เช่น เป็นสิ่งที่เกิดขึ้นตามธรรมชาติ หรือสิ่งที่มนุษย์สร้างขึ้นเพื่อที่จะสามารถอธิบาย และเพิ่มความเข้าใจ ด้วยสมการทางคณิตศาสตร์ และการจำลองปรากฏการณ์นั้น ปัจจุบันมีการนิยมใช้แบบจำลองคณิตศาสตร์ ในการศึกษาและการวางแผนต่าง ๆ ซึ่งนับวันจะมีแนวโน้มที่จะนำมาใช้มากขึ้น และจะเห็นได้ว่า แบบจำลองทางคณิตศาสตร์จะเป็นเครื่องมือที่มีประสิทธิภาพสูงในการวางแผน และช่วยในการตัดสินใจในโครงการต่าง ๆ ได้อย่างดี

ในการศึกษาแบบจำลองคณิตศาสตร์การเปลี่ยนแปลงสภาพชายฝั่ง แบบ N-Line จะอาศัยหลักการ สมการต่อเนื่องของการเคลื่อนที่ของตะกอน และสมการอัตราการเคลื่อนที่ของตะกอนในแนวชายฝั่ง และตั้งฉากกับชายฝั่ง การเคลื่อนที่ของตะกอนอันเนื่องมาจากการกระทำของคลื่น ประกอบด้วย การเคลื่อนที่ของตะกอนในแนวชายฝั่ง (Longshore Transport) และในแนวตั้งฉากชายฝั่ง (Cross-shore Transport) ข้อมูลความลึกของท้องทะเลในขั้นที่ศึกษา จะกำหนดเป็นระบบกริด (Grid System) กล่าวคือ ลักษณะของ N-Line จะแทนด้วยเส้นตามแนวชายฝั่ง (Longshore Line) มีทิศทางตามแกน x และจะแบ่งออกเป็นช่วง มีความยาว เท่ากัน ช่วงละ x ส่วนลักษณะสภาพท้องน้ำ (Bathymetry) จะแทนด้วย N-Contour Line ในแนวตั้งฉากกับชายฝั่ง (Cross-shore Line) มีทิศทางตามแนวแกน y และกำหนดให้มีความลึกคงที่ ดังแสดงในรูป 5-1

เนื่องมาจากการเปลี่ยนแปลงสภาพชายฝั่ง เกิดจากการเคลื่อนที่ของตะกอน อันมีสาเหตุมาจากการกระทำของคลื่นเป็นตัวการที่สำคัญ ในแบบจำลอง จะแบ่งเป็นสองส่วน คือ การเคลื่อนที่ของคลื่นเข้าหาฝั่ง และการเคลื่อนที่ของตะกอน



ก. รูปตัดตามแนวชายฝั่ง (Beach Profile)



ข. รูปแปลนชายฝั่ง (Beach Plan)

รูป 5-1 โครงสร้าง ของแบบจำลองการเคลื่อนที่ของตะกอน (Perlin, 1984)

5.2 การเคลื่อนที่ของคลื่นเข้าหาฝั่ง

ขณะที่คลื่นเคลื่อนที่อยู่ภายนอกชายฝั่ง (Off-shore) คุณสมบัติต่าง ๆ ของคลื่น เช่น ความเร็วของคลื่น ความยาวและความสูงของคลื่น ยังคงสภาพเดิม และเมื่อคลื่นเคลื่อนที่เข้าหาชายฝั่ง (On-shore) คุณสมบัติต่าง ๆ ดังกล่าว จะเริ่มเปลี่ยนแปลงไปตามระยะทางที่คลื่นเคลื่อนที่ผ่าน และเมื่อคลื่นเคลื่อนที่เข้าสู่ฝั่ง ความลึกของท้องน้ำจะลดลงตามลำดับ ทำให้พลังงานคลื่นเริ่มลดลงเรื่อย ๆ ทั้งนี้เนื่องมาจากการสูญเสียพลังงาน จากความเสียดทานกับพื้นท้องทะเล และขบวนการภายในต่าง ๆ ดังนั้น อิทธิพลของคลื่นที่เคลื่อนที่เข้าหาฝั่ง มีดังต่อไปนี้

5.2.1 การหักเหของคลื่น (Wave Refraction)

Noda (1974) ได้เสนอสมการการหักเหของคลื่น โดยอาศัยหลักการของ Irrotational of Wave Number ดังนี้

$$\frac{d\sigma}{dt} + \vec{\nabla}_H \cdot \vec{x} k^2 = 0 \quad (5-1)$$

เมื่อ σ คือ ความถี่เชิงมุม (Angular frequency) = $(gk \tanh kh)^2$

\vec{K} คือ จำนวนคลื่น (Wave Number) = $ik_x + jk_y$

$\vec{\nabla}_H$ คือ ความแตกต่างของ Operator ในแนวราบ = $i\left(\frac{\partial}{\partial x}\right) + j\left(\frac{\partial}{\partial y}\right)$

ซึ่ง i, j เป็น Unit Vector ในทิศทางแกน x และ y ตามลำดับ

จากสมการ (5-1) ในสภาวะ Steady-State

$$\frac{\partial}{\partial x}(k_y) - \frac{\partial}{\partial y}(k_x) = 0 \quad (5-2)$$

เมื่อ k_x และ k_y คือจำนวนคลื่นในทิศทาง x และ y ตามลำดับ ในขณะที่คลื่นเคลื่อนที่ท่ามกับแกน y ในทิศทางทวนเข็มนาฬิกา จะแสดงในรูปของสมการ

$$\frac{\partial}{\partial x}(k \cos \theta) = \frac{\partial}{\partial y}(k \sin \theta) \quad (5-3)$$

จะเห็นว่า สมการ (5-3) จัดอยู่ในรูปของ finite difference และทำการแตก scheme โดยใช้ central-difference ในแกน x และ forward-difference ในแกน y ภายใต้เงื่อนไขขอบเขตของจุดเริ่มต้นใช้หลักการของ สเนลล์ (Snell's law) และรูปแบบสุดท้ายของ finite difference ของสมการ (5-3) Noda (1974) ได้เสนอ ดังนี้

$$\theta_{i,j}^{n+1} = \sin^{-1} \left\{ \frac{1}{K_{i,j}} \left[\tau(k \sin \theta)_{i-1,j+1} + (1-2\tau)(k \sin \theta)_{i,j+1} + \tau(k \sin \theta)_{i+1,j+1} \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{\Delta y}{2\Delta x} \left((k \cos \theta)_{i+1,j} - (k \cos \theta)_{i-1,j} \right) \right] \right\} \quad (5-4)$$

ให้ τ คือ Dissipative factor = 0.25

การเปลี่ยนแปลงความสูงคลื่น (Wave Deformation) สามารถแสดงอยู่ในรูปสมการ Conservation of Energy ดังนี้

$$\nabla \cdot (E \vec{C}_g) = 0 \quad (5-5)$$

$$\text{และ} \quad E = \frac{\rho g H^2}{8} \quad (5-6)$$

$$C_g = \frac{C}{2} \left[1 + \frac{2kh}{\sinh 2kh} \right] \quad (5-7)$$

เมื่อ E คือ ค่าพลังงานเฉลี่ย ต่อพื้นที่ผิว

C_g คือ ความเร็วกลุ่มคลื่น (Group Velocity)

C คือ ความเร็วคลื่น

k คือ จำนวนคลื่น

h คือ ความลึกของน้ำ

ρ คือ ความหนาแน่นของน้ำทะเล

H คือ ความสูงของคลื่น

จาก สมการ (5-5) เมื่อเขียนในทิศทาง x และ y จะได้

$$\frac{\partial}{\partial x} (E C_g \sin \theta) + \frac{\partial}{\partial y} (E C_g \cos \theta) = 0 \quad (5-8)$$

แทนค่าสมการ (5-6) ลงในสมการ (5-8) ความสูงของคลื่น ได้จากสมการ finite difference คล้ายกับ สมการ (5-4) Perlin (1984) ได้เสนอ ดังนี้

$$H_{i,j}^{n+1} = \left\{ \frac{1}{(C_g \cos \theta)_{i,j}} \left[\tau(H^2 C_g \cos \theta)_{i-1,j+1} + (1-2\tau) (H^2 C_g \cos \theta)_{i,j+1} + \tau(H^2 C_g \cos \theta)_{i+1,j+1} \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{\Delta y}{2\Delta x} \left((H^2 C_g \sin \theta)_{i+1,j} - (H^2 C_g \sin \theta)_{i-1,j} \right) \right] \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (5-9)$$

เมื่อกำหนดเงื่อนไขขอบเขตของค่าความสูงคลื่นให้ ประกอบกับทิศทางคลื่น (θ) ที่คำนวณได้จากสมการ (5-4) ค่าความสูงคลื่นในขั้นนี้จึงสามารถคำนวณได้โดยใช้สมการ (5-9)

5.2.2 การเลี้ยวเบน (Diffraction Wave)

ในบริเวณพื้นที่ศึกษา (ดูจากรูป 1-2) มีเกาะหนู เป็นสิ่งกีดขวาง การเคลื่อนที่ของคลื่นทำให้ความสูงและทิศทางของการเคลื่อนที่ของคลื่นเปลี่ยนแปลงไป เนื่องจากการเลี้ยวเบนของคลื่น (Diffraction Wave) สำหรับการวิเคราะห์จะใช้วิธีการของ Penny และ Price (1952) โดยสมมุติฐาน สิ่งกีดขวางนี้ มีลักษณะเป็น Semi-Infinite Breakwater ดังแสดงในรูป 5-2 ซึ่งสามารถอธิบายด้วยทฤษฎี Linear Wave Theory จากผลการวิเคราะห์ค่าสัมประสิทธิ์ของการเลี้ยวเบนของคลื่น ของ Penny และ Price (1952) ได้เสนอดังนี้

$$\begin{aligned}
 F(r, \theta) &= \left\{ U_1 \cos [kr \cos(\theta - \theta_0)] + U_2 \cos [kr \cos(\theta + \theta_0)] \right. \\
 &\quad \left. + W_1 \sin [kr \sin(\theta - \theta_0)] + W_2 \sin [kr \cos(\theta + \theta_0)] \right\} \\
 &\quad + i \left\{ W_1 \cos [kr \cos(\theta - \theta_0)] + W_2 \cos [kr \cos(\theta + \theta_0)] \right\} \\
 &\quad - U_1 \sin [kr \cos(\theta - \theta_0)] - U_2 \sin [kr \cos(\theta + \theta_0)] \\
 &= A + iB
 \end{aligned}$$

$$|F(r, \theta)| = \sqrt{A^2 + B^2} \quad (5-10)$$

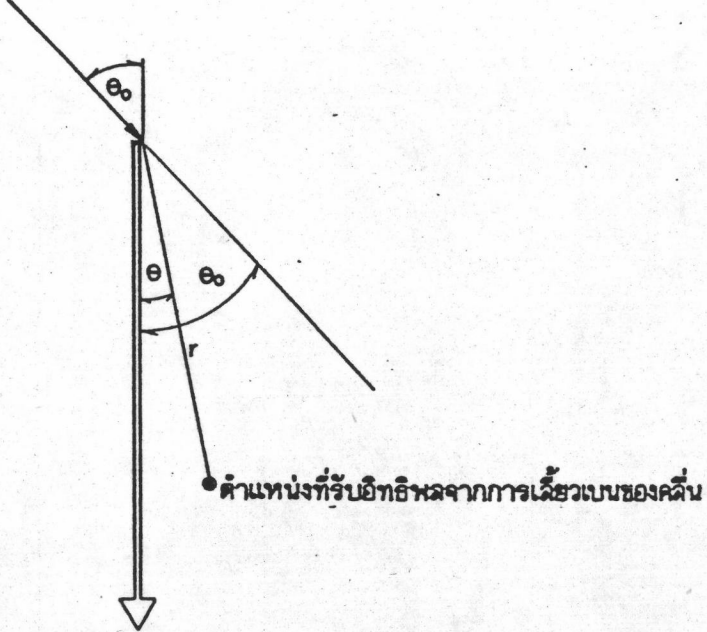
เมื่อ

$$\begin{aligned}
 U_1 &= (1 + C_F + S) \\
 U_2 &= (1 - S - C_F) \\
 W_1 &= (S - C_F) \\
 W_2 &= (S - C_F)
 \end{aligned}$$

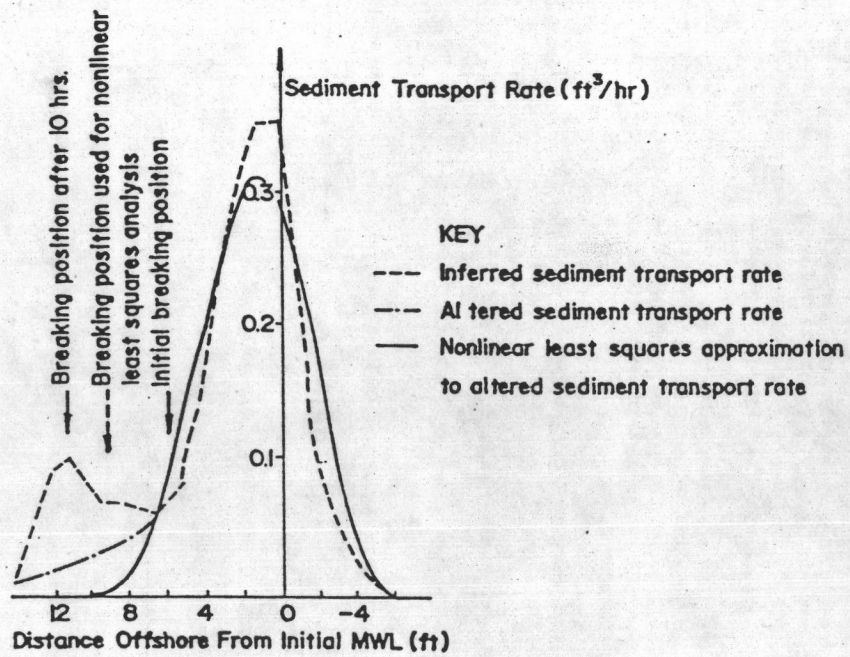
$$K_d = \frac{Hr, \theta}{H} = F(r, \theta)$$

- K_d คือ ค่าสัมประสิทธิ์การลดลงของคลื่น เนื่องจากการเลี้ยวเบน
 Hr, θ คือ ความสูงคลื่นที่ระยะ r และมุม θ กับ Breakwater
 H คือ ความสูงคลื่นที่ ตำแหน่ง r, θ
 $F(r, \theta)$ คือ ค่าสัมประสิทธิ์ของการเลี้ยวเบนของคลื่น ตำแหน่ง (r, θ)
 r คือ ระยะรัศมีของการเลี้ยวเบน
 θ คือ มุมที่วัดจาก Breakwater ถึงจุด ที่ทำให้เกิดการเลี้ยวเบน

ทิศทางของการเคลื่อนที่ของคลื่น



รูป 5-2 ลักษณะการเลี้ยวเบนของคลื่นผ่านสิ่งกีดขวาง



รูป 5-3 การกระจายการเคลื่อนที่ของตะกอนที่เกิดขึ้นในบริเวณใกล้ชายฝั่ง จาก Fulford (1982)

e_0 คือ มุมของคลื่นที่กระทำต่อ Breakwater

k คือ จำนวนคลื่น (wave number)

S, C_F คือ Fresnel Integrals หาได้จาก Abramowitz และ Stegun (1965)

5.3 การเคลื่อนที่ของตะกอนชายฝั่ง

สมการพื้นฐานของการเคลื่อนที่ของตะกอนและการเปลี่ยนแปลงชายฝั่ง สามารถแสดงด้วยสมการต่อเนื่อง คือ

$$\frac{\partial y}{\partial t} + \frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} = 0 \quad (5-11)$$

เมื่อ q_x คือ ปริมาณการเคลื่อนที่ของตะกอนในแนวขนานชายฝั่ง มีหน่วย $m^3/วินาที$ ต่อหนึ่งหน่วยความยาว (Longshore Transport)

q_y คือ ปริมาณการเคลื่อนที่ของตะกอนในแนวตั้งฉากกับชายฝั่ง (Cross-shore Transport) มีหน่วย $m^3/วินาที$ ต่อหนึ่งหน่วยความยาว

y คือ ระยะทางในแนวตั้งฉากกับชายฝั่ง (Cross-shore Distance) มีหน่วยเป็น m

5.3.1 สมการการเคลื่อนที่ของตะกอนตามแนวชายฝั่ง

การคำนวณ Total Longshore Sediment Transport ได้มีการคำนวณด้วยวิธีการต่าง ๆ กันออกไป ส่วนการกระจายการเคลื่อนที่ของตะกอนตามระยะจากชายฝั่งนั้น Fulford (1982) อาศัยข้อมูลการทดลองของ Savage (1959) มาพัฒนา การกระจายการเคลื่อนที่ของตะกอนที่เกิดขึ้นในบริเวณใกล้ชายฝั่ง ในลักษณะเส้นชั้นความลึก (contour) ขนานกัน ดังแสดงในรูป 5-3 ด้วยสมการ

$$q_x(y) = B(y+a)^2 e^{-\left[\frac{y+a}{cy_b}\right]^3} \quad (5-12)$$

เมื่อ y_b คือ ระยะทางที่เกิดการแตกตัวของคลื่น

a คือ ค่าคงที่

c คือ ค่าคงที่ ที่วัดได้จากความกว้างการกระจายการเคลื่อนที่ของตะกอน มีค่าประมาณ 1.25

ดังนั้น จากผลการศึกษา Fulford พบว่า การเคลื่อนที่ของตะกอนในตำแหน่ง y ใด ๆ บริเวณใกล้ชายฝั่ง แสดงอยู่ในรูปสมการ

$$q_x(y) = \frac{3}{(1.25y_b)^3} (y+a)^2 e^{-\left[\frac{y+a}{1.25y_b}\right]^3} \quad (5-13)$$

การเคลื่อนที่ของตะกอนของจุดตำแหน่ง y_1 ถึง y_2 (ดูในรูป 5-1) ได้

$$\begin{aligned} Q_{XID} &= Q_x \Big|_{y_1}^{y_2} = \int_{y_1}^{y_2} q(y) dy \\ &= \exp(-((y_1+a)/(1.25y_b))^3) - \exp(-((y_2+a)/(1.25y_b))^3) \end{aligned} \quad (5-14)$$

Q_{XND} เป็น มิติไม่มีหน่วย (Dimensionless) ดังนั้น การหา Total Longshore Transport จะคูณด้วยสมการ (5-14) สำหรับ Total Longshore Transport สามารถคำนวณได้ดังนี้

สมการที่ใช้การคาดคะเนอัตราการเคลื่อนที่ของตะกอนตามแนวชายฝั่ง สามารถหาได้จากความสัมพันธ์กับพลังงาน

$$I_L = k(EnC)_b \sin \alpha_b \cos \alpha_b = kP_{Ls} \quad (5-15)$$

เมื่อ I_L คือ อัตราส่วนการเคลื่อนที่ของตะกอนตามแนวชายฝั่ง (นิวตัน/วินาที)

$(EnC)_b$ คือ พลังงานคลื่นต่อหน่วยเวลา บริเวณที่คลื่นเกิดการแตกตัว (จูล/ม)

P_{Ls} คือ พลังงานคลื่นต่อหน่วยเวลา ต่อความยาวตามชายฝั่ง (จูล/ม)

k คือ ค่าคงที่ไม่มีหน่วย

จากสมการ (5-15) ค่าอัตราการเคลื่อนที่ของตะกอน สามารถแปลงให้อยู่ในเทอมปริมาตรต่อหน่วยเวลา ได้ดังนี้

$$I_L = (\rho_s - \rho)(1-p)gQ_x \quad (5-16)$$

เมื่อ ρ_s คือ ความหนาแน่นของทราย (2.65 ตัน/ม³)

ρ คือ ความหนาแน่นของน้ำทะเล (1.026 ตัน/ม³)

p คือ ความพรุนของทราย (Porosity) ~ 0.4

g คือ ความเร่งเนื่องจากแรงดึงดูดของโลก (9.81 ม/ว²)

Q_x คือ อัตราการเคลื่อนที่ของตะกอนตามแนวชายฝั่ง (Total Longshore Transport) (ม³/ว)

สำหรับพลังงานคลื่น สามารถคำนวณได้จากทฤษฎีคลื่นความสูงน้อย (Small Amplitude Wave Theory) และสมมติฐานการแตกตัวของพลังงานคลื่น ต่อหน่วยเวลา (Wave Energy Flux Conservation) ซึ่งจะได้พลังงานคลื่นต่อหน่วยเวลาต่อความยาวคลื่น

$$\bar{P} = \bar{E}C_g = \frac{\rho g H^2}{8} C_g \quad (5-17)$$

และในกรณีที่สันคลื่น (Wave Crest) เคลื่อนที่ทำมุม α กับชายฝั่ง ดังนั้น พลังงานของคลื่นในทิศทางเดียวกันกับการเคลื่อนที่ของคลื่นต่อหน่วยเวลาต่อความยาวชายฝั่ง ดังนี้

$$\bar{P} \cos \alpha = \frac{\rho g H^2}{8} C_g \cos \alpha \quad (5-18)$$

สำหรับในบริเวณที่คลื่นแตกตัว กลุ่มความเร็วคลื่น C_g (Group Velocity) มีค่าเท่ากับความเร็วคลื่น ซึ่งสามารถอธิบายด้วยทฤษฎี Solitary Wave Theory (Galvin, 1967) ดังนี้

$$C_g = C = (2gH_b)^{1/2} \quad (5-19)$$

ดังนั้น พลังงานคลื่นต่อหน่วยเวลาตามแนวชายฝั่ง ในบริเวณใกล้ชายฝั่ง (Longshore Component of Energy Flux in The Surf Zone)

$$P_{LS} = [\bar{P} \cos \alpha] \sin \alpha = \left[\frac{\rho g H^2}{8} C_g \cos \alpha \right] \sin \alpha \quad (5-20)$$

จากหลักการทางเรขาคณิต

$$\cos \alpha \sin \alpha = \frac{1}{2} \sin 2\alpha \quad (5-21)$$

แทนค่า สมการ (5-21) และ (5-19) ลงในสมการ (5-20) ในบริเวณที่คลื่นแตกตัว

$$\begin{aligned} P_{LS} &= \frac{\rho g H_b^2}{8} (2gH_b)^{1/2} \frac{1}{2} \sin 2\alpha_b \\ &= \frac{\rho g}{16} H_b^{5/2} \sin 2\alpha_b \end{aligned} \quad (5-22)$$

แทนค่า สมการ (5-15) และ (5-22) ลงในสมการ (5-16) จะได้

$$Q_x = C' H_b^{5/2} \sin 2\alpha_b \quad (5-23)$$

$$Q_x' = C' H_b^{5/2} \sin 2\alpha_b \frac{1 \times 3600 \times 24 \times 365}{2} \quad (5-24)$$

$$Q_x' = 15.7 \times 10^6 C' H_b^{5/2} \sin 2\alpha_b \quad (5-25)$$

$$C' = \frac{\sqrt{2} \text{ kpg}^{1/2}}{16(\rho_s - \rho)(1-p)} \quad (5-26)$$

| | | |
|------------|-----|---|
| Q_x | คือ | Total Longshore Sediment Transport (ม ³ /ปี) |
| K | คือ | ค่าคงที่ 0.77 (Komar และ Inman, 1970) |
| g | คือ | ความเร่งเนื่องจากแรงดึงดูดของโลก (9.81 ม/ว ²) |
| ρ_s | คือ | ความหนาแน่นของทราย (2.65 ตัน/ม ³) |
| ρ | คือ | ความหนาแน่นของน้ำทะเล (1.026 ตัน/ม ³) |
| p | คือ | ความพรุนของทราย (Porosity) ~ 0.40 |
| α_b | คือ | มุมของคลื่นที่เกิดการแตกตัว |
| H_b | คือ | ความสูงของคลื่นที่เกิดการแตกตัว (ม) |

จากสมการ (5-14) จำเป็นต้องแปลง ค่า $q_x(y)$ ให้เป็น $q_x(h)$ โดยใช้หลักการ Jacobian ($\Delta y / \Delta h$) ทั้งนี้เนื่องมาจากรูปแบบจำลองที่ทำการศึกษาค้นคว้าได้กำหนด ความลึก (h) คงที่ และตำแหน่งการเปลี่ยนแปลงของเส้นชั้นความลึก คือ ระยะทาง y และ Perlin (1978) ได้เสนอ Equilibrium Profile ในบริเวณใกล้ชายฝั่ง โดยมีความสัมพันธ์ของความลึก (h) กับ ค่าระยะของ y ดังนี้

$$h(y) = Ay^{2/3} \quad (5-27)$$

เมื่อ h(y) คือ ความลึกของน้ำในตำแหน่ง y

y คือ ระยะทางในแกน y

A คือ Scale parameter หาได้จากผลการทดลองของ Dean (1977)

ดังนั้น สมการ Total Longshore Sediment Transport แทนค่าสมการ (5-23) และ (5-27) ลงในสมการ (5-14) สามารถเขียนใหม่ ตามข้อเสนอของ Perlin และ Dean (1983) ได้ดังนี้

$$Q_{x_{i,j}} = \left[\left[\exp\left(-\left(\frac{(h_{i,j}-1)^{3/2} + H_{b1} A^{3/2}}{1.25 h_{b1}^{3/2}}\right)^3\right) - \exp\left(-\left(\frac{(h_{i,j})^{3/2} + H_{b1} A^{3/2}}{1.25 h_{b1}^{3/2}}\right)^3\right) \right] \right. \quad (5-28)$$

$$\left. \times (C' H_{b_{i,j}}^{5/2}) \right] \times \sin(2\theta - 2\alpha_c)$$

- $Q_{x_{i,j}}$ คือ Total Sediment Transport ระหว่างความลึก $h_{i,j}$ ถึง $h_{i,j-1}$
 หน้าที่ตัด $y_{i,j} - y_{i,j-1}$ หรือกว้าง y
 คือ ค่าเฉลี่ย ของมุมคลื่น (Wave Angle) ที่ตำแหน่ง $Q_{x_{i,j}}$ ที่ทำกับเส้นชายฝั่ง
 คือ มุมของคลื่นกระทำต่อเส้นชั้นความลึก

จาก (5-28) สามารถเขียนเป็นรูปสมการเปลี่ยนแปลงตาม time-step

$$Q_{x_{i,j}}^{n+1} = v_{i,j} \sin(2\theta - 2\alpha_c^{n+1}) \quad (5-29)$$

$$\text{โดย } v_{i,j} = \left[\exp\left(-\left(\frac{(h_{i,j-1})^{3/2} + H_{bi} A^{3/2}}{1.25 h_{bi}^{3/2}}\right)^3\right) - \exp\left(-\left(\frac{(h_{i,j})^{3/2} + H_{bi} A^{3/2}}{1.25 h_{bi}^{3/2}}\right)^3\right) \right] \times (C H_{bi,j}^{5/2})$$

จากหลักการพื้นฐานของเรขาคณิต

$$\begin{aligned} \sin(2a-2b) &= \sin 2a \cos 2b - \cos 2a \sin 2b \\ \sin 2a &= 2\sin a \cos a \\ \cos 2a &= 2\cos^2 a - 1 \end{aligned} \quad (5-30)$$

ดังนั้น ค่าประมาณ ของ

$$\sin(\alpha_c^{n+1})_{i,j} = \frac{\frac{1}{2}(y_{i,j}^{n+1} - y_{i-1,j}^{n+1} + y_{i,j}^n - y_{i-1,j}^n)}{\left((\Delta x)^2 + (y_{i,j} - y_{i-1,j})^2\right)^{1/2}} \quad (5-31)$$

สมมติให้ค่าทางด้านขวาของสมการ (5-31) มีค่าเปลี่ยนแปลงน้อย ในช่วง time-step ดังนั้น ผลที่ได้จาก สมการ (5-28) สามารถเขียนเป็น

$$Q_{x_{i,j}}^{n+1} + S_{3_{i,j}} y_{i,j}^{n+1} - S_{3_{i,j}} y_{i-1,j}^{n+1} = (RHS1)_{i,j}^n \quad (5-32)$$

$$\text{เมื่อ } S_{3_{i,j}} = \frac{1}{2} v_{i,j} \cos 2\theta (2 \cos \alpha_c) \frac{1}{(\Delta x^2 + \Delta y^2)^{1/2}} \quad (5-33)$$

$$(RHS1)_{i,j}^n = v_{i,j} (2 \sin \theta \cos \theta) (\cos^2 \alpha_c - 1) - S_{3_{i,j}} (y_{i,j}^n - y_{i-1,j}^n) \quad (5-34)$$

จากสมมติฐาน \cos^2 ไม่มีการเปลี่ยนแปลง ขณะที่ time-step เพิ่มขึ้น ดังนั้น สมการ (5-32) จึงเป็นรูปของสมการ Total Longshore Sediment Transport

5.3.2 สมการการเคลื่อนที่ของตะกอนในแนวตั้งฉากกับชายฝั่ง
 สมการแสดงการเคลื่อนที่ของตะกอนในแนวตั้งฉากกับชายฝั่ง (Cross-shore Sediment Transport) ใช้หลักการ ของ Bakker (1968) ดังต่อไปนี้

$$Q_{y_{i,j}} = \Delta x C_{OFF_{i,j}} \left[y_{i,j-1} - y_{i,j} + W_{EQ_{i,j}} \right] \quad (5-35)$$

เมื่อ $Q_{y_{i,j}}$ คือ ปริมาณการเคลื่อนที่ของตะกอนในแนวตั้งฉากกับชายฝั่ง มีหน่วย $m^3/ปี$

C_{OFF} คือ Activity factor หรือ Coastal Constant อันเนื่องจากการสูญเสียพลังงาน เช่น ความเสียดทานของท้องน้ำ การแตกตัวของคลื่น มีหน่วย $m/ปี$

$W_{EQ_{i,j}}$ คือ Equilibrium Profile ระหว่าง $y_{i,j}$ กับ $y_{i,j-1}$ หาได้จากสมการ (5-27) มีหน่วยเป็น m

จากสมการ (5-35) ค่าเฉลี่ย ของ y ใน n^{th} และ $(n+1)^{th}$ ของ time-step สามารถเขียนได้ดังนี้

$$Q_{y_{i,j}} = \text{Const } 6_{i,j} \left\{ \frac{1}{2} (y_{i,j-1}^{n+1} + y_{i,j-1}^n - y_{i,j}^{n+1} - y_{i,j}^n) + W_{EQ_{i,j}} \right\} \quad (5-36)$$

$$\text{เมื่อ } \text{Const } 6_{i,j} = C_{OFF} \Delta x$$

ดังนั้น สมการ (5-36) จึงเป็นสมการการเคลื่อนที่ของตะกอนในตั้งฉากกับชายฝั่ง

5.3.3 การแก้สมการต่อเนื่อง เพื่อหาค่า y

สมการต่อเนื่อง (จากสมการ (5-1)) เขียนอยู่ในรูป finite-Difference ที่ n^{th} และ $(n+1)^{th}$ ใน time-step ที่เพิ่มขึ้น

$$\frac{y_{i,j}^{n+1} - y_{i,j}^n}{\Delta t} = \frac{1}{2\Delta h \Delta x} \left\{ Q_{x_{i,j}}^{n+1} + Q_{x_{i,j}}^n - Q_{x_{i+1,j}}^{n+1} - Q_{x_{i+1,j}}^n + Q_{y_{i,j}}^{n+1} + Q_{y_{i,j}}^n - Q_{y_{i,j+1}}^{n+1} - Q_{y_{i,j+1}}^n \right\} \quad (5-37)$$

ใน $R_{i,j} = 1/(2\Delta h \Delta x)$ แทนค่า สมการ (5-32) และ (5-36) ลงใน สมการ (5.37) ได้

$$\begin{aligned} & y_{i,j}^{n+1} + (\Delta t R_{i,j}) S_{3_{i,j}} y_{i,j}^{n+1} - (\Delta t R_{i,j}) S_{3_{i,j}} y_{i-1,j}^{n+1} - (\Delta t R_{i,j}) S_{3_{i+1,j}} y_{i+1,j}^{n+1} \\ & + (\Delta t R_{i,j}) S_{3_{i+1,j}} y_{i,j}^{n+1} - (\Delta t R_{i,j}) \text{const } 6_{i,j} \left(\frac{1}{2} (y_{i,j-1}^{n+1} - y_{i,j}^{n+1}) \right) \\ & + (\Delta t R_{i,j}) \text{const } 6_{i,j+1} \left(\frac{1}{2} (y_{i,j}^{n+1} - y_{i,j+1}^{n+1}) \right) = \text{AWARE}_{i,j} \end{aligned} \quad (5-38)$$

จากสมการ (5-38) สามารถเขียนใหม่เป็น

$$(1+U+V+Z1+Z2)y_{i,j}^{n+1} - Uy_{i-1,j}^{n+1} - Vy_{i+1,j}^{n+1} - Z1y_{i,j-1}^{n+1} - Z2y_{i,j+1}^{n+1} = \text{AWARE}_{i,j} \quad (5-39)$$

$$\begin{aligned}
 \text{เมื่อ } U &= \Delta t R_{i,j} S^3_{i,j} \\
 V &= \Delta t R_{i,j} S^3_{i+1,j} \\
 Z1 &= \frac{\Delta t}{2} R_{i,j} \text{Const}6_{i,j} \\
 Z2 &= \frac{\Delta t}{2} R_{i,j} \text{Const}6_{i,j+1}
 \end{aligned}$$

สมการ (5-39) จะเป็นสมการ Matrix ของแบบจำลอง ค่า y ที่ time step $n+1$ คำนวณจากสมการ (5-39) โดยใช้วิธี Gauss Elimination

5.4 ความเร็วของทรายที่เกิดการเคลื่อนที่

5.4.1 ความเร็วของทรายเริ่มเคลื่อนที่

ความเร็วของทรายเริ่มเคลื่อนที่ สามารถอธิบายด้วย Shield Diagram ภายใต้การไหลคงที่ (Steady flow) คือ

$$\psi = \frac{\tau_o}{\left(\frac{\rho_s}{\rho} - 1\right) g d_{50}} \quad (5-40)$$

$$\tau_o = \frac{1}{2} f_w \rho U_{cri}^2 \quad (5-41)$$

เมื่อ ψ คือ Shields parameter บริเวณตำแหน่งจุดวิกฤตของทรายเริ่มเคลื่อนที่ จากการกระทำของคลื่น ~ 0.056 (Ippen, 1973)

Γ_o คือ แรงเฉือนของท้องน้ำ (Shear Stress)

ρ_s คือ ความหนาแน่นของทราย (2.65 ตัน/ม³)

ρ คือ ความหนาแน่นของน้ำทะเล (1.026 ตัน/ม³)

g คือ ความเร่งเนื่องจากแรงดึงดูดของโลก (9.81 ม/ว²)

d_{50} คือ ค่าเฉลี่ยขนาดของเม็ดทราย

U_{cri} คือ ความเร็วของทราย เริ่มเคลื่อนที่ (ม/ว)

f_w คือ ค่าความเสียดทานของคลื่น ~ 0.01 (Jonsson, 1966)

จากสมการ (5-40) และ (5-41) หาความสัมพันธ์กันจะได้

$$U_{cri} = \sqrt{\frac{2\psi}{f_w \rho} \left(\frac{\rho_s}{\rho} - 1\right) g} \sqrt{d_{50}} \quad (5-42)$$

เมื่อแทนค่า โดยประมาณ ลงในสมการ (5-42) ได้

$$U_{cri} = 12.30 \sqrt{d_{50}} \quad (5-43)$$

5.4.2 ความเร็วสูงสุดของทรายที่เกิดการเคลื่อนที่

ในขณะที่คลื่นเคลื่อนที่อยู่ในน้ำลึก อนุภาคของน้ำจะเคลื่อนที่เป็นรูปร่างกลมในแนวตั้งตั้งฉากกับสันของคลื่น (Wave Crest) ดังแสดงในรูป 5-4 และเมื่อคลื่นเคลื่อนที่เข้าสู่บริเวณใกล้ชายฝั่ง ความลึกของน้ำ มีผลต่อการเคลื่อนที่ของอนุภาคของน้ำเปลี่ยนไปเป็นรูปร่างรี และ อนุภาคของน้ำบริเวณตื้นน้ำเริ่มมีการเคลื่อนที่ เมื่อคลื่นเคลื่อนที่เข้าสู่เขตน้ำตื้น อนุภาคของน้ำจะเคลื่อนที่เปลี่ยนจากรูปวงรีเป็นเส้นตรง โดยเฉพาะบริเวณที่เกิดการแตกตัวของคลื่น (Breaking) ทำให้ อนุภาคของน้ำมีการเคลื่อนที่สลับซับซ้อน และเกิดการปั่นป่วน (Turbulence) มาก ซึ่งทำให้คลื่นที่เคลื่อนที่เข้ามากระทำต่ออนุภาคของน้ำ ทำให้เม็ดทรายเกิดการเคลื่อนที่ด้วย ด้วยเหตุนี้ การเคลื่อนที่ของทราย เป็นเงื่อนไขที่มีความสำคัญ ในขณะที่คลื่นเคลื่อนที่เข้าสู่เขตน้ำตื้น ซึ่งสามารถอธิบายด้วยทฤษฎี คลื่นความสูงน้อย (Small Amplitude Wave Theory)

$$U_{\max} = \frac{\sigma H}{2\sinh(kh)} \quad (5-44)$$

$$\sigma = \frac{2\pi}{T} = \frac{kg \tanh(kh)}{2\pi} \quad (5-45)$$

- เมื่อ U_{\max} คือ ความเร็วสูงสุดของทรายที่เกิดการเคลื่อนที่ (ม/ว)
 σ คือ ความเร็วเชิงมุม
 H คือ ความสูงของคลื่น (ม)
 h คือ ความลึกของน้ำ (ม)
 L คือ ความยาวคลื่น (ม)
 k คือ จำนวนคลื่น = $2\pi/L$
 g คือ ความเร่งเนื่องจากแรงดึงดูดของโลก (9.81 ม/ว^2)

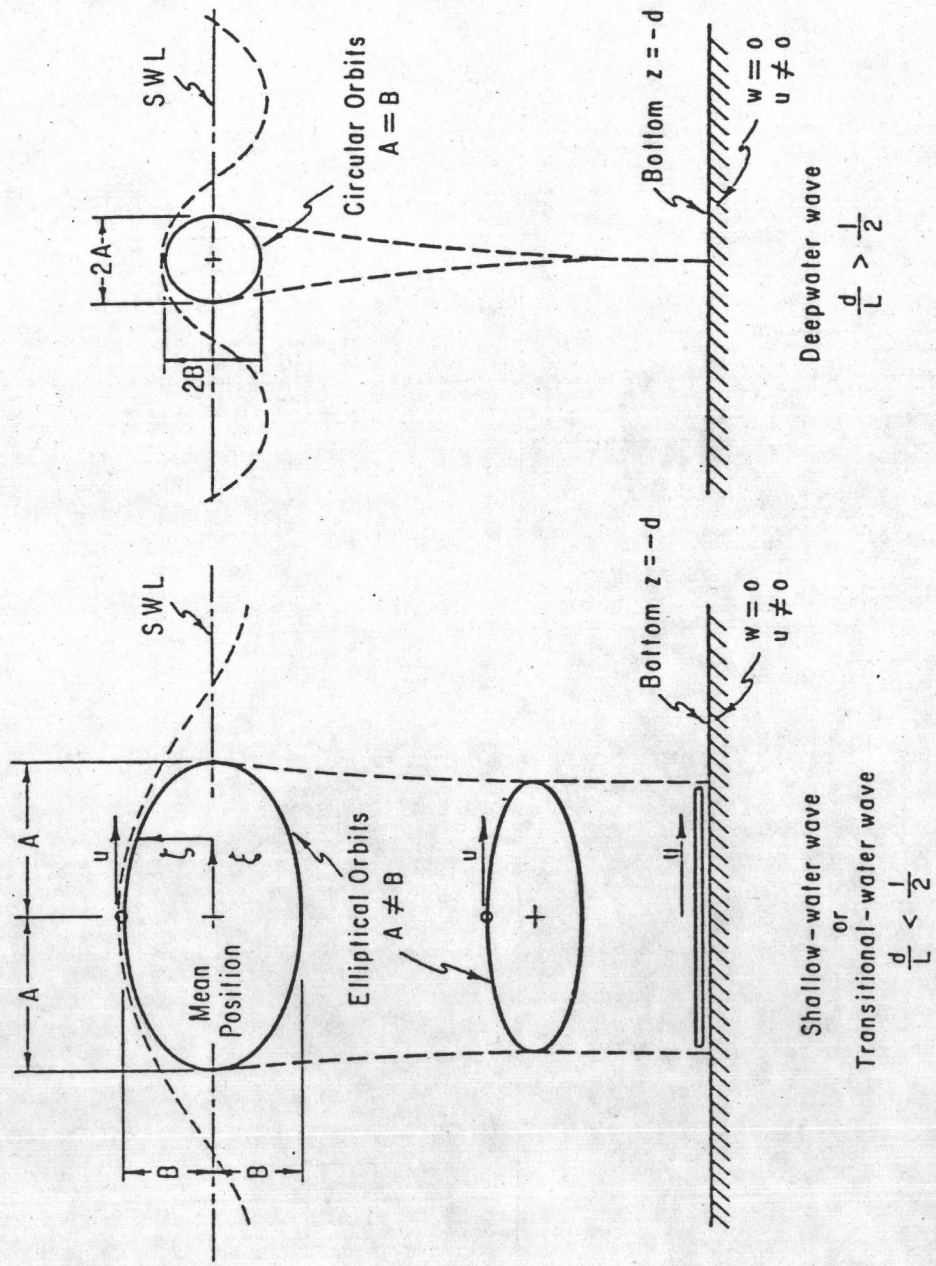
แทนค่าสมการ (5-45) ลงใน สมการ (5-44)

$$U_{\max} = \frac{TkgH}{2(2\pi)\sinh(kh)} \quad (5-46)$$

ทำนองเดียวกัน ขณะที่คลื่นแตกตัว

$$U_{b,\max} = \frac{TkgH_b}{2(2\pi)\sinh(kh_b)} \quad (5-47)$$

จากสมการ (5-45), (5-46) และ (5-47) ซึ่งจะมีความสัมพันธ์ซึ่งกันและกัน ถ้าหาก ความเร็วสูงสุดของทรายมีค่ามากกว่าความเร็วของทรายที่เริ่มเคลื่อนที่ จะทำให้ทรายเกิดการเคลื่อนที่ เนื่องจากการสลายพลังงานของคลื่นเคลื่อนที่สู่เขตน้ำตื้น อันได้แก่ การสลายพลังงาน



รูป 5-4 การเคลื่อนที่ของอนุภาคของน้ำในบริเวณเขตน้ำตื้น และน้ำลึก

เนื่องจากการแตกตัวของคลื่น (Energy Dissipation by Wave Breaking) และการสลายพลังงานเนื่องจากความเสียดทานของท้องน้ำ (Energy Dissipation by Bottom friction) ที่มีผลต่อค่าสัมประสิทธิ์ C_{OFF} (Activity factor) ในทำนองเดียวกัน ถ้าหากความเร็วของทรายเริ่มเคลื่อนที่ มีค่ามากกว่าความเร็วสูงสุดของทราย ทำให้ทรายไม่เกิดการเคลื่อนที่ ทรายละเอียดการวิเคราะห์การสลายพลังงาน ดังกล่าวได้แสดงในภาคผนวก ง.

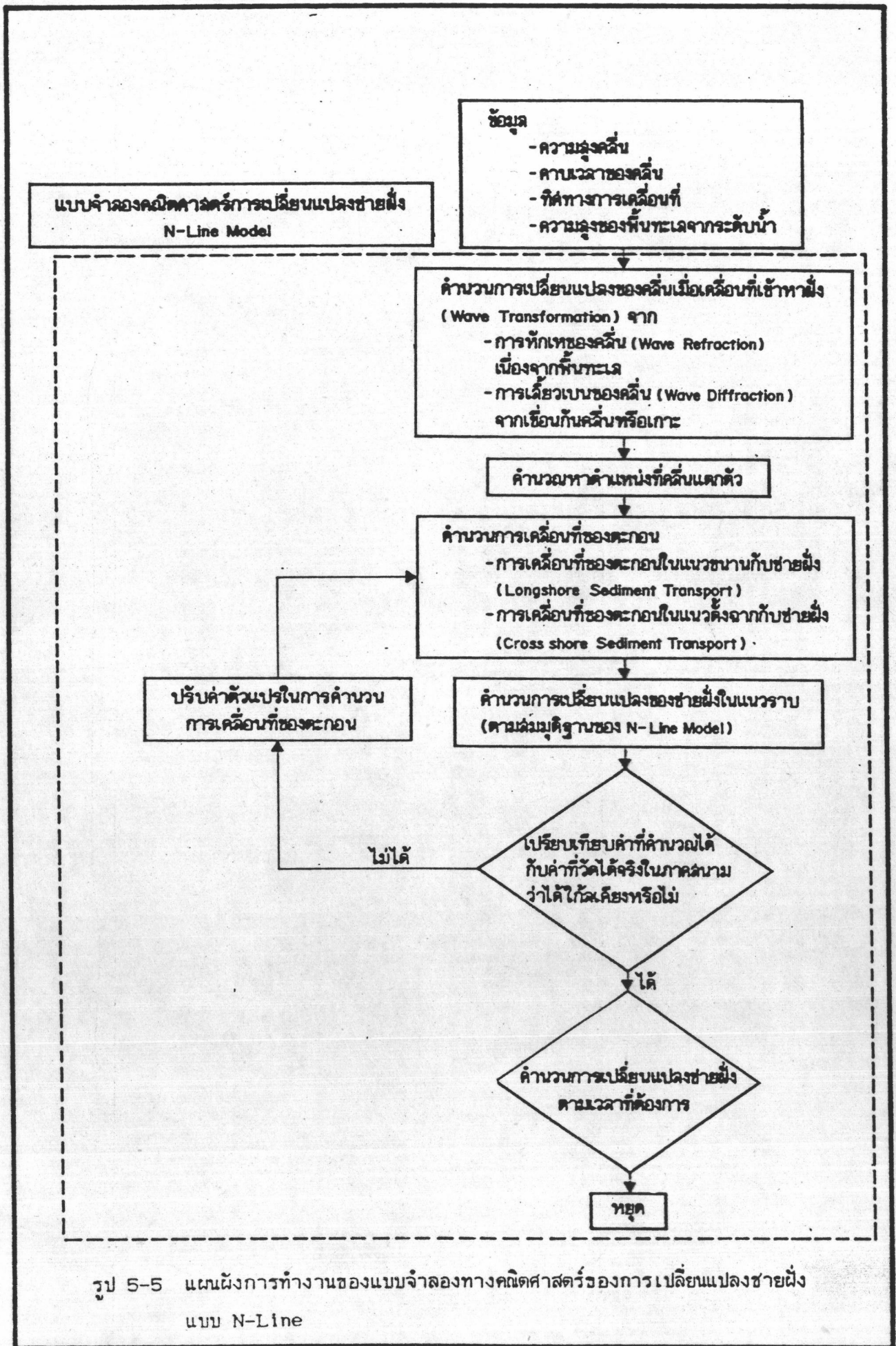
5.5 การใช้แบบจำลองในพื้นที่ศึกษา

แผนผังการทำงานของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของการเปลี่ยนแปลงชายฝั่งแบบ N-Line ได้แสดงในรูป 5-5 สำหรับบริเวณพื้นที่ทำการศึกษา (ดูได้จากรูป 1-2) พบว่า บริเวณทางด้านเหนือของเขื่อนกันคลื่น (Jetty) มีเกาะหนูเป็นสิ่งที่กีดขวางธรรมชาติ การเคลื่อนที่ของคลื่นเข้าสู่ชายฝั่ง ดังนั้น การศึกษาการเปลี่ยนแปลงชายฝั่งในบริเวณดังกล่าวได้สมมุติฐานให้เกาะหนูเป็นรูปเกือกม้า (Spur Jetty) ตัวหนึ่งในสถานี 0+800 ดังแสดงในรูป 5-6 และบริเวณพื้นที่ศึกษาได้แบ่ง N Line Longshore ตามแนวชายฝั่ง ออกเป็น 20 Line หรือ 20 Node ในแต่ละ Node ห่างกัน 200 เมตร และกำหนดระดับเส้นชั้นความลึกของน้ำ (Contour line) ที่ระดับความลึก 1 เมตร ถึง 7 เมตร โดยแต่ละเส้นชั้นความลึกห่างจากฝั่งในแนวตั้งฉากกับชายฝั่ง (Cross-shore line) ด้วยระยะทาง y

5.5.1 เงื่อนไขเริ่มต้นและเงื่อนไขขอบเขต

เงื่อนไขเริ่มต้น คือ ค่าตัวแปรที่ตำแหน่งของ Node ต่าง ๆ ในขณะเริ่มต้น คำนวณ ซึ่งในการศึกษานี้ได้แก่ ความสูงและคาบเวลาคลิ้นนัยสำคัญ และทิศทางการเคลื่อนที่ของคลื่น ดังแสดงในรูป 5-7 สำหรับความสูงของคลื่นที่นำไปคำนวณจะเป็นความสูงคลื่นรากกำลังสองเฉลี่ย (Root-Mean-Square Wave Height, H_{rms}) ซึ่งมีค่าเท่ากับ $0.7071 H_u$ ในขณะที่เริ่มต้นคำนวณ จะทำการคำนวณการหักเหของคลื่นในขอบเขตนอกชายฝั่ง (Offshore) ด้วยกฎของสเนลล์ (Snell's law) และความสูงของคลื่น ด้วยสมการ Conservation of Wave Number และพลังงานของคลื่น พร้อมทั้งทำการคำนวณความสูงของคลื่นแตกควในน้ำลึกด้วย

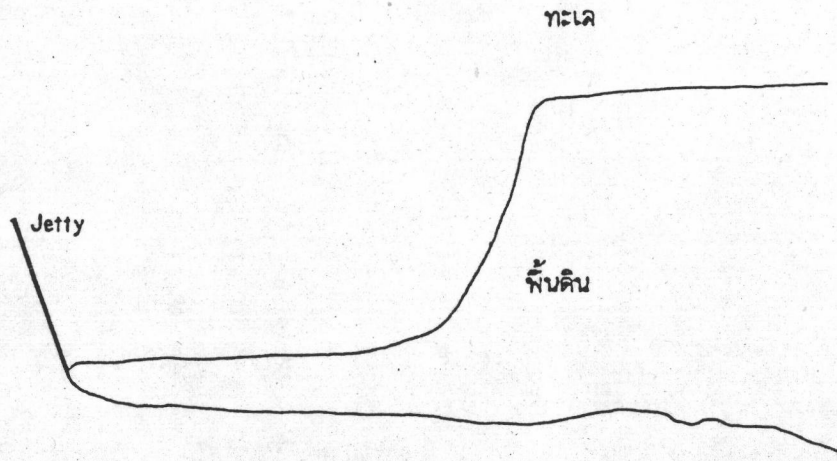
เงื่อนไขขอบเขตการศึกษา ได้กำหนดเงื่อนไขขอบเขตที่บริเวณด้านเหนือเขื่อนกันทราย ($I=1$) ออกไปประมาณ 1000 เมตรจุดเริ่มต้น และไปทางด้านขวาสุด ($I=IMAX$) อยู่บริเวณแหลมสมิหลา ซึ่งเงื่อนไขขอบเขตทั้งสองด้านให้มีปริมาณการเคลื่อนที่ของตะกอนเข้าเท่ากับปริมาณการเคลื่อนที่ของตะกอนออก ดังนั้น ทั้ง 2 จุด นี้จะไม่มีการเปลี่ยนแปลงชายฝั่ง



รูป 5-5 แผนผังการทำงานของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของการเปลี่ยนแปลงชายฝั่งแบบ N-Line



มาตราส่วน
0 200 400 600 m.

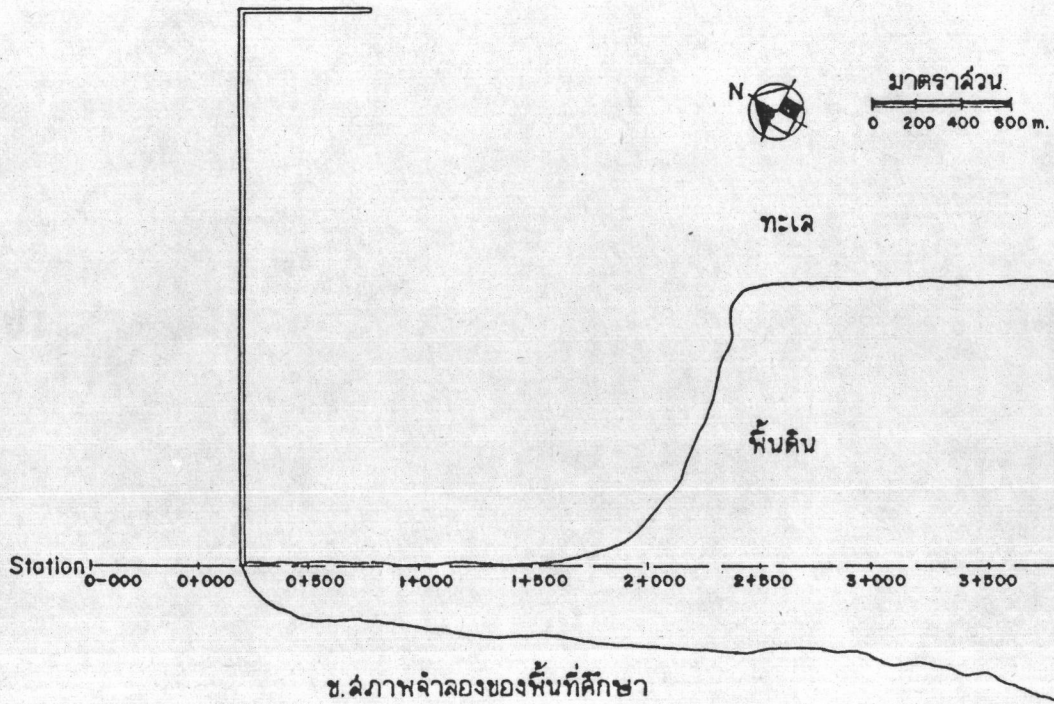


ก. ฉากภาพพื้นที่ศึกษาจริง (Prototype)

Spur Jetty

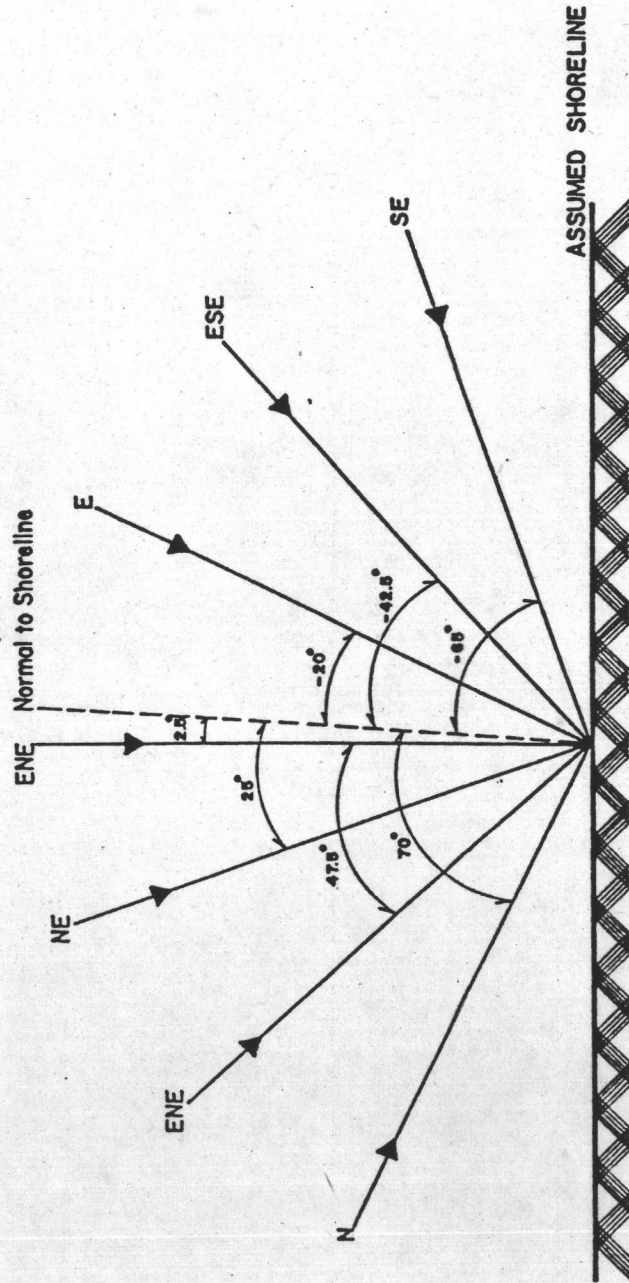


มาตราส่วน
0 200 400 600 m.



ข. ฉากภาพจำลองของพื้นที่ศึกษา

รูป 5-6 การสมมุติฐานของพื้นที่ใช้ในแบบจำลองคณิตศาสตร์ แบบ N-Line



รูป 5-7 การเคลื่อนที่ของคลื่นการกระทำกับชายฝั่ง

5.5.2 ค่าตัวแปรที่ใช้ในการคำนวณ

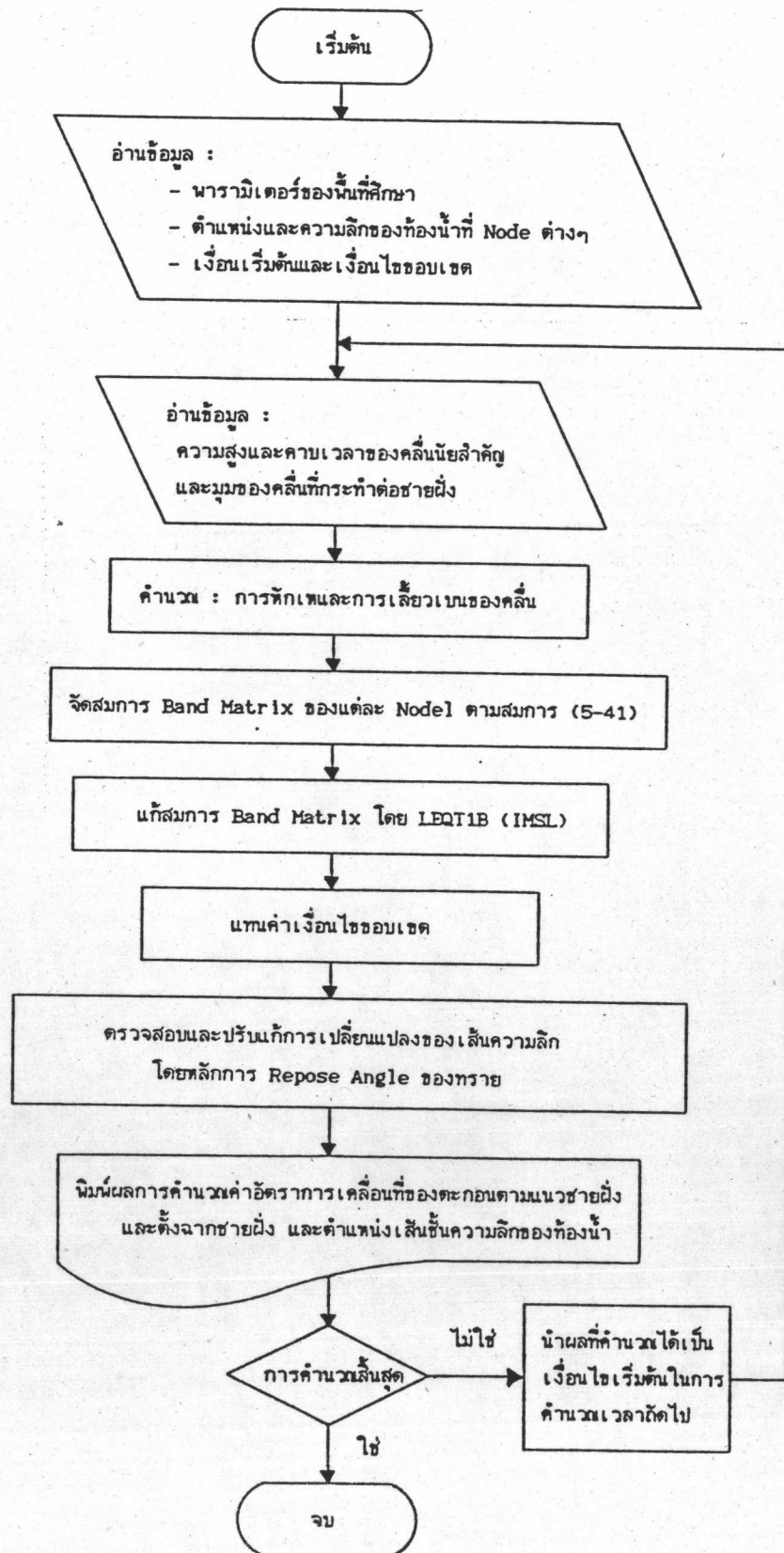
ข้อมูลที่ต้องกำหนดให้ในการคำนวณโดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของการเปลี่ยนแปลงแบบ N-Line นอกจากจะแบ่งพื้นที่ ออกเป็น Node เงื่อนโซ่เริ่มต้นและเงื่อนโซ่ขอบเขต ดังที่ได้กล่าวมาแล้ว จะต้องกำหนดค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมของพื้นที่ทำการศึกษา มีดังต่อไปนี้

| | | | | | |
|----------|-----|---|---|---------|--------------------|
| g | คือ | ความเร่งเนื่องจากแรงดึงดูดของโลก | = | 9.81 | ม/ว ² |
| ρ_s | คือ | ความหนาแน่นของทราย | = | 2.65 | ตัน/ม ³ |
| ρ | คือ | ความหนาแน่นของน้ำทะเล | = | 1.026 | ตัน/ม ³ |
| p | คือ | ความพรุนของทราย | = | 0.4 | |
| DIAM | คือ | ขนาดค่าเฉลี่ยของเม็ดทราย | = | 0.24 | มม |
| SJETTY | คือ | ความยาวเชื่อมกันทราย | = | 2400 | ม |
| SFACE | คือ | ความชันของท้องทะเล | = | 0.050 | |
| ADEAN | คือ | Scale parameter มีค่าประมาณ | = | 0.03131 | ม ^{1/3} |
| DELT | คือ | ช่วงเวลาที่ใช้คำนวณแต่ละ time-step | = | 21,600 | วินาที (6 ชั่วโมง) |
| DELX | คือ | ระยะห่างระหว่าง N Line Longshore | = | 200 | ม |
| MMAX | คือ | จำนวนเชื่อมกันทรายและตำแหน่งของกริดของเชื่อมกันทราย | | | |
| Y | คือ | ระยะทางตามแนวตั้งฉากกับชายฝั่ง ถึงเส้นชั้นความลึกของน้ำ (ม) | | | |
| DEEP | คือ | ความลึกของน้ำ (ม) | | | |

5.5.3 ขั้นตอนการคำนวณ

การคำนวณด้วยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ที่ใช้ในการศึกษานี้ (ดูในรูป 5-8) มีขั้นตอนการคำนวณ โดยสรุปดังต่อไปนี้

1. อ่านข้อมูลต่าง ๆ ได้แก่ ข้อมูลที่ได้กล่าวมาแล้ว ความสูงและคาบเวลาคลื่นที่สำคัญและทิศทาง การเคลื่อนที่ของคลื่นกระทำต่อชายฝั่ง
2. ทำการคำนวณ ความเร็วคลื่น ความเร็วกลุ่มคลื่น
3. ทำการคำนวณ การหักเห และการเลี้ยวเบนของคลื่น และจัดสมการ Band Matrix ของแต่ละ Node ตามสมการ (5-39)
4. แทนค่า เงื่อนโซ่ขอบเขตของเวลานั้น ๆ
5. ทำการแก้สมการ Band Matrix ด้วย LEQT1B ได้ค่าระยะทางของเส้นความลึกของน้ำ (Y)
6. คำนวณการเปลี่ยนแปลงของ N Contour Line โดยใช้การเปรียบเทียบความสัมพันธ์ระหว่าง ความลาดชันที่เกิดขึ้นกับ มุม Repose ของทราย เพื่อปรับแก้ค่า Y ในกรณีที่มีค่าคำนวณมีความชันมากกว่ามุม Repose ของทราย
7. คำนวณปริมาณตะกอนในแนวชายฝั่ง และตั้งฉากกับชายฝั่ง



รูป 5-8 ขั้นตอนการคำนวณแบบจำลองคณิตศาสตร์ N-Line

8. นิยมผลการคำนวณ Y , Q_x และ Q_y ที่ตำแหน่ง Node ต่าง ๆ
9. ตรวจสอบการคำนวณสิ้นสุด ถ้าหากการคำนวณยังไม่สิ้นสุด ผลที่คำนวณได้จะใช้เป็นเงื่อนไขเริ่มต้นในการคำนวณในเวลาถัดไป

5.6 การทดสอบเปรียบเทียบข้อมูลภาคสนาม

การคำนวณด้วยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการศึกษารังนี้ ได้ทำการทดสอบเปรียบเทียบ (Calibration) กับข้อมูลภาคสนาม เพื่อทำการหาค่าตัวพารามิเตอร์ หรือตัวแปรที่มีอิทธิพลต่อการคำนวณการเคลื่อนที่ของตะกอนชายฝั่ง กล่าวคือ ค่าสัมประสิทธิ์ของการเคลื่อนที่ของตะกอนตามแนวขนานชายฝั่ง (Coefficient of Longshore Transport, K) และค่าสัมประสิทธิ์ของการเคลื่อนที่ของตะกอนในแนวตั้งฉากกับชายฝั่ง (Activity factor, C_{OFF}) โดยอาศัยแผนที่สภาพท้องน้ำ จากการสำรวจโดย กรมเจ้าท่าสำรวจเมื่อเดือนเมษายน ปี พ.ศ. 2532 และเมื่อกรกฎาคม ปี พ.ศ. 2533 ในแผนที่ มาตรฐาน 1:10,000 สำหรับข้อมูลลักษณะของคลื่นจะอาศัยข้อมูลลมของสถานีตรวจอากาศจังหวัดสงขลา ดำเนินการโดยกรมอุตุนิยมวิทยา ระหว่างเดือน เมษายน 2532 ถึงกรกฎาคม พ.ศ. 2533 รวม 16 เดือนจำนวน 1 ชุดเท่านั้น นำมาคำนวณลักษณะของคลื่น และทิศทางการเคลื่อนที่ของคลื่นกระทำต่อชายฝั่ง โดยวิธี JONSWAP Method ที่ได้กล่าวมาแล้วใน บทที่ 4 ลักษณะของข้อมูลเป็นราย 6 ชั่วโมง คิดเป็นจำนวนข้อมูล 1,824 Record

จากผลการทดสอบเปรียบเทียบ ค่าพารามิเตอร์ K และ C_{OFF} ที่เหมาะสม ในบริเวณพื้นที่ศึกษา และบริเวณใกล้เคียง โดยการเปลี่ยน ค่า K และ C_{OFF} และคำนวณค่าความคลาดเคลื่อนของเส้นระดับความลึก พบว่า ค่า K และ C_{OFF} มีค่าประมาณ 0.25 และ 3.0 ม/ปี ตามลำดับ โดยมีค่าความคลาดเคลื่อนรากที่สอง (Root Mean Square Error of Estimate, RMSE) และค่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนเฉลี่ย (Mean Percentage Error) มีค่าประมาณ 66 เมตร และ 38% ตามลำดับ ซึ่งเป็นค่าน้อยที่สุด เมื่อเปรียบเทียบกับค่าอื่น ๆ สำหรับสมการที่ใช้เปรียบเทียบผลจากการคำนวณ กับค่าที่วัดได้จริง ของการศึกษานี้ มีดังนี้

5.6.1 สมการค่าความคลาดเคลื่อนรากที่สอง (Root Mean Square Error of Estimate)

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_{33} - y_{cal})^2}{n}} \quad (5-48)$$

เมื่อ RMSE คือ Root Mean Square Error of Estimate มีหน่วยเป็นเมตร

- Y_{33} คือ ค่าระยะทางในแนวตั้งฉากกับชายฝั่ง (Cross-shore Distance) ที่เส้นชั้นความลึกต่าง ๆ ที่วัดได้จากแผนที่ ปี 2533 มีหน่วยเป็นเมตร
- Y_{cal} คือ ค่าระยะทางในแนวตั้งฉากกับชายฝั่ง ที่เส้นชั้นความลึกต่าง ๆ ที่ได้จากการคำนวณ มีหน่วยเป็นเมตร
- N คือ จำนวนข้อมูล

5.6.2 สมการค่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนเฉลี่ย (Mean Percentage Error)

$$MPE = \frac{(y_{33} - y_{cal})}{(y_{33} - y_{32})} \times 100 \quad (5-49)$$

เมื่อ MPE คือ Mean Percentage Error, มีหน่วย %

- Y_{33} คือ ค่าระยะทางในแนวตั้งฉากกับชายฝั่ง ที่เส้นชั้นความลึกต่าง ๆ ที่วัดได้จากแผนที่ ปี 2533 มีหน่วยเป็นเมตร
- Y_{32} คือ ค่าระยะทางในแนวตั้งฉากกับชายฝั่ง ที่เส้นชั้นความลึกต่าง ๆ ที่วัดได้จากแผนที่ ปี 2532 มีหน่วยเป็นเมตร
- Y_{cal} คือ ค่าระยะทางในแนวตั้งฉากกับชายฝั่ง ที่เส้นชั้นความลึกต่าง ๆ ที่วัดได้จากการคำนวณ มีหน่วยเป็นเมตร

ในตาราง 5-1 แสดงผลการทดสอบเปรียบเทียบของค่าสัมประสิทธิ์ K และ C_{OFF} ที่ค่าต่าง ๆ กัน รูป 5-9 และ 5-10 ได้แสดงผลการทดสอบความคลาดเคลื่อนของ K และ C_{OFF}

Kraus Hanson และ Harikai (1984) ได้ศึกษา การเปลี่ยนแปลงชายฝั่งแบบจำลอง One line ในบริเวณท่าเรือ Oarai ประเทศญี่ปุ่น พบว่า ค่าพารามิเตอร์ K_1 และ K_2 มีค่าประมาณ 0.1 เมื่อ K_1 และ K_2 คือ ค่าสัมประสิทธิ์การเคลื่อนที่ของตะกอนในแนวขนานชายฝั่ง เนื่องมาจากการเคลื่อนที่ของคลื่น และการแตกตัวของคลื่น ตามลำดับ Komar และ Inman (1970) พบว่า K_1 มีค่าประมาณ 0.77 โดยทั่วไป การคำนวณการเคลื่อนที่ของตะกอนตามแนวขนานชายฝั่ง ของ Shore Protection Manual (SPM) ใช้ค่า $K_1 = 0.77$ และ $K_2 = 0$ ซึ่งพอกล่าวได้ว่า อิทธิพลของพารามิเตอร์ K จะขึ้นอยู่กับสภาพภูมิประเทศ ที่มีผลต่อการเปลี่ยนแปลงชายฝั่ง ในรูป 5-11 แสดงผลการศึกษาของ Kraus และคณะ

สำหรับ ค่าสัมประสิทธิ์ C_{OFF} (Activity factor or Coastal Constant) ของการเคลื่อนที่ของตะกอนในแนวตั้งฉากกับชายฝั่ง มีหน่วย ม/ปี และมีอิทธิพลต่อการเปลี่ยนแปลงชายฝั่ง Bakker (1968) ได้ศึกษาการเปลี่ยนแปลงชายฝั่ง ของ เนอร์เซอร์แลนด์ พบว่า มีค่าประมาณ 1-10 ม/ปี Perlin (1978) ได้ทำการทดลองในห้องปฏิบัติการ พบว่า มีค่าประมาณ 56-85 ม/ปี และ Horikawa Harikai และ Kraus (1978) พบว่า มีค่าประมาณ 283 ม/ปี

ตาราง 5-1 ผลการทดสอบเปรียบเทียบของค่าสัมประสิทธิ์ K และ C_{OFF}

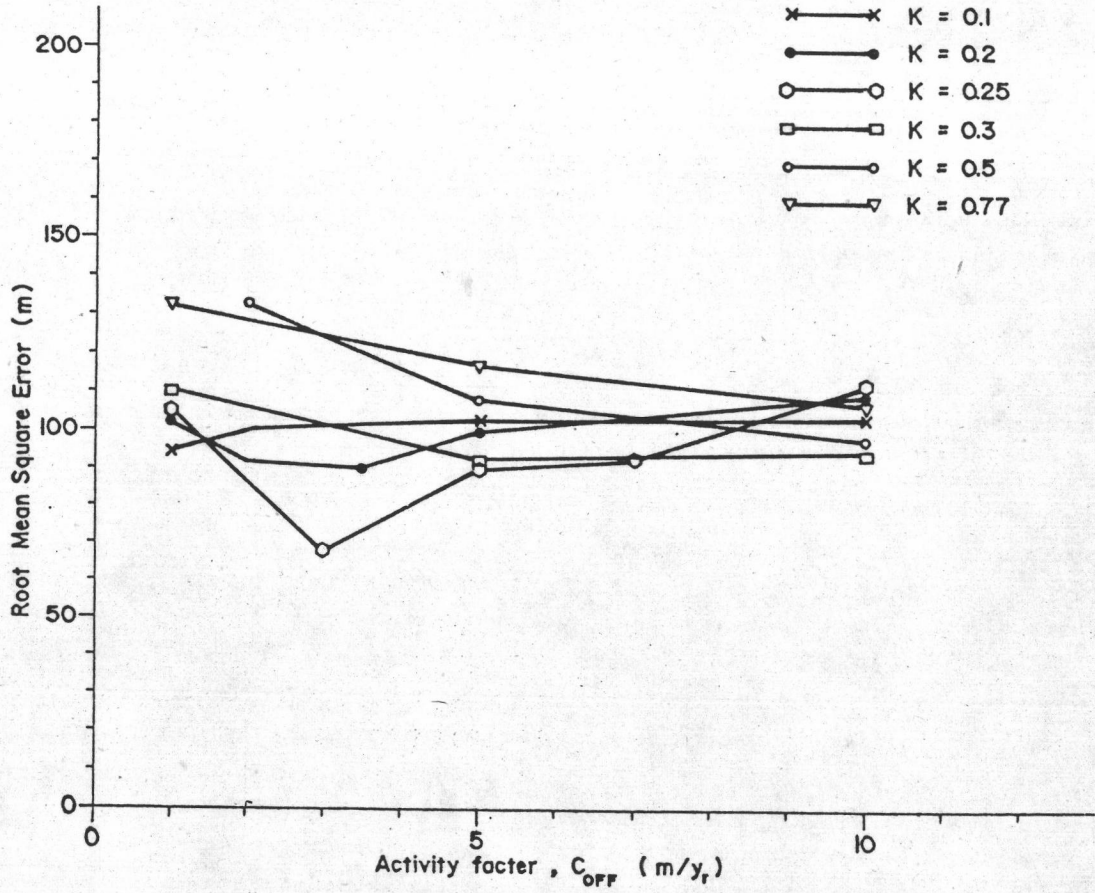
| CASE | K | Coff (m/yr) | Mean Percentage Error, MPE (%) | | | | | | | Mean MPE (%) | Root Mean Square Error (m) |
|------|------|----------------|--------------------------------|-------|------|------|-------|------|------|--------------------|----------------------------------|
| | | | Contour Line (m) | | | | | | | | |
| | | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | | |
| 1 | 0.10 | 1.0 | -21.4 | 96.2 | 71.4 | 47.5 | 130.5 | 72.6 | 33.3 | 61.4 | 95.3 |
| | 0.10 | 2.0 | 22.3 | 96.5 | 64.2 | 47.6 | 130.4 | 72.5 | 33.3 | 66.7 | 100.1 |
| | 0.10 | 5.0 | 23.9 | 96.2 | 59.8 | 47.6 | 130.1 | 72.3 | 33.2 | 66.2 | 103.3 |
| | 0.10 | 10.0 | 21.5 | 97.4 | 59.6 | 47.6 | 129.7 | 71.9 | 33.0 | 65.8 | 103.0 |
| 2 | 0.20 | 1.0 | -86.9 | 95.3 | 66.5 | 47.6 | 130.5 | 72.6 | 33.3 | 51.3 | 103.4 |
| | 0.20 | 2.0 | -62.2 | 101.0 | 67.9 | 47.3 | 130.4 | 72.5 | 33.3 | 55.7 | 92.2 |
| | 0.20 | 5.0 | 20.8 | 83.8 | 62.1 | 47.4 | 130.1 | 72.3 | 33.2 | 64.2 | 100.8 |
| | 0.20 | 10.0 | 28.2 | 88.0 | 52.2 | 47.4 | 129.7 | 71.9 | 33.0 | 64.4 | 108.8 |
| 3 | 0.25 | 1.0 | -86.9 | 116.2 | 66.1 | 47.5 | 130.5 | 72.6 | 33.3 | 54.2 | 105.7 |
| | 0.25 | 3.0 | -75.4 | 60.7 | 68.5 | 59.8 | 91.0 | 38.6 | 27.3 | 38.6 | 66.3 |
| | 0.25 | 5.0 | -21.8 | 76.8 | 71.8 | 47.4 | 130.1 | 72.3 | 33.2 | 58.5 | 91.9 |
| | 0.25 | 10.0 | 36.9 | 79.4 | 52.3 | 47.2 | 129.7 | 71.9 | 33.0 | 64.3 | 110.1 |
| 4 | 0.30 | 1.0 | -112.3 | 128.4 | 65.7 | 47.5 | 130.5 | 72.6 | 33.3 | 52.2 | 110.6 |
| | 0.30 | 5.0 | -48.0 | 91.8 | 69.7 | 47.6 | 130.1 | 72.3 | 33.2 | 56.7 | 93.5 |
| | 0.30 | 10.0 | -47.6 | 56.7 | 76.2 | 47.6 | 129.7 | 71.9 | 33.0 | 52.5 | 95.8 |
| 5 | 0.50 | 2.0 | -98.3 | 91.1 | 62.9 | 47.2 | 130.4 | 72.5 | 33.3 | 48.4 | 131.8 |
| | 0.50 | 5.0 | -83.7 | 106.3 | 66.1 | 47.4 | 130.1 | 72.3 | 33.2 | 53.1 | 107.5 |
| | 0.50 | 10.0 | -61.2 | 80.0 | 66.6 | 47.6 | 129.7 | 71.9 | 33.0 | 52.5 | 97.0 |
| 6 | 0.77 | 1.0 | -103.2 | 219.2 | 69.1 | 46.9 | 130.5 | 72.6 | 33.3 | 66.9 | 132.4 |
| | 0.77 | 5.0 | -82.9 | 143.9 | 69.6 | 47.1 | 130.1 | 72.3 | 33.2 | 59.0 | 117.8 |
| | 0.77 | 10.0 | -82.9 | 90.7 | 69.6 | 47.3 | 129.7 | 71.9 | 33.0 | 51.3 | 108.8 |
| | 0.77 | 15.0 | -89.3 | 76.1 | 70.0 | 47.6 | 129.2 | 71.5 | 32.9 | 48.3 | 102.0 |

REMARK :

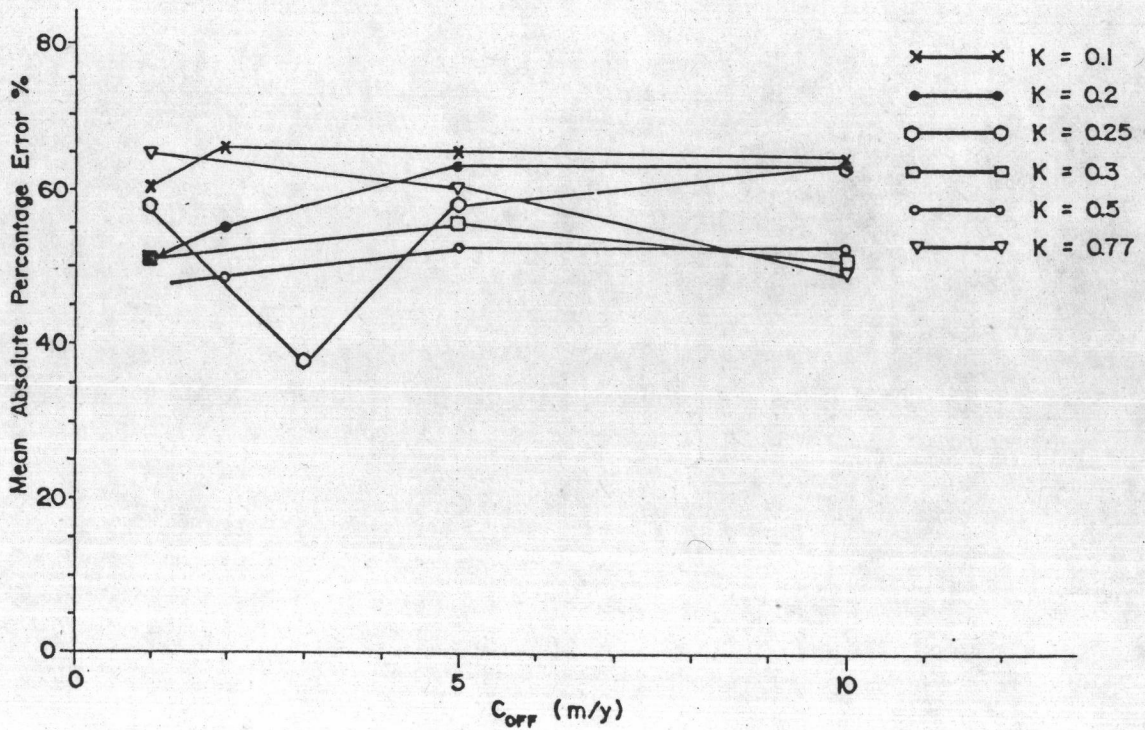
K = COEFFICIENT OF LONGSHORE TRANSPORT

Coff = ACTIVITY FACTER (COEFFICIENT OF CROSS-SHORE TRANSPORT)

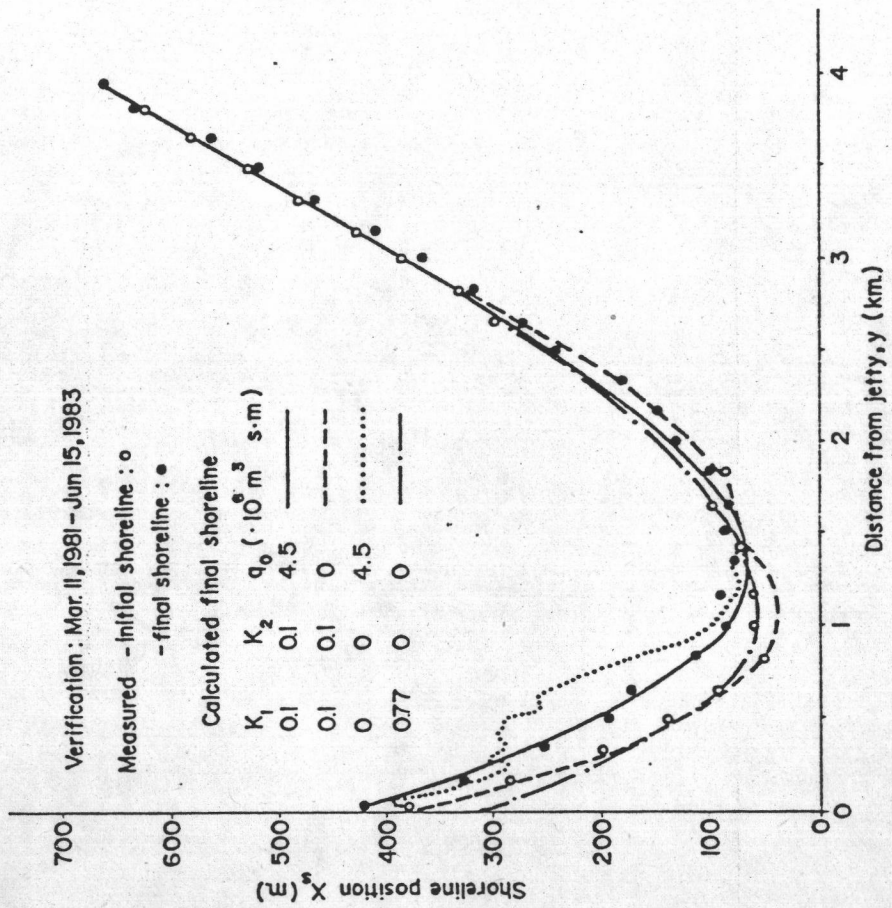
MPE = MEAN PERCENTAGE ERROR



รูปที่ 5-9 ผลการทดลองเปรียบเทียบความคลาดเคลื่อนมาตรฐานของพารามิเตอร์ K และ C_{OFF}



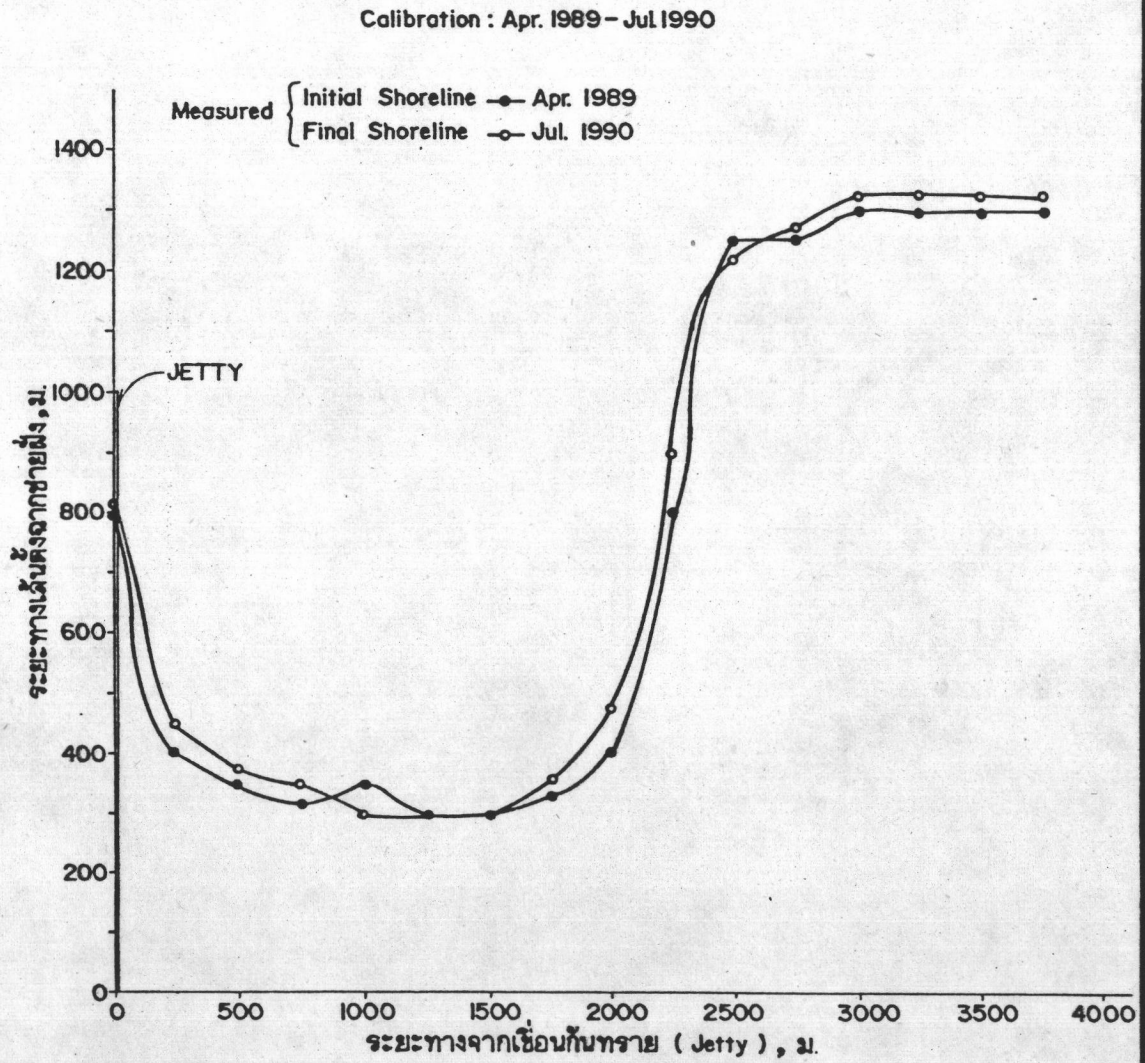
รูปที่ 5-10 ผลการทดลอง Mean Percentage Error



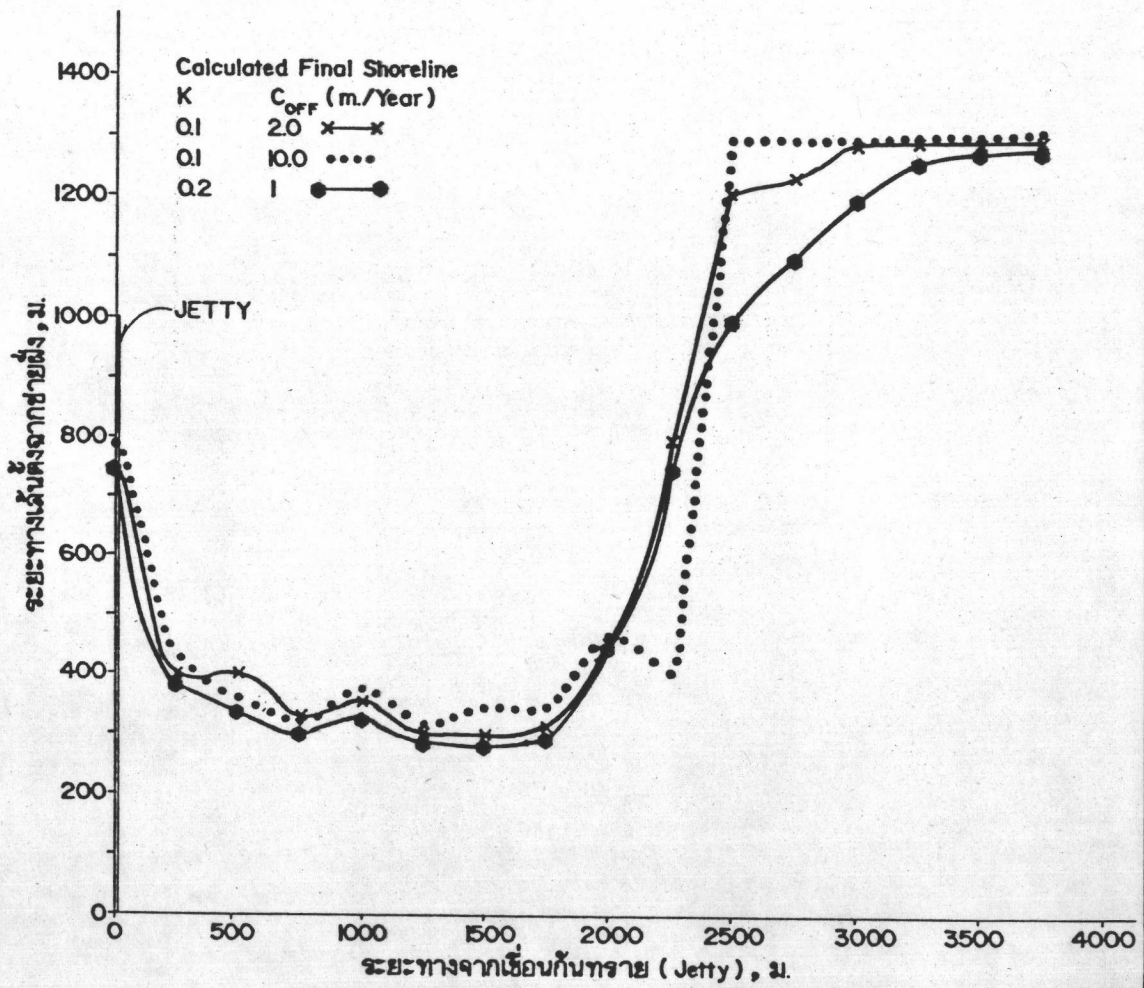
รูป 5-11 ผลการคำนวณ ของ Kraus และคณะ, 1984

ชายฝั่งประเทศญี่ปุ่น รูป 5-12 แสดงอิทธิพลของพารามิเตอร์ (K , C_{OFF}) มีผลต่อการเปลี่ยนแปลงชายฝั่งที่ระดับความลึก 1 เมตร ได้ใช้ $K = 0.25$ และ $C_{OFF} = 3.0$ ม/ปี ผลการคำนวณจากแบบจำลอง ได้แสดงในรูป 5-13 ถึง 5-16 เปรียบเทียบผลที่ได้จากแบบจำลองกับค่าที่วัดจริง ที่เส้นชั้นความลึกต่าง ๆ รูป 5-17 เปรียบเทียบผลที่ได้จากแบบจำลอง กับค่าที่วัดจริง ในลักษณะ Beach Profile

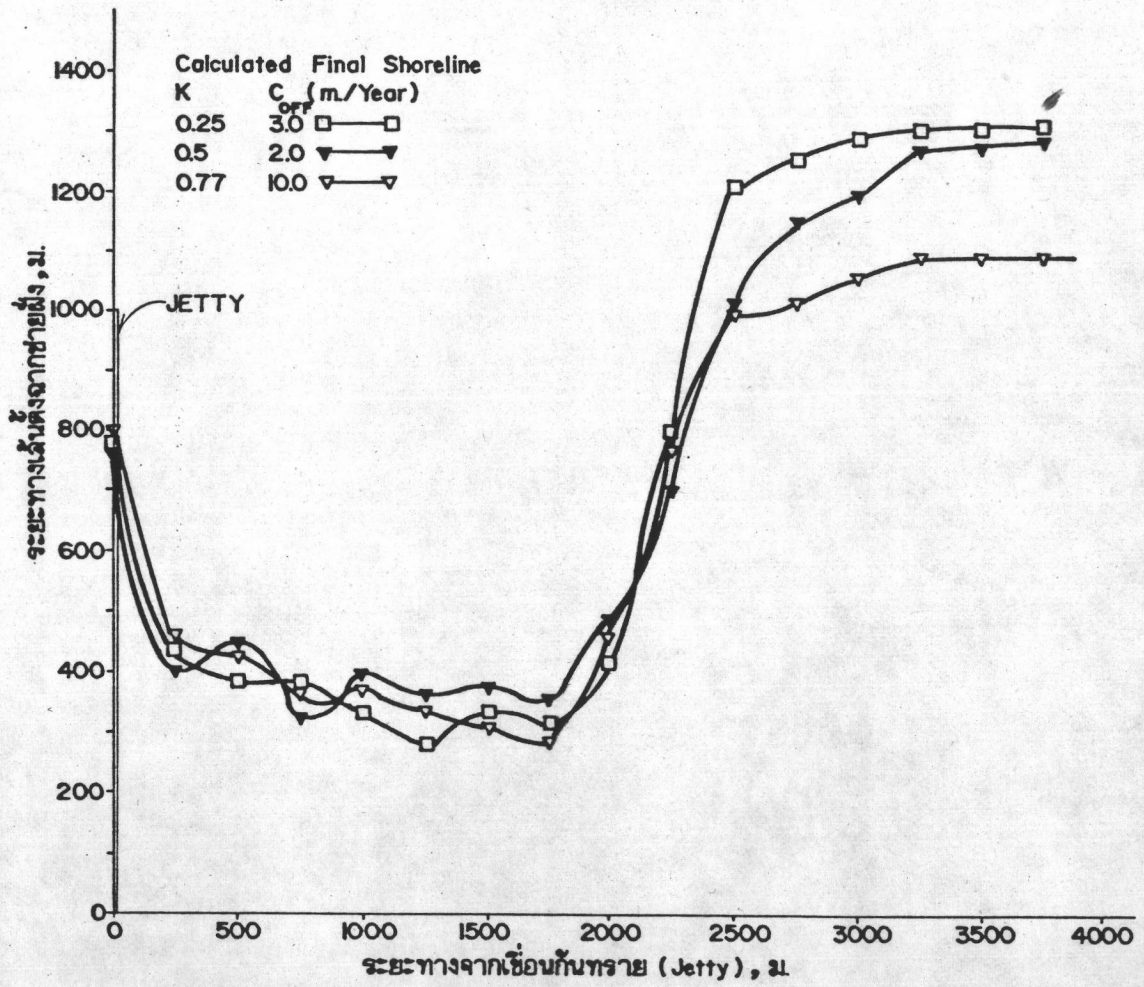
อย่างไรก็ตาม เนื่องจากข้อจำกัดของข้อมูลความลึกของท้องทะเลจากแผนที่ร่องน้ำ ทำให้การปรับค่าตัวแปร K และ C_{OFF} ใช้ข้อมูลได้เพียงชุดเดียวเท่านั้น แต่ค่าที่ได้ก็อยู่ในเกณฑ์ที่น่าไปใช้ได้สำหรับการศึกษาต่อไปในแผนที่ศึกษานี้



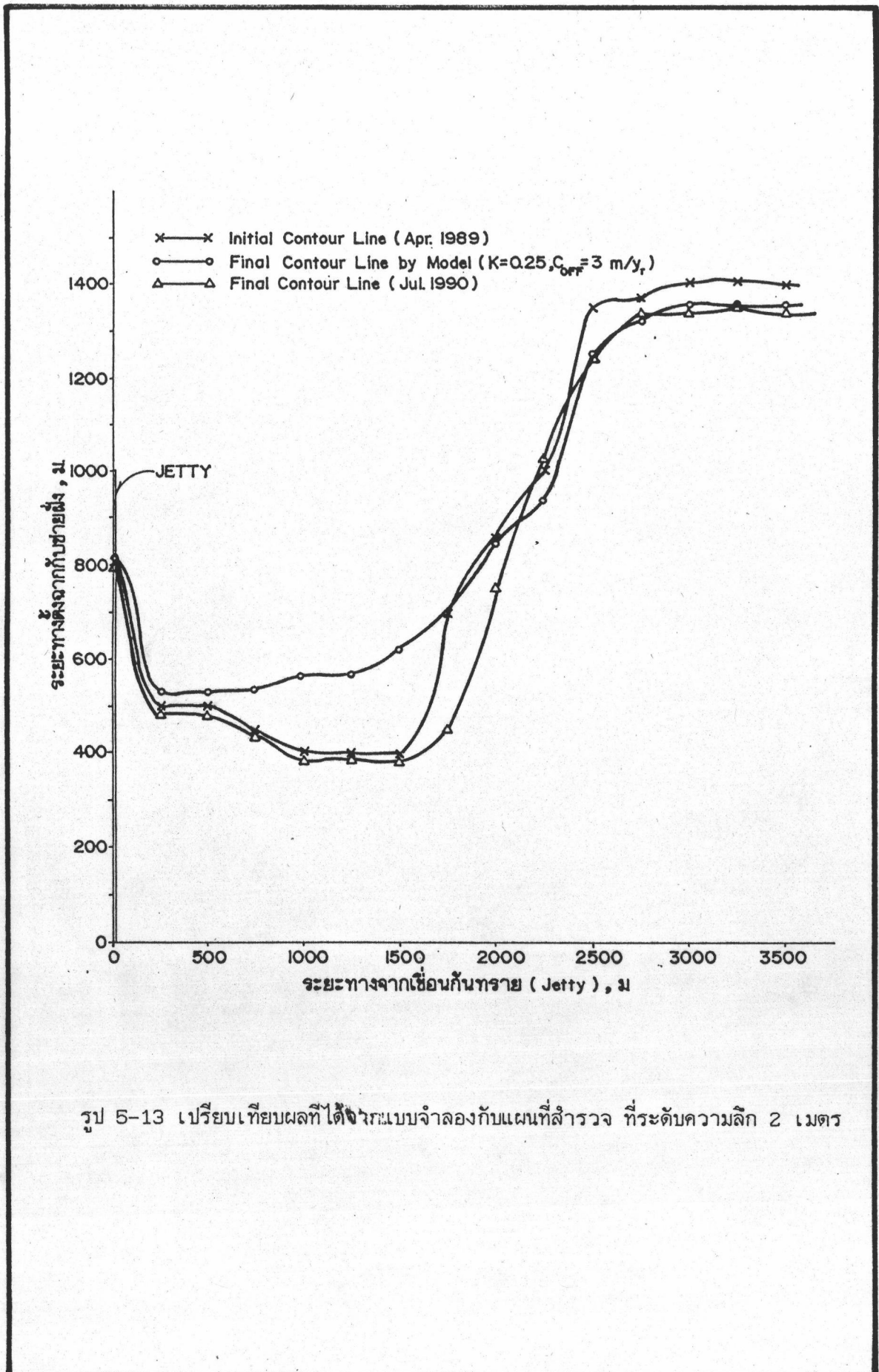
รูป 5-12 อิทธิพลของพารามิเตอร์ (k , C_{OFF}) ที่มีผลต่อการเปลี่ยนแปลงชายฝั่ง
ที่ระดับความลึก 1 เมตร



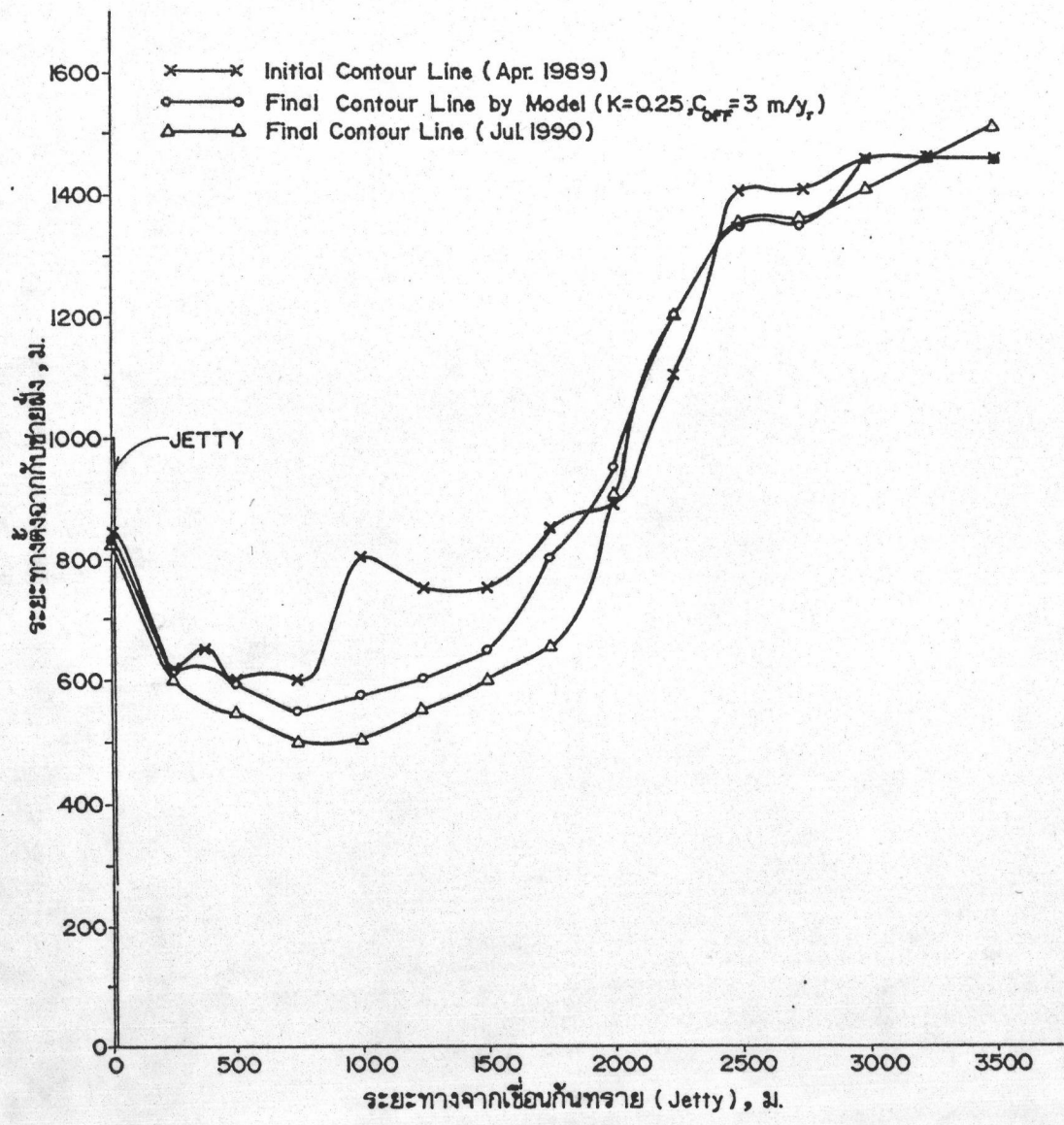
รูป 5-12 (ต่อ)



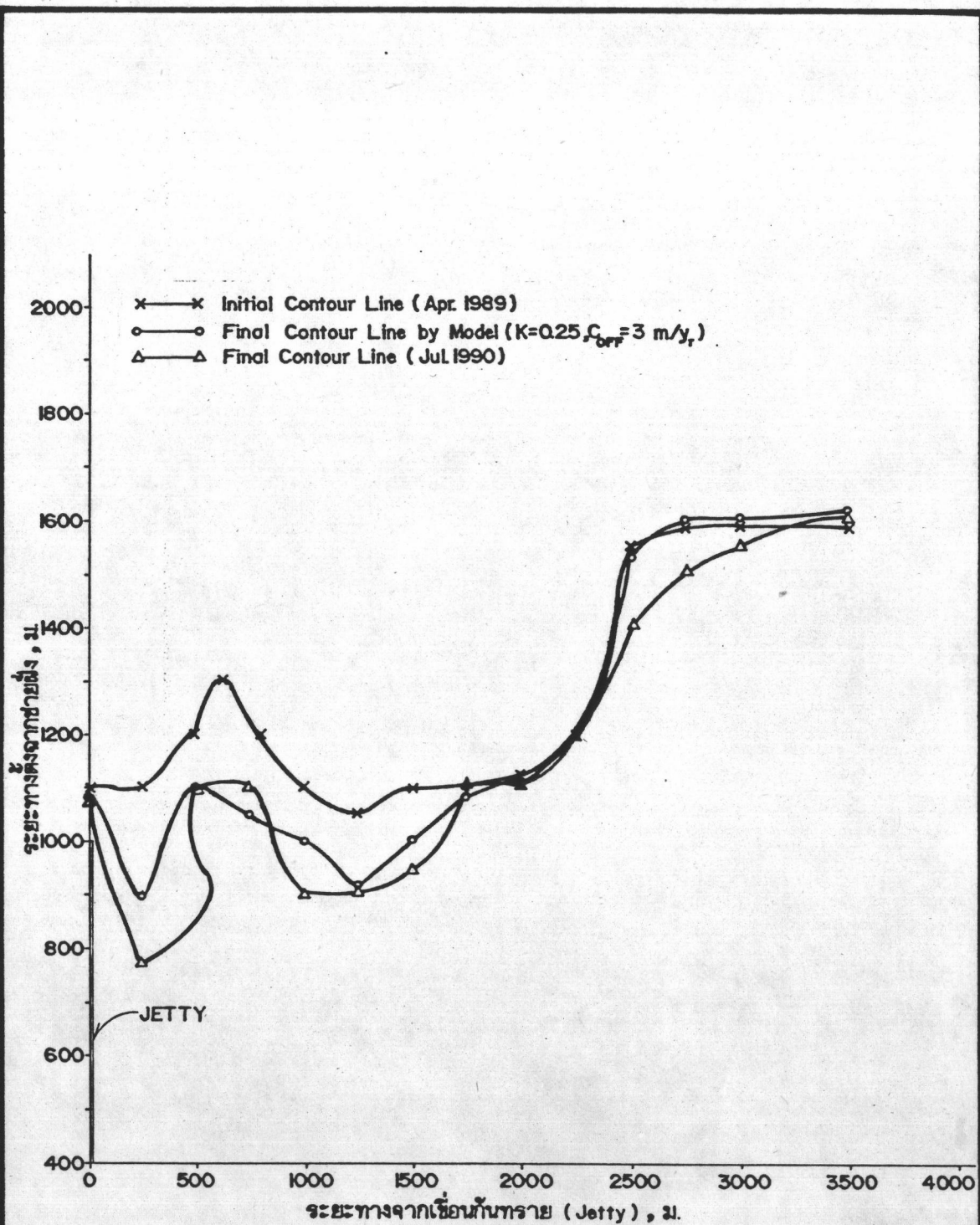
รูป 5-12 (ต่อ)



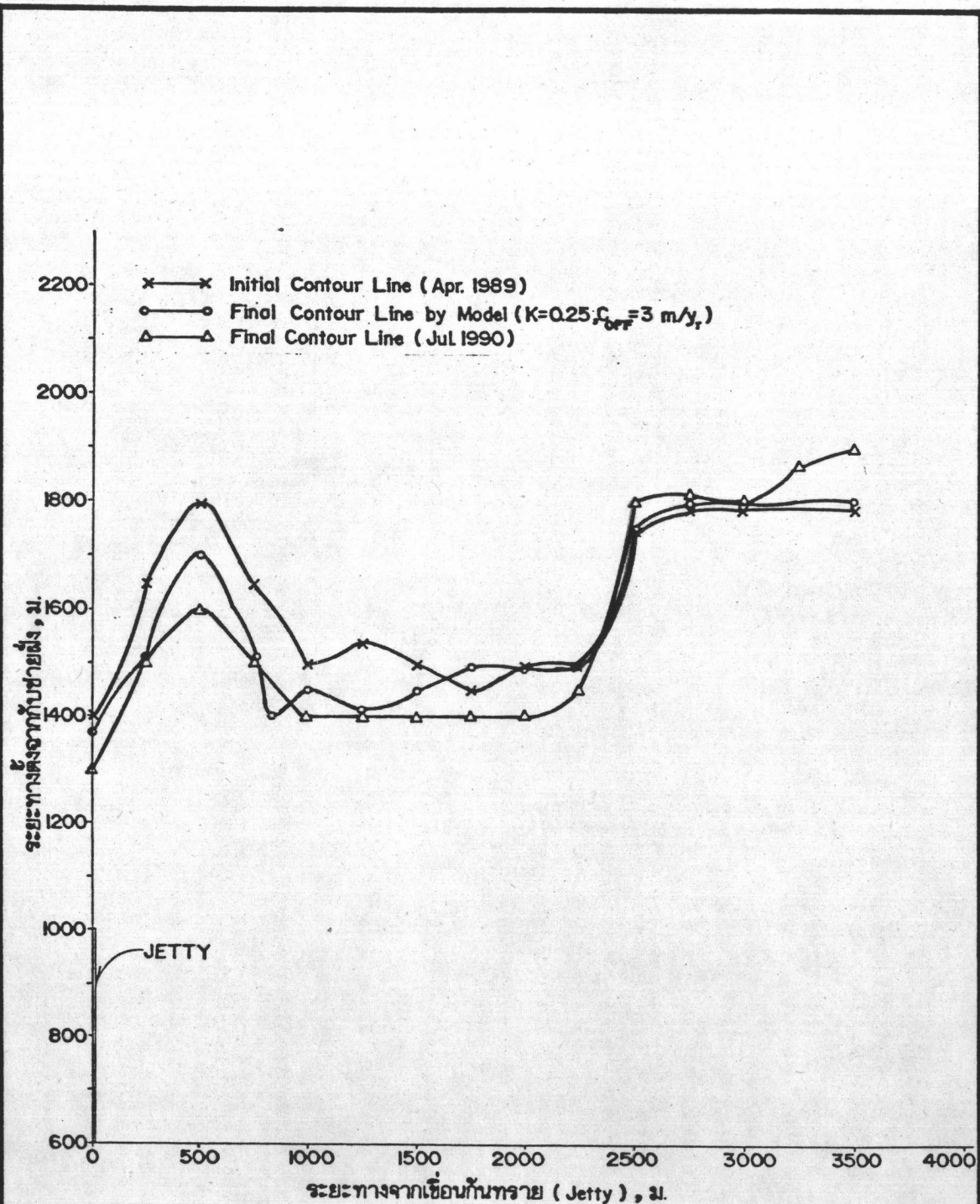
รูป 5-13 เปรียบเทียบผลที่ได้จากแบบจำลองกับแผนที่สำรวจ ที่ระดับความลึก 2 เมตร



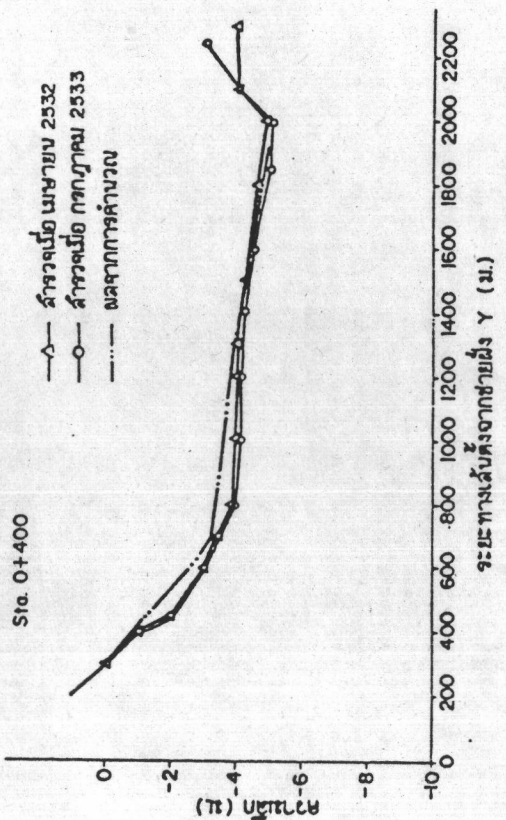
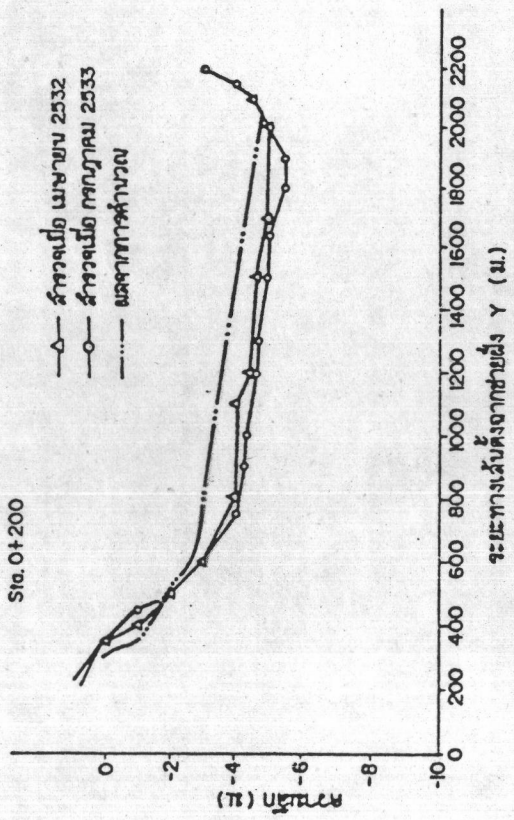
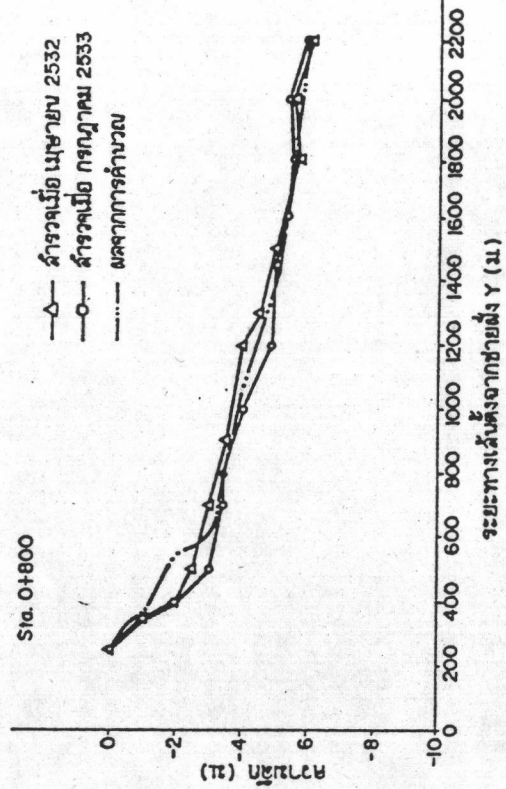
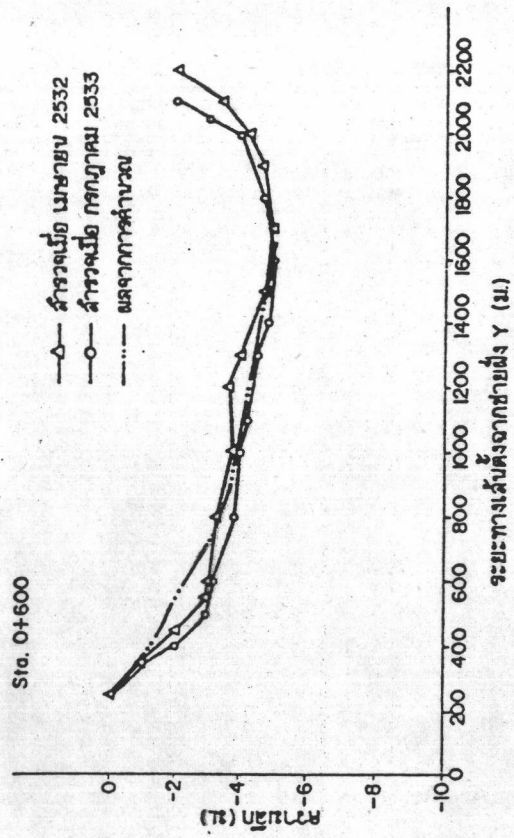
รูป 5-14 เปรียบเทียบผลที่ได้จากแบบจำลองกับแผนที่สำรวจ ที่ระดับความลึก 3 เมตร



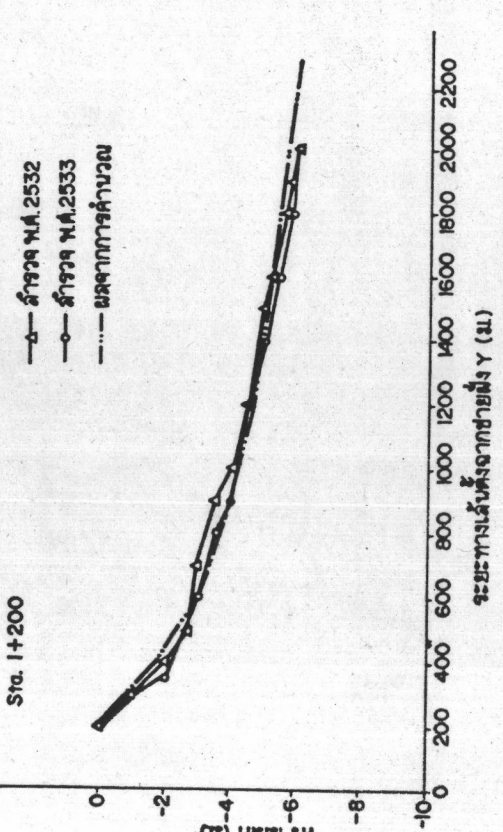
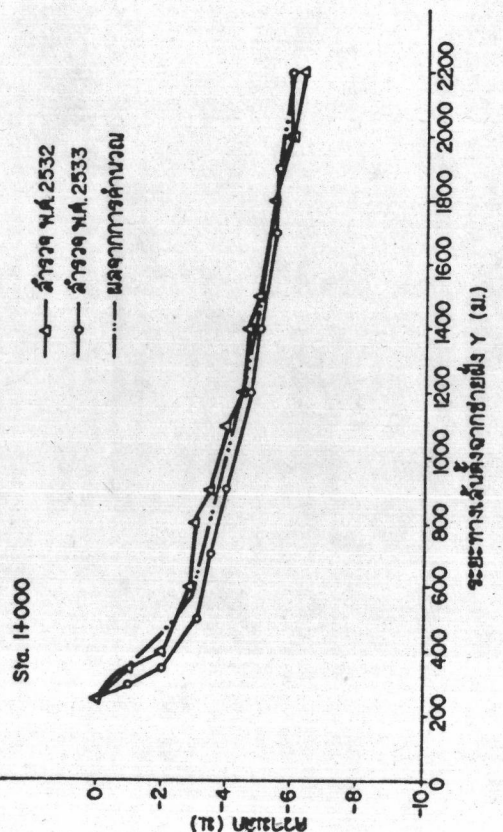
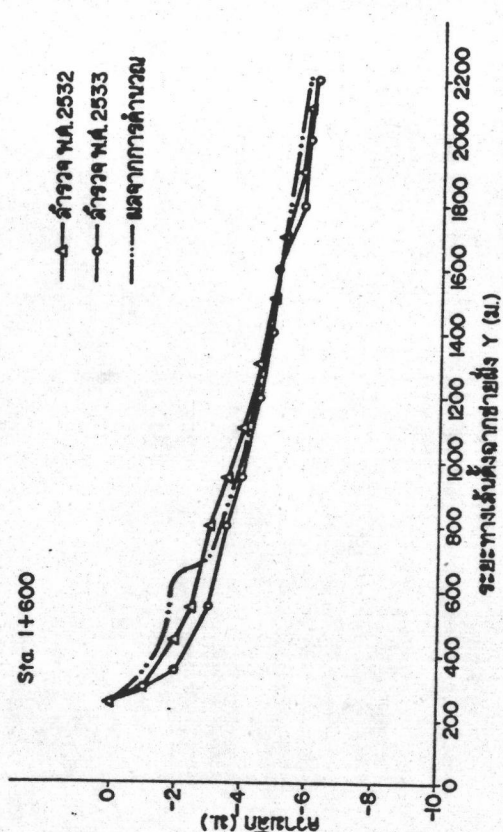
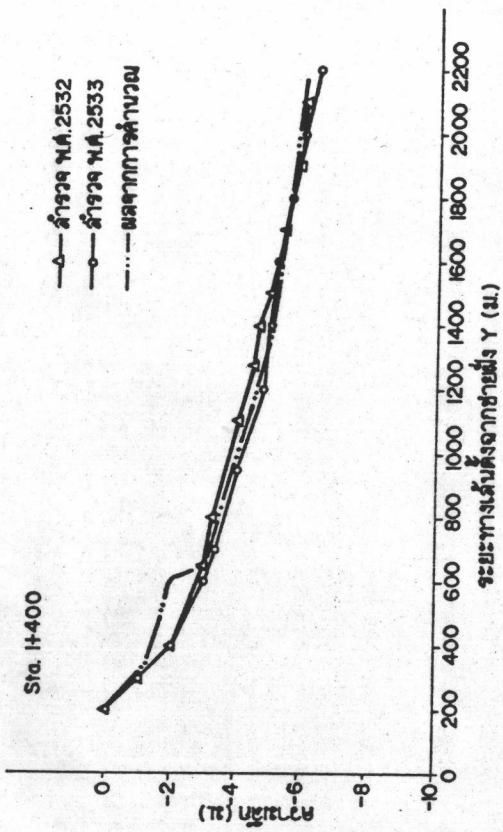
รูป 5-15 เปรียบเทียบผลที่ได้จากแบบจำลองกับแผนที่สำรวจ ที่ระดับความลึก 4 เมตร



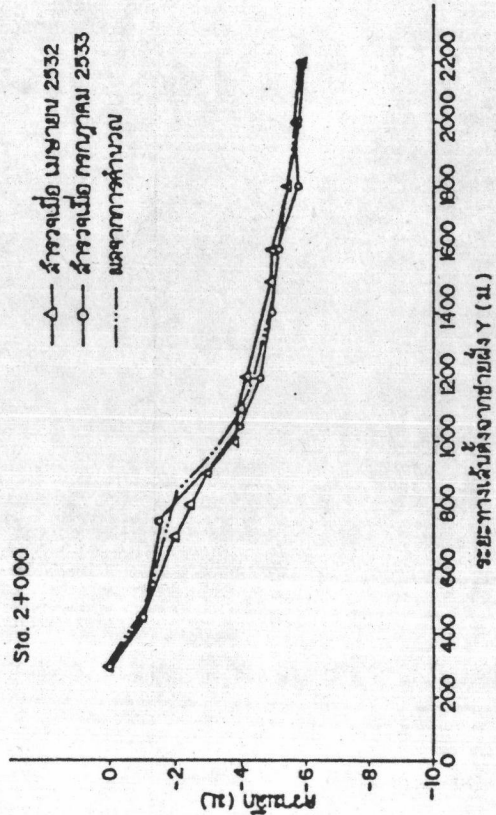
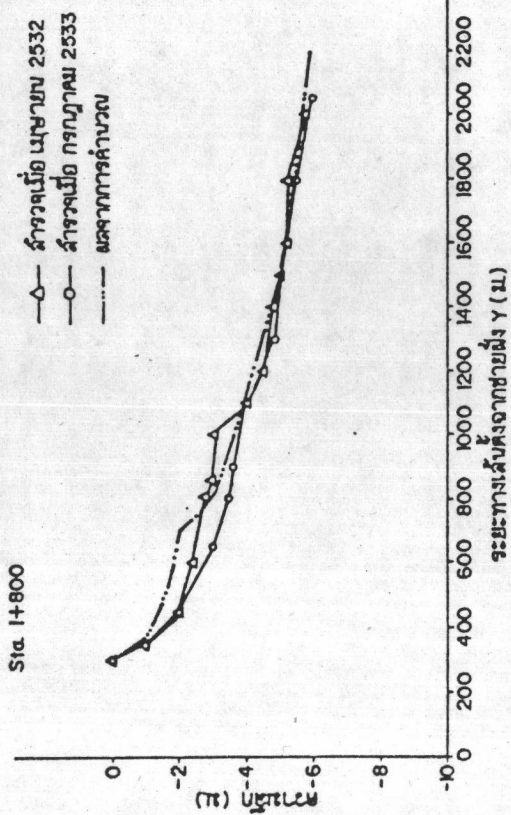
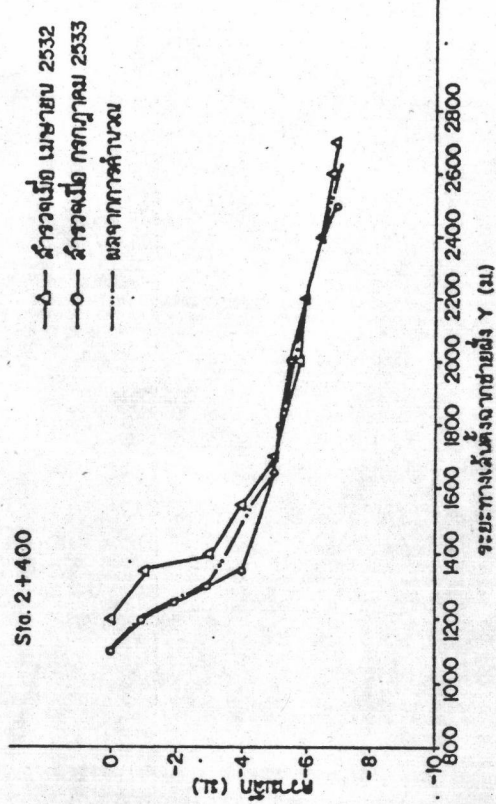
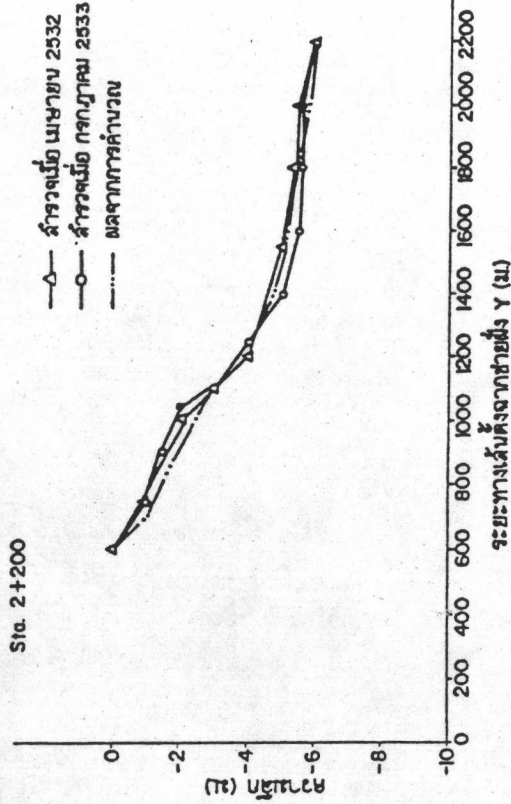
รูป 5-16 เปรียบเทียบผลที่ได้จากแบบจำลองกับแผนที่สำรวจ ที่ระดับความลึก 5 เมตร



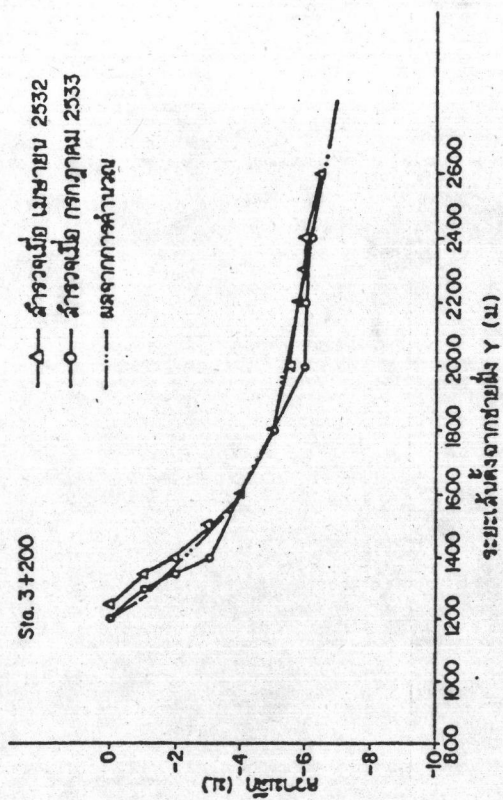
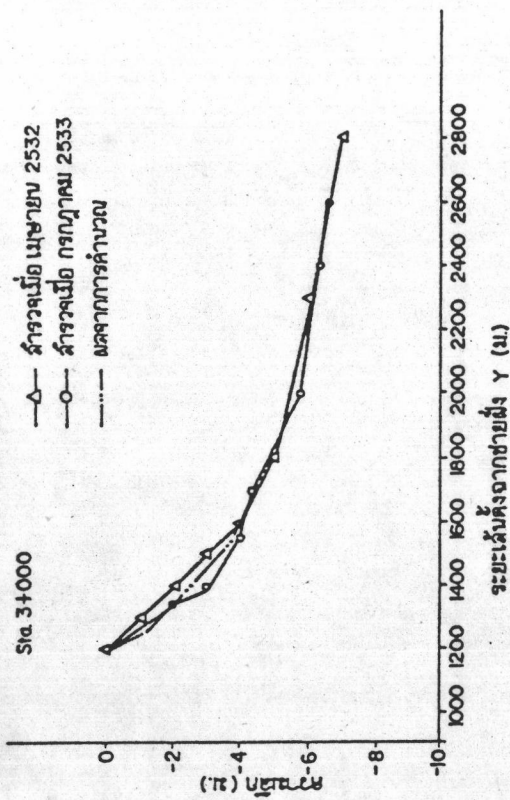
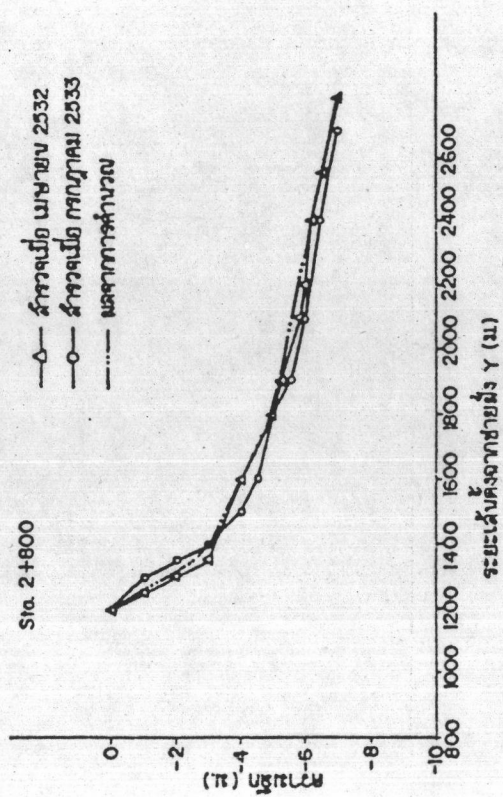
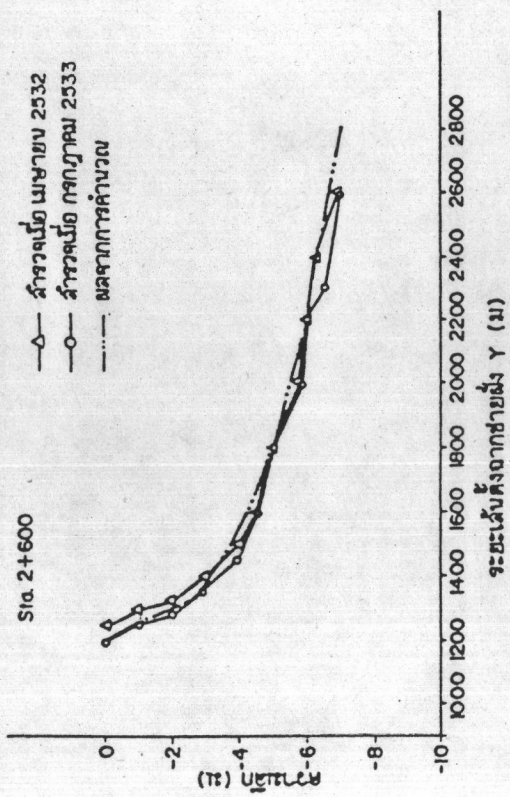
รูป 5-17 เปรียบเทียบผลที่ได้จากแบบจำลองกับแผนที่สำรวจในลักษณะ Beach Profile



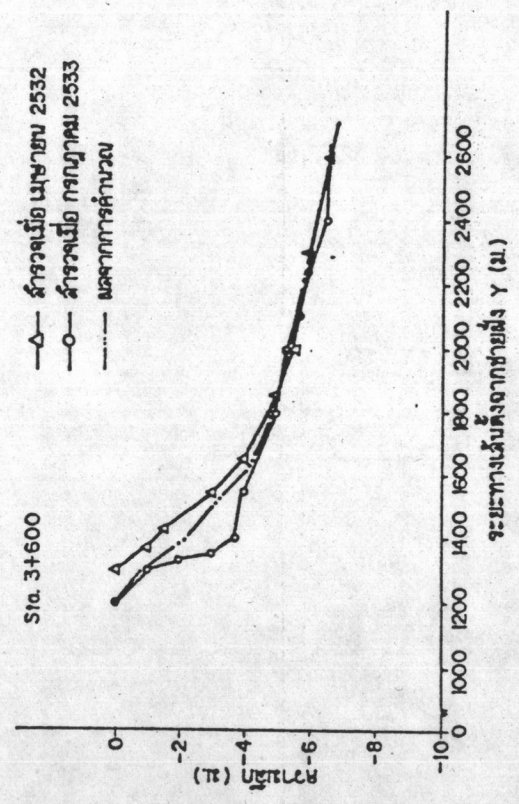
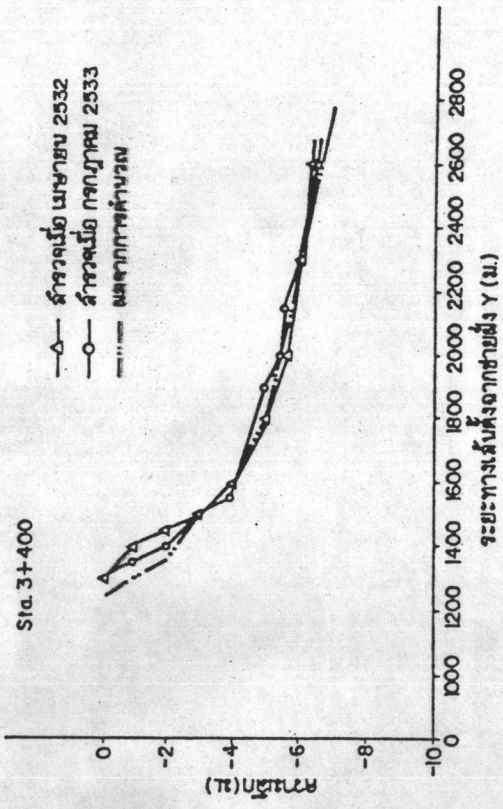
รูป 5-17 (ต่อ)



รูป 5-17 (ต่อ)



รูป 5-17 (ต่อ)



รูป 5-17 (ต่อ)