

การศึกษาเปรียบเทียบการประมาณค่าจากตัวแบบการถดถอย สำหรับข้อมูลที่มีการแจกแจง
แบบลือกนอร์มอล ที่ถูกตัดปลายทางขวาแบบสุ่มที่มีการแจกแจงแบบยูนิฟอร์ม



วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาสถิติ ภาควิชาสถิติ

คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ปีการศึกษา 2561

ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

A COMPARATIVE STUDY ON ESTIMATION FROM REGRESSION MODEL FOR DATA FROM
LOGNORMAL DISTRIBUTION UNDER RANDOM RIGHT-CENSORING
FROM UNIFORM DISTRIBUTION



A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Science in Statistics
Department of Statistics
Faculty of Commerce and Accountancy
Chulalongkorn University
Academic Year 2018
Copyright of Chulalongkorn University

หัวข้อวิทยานิพนธ์	การศึกษาเปรียบเทียบการประมาณค่าจากตัวแบบการถดถอย สำหรับข้อมูลที่มีการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล ที่ถูกตัดปลายทางขวาแบบสุ่มที่มีการแจกแจงแบบยูนิฟอร์ม
โดย	นายธนาพิพัฒน์ ทรัพย์ครองชัย
สาขาวิชา	สถิติ
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก	ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.อนุภาพ สมบูรณ์สวัสดิ์

คณะพาณิชย์ศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้รับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต

..... คณะบดีคณะพาณิชย์ศาสตร์และการ
บัญชี
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วิเลิศ ภูริวัชร)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

..... ประธานกรรมการ
(รองศาสตราจารย์ ดร.สุพล ดุรงค์วัฒนา)

..... อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.อนุภาพ สมบูรณ์สวัสดิ์)

..... กรรมการ
(อาจารย์ ดร.ณัตติฤดี เจริญรักษ์)

..... กรรมการภายนอกมหาวิทยาลัย
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ธิดาพร ศุภภากร)

ธนาพิพัฒน์ ทรัพย์ครองชัย : การศึกษาเปรียบเทียบการประมาณค่าจากตัวแบบการ
ถดถอย สำหรับข้อมูลที่มีการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล ที่ถูกตัดปลายทางขวาแบบสุ่มที่
มีการแจกแจงแบบยูนิฟอร์ม. (A COMPARATIVE STUDY ON ESTIMATION FROM
REGRESSION MODEL FOR DATA FROM LOGNORMAL DISTRIBUTION UNDER
RANDOM RIGHT-CENSORING FROM UNIFORM DISTRIBUTION) อ.ที่ปรึกษาหลัก :
ผศ. ดร.อนุกาพ สมบูรณ์สวัสดิ์

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาเปรียบเทียบการประมาณค่าจากตัวแบบความถดถอย
เมื่อตัวแปรตามมีการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอลและตัวแปรตามบางค่าเป็นข้อมูลที่ถูกตัดปลายทาง
ขวาแบบที่ 1 ด้วยวิธีด้วยวิธีกำลังสองต่ำสุด (OLS), วิธีของแซตเทอร์จ์และแมคลีซ (CM) วิธีภาวะ
น่าจะเป็นสูงสุดด้วยขั้นตอนอีม (MLE_EM) และวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดด้วยขั้นตอนอีมเมื่อมี
การปรับค่าข้อมูลก่อนคำนวณ (MLE_EM_AD) ข้อมูลที่ใช้ในการศึกษาได้จากการจำลองข้อมูล 243
สถานการณ์ ขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 30, 50, 100 ร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวา
(r_1) เท่ากับ 10, 20, 30 สัดส่วนช่วงเวลาที่เปิดรับผู้ป่วยต่อช่วงเวลาที่ติดตามการรอดชีวิต (r_2)
เท่ากับ 0.1, 0.2, 0.3 อัตราส่วนความแปรปรวนของตัวแปรอิสระตัวที่ 1 ต่อตัวแปรอิสระตัวที่ 2
คือ 1:1, 1:2, 1:5 และอัตราส่วนความแปรปรวนรวมของตัวแปรอิสระต่อความคลาดเคลื่อน คือ
2:1, 1:1, 1:2

จากการศึกษาพบว่า 1) วิธี MLE_EM และ MLE_EM_AD เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด
เมื่อตัวอย่างมีขนาดปานกลางและใหญ่ ($n = 50, 100$) หรือร้อยละของข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวา
ปานกลางและมาก ($r_1 = 20\%, 30\%$) ในทางกลับกัน 2) วิธี OLS เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุดเมื่อ
ตัวอย่างมีขนาดเล็ก ($n = 30$) หรือตัวแปรอิสระมีการกระจายตัวน้อยกว่าความคลาดเคลื่อน แต่
CM มีประสิทธิภาพสูงสุดเมื่อตัวแปรอิสระมีการกระจายตัวมากกว่าหรือเท่ากับความคลาดเคลื่อน
3) ทุกวิธีมีประสิทธิภาพมากขึ้นเมื่อตัวอย่างมีขนาดใหญ่ขึ้น หรือตัวแปรถูกตัดปลายทางขวาน้อยลง
หรือสัดส่วนช่วงเวลาที่เปิดรับผู้ป่วยต่อช่วงเวลาที่ติดตามการรอดชีวิตลดลง หรือความคลาดเคลื่อน
กระจายตัวน้อยกว่าตัวแปรอิสระ

สาขาวิชา สถิติ
ปีการศึกษา 2561

ลายมือชื่อนิสิต
ลายมือชื่อ อ.ที่ปรึกษาหลัก

6081549226 : MAJOR STATISTICS

KEYWORD: RANDOMLY RIGHT-CENSORED DATA, REGRESSION MODEL,
ESTIMATION

Thanapipat Sabkrongchai : A COMPARATIVE STUDY ON ESTIMATION FROM
REGRESSION MODEL FOR DATA FROM LOGNORMAL DISTRIBUTION UNDER
RANDOM RIGHT-CENSORING FROM UNIFORM DISTRIBUTION. Advisor: Asst.
Prof. ANUPAP SOMBOONSAVATDEE, Ph.D.

The objective of this research is to compare the estimation methods for log-linear regression model with dependent variable under random right-censoring from uniform distribution: 1) Ordinary Least Squares Method (OLS); 2) Chatterjee and McLeish Method (CM); 3) Maximum Likelihood Estimation using the EM algorithm (MLE_EM); and 4) Maximum Likelihood Estimation using the EM algorithm with adjusted data (MLE_EM_AD). The results are from 243 scenarios. The sample sizes (n) are 30, 50, 100; the censoring proportions of data (r_1) are 10%, 20%, 30%; the random censoring ratio (r_2) are 0.1, 0.2, 0.3; the ratio of variances of two independent variables are 1:1, 1:2, 1:5; the ratio of variances of two independent variables to error variance are 2:1, 1:1, 1:2.

The findings are: 1) MLE_EM and MLE_EM_AD perform best at sample size are moderate and large ($n = 50, 100$) or censoring proportion are moderate and high ($r_1 = 20\%, 30\%$); On the other hand, 2) OLS performs best at sample size is small ($n = 30$) or the ratio of variances of two independent variables to error variance is small but CM perform best at ratio are equal or greater than 1; 3) The efficiency of all of the methods increase when sample size increase or proportion of censored data decrease or random censoring ratio decrease or ratio of sum of variances of two independent variables to error variance increase.

Field of Study: Statistics

Student's Signature

Academic Year: 2018

Advisor's Signature

กิตติกรรมประกาศ

ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.อนุภาพ สมบูรณ์สวัสดิ์ เป็นอย่างยิ่งที่ได้ให้โอกาสผู้วิจัยได้เป็นลูกศิษย์ในที่ปรึกษา สละเวลาให้คำแนะนำสั่งสอนและคำปรึกษาที่มีประโยชน์ อีกทั้งยังช่วยแก้ไขข้อบกพร่องต่าง ๆ จนกระทั่งวิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี

ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณรองศาสตราจารย์ ดร.สุพล ดุรงค์วัฒนา ประธานกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ อาจารย์ ดร.ณัตติฤดี เจริญรักษ์ และผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. ธิดาพร ศุภภากร กรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ที่ได้กรุณาสละเวลามาตรวจทานแก้ไขข้อบกพร่องในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ตลอดจนให้คำแนะนำที่เป็นประโยชน์แก่ผู้วิจัยที่ช่วยให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สมบูรณ์ยิ่งขึ้น

นอกจากนี้ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณคณาจารย์ทุกท่านที่ให้ความรู้ทางด้านวิชาการ รวมไปถึงเจ้าหน้าที่ของภาควิชาสถิติที่ช่วยจัดทำเอกสาร และอำนวยความสะดวกในด้านต่าง ๆ

สุดท้ายนี้ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณบิดา มารดา และครอบครัวที่คอยสนับสนุนและให้กำลังใจเสมอมา

ธนาพิพัฒน์ ทรัพย์ครองชัย



จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	ค
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	ง
กิตติกรรมประกาศ.....	จ
สารบัญ.....	ฉ
สารบัญตาราง.....	ฌ
สารบัญรูปภาพ.....	ฎ
บทที่ 1 บทนำ.....	19
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....	19
1.2 วัตถุประสงค์การวิจัย.....	21
1.3 นิยามและสัญลักษณ์.....	21
1.4 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ.....	22
บทที่ 2 ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	23
2.1 ข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวา (Right censored data).....	23
2.2 การแจกแจงที่ใช้ในงานวิจัย.....	24
2.3 การวิเคราะห์ความถดถอย.....	26
2.4 ลักษณะข้อมูลที่ใช้ในงานวิจัย.....	28
2.5 วิธีประมาณที่ใช้ในการศึกษา.....	31
2.5.1 การประมาณด้วยวิธีกำลังสองต่ำสุด (Ordinary Least Squares Method).....	31
2.5.2 การประมาณด้วยวิธีแชตเทอร์จีและแมคลีช (Chatterjee and McLeish Method).....	31
2.5.3 การประมาณด้วยวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดด้วยขั้นตอนอีเอ็ม (Maximum Likelihood Estimation using the EM algorithm Method).....	32

2.5.4 วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดด้วยขั้นตอนอีเอ็มเมื่อมีการปรับค่าข้อมูลก่อนคำนวณ (MLE using the EM algorithm with adjusted data; MLE using the EM algorithm with AD) ...	34
บทที่ 3 วิธีการดำเนินงานวิจัย	36
3.1 ขอบเขตงานวิจัย	36
3.1.1 โครงสร้างตัวแปรและพารามิเตอร์ที่ใช้ในการศึกษา.....	36
3.1.2 เงื่อนไขที่ทำการศึกษา.....	36
3.2 วิธีการดำเนินการวิจัย.....	38
3.2.1 การจำลองข้อมูล.....	38
3.2.2 การสร้างตัวแปรตามให้เป็นข้อมูลที่ถูกต้องปลายทางขวาประเภทที่ 1	38
3.2.3 การหาค่าประมาณ	40
3.2.4 การเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าจากตัวแบบความถดถอย.....	40
บทที่ 4 ผลการวิจัย	44
4.1 ผลการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าตัวแปรตาม	45
4.1.1 ผลการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าตัวแปรตาม เมื่อ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_{\varepsilon}^2 = 2:1$	57
4.1.2 ผลการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าตัวแปรตาม เมื่อ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_{\varepsilon}^2 = 1:1$	68
4.1.3 ผลการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าตัวแปรตาม เมื่อ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_{\varepsilon}^2 = 1:2$	82
4.1.4 สรุปผลการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าตัวแปรตาม	82
4.2 ผลการเปรียบเทียบการประมาณค่า β_0	85
4.2.1 ผลการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่า β_0 เมื่อ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_{\varepsilon}^2 = 2:1$	97
4.2.2 ผลการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่า β_0 เมื่อ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_{\varepsilon}^2 = 1:1$	109
4.2.3 ผลการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่า β_0 เมื่อ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_{\varepsilon}^2 = 1:2$	121
4.2.4 สรุปผลการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่า β_0	121
4.3 ผลการเปรียบเทียบการประมาณค่า β_1	123
4.3.1 ผลการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่า β_1 เมื่อ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_{\varepsilon}^2 = 2:1$	135

4.3.2 ผลการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่า β_1 เมื่อ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_{\varepsilon}^2 = 1:1$	148
4.3.3 ผลการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่า β_1 เมื่อ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_{\varepsilon}^2 = 1:2$	163
4.3.4 สรุปผลการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่า β_1	163
4.4 ผลการเปรียบเทียบการประมาณค่า β_2	167
4.4.1 ผลการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่า β_2 เมื่อ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_{\varepsilon}^2 = 2:1$	178
4.4.2 ผลการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่า β_2 เมื่อ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_{\varepsilon}^2 = 1:1$	190
4.4.3 ผลการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่า β_2 เมื่อ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_{\varepsilon}^2 = 1:2$	204
4.4.4 สรุปผลการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่า β_2	204
บทที่ 5 สรุปผลการดำเนินงาน และข้อเสนอแนะ	208
5.1 สรุปและอภิปรายผลการดำเนินงาน	208
5.2 ข้อเสนอแนะ	211
บรรณานุกรม.....	212
ภาคผนวก.....	214
ประวัติผู้เขียน.....	225

สารบัญตาราง

ตารางที่ 1 อัตราส่วนค่าความแปรปรวนของตัวแปรอิสระตัวที่ 1 ต่อตัวแปรอิสระตัวที่ 2.....	37
ตารางที่ 2 อัตราส่วนค่าความแปรปรวนรวมของตัวแปรอิสระต่อค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน.....	37
ตารางที่ 3 ผลการเปรียบเทียบค่า $AMSE(\hat{Y}_a)$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2 : \sigma_{x_2}^2 = 1:1$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_{\varepsilon}^2 = 2:1$	46
ตารางที่ 4 ผลการเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{Y}_a)$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2 : \sigma_{x_2}^2 = 1:1$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_{\varepsilon}^2 = 2:1$...	47
ตารางที่ 5 ผลการเปรียบเทียบค่า $AMSE(\hat{Y}_a)$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2 : \sigma_{x_2}^2 = 1:2$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_{\varepsilon}^2 = 2:1$	50
ตารางที่ 6 ผลการเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{Y}_a)$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2 : \sigma_{x_2}^2 = 1:2$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_{\varepsilon}^2 = 2:1$...	51
ตารางที่ 7 ผลการเปรียบเทียบค่า $AMSE(\hat{Y}_a)$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2 : \sigma_{x_2}^2 = 1:5$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_{\varepsilon}^2 = 2:1$	54
ตารางที่ 8 ผลการเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{Y}_a)$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2 : \sigma_{x_2}^2 = 1:5$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_{\varepsilon}^2 = 2:1$...	55
ตารางที่ 9 ผลการเปรียบเทียบค่า $AMSE(\hat{Y}_a)$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2 : \sigma_{x_2}^2 = 1:1$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_{\varepsilon}^2 = 1:1$	58
ตารางที่ 10 ผลการเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{Y}_a)$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2 : \sigma_{x_2}^2 = 1:1$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_{\varepsilon}^2 = 1:1$..	59
ตารางที่ 11 ผลการเปรียบเทียบค่า $AMSE(\hat{Y}_a)$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2 : \sigma_{x_2}^2 = 1:2$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_{\varepsilon}^2 = 1:1$	62
ตารางที่ 12 ผลการเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{Y}_a)$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2 : \sigma_{x_2}^2 = 1:2$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_{\varepsilon}^2 = 1:1$..	63
ตารางที่ 13 ผลการเปรียบเทียบค่า $AMSE(\hat{Y}_a)$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2 : \sigma_{x_2}^2 = 1:5$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_{\varepsilon}^2 = 1:1$	66
ตารางที่ 14 ผลการเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{Y}_a)$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2 : \sigma_{x_2}^2 = 1:5$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_{\varepsilon}^2 = 1:1$..	67
ตารางที่ 15 ผลการเปรียบเทียบค่า $AMSE(\hat{Y}_a)$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2 : \sigma_{x_2}^2 = 1:1$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_{\varepsilon}^2 = 1:2$	71

ตารางที่ 16 ผลการเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{Y}_a)$ เมื่อ $\sigma^2_{x_1} : \sigma^2_{x_2} = 1:1$ และ $\sigma^2_{x_1+x_2} : \sigma^2_{\varepsilon} = 1:2$. 72

ตารางที่ 17 ผลการเปรียบเทียบค่า $AMSE(\hat{Y}_a)$ เมื่อ $\sigma^2_{x_1} : \sigma^2_{x_2} = 1:2$ และ $\sigma^2_{x_1+x_2} : \sigma^2_{\varepsilon} = 1:2$
 75

ตารางที่ 18 ผลการเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{Y}_a)$ เมื่อ $\sigma^2_{x_1} : \sigma^2_{x_2} = 1:2$ และ $\sigma^2_{x_1+x_2} : \sigma^2_{\varepsilon} = 1:2$. 76

ตารางที่ 19 ผลการเปรียบเทียบค่า $AMSE(\hat{Y}_a)$ เมื่อ $\sigma^2_{x_1} : \sigma^2_{x_2} = 1:5$ และ $\sigma^2_{x_1+x_2} : \sigma^2_{\varepsilon} = 1:2$
 79

ตารางที่ 20 ผลการเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{Y}_a)$ เมื่อ $\sigma^2_{x_1} : \sigma^2_{x_2} = 1:5$ และ $\sigma^2_{x_1+x_2} : \sigma^2_{\varepsilon} = 1:2$. 80

ตารางที่ 21 สรุปวิธีการประมาณค่าตัวแปรตามที่มีประสิทธิภาพสูงสุดและวิธีที่มีประสิทธิภาพ
 เทียบเคียง 82

ตารางที่ 22 ผลการเปรียบเทียบค่า $AMSE(\hat{\beta}_{0,a})$ เมื่อ $\sigma^2_{x_1} : \sigma^2_{x_2} = 1:1$ และ $\sigma^2_{x_1+x_2} : \sigma^2_{\varepsilon} = 2:1$
 86

ตารางที่ 23 ผลการเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{\beta}_{0,a})$ เมื่อ $\sigma^2_{x_1} : \sigma^2_{x_2} = 1:1$ และ $\sigma^2_{x_1+x_2} : \sigma^2_{\varepsilon} = 2:1$. 87

ตารางที่ 24 ผลการเปรียบเทียบค่า $AMSE(\hat{\beta}_{0,a})$ เมื่อ $\sigma^2_{x_1} : \sigma^2_{x_2} = 1:2$ และ $\sigma^2_{x_1+x_2} : \sigma^2_{\varepsilon} = 2:1$
 90

ตารางที่ 25 ผลการเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{\beta}_{0,a})$ เมื่อ $\sigma^2_{x_1} : \sigma^2_{x_2} = 1:2$ และ $\sigma^2_{x_1+x_2} : \sigma^2_{\varepsilon} = 2:1$. 91

ตารางที่ 26 ผลการเปรียบเทียบค่า $AMSE(\hat{\beta}_{0,a})$ เมื่อ $\sigma^2_{x_1} : \sigma^2_{x_2} = 1:5$ และ $\sigma^2_{x_1+x_2} : \sigma^2_{\varepsilon} = 2:1$
 94

ตารางที่ 27 ผลการเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{\beta}_{0,a})$ เมื่อ $\sigma^2_{x_1} : \sigma^2_{x_2} = 1:5$ และ $\sigma^2_{x_1+x_2} : \sigma^2_{\varepsilon} = 2:1$. 95

ตารางที่ 28 ผลการเปรียบเทียบค่า $AMSE(\hat{\beta}_{0,a})$ เมื่อ $\sigma^2_{x_1} : \sigma^2_{x_2} = 1:1$ และ $\sigma^2_{x_1+x_2} : \sigma^2_{\varepsilon} = 1:1$
 98

ตารางที่ 29 ผลการเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{\beta}_{0,a})$ เมื่อ $\sigma^2_{x_1} : \sigma^2_{x_2} = 1:1$ และ $\sigma^2_{x_1+x_2} : \sigma^2_{\varepsilon} = 1:1$. 99

ตารางที่ 30 ผลการเปรียบเทียบค่า $AMSE(\hat{\beta}_{0,a})$ เมื่อ $\sigma^2_{x_1} : \sigma^2_{x_2} = 1:2$ และ $\sigma^2_{x_1+x_2} : \sigma^2_{\varepsilon} = 1:1$
 102

ตารางที่ 31 ผลการเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{\beta}_{0,a})$ เมื่อ $\sigma^2_{x_1} : \sigma^2_{x_2} = 1:2$ และ $\sigma^2_{x_1+x_2} : \sigma^2_{\varepsilon} = 1:1$
 103

ตารางที่ 32 ผลการเปรียบเทียบค่า AMSE($\hat{\beta}_{0,a}$) เมื่อ $\sigma^2_{x_1} : \sigma^2_{x_2} = 1:5$ และ $\sigma^2_{x_1+x_2} : \sigma^2_{\varepsilon} = 1:1$	106
.....	
ตารางที่ 33 ผลการเปรียบเทียบค่า RE($\hat{\beta}_{0,a}$) เมื่อ $\sigma^2_{x_1} : \sigma^2_{x_2} = 1:5$ และ $\sigma^2_{x_1+x_2} : \sigma^2_{\varepsilon} = 1:1$	107
.....	
ตารางที่ 34 ผลการเปรียบเทียบค่า AMSE($\hat{\beta}_{0,a}$) เมื่อ $\sigma^2_{x_1} : \sigma^2_{x_2} = 1:1$ และ $\sigma^2_{x_1+x_2} : \sigma^2_{\varepsilon} = 1:2$	110
.....	
ตารางที่ 35 ผลการเปรียบเทียบค่า RE($\hat{\beta}_{0,a}$) เมื่อ $\sigma^2_{x_1} : \sigma^2_{x_2} = 1:1$ และ $\sigma^2_{x_1+x_2} : \sigma^2_{\varepsilon} = 1:2$	111
.....	
ตารางที่ 36 ผลการเปรียบเทียบค่า AMSE($\hat{\beta}_{0,a}$) เมื่อ $\sigma^2_{x_1} : \sigma^2_{x_2} = 1:2$ และ $\sigma^2_{x_1+x_2} : \sigma^2_{\varepsilon} = 1:2$	114
.....	
ตารางที่ 37 ผลการเปรียบเทียบค่า RE($\hat{\beta}_{0,a}$) เมื่อ $\sigma^2_{x_1} : \sigma^2_{x_2} = 1:2$ และ $\sigma^2_{x_1+x_2} : \sigma^2_{\varepsilon} = 1:2$	115
.....	
ตารางที่ 38 ผลการเปรียบเทียบค่า AMSE($\hat{\beta}_{0,a}$) เมื่อ $\sigma^2_{x_1} : \sigma^2_{x_2} = 1:5$ และ $\sigma^2_{x_1+x_2} : \sigma^2_{\varepsilon} = 1:2$	118
.....	
ตารางที่ 39 ผลการเปรียบเทียบค่า RE($\hat{\beta}_{0,a}$) เมื่อ $\sigma^2_{x_1} : \sigma^2_{x_2} = 1:5$ และ $\sigma^2_{x_1+x_2} : \sigma^2_{\varepsilon} = 1:2$	119
.....	
ตารางที่ 40 สรุปวิธีการประมาณค่า β_0 ที่มีประสิทธิภาพสูงสุดและวิธีที่มีประสิทธิภาพเทียบเคียง	121
.....	
ตารางที่ 41 ผลการเปรียบเทียบค่า AMSE($\hat{\beta}_{1,a}$) เมื่อ $\sigma^2_{x_1} : \sigma^2_{x_2} = 1:1$ และ $\sigma^2_{x_1+x_2} : \sigma^2_{\varepsilon} = 2:1$	124
.....	
ตารางที่ 42 ผลการเปรียบเทียบค่า RE($\hat{\beta}_{1,a}$) เมื่อ $\sigma^2_{x_1} : \sigma^2_{x_2} = 1:1$ และ $\sigma^2_{x_1+x_2} : \sigma^2_{\varepsilon} = 2:1$	125
.....	
ตารางที่ 43 ผลการเปรียบเทียบค่า AMSE($\hat{\beta}_{1,a}$) เมื่อ $\sigma^2_{x_1} : \sigma^2_{x_2} = 1:2$ และ $\sigma^2_{x_1+x_2} : \sigma^2_{\varepsilon} = 2:1$	128
.....	
ตารางที่ 44 ผลการเปรียบเทียบค่า RE($\hat{\beta}_{1,a}$) เมื่อ $\sigma^2_{x_1} : \sigma^2_{x_2} = 1:2$ และ $\sigma^2_{x_1+x_2} : \sigma^2_{\varepsilon} = 2:1$	129
.....	

ตารางที่ 45 ผลการเปรียบเทียบค่า AMSE($\hat{\beta}_{1,a}$) เมื่อ $\sigma^2_{x_1} : \sigma^2_{x_2} = 1:5$ และ $\sigma^2_{x_1+x_2} : \sigma^2_{\varepsilon} = 2:1$	132
.....	
ตารางที่ 46 ผลการเปรียบเทียบค่า RE($\hat{\beta}_{1,a}$) เมื่อ $\sigma^2_{x_1} : \sigma^2_{x_2} = 1:5$ และ $\sigma^2_{x_1+x_2} : \sigma^2_{\varepsilon} = 2:1$	133
.....	
ตารางที่ 47 ผลการเปรียบเทียบค่า AMSE($\hat{\beta}_{1,a}$) เมื่อ $\sigma^2_{x_1} : \sigma^2_{x_2} = 1:1$ และ $\sigma^2_{x_1+x_2} : \sigma^2_{\varepsilon} = 1:1$	136
.....	
ตารางที่ 48 ผลการเปรียบเทียบค่า RE($\hat{\beta}_{1,a}$) เมื่อ $\sigma^2_{x_1} : \sigma^2_{x_2} = 1:1$ และ $\sigma^2_{x_1+x_2} : \sigma^2_{\varepsilon} = 1:1$	137
.....	
ตารางที่ 49 ผลการเปรียบเทียบค่า AMSE($\hat{\beta}_{1,a}$) เมื่อ $\sigma^2_{x_1} : \sigma^2_{x_2} = 1:2$ และ $\sigma^2_{x_1+x_2} : \sigma^2_{\varepsilon} = 1:1$	140
.....	
ตารางที่ 50 ผลการเปรียบเทียบค่า RE($\hat{\beta}_{1,a}$) เมื่อ $\sigma^2_{x_1} : \sigma^2_{x_2} = 1:2$ และ $\sigma^2_{x_1+x_2} : \sigma^2_{\varepsilon} = 1:1$	141
.....	
ตารางที่ 51 ผลการเปรียบเทียบค่า AMSE($\hat{\beta}_{1,a}$) เมื่อ $\sigma^2_{x_1} : \sigma^2_{x_2} = 1:5$ และ $\sigma^2_{x_1+x_2} : \sigma^2_{\varepsilon} = 1:1$	144
.....	
ตารางที่ 52 ผลการเปรียบเทียบค่า RE($\hat{\beta}_{1,a}$) เมื่อ $\sigma^2_{x_1} : \sigma^2_{x_2} = 1:5$ และ $\sigma^2_{x_1+x_2} : \sigma^2_{\varepsilon} = 1:1$	145
.....	
ตารางที่ 53 ผลการเปรียบเทียบค่า AMSE($\hat{\beta}_{1,a}$) เมื่อ $\sigma^2_{x_1} : \sigma^2_{x_2} = 1:1$ และ $\sigma^2_{x_1+x_2} : \sigma^2_{\varepsilon} = 1:2$	149
.....	
ตารางที่ 54 ผลการเปรียบเทียบค่า RE($\hat{\beta}_{1,a}$) เมื่อ $\sigma^2_{x_1} : \sigma^2_{x_2} = 1:1$ และ $\sigma^2_{x_1+x_2} : \sigma^2_{\varepsilon} = 1:2$	150
.....	
ตารางที่ 55 ผลการเปรียบเทียบค่า AMSE($\hat{\beta}_{1,a}$) เมื่อ $\sigma^2_{x_1} : \sigma^2_{x_2} = 1:2$ และ $\sigma^2_{x_1+x_2} : \sigma^2_{\varepsilon} = 1:2$	154
.....	
ตารางที่ 56 ผลการเปรียบเทียบค่า RE($\hat{\beta}_{1,a}$) เมื่อ $\sigma^2_{x_1} : \sigma^2_{x_2} = 1:2$ และ $\sigma^2_{x_1+x_2} : \sigma^2_{\varepsilon} = 1:2$	155
.....	
ตารางที่ 57 ผลการเปรียบเทียบค่า AMSE($\hat{\beta}_{1,a}$) เมื่อ $\sigma^2_{x_1} : \sigma^2_{x_2} = 1:5$ และ $\sigma^2_{x_1+x_2} : \sigma^2_{\varepsilon} = 1:2$	160
.....	

ตารางที่ 58 ผลการเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{\beta}_{1,a})$ เมื่อ $\sigma^2_{x_1} : \sigma^2_{x_2} = 1:5$ และ $\sigma^2_{x_1+x_2} : \sigma^2_{\varepsilon} = 1:2$	161
.....	
ตารางที่ 59 สรุปลักษณะการประมาณค่า β_1 ที่มีประสิทธิภาพสูงสุดและวิธีที่มีประสิทธิภาพเทียบเคียง	163
.....	
ตารางที่ 60 ผลการเปรียบเทียบค่า $AMSE(\hat{\beta}_{2,a})$ เมื่อ $\sigma^2_{x_1} : \sigma^2_{x_2} = 1:1$ และ $\sigma^2_{x_1+x_2} : \sigma^2_{\varepsilon} = 2:1$	168
.....	
ตารางที่ 61 ผลการเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{\beta}_{2,a})$ เมื่อ $\sigma^2_{x_1} : \sigma^2_{x_2} = 1:1$ และ $\sigma^2_{x_1+x_2} : \sigma^2_{\varepsilon} = 2:1$	169
.....	
ตารางที่ 62 ผลการเปรียบเทียบค่า $AMSE(\hat{\beta}_{2,a})$ เมื่อ $\sigma^2_{x_1} : \sigma^2_{x_2} = 1:2$ และ $\sigma^2_{x_1+x_2} : \sigma^2_{\varepsilon} = 2:1$	172
.....	
ตารางที่ 63 ผลการเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{\beta}_{2,a})$ เมื่อ $\sigma^2_{x_1} : \sigma^2_{x_2} = 1:2$ และ $\sigma^2_{x_1+x_2} : \sigma^2_{\varepsilon} = 2:1$	173
.....	
ตารางที่ 64 ผลการเปรียบเทียบค่า $AMSE(\hat{\beta}_{2,a})$ เมื่อ $\sigma^2_{x_1} : \sigma^2_{x_2} = 1:5$ และ $\sigma^2_{x_1+x_2} : \sigma^2_{\varepsilon} = 2:1$	176
.....	
ตารางที่ 65 ผลการเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{\beta}_{2,a})$ เมื่อ $\sigma^2_{x_1} : \sigma^2_{x_2} = 1:5$ และ $\sigma^2_{x_1+x_2} : \sigma^2_{\varepsilon} = 2:1$	177
.....	
ตารางที่ 66 ผลการเปรียบเทียบค่า $AMSE(\hat{\beta}_{2,a})$ เมื่อ $\sigma^2_{x_1} : \sigma^2_{x_2} = 1:1$ และ $\sigma^2_{x_1+x_2} : \sigma^2_{\varepsilon} = 1:1$	180
.....	
ตารางที่ 67 ผลการเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{\beta}_{2,a})$ เมื่อ $\sigma^2_{x_1} : \sigma^2_{x_2} = 1:1$ และ $\sigma^2_{x_1+x_2} : \sigma^2_{\varepsilon} = 1:1$	181
.....	
ตารางที่ 68 ผลการเปรียบเทียบค่า $AMSE(\hat{\beta}_{2,a})$ เมื่อ $\sigma^2_{x_1} : \sigma^2_{x_2} = 1:2$ และ $\sigma^2_{x_1+x_2} : \sigma^2_{\varepsilon} = 1:1$	184
.....	
ตารางที่ 69 ผลการเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{\beta}_{2,a})$ เมื่อ $\sigma^2_{x_1} : \sigma^2_{x_2} = 1:2$ และ $\sigma^2_{x_1+x_2} : \sigma^2_{\varepsilon} = 1:1$	185
.....	
ตารางที่ 70 ผลการเปรียบเทียบค่า $AMSE(\hat{\beta}_{2,a})$ เมื่อ $\sigma^2_{x_1} : \sigma^2_{x_2} = 1:5$ และ $\sigma^2_{x_1+x_2} : \sigma^2_{\varepsilon} = 1:1$	188
.....	

ตารางที่ 71 ผลการเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{\beta}_{2,a})$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2 : \sigma_{x_2}^2 = 1:5$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_{\varepsilon}^2 = 1:1$	189
ตารางที่ 72 ผลการเปรียบเทียบค่า $AMSE(\hat{\beta}_{2,a})$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2 : \sigma_{x_2}^2 = 1:1$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_{\varepsilon}^2 = 1:2$	192
ตารางที่ 73 ผลการเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{\beta}_{2,a})$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2 : \sigma_{x_2}^2 = 1:1$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_{\varepsilon}^2 = 1:2$	193
ตารางที่ 74 ผลการเปรียบเทียบค่า $AMSE(\hat{\beta}_{2,a})$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2 : \sigma_{x_2}^2 = 1:2$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_{\varepsilon}^2 = 1:2$	197
ตารางที่ 75 ผลการเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{\beta}_{2,a})$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2 : \sigma_{x_2}^2 = 1:2$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_{\varepsilon}^2 = 1:2$	198
ตารางที่ 76 ผลการเปรียบเทียบค่า $AMSE(\hat{\beta}_{2,a})$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2 : \sigma_{x_2}^2 = 1:5$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_{\varepsilon}^2 = 1:2$	201
ตารางที่ 77 ผลการเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{\beta}_{2,a})$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2 : \sigma_{x_2}^2 = 1:5$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_{\varepsilon}^2 = 1:2$	202
ตารางที่ 78 สรุปวิธีการประมาณค่า β_2 ที่มีประสิทธิภาพสูงสุดและวิธีที่มีประสิทธิภาพเทียบเคียง	204
ตารางที่ 79 วิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุดในการประมาณค่าตัวแปรตามจากตัวแบบการถดถอยเมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็ก ($n = 30$)	208
ตารางที่ 80 วิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุดในการประมาณค่าตัวแปรตามจากตัวแบบการถดถอยเมื่อตัวอย่างมีขนาดปานกลาง ($n = 50$)	208
ตารางที่ 81 วิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุดในการประมาณค่าตัวแปรตามจากตัวแบบการถดถอยเมื่อตัวอย่างมีขนาดใหญ่ ($n = 100$)	209

สารบัญรูปภาพ

รูปที่ 1 ข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาประเภทที่ 1 ที่มีจุดเริ่มเก็บข้อมูลต่างกัน 28

รูปที่ 2 ข้อมูลที่ถูกตัดปลายประเภทที่ 1 หลังจากเลื่อนจุดเวลาเก็บข้อมูลและเวลาในการศึกษา 29

รูปที่ 3 ข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาประเภทที่ 1 ที่มี Y_c แจกแจงแบบสมมาตร 35

รูปที่ 4 ข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาประเภทที่ 1 ที่ถูกปรับให้เริ่มเก็บข้อมูลพร้อมกันด้วยค่าเฉลี่ย ... 35

รูปที่ 5 กราฟเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{Y}_a)$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2 : \sigma_{x_2}^2 = 1:1$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_{\varepsilon}^2 = 2:1$ กรณี $r_2 = 0$ 45

รูปที่ 6 กราฟเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{Y}_a)$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2 : \sigma_{x_2}^2 = 1:1$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_{\varepsilon}^2 = 2:1$ 48

รูปที่ 7 กราฟเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{Y}_a)$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2 : \sigma_{x_2}^2 = 1:2$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_{\varepsilon}^2 = 2:1$ กรณี $r_2 = 0$ 49

รูปที่ 8 กราฟเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{Y}_a)$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2 : \sigma_{x_2}^2 = 1:2$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_{\varepsilon}^2 = 2:1$ 52

รูปที่ 9 กราฟเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{Y}_a)$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2 : \sigma_{x_2}^2 = 1:5$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_{\varepsilon}^2 = 2:1$ กรณี $r_2 = 0$ 53

รูปที่ 10 กราฟเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{Y}_a)$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2 : \sigma_{x_2}^2 = 1:5$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_{\varepsilon}^2 = 2:1$ 56

รูปที่ 11 กราฟเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{Y}_a)$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2 : \sigma_{x_2}^2 = 1:1$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_{\varepsilon}^2 = 1:1$ กรณี $r_2 = 0$ 57

รูปที่ 12 กราฟเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{Y}_a)$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2 : \sigma_{x_2}^2 = 1:1$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_{\varepsilon}^2 = 1:1$ 60

รูปที่ 13 กราฟเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{Y}_a)$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2 : \sigma_{x_2}^2 = 1:2$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_{\varepsilon}^2 = 1:1$ กรณี $r_2 = 0$ 61

รูปที่ 14 กราฟเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{Y}_a)$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2 : \sigma_{x_2}^2 = 1:2$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_{\varepsilon}^2 = 1:1$ 64

รูปที่ 15 กราฟเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{Y}_a)$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2 : \sigma_{x_2}^2 = 1:5$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_{\varepsilon}^2 = 1:1$ กรณี $r_2 = 0$ 65

รูปที่ 16 กราฟเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{Y}_a)$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2 : \sigma_{x_2}^2 = 1:5$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_{\varepsilon}^2 = 1:1$ 68

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

ในปัจจุบัน การวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อหาระยะเวลาการรอดชีวิตของผู้ป่วยหลังเข้ารับการรักษา มีความสำคัญอย่างมาก เพราะการทำนายระยะเวลาการรอดชีวิตได้ใกล้เคียงหรือแม่นยำ สามารถช่วยในการเตรียมตัวและวางแผนแก่ผู้ป่วยหลังเข้ารับการรักษาได้ โดยในขั้นตอนการเก็บข้อมูลผู้ป่วยทุกคนอาจไม่ได้เข้ามารับการรักษาพร้อมกัน แต่เข้ามารับการรักษาเมื่อเริ่มมีอาการ ผู้ป่วยแต่ละคนจึงเริ่มการรักษาที่เวลาแตกต่างกัน แล้วติดตามผลการรักษาอย่างต่อเนื่องว่ากลุ่มผู้ป่วยที่รับการรักษา มีระยะเวลาการรอดชีวิตอยู่เท่าไรจนถึงเวลาที่หยุดเก็บข้อมูล เช่นการวิเคราะห์ข้อมูลการอยู่รอดของผู้ที่รับการรักษาโรคมะเร็ง กลุ่มผู้ป่วยที่มีอาการผิดปกติได้รับการรักษาด้วยการฉายแสง แต่ผู้ป่วยเหล่านี้ไม่ได้เป็นโรคมะเร็งพร้อมกัน ไม่ได้เข้ามารับการรักษาพร้อมกัน ดังนั้นจึงเริ่มเก็บข้อมูลที่เวลาแตกต่างกัน แต่หยุดเก็บข้อมูลพร้อมกัน การพยากรณ์แต่ละครั้งจำเป็นต้องมีตัวแบบที่ใช้บอกความสัมพันธ์ของตัวแปรตามและตัวแปรอิสระ ซึ่งการวิเคราะห์หาระยะเวลาการรอดชีวิต ตัวแปรตามบางค่าเป็นข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาประเภทที่ 1 คือ ข้อมูลที่มีการกำหนดเวลาสำหรับศึกษาไว้ล่วงหน้า โดยข้อมูลที่เกิดขึ้นในช่วงเวลาที่ดำเนินการศึกษาเป็นข้อมูลที่ไม่ถูกตัดปลายทางขวาประเภทที่ 1 ส่วนข้อมูลที่เกิดหลังจากสิ้นสุดการศึกษาเป็นข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาประเภทที่ 1 ถือเป็นข้อมูลที่ไม่สมบูรณ์ ทำให้ข้อมูลดังกล่าวมีค่าเท่ากับระยะเวลาที่สิ้นสุดการศึกษา

สำหรับการหาตัวแบบที่ใช้บอกความสัมพันธ์ของตัวแปรนั้น เทคนิคที่ได้รับความนิยม คือ การวิเคราะห์ความถดถอย ซึ่งเป็นการวิเคราะห์ข้อมูลระหว่างตัวแปรตาม และตัวแปรอิสระ ว่ามีความสัมพันธ์เชิงเส้นในทิศทางบวกหรือลบ และมีความสัมพันธ์มากน้อยเพียงใด รวมทั้งได้สมการที่ใช้พยากรณ์ค่าเฉลี่ยของตัวแปรตามเมื่อรู้ค่าตัวแปรอิสระ โดยการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ของสมการถดถอย วิธีที่ใช้ประมาณค่านั้นเลือกจากความเหมาะสมจากข้อมูลที่มี และต้องมีการทดสอบสมมติฐานของค่าสัมประสิทธิ์ของสมการถดถอยที่ได้ เพื่อเป็นการยืนยันว่าค่าประมาณที่ได้มาสามารถเป็นตัวแทนค่าพารามิเตอร์ที่ใช้บอกคุณลักษณะของประชากรที่กำลังศึกษาหรือไม่

วิธีที่ง่ายที่สุดในการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ของสมการถดถอย โดยที่ตัวแปรตามบางค่าเป็นข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาประเภทที่ 1 คือ การตัดข้อมูลที่ถูกต้องปลายทางขวาประเภทที่ 1 ทิ้งไป แต่มีข้อเสียคือ ค่าเฉลี่ยของค่าประมาณของตัวแปรตามที่ได้มีค่าต่ำกว่าค่าเฉลี่ยของตัวแปรตามที่แท้จริงและมีความคลาดเคลื่อนจากการประมาณสูง เนื่องจากข้อมูลที่ใช้ในการประมาณพารามิเตอร์

ลดลง ดังนั้นผู้วิจัยจึงมีความสนใจในการหาตัวประมาณที่ทำให้ตัวแปรตามที่ได้จากการประมาณค่ามีความใกล้เคียงกับค่าของตัวแปรตามที่แท้จริง ซึ่งจากการค้นคว้างานวิจัยที่เกี่ยวข้องพบว่า

บังอร กุมพล (2539) ได้ศึกษาการวิเคราะห์การถดถอยเชิงเส้นพหุ เมื่อตัวแปรตามมีค่าถูกตัดทิ้งทางขวาประเภทที่ 1 โดยใช้วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ 3 วิธี ได้แก่ วิธีการของสมิท วิธีการประมาณค่าด้วยภาวะน่าจะเป็นสูงสุด และวิธีการโมดิไฟด์แอกซ์ชูเรียล โดยใช้ค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเป็นตัวเปรียบเทียบ ผลการวิจัยพบว่า แต่ละวิธีมีความเหมาะสมในสถานการณ์ที่แตกต่างกันออกไป โดย วิธีการของสมิทเหมาะกับสถานการณ์ที่ สัดส่วนของข้อมูลที่ถูกลบทิ้งเป็น 0.1 0.2 0.3 ณ ทุกระดับขนาดตัวอย่างที่ทำการศึกษา ยกเว้นกรณีที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 10 สัดส่วนข้อมูลที่ถูกลบทิ้งเป็น 0.1 วิธีการโมดิไฟด์แอกซ์ชูเรียลใช้ประมาณค่าได้ดีกว่าวิธีอื่น แต่เมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเพิ่มขึ้น วิธีการประมาณค่าด้วยภาวะน่าจะเป็นสูงสุดเป็นวิธีที่ดีกว่าในการประมาณค่า ซึ่งปัจจัยที่มีผลต่อค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง คือ ขนาดตัวอย่างและสัดส่วนของข้อมูลที่ถูกลบทิ้ง โดยค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองแปรผกผันกับขนาดตัวอย่าง แต่แปรผันตรงกับสัดส่วนของข้อมูลที่ถูกลบทิ้ง

จำเนียร จำนงรักษ์ (2539) ได้ศึกษาการพยากรณ์ในสมการถดถอยเชิงเส้นพหุเมื่อค่าตัวแปรตามถูกตัดปลายทางขวาประเภทที่ 1 โดยใช้วิธีการประมาณพารามิเตอร์ 4 วิธี ได้แก่ วิธีกำลังสองต่ำสุด วิธีการของแซตเทอร์จีและแมคลีช วิธีการของบัดเลย์และเจมส์ และวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดด้วยขั้นตอนอีเอ็ม โดยใช้ค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเป็นตัวเปรียบเทียบ ผลการวิจัยพบว่า การประมาณด้วยวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดด้วยขั้นตอนอีเอ็มเป็นวิธีที่ให้ค่าความคลาดเคลื่อนต่ำที่สุดในทุกสถานการณ์ที่ทำการศึกษา

ศิวพร ทิพย์พันธุ์ (2561) ได้ศึกษาการเปรียบเทียบการประมาณค่าจากตัวแบบความถดถอยสำหรับข้อมูลที่ถูกลบปลายทางขวาแบบที่ 1 ที่มีการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล โดยใช้วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ 4 วิธี ได้แก่ วิธีกำลังสองต่ำสุด วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดด้วยขั้นตอนอีเอ็ม วิธีการของแซตเทอร์จีและแมคลีช ผลการวิจัยพบว่า วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดและวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดด้วยขั้นตอนอีเอ็ม ให้ค่าความคลาดเคลื่อนต่ำสุดเมื่อตัวอย่างมีขนาดใหญ่ หรือตัวแปรตามมีข้อมูลที่ถูกลบทิ้งเยอะ วิธีกำลังสองต่ำสุดให้ค่าความคลาดเคลื่อนต่ำสุดเมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็ก หรือตัวแปรตามมีข้อมูลที่ถูกลบปลายทางขวาน้อย ส่วนวิธีแซตเทอร์จีและแมคลีช

ให้ค่าความคลาดเคลื่อนต่ำสุดเมื่อตัวอย่างมีขนาดปานกลาง หรือตัวแปรตามมีข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาปานกลาง

สำหรับงานวิจัยนี้ได้ทำการศึกษาและเปรียบเทียบการประมาณค่าตัวแปรตามเมื่อตัวแปรตามบางค่าเป็นข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาแบบที่ 1 ซึ่งจุดเวลาที่เริ่มเก็บข้อมูลเป็นจุดสุ่มที่มีการแจกแจงแบบสมมาตร โดยการใช้การวิเคราะห์ความถดถอย ตัวแปรตามมีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระและค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล ด้วยวิธีการประมาณค่าแบบกำลังสองต่ำสุดวิธีของแชตเทอร์จีและแมคลีช วิธีภาวน่าจะเป็นสูงสุดด้วยขั้นตอนอีเอ็ม และวิธีภาวน่าจะเป็นสูงสุดด้วยขั้นตอนอีเอ็มเมื่อมีการปรับค่าข้อมูลก่อนคำนวณ

1.2 วัตถุประสงค์การวิจัย

เพื่อศึกษาและเปรียบเทียบการประมาณค่าตัวแปรตามที่มีข้อมูลบางค่าเป็นข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาแบบที่ 1 (ข้อมูลที่มีการกำหนดเวลาคงที่สำหรับการศึกษาไว้ล่วงหน้า) โดยมีจุดเวลาที่เริ่มเก็บข้อมูลแบบสุ่มที่มีการแจกแจงแบบสมมาตร สำหรับการวิเคราะห์ความถดถอยที่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระและค่าความคลาดเคลื่อนที่มีการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอลด้วยวิธีกำลังสองต่ำสุด (Ordinary Least Squares Method; OLS Method), วิธีของแชตเทอร์จีและแมคลีช (Chatterjee and McLeish Method; CM Method) วิธีภาวน่าจะเป็นสูงสุดด้วยขั้นตอนอีเอ็ม (Maximum Likelihood Estimation using the EM algorithm Method; MLE using the EM algorithm Method) และวิธีภาวน่าจะเป็นสูงสุดด้วยขั้นตอนอีเอ็มเมื่อมีการปรับค่าข้อมูลก่อนคำนวณ (MLE using the EM algorithm with adjusted data; MLE using the EM algorithm with AD)

1.3 นิยามและสัญลักษณ์ (ธีระพร วีระถาวร, 2536)

ให้	θ	คือ ค่าพารามิเตอร์
	$\hat{\theta}$	คือ ค่าประมาณของพารามิเตอร์ θ

ความแปรปรวน (Variance) ของตัวประมาณของพารามิเตอร์ θ คือ

$$\text{Var}(\hat{\theta}) = E \left[(\hat{\theta} - E(\hat{\theta}))^2 \right]$$

ค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (Mean Square Error) ของตัวประมาณพารามิเตอร์ θ คือ

$$\text{MSE}(\hat{\theta}) = E \left[(\hat{\theta} - \theta)^2 \right]$$

ความเอนเอียง (Bias) ของตัวประมาณของพารามิเตอร์ θ คือ

$$\text{Bias}(\hat{\theta}) = E(\hat{\theta}) - \theta$$

1.4 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1. เป็นแนวทางในการเลือกตัวประมาณที่เหมาะสมกับข้อมูลที่ถูกต้องตัดปลายทางขวาแบบสุ่ม เพื่อให้ได้ค่าประมาณของตัวแปรตามใกล้เคียงกับค่าที่แท้จริงของตัวแปรตาม
2. เป็นแนวทางในการศึกษาเมื่อระยะเวลาสังเกตของข้อมูลแต่ละตัวมีการแจกแจงแบบอื่น ๆ

บทที่ 2

ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.1 ข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวา (Right censored data)

คือ ข้อมูลที่ไม่ทราบค่าสังเกตที่แท้จริง ข้อมูลชนิดนี้มักเกิดกับการศึกษาที่เกี่ยวข้องกับระยะเวลาการอยู่รอด ซึ่ง Klein และ Moeschberger (2003) ได้อธิบายว่า ข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาประเภทที่ 1 เกิดขึ้นเมื่อมีการกำหนดเวลาสิ้นสุดการศึกษาไว้ล่วงหน้า โดยข้อมูลที่เกิดขึ้นระหว่างการศึกษาคือข้อมูลที่ไมถูกตัดปลาย ส่วนข้อมูลที่เกิดหลังสิ้นสุดการศึกษาเป็นข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาประเภทที่ 1 ซึ่งไม่สามารถระบุค่าที่แท้จริงได้ ดังนั้นจึงให้ข้อมูลดังกล่าวมีค่าเท่ากับระยะเวลาที่ใช้ในการศึกษาที่มีการกำหนดไว้ เช่น การศึกษาจำนวนเดือนที่มีชีวิตรอดของผู้ป่วยหลังเข้ารับการรักษา เนื่องจากการติดตามผลของผู้ป่วยทุกคนจนกว่าจะเสียชีวิตนั้นเป็นเรื่องที่ทำได้ยาก ดังนั้นจึงกำหนดเวลาในการศึกษาเป็น 60 เดือน ถ้าผู้ป่วยเสียชีวิตในระหว่างการศึกษาก็ถือว่าเป็นข้อมูลที่ไมถูกตัดปลาย โดยผู้วิจัยบันทึกระยะเวลารอดชีวิตของผู้ป่วยให้เท่ากับระยะเวลารอดชีวิตที่แท้จริง ส่วนระยะเวลาของผู้ป่วยที่เสียชีวิตหลังสิ้นสุดการวิจัยซึ่งไม่สามารถระบุค่าที่แท้จริงได้ ถือว่าเป็นข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาประเภทที่ 1 โดยผู้วิจัยบันทึกระยะเวลารอดชีวิตของผู้ป่วยดังกล่าวให้เท่ากับ 60 เดือน เป็นต้น

ให้ Y_c เป็นเวลาในการศึกษาที่กำหนดไว้ล่วงหน้า
 Y_1, Y_2, \dots, Y_n เป็นตัวแปรสุ่มเวลาจริงที่เกิดเหตุการณ์ที่ศึกษา ซึ่งมี
การแจกแจงเหมือนกัน
 $Y_1^*, Y_2^*, \dots, Y_n^*$ เป็นตัวแปรสุ่มค่าสังเกต ซึ่งถูกบันทึกโดยผู้วิจัย

นิยาม $Y_i^* = \min(Y_i, Y_c)$

เมื่อตัวแปรสุ่มเวลาจริงที่เกิดเหตุการณ์ที่สนใจศึกษามีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับเวลาในการศึกษาที่กำหนดไว้ล่วงหน้า ตัวแปรสุ่มนั้นเป็นข้อมูลที่ไมถูกตัดปลายและเวลาจนเกิดเหตุการณ์ที่ศึกษาถูกบันทึกให้เป็นเวลาจริงที่เกิดเหตุการณ์ที่ศึกษา แต่หากตัวแปรสุ่มเวลาจริงที่เกิดเหตุการณ์ที่ศึกษามีค่ามากกว่าเวลาในการศึกษาที่กำหนดไว้ ตัวแปรสุ่มนั้นเป็นข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาประเภทที่ 1 และเวลาจนเกิดเหตุการณ์ที่ศึกษาถูกบันทึกให้เป็นเวลาในการศึกษาที่กำหนดไว้

กล่าวคือ $Y_i^* = \begin{cases} Y_i, & Y_i \leq Y_c \\ Y_c, & Y_i > Y_c \end{cases}$ (ถ้าเป็นข้อมูลที่ไมถูกตัดปลายทางขวาประเภทที่ 1)
(ถ้าเป็นข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาประเภทที่ 1)

และตัวระบุว่าเป็นข้อมูลที่ถูกต้องปลายทางขวาประเภทที่ 1 คือ

$$\delta_i = \begin{cases} 0, & Y_i \leq Y_c \\ 1, & Y_i > Y_c \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{(ถ้าเป็นข้อมูลที่ไม่ถูกต้องปลายทางขวาประเภทที่ 1)} \\ \text{(ถ้าเป็นข้อมูลที่ถูกต้องปลายทางขวาประเภทที่ 1)} \end{array}$$

เพื่อความสะดวกจะเขียนในรูปคู่ของตัวแปรสุ่ม คือ (y_i, δ_i)

Jöreskog (2002) ได้กล่าวถึงฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็นของข้อมูลที่มีข้อมูลบางส่วนได้ถูกต้องปลายทางขวาประเภทที่ 1 ไว้ดังนี้

$$L(y_i) = \begin{cases} f(Y_i) & , Y_i \leq Y_c \quad \text{(ถ้าเป็นข้อมูลที่ไม่ถูกต้องปลายทางขวาประเภทที่ 1)} \\ P(Y_i > Y_c) = S(Y_c) & , Y_i > Y_c \quad \text{(ถ้าเป็นข้อมูลที่ถูกต้องปลายทางขวาประเภทที่ 1)} \end{cases}$$

หรือกล่าวได้ว่า $P(Y_i > Y_c) = S(Y_c)$ คือ ฟังก์ชันการอยู่รอด

และมีฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็นรวม คือ

$$L = \prod_{i=1}^m f(Y_i) \times \prod_{i=m+1}^n S(Y_c)$$

2.2 การแจกแจงที่ใช้ในงานวิจัย

2.2.1 การแจกแจงแบบปกติ (Normal Distribution)

ให้ X เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบปกติ ที่มีค่าเฉลี่ย μ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน σ เขียนแทนด้วย $X \sim N(\mu, \sigma)$ มีฟังก์ชันความหนาแน่นน่าจะเป็น (Probability Density Function; PDF) ดังนี้

$$f(x; \mu, \sigma) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right]}$$

โดย $-\infty < x < \infty, -\infty < \mu < \infty$ และ $\sigma > 0$

และมีฟังก์ชันการแจกแจงสะสม (Cumulative Distribution Function; CDF) ดังนี้

$$P(X \leq x) = F(x; \mu, \sigma) = \Phi\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)$$

เมื่อ $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{\left(-\frac{t^2}{2}\right)} dt$ เป็น standard normal CDF

2.2.2 การแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล (Lognormal Distribution)

ให้ Y เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล เขียนแทนด้วย $Y \sim \text{LOGNOR}(\mu, \sigma)$ ถ้า $Y = e^X \sim \text{LOGNOR}(\mu, \sigma)$ เมื่อ $X \sim N(\mu, \sigma)$ แล้ว $\ln(Y) \sim N(\mu, \sigma)$

Y ฟังก์ชันความหนาแน่นน่าจะเป็น (Probability Density Function; PDF) ดังนี้

$$f(y; \mu, \sigma) = \frac{1}{y\sigma\sqrt{2\pi}} e^{\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln(y)-\mu}{\sigma}\right)^2\right]}$$

โดย $y > 0, -\infty < \mu < \infty$ และ $\sigma > 0$

และมีฟังก์ชันการแจกแจงสะสม (Cumulative Distribution Function; CDF) ดังนี้

$$P(Y \leq y) = F(y; \mu, \sigma) = \Phi\left(\frac{\ln(y) - \mu}{\sigma}\right)$$

เมื่อ $\Phi(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^y e^{\left(-\frac{t^2}{2}\right)} dt$ เป็น standard normal CDF

2.2.3 การแจกแจงแบบสม่ำเสมอ (Uniform Distribution)

ให้ W เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบสม่ำเสมอบนช่วง $[a, b]$ ด้วยความน่าจะเป็นเท่า ๆ กัน เขียนแทนด้วย $W \sim U(a, b)$ มีฟังก์ชันความหนาแน่นน่าจะเป็น (Probability Density Function; PDF) ดังนี้

$$f(w; a, b) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & \text{เมื่อ } a \leq w \leq b \\ 0 & \text{เมื่อ } W \text{ เป็นค่าที่อยู่นอกช่วง } [a, b] \end{cases}$$

ซึ่ง a และ b เป็นค่าคงที่และ $a < b$

และมีฟังก์ชันการแจกแจงสะสม (Cumulative Distribution Function; CDF) ดังนี้

$$P(W \leq w) = \begin{cases} 1 & \text{เมื่อ } w \geq b \\ \frac{w-a}{b-a} & \text{เมื่อ } a \leq w < b \\ 0 & \text{เมื่อ } w < a \end{cases}$$

ถ้า $W \sim U(a, b)$ แล้ว $Y = c - W$ แล้ว $Y \sim U(c - b, c - a)$ ดังนี้

$$F_W(w) = \frac{w-a}{b-a} \text{ เมื่อ } a \leq w < b$$

และ

$$F_Y = P(Y \leq y)$$

$$= P(b - W \leq y)$$

$$= P(W \geq c - y)$$

$$= 1 - P(W \leq c - y)$$

$$= 1 - F_W(c - y)$$

$$F_Y = 1 - \frac{c-y-a}{b-a} = \frac{y-(c-b)}{(c-b)-(c-a)} \text{ เมื่อ } c-b \leq y < c-a$$

และ

$$f(y) = \frac{1}{b-a} \text{ เมื่อ } c-b \leq y < c-a$$

ตัวแปรสุ่ม Y จึงแจกแจงอย่างสม่ำเสมอด้วยความน่าจะเป็น $\frac{1}{b-a}$ เท่า ๆ กันบนช่วง $[c-b, c-a]$

ดังนั้น $Y \sim U(c-b, c-a)$

2.3 การวิเคราะห์ความถดถอย

การวิเคราะห์ความถดถอยเป็นการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรตามกับตัวแปรอิสระ โดยที่ตัวแปรตามเป็นข้อมูลชนิดปริมาณ ส่วนตัวแปรตามเป็นได้ทั้งข้อมูลชนิดปริมาณและข้อมูลเชิงคุณภาพ และสร้างสมการพยากรณ์ในการประมาณค่าเฉลี่ยของตัวแปรตามเมื่อทราบค่าของตัวแปรอิสระ โดยมีตัวแบบการวิเคราะห์ดังนี้

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \cdots + \beta_p X_{pi} + \varepsilon$$

โดย Y_i' คือ ค่าจริงของตัวแปรตาม ลำดับที่ i

Y_i คือ ค่าสังเกตของตัวแปรตาม ลำดับที่ i

\hat{Y}_i คือ ค่าประมาณของตัวแปรตาม ลำดับที่ i

X_{ji} คือ ค่าตัวแปรอิสระตัวที่ j ลำดับที่ i

β_j คือ ค่าพารามิเตอร์ของการวิเคราะห์ความถดถอยพหุเชิงเส้นตัวที่ j

$\hat{\beta}_j$ คือ ค่าประมาณของค่าพารามิเตอร์ของการวิเคราะห์ความถดถอยพหุเชิงเส้นตัวที่ j

β_0 คือ ค่าระยะตัดแกน y ที่แท้จริง

$\hat{\beta}_0$ คือ ค่าประมาณของระยะตัดแกน y

ε_i คือ ค่าความคลาดเคลื่อนที่แท้จริงลำดับที่ i ซึ่งมีค่าเท่ากับ $Y_i - Y'_i$

e_i คือ เศษเหลือหรือค่าประมาณของค่าความคลาดเคลื่อนลำดับที่ i ซึ่งมีค่าเท่ากับ

$$Y_i - \hat{Y}_i$$

p คือ จำนวนตัวแปรอิสระ

i คือ ดัชนีบอกชุดข้อมูล ซึ่ง $i = 1, 2, \dots, n$

j คือ ดัชนีบอกลำดับตัวแปรอิสระ ซึ่ง $j = 1, 2, \dots, p$

แสดงในรูปเมทริกซ์ได้ดังนี้

$$\mathbf{Y}' = \begin{bmatrix} Y'_1 \\ Y'_2 \\ \vdots \\ Y'_n \end{bmatrix}_{nx1}, \mathbf{Y} = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix}_{nx1}, \hat{\mathbf{Y}} = \begin{bmatrix} \hat{Y}_1 \\ \hat{Y}_2 \\ \vdots \\ \hat{Y}_n \end{bmatrix}_{nx1}, \boldsymbol{\beta} = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_p \end{bmatrix}_{(p+1)x1}$$

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = \begin{bmatrix} \hat{\beta}_0 \\ \hat{\beta}_1 \\ \vdots \\ \hat{\beta}_p \end{bmatrix}_{(p+1)x1}, \mathbf{X} = \begin{bmatrix} 1 & X_{11} & X_{21} & \cdots & X_{p1} \\ 1 & X_{12} & X_{22} & \cdots & X_{p2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & X_{1n} & X_{2n} & \cdots & X_{pn} \end{bmatrix}_{nx(p+1)}$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}_{nx1}, \mathbf{e} = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \vdots \\ e_n \end{bmatrix}_{nx1}$$

ค่าสังเกตของตัวแบบของการวิเคราะห์ความถดถอยพหุเชิงเส้นสามารถเขียนได้ 2 แบบ ดังนี้

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \cdots + \beta_p X_{pi} + \varepsilon_i$$

เขียนในรูปเมทริกซ์เป็น $\mathbf{Y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon}$

$$\text{หรือ } Y_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_{1i} + \hat{\beta}_2 X_{2i} + \cdots + \hat{\beta}_p X_{pi} + e_i$$

เขียนในรูปเมทริกซ์เป็น $\mathbf{Y} = \mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}} + \mathbf{e}$

และสมการที่ใช้พยากรณ์ซึ่งสร้างจากการวิเคราะห์ความถดถอยพหุเชิงเส้น คือ

$$\hat{Y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_{1i} + \hat{\beta}_2 X_{2i} + \cdots + \hat{\beta}_p X_{pi}$$

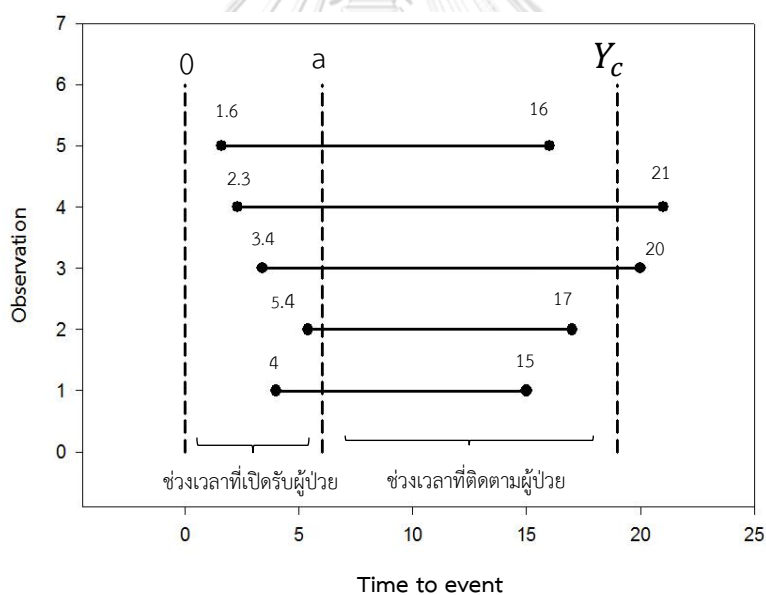
เขียนในรูปเมทริกซ์เป็น $\hat{\mathbf{Y}} = \mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}}$

2.4 ลักษณะข้อมูลที่ใช้ในงานวิจัย

งานวิจัยครั้งนี้เป็นการจำลองข้อมูลเพื่อวิเคราะห์ระยะเวลารอดชีวิตของผู้ป่วยหลังได้รับการรักษา ซึ่งในความเป็นจริงแล้วผู้ป่วยไม่ได้เข้ารับการรักษาร่วมกัน ต้องกำหนดช่วงเวลาในการเปิดรับผู้ป่วยในการศึกษาด้วย ดังนั้นจึงแบ่งช่วงเวลาออกเป็นสองส่วนคือ ช่วงเวลาที่เปิดรับผู้ป่วยในการศึกษา และช่วงเวลาที่ติดตามการรอดชีวิตของผู้ป่วย และจุดเวลาที่ผู้ป่วยเข้ารับการรักษาคือจุดสุ่มซึ่งอาจมีการแจกแจงแบบต่าง ๆ แต่ในงานวิจัยครั้งนี้ สนใจเฉพาะกรณีจุดสุ่มที่แจกแจงแบบสม่ำเสมอ และช่วงเวลาที่เปิดรับผู้ป่วยในการศึกษาเพื่อให้ความเหมาะสมจึงกำหนดให้เป็นร้อยละ 10, 20 และ 30 ของช่วงติดตามการรอดชีวิตของผู้ป่วย

นิยาม random censoring ratio คือ สัดส่วนของช่วงเวลาที่เปิดรับผู้ป่วยต่อช่วงเวลาที่ติดตามการรอดชีวิตของผู้ป่วย

เมื่อ ช่วงเวลาที่เปิดรับผู้ป่วยคิดเป็นร้อยละ 10, 20 และ 30 ของช่วงเวลาที่ติดตามการรอดชีวิตของผู้ป่วย ค่า random censoring ratio จึงมีค่าเป็น 0.1, 0.2 และ 0.3 ตามลำดับ

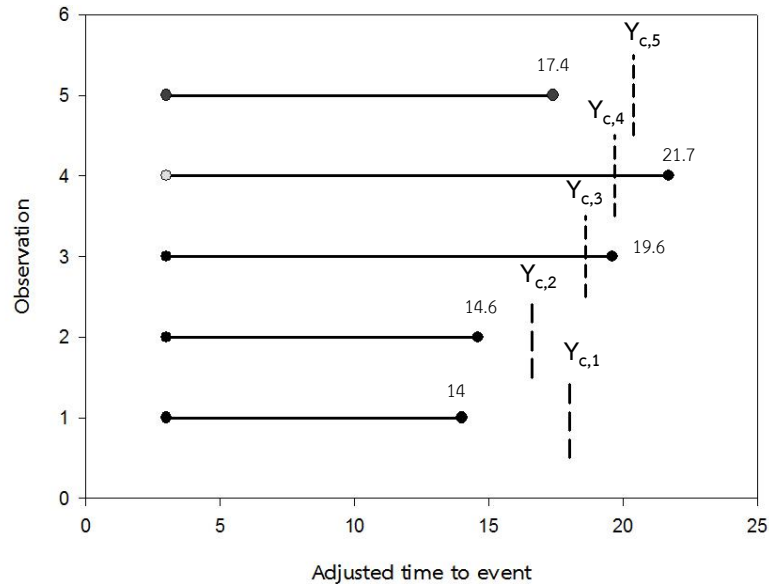


รูปที่ 1 ข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาประเภทที่ 1 ที่มีจุดเริ่มเก็บข้อมูลต่างกัน

จากรูปที่ 1 เป็นกราฟแสดงระยะเวลาของข้อมูล 5 ตัว จากจุดเวลาที่เริ่มเก็บข้อมูลจนถึงจุดเวลาที่เกิดเหตุการณ์ที่สนใจแสดงด้วยเส้นทึบ และข้อมูลแต่ละชุดมีจุดเริ่มเก็บข้อมูลที่แตกต่างกัน (จุดเวลาที่เริ่มเก็บข้อมูลเป็นจุดสุ่มที่มีการแจกแจงแบบสม่ำเสมอบนช่วง $(0, a)$ และมีเส้นประแสดงเวลาในการศึกษาที่กำหนดไว้ล่วงหน้า (Y_c) ซึ่งในข้อมูล 5 ตัว มีข้อมูล 2 ตัว ที่เป็นข้อมูลที่ถูกต้องปลายทางขวาประเภทที่ 1 ในการนำข้อมูลไปคำนวณจึงได้เลื่อนจุดเริ่มต้นของข้อมูลแต่ละตัวให้เท่ากัน ดังนั้นจึงต้องเลื่อน Y_c สำหรับข้อมูลแต่ละตัวด้วย

กำหนดให้ W_i เป็นตัวแปรสุ่มแสดงระยะห่างระหว่างจุดเวลาที่เริ่มการศึกษากับจุดเวลาที่เริ่มเก็บค่าของข้อมูลแต่ละตัว ซึ่งมีการแจกแจงแบบสม่ำเสมอบนช่วง $(0, a)$

จากการเลื่อนจุดเวลาเก็บข้อมูลและค่า Y_c สามารถแสดงข้อมูลได้ดังรูปที่ 2 ต่อไปนี้



รูปที่ 2 ข้อมูลที่ถูกตัดปลายประเภทที่ 1 หลังจากเลื่อนจุดเวลาเก็บข้อมูลและเวลาในการศึกษา จากรูปที่ 2 เมื่อเลื่อนจุดเวลาที่เริ่มเก็บข้อมูลและเวลาในการศึกษาแล้ว ข้อมูลแต่ละตัว มีเวลาในการศึกษาที่แตกต่างกัน (เส้นประ) เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $Y_{c,i}$ และสามารถเขียนในรูปเมทริกซ์ได้ดังนี้

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} W_1 \\ W_2 \\ \vdots \\ W_n \end{bmatrix}_{n \times 1}, \mathbf{Y}_c = \begin{bmatrix} Y_c - W_1 \\ Y_c - W_2 \\ \vdots \\ Y_c - W_n \end{bmatrix}_{n \times 1} = \begin{bmatrix} Y_{c,1} \\ Y_{c,2} \\ \vdots \\ Y_{c,n} \end{bmatrix}_{n \times 1}$$

กำหนด $Y_i^* = \min(Y_i, Y_{c,i})$ เป็นข้อมูลเวลาที่ถูกบันทึก

ซึ่ง $Y_i^* = \begin{cases} Y_i, & Y_i \leq Y_{c,i} \text{ (ตัวแปรตามที่ไม่ถูกตัดปลายทางขวาประเภทที่ 1 มีจำนวน } m \text{ ค่า คือ } i=1, 2, \dots, m) \\ Y_{c,i}, & Y_i > Y_{c,i} \text{ (ตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวาประเภทที่ 1 มีจำนวน } n-m \text{ ค่า คือ } i=m+1, \dots, n) \end{cases}$

$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \dots + \beta_p X_{pi} + \varepsilon$ คือ ค่าสังเกตของตัวแบบ

การวิเคราะห์ความถดถอยพหุเชิงเส้นลำดับ i เมื่อ $i = 1, 2, \dots, m-1, m, m+1, \dots, n$ และ $m \leq n$

σ คือ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานที่แท้จริง

\hat{O} คือ ค่าประมาณส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

$$\mathbf{X}^{(NC)} = \begin{bmatrix} 1 & X_{11} & X_{21} & \dots & X_{p1} \\ 1 & X_{12} & X_{22} & \dots & X_{p2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & X_{1n} & X_{2n} & \dots & X_{pn} \end{bmatrix}_{m \times (p+1)}$$

$$\mathbf{X}^{(C)} = \begin{bmatrix} 1 & X_{1(m+1)} & X_{2(m+1)} & \dots & X_{p(m+1)} \\ 1 & X_{1(m+2)} & X_{2(m+2)} & \dots & X_{p(m+2)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & X_{1n} & X_{2n} & \dots & X_{pn} \end{bmatrix}_{(n-m) \times (p+1)}$$

ดังนั้น

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} 1 & X_{11} & X_{21} & \dots & X_{p1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & X_{1m} & X_{2m} & \dots & X_{pm} \\ \hline 1 & X_{1(m+1)} & X_{2(m+1)} & \dots & X_{p(m+1)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & X_{1n} & X_{2n} & \dots & X_{pn} \end{bmatrix}_{n \times (p+1)}$$

$\left. \begin{array}{l} \mathbf{X}^{(NC)} \\ \mathbf{X}^{(C)} \end{array} \right\}$

และให้

$$\mathbf{Y}^{(NC)*} = \begin{bmatrix} Y_1^* \\ Y_2^* \\ \vdots \\ Y_m^* \end{bmatrix}_{m \times 1} = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_m \end{bmatrix}_{m \times 1}$$

$$\mathbf{Y}^{(C)*} = \begin{bmatrix} Y_{m+1}^* \\ Y_{m+2}^* \\ \vdots \\ Y_n^* \end{bmatrix}_{(n-m) \times 1} = \begin{bmatrix} Y_{c,(m+1)} \\ Y_{c,(m+2)} \\ \vdots \\ Y_{c,n} \end{bmatrix}_{(n-m) \times 1}$$

ดังนั้น

$$\mathbf{Y}^* = \begin{bmatrix} Y_1^* \\ \vdots \\ Y_m^* \\ \hline Y_{m+1}^* \\ \vdots \\ Y_n^* \end{bmatrix}_{n \times 1} = \begin{bmatrix} Y_1 \\ \vdots \\ Y_m \\ \hline Y_{c,(m+1)} \\ \vdots \\ Y_{c,n} \end{bmatrix}_{n \times 1}$$

$\left. \begin{array}{l} \mathbf{Y}^{(NC)*} \\ \mathbf{Y}^{(C)*} \end{array} \right\}$

และเมทริกซ์ของข้อมูลที่มีความสมบูรณ์ คือ $\tilde{\mathbf{Y}} = \begin{bmatrix} \tilde{Y}_1 \\ \tilde{Y}_2 \\ \vdots \\ \tilde{Y}_n \end{bmatrix}_{n \times 1}$

2.5 วิธีประมาณที่ใช้ในการศึกษา

2.5.1 การประมาณด้วยวิธีกำลังสองต่ำสุด (Ordinary Least Squares Method)

วิธีการประมาณด้วยวิธีกำลังสองต่ำสุดถูกคิดค้นโดย Gauss (1809) โดยเป็นการทำให้ผลรวมกำลังสองของเศษเหลือมีค่าต่ำสุด ซึ่งในการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ของสมการถดถอยพหุเชิงเส้นนั้นหาค่าประมาณจากค่าสังเกต คือ $\mathbf{Y} = \mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}} + \mathbf{e}$ ซึ่งกำลังสองของเศษเหลือต้องมีค่าต่ำสุด ดังนั้นเศษเหลือจึงเป็น 0 จึงได้

$$\begin{aligned}\mathbf{Y} &= \mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}} \\ \mathbf{X}^T\mathbf{Y} &= \mathbf{X}^T\mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}} \\ (\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}^T\mathbf{Y} &= (\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}^T\mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}} \\ \hat{\boldsymbol{\beta}} &= (\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}^T\mathbf{Y}\end{aligned}$$

เนื่องจากมีข้อมูลบางส่วนเป็นข้อมูลที่ถูกต้องปลายทางขวาประเภทที่ 1 ดังนั้นในการประมาณค่าด้วยวิธีกำลังสองต่ำสุดจึงถือว่าข้อมูลที่ถูกต้องปลายทางขวาประเภทที่ 1 เสมือนไม่ถูกต้องปลาย ซึ่งตัวประมาณที่ได้จึงเป็นตัวประมาณที่เอนเอียง (ค่าคาดหวังของตัวประมาณของพารามิเตอร์จะมีค่าไม่เท่ากับค่าพารามิเตอร์จริง) ดังนั้นค่าประมาณจึงต่ำกว่าค่าจริง

2.5.2 การประมาณด้วยวิธีแฮตเทอร์จีและแมคไลช (Chatterjee and McLeish Method)

Chatterjee และ McLeish (1986) ได้ปรับปรุงวิธีกำลังสองต่ำสุด เพื่อให้เหมาะกับการวิเคราะห์ในกรณีข้อมูลบางส่วนเป็นข้อมูลที่ถูกต้องปลายทางขวาประเภทที่ 1 โดยเพิ่มขั้นตอนการแทนที่ข้อมูลที่ถูกต้องปลายด้วยค่าที่ทำให้ผลรวมกำลังสองของความคลาดเคลื่อนต่ำที่สุด มีขั้นตอนดังนี้

ขั้นตอน 0 คำนวณค่า $\hat{\boldsymbol{\beta}}^{(0)}$ โดยใช้เฉพาะข้อมูลที่ไม่ถูกต้องปลายทางขวาประเภทที่ 1 ด้วยวิธีกำลังสองต่ำสุด ดังนี้ $\hat{\boldsymbol{\beta}}^{(0)} = (\mathbf{X}^{T(\text{NC})}\mathbf{X}^{(\text{NC})})^{-1}\mathbf{X}^{T(\text{NC})}\mathbf{Y}^{(\text{NC})}$ *

ขั้นตอน a แทนที่ข้อมูลที่ถูกต้องปลายทางขวาประเภทที่ 1 ดังนี้

$$Y_{c,i}^{(r)} = \max(\hat{\beta}_0^{(r)} + \hat{\beta}_1^{(r)}X_{1i} + \dots + \hat{\beta}_p^{(r)}X_{pi}, Y_{c,i}^{(r-1)})$$

โดยรอบที่ 0 แทนค่าดังนี้

$$Y_{c,i}^{(0)} = \max(\hat{\beta}_0^{(0)} + \hat{\beta}_1^{(0)} X_{1i} + \dots + \hat{\beta}_p^{(0)} X_{pi}, Y_{c,i}^{(0)})$$

เมื่อ r คือ รอบในการประมาณค่าพารามิเตอร์ โดย $r = 1, 2, 3, \dots$

และ $i = m+1, m+2, \dots, n$

ขั้นตอน b คำนวณหาค่า $\hat{\beta}^{(r+1)}$ โดยใช้ข้อมูลที่ได้จากการแทนค่าในขั้นตอน a มารวมกับข้อมูลที่ไม่ถูกตัดปลายทางขวาประเภทที่ 1 ด้วยวิธีกำลังสองต่ำสุด

$$\mathbf{Y}^* = \begin{bmatrix} Y_1 \\ \vdots \\ Y_m \\ \hline Y_{c,(m+1)}^{(r)} \\ \vdots \\ Y_{c,n}^{(r)} \end{bmatrix}_{n \times 1}$$

$$\hat{\beta}^{(r+1)} = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{Y}^*$$

ทำตามขั้นตอน a และ b วนไปเรื่อย ๆ จนค่า $\left| \hat{\beta}_j^{(r+1)} - \hat{\beta}_j^{(r)} \right| \leq 0.001$ ทุก $j = 0, 1, 2, \dots, p$

2.5.3 การประมาณด้วยวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดด้วยขั้นตอนอีเอ็ม (Maximum Likelihood Estimation using the EM algorithm Method)

Dempster, Laird และ Rubin (1977) ได้คิดค้นขั้นตอนอีเอ็มขึ้นมา จากนั้น Aitkin (1981) ได้นำมาประยุกต์กับการประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด มีขั้นตอนดังนี้

ขั้นตอน 0 คำนวณค่า $\hat{\beta}^{(0)}$ และ $\hat{\sigma}^{(0)}$ จากข้อมูลทั้งหมด โดยถือว่าข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาประเภทที่ 1 เสมือนไม่ถูกตัดปลาย ด้วยวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด

นั่นคือการทำให้ $L = \prod_{i=1}^m f(Y_i) \cdot \prod_{i=m+1}^n S(Y_{c,i})$ มีค่าสูงสุด

$$\text{โดย } L(Y_i^*) = \begin{cases} f(Y_i) & , Y_i \leq Y_{c,i} \\ P(Y_i > Y_{c,i}) = S(Y_{c,i}) & , Y_i > Y_{c,i} \end{cases}$$

เมื่อ $i = 1, 2, \dots, n$

นี่คือการคำนวณค่า $\hat{\beta}^{(0)}$ และ $\hat{\sigma}^{(0)}$ ด้วยวิธีกำลังสองต่ำสุด เนื่องจากการคำนวณด้วยวิธีกำลังสองต่ำสุดจากข้อมูลสมบูรณ์ที่มีการแจกแจงปกติ ให้ผลการคำนวณเท่ากับการคำนวณจากวิธีภาวน่าจะเป็นสูงสุด

$$\text{ดังนั้น } \hat{\beta}^{(0)} = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{Y}^*$$

ขั้นตอน E (Expectation Step : E Step)

การแทนค่าข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาประเภทที่ 1 ด้วยค่าความคาดหวังแบบมีเงื่อนไข

$$E(Y_i^* | Y_i^* > Y_{ci}, \beta, \sigma) = \hat{\mu}_i^{(r)} + [\hat{\sigma}^{(r)} \cdot h(\hat{z}_i)^{(r)}]$$

โดย
$$\hat{\mu}_i^{(r)} = \hat{\beta}_0^{(r)} + \hat{\beta}_1^{(r)} X_{1i} + \dots + \hat{\beta}_p^{(r)} X_{pi}$$

$$\hat{z}_i^{(r)} = \frac{(Y_{ci} - \hat{\mu}_i^{(r)})}{\hat{\sigma}^{(r)}}$$

$$f(\hat{z}_i)^{(r)} = \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \right) e^{-\left(\frac{\hat{z}_i^2}{2} \right)}$$

$$S(\hat{z}_i)^{(r)} = 1 - F(\hat{z}_i)^{(r)} = \int_{\hat{z}_i}^{\infty} f(t) dt$$

$$h(\hat{z}_i)^{(r)} = \frac{f(\hat{z}_i)^{(r)}}{1 - F(\hat{z}_i)^{(r)}}$$

เมื่อ r คือ เลขบอกครั้งที่ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ $r = 0, 1, 2, \dots$

$r = 0$ คือ ขั้นตอน 0

และ $i = m+1, m+2, \dots, n$

ขั้นตอน M (Maximization Step : M Step)

นำข้อมูลที่ได้จากการแทนค่าใน **ขั้นตอน E** มารวมกับข้อมูลที่ไม่ถูกตัดปลาย ได้ข้อมูลดังนี้

$$\tilde{Y}_i = \begin{cases} Y_i^* = Y_i, & Y_i \leq Y_{c,i} \text{ (ข้อมูลไม่ถูกตัดปลายทางขวาประเภทที่ 1 มีจำนวน m ค่า)} \\ \hat{\mu}_i^{(r)} + [\hat{\sigma}^{(r)} \cdot h(\hat{z}_i)^{(r)}], & Y_i > Y_{c,i} \text{ (ข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาประเภทที่ 1 มีจำนวน n-m ค่า)} \end{cases}$$

โดย $i = 1, 2, \dots, n$

จากนั้นนำข้อมูลที่ได้มาประมาณค่า $\hat{\beta}^{(r+1)}$ และ $\hat{\sigma}^{(r+1)}$ ที่ทำให้ฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็นรวม

$L = \prod_{i=1}^n f(\tilde{Y}_i)$ มีค่าสูงสุด นั่นคือการหาค่า $\hat{\beta}^{(r+1)}$ ด้วยวิธีกำลังสองต่ำสุด

$\hat{\beta}^{(r+1)} = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \tilde{\mathbf{Y}}$ และหาค่า $\hat{\sigma}^{(r+1)}$ จากสูตร

$$\hat{\sigma}^{(r+1)} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m (y_i - \hat{\mu}_i^{(r)})^2 + [\hat{\sigma}^{(r)}]^2 \sum_{m+1}^n [1 + (\hat{z}_j^{(r)} h(\hat{z}_i^{(r)}))]}{n}}$$

และ $\hat{\sigma}^{(0)}$ คือค่าประมาณของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานใน **ขั้นตอน 0**

ทำตาม **ขั้นตอน E** และ **M** วนไปเรื่อย ๆ จนค่า $\left| \hat{\beta}_j^{(r+1)} - \hat{\beta}_j^{(r)} \right| \leq 0.001$ ทุก $j = 0, 1, 2, \dots,$

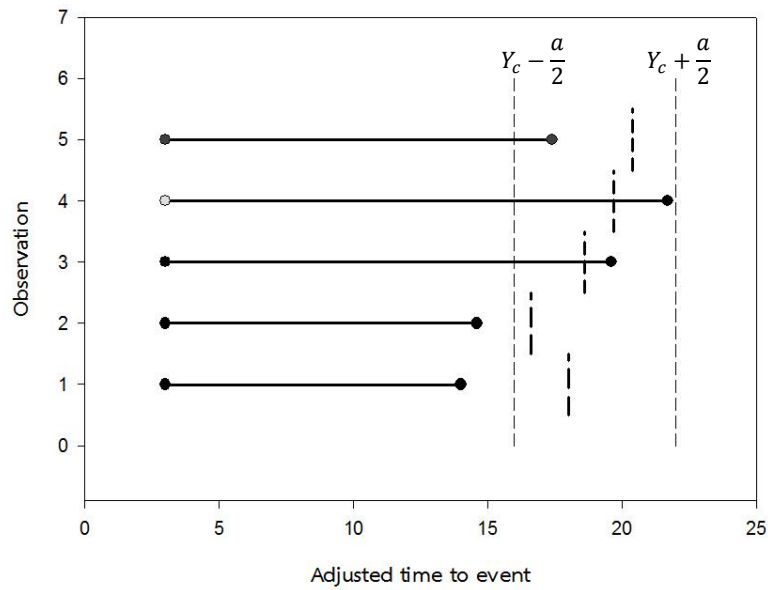
p

2.5.4 วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดด้วยขั้นตอนอีเอ็มเมื่อมีการปรับค่าข้อมูลก่อนคำนวณ (MLE using the EM algorithm with adjusted data; MLE using the EM algorithm with AD)

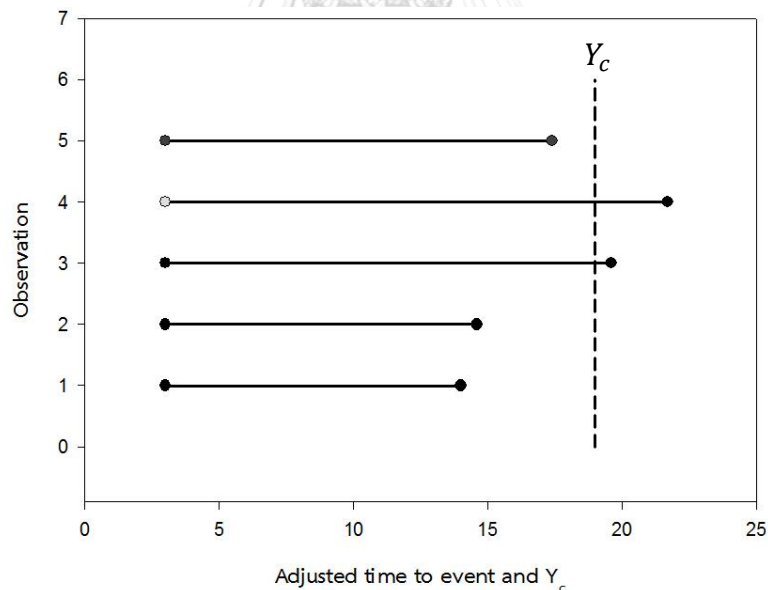
เป็นการใช้วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดด้วยขั้นตอนอีเอ็มในการประมาณค่าพารามิเตอร์ แต่ข้อมูลที่น่าไปใช้ถูกปรับค่า

โดยใช้ค่าคาดหวังของ Y_c ที่มีการแจกแจงบนช่วง $(Y_c - \frac{a}{2}, Y_c + \frac{a}{2})$ เป็นตัวปรับข้อมูล ดังนี้

$$Y_{c,i} = \frac{2Y_c}{2} = Y_c \text{ เมื่อ } i = 1, 2, 3, \dots, n$$



รูปที่ 3 ข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาประเภทที่ 1 ที่มี Y_c แจกแจงแบบสมมาตร
จากรูปที่ 3 เป็นกราฟแสดงระยะเวลาของข้อมูล 5 ตัว โดยเวลาในการศึกษาของข้อมูล (Y_c)
มีการแจกแจงแบบสมมาตรในช่วง $(Y_c - \frac{a}{2}, Y_c + \frac{a}{2})$



รูปที่ 4 ข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาประเภทที่ 1 ที่ถูกปรับให้เริ่มเก็บข้อมูลพร้อมกันด้วยค่าเฉลี่ย
จากรูปที่ 4 เวลาในการศึกษาข้อมูลทั้ง 5 ตัว ถูกปรับให้มีค่าเป็น Y_c และข้อมูลที่น่าไป
วิเคราะห์ด้วยวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดด้วยขั้นตอนอีเอ็ม คือ ข้อมูลต่อไปนี้

$$Y_i^* = \min(Y_i, Y_c) = \begin{cases} Y_i & \text{(ข้อมูลไม่ถูกตัดปลายทางขวาประเภทที่ 1)} \\ Y_c & \text{(ข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาประเภทที่ 1)} \end{cases}$$

บทที่ 3

วิธีการดำเนินงานวิจัย

3.1 ขอบเขตงานวิจัย

การเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าจากตัวแบบความถดถอยด้วยวิธี วิธีกำลังสองต่ำสุด, วิธีแซตเทอร์จ์และแมคลิช, วิธีภาวน่าจะเป็นสูงสุดด้วยขั้นตอนอีม และวิธีภาวน่าจะเป็นสูงสุดด้วยขั้นตอนอีมเมื่อมีการปรับค่าข้อมูลก่อนคำนวณ จากการจำลองข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาประเภทที่ 1 ที่มีจุดเวลาเริ่มเก็บข้อมูลเป็นจุดสุ่มที่มีการแจกแจงแบบสมมาตร

3.1.1 โครงสร้างตัวแปรและพารามิเตอร์ที่ใช้ในการศึกษา

ค่าสังเกตของตัวแปรตาม, ตัวแปรอิสระและค่าความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กันดังนี้

$$Y_i = e^{\beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \varepsilon_i} \text{ เมื่อ } i = 1, 2, \dots, n \text{ และตัวแปรอิสระทั้งสองตัวเป็นอิสระต่อกัน}$$

โดย	Y_i	คือ ค่าสังเกตของตัวแปรตาม ลำดับที่ i
	X_{1i}	คือ ตัวแปรอิสระตัวที่ 1 ลำดับที่ i เมื่อ $X_{1i} \stackrel{iid}{\sim} N(0, \sigma_{x_1}^2)$
	X_{2i}	คือ ตัวแปรอิสระตัวที่ 2 ลำดับที่ i เมื่อ $X_{2i} \stackrel{iid}{\sim} N(0, \sigma_{x_2}^2)$
	ε_i	คือ ค่าความคลาดเคลื่อนลำดับที่ i เมื่อ $\varepsilon_i \stackrel{iid}{\sim} N(0, \sigma_\varepsilon^2)$
	β_0	คือ ระยะเวลาตัดแกน y ที่แท้จริง
	β_1, β_2	คือ ค่าสัมประสิทธิ์ที่แท้จริงของสมการถดถอยพหุเชิงเส้น
	n	คือ ขนาดตัวอย่าง

3.1.2 เงื่อนไขที่ทำการศึกษา

1. ขนาดตัวอย่าง (n) คือ 30, 50 และ 100
2. ร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวาประเภทที่ 1 (r_1) คือ 10, 20 และ 30
3. random censoring ratio (r_2) คือ 0.1, 0.2 และ 0.3
4. $\beta_0 = 0.3, \beta_1 = 1, \beta_2 = 1$

5. เงื่อนไขของตัวแปรอิสระและค่าความคลาดเคลื่อนเป็นดังนี้

$X_{1i} \stackrel{iid}{\sim} N(0, \sigma_{x_1}^2), X_{2i} \stackrel{iid}{\sim} N(0, \sigma_{x_2}^2)$ และอัตราส่วนค่าความแปรปรวนของตัวแปรอิสระตัวที่ 1 ต่อตัวแปรอิสระตัวที่ 2 เป็นดังนี้

ตารางที่ 1 อัตราส่วนค่าความแปรปรวนของตัวแปรอิสระตัวที่ 1 ต่อตัวแปรอิสระตัวที่ 2

$\sigma_{x_1}^2 : \sigma_{x_2}^2$	$\sigma_{x_1}^2$	$\sigma_{x_2}^2$
1:1	0.045	0.045
1:2	0.030	0.060
1:5	0.015	0.075

โดย $\sigma_{x_1}^2$ คือ ค่าความแปรปรวนของตัวแปรอิสระตัวที่ 1

และ $\sigma_{x_2}^2$ คือ ค่าความแปรปรวนของตัวแปรอิสระตัวที่ 2

$X_i \stackrel{iid}{\sim} N(0, \sigma_{x_1+x_2}^2), \varepsilon_i \stackrel{iid}{\sim} N(0, \sigma_\varepsilon^2)$ และอัตราส่วนค่าความแปรปรวนรวมของตัวแปรอิสระต่อค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนเป็นดังนี้

ตารางที่ 2 อัตราส่วนค่าความแปรปรวนรวมของตัวแปรอิสระต่อค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน

$\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_\varepsilon^2$	$\sigma_{x_1+x_2}^2$	σ_ε^2
2:1	0.090	0.045
1:1	0.090	0.090
1:2	0.090	0.180

โดย $\sigma_{x_1+x_2}^2$ คือ ค่าความแปรปรวนรวมของตัวแปรอิสระ

และ σ_ε^2 คือ ค่าความแปรปรวนของค่าความคลาดเคลื่อน

6. ใช้โปรแกรม R version 3.4.2 ในการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าตัวแปรตามจำนวน 3 วิธี วิธีละ 243 สถานการณ์ สถานการณ์ละ 10,000 รอบ

3.2 วิธีการดำเนินการวิจัย

3.2.1 การจำลองข้อมูล

1. สร้างตัวแปรอิสระ $X_{1i} \stackrel{iid}{\sim} N(0, \sigma_{x_1}^2), X_{2i} \stackrel{iid}{\sim} N(0, \sigma_{x_2}^2)$ โดยตัวแปรทั้งสองเป็นอิสระต่อกัน และสร้างค่าความคลาดเคลื่อน $\varepsilon_i \stackrel{iid}{\sim} N(0, \sigma_\varepsilon^2)$ เมื่อ $i = 1, 2, \dots, n$ ขนาดตัวอย่าง (n) 3 ค่า คือ 30, 50 และ 100 ค่าสัมประสิทธิ์ที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรตามและตัวแปรอิสระมีค่าต่อไปนี้ $\beta_0 = 0.3, \beta_1 = 1, \beta_2 = 1$

2. สร้างค่าจริงของตัวแปรตามจากความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระ ที่มีการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอลดังนี้ $Y_i' = e^{\beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i}}$

3. สร้างค่าสังเกตของตัวแปรตามที่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระและค่าความคลาดเคลื่อน ที่มีการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอลดังนี้ $Y_i = e^{\beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \varepsilon_i}$

3.2.2 การสร้างตัวแปรตามให้เป็นข้อมูลที่ถูกต้องปลายทางขวาประเภทที่ 1

1. หาค่า Y_c ซึ่งเป็นค่าเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ $100 - r_1$ ของตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงเหมือนกับ Y_i โดย r_1 คือ ร้อยละของข้อมูลที่ถูกต้องปลายทางขวาประเภทที่ 1 ซึ่งมีค่า 10, 20 และ 30

2. หาช่วงการแจกแจงแบบสมมาตร $(-\frac{a}{2}, \frac{a}{2})$ จากค่า Y_c

โดย $a = Y_c * r_2$ โดย r_2 คือ ร้อยละเวลาในการติดตามการรอดชีวิตของผู้ป่วยซึ่งมีค่า 0.1, 0.2 และ 0.3 ทั้งนี้การใช้ช่วงการแจกแจงเป็น $(-\frac{a}{2}, \frac{a}{2})$ เนื่องจากต้องการควบคุมให้จำนวนข้อมูลที่ถูกต้องปลายโดยเฉลี่ยคงที่ เพราะต้องการศึกษาร้อยละของข้อมูลที่ถูกต้องปลายด้วย โดย $\exists [Y_i > Y_c] * 100 = r_1$

3. นำค่า Y_c มาสร้างเป็นชุดข้อมูลที่ใช้ในการตัดปลาย $Y_{c,i}$ โดยลบด้วยตัวแปรสุ่ม W_i ที่มีการแจกแจงแบบสมมาตรบนช่วง $(-\frac{a}{2}, \frac{a}{2})$

4. ถ้า $Y_i \leq Y_{c,i}$ แล้ว Y_i เป็นข้อมูลที่ถูกต้องปลายทางขวาประเภทที่ 1

แต่ถ้า $Y_i > Y_{c,i}$ แล้ว Y_i เป็นข้อมูลที่ถูกต้องปลายทางขวาประเภทที่ 1

ตัวอย่างการสร้างตัวแปรตามให้เป็นข้อมูลที่ถูกต้องปลายทางขวาประเภทที่ 1

1. กำหนด $n = 10$, $r_1 = 30$, $r_2 = 0.1$ และ $\beta_0 = 0.3, \beta_1 = 1, \beta_2 = 1$

$$X_{1i} \stackrel{iid}{\sim} N(0, \sigma_{x_1}^2 = 0.03)$$

$$X_{2i} \stackrel{iid}{\sim} N(0, \sigma_{x_2}^2 = 0.06)$$

$$\varepsilon_i \stackrel{iid}{\sim} N(0, \sigma_\varepsilon^2 = 0.045)$$

$$Y'_i = e^{\beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i}}$$

$$Y_i = e^{\beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \varepsilon_i}$$

$$Y_c = 1.64$$

$$a = r_2 * Y_c = 0.16$$

$$Y_{c,i} = Y_c - W_i \text{ โดย } W_i \stackrel{iid}{\sim} U(-0.08, 0.08)$$

i	X_{1i}	X_{2i}	ε_i	Y'_i	Y_i	W_i	$Y_{c,i}$	Y_i^*
1	0.03	-0.07	0.13	1.30	1.49	-0.01	1.65	1.49
2	-0.48	0.58	0.01	1.50	1.52	0.02	1.62	1.52
3	-0.12	0.22	0.13	1.49	1.69	0.04	1.60	1.60
4	0.36	-0.03	-0.00	1.88	1.88	0.08	1.56	1.48
5	0.14	-0.04	0.12	2.37	2.67	-0.07	1.71	1.71
6	0.08	0.16	0.16	0.73	0.86	0.00	1.64	0.86
7	0.23	-0.20	0.26	1.38	1.79	-0.03	1.67	1.59
8	0.04	-0.04	-0.35	1.34	0.95	-0.02	1.66	0.95
9	0.07	0.16	0.16	1.71	2.01	0.08	1.56	1.56
10	-0.07	0.01	0.13	1.27	1.44	0.02	1.62	1.44

2. หาค่า $Y_c^{(70)}$ ซึ่งเป็นค่าเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ $100 - 30 = 70$ ของตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงเหมือนกับ Y_i นั่นคือตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบ

$$LOGNOR(\mu = 0.3, \sigma^2 = 0.135) \text{ ได้ } Y_c = 1.64$$

3. นำค่า Y_c มารวมกับ U_i กลายเป็น $Y_{c,i}$ ซึ่งใช้ในการตัดข้อมูล Y_i แต่ละตัว
- ถ้า $Y_i \leq Y_{c,i}$ แล้ว Y_i เป็นข้อมูลที่ไม่วถูกตัดปลายทางขวาประเภทที่ 1 ซึ่งได้แก่ $Y_1, Y_2, Y_6, Y_8, Y_{10}$

- ถ้า $Y_i > Y_{c,i}$ แล้ว Y_i เป็นข้อมูลที่ถูกต้องปลายทางขวาประเภทที่ 1 ซึ่งซึ่งได้แก่ Y_3, Y_4, Y_5, Y_7, Y_9 และกำหนดให้ค่าเหล่านี้มีค่าเป็น $Y_{c,3}, Y_{c,4}, Y_{c,5}, Y_{c,7}, Y_{c,9}$

3.2.3 การหาค่าประมาณ

ประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยของ $\ln(Y_i)$ ด้วยวิธีกำลังสองต่ำสุด, วิธีแซตเทอร์จี้ และแมคลิช วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดด้วยขั้นตอนอีม และวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดด้วยขั้นตอนอีม เมื่อมีการปรับค่าข้อมูลก่อนการคำนวณ และหาค่าประมาณของตัวแปรตาม

$$\hat{Y}_i = e^{\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_{1i} + \hat{\beta}_2 X_{2i}} \text{ ของทั้ง 4 วิธี}$$

3.2.4 การเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าจากตัวแบบความถดถอย

เกณฑ์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบค่าประมาณของตัวแปรตาม มีดังนี้

1. ค่าเฉลี่ยของค่าคาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (Average of Mean Square Error; AMSE) ของตัวแปรตามจากการจำลองสถานการณ์ 10,000 รอบ ของวิธีการประมาณค่าตัวแปรตามทั้ง 4 วิธี มาเปรียบเทียบกัน ซึ่งวิธีการประมาณค่าที่มีค่า $AMSE(\hat{Y}_a)$ ต่ำกว่า เป็นวิธีประมาณค่าตัวแปรตามที่ดีกว่า

$$AMSE(\hat{Y}_a) = \frac{\sum_{j=1}^{10000} MSE(\hat{Y}_a^{(j)})}{10,000}$$

โดย $MSE(\hat{Y}_a^{(j)}) = \frac{\sum_{i=1}^n (Y_{i,a} - Y_i')^2}{n}$

2. ค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ของค่า AMSE โดยเป็นค่าอัตราส่วนระหว่างค่า $AMSE(\hat{Y}_{MLE_EM})$ กับค่า $AMSE(\hat{Y}_a)$

$$RE(\hat{Y}_a) = \frac{AMSE(\hat{Y}_{MLE_EM})}{AMSE(\hat{Y}_a)}$$

ซึ่งค่า $RE(\hat{Y}_a)$ ใช้เพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแต่ละวิธีให้มีความชัดเจนมากขึ้น ในการศึกษาครั้งนี้เลือกวิธี MLE_EM เป็นเกณฑ์ในการเปรียบเทียบ เนื่องจากวิธี MLE_EM เป็นวิธีการที่มีประสิทธิภาพสูงในการประมาณค่า และเป็นวิธีที่ใช้ข้อมูลได้ครบถ้วนทั้งส่วนที่เป็นข้อมูลที่ถูกต้อง ปลายทางขวาประเภทที่ 1 และส่วนที่เป็นข้อมูลถูกต้องปลายทางขวาประเภทที่ 1 โดย

วิธีที่มีค่า $RE(\hat{Y}_a)$ มากกว่า 1 วิธี a นั้นมีประสิทธิภาพมากกว่าวิธี MLE_EM

วิธีที่มีค่า $RE(\hat{Y}_a)$ น้อยกว่า 1 วิธี a นั้นมีประสิทธิภาพน้อยกว่าวิธี MLE_EM

วิธีที่มีค่า $RE(\hat{Y}_a)$ เท่ากับ 1 วิธี a นั้นมีประสิทธิภาพเทียบเท่าวิธี MLE_EM

- เมื่อ $\hat{Y}_{i,a}$ คือ ค่าประมาณของตัวแปรตาม ลำดับที่ i ด้วยวิธีการ a
 Y_i' คือ ค่าที่แท้จริงของตัวแปรตาม ลำดับที่ i
 n คือ ขนาดตัวอย่าง
 j คือ เลขบอกครั้งที่ของการจำลองสถานการณ์ โดย $j = 1, 2, \dots, 10000$
 a คือ วิธีการประมาณค่าตัวแปรตาม ซึ่ง $a = \text{OLS, CM, MLE_EM, MLE_EM_AD}$

เกณฑ์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบค่าประมาณของค่า $\beta_0, \beta_1, \beta_2$ มีดังนี้

- ค่าเฉลี่ยของกำลังสองของความคลาดเคลื่อนของค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยในตัวแบบสมการถดถอยตัวที่ p ของวิธี a จากการจำลองสถานการณ์ 10,000 รอบ $AMSE(\hat{\beta}_{p,a})$

$$AMSE(\hat{\beta}_{p,a}) = \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{\beta}_{p,a}^{(j)} - \beta_p)^2}{n}$$

เมื่อ $p = 0, 1, 2$

โดยวิธีที่มีค่า $AMSE(\hat{\beta}_{p,a})$ ต่ำสุด วิธีนั้นเป็นวิธีประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยที่ดีที่สุด

- ค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ของค่า $AMSE(\hat{\beta}_{p,a})$ โดยเป็นอัตราส่วนระหว่างค่า $AMSE(\hat{\beta}_{p,MLE_EM})$ กับค่า $AMSE(\hat{\beta}_{p,a})$

$$RE(\hat{\beta}_{p,a}) = \frac{AMSE(\hat{\beta}_{p,MLE_EM})}{AMSE(\hat{\beta}_{p,a})}$$

เมื่อ $p = 0, 1, 2$

วิธีที่มีค่า $RE(\hat{\beta}_{p,a})$ มากกว่า 1 วิธี a นั้นมีประสิทธิภาพมากกว่าวิธี MLE_EM

วิธีที่มีค่า $RE(\hat{\beta}_{p,a})$ น้อยกว่า 1 วิธี a นั้นมีประสิทธิภาพน้อยกว่าวิธี MLE_EM

วิธีที่มีค่า $RE(\hat{\beta}_{p,a})$ เท่ากับ 1 วิธี a นั้นมีประสิทธิภาพเทียบเท่าวิธี MLE_EM

เมื่อ $\hat{\beta}_{p,a}^{(j)}$ คือ ค่าประมาณของค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยตัวที่ p ในการ
จำลองรอบที่ j ด้วยวิธีการ a, p = 0, 1, 2 โดย p = 0 คือระยะ
ตัดแกน y

β_p คือ ค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยตัวที่ p, p = 0, 1, 2

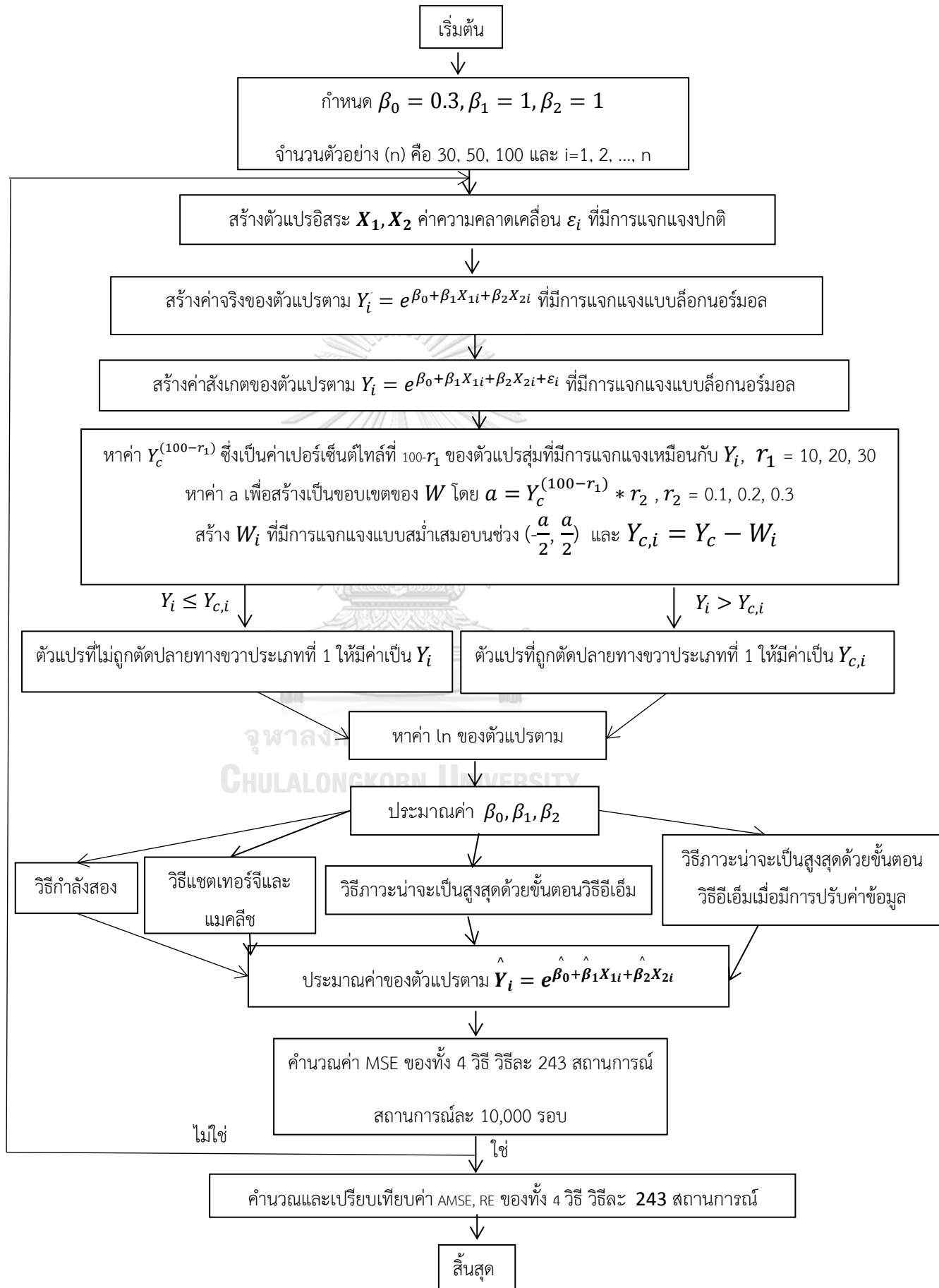
j เลขบอกครั้งที่ของการจำลองสถานการณ์ โดย j = 1, 2, ...,
10000

a คือ วิธีการประมาณค่าที่ใช้ในการศึกษา a = OLS, CM,
MLE_EM, MLE_EM_AD



จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

แผนผังวิธีการดำเนินการวิจัย



บทที่ 4

ผลการวิจัย

งานวิจัยครั้งนี้เป็นการเปรียบเทียบการประมาณค่าจากตัวแบบการถดถอย ซึ่งวิธีที่ใช้ในการประมาณค่ามีทั้งหมด 4 วิธี ได้แก่ วิธีกำลังสองต่ำสุด (OLS), วิธีของแซตเทอร์จีและแมคลีซ (CM), วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดด้วยขั้นตอนอีม (MLE_EM) และวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดด้วยขั้นตอนอีมเมื่อมีการปรับค่าข้อมูลก่อนคำนวณ (MLE_EM_AD) ซึ่งเกณฑ์ที่ใช้ในการพิจารณา คือ ค่า $RE(\hat{Y}_a)$, $RE(\hat{\beta}_{0,a})$, $RE(\hat{\beta}_{1,a})$ และ $RE(\hat{\beta}_{2,a})$ เป็นหลัก โดยมีเกณฑ์ดังนี้

ถ้า RE ของวิธีที่ต้องการพิจารณามีค่าน้อยกว่าค่า RE ที่มีค่าสูงสุดในสถานการณ์นั้น ไม่เกิน 0.01 ยังถือว่า วิธีที่ต้องการพิจารณานั้นยังเป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

แต่หากค่า RE ของวิธีที่ต้องการพิจารณามีค่าน้อยกว่าค่า RE ที่มีค่าสูงสุดในสถานการณ์นั้น มีค่ามากกว่า 0.01 แต่ไม่เกิน 0.05 ถือว่า วิธีที่ต้องการพิจารณานั้นเป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพด้อยกว่าวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุดเพียงเล็กน้อย

ข้อตกลงเบื้องต้น

random censoring ratio (r_2) คือ สัดส่วนของเวลาที่เปิดรับผู้ป่วยต่อเวลาที่ติดตามการรอดชีวิตของผู้ป่วย ซึ่งช่วงเวลาที่เปิดรับผู้ป่วยนี้มีการแจกแจงแบบสมมาตร เมื่อต้องการนำข้อมูลมาคำนวณจึงเลื่อนให้จุดเริ่มต้นของผู้ป่วยแต่ละคนให้เท่ากันและต้องเลื่อนเวลาในการติดตามการรอดชีวิตด้วย เมื่อเลื่อนจุดแล้วเวลาในการติดตามการรอดชีวิตของผู้ป่วยมีการแจกแจงแบบสมมาตรแทน ดังนั้นค่าของ random censoring ratio จึงเป็นค่าที่ใช้แสดงแทนความกว้างของช่วงเวลาที่ติดตามการรอดชีวิตของผู้ป่วยซึ่งมีการแจกแจงแบบสมมาตร

- random censoring ratio = 0.1 คือ ช่วงการแจกแจงแคบ
- random censoring ratio = 0.2 คือ ช่วงการแจกแจงปานกลาง
- random censoring ratio = 0.3 คือ ช่วงการแจกแจงกว้าง

อัตราส่วนความแปรปรวนของตัวแปรอิสระตัวที่ 1 และตัวแปรอิสระตัวที่ 2 ($\sigma_{x_1}^2 : \sigma_{x_2}^2$)

- $\sigma_{x_1}^2 : \sigma_{x_2}^2 = 1:1$ คือ ตัวแปรอิสระทั้งสองตัวมีการกระจายตัวที่ไม่แตกต่างกัน
- $\sigma_{x_1}^2 : \sigma_{x_2}^2 = 1:2$ คือ ตัวแปรอิสระทั้งสองตัวมีการกระจายตัวที่แตกต่างกันน้อย
- $\sigma_{x_1}^2 : \sigma_{x_2}^2 = 1:5$ คือ ตัวแปรอิสระทั้งสองตัวมีการกระจายตัวที่แตกต่างกันมาก

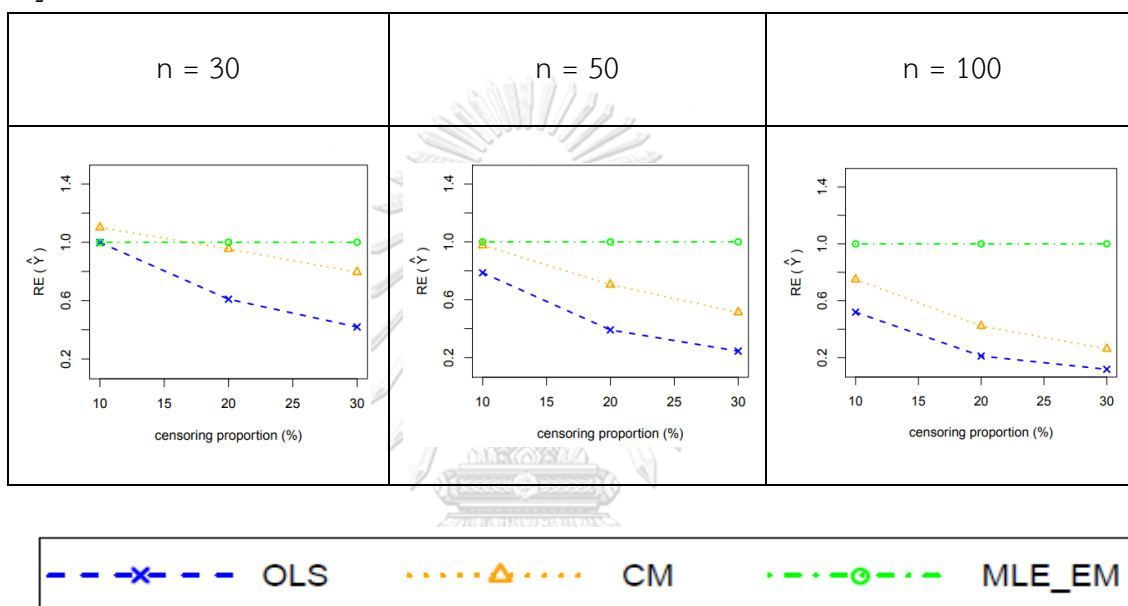
อัตราส่วนความแปรปรวนรวมของตัวแปรอิสระต่อความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน (

$$\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_{\epsilon}^2$$

- $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_\varepsilon^2 = 1:1$ คือ ความคลาดเคลื่อนมีการกระจายตัวเท่ากับตัวแปรอิสระ
- $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_\varepsilon^2 = 2:1$ คือ ความคลาดเคลื่อนมีการกระจายตัวน้อยกว่าตัวแปรอิสระ
- $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_\varepsilon^2 = 1:2$ คือ ความคลาดเคลื่อนมีการกระจายตัวมากกว่าตัวแปรอิสระ

4.1 ผลการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าตัวแปรตาม

รูปที่ 5 กราฟเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{Y}_a)$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2 : \sigma_{x_2}^2 = 1:1$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_\varepsilon^2 = 2:1$ กรณี $r_2 = 0$



จากรูปที่ 5 พบว่า เมื่อเวลาในการติดตามการรอดชีวิตของผู้ป่วยไม่มีการแจกแจง ส่วนใหญ่ วิธี MLE_EM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด แต่เมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็ก ($n = 30$) และร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวาน้อย ($r_1 = 10\%$) วิธี CM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

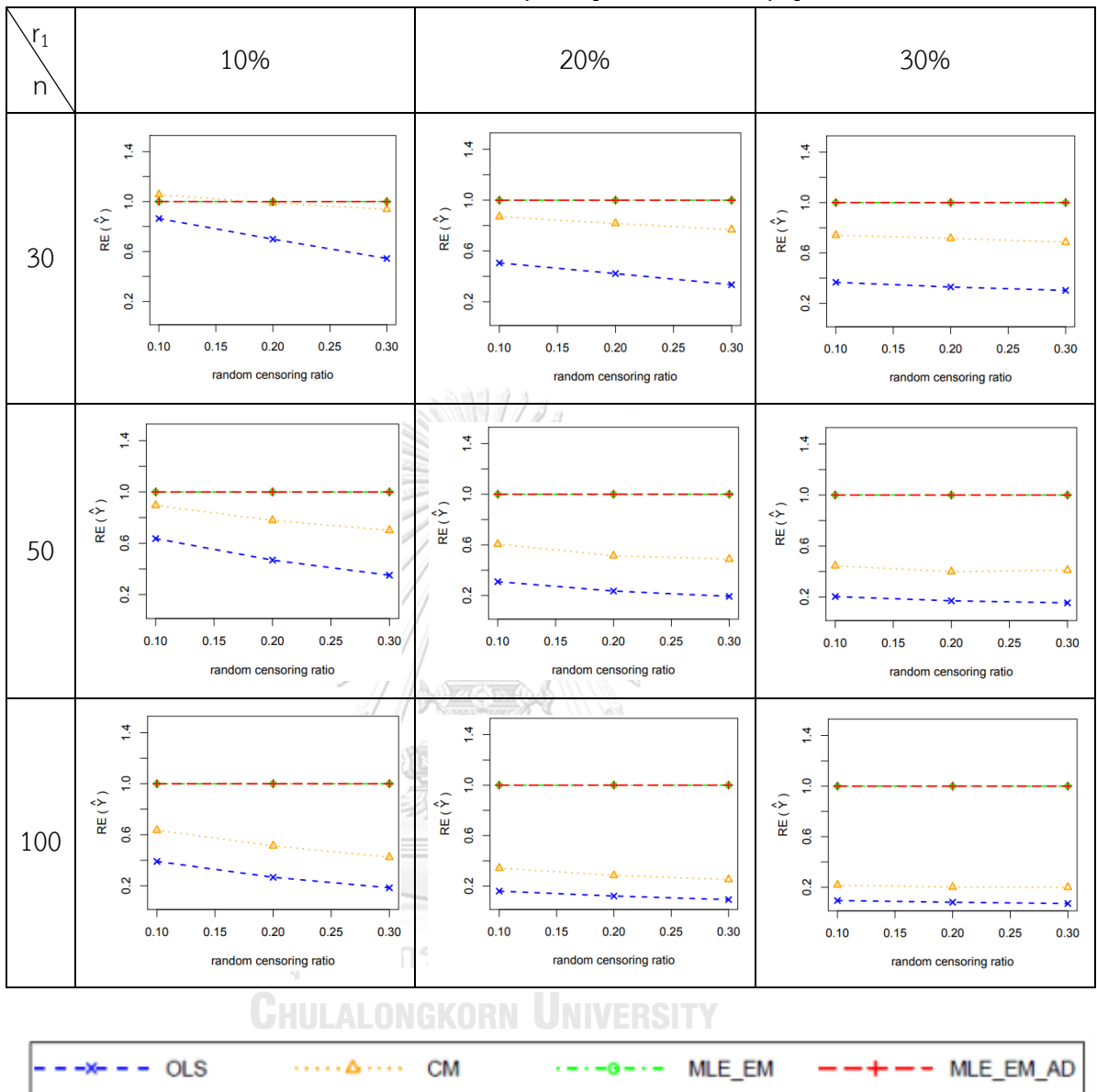
ตารางที่ 3 ผลการเปรียบเทียบค่า $AMSE(\hat{Y}_a)$ เมื่อ $\sigma^2_{x_1} : \sigma^2_{x_2} = 1:1$ และ $\sigma^2_{x_1+x_2} : \sigma^2_{\varepsilon} = 2:1$

n	r ₁	r ₂	AMSE(\hat{Y}_a)			
			OLS	CM	MLE_EM	MLE_EM_AD
30	10	0.1	0.0161	0.0132	0.0139	0.0139
		0.2	0.0214	0.0151	0.0149	0.0150
		0.3	0.0304	0.0177	0.0166	0.0166
	20	0.1	0.0355	0.0207	0.0180	0.0180
		0.2	0.0492	0.0255	0.0209	0.0209
		0.3	0.0693	0.0303	0.0232	0.0232
	30	0.1	0.0658	0.0326	0.0241	0.0241
		0.2	0.0881	0.0405	0.0291	0.0290
		0.3	0.1181	0.0473	0.0357	0.0357
50	10	0.1	0.0127	0.0091	0.0081	0.0081
		0.2	0.0183	0.0110	0.0085	0.0085
		0.3	0.0266	0.0133	0.0094	0.0094
	20	0.1	0.0322	0.0165	0.0100	0.0100
		0.2	0.0465	0.0214	0.0110	0.0110
		0.3	0.0657	0.0260	0.0127	0.0127
	30	0.1	0.0626	0.0286	0.0127	0.0127
		0.2	0.0859	0.0366	0.0146	0.0146
		0.3	0.1146	0.0428	0.0176	0.0176
100	10	0.1	0.0101	0.0062	0.0039	0.0039
		0.2	0.0155	0.0080	0.0041	0.0041
		0.3	0.0242	0.0106	0.0045	0.0045
	20	0.1	0.0299	0.0140	0.0048	0.0048
		0.2	0.0434	0.0184	0.0053	0.0053
		0.3	0.0636	0.0234	0.0059	0.0059
	30	0.1	0.0603	0.0264	0.0058	0.0058
		0.2	0.0826	0.0337	0.0068	0.0068
		0.3	0.1127	0.0404	0.0082	0.0082

ตารางที่ 4 ผลการเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{Y}_a)$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2 : \sigma_{x_2}^2 = 1:1$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_{\varepsilon}^2 = 2:1$

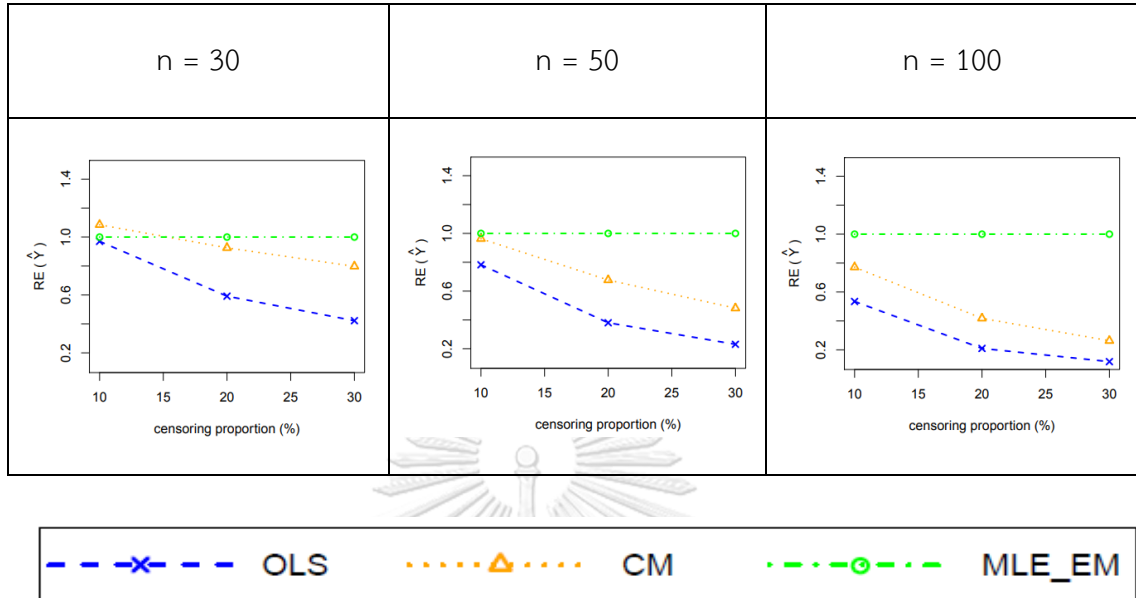
n	r ₁	r ₂	RE(\hat{Y}_a)			
			OLS	CM	MLE_EM	MLE_EM_AD
30	10	0.1	0.86	1.05	1.00	1.00
		0.2	0.70	0.99	1.00	1.00
		0.3	0.55	0.94	1.00	1.00
	20	0.1	0.51	0.87	1.00	1.00
		0.2	0.42	0.82	1.00	1.00
		0.3	0.33	0.77	1.00	1.00
	30	0.1	0.37	0.74	1.00	1.00
		0.2	0.33	0.72	1.00	1.00
		0.3	0.30	0.68	1.00	1.00
50	10	0.1	0.64	0.90	1.00	1.00
		0.2	0.47	0.78	1.00	1.00
		0.3	0.35	0.70	1.00	1.00
	20	0.1	0.31	0.36	1.00	1.00
		0.2	0.24	0.51	1.00	1.00
		0.3	0.19	0.49	1.00	1.00
	30	0.1	0.20	0.44	1.00	1.00
		0.2	0.17	0.40	1.00	1.00
		0.3	0.15	0.40	1.00	1.00
100	10	0.1	0.39	0.64	1.00	1.00
		0.2	0.27	0.51	1.00	1.00
		0.3	0.18	0.42	1.00	1.00
	20	0.1	0.16	0.34	1.00	1.00
		0.2	0.12	0.28	1.00	1.00
		0.3	0.09	0.25	1.00	1.00
	30	0.1	0.10	0.22	1.00	1.00
		0.2	0.08	0.20	1.00	1.00
		0.3	0.07	0.20	1.00	1.00

รูปที่ 6 กราฟเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{Y}_a)$ เมื่อ $\sigma^2_{x_1} : \sigma^2_{x_2} = 1:1$ และ $\sigma^2_{x_1+x_2} : \sigma^2_{\varepsilon} = 2:1$



จากรูปที่ 5 – 6 และตารางที่ 3 – 4 พบว่า เมื่อเวลาในการติดตามการรอดชีวิตของผู้ป่วยมีการแจกแจง ส่วนใหญ่ วิธี MLE_EM และ MLE_EM_AD เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด แต่เมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็ก ($n = 30$) ร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวาน้อย ($r_1 = 10\%$) และ random censoring ratio = 0.1, 0.2 วิธี CM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

รูปที่ 7 กราฟเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{Y}_a)$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2 : \sigma_{x_2}^2 = 1:2$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_{\varepsilon}^2 = 2:1$ กรณี $r_2 = 0$



จากรูปที่ 7 พบว่า ให้ผลสรุปเหมือนรูปที่ 5

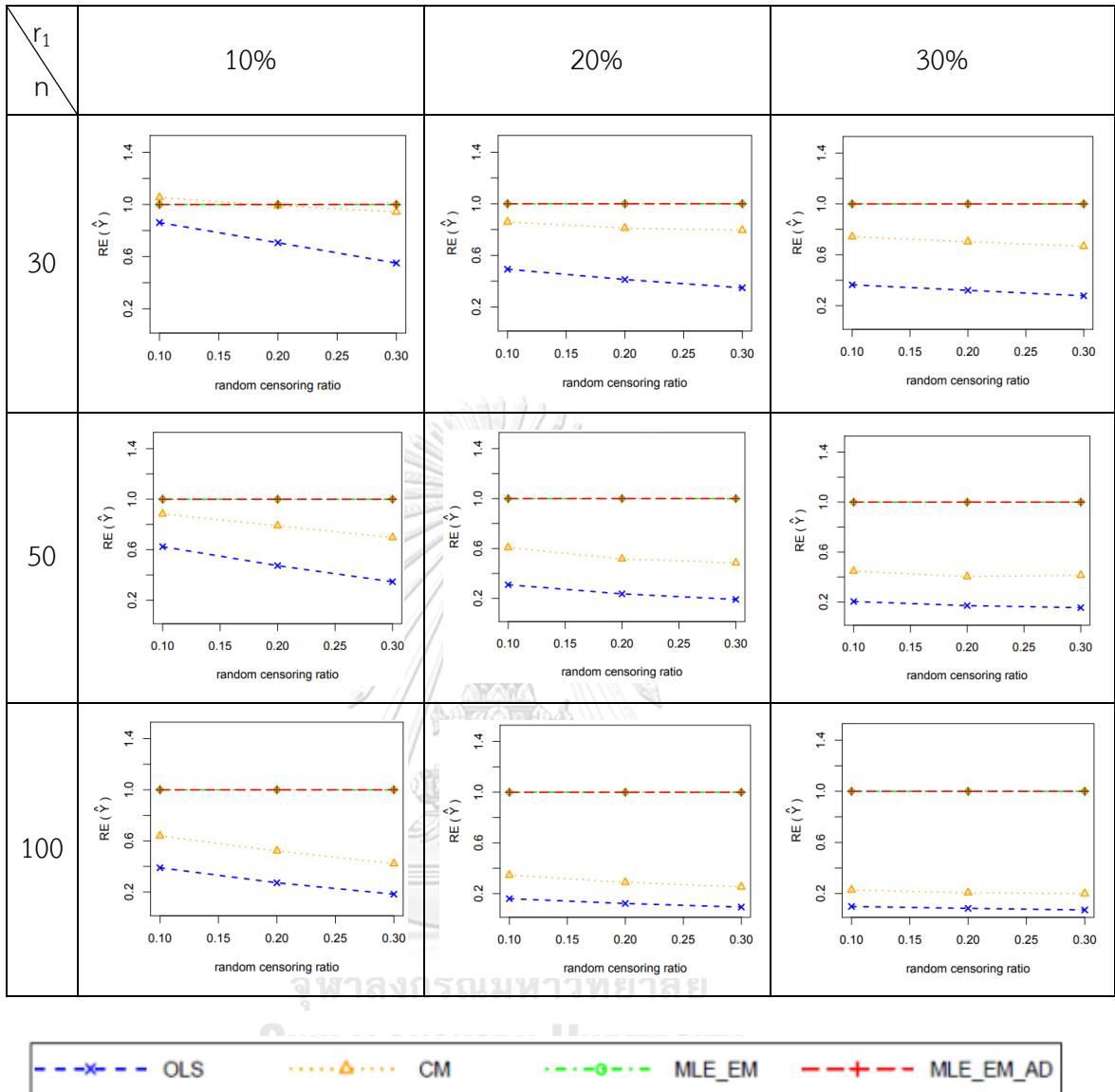
ตารางที่ 5 ผลการเปรียบเทียบค่า $AMSE(\hat{Y}_a)$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2 : \sigma_{x_2}^2 = 1:2$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_{\varepsilon}^2 = 2:1$

n	r_1	r_2	$AMSE(\hat{Y}_a)$			
			OLS	CM	MLE_EM	MLE_EM_AD
30	10	0.1	0.0161	0.0132	0.0139	0.0139
		0.2	0.0213	0.0152	0.0151	0.0151
		0.3	0.0304	0.0177	0.0167	0.0167
	20	0.1	0.0359	0.0206	0.0177	0.0177
		0.2	0.0493	0.0251	0.0203	0.0203
		0.3	0.0700	0.0307	0.0244	0.0244
	30	0.1	0.0671	0.0329	0.0244	0.0244
		0.2	0.0882	0.0403	0.0283	0.0283
		0.3	0.1190	0.0487	0.0328	0.0328
50	10	0.1	0.0129	0.0092	0.0081	0.0081
		0.2	0.0182	0.0109	0.0086	0.0086
		0.3	0.0268	0.0134	0.0093	0.0093
	20	0.1	0.0323	0.0165	0.0100	0.0100
		0.2	0.0464	0.0213	0.0110	0.0110
		0.3	0.0655	0.0259	0.0126	0.0126
	30	0.1	0.0628	0.0287	0.0128	0.0128
		0.2	0.0859	0.0365	0.0147	0.0147
		0.3	0.1146	0.0428	0.0177	0.0177
100	10	0.1	0.0101	0.0061	0.0039	0.0039
		0.2	0.0152	0.0080	0.0042	0.0042
		0.3	0.0242	0.0105	0.0044	0.0044
	20	0.1	0.0295	0.0137	0.0047	0.0047
		0.2	0.0433	0.0183	0.0053	0.0053
		0.3	0.0637	0.0237	0.0060	0.0060
	30	0.1	0.0605	0.0263	0.0060	0.0060
		0.2	0.0827	0.0337	0.0070	0.0070
		0.3	0.1128	0.0405	0.0081	0.0081

ตารางที่ 6 ผลการเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{Y}_a)$ เมื่อ $\sigma^2_{x_1} : \sigma^2_{x_2} = 1:2$ และ $\sigma^2_{x_1+x_2} : \sigma^2_{\varepsilon} = 2:1$

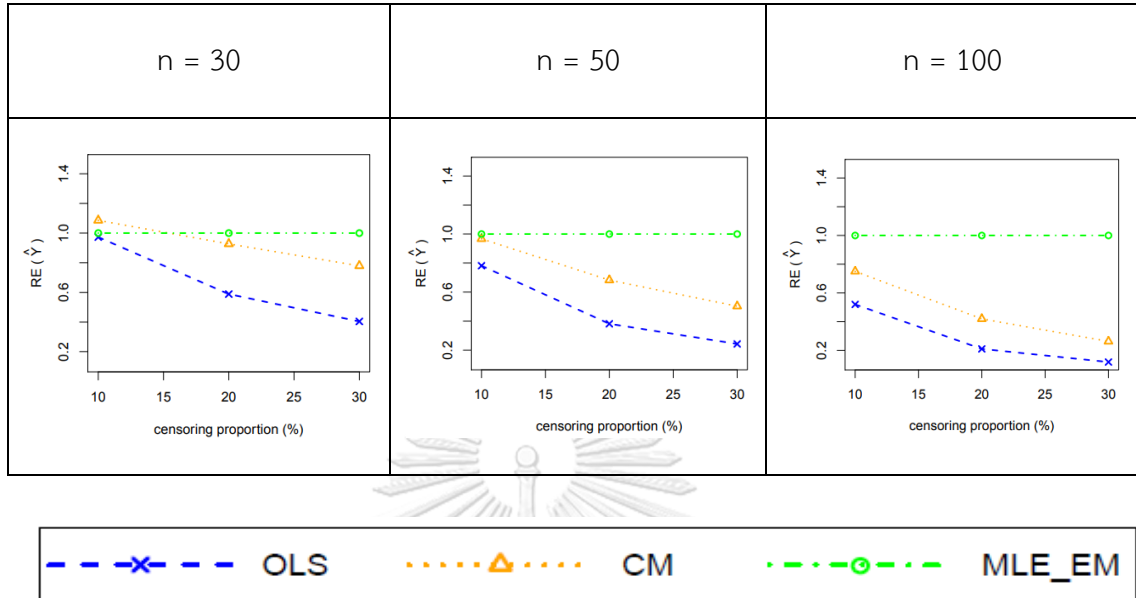
n	r_1	r_2	$RE(\hat{Y}_a)$			
			OLS	CM	MLE_EM	MLE_EM_AD
30	10	0.1	0.86	1.05	1.00	1.00
		0.2	0.71	0.99	1.00	1.00
		0.3	0.55	0.94	1.00	1.00
	20	0.1	0.49	0.86	1.00	1.00
		0.2	0.41	0.81	1.00	1.00
		0.3	0.35	0.79	1.00	1.00
	30	0.1	0.36	0.74	1.00	1.00
		0.2	0.32	0.70	1.00	1.00
		0.3	0.28	0.67	1.00	1.00
50	10	0.1	0.62	0.88	1.00	1.00
		0.2	0.47	0.79	1.00	1.00
		0.3	0.35	0.70	1.00	1.00
	20	0.1	0.31	0.61	1.00	1.00
		0.2	0.24	0.52	1.00	1.00
		0.3	0.19	0.49	1.00	1.00
	30	0.1	0.20	0.45	1.00	1.00
		0.2	0.17	0.40	1.00	1.00
		0.3	0.15	0.40	1.00	1.00
100	10	0.1	0.39	0.64	1.00	1.00
		0.2	0.27	0.52	1.00	1.00
		0.3	0.18	0.42	1.00	1.00
	20	0.1	0.16	0.35	1.00	1.00
		0.2	0.12	0.29	1.00	1.00
		0.3	0.09	0.25	1.00	1.00
	30	0.1	0.10	0.23	1.00	1.00
		0.2	0.08	0.21	1.00	1.00
		0.3	0.07	0.20	1.00	1.00

รูปที่ 8 กราฟเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{Y}_a)$ เมื่อ $\sigma^2_{x_1} : \sigma^2_{x_2} = 1:2$ และ $\sigma^2_{x_1+x_2} : \sigma^2_{\varepsilon} = 2:1$



จากรูปที่ 7 - 8 และตารางที่ 5 - 6 พบว่า ให้ผลสรุปเหมือนรูปที่ 5 - 6 และตารางที่ 3 - 4

รูปที่ 9 กราฟเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{Y}_a)$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2 : \sigma_{x_2}^2 = 1:5$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_{\varepsilon}^2 = 2:1$ กรณี $r_2 = 0$



จากรูปที่ 9 พบว่า ให้ผลสรุปเหมือนรูปที่ 5

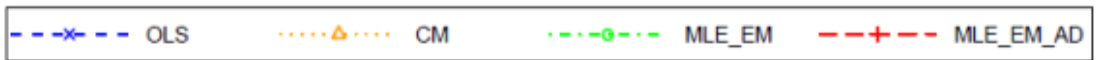
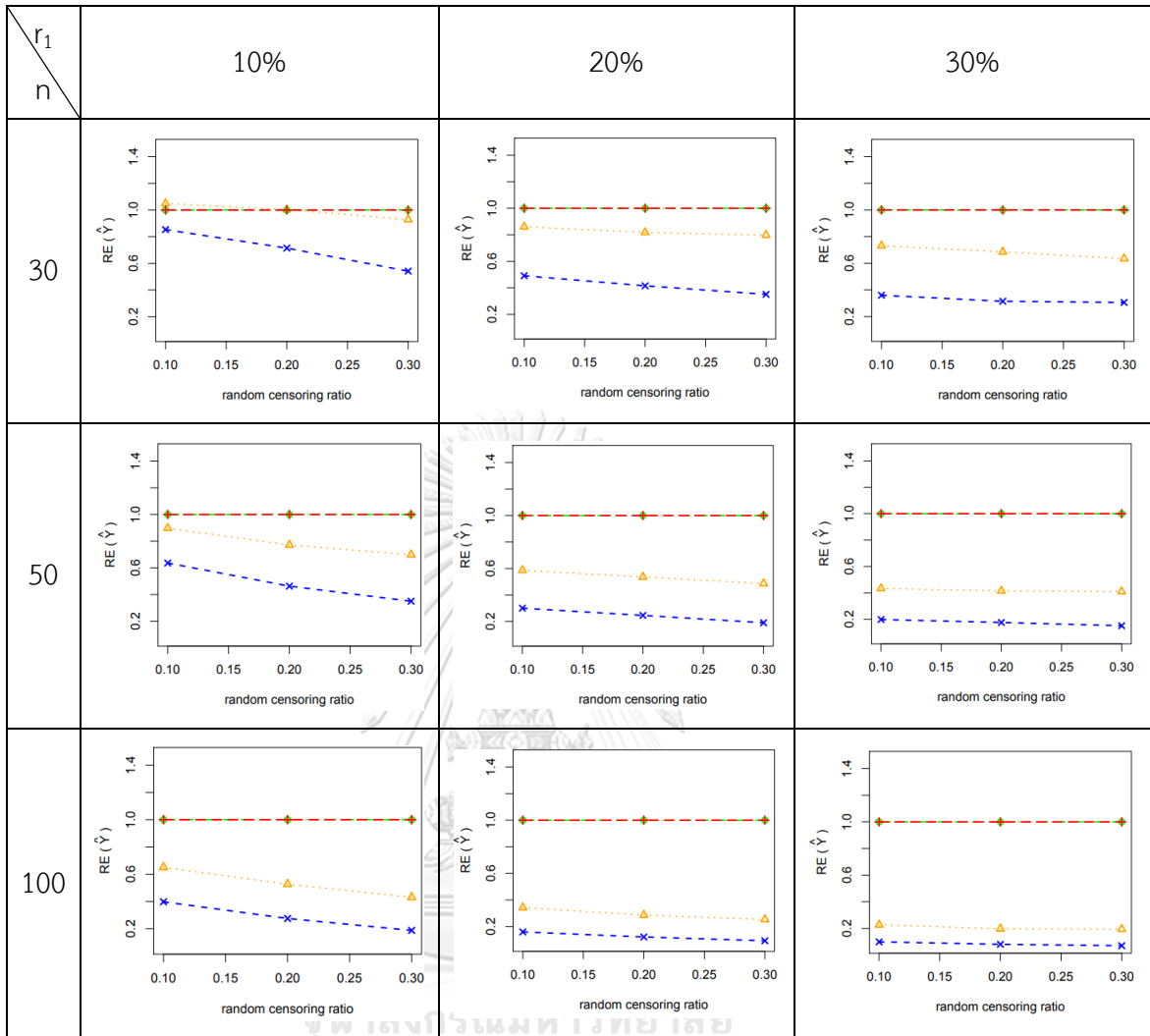
ตารางที่ 7 ผลการเปรียบเทียบค่า $AMSE(\hat{Y}_a)$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2 : \sigma_{x_2}^2 = 1:5$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_{\varepsilon}^2 = 2:1$

n	r_1	r_2	$AMSE(\hat{Y}_a)$			
			OLS	CM	MLE_EM	MLE_EM_AD
30	10	0.1	0.0163	0.0132	0.0138	0.0138
		0.2	0.0212	0.0151	0.0152	0.0152
		0.3	0.0303	0.0177	0.0164	0.0164
	20	0.1	0.0360	0.0206	0.0177	0.0177
		0.2	0.0493	0.0250	0.0205	0.0205
		0.3	0.0697	0.0307	0.0245	0.0245
	30	0.1	0.0671	0.0330	0.0242	0.0242
		0.2	0.0882	0.0405	0.0277	0.0277
		0.3	0.1191	0.0482	0.0364	0.0364
50	10	0.1	0.0127	0.0090	0.0081	0.0081
		0.2	0.0181	0.0109	0.0084	0.0084
		0.3	0.0266	0.0133	0.0093	0.0093
	20	0.1	0.0329	0.0169	0.0099	0.0099
		0.2	0.0455	0.0209	0.0112	0.0112
		0.3	0.0666	0.0260	0.0127	0.0127
	30	0.1	0.0636	0.0291	0.0126	0.0126
		0.2	0.0856	0.0362	0.0150	0.0150
		0.3	0.1146	0.0422	0.0173	0.0173
100	10	0.1	0.0101	0.0061	0.0040	0.0040
		0.2	0.0152	0.0080	0.0042	0.0042
		0.3	0.0243	0.0106	0.0046	0.0046
	20	0.1	0.0298	0.0139	0.0048	0.0048
		0.2	0.0435	0.0185	0.0053	0.0053
		0.3	0.0637	0.0235	0.0059	0.0059
	30	0.1	0.0600	0.0261	0.0059	0.0059
		0.2	0.0827	0.0339	0.0067	0.0067
		0.3	0.1133	0.0408	0.0079	0.0079

ตารางที่ 8 ผลการเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{Y}_a)$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2 : \sigma_{x_2}^2 = 1:5$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_{\varepsilon}^2 = 2:1$

n	r_1	r_2	$RE(\hat{Y}_a)$			
			OLS	CM	MLE_EM	MLE_EM_AD
30	10	0.1	0.85	1.05	1.00	1.00
		0.2	0.71	1.00	1.00	1.00
		0.3	0.54	0.93	1.00	1.00
	20	0.1	0.49	0.86	1.00	1.00
		0.2	0.42	0.82	1.00	1.00
		0.3	0.35	0.80	1.00	1.00
	30	0.1	0.36	0.73	1.00	1.00
		0.2	0.31	0.69	1.00	1.00
		0.3	0.30	0.63	1.00	1.00
50	10	0.1	0.64	0.90	1.00	1.00
		0.2	0.46	0.77	1.00	1.00
		0.3	0.35	0.70	1.00	1.00
	20	0.1	0.30	0.59	1.00	1.00
		0.2	0.25	0.54	1.00	1.00
		0.3	0.19	0.49	1.00	1.00
	30	0.1	0.20	0.43	1.00	1.00
		0.2	0.18	0.41	1.00	1.00
		0.3	0.15	0.41	1.00	1.00
100	10	0.1	0.40	0.65	1.00	1.00
		0.2	0.28	0.53	1.00	1.00
		0.3	0.19	0.43	1.00	1.00
	20	0.1	0.16	0.34	1.00	1.00
		0.2	0.12	0.29	1.00	1.00
		0.3	0.09	0.25	1.00	1.00
	30	0.1	0.10	0.23	1.00	1.00
		0.2	0.08	0.20	1.00	1.00
		0.3	0.07	0.19	1.00	1.00

รูปที่ 10 กราฟเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{Y}_a)$ เมื่อ $\sigma^2_{x_1} : \sigma^2_{x_2} = 1:5$ และ $\sigma^2_{x_1+x_2} : \sigma^2_{\varepsilon} = 2:1$

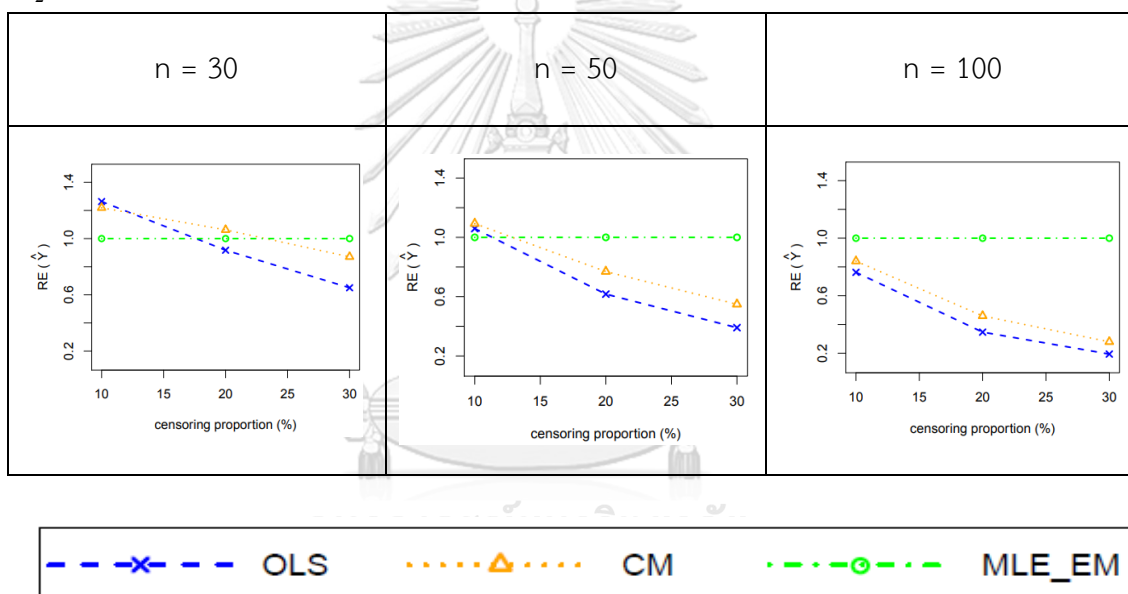


จากรูปที่ 9 – 10 และตารางที่ 7 – 8 พบว่า ให้ผลสรุปเหมือนรูปที่ 5 – 6 และตารางที่ 3 –

4.1.1 ผลการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าตัวแปรตาม เมื่อ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_{\varepsilon}^2 = 2:1$

ส่วนใหญ่วิธี MLE_EM และวิธี MLE_EM_AD เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุดในการประมาณค่าตัวแปรตาม ยกเว้นเมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็ก ($n = 30$) ร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวาน้อย ($r_1 = 10\%$) วิธี CM มีประสิทธิภาพสูงสุดเมื่อเวลาในการติดตามการรอดชีวิตของผู้ป่วยไม่มีการแจกแจง (random censoring ratio = 0) แต่เมื่อเวลาในการติดตามการรอดชีวิตของผู้ป่วยมีช่วงการแจกแจงแบบสม่ำเสมอพบว่าวิธี CM มีประสิทธิภาพสูงสุดในการประมาณค่าตัวแปรตาม กรณี random censoring ratio = 0.1

รูปที่ 11 กราฟเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{Y}_a)$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2 : \sigma_{x_2}^2 = 1:1$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_{\varepsilon}^2 = 1:1$ กรณี $r_2 = 0$



จากรูปที่ 11 พบว่า เมื่อเวลาในการติดตามการรอดชีวิตของผู้ป่วยไม่มีการแจกแจง ส่วนใหญ่วิธี MLE_EM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

เมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็ก ($n = 30$)

- ร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวาน้อย ($r_1 = 10\%$) วิธี OLS และ CM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด
- ร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวานปานกลาง ($r_1 = 20\%$) วิธี CM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

เมื่อตัวอย่างมีขนาดปานกลาง ($n = 50$) และร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวาน้อย ($r_1 = 10\%$) วิธี OLS และ CM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

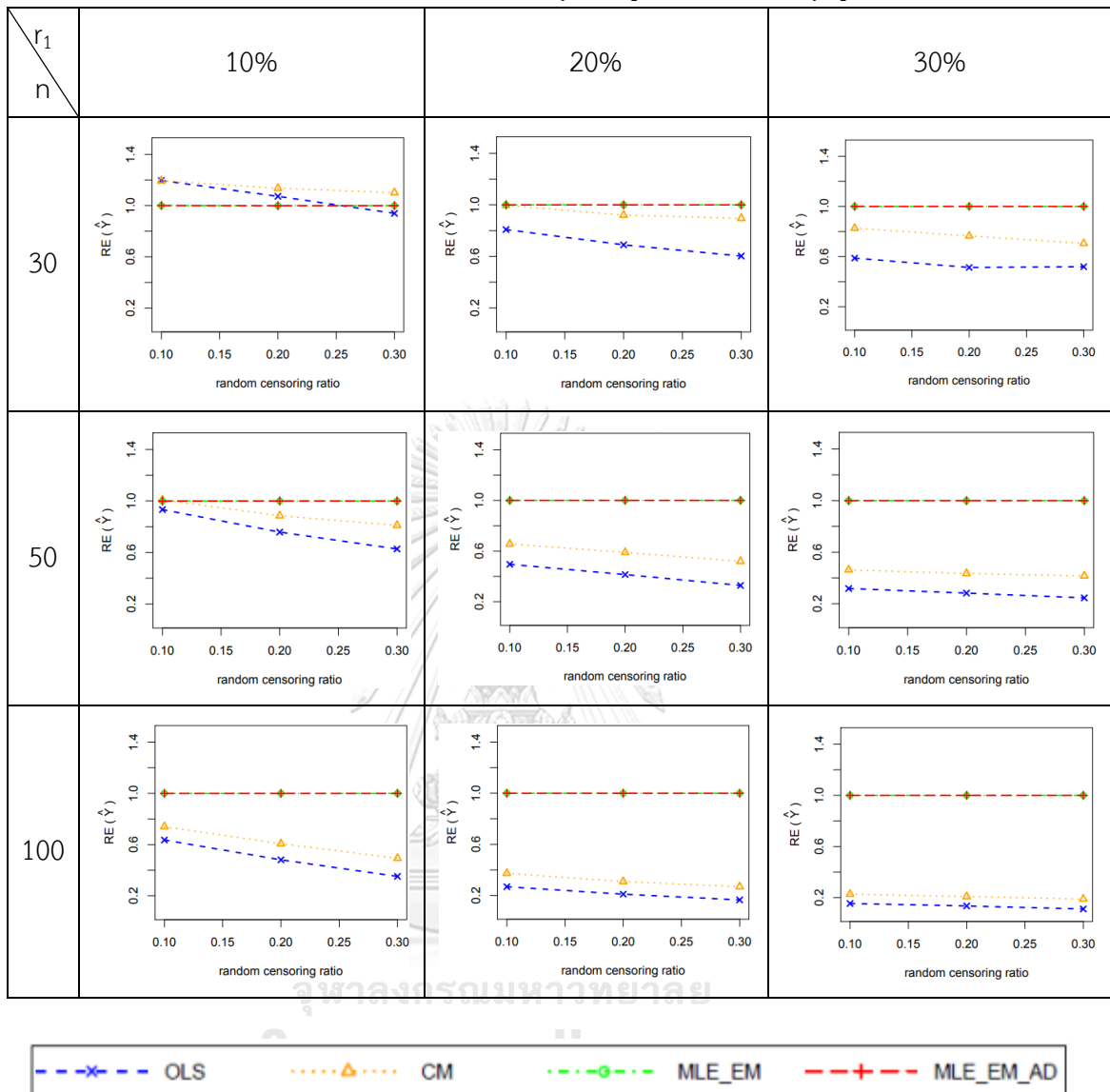
ตารางที่ 9 ผลการเปรียบเทียบค่า $AMSE(\hat{Y}_a)$ เมื่อ $\sigma^2_{x_1} : \sigma^2_{x_2} = 1:1$ และ $\sigma^2_{x_1+x_2} : \sigma^2_{\varepsilon} = 1:1$

n	r_1	r_2	$AMSE(\hat{Y}_a)$			
			OLS	CM	MLE_EM	MLE_EM_AD
30	10	0.1	0.0222	0.0223	0.0266	0.0266
		0.2	0.0260	0.0246	0.0279	0.0279
		0.3	0.0327	0.0279	0.0307	0.0307
	20	0.1	0.0407	0.0331	0.0329	0.0329
		0.2	0.0524	0.0392	0.0361	0.0361
		0.3	0.0702	0.0473	0.0423	0.0423
	30	0.1	0.0730	0.0520	0.0429	0.0429
		0.2	0.0925	0.0621	0.0474	0.0474
		0.3	0.1205	0.0741	0.0626	0.0626
50	10	0.1	0.0165	0.0152	0.0153	0.0153
		0.2	0.0208	0.0179	0.0158	0.0158
		0.3	0.0272	0.0211	0.0171	0.0171
	20	0.1	0.0364	0.0275	0.0181	0.0181
		0.2	0.0473	0.0333	0.0196	0.0196
		0.3	0.0657	0.0417	0.0216	0.0216
	30	0.1	0.0689	0.0473	0.0219	0.0219
		0.2	0.0886	0.0576	0.0250	0.0250
		0.3	0.1153	0.0680	0.0283	0.0283
100	10	0.1	0.0120	0.0103	0.0076	0.00076
		0.2	0.0163	0.0129	0.0078	0.0078
		0.3	0.0237	0.0169	0.0083	0.0083
	20	0.1	0.0321	0.0231	0.0086	0.0086
		0.2	0.0442	0.0301	0.0093	0.0093
		0.3	0.0621	0.0382	0.0103	0.0103
	30	0.1	0.0653	0.0443	0.0101	0.0101
		0.2	0.0858	0.0557	0.0116	0.0116
		0.3	0.1140	0.0671	0.0127	0.0127

ตารางที่ 10 ผลการเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{Y}_a)$ เมื่อ $\sigma^2_{x_1} : \sigma^2_{x_2} = 1:1$ และ $\sigma^2_{x_1+x_2} : \sigma^2_{\varepsilon} = 1:1$

n	r_1	r_2	$RE(\hat{Y}_a)$			
			OLS	CM	MLE_EM	MLE_EM_AD
30	10	0.1	1.20	1.19	1.00	1.00
		0.2	1.07	1.14	1.00	1.00
		0.3	0.94	1.10	1.00	1.00
	20	0.1	0.81	1.00	1.00	1.00
		0.2	0.69	0.92	1.00	1.00
		0.3	0.60	0.90	1.00	1.00
	30	0.1	0.59	0.83	1.00	1.00
		0.2	0.51	0.76	1.00	1.00
		0.3	0.51	0.70	1.00	1.00
50	10	0.1	0.93	1.01	1.00	1.00
		0.2	0.76	0.89	1.00	1.00
		0.3	0.63	0.81	1.00	1.00
	20	0.1	0.50	0.66	1.00	1.00
		0.2	0.41	0.59	1.00	1.00
		0.3	0.33	0.52	1.00	1.00
	30	0.1	0.32	0.46	1.00	1.00
		0.2	0.28	0.43	1.00	1.00
		0.3	0.25	0.42	1.00	1.00
100	10	0.1	0.64	0.74	1.00	1.00
		0.2	0.48	0.61	1.00	1.00
		0.3	0.35	0.49	1.00	1.00
	20	0.1	0.27	0.37	1.00	1.00
		0.2	0.21	0.31	1.00	1.00
		0.3	0.17	0.27	1.00	1.00
	30	0.1	0.15	0.23	1.00	1.00
		0.2	0.14	0.21	1.00	1.00
		0.3	0.11	0.19	1.00	1.00

รูปที่ 12 กราฟเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{Y}_a)$ เมื่อ $\sigma^2_{x_1} : \sigma^2_{x_2} = 1:1$ และ $\sigma^2_{x_1+x_2} : \sigma^2_{\varepsilon} = 1:1$



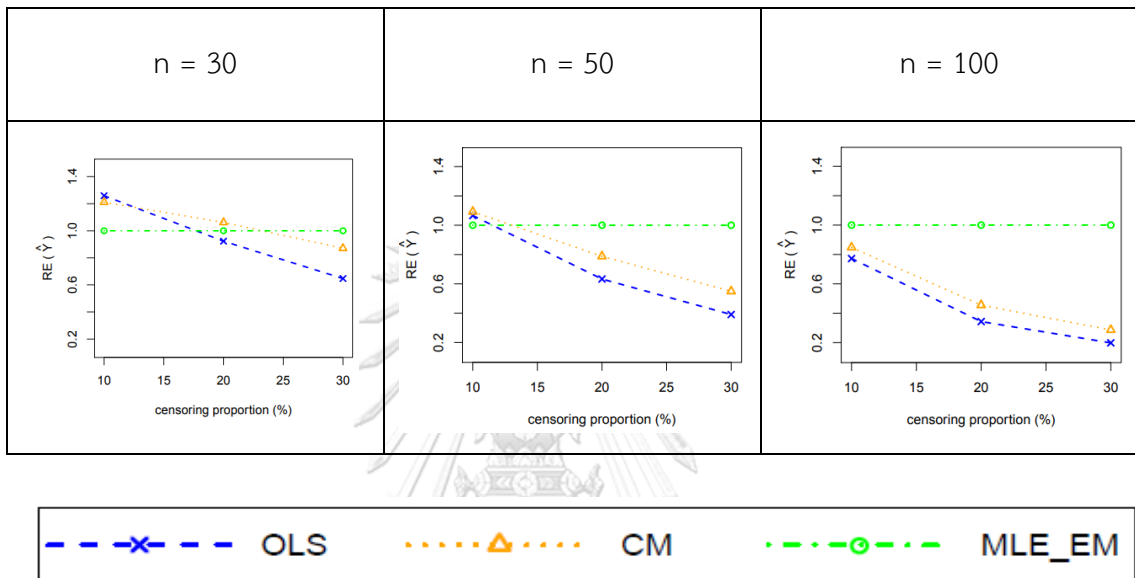
จากรูปที่ 11 - 12 และตารางที่ 9 - 10 พบว่า เมื่อเวลาในการติดตามการรอดชีวิตของผู้ป่วยมีการแจกแจง ส่วนใหญ่ วิธี MLE_EM และวิธี MLE_EM_AD เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด เมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็ก ($n = 30$) ร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวาน้อย ($r_1 = 10\%$)

- random censoring ratio = 0.1 วิธี OLS และ CM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด
- random censoring ratio = 0.2, 0.3 วิธี CM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

เมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็ก ($n = 30$) ร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวานปานกลาง ($r_1 = 20\%$) และ random censoring ratio = 0.1 วิธี CM, MLE_EM และ MLE_EM_AD เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

เมื่อตัวอย่างมีขนาดปานกลาง ($n = 50$) ร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวาน้อย ($r_1 = 10\%$) และ random censoring ratio = 0.1 วิธี CM, MLE_EM และ MLE_EM_AD เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

รูปที่ 13 กราฟเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{Y}_a)$ เมื่อ $\sigma^2_{x_1} : \sigma^2_{x_2} = 1:2$ และ $\sigma^2_{x_1+x_2} : \sigma^2_{\varepsilon} = 1:1$ กรณี $r_2 = 0$



จากรูปที่ 13 พบว่า ให้ผลสรุปเหมือนรูปที่ 11

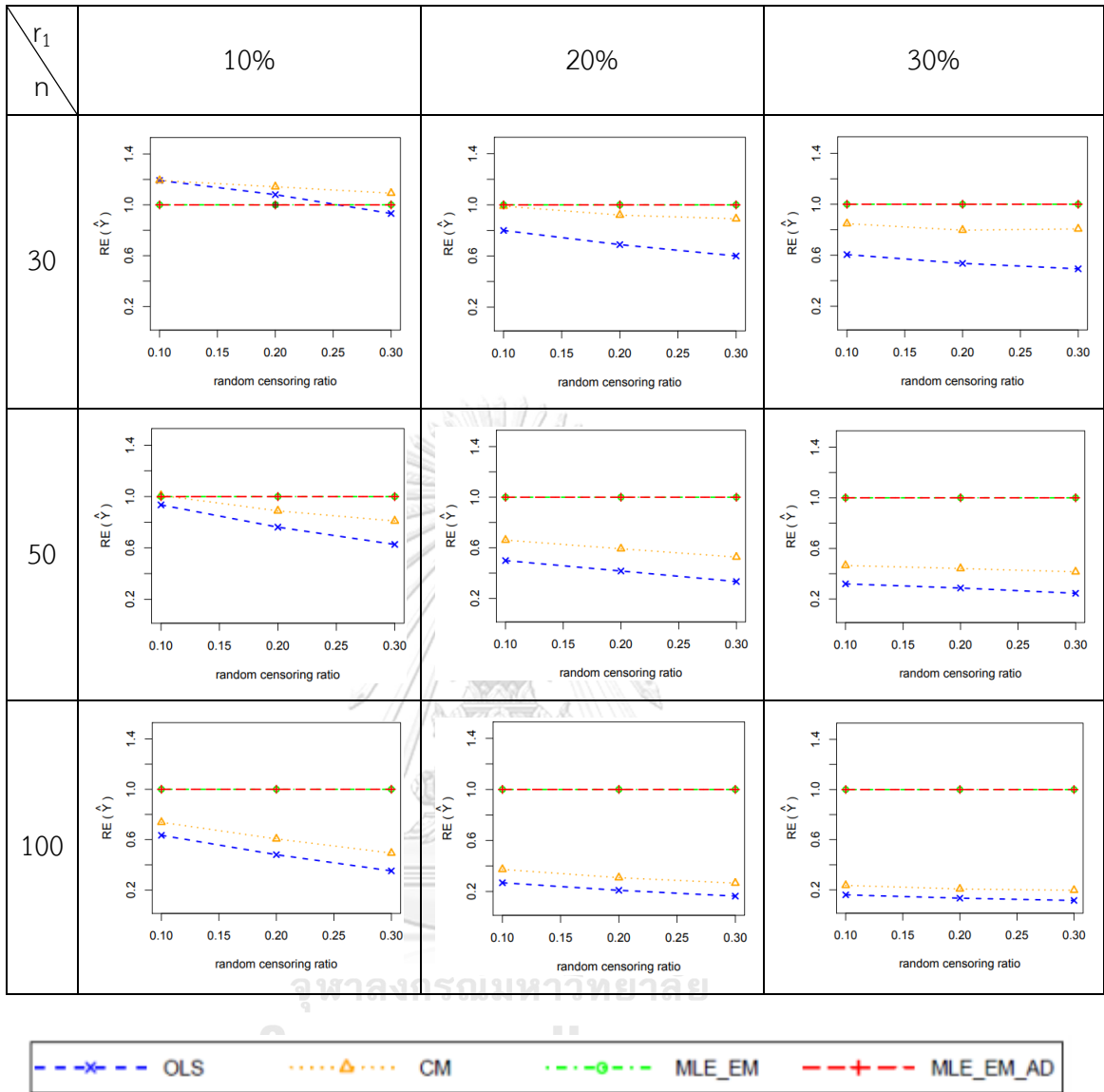
ตารางที่ 11 ผลการเปรียบเทียบค่า $AMSE(\hat{Y}_a)$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2 : \sigma_{x_2}^2 = 1:2$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_{\varepsilon}^2 = 1:1$

n	r_1	r_2	$AMSE(\hat{Y}_a)$			
			OLS	CM	MLE_EM	MLE_EM_AD
30	10	0.1	0.0222	0.0223	0.0265	0.0265
		0.2	0.0260	0.0246	0.0280	0.0281
		0.3	0.0327	0.0279	0.0304	0.0304
	20	0.1	0.0408	0.0329	0.0326	0.0326
		0.2	0.0523	0.0392	0.0361	0.0361
		0.3	0.0700	0.0472	0.0420	0.0420
	30	0.1	0.0731	0.0522	0.0422	0.0422
		0.2	0.0920	0.0619	0.0493	0.0493
		0.3	0.1193	0.0730	0.0589	0.0589
50	10	0.1	0.0164	0.0152	0.0154	0.0153
		0.2	0.0208	0.0178	0.0159	0.0159
		0.3	0.0272	0.0211	0.0171	0.0171
	20	0.1	0.0364	0.0275	0.0182	0.0182
		0.2	0.0473	0.0332	0.0197	0.0197
		0.3	0.0657	0.0416	0.0219	0.0219
	30	0.1	0.0688	0.0473	0.0220	0.0220
		0.2	0.0888	0.0578	0.0255	0.0255
		0.3	0.1154	0.0682	0.0283	0.0283
100	10	0.1	0.0120	0.0103	0.0076	0.0076
		0.2	0.0163	0.0130	0.0078	0.0078
		0.3	0.0237	0.0169	0.0083	0.0083
	20	0.1	0.0321	0.0231	0.0086	0.0086
		0.2	0.0442	0.0300	0.0093	0.0093
		0.3	0.0620	0.0382	0.0102	0.0102
	30	0.1	0.0649	0.0442	0.0104	0.0104
		0.2	0.0860	0.0554	0.0115	0.0115
		0.3	0.1136	0.0667	0.0131	0.0131

ตารางที่ 12 ผลการเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{Y}_a)$ เมื่อ $\sigma^2_{x_1} : \sigma^2_{x_2} = 1:2$ และ $\sigma^2_{x_1+x_2} : \sigma^2_{\varepsilon} = 1:1$

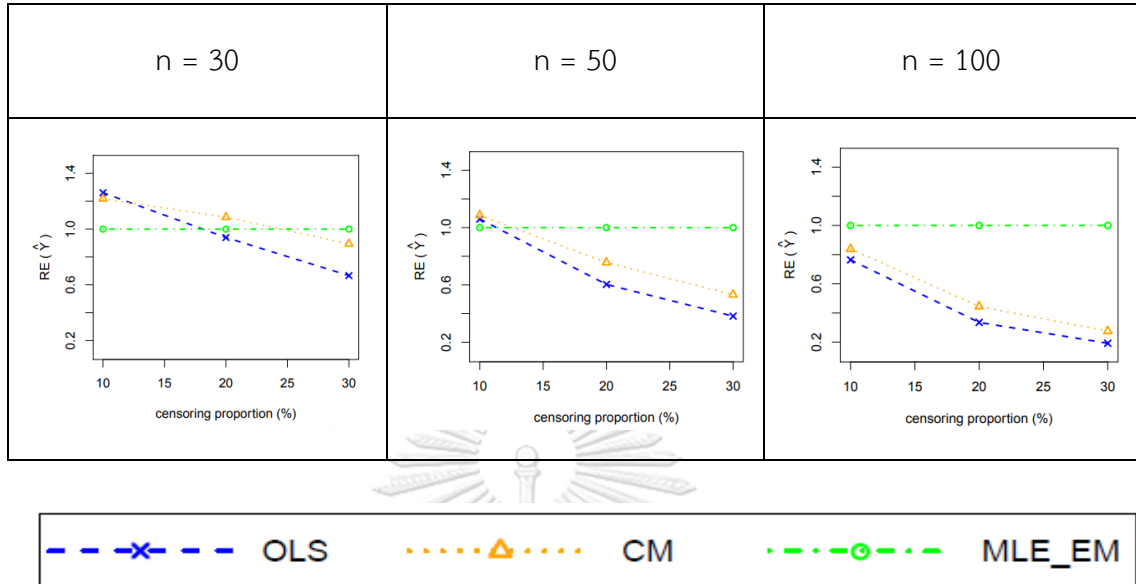
n	r_1	r_2	$RE(\hat{Y}_a)$			
			OLS	CM	MLE_EM	MLE_EM_AD
30	10	0.1	1.19	1.19	1.00	1.00
		0.2	1.08	1.14	1.00	1.00
		0.3	0.93	1.09	1.00	1.00
	20	0.1	0.80	0.99	1.00	1.00
		0.2	0.69	0.92	1.00	1.00
		0.3	0.60	0.89	1.00	1.00
	30	0.1	0.61	0.85	1.00	1.00
		0.2	0.54	0.80	1.00	1.00
		0.3	0.49	0.80	1.00	1.00
50	10	0.1	0.93	1.01	1.00	1.00
		0.2	0.76	0.89	1.00	1.00
		0.3	0.63	0.81	1.00	1.00
	20	0.1	0.50	0.66	1.00	1.00
		0.2	0.42	0.59	1.00	1.00
		0.3	0.33	0.53	1.00	1.00
	30	0.1	0.32	0.47	1.00	1.00
		0.2	0.29	0.44	1.00	1.00
		0.3	0.25	0.41	1.00	1.00
100	10	0.1	0.63	0.74	1.00	1.00
		0.2	0.48	0.61	1.00	1.00
		0.3	0.35	0.49	1.00	1.00
	20	0.1	0.27	0.37	1.00	1.00
		0.2	0.21	0.31	1.00	1.00
		0.3	0.16	0.27	1.00	1.00
	30	0.1	0.16	0.24	1.00	1.00
		0.2	0.13	0.21	1.00	1.00
		0.3	0.12	0.20	1.00	1.00

รูปที่ 14 กราฟเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{Y}_a)$ เมื่อ $\sigma^2_{x_1} : \sigma^2_{x_2} = 1:2$ และ $\sigma^2_{x_1+x_2} : \sigma^2_{\varepsilon} = 1:1$



จากรูปที่ 13 - 14 และตารางที่ 11 - 12 พบว่า ให้ผลสรุปเหมือนรูปที่ 11 - 12 และตารางที่ 9 - 10

รูปที่ 15 กราฟเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{Y}_a)$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2 : \sigma_{x_2}^2 = 1:5$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_{\varepsilon}^2 = 1:1$ กรณี $r_2 = 0$



จากรูปที่ 15 พบว่า ให้ผลสรุปเหมือนรูปที่ 11

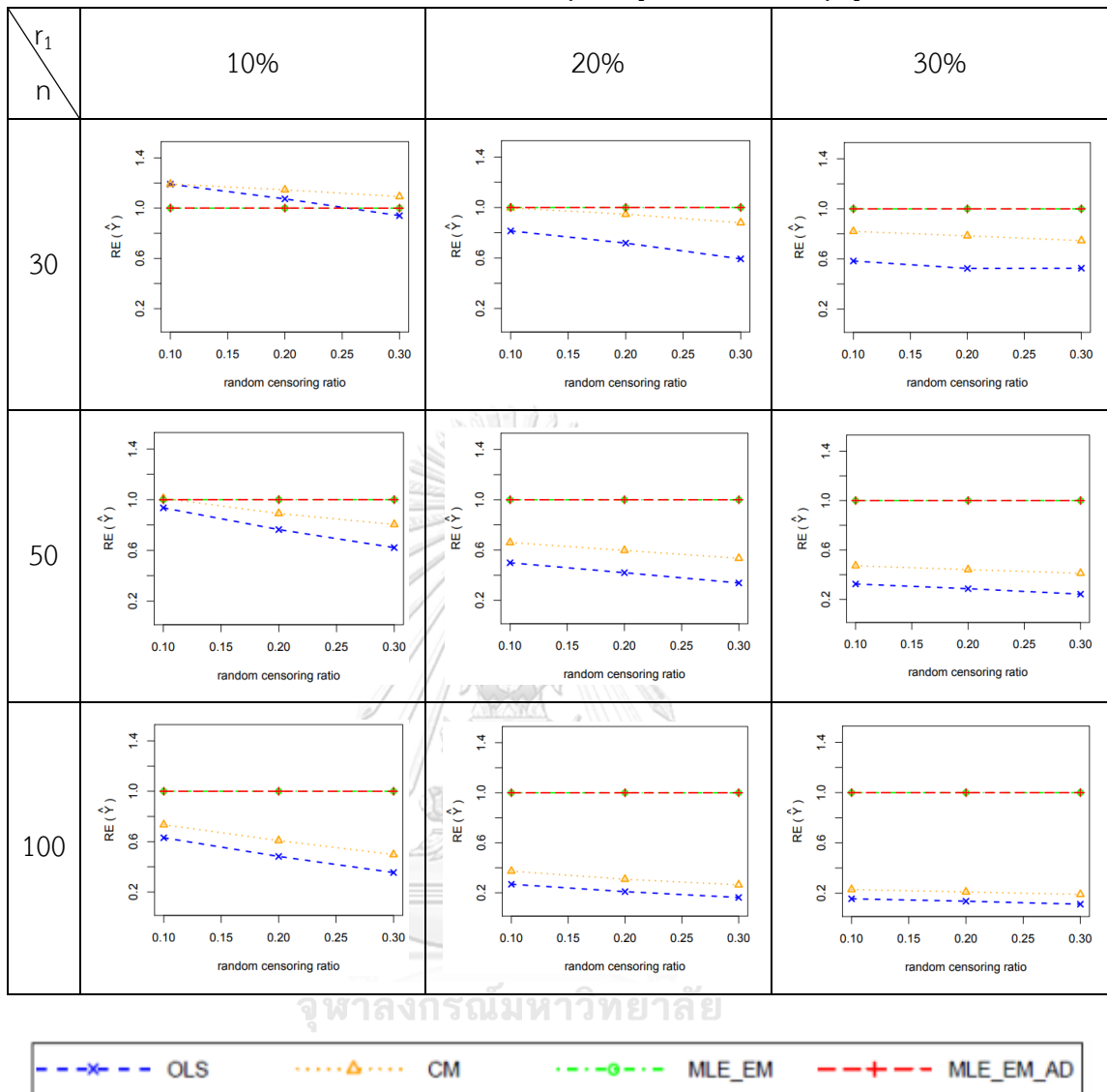
ตารางที่ 13 ผลการเปรียบเทียบค่า $AMSE(\hat{Y}_a)$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2 : \sigma_{x_2}^2 = 1:5$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_{\varepsilon}^2 = 1:1$

n	r_1	r_2	$AMSE(\hat{Y}_a)$			
			OLS	CM	MLE_EM	MLE_EM_AD
30	10	0.1	0.0223	0.0223	0.0267	0.0266
		0.2	0.0260	0.0245	0.0279	0.0279
		0.3	0.0326	0.0280	0.0306	0.0306
	20	0.1	0.0406	0.0332	0.0331	0.0331
		0.2	0.0520	0.0394	0.0373	0.0373
		0.3	0.0694	0.0468	0.0412	0.0412
	30	0.1	0.0722	0.0514	0.0421	0.0421
		0.2	0.0922	0.0615	0.0483	0.0483
		0.3	0.1203	0.0738	0.0632	0.0632
50	10	0.1	0.0164	0.0152	0.0154	0.0154
		0.2	0.0208	0.0177	0.0158	0.0158
		0.3	0.0272	0.0210	0.0169	0.0169
	20	0.1	0.0364	0.0275	0.0182	0.0182
		0.2	0.0473	0.0332	0.0198	0.0198
		0.3	0.0657	0.0417	0.0222	0.0222
	30	0.1	0.0687	0.0473	0.0224	0.0224
		0.2	0.0890	0.0580	0.0256	0.0256
		0.3	0.1157	0.0681	0.0281	0.0281
100	10	0.1	0.0120	0.0103	0.0076	0.0076
		0.2	0.0162	0.0129	0.0078	0.0078
		0.3	0.0237	0.0169	0.0084	0.0084
	20	0.1	0.0321	0.0231	0.0086	0.0086
		0.2	0.0441	0.0301	0.0093	0.0093
		0.3	0.0620	0.0382	0.0101	0.0101
	30	0.1	0.0653	0.0443	0.0101	0.0101
		0.2	0.0861	0.0557	0.0117	0.0117
		0.3	0.1136	0.0669	0.0127	0.0127

ตารางที่ 14 ผลการเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{Y}_a)$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2 : \sigma_{x_2}^2 = 1:5$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_{\varepsilon}^2 = 1:1$

n	r_1	r_2	$RE(\hat{Y}_a)$			
			OLS	CM	MLE_EM	MLE_EM_AD
30	10	0.1	1.19	1.19	1.00	1.00
		0.2	1.07	1.15	1.00	1.00
		0.3	0.94	1.09	1.00	1.00
	20	0.1	0.81	1.00	1.00	1.00
		0.2	0.72	0.95	1.00	1.00
		0.3	0.59	0.88	1.00	1.00
	30	0.1	0.58	0.82	1.00	1.00
		0.2	0.52	0.78	1.00	1.00
		0.3	0.52	0.74	1.00	1.00
50	10	0.1	0.94	1.01	1.00	1.00
		0.2	0.76	0.89	1.00	1.00
		0.3	0.62	0.80	1.00	1.00
	20	0.1	0.50	0.66	1.00	1.00
		0.2	0.42	0.60	1.00	1.00
		0.3	0.34	0.53	1.00	1.00
	30	0.1	0.33	0.47	1.00	1.00
		0.2	0.29	0.44	1.00	1.00
		0.3	0.24	0.41	1.00	1.00
100	10	0.1	0.63	0.73	1.00	1.00
		0.2	0.48	0.61	1.00	1.00
		0.3	0.35	0.50	1.00	1.00
	20	0.1	0.27	0.37	1.00	1.00
		0.2	0.21	0.31	1.00	1.00
		0.3	0.16	0.26	1.00	1.00
	30	0.1	0.16	0.23	1.00	1.00
		0.2	0.14	0.21	1.00	1.00
		0.3	0.11	0.19	1.00	1.00

รูปที่ 16 กราฟเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{Y}_a)$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2 : \sigma_{x_2}^2 = 1:5$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_\varepsilon^2 = 1:1$



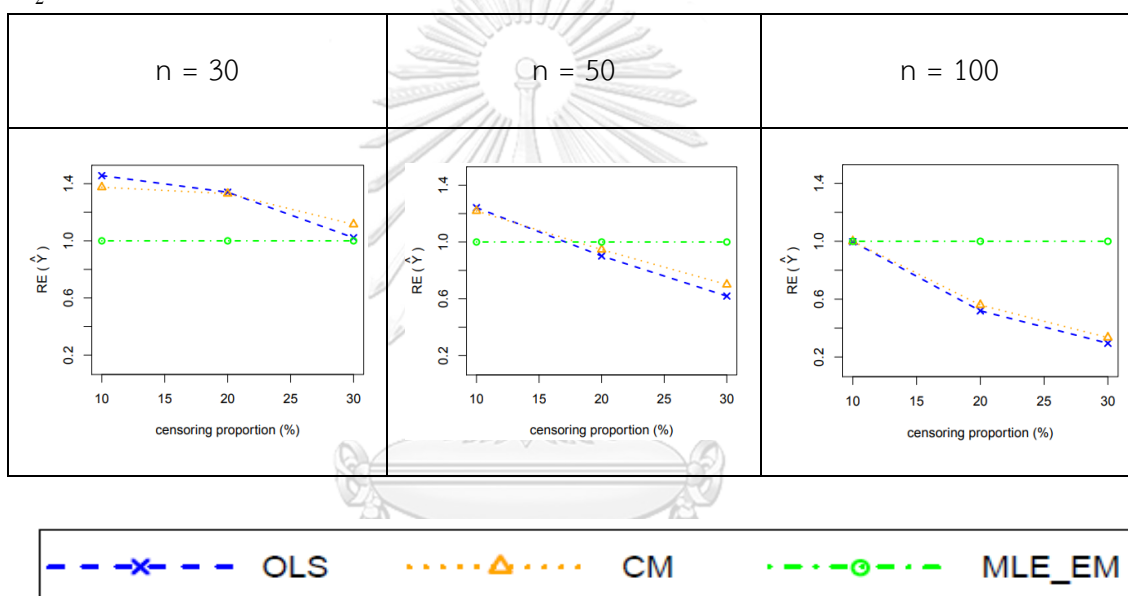
จากรูปที่ 15 – 16 และตารางที่ 13 – 14 พบว่า ให้ผลสรุปเหมือนรูปที่ 11 – 12 และตารางที่ 9 – 10

4.1.2 ผลการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าตัวแปรตาม เมื่อ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_\varepsilon^2 = 1:1$

ส่วนใหญ่วิธี MLE_EM และวิธี MLE_EM_AD เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุดในการประมาณค่าตัวแปรตาม แต่เมื่อสถานการณ์ที่ตัวอย่างมีขนาดเล็ก ($n = 30$) ร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวาปานกลาง ($r_1 = 20\%$) random censoring ratio = 0.1 และสถานการณ์ที่ตัวอย่างมีขนาดปานกลาง ($n = 50$) ร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวาน้อย ($r_1 = 10\%$) random censoring ratio = 0.1 ทั้งสองสถานการณ์นี้ วิธี CM ยังมีประสิทธิภาพสูงสุดอยู่

เมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็ก ($n = 30$) และร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวาน้อย ($r_1 = 10\%$) พบว่า วิธี OLS มีประสิทธิภาพสูงสุดเมื่อเวลาในการติดตามการรอดชีวิตของผู้ป่วยแต่ละคนมีค่าเท่ากัน (random censoring ratio = 0) แต่เมื่อเวลาในการติดตามการรอดชีวิตของผู้ป่วยมีช่วงการแจกแจงแบบสมมาตรสม่ำเสมอพบว่าวิธี OLS และวิธี CM มีประสิทธิภาพสูงสุดเมื่อ random censoring ratio = 0.1 แต่เมื่อ random censoring ratio = 0.2, 0.3 วิธี OLS มีประสิทธิภาพลดลง เหลือเพียงวิธี CM ที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

รูปที่ 17 กราฟเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{Y}_a)$ เมื่อ $\sigma^2_{x_1} : \sigma^2_{x_2} = 1:1$ และ $\sigma^2_{x_1+x_2} : \sigma^2_{\varepsilon} = 1:2$ กรณี $r_2 = 0$



จากรูปที่ 17 พบว่า เมื่อเวลาในการติดตามการรอดชีวิตของผู้ป่วยไม่มีการแจกแจง ส่วนใหญ่ วิธี MLE_EM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

เมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็ก ($n = 30$)

- ร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวาน้อย ($r_1 = 10\%$) วิธี OLS เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด
- ร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวาปานกลาง ($r_1 = 20\%$) วิธี OLS และ CM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด
- ร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวามาก ($r_1 = 30\%$) วิธี CM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

เมื่อตัวอย่างมีขนาดปานกลาง ($n = 50$)

- ร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวาน้อย ($r_1 = 10\%$) วิธี OLS และ CM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด
- ร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวาปานกลาง ($r_1 = 20\%$) วิธี OLS และ CM เป็นวิธีที่มีประสิทธิผลน้อยกว่าวิธี MLE_EM เพียงเล็กน้อย

เมื่อตัวอย่างมีขนาดใหญ่ ($n = 100$) ร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวาน้อย ($r_1 = 10\%$) วิธี OLS และ CM มีประสิทธิภาพเทียบเท่ากับวิธี MLE_EM



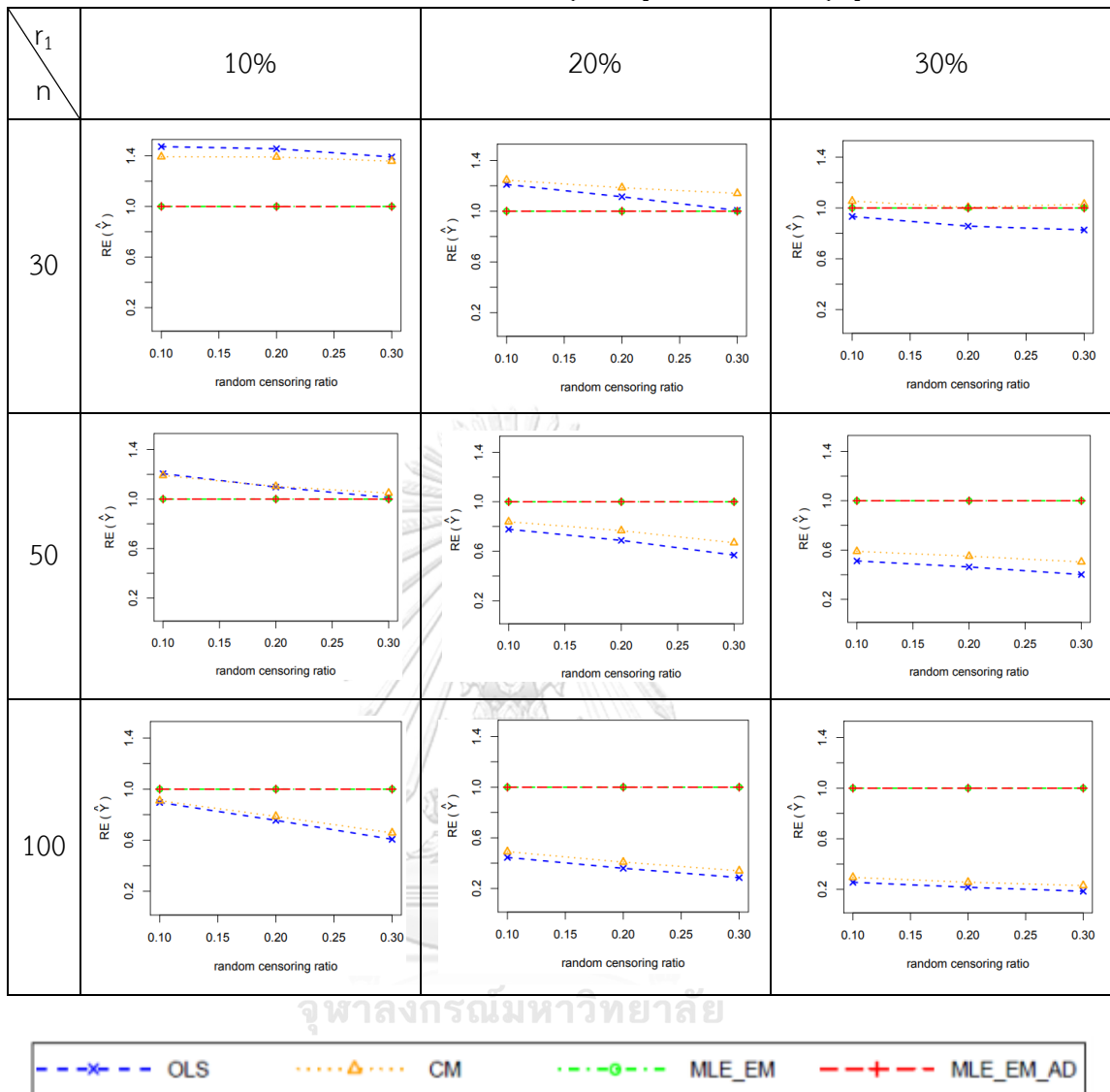
ตารางที่ 15 ผลการเปรียบเทียบค่า $AMSE(\hat{Y}_a)$ เมื่อ $\sigma^2_{x_1} : \sigma^2_{x_2} = 1:1$ และ $\sigma^2_{x_1+x_2} : \sigma^2_{\varepsilon} = 1:2$

n	r_1	r_2	$AMSE(\hat{Y}_a)$			
			OLS	CM	MLE_EM	MLE_EM_AD
30	10	0.1	0.0357	0.0379	0.0527	0.0527
		0.2	0.0376	0.0394	0.0548	0.0548
		0.3	0.0416	0.0427	0.0580	0.0580
	20	0.1	0.0513	0.0498	0.0620	0.0620
		0.2	0.0607	0.0571	0.0676	0.0676
		0.3	0.0744	0.0656	0.0749	0.0749
	30	0.1	0.0846	0.0749	0.0789	0.0789
		0.2	0.1029	0.0864	0.0882	0.0882
		0.3	0.1278	0.1027	0.1037	0.1037
50	10	0.1	0.0247	0.0250	0.0298	0.0298
		0.2	0.0277	0.0276	0.0304	0.0304
		0.3	0.0318	0.0307	0.0322	0.0322
	20	0.1	0.0441	0.0409	0.0343	0.0343
		0.2	0.0530	0.04670	0.0365	0.0365
		0.3	0.0685	0.0583	0.0390	0.0390
	30	0.1	0.0794	0.0689	0.0406	0.0406
		0.2	0.0973	0.0818	0.0450	0.0450
		0.3	0.1210	0.0964	0.0486	0.0486
100	10	0.1	0.0165	0.0162	0.0147	0.0147
		0.2	0.0197	0.0190	0.0149	0.0149
		0.3	0.0250	0.0231	0.0152	0.0152
	20	0.1	0.0370	0.0336	0.0165	0.0165
		0.2	0.0478	0.0421	0.0172	0.0172
		0.3	0.0635	0.0534	0.0182	0.0182
	30	0.1	0.0742	0.0643	0.0190	0.0190
		0.2	0.0932	0.0786	0.0202	0.0202
		0.3	0.1184	0.0952	0.0219	0.0219

ตารางที่ 16 ผลการเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{Y}_a)$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2 : \sigma_{x_2}^2 = 1:1$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_{\varepsilon}^2 = 1:2$

n	r_1	r_2	$RE(\hat{Y}_a)$			
			OLS	CM	MLE_EM	MLE_EM_AD
30	10	0.1	1.47	1.39	1.00	1.00
		0.2	1.46	1.39	1.00	1.00
		0.3	1.39	1.36	1.00	1.00
	20	0.1	1.21	1.25	1.00	1.00
		0.2	1.11	1.18	1.00	1.00
		0.3	1.01	1.14	1.00	1.00
	30	0.1	0.93	1.05	1.00	1.00
		0.2	0.86	1.02	1.00	1.00
		0.3	0.83	1.00	1.00	1.00
50	10	0.1	1.21	1.19	1.00	1.00
		0.2	1.09	1.10	1.00	1.00
		0.3	1.01	1.05	1.00	1.00
	20	0.1	0.78	0.84	1.00	1.00
		0.2	0.69	0.77	1.00	1.00
		0.3	0.57	0.67	1.00	1.00
	30	0.1	0.51	0.59	1.00	1.00
		0.2	0.46	0.55	1.00	1.00
		0.3	0.40	0.50	1.00	1.00
100	10	0.1	0.90	0.91	1.00	1.00
		0.2	0.76	0.79	1.00	1.00
		0.3	0.61	0.66	1.00	1.00
	20	0.1	0.45	0.49	1.00	1.00
		0.2	0.36	0.41	1.00	1.00
		0.3	0.29	0.34	1.00	1.00
	30	0.1	0.26	0.29	1.00	1.00
		0.2	0.22	0.26	1.00	1.00
		0.3	0.18	0.23	1.00	1.00

รูปที่ 18 กราฟเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{Y}_a)$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2 : \sigma_{x_2}^2 = 1:1$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_{\varepsilon}^2 = 1:2$



จากรูปที่ 17 – 18 และตารางที่ 15 – 16 พบว่า เมื่อเวลาในการติดตามการรอดชีวิตของผู้ป่วยมีการแจกแจง ส่วนใหญ่ วิธี MLE_EM และ MLE_EM_AD เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

เมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็ก ($n = 30$) ร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวาน้อย ($r_1 = 10\%$)

- random censoring ratio = 0.1, 0.2 และ 0.3 วิธี OLS เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

เมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็ก ($n = 30$) ร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวามาก ($r_1 = 20\%$)

- random censoring ratio = 0.1, 0.2 และ 0.3 วิธี CM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

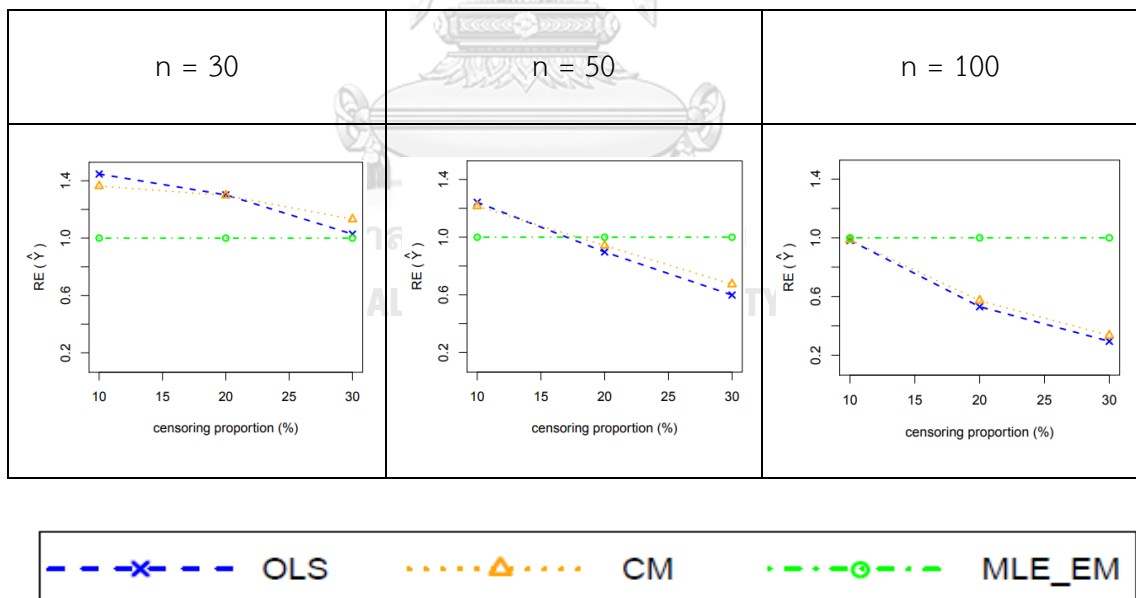
เมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็ก ($n = 30$) ร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวามาก ($r_1 = 30\%$)

- random censoring ratio = 0.1 และ 0.2 วิธี CM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด
- random censoring ratio = 0.3 วิธี CM, MLE_EM และ MLE_EM_AD เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

เมื่อตัวอย่างมีขนาดปานกลาง ($n = 50$) ร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวาน้อย ($r_1 = 10\%$)

- random censoring ratio = 0.1 วิธี OLS เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด
- random censoring ratio = 0.2 วิธี OLS และ CM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด
- random censoring ratio = 0.3 วิธี CM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

รูปที่ 19 กราฟเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{Y}_d)$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2 : \sigma_{x_2}^2 = 1:2$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_\varepsilon^2 = 1:2$ กรณี $r_2 = 0$



จากรูปที่ 19 พบว่า ให้ผลสรุปเหมือนตารางที่ 17

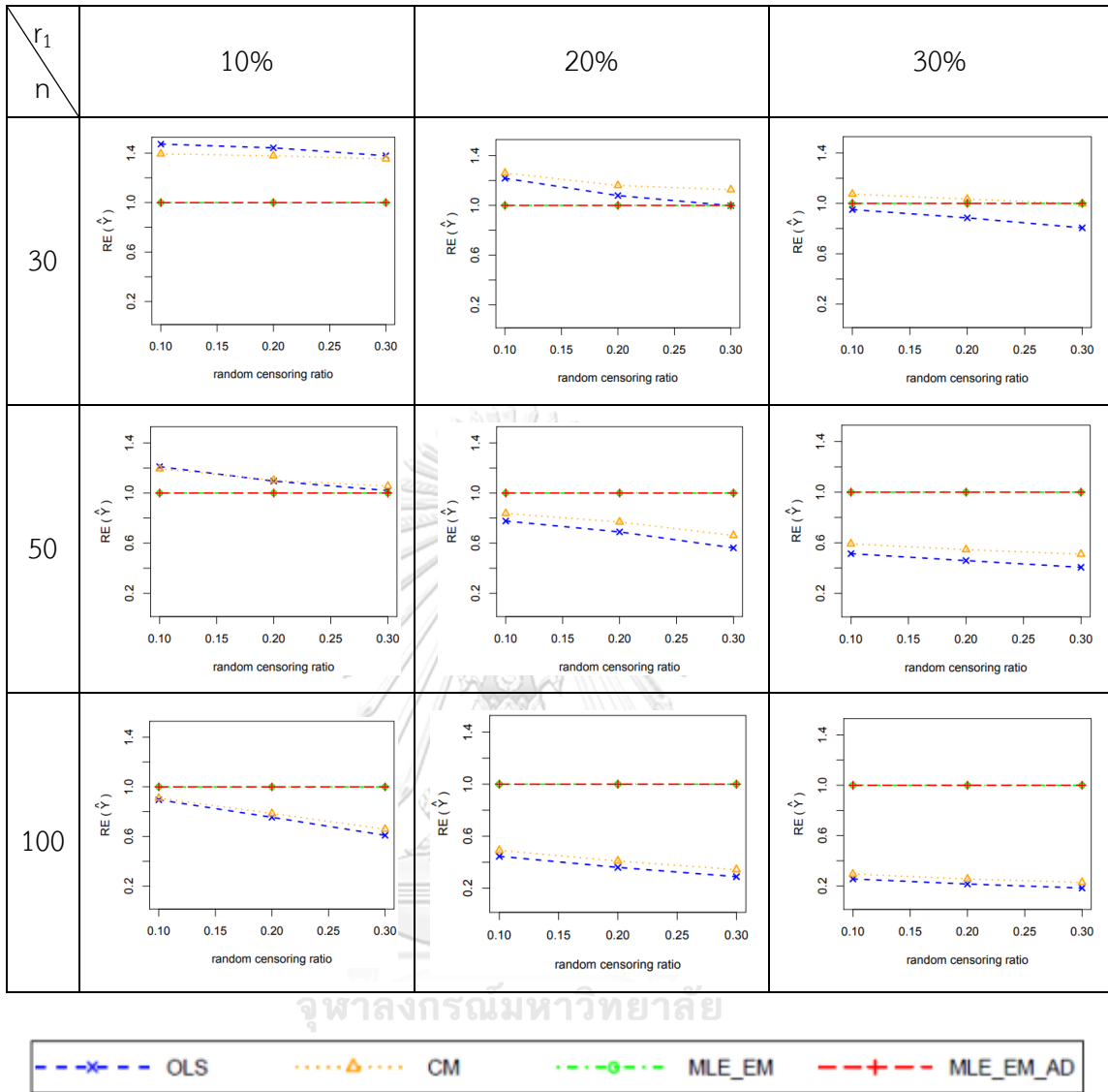
ตารางที่ 17 ผลการเปรียบเทียบค่า AMSE(\hat{Y}_a) เมื่อ $\sigma_{x_1}^2 : \sigma_{x_2}^2 = 1:2$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_{\varepsilon}^2 = 1:2$

n	r_1	r_2	AMSE(\hat{Y}_a)			
			OLS	CM	MLE_EM	MLE_EM_AD
30	10	0.1	0.0359	0.0379	0.0528	0.0528
		0.2	0.0377	0.0395	0.0544	0.0544
		0.3	0.0415	0.0423	0.0573	0.0573
	20	0.1	0.0514	0.0497	0.0627	0.0627
		0.2	0.0610	0.0567	0.0658	0.0658
		0.3	0.0750	0.0665	0.0749	0.0749
	30	0.1	0.0856	0.0757	0.0814	0.0814
		0.2	0.1019	0.0872	0.0901	0.0901
		0.3	0.1279	0.1034	0.1030	0.1030
50	10	0.1	0.0247	0.0251	0.0299	0.0299
		0.2	0.0277	0.0275	0.0303	0.0303
		0.3	0.0318	0.0307	0.0324	0.0324
	20	0.1	0.0441	0.0409	0.0343	0.0343
		0.2	0.0529	0.0475	0.0365	0.0365
		0.3	0.0685	0.0582	0.0385	0.0385
	30	0.1	0.0794	0.0689	0.0408	0.0408
		0.2	0.0975	0.0820	0.0448	0.0448
		0.3	0.1211	0.0964	0.0492	0.0492
100	10	0.1	0.0165	0.0162	0.0147	0.0147
		0.2	0.0198	0.0190	0.0149	0.0149
		0.3	0.0250	0.0231	0.0152	0.0152
	20	0.1	0.0370	0.0335	0.0165	0.0165
		0.2	0.0479	0.0422	0.0172	0.0172
		0.3	0.0635	0.0535	0.0183	0.0183
	30	0.1	0.0741	0.0642	0.0189	0.0189
		0.2	0.0931	0.0786	0.0201	0.0201
		0.3	0.1184	0.0951	0.0217	0.0217

ตารางที่ 18 ผลการเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{Y}_a)$ เมื่อ $\sigma^2_{x_1} : \sigma^2_{x_2} = 1:2$ และ $\sigma^2_{x_1+x_2} : \sigma^2_{\varepsilon} = 1:2$

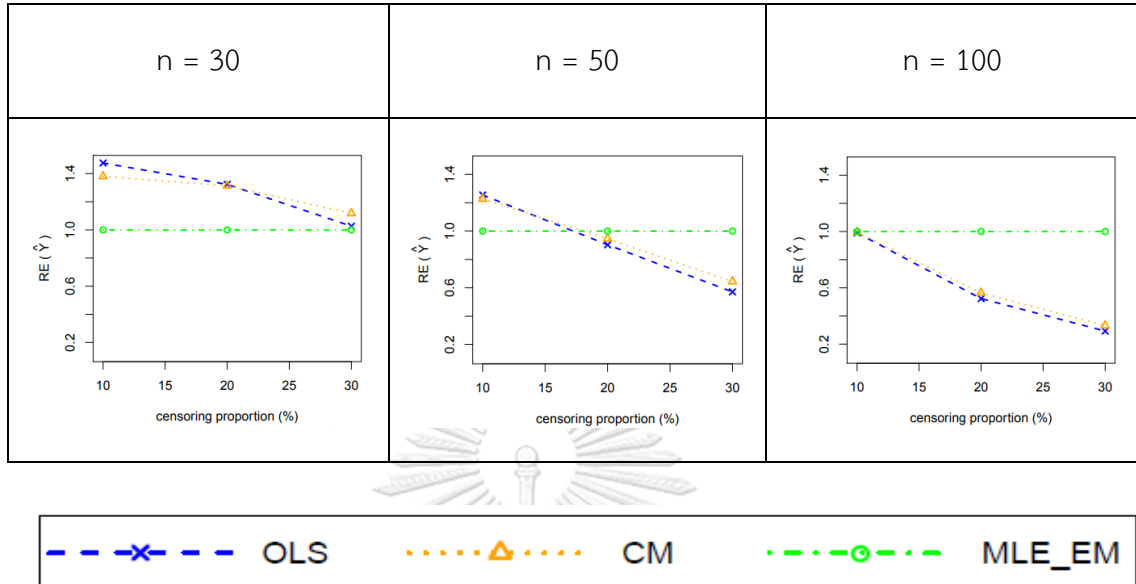
n	r_1	r_2	$RE(\hat{Y}_a)$			
			OLS	CM	MLE_EM	MLE_EM_AD
30	10	0.1	1.47	1.39	1.00	1.00
		0.2	1.44	1.38	1.00	1.00
		0.3	1.38	1.35	1.00	1.00
	20	0.1	1.22	1.26	1.00	1.00
		0.2	1.08	1.16	1.00	1.00
		0.3	1.00	1.13	1.00	1.00
	30	0.1	0.95	1.07	1.00	1.00
		0.2	0.88	1.03	1.00	1.00
		0.3	0.81	1.00	1.00	1.00
50	10	0.1	1.21	1.19	1.00	1.00
		0.2	1.09	1.10	1.00	1.00
		0.3	1.02	1.06	1.00	1.00
	20	0.1	0.78	0.84	1.00	1.00
		0.2	0.69	0.77	1.00	1.00
		0.3	0.56	0.66	1.00	1.00
	30	0.1	0.51	0.59	1.00	1.00
		0.2	0.46	0.55	1.00	1.00
		0.3	0.41	0.51	1.00	1.00
100	10	0.1	0.90	0.91	1.00	1.00
		0.2	0.75	0.79	1.00	1.00
		0.3	0.61	0.66	1.00	1.00
	20	0.1	0.45	0.49	1.00	1.00
		0.2	0.36	0.41	1.00	1.00
		0.3	0.29	0.34	1.00	1.00
	30	0.1	0.26	0.29	1.00	1.00
		0.2	0.22	0.26	1.00	1.00
		0.3	0.18	0.23	1.00	1.00

รูปที่ 20 กราฟเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{Y}_a)$ เมื่อ $\sigma^2_{x_1} : \sigma^2_{x_2} = 1:2$ และ $\sigma^2_{x_1+x_2} : \sigma^2_{\varepsilon} = 1:2$



จากรูปที่ 19 – 20 และตารางที่ 17 – 18 พบว่า ให้ผลสรุปเหมือนรูปที่ 17 – 18 และตารางที่ 15 – 16

รูปที่ 21 กราฟเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{Y}_a)$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2 : \sigma_{x_2}^2 = 1:5$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_{\varepsilon}^2 = 1:2$ กรณี $r_2 = 0$



จากรูปที่ 21 พบว่า ให้ผลสรุปเหมือนรูปที่ 17

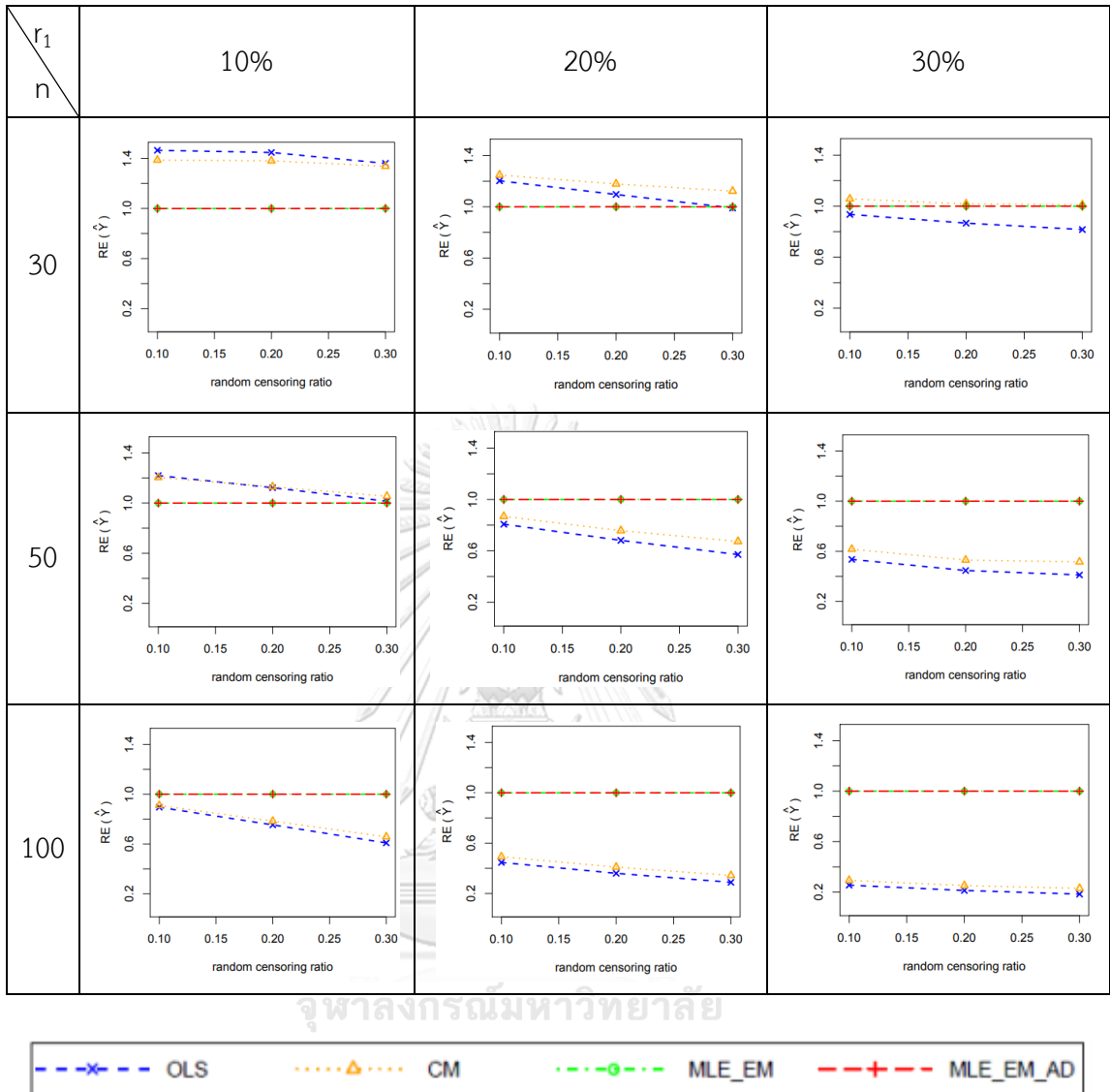
ตารางที่ 19 ผลการเปรียบเทียบค่า $AMSE(\hat{Y}_a)$ เมื่อ $\sigma^2_{x_1} : \sigma^2_{x_2} = 1:5$ และ $\sigma^2_{x_1+x_2} : \sigma^2_{\varepsilon} = 1:2$

n	r_1	r_2	$AMSE(\hat{Y}_a)$			
			OLS	CM	MLE_EM	MLE_EM_AD
30	10	0.1	0.0359	0.0380	0.0527	0.0527
		0.2	0.0377	0.0394	0.0544	0.0545
		0.3	0.0416	0.0424	0.0566	0.0566
	20	0.1	0.0515	0.0496	0.0619	0.0619
		0.2	0.0609	0.0567	0.0668	0.0668
		0.3	0.0749	0.0661	0.0742	0.0742
	30	0.1	0.0856	0.0757	0.0801	0.0801
		0.2	0.1036	0.0883	0.0898	0.0898
		0.3	0.1279	0.1033	0.1045	0.1045
50	10	0.1	0.0250	0.0253	0.0305	0.0305
		0.2	0.0277	0.0275	0.0311	0.0311
		0.3	0.0320	0.0308	0.0325	0.0325
	20	0.1	0.0433	0.0403	0.0349	0.0349
		0.2	0.0536	0.0482	0.0365	0.0365
		0.3	0.0679	0.0577	0.0388	0.0388
	30	0.1	0.0786	0.0682	0.0421	0.0421
		0.2	0.0980	0.0825	0.0437	0.0437
		0.3	0.1213	0.0968	0.0498	0.0498
100	10	0.1	0.0165	0.0162	0.0147	0.0147
		0.2	0.0198	0.0190	0.0149	0.0149
		0.3	0.0250	0.0231	0.0152	0.0152
	20	0.1	0.0369	0.0335	0.0165	0.0165
		0.2	0.0480	0.0422	0.0173	0.0173
		0.3	0.0635	0.0534	0.0183	0.0183
	30	0.1	0.0742	0.0646	0.0189	0.0189
		0.2	0.0936	0.0792	0.0199	0.0199
		0.3	0.1185	0.0951	0.0218	0.0218

ตารางที่ 20 ผลการเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{Y}_a)$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2 : \sigma_{x_2}^2 = 1:5$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_{\varepsilon}^2 = 1:2$

n	r_1	r_2	$RE(\hat{Y}_a)$			
			OLS	CM	MLE_EM	MLE_EM_AD
30	10	0.1	1.47	1.39	1.00	1.00
		0.2	1.45	1.38	1.00	1.00
		0.3	1.36	1.34	1.00	1.00
	20	0.1	1.20	1.25	1.00	1.00
		0.2	1.10	1.18	1.00	1.00
		0.3	0.99	1.12	1.00	1.00
	30	0.1	0.94	1.06	1.00	1.00
		0.2	0.87	1.02	1.00	1.00
		0.3	0.82	1.01	1.00	1.00
50	10	0.1	1.22	1.20	1.00	1.00
		0.2	1.12	1.13	1.00	1.00
		0.3	1.01	1.05	1.00	1.00
	20	0.1	0.81	0.87	1.00	1.00
		0.2	0.68	0.76	1.00	1.00
		0.3	0.57	0.67	1.00	1.00
	30	0.1	0.54	0.62	1.00	1.00
		0.2	0.45	0.53	1.00	1.00
		0.3	0.41	0.52	1.00	1.00
100	10	0.1	0.90	0.91	1.00	1.00
		0.2	0.75	0.78	1.00	1.00
		0.3	0.61	0.66	1.00	1.00
	20	0.1	0.45	0.49	1.00	1.00
		0.2	0.36	0.41	1.00	1.00
		0.3	0.29	0.34	1.00	1.00
	30	0.1	0.26	0.29	1.00	1.00
		0.2	0.21	0.25	1.00	1.00
		0.3	0.18	0.23	1.00	1.00

รูปที่ 22 กราฟเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{Y}_a)$ เมื่อ $\sigma^2_{x_1} : \sigma^2_{x_2} = 1:5$ และ $\sigma^2_{x_1+x_2} : \sigma^2_{\varepsilon} = 1:2$



จากรูปที่ 21 – 22 และตารางที่ 19 – 20 พบว่า ให้ผลสรุปเหมือนรูปที่ 17 – 18 และตารางที่ 15 – 16

4.1.3 ผลการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าตัวแปรตาม เมื่อ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_{\varepsilon}^2 = 1:2$

พบว่า ส่วนใหญ่วิธี MLE_EM และวิธี MLE_EM_AD เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุดในการประมาณค่าตัวแปรตาม แต่เมื่อเหตุการณ์ที่ตัวอย่างมีขนาดปานกลาง ($n = 50$) ร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวาน้อย ($r_1 = 10\%$) วิธี OLS เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด เมื่อ random censoring ratio = 0.1 และเมื่อช่วงการแจกแจงกว้างขึ้นประสิทธิภาพของวิธี OLS ลดลงเร็วกว่าประสิทธิภาพของวิธี CM ทำให้ random censoring ratio = 0.2, 0.3 CM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

เมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็ก ($n = 30$) และร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวาน้อย ($r_1 = 10\%$) พบว่า วิธี OLS มีประสิทธิภาพสูงสุด และวิธี CM มีประสิทธิภาพด้อยกว่าเพียงเล็กน้อย

เมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็ก ($n = 30$) และร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวาปานกลางและมาก ($r_1 = 20\%, 30\%$) พบว่า วิธี CM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุดในการประมาณค่าตัวแปรตาม

4.1.4 สรุปผลการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าตัวแปรตาม

ตารางที่ 21 สรุปวิธีการประมาณค่าตัวแปรตามที่มีประสิทธิภาพสูงสุดและวิธีที่มีประสิทธิภาพเทียบเคียง

n	r_1	r_2	$\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_{\varepsilon}^2$	วิธีที่มีประสิทธิภาพมากที่สุดและวิธีที่มีประสิทธิภาพเทียบเท่า ในการประมาณค่าตัวแปรตาม
30	10	0.1	2:1	CM*
			1:1	OLS*, CM*
			1:2	OLS*
		0.2	2:1	CM*, MLE_EM*, MLE_EM_AD*
			1:1	CM*
			1:2	OLS*
	0.3	2:1	MLE_EM*, MLE_EM_AD*	
		1:1	CM*	
		1:2	OLS*, CM	
	20	0.1	2:1	MLE_EM*, MLE_EM_AD*
			1:1	CM*, MLE_EM*, MLE_EM_AD*
			1:2	CM*, OLS
0.2		2:1	MLE_EM*, MLE_EM_AD*	

ตารางที่ 21 (ต่อ) สรุปวิธีการประมาณค่าตัวแปรตามที่มีประสิทธิภาพสูงสุดและวิธีที่มีประสิทธิภาพเทียบเคียง

n	r_1	r_2	$\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_\varepsilon^2$	วิธีที่มีประสิทธิภาพมากที่สุดและวิธีที่มีประสิทธิภาพเทียบเท่า ในการประมาณค่าตัวแปรตาม
30	20	0.2	1:1	MLE_EM*, MLE_EM_AD*
			1:2	CM*
		0.3	2:1, 1:1	MLE_EM*, MLE_EM_AD*
			1:2	CM*
	30	0.1, 0.2,	2:1, 1:1	MLE_EM*, MLE_EM_AD*
		0.3	1:2	CM*, MLE_EM, MLE_EM_AD
50	10	0.1	2:1	MLE_EM*, MLE_EM_AD*
			1:1	CM*, MLE_EM*, MLE_EM_AD*
			1:2	OLS*, CM
		0.2	2:1, 1:1	MLE_EM*, MLE_EM_AD*
			1:2	OLS*, CM*
		0.3	2:1, 1:1	MLE_EM*, MLE_EM_AD*
	1:2		CM*, OLS	
	20, 30	0.1, 0.2,	2:1, 1:1,	MLE_EM*, MLE_EM_AD*
		0.3	1:2	
	100	10, 20,	0.1, 0.2,	2:1, 1:1,
30		0.3	1:2	

หมายเหตุ * คือ วิธีที่มีประสิทธิภาพมากที่สุดในสถานการณ์นั้น

ปัจจัยที่มีผลต่อค่า $AMSE(\hat{Y})$ และค่า $RE(\hat{Y})$

1. ขนาดตัวอย่าง

เมื่อขนาดตัวอย่างใหญ่ขึ้น ทำให้ค่า $AMSE(\hat{Y})$ ของทุกวิธีมีค่าลดลง กล่าวคือ ทุกวิธีสามารถประมาณค่าตัวแปรตามได้ใกล้เคียงมากขึ้น

เมื่อขนาดตัวอย่างใหญ่ขึ้น ทำให้ค่า $RE(\hat{Y})$ ของวิธี OLS และวิธี CM ลดลงมาก กล่าวคือวิธี OLS และวิธี CM นั้นมีประสิทธิภาพด้อยกว่าวิธี MLE_EM และวิธี MLE_EM_AD มากขึ้น

และเมื่อพิจารณาค่า $AMSE(\hat{Y})$ ของวิธี MLE_EM และวิธี MLE_EM_AD พบว่าทั้งสองวิธีมีค่าใกล้เคียงกันอย่างมากจึงกล่าวได้ว่า วิธี MLE_EM_AD เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพในการประมาณค่าตัวแปรตามเทียบเท่ากับวิธี MLE_EM ไม่ว่าจะขนาดตัวอย่างเป็นเท่าไรก็ตาม

2. ร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวา

เมื่อตัวแปรตามถูกตัดปลายทางขวามากขึ้น ทำให้ค่า $AMSE(\hat{Y})$ ของทุกวิธีมีค่าเพิ่มขึ้น กล่าวคือ เมื่อตัวแปรตามถูกตัดปลายทางขวามากขึ้น ทำให้ความสามารถในการประมาณค่าตัวแปรตามของทุกวิธีลดลง

เมื่อตัวแปรตามถูกตัดปลายทางขวามากขึ้น ทำให้ค่า $RE(\hat{Y})$ ของวิธี OLS และวิธี CM ลดลงมาก กล่าวคือ วิธี OLS และวิธี CM นั้นมีประสิทธิภาพด้อยกว่าวิธี MLE_EM และวิธี MLE_EM_AD มากขึ้น

และเมื่อพิจารณาค่า $AMSE(\hat{Y})$ ของวิธี MLE_EM และวิธี MLE_EM_AD พบว่าทั้งสองวิธีมีค่าใกล้เคียงกันอย่างมากจึงกล่าวได้ว่า วิธี MLE_EM_AD เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพในการประมาณค่าตัวแปรตามเทียบเท่ากับวิธี MLE_EM ไม่ว่าจะร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวาเป็นเท่าไรก็ตาม

3. Random Censoring Ratio

เมื่อเวลาในการติดตามการรอดชีวิตของผู้ป่วยมีช่วงการแจกแจงที่กว้างขึ้น ทำให้ค่า $AMSE(\hat{Y})$ ของทุกวิธีมีค่าเพิ่มขึ้น กล่าวคือ เมื่อเวลาในการติดตามการรอดชีวิตของผู้ป่วยมีช่วงการแจกแจงที่กว้างขึ้น ทำให้ความสามารถในการประมาณค่าตัวแปรตามของทุกวิธีลดลง

และเมื่อพิจารณาค่า $AMSE(\hat{Y})$ ของวิธี MLE_EM และวิธี MLE_EM_AD พบว่าทั้งสองวิธีมีค่าใกล้เคียงกันอย่างมากจึงกล่าวได้ว่า วิธี MLE_EM_AD เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพในการประมาณค่าตัวแปรตามเทียบเท่ากับวิธี MLE_EM ไม่ว่าจะช่วงความกว้างของการแจกแจงของเวลาในการติดตามการรอดชีวิตของผู้ป่วยเป็นเท่าไรก็ตาม

4. อัตราส่วนความแปรปรวนของตัวแปรอิสระตัวที่ 1 และตัวแปรอิสระตัวที่ 2

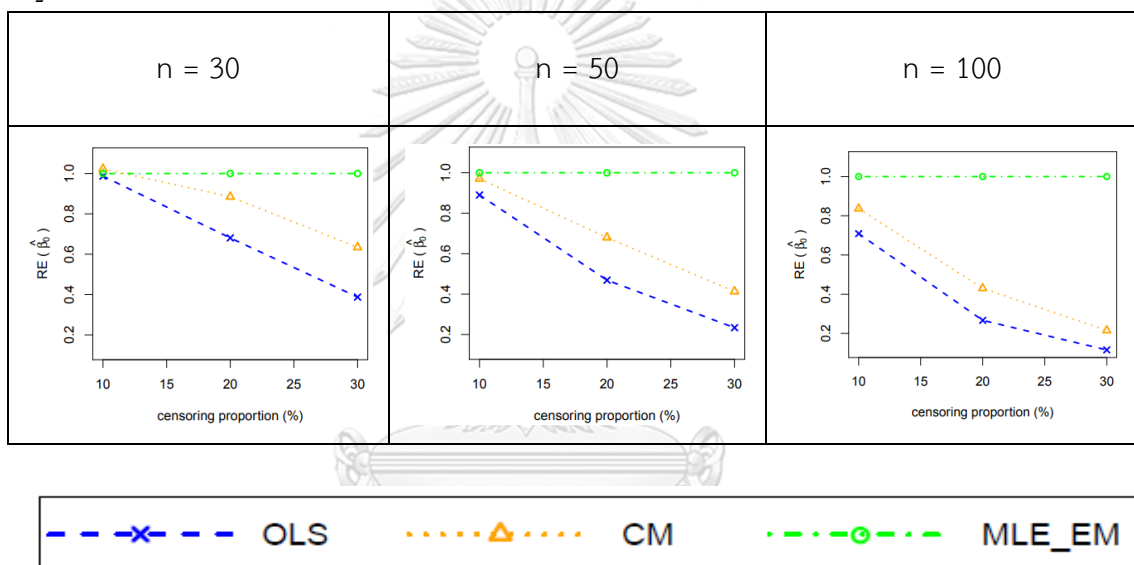
แม้ว่าตัวแปรอิสระตัวที่ 1 และ 2 มีการกระจายที่แตกต่างกันมากเท่าใด แต่ค่า $AMSE(\hat{Y})$ มีค่าใกล้เคียงกันมาก ที่ขนาดตัวอย่างเดียวกัน ร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวาเดียวกัน random censoring ratio เท่ากัน และอัตราส่วนความแปรปรวนรวมของตัวแปรอิสระต่อความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนเท่ากัน เช่นเดียวกับค่า $RE(\hat{Y})$ ที่อัตราส่วนความแปรปรวนของตัวแปรอิสระตัวที่ 1 ต่อตัวแปรอิสระตัวที่ 2 มีผลกระทบต่อค่าประมาณน้อยมาก

5. อัตราส่วนความแปรปรวนรวมของตัวแปรอิสระต่อความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน

เมื่อความคลาดเคลื่อนกระจายตัวมากกว่าตัวแปรอิสระมากขึ้น ทำให้ค่า $AMSE(\hat{Y})$ ลดลง กล่าวคือ เมื่อความคลาดเคลื่อนกระจายตัวมากกว่าตัวแปรอิสระ ทำให้ทุกวิธีสามารถประมาณค่าตัวแปรตามได้ดียิ่งขึ้น และในกรณีนี้วิธี OLS และวิธี CM มีประสิทธิภาพในการประมาณค่าตัวแปรตามได้ดีขึ้นเมื่อเทียบกับวิธี MLE_EM และ MLE_EM_AD

4.2 ผลการเปรียบเทียบการประมาณค่า β_0

รูปที่ 23 กราฟเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{\beta}_{0,a})$ เมื่อ $\sigma^2_{x_1} : \sigma^2_{x_2} = 1:1$ และ $\sigma^2_{x_1+x_2} : \sigma^2_{\varepsilon} = 2:1$ กรณี $r_2 = 0$



จากรูปที่ 23 พบว่า เมื่อเวลาในการติดตามการรอดชีวิตของผู้ป่วยไม่มีการแจกแจง ส่วนใหญ่ วิธี MLE_EM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด ยกเว้นเมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็ก ($n = 30$) ร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวาน้อย ($r_1 = 10\%$) วิธี CM และ MLE_EM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

ตารางที่ 22 ผลการเปรียบเทียบค่า $AMSE(\hat{\beta}_{0,a})$ เมื่อ $\sigma^2_{x_1} : \sigma^2_{x_2} = 1:1$ และ

$$\sigma^2_{x_1+x_2} : \sigma^2_{\varepsilon} = 2:1$$

n	r ₁	r ₂	AMSE($\hat{\beta}_{0,a}$)			
			OLS	CM	MLE_EM	MLE_EM_AD
30	10	0.1	0.0019	0.0018	0.0017	0.0017
		0.2	0.0023	0.0019	0.0018	0.0018
		0.3	0.0033	0.0023	0.0019	0.0019
	20	0.1	0.0037	0.0026	0.0020	0.0020
		0.2	0.0055	0.0033	0.0022	0.0022
		0.3	0.0091	0.0045	0.0024	0.0024
	30	0.1	0.0081	0.0046	0.0025	0.0025
		0.2	0.0124	0.0062	0.0028	0.0028
		0.3	0.0198	0.0084	0.0034	0.0034
50	10	0.1	0.0013	0.0011	0.0010	0.0010
		0.2	0.0018	0.0013	0.0010	0.0010
		0.3	0.0028	0.0017	0.0011	0.0011
	20	0.1	0.0033	0.0021	0.0012	0.0012
		0.2	0.0052	0.0029	0.0012	0.0012
		0.3	0.0087	0.0040	0.0014	0.0014
	30	0.1	0.0079	0.0042	0.0014	0.0014
		0.2	0.0123	0.0059	0.0015	0.0015
		0.3	0.0196	0.0080	0.0019	0.0019
100	10	0.1	0.0009	0.0007	0.0005	0.0005
		0.2	0.0014	0.0009	0.0005	0.0005
		0.3	0.0025	0.0013	0.0005	0.0005
	20	0.1	0.0031	0.0018	0.0006	0.0006
		0.2	0.0050	0.0026	0.0006	0.0006
		0.3	0.0086	0.0037	0.0007	0.0007
	30	0.1	0.0077	0.0040	0.0007	0.0007
		0.2	0.0122	0.0058	0.0008	0.0008

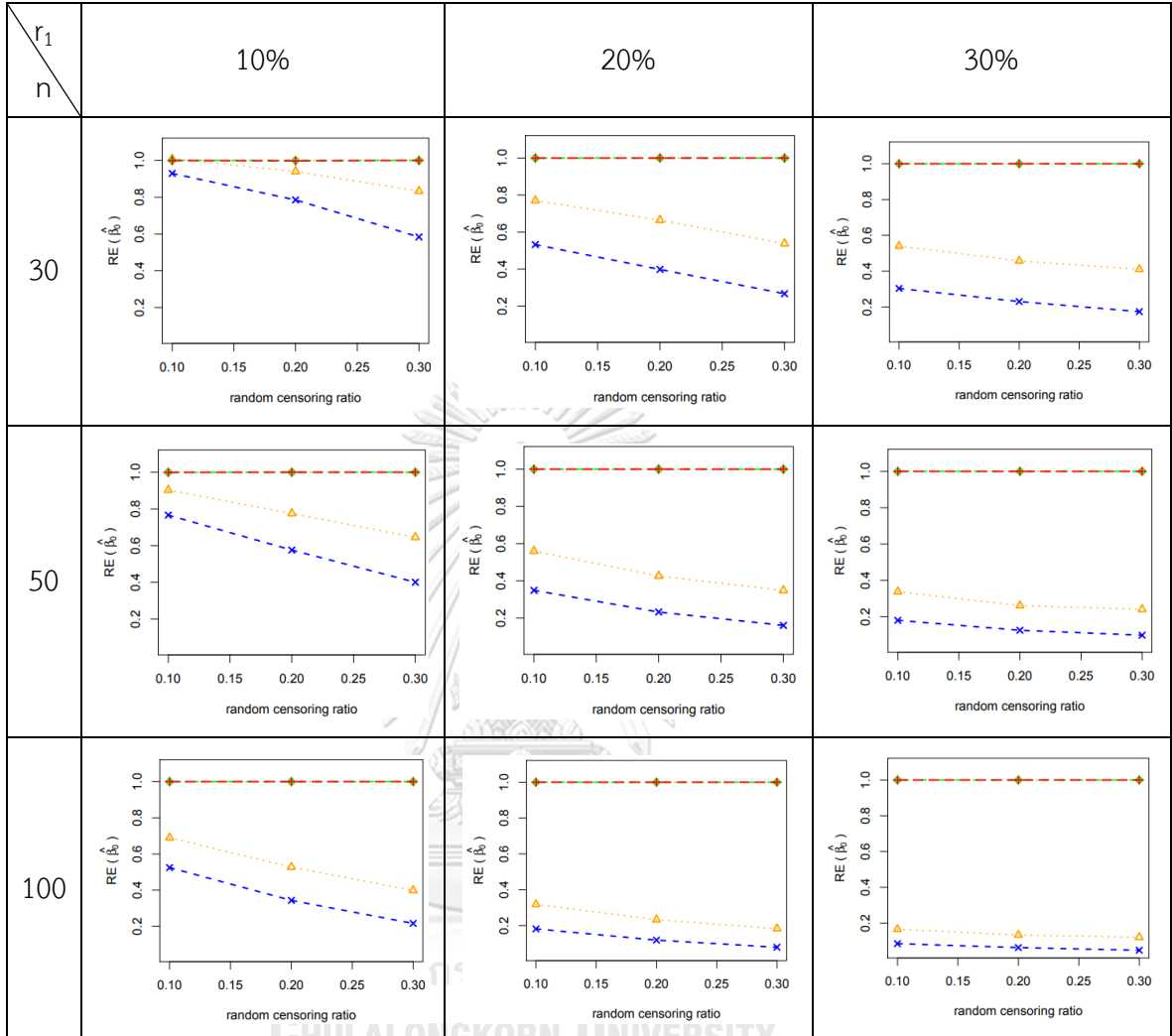
		0.3	0.0196	0.0078	0.0009	0.0009
--	--	-----	--------	--------	--------	--------

ตารางที่ 23 ผลการเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{\beta}_{0,a})$ เมื่อ $\sigma^2_{x_1} : \sigma^2_{x_2} = 1:1$ และ $\sigma^2_{x_1+x_2} : \sigma^2_{\varepsilon} = 2:1$

n	r ₁	r ₂	RE($\hat{\beta}_{0,a}$)			
			OLS	CM	MLE_EM	MLE_EM_AD
30	10	0.1	0.93	1.01	1.00	1.00
		0.2	0.79	0.94	1.00	1.00
		0.3	0.58	0.83	1.00	1.00
	20	0.1	0.53	0.77	1.00	1.00
		0.2	0.40	0.66	1.00	1.00
		0.3	0.27	0.54	1.00	1.00
	30	0.1	0.30	0.54	1.00	1.00
		0.2	0.23	0.46	1.00	1.00
		0.3	0.17	0.41	1.00	1.00
50	10	0.1	0.77	0.90	1.00	1.00
		0.2	0.58	0.78	1.00	1.00
		0.3	0.40	0.65	1.00	1.00
	20	0.1	0.35	0.56	1.00	1.00
		0.2	0.23	0.43	1.00	1.00
		0.3	0.16	0.35	1.00	1.00
	30	0.1	0.18	0.34	1.00	1.00
		0.2	0.13	0.26	1.00	1.00
		0.3	0.10	0.24	1.00	1.00
100	10	0.1	0.52	0.69	1.00	1.00
		0.2	0.34	0.53	1.00	1.00
		0.3	0.22	0.40	1.00	1.00
	20	0.1	0.18	0.32	1.00	1.00
		0.2	0.12	0.23	1.00	1.00
		0.3	0.08	0.18	1.00	1.00
	30	0.1	0.08	0.17	1.00	1.00
		0.2	0.06	0.13	1.00	1.00

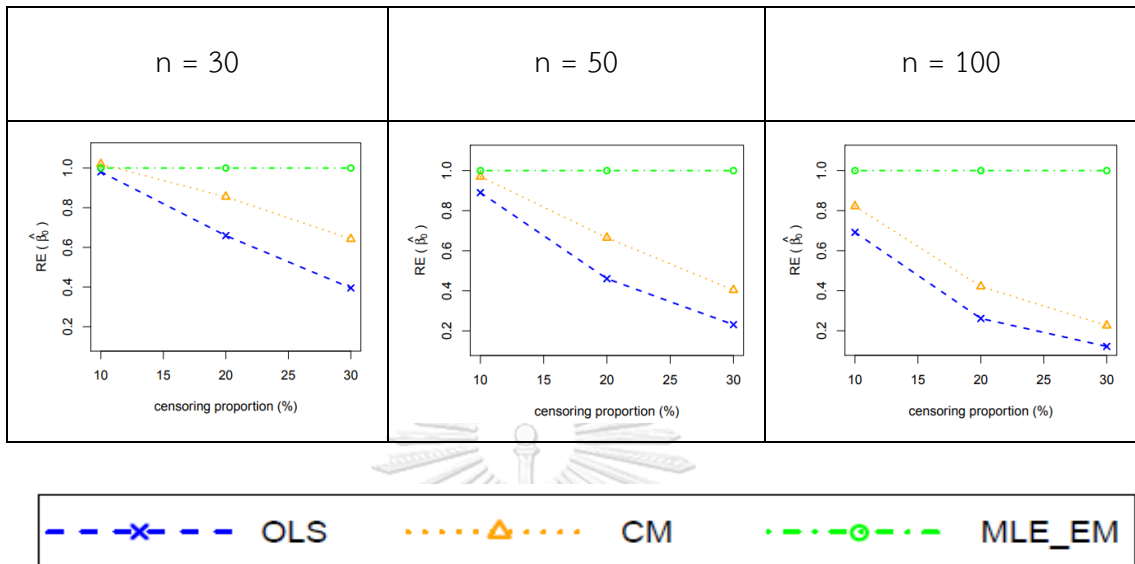
		0.3	0.05	0.12	1.00	1.00
--	--	-----	------	------	------	------

รูปที่ 24 กราฟเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{\beta}_{0,a})$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2 : \sigma_{x_2}^2 = 1:1$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_{\varepsilon}^2 = 2:1$



จากรูปที่ 23 - 24 และตารางที่ 22 - 23 พบว่า เมื่อเวลาในการติดตามการรอดชีวิตของผู้ป่วยมีการแจกแจง ส่วนใหญ่วิธี MLE_EM และ MLE_EM_AD เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด แต่เมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็ก ($n = 30$) ร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวาน้อย และ random censoring ratio = 0.1 วิธี CM, MLE_EM และ MLE_EM_AD เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

รูปที่ 25 กราฟเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{\beta}_{0,a})$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2:\sigma_{x_2}^2=1:2$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2:\sigma_{\varepsilon}^2=2:1$ กรณี $r_2=0$



จากรูปที่ 25 พบว่า ให้ผลสรุปเหมือนรูปที่ 23

ตารางที่ 24 ผลการเปรียบเทียบค่า $AMSE(\hat{\beta}_{0,a})$ เมื่อ $\sigma^2_{x_1} : \sigma^2_{x_2} = 1:2$ และ

$$\sigma^2_{x_1+x_2} : \sigma^2_{\varepsilon} = 2:1$$

n	r_1	r_2	$AMSE(\hat{\beta}_{0,a})$			
			OLS	CM	MLE_EM	MLE_EM_AD
30	10	0.1	0.0019	0.0017	0.0017	0.0017
		0.2	0.0023	0.0019	0.0018	0.0018
		0.3	0.0033	0.0023	0.0019	0.0019
	20	0.1	0.0038	0.0026	0.0019	0.0019
		0.2	0.0056	0.0033	0.0021	0.0021
		0.3	0.0091	0.0045	0.0024	0.0024
	30	0.1	0.0083	0.0046	0.0025	0.0025
		0.2	0.0124	0.0063	0.0028	0.0028
		0.3	0.0198	0.0084	0.0035	0.0035
50	10	0.1	0.0014	0.0012	0.0010	0.0010
		0.2	0.0018	0.0013	0.0011	0.0011
		0.3	0.0028	0.0017	0.0011	0.0011
	20	0.1	0.0033	0.0021	0.0012	0.0012
		0.2	0.0052	0.0029	0.0012	0.0012
		0.3	0.0087	0.0040	0.0014	0.0014
	30	0.1	0.0079	0.0042	0.0014	0.0014
		0.2	0.0123	0.0059	0.0016	0.0016
		0.3	0.0196	0.0080	0.0019	0.0019
100	10	0.1	0.0009	0.0007	0.0005	0.0005
		0.2	0.0014	0.0009	0.0005	0.0005
		0.3	0.0024	0.0013	0.0005	0.0005
	20	0.1	0.0030	0.0017	0.0006	0.0006
		0.2	0.0050	0.0026	0.0006	0.0006
		0.3	0.0087	0.0038	0.0007	0.0007
	30	0.1	0.0078	0.0040	0.0007	0.0007
		0.2	0.0122	0.0057	0.0008	0.0008

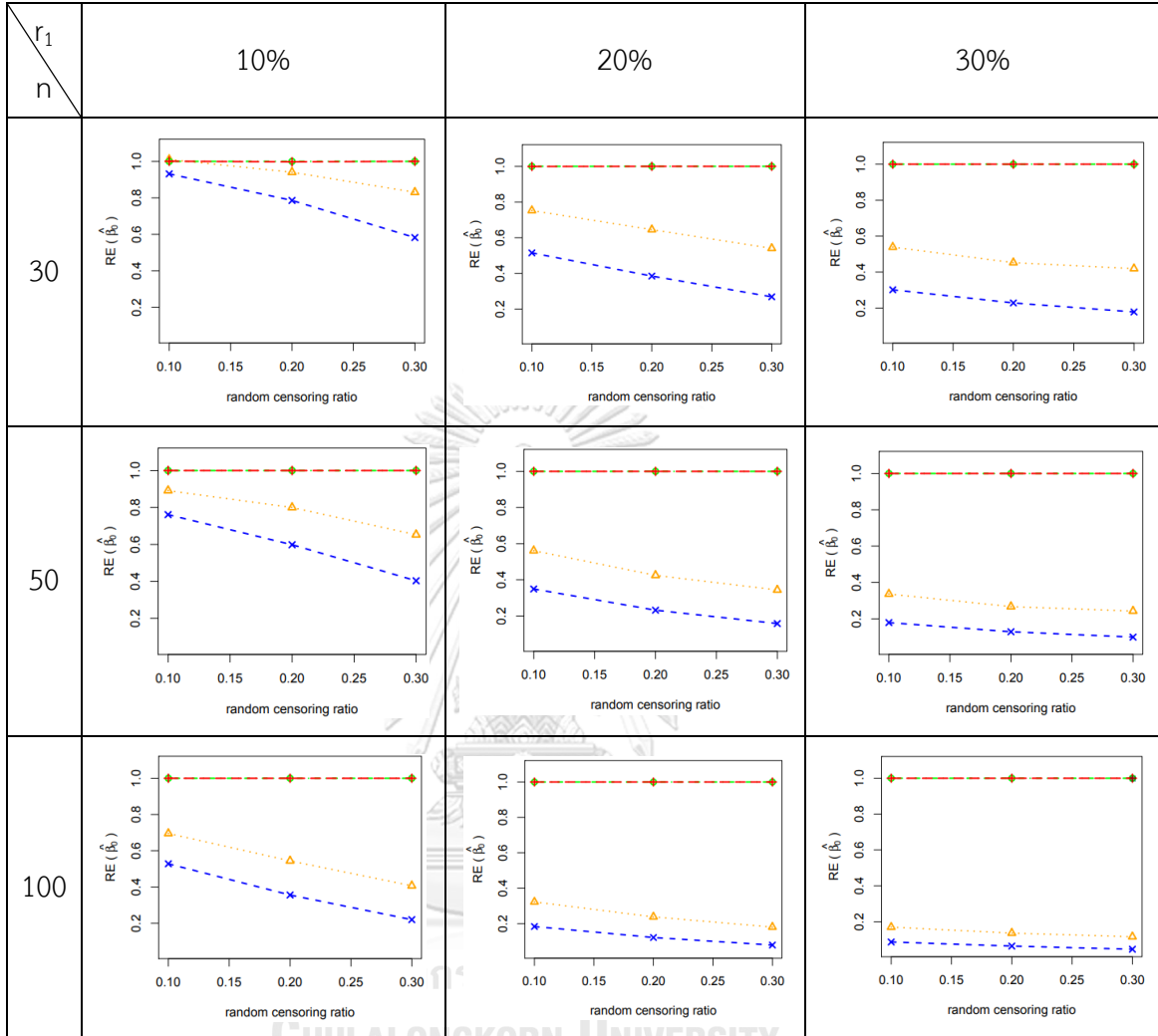
		0.3	0.0197	0.0079	0.0009	0.0009
--	--	-----	--------	--------	--------	--------

ตารางที่ 25 ผลการเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{\beta}_{0,a})$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2 : \sigma_{x_2}^2 = 1:2$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_{\varepsilon}^2 = 2:1$

n	r_1	r_2	$RE(\hat{\beta}_{0,a})$			
			OLS	CM	MLE_EM	MLE_EM_AD
30	10	0.1	0.93	1.01	1.00	1.00
		0.2	0.79	0.94	1.00	1.00
		0.3	0.58	0.83	1.00	1.00
	20	0.1	0.51	0.75	1.00	1.00
		0.2	0.38	0.65	1.00	1.00
		0.3	0.27	0.54	1.00	1.00
	30	0.1	0.30	0.54	1.00	1.00
		0.2	0.23	0.45	1.00	1.00
		0.3	0.18	0.42	1.00	1.00
50	10	0.1	0.76	0.89	1.00	1.00
		0.2	0.60	0.80	1.00	1.00
		0.3	0.40	0.65	1.00	1.00
	20	0.1	0.35	0.56	1.00	1.00
		0.2	0.23	0.42	1.00	1.00
		0.3	0.16	0.34	1.00	1.00
	30	0.1	0.18	0.34	1.00	1.00
		0.2	0.13	0.27	1.00	1.00
		0.3	0.10	0.24	1.00	1.00
100	10	0.1	0.53	0.70	1.00	1.00
		0.2	0.36	0.54	1.00	1.00
		0.3	0.22	0.41	1.00	1.00
	20	0.1	0.18	0.32	1.00	1.00
		0.2	0.12	0.24	1.00	1.00
		0.3	0.08	0.18	1.00	1.00
	30	0.1	0.09	0.17	1.00	1.00
		0.2	0.06	0.14	1.00	1.00

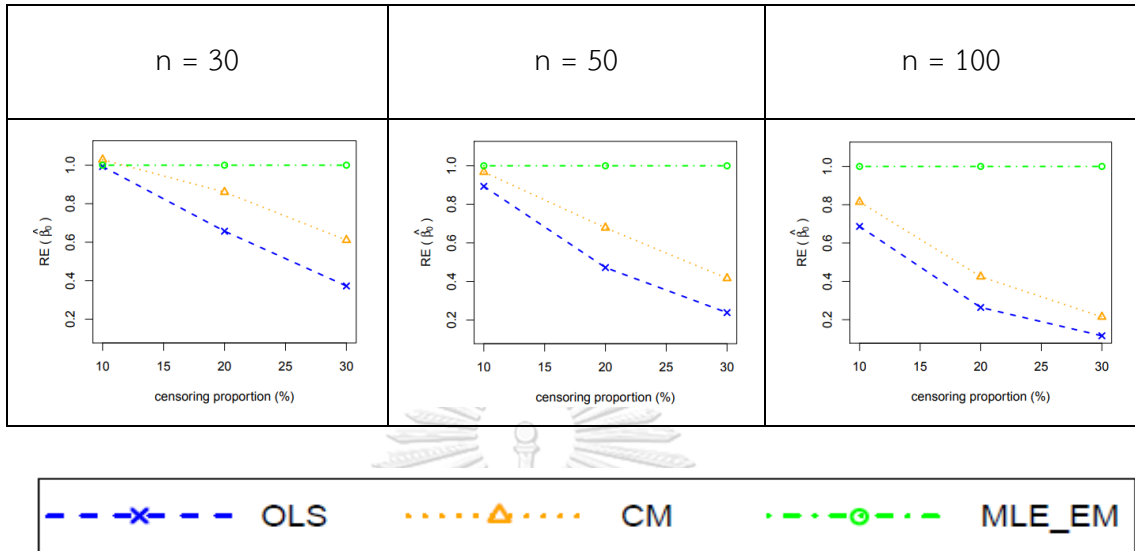
		0.3	0.05	0.12	1.00	1.00
--	--	-----	------	------	------	------

รูปที่ 26 กราฟเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{\beta}_{0,a})$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2 : \sigma_{x_2}^2 = 1:2$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_{\varepsilon}^2 = 2:1$



จากรูปที่ 25 - 26 และตารางที่ 24 - 25 พบว่า ให้ผลสรุปเหมือนรูปที่ 23 - 24 และตารางที่ 22 - 23

รูปที่ 27 กราฟเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{\beta}_{0,a})$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2:\sigma_{x_2}^2=1:5$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2:\sigma_{\varepsilon}^2=2:1$ กรณี $r_2=0$



จากรูปที่ 27 พบว่า ให้ผลสรุปเหมือนรูปที่ 23

ตารางที่ 26 ผลการเปรียบเทียบค่า $AMSE(\hat{\beta}_{0,a})$ เมื่อ $\sigma^2_{x_1} : \sigma^2_{x_2} = 1:5$ และ

$$\sigma^2_{x_1+x_2} : \sigma^2_{\varepsilon} = 2:1$$

n	r_1	r_2	$AMSE(\hat{\beta}_{0,a})$			
			OLS	CM	MLE_EM	MLE_EM_AD
30	10	0.1	0.0019	0.0017	0.0017	0.0017
		0.2	0.0023	0.0019	0.0018	0.0018
		0.3	0.0033	0.0023	0.0019	0.0019
	20	0.1	0.0038	0.0026	0.0019	0.0019
		0.2	0.0056	0.0033	0.0022	0.0022
		0.3	0.0091	0.0045	0.0025	0.0025
	30	0.1	0.0083	0.0046	0.0025	0.0025
		0.2	0.0124	0.0063	0.0028	0.0028
		0.3	0.0198	0.0084	0.0035	0.0035
50	10	0.1	0.0013	0.0011	0.0010	0.0010
		0.2	0.0018	0.0013	0.0010	0.0010
		0.3	0.0028	0.0017	0.0011	0.0011
	20	0.1	0.0034	0.0021	0.0011	0.0011
		0.2	0.0052	0.0028	0.0012	0.0012
		0.3	0.0088	0.0040	0.0014	0.0014
	30	0.1	0.0079	0.0042	0.0014	0.0014
		0.2	0.0122	0.0059	0.0016	0.0016
		0.3	0.0196	0.0079	0.0019	0.0019
100	10	0.1	0.0009	0.0007	0.0005	0.0005
		0.2	0.0014	0.0009	0.0005	0.0005
		0.3	0.0025	0.0013	0.0005	0.0005
	20	0.1	0.0031	0.0017	0.0006	0.0006
		0.2	0.005	0.0026	0.0006	0.0006
		0.3	0.0086	0.0037	0.0007	0.0007
	30	0.1	0.0077	0.0040	0.0007	0.0007
		0.2	0.0122	0.0058	0.0008	0.0008

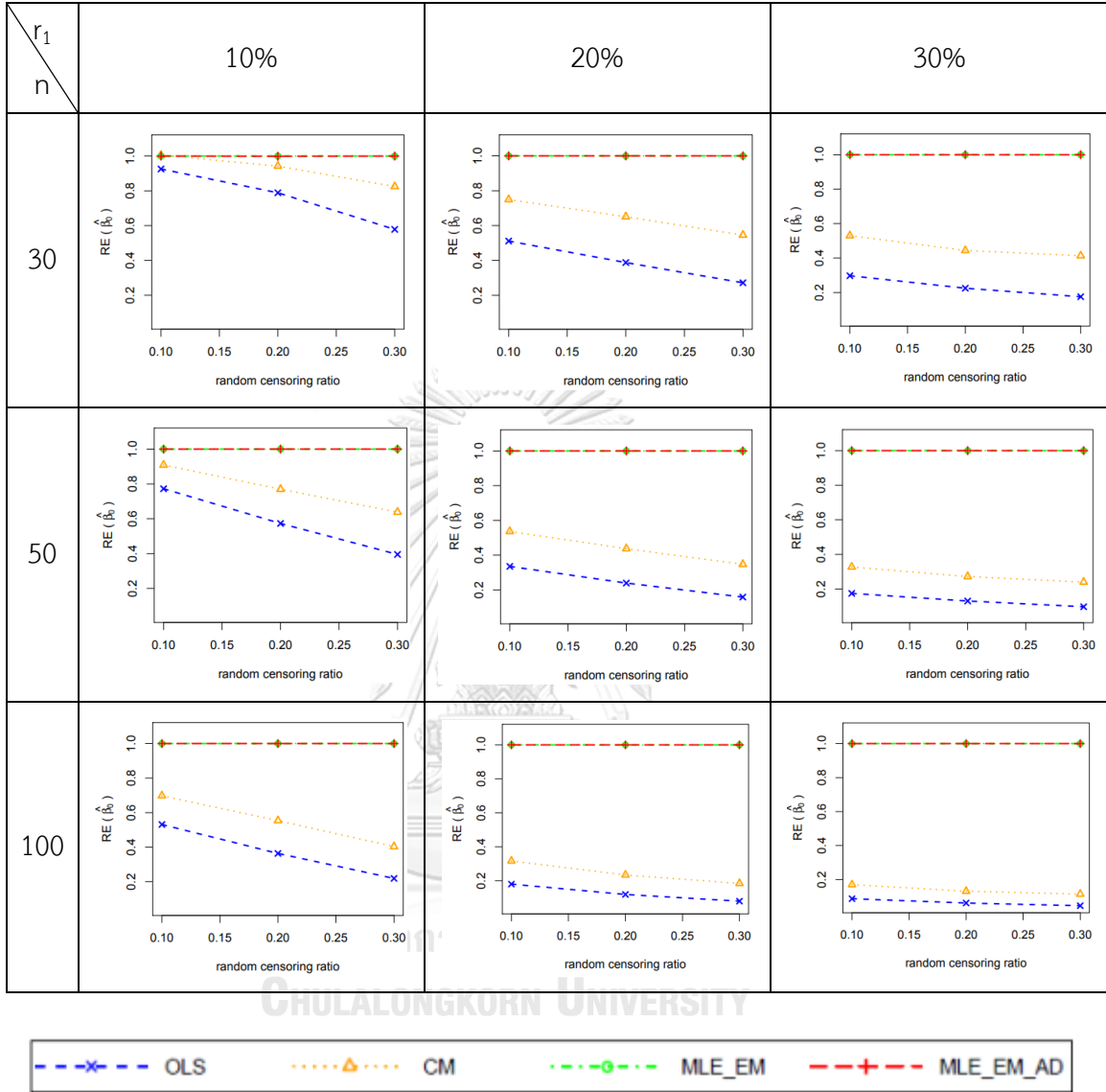
		0.3	0.0197	0.0079	0.0009	0.0009
--	--	-----	--------	--------	--------	--------

ตารางที่ 27 ผลการเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{\beta}_{0,a})$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2 : \sigma_{x_2}^2 = 1:5$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_{\varepsilon}^2 = 2:1$

n	r_1	r_2	$RE(\hat{\beta}_{0,a})$			
			OLS	CM	MLE_EM	MLE_EM_AD
30	10	0.1	0.93	1.01	1.00	1.00
		0.2	0.79	0.94	1.00	1.00
		0.3	0.58	0.82	1.00	1.00
	20	0.1	0.51	0.75	1.00	1.00
		0.2	0.39	0.65	1.00	1.00
		0.3	0.27	0.55	1.00	1.00
	30	0.1	0.30	0.53	1.00	1.00
		0.2	0.22	0.44	1.00	1.00
		0.3	0.18	0.41	1.00	1.00
50	10	0.1	0.77	0.91	1.00	1.00
		0.2	0.57	0.77	1.00	1.00
		0.3	0.40	0.64	1.00	1.00
	20	0.1	0.34	0.54	1.00	1.00
		0.2	0.24	0.44	1.00	1.00
		0.3	0.16	0.35	1.00	1.00
	30	0.1	0.17	0.33	1.00	1.00
		0.2	0.13	0.27	1.00	1.00
		0.3	0.10	0.24	1.00	1.00
100	10	0.1	0.53	0.70	1.00	1.00
		0.2	0.36	0.55	1.00	1.00
		0.3	0.22	0.40	1.00	1.00
	20	0.1	0.18	0.32	1.00	1.00
		0.2	0.12	0.23	1.00	1.00
		0.3	0.08	0.18	1.00	1.00
	30	0.1	0.09	0.17	1.00	1.00
		0.2	0.06	0.13	1.00	1.00

		0.3	0.05	0.11	1.00	1.00
--	--	-----	------	------	------	------

รูปที่ 28 กราฟเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{\beta}_{0,a})$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2 : \sigma_{x_2}^2 = 1:5$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_{\varepsilon}^2 = 2:1$

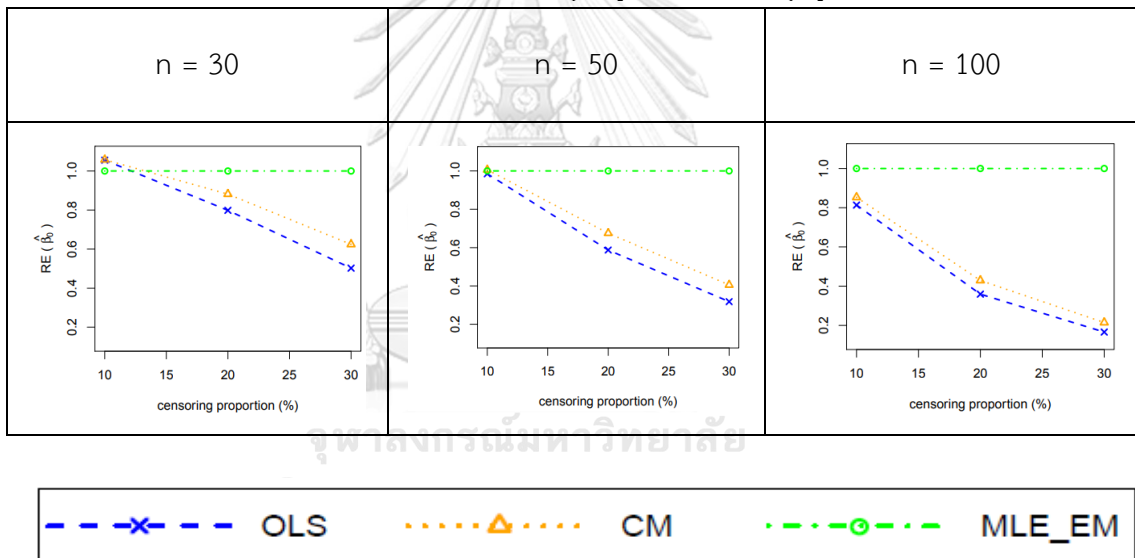


จากรูปที่ 27 - 28 และตารางที่ 26 - 27 พบว่า ให้ผลสรุปเหมือนรูปที่ 23 - 24 และตารางที่ 22 - 23

4.2.1 ผลการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่า β_0 เมื่อ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_{\varepsilon}^2 = 2:1$

พบว่า ส่วนใหญ่วิธี MLE_EM และวิธี MLE_EM_AD เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุดในการประมาณค่า β_0 ยกเว้นเมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็ก ($n = 30$) ร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวาน้อย ($r_1 = 10\%$) วิธี CM มีประสิทธิภาพสูงสุดเมื่อเวลาในการติดตามการรอดชีวิตของผู้ป่วยแต่ละคนมีค่าเท่ากัน (random censoring ratio = 0) แต่เมื่อเวลาในการติดตามการรอดชีวิตของผู้ป่วยมีช่วงการแจกแจงแบบสมมาตรพบวิธี CM มีประสิทธิภาพสูงสุดในการประมาณค่า β_0 กรณีที่ random censoring ratio = 0.1

รูปที่ 29 กราฟเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{\beta}_{0,a})$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2 : \sigma_{x_2}^2 = 1:1$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_{\varepsilon}^2 = 1:1$ กรณี $r_2 = 0$



จากรูปที่ 29 พบว่า เมื่อเวลาในการติดตามการรอดชีวิตของผู้ป่วยไม่มีการแจกแจง ส่วนใหญ่วิธี MLE_EM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

เมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็ก ($n = 30$) และร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวาน้อย ($r_1 = 10\%$) วิธี CM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

เมื่อตัวอย่างมีขนาดปานกลาง ($n = 50$) และร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวาน้อย ($r_1 = 10\%$) วิธี OLS, CM และ MLE_EM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

ตารางที่ 28 ผลการเปรียบเทียบค่า $AMSE(\hat{\beta}_{0,a})$ เมื่อ $\sigma^2_{x_1} : \sigma^2_{x_2} = 1:1$ และ

$$\sigma^2_{x_1+x_2} : \sigma^2_{\varepsilon} = 1:1$$

n	r_1	r_2	$AMSE(\hat{\beta}_{0,a})$			
			OLS	CM	MLE_EM	MLE_EM_AD
30	10	0.1	0.0033	0.0033	0.0034	0.0034
		0.2	0.0037	0.0035	0.0035	0.0035
		0.3	0.0045	0.0040	0.0036	0.0036
	20	0.1	0.0055	0.0047	0.0038	0.0038
		0.2	0.0073	0.0059	0.0040	0.0040
		0.3	0.0108	0.0078	0.0044	0.0044
	30	0.1	0.0111	0.0085	0.0046	0.0046
		0.2	0.0154	0.0111	0.0048	0.0048
		0.3	0.0229	0.0148	0.0058	0.0058
50	10	0.1	0.0022	0.0021	0.0020	0.0020
		0.2	0.0026	0.0024	0.0020	0.0020
		0.3	0.0035	0.0030	0.0021	0.0021
	20	0.1	0.0047	0.0039	0.0022	0.0022
		0.2	0.0065	0.0051	0.0023	0.0023
		0.3	0.0100	0.0071	0.0025	0.0025
	30	0.1	0.0103	0.0078	0.0025	0.0025
		0.2	0.0148	0.0106	0.0028	0.0028
		0.3	0.0224	0.0144	0.0032	0.0032
100	10	0.1	0.0014	0.0013	0.0010	0.0010
		0.2	0.0019	0.0017	0.0010	0.0010
		0.3	0.0029	0.0023	0.0010	0.0010
	20	0.1	0.0040	0.0032	0.0011	0.0011
		0.2	0.0061	0.0047	0.0011	0.0011
		0.3	0.0096	0.0066	0.0012	0.0012
	30	0.1	0.0100	0.0075	0.0012	0.0012
		0.2	0.0145	0.0104	0.0014	0.0014

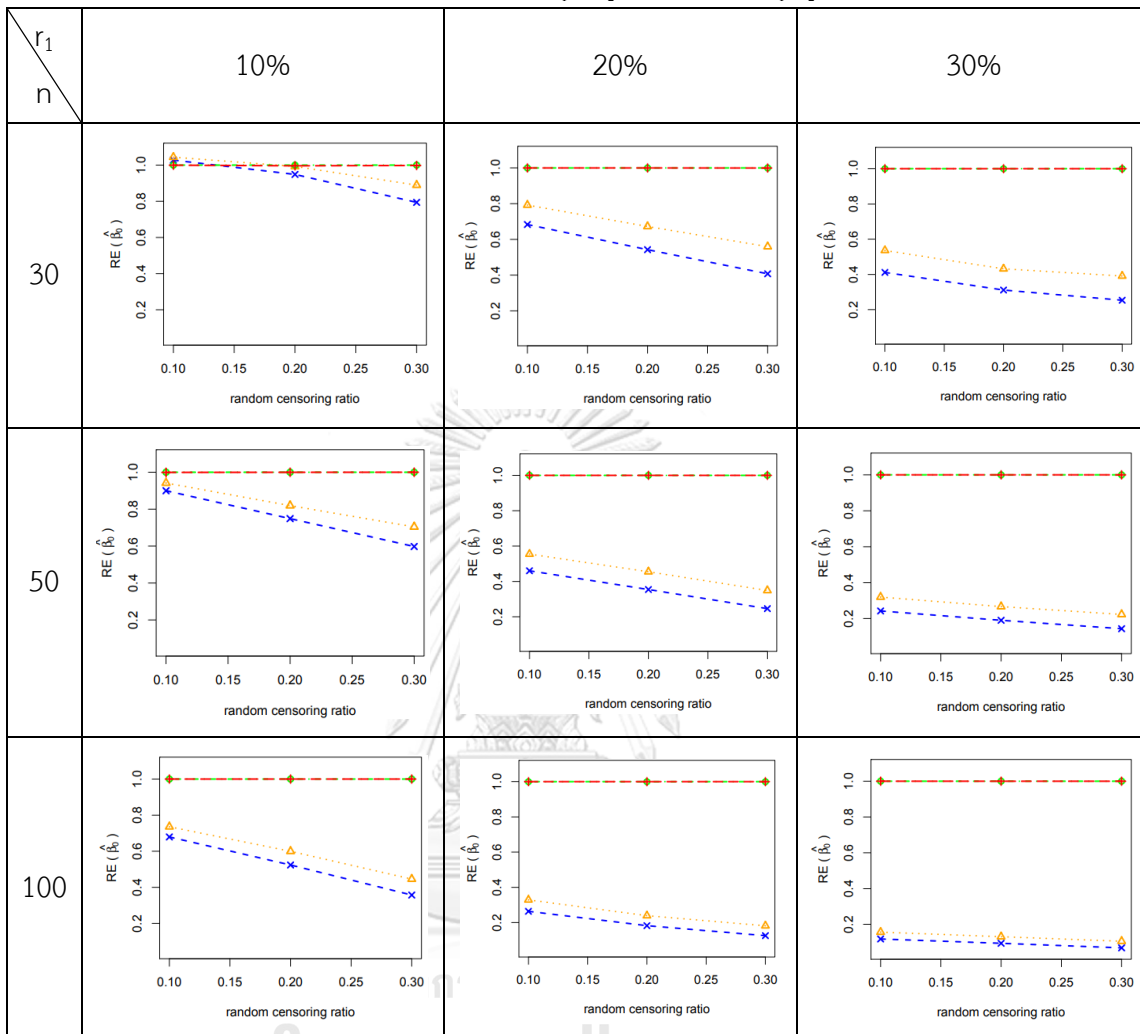
		0.3	0.0223	0.0145	0.0015	0.0015
--	--	-----	--------	--------	--------	--------

ตารางที่ 29 ผลการเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{\beta}_{0,a})$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2 : \sigma_{x_2}^2 = 1:1$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_{\varepsilon}^2 = 1:1$

n	r_1	r_2	$RE(\hat{\beta}_{0,a})$			
			OLS	CM	MLE_EM	MLE_EM_AD
30	10	0.1	1.03	1.04	1.00	1.00
		0.2	0.95	0.99	1.00	1.00
		0.3	0.79	0.89	1.00	1.00
	20	0.1	0.68	0.79	1.00	1.00
		0.2	0.54	0.67	1.00	1.00
		0.3	0.41	0.56	1.00	1.00
	30	0.1	0.41	0.54	1.00	1.00
		0.2	0.31	0.43	1.00	1.00
		0.3	0.25	0.39	1.00	1.00
50	10	0.1	0.90	0.94	1.00	1.00
		0.2	0.75	0.82	1.00	1.00
		0.3	0.60	0.70	1.00	1.00
	20	0.1	0.46	0.55	1.00	1.00
		0.2	0.35	0.45	1.00	1.00
		0.3	0.25	0.35	1.00	1.00
	30	0.1	0.24	0.32	1.00	1.00
		0.2	0.19	0.27	1.00	1.00
		0.3	0.14	0.22	1.00	1.00
100	10	0.1	0.68	0.74	1.00	1.00
		0.2	0.52	0.60	1.00	1.00
		0.3	0.36	0.45	1.00	1.00
	20	0.1	0.26	0.33	1.00	1.00
		0.2	0.18	0.24	1.00	1.00
		0.3	0.13	0.18	1.00	1.00
	30	0.1	0.12	0.16	1.00	1.00
		0.2	0.09	0.13	1.00	1.00

		0.3	0.07	0.11	1.00	1.00
--	--	-----	------	------	------	------

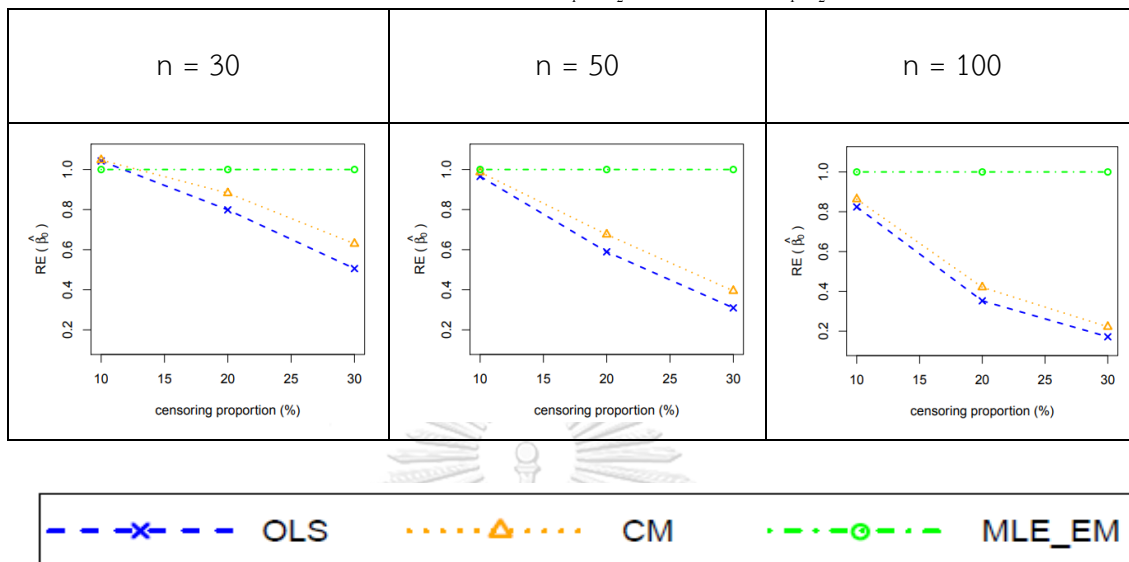
รูปที่ 30 กราฟเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{\beta}_{0,a})$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2 : \sigma_{x_2}^2 = 1:1$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_{\varepsilon}^2 = 1:1$



จากรูปที่ 29 – 30 และตารางที่ 28 – 29 พบว่า เมื่อเวลาในการติดตามการรอดชีวิตของผู้ป่วยมีการแจกแจง ส่วนใหญ่ วิธี MLE_EM และวิธี MLE_EM_AD เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด เมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็ก ($n = 30$) ร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวาน้อย ($r_1 = 10\%$)

- random censoring ratio = 0.1 วิธี OLS และ CM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด
- random censoring ratio = 0.2 วิธี CM, MLE_EM และ MLE_EM_AD เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

รูปที่ 31 กราฟเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{\beta}_{0,a})$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2:\sigma_{x_2}^2=1:2$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2:\sigma_{\varepsilon}^2=1:1$ กรณี $r_2=0$



จากรูปที่ 31 พบว่า ให้ผลสรุปเหมือนตารางที่ 29

ตารางที่ 30 ผลการเปรียบเทียบค่า $AMSE(\hat{\beta}_{0,a})$ เมื่อ $\sigma^2_{x_1} : \sigma^2_{x_2} = 1:2$ และ

$$\sigma^2_{x_1+x_2} : \sigma^2_{\varepsilon} = 1:1$$

n	r_1	r_2	AMSE($\hat{\beta}_{0,a}$)			
			OLS	CM	MLE_EM	MLE_EM_AD
30	10	0.1	0.0033	0.0033	0.0034	0.0034
		0.2	0.0037	0.0035	0.0035	0.0035
		0.3	0.0045	0.0040	0.0036	0.0036
	20	0.1	0.0055	0.0047	0.0037	0.0037
		0.2	0.0073	0.0059	0.0040	0.0040
		0.3	0.0108	0.0078	0.0044	0.0044
	30	0.1	0.0111	0.0085	0.0046	0.0046
		0.2	0.0154	0.0111	0.0051	0.0051
		0.3	0.0227	0.0147	0.0058	0.0058
50	10	0.1	0.0022	0.0021	0.0020	0.0020
		0.2	0.0026	0.0024	0.0020	0.0020
		0.3	0.0035	0.0030	0.0021	0.0021
	20	0.1	0.0047	0.0039	0.0022	0.0022
		0.2	0.0065	0.0051	0.0023	0.0023
		0.3	0.0100	0.0071	0.0025	0.0025
	30	0.1	0.0103	0.0078	0.0025	0.0025
		0.2	0.0149	0.0106	0.0028	0.0028
		0.3	0.0224	0.0144	0.0032	0.0032
100	10	0.1	0.0014	0.0013	0.0010	0.0010
		0.2	0.0019	0.0017	0.0010	0.0010
		0.3	0.0029	0.0023	0.0010	0.0010
	20	0.1	0.0040	0.0032	0.0011	0.0011
		0.2	0.0061	0.0047	0.0011	0.0011
		0.3	0.0096	0.0067	0.0012	0.0012
	30	0.1	0.0100	0.0075	0.0012	0.0012

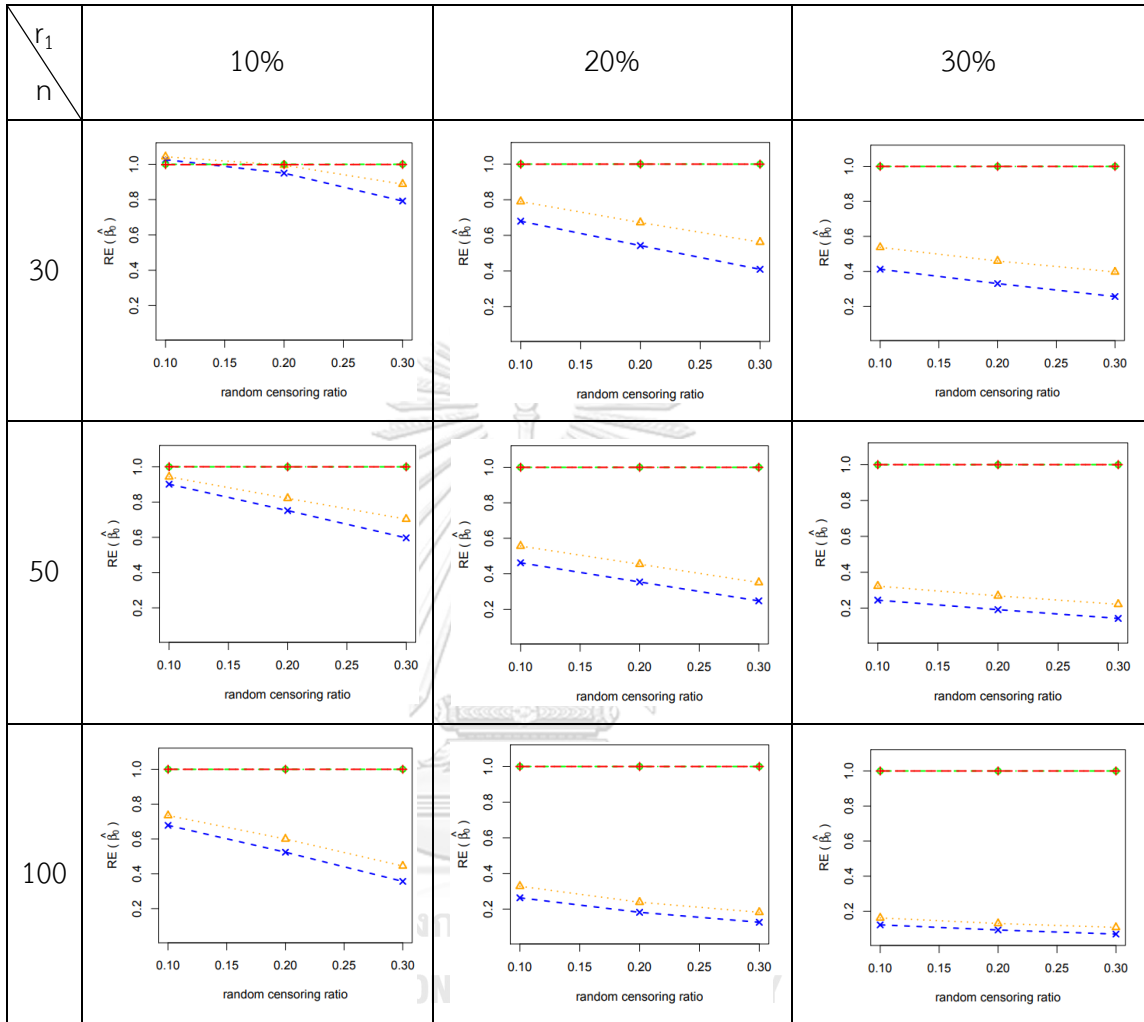
		0.2	0.0146	0.0105	0.0014	0.0014
		0.3	0.0221	0.0142	0.0015	0.0015

ตารางที่ 31 ผลการเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{\beta}_{0,a})$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2 : \sigma_{x_2}^2 = 1:2$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_{\varepsilon}^2 = 1:1$

n	r_1	r_2	$RE(\hat{\beta}_{0,a})$			
			OLS	CM	MLE_EM	MLE_EM_AD
30	10	0.1	1.03	1.04	1.00	1.00
		0.2	0.95	1.00	1.00	1.00
		0.3	0.79	0.89	1.00	1.00
	20	0.1	0.68	0.79	1.00	1.00
		0.2	0.54	0.67	1.00	1.00
		0.3	0.41	0.56	1.00	1.00
	30	0.1	0.41	0.54	1.00	1.00
		0.2	0.33	0.46	1.00	1.00
		0.3	0.26	0.40	1.00	1.00
50	10	0.1	0.90	0.94	1.00	1.00
		0.2	0.75	0.82	1.00	1.00
		0.3	0.60	0.70	1.00	1.00
	20	0.1	0.46	0.56	1.00	1.00
		0.2	0.35	0.45	1.00	1.00
		0.3	0.25	0.35	1.00	1.00
	30	0.1	0.24	0.32	1.00	1.00
		0.2	0.19	0.27	1.00	1.00
		0.3	0.14	0.22	1.00	1.00
100	10	0.1	0.68	0.73	1.00	1.00
		0.2	0.52	0.60	1.00	1.00
		0.3	0.36	0.45	1.00	1.00
	20	0.1	0.26	0.33	1.00	1.00
		0.2	0.18	0.24	1.00	1.00
		0.3	0.13	0.18	1.00	1.00
	30	0.1	0.12	0.16	1.00	1.00

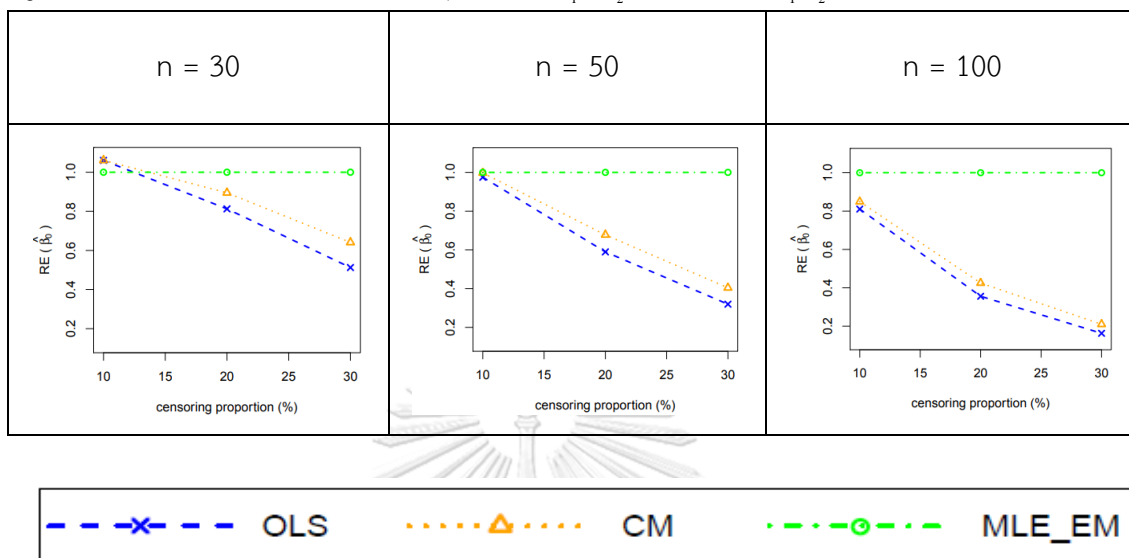
		0.2	0.09	0.13	1.00	1.00
		0.3	0.07	0.11	1.00	1.00

รูปที่ 32 กราฟเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{\beta}_{0,a})$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2 : \sigma_{x_2}^2 = 1:2$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_{\varepsilon}^2 = 1:1$



จากรูปที่ 31 - 32 และตารางที่ 30 - 31 พบว่าให้ผลสรุปเหมือนรูปที่ 29 - 30 และตารางที่ 28 - 29

รูปที่ 33 กราฟเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{\beta}_{0,a})$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2:\sigma_{x_2}^2=1:5$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2:\sigma_{\varepsilon}^2=1:1$ กรณี $r_2=0$



จากรูปที่ 33 พบว่า ให้ผลสรุปเหมือนรูปที่ 29

ตารางที่ 32 ผลการเปรียบเทียบค่า $AMSE(\hat{\beta}_{0,a})$ เมื่อ $\sigma^2_{x_1} : \sigma^2_{x_2} = 1:5$ และ

$$\sigma^2_{x_1+x_2} : \sigma^2_{\varepsilon} = 1:1$$

n	r_1	r_2	$AMSE(\hat{\beta}_{0,a})$			
			OLS	CM	MLE_EM	MLE_EM_AD
30	10	0.1	0.0033	0.0032	0.0034	0.0034
		0.2	0.0037	0.0035	0.0035	0.0035
		0.3	0.0045	0.0040	0.0036	0.0036
	20	0.1	0.0055	0.0047	0.0038	0.0038
		0.2	0.0073	0.0059	0.0041	0.0041
		0.3	0.0107	0.0079	0.0043	0.0043
	30	0.1	0.0110	0.0084	0.0044	0.0044
		0.2	0.0154	0.0111	0.0049	0.0049
		0.3	0.0229	0.0149	0.0057	0.0057
50	10	0.1	0.0022	0.0021	0.0020	0.0020
		0.2	0.0026	0.0024	0.0020	0.0020
		0.3	0.0035	0.0030	0.0021	0.0021
	20	0.1	0.0047	0.0039	0.0022	0.0022
		0.2	0.0065	0.0051	0.0023	0.0023
		0.3	0.0100	0.0071	0.0025	0.0025
	30	0.1	0.0103	0.0078	0.0025	0.0025
		0.2	0.0149	0.0106	0.0028	0.0028
		0.3	0.0224	0.0144	0.0032	0.0032
100	10	0.1	0.0014	0.0013	0.0010	0.0010
		0.2	0.0019	0.0017	0.0010	0.0010
		0.3	0.0029	0.0023	0.0010	0.0010
	20	0.1	0.0040	0.0032	0.0011	0.0011
		0.2	0.0061	0.0047	0.0011	0.0011
		0.3	0.0096	0.0067	0.0012	0.0012
	30	0.1	0.0100	0.0075	0.0012	0.0012
		0.2	0.0146	0.0104	0.0014	0.0014

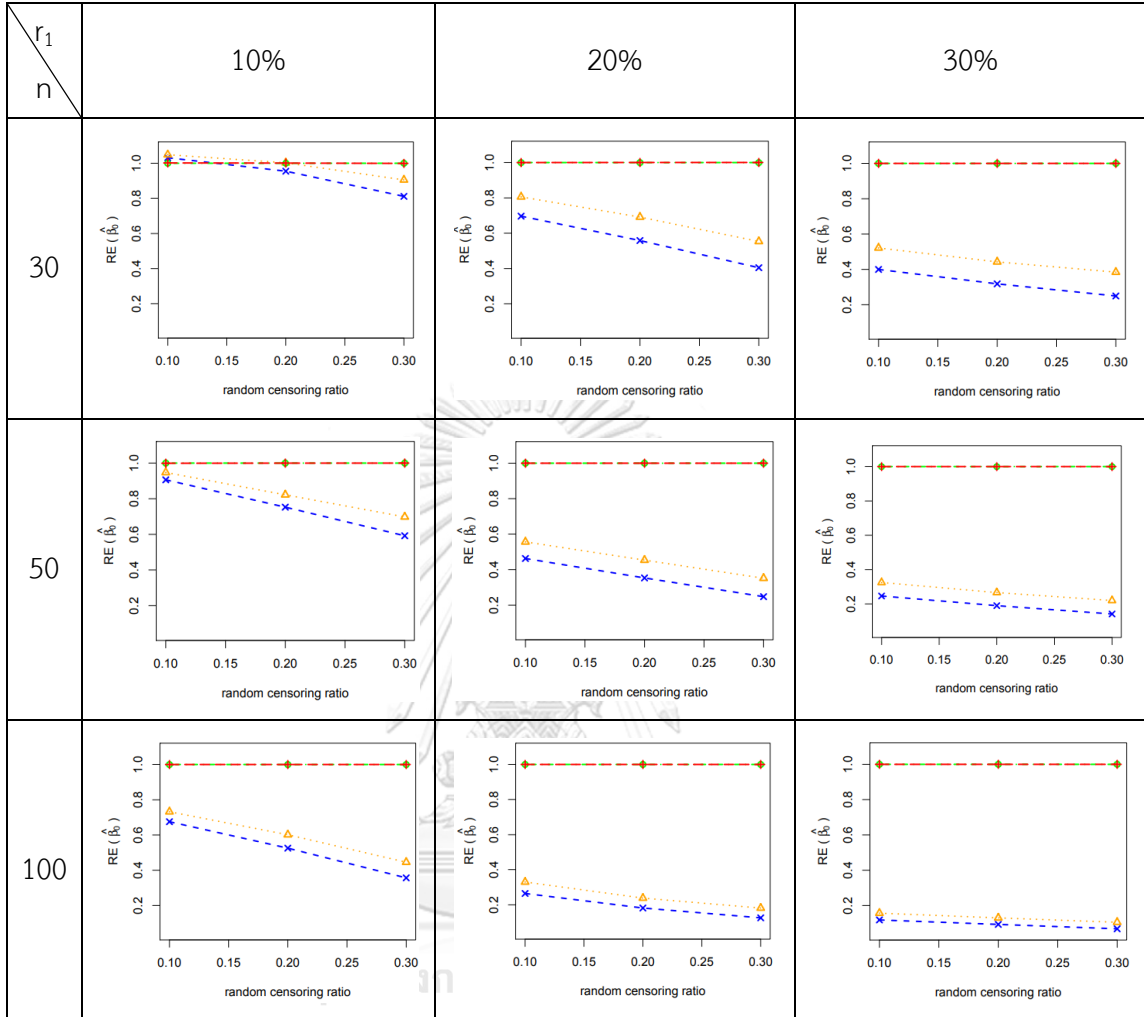
		0.3	0.0222	0.0144	0.0015	0.0015
--	--	-----	--------	--------	--------	--------

ตารางที่ 33 ผลการเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{\beta}_{0,a})$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2 : \sigma_{x_2}^2 = 1:5$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_{\varepsilon}^2 = 1:1$

n	r_1	r_2	$RE(\hat{\beta}_{0,a})$			
			OLS	CM	MLE_EM	MLE_EM_AD
30	10	0.1	1.04	1.05	1.00	1.00
		0.2	0.95	1.00	1.00	1.00
		0.3	0.81	0.91	1.00	1.00
	20	0.1	0.70	0.81	1.00	1.00
		0.2	0.56	0.69	1.00	1.00
		0.3	0.40	0.55	1.00	1.00
	30	0.1	0.40	0.52	1.00	1.00
		0.2	0.32	0.44	1.00	1.00
		0.3	0.25	0.38	1.00	1.00
50	10	0.1	0.91	0.95	1.00	1.00
		0.2	0.75	0.82	1.00	1.00
		0.3	0.59	0.70	1.00	1.00
	20	0.1	0.46	0.56	1.00	1.00
		0.2	0.35	0.45	1.00	1.00
		0.3	0.25	0.35	1.00	1.00
	30	0.1	0.25	0.32	1.00	1.00
		0.2	0.19	0.27	1.00	1.00
		0.3	0.14	0.22	1.00	1.00
100	10	0.1	0.68	0.73	1.00	1.00
		0.2	0.53	0.60	1.00	1.00
		0.3	0.36	0.45	1.00	1.00
	20	0.1	0.26	0.33	1.00	1.00
		0.2	0.18	0.24	1.00	1.00
		0.3	0.13	0.18	1.00	1.00
	30	0.1	0.12	0.16	1.00	1.00
		0.2	0.09	0.13	1.00	1.00

		0.3	0.07	0.11	1.00	1.00
--	--	-----	------	------	------	------

รูปที่ 34 กราฟเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{\beta}_{0,a})$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2 : \sigma_{x_2}^2 = 1:5$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_{\varepsilon}^2 = 1:1$

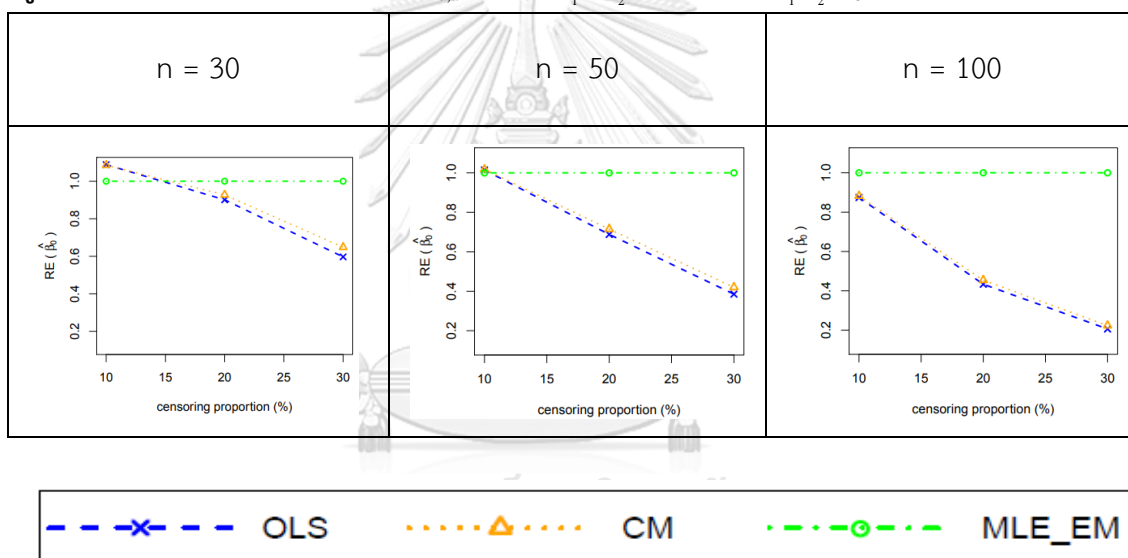


จากรูปที่ 33 – 34 และตารางที่ 32 – 33 พบว่า ให้ผลสรุปเหมือนรูปที่ 29 – 30 และ ตารางที่ 28 – 29

4.2.2 ผลการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่า β_0 เมื่อ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_{\varepsilon}^2 = 1:1$

พบว่า ส่วนใหญ่วิธี MLE_EM และวิธี MLE_EM_AD เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงที่สุดในการประมาณค่า β_0 ยกเว้นเมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็ก ($n = 30$) ร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวาน้อย ($r_1 = 10\%$) วิธี CM มีประสิทธิภาพสูงที่สุดเมื่อเวลาในการติดตามการรอดชีวิตของผู้ป่วยแต่ละคนมีค่าเท่ากัน (random censoring ratio = 0) แต่เมื่อเวลาในการติดตามการรอดชีวิตของผู้ป่วยมีช่วงการแจกแจงแบบสมมาตรพบวิธี CM มีประสิทธิภาพสูงที่สุดในการประมาณค่า β_0 กรณีที่ random censoring ratio = 0.1, 0.2

รูปที่ 35 กราฟเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{\beta}_{0,a})$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2 : \sigma_{x_2}^2 = 1:1$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_{\varepsilon}^2 = 1:2$ กรณี $r_2 = 0$



จากรูปที่ 35 พบว่า เมื่อเวลาในการติดตามการรอดชีวิตของผู้ป่วยไม่มีการแจกแจง ส่วนใหญ่วิธี MLE_EM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงที่สุด

เมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็ก ($n = 30$) และร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวาน้อย ($r_1 = 10\%$) วิธี OLS และ CM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงที่สุด

เมื่อตัวอย่างมีขนาดปานกลาง ($n = 50$) และร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวาน้อย ($r_1 = 10\%$) วิธี OLS, CM และ MLE_EM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงที่สุด

ตารางที่ 34 ผลการเปรียบเทียบค่า $AMSE(\hat{\beta}_{0,a})$ เมื่อ $\sigma^2_{x_1} : \sigma^2_{x_2} = 1:1$ และ

$$\sigma^2_{x_1+x_2} : \sigma^2_{\varepsilon} = 1:2$$

n	r_1	r_2	$AMSE(\hat{\beta}_{0,a})$			
			OLS	CM	MLE_EM	MLE_EM_AD
30	10	0.1	0.0062	0.0062	0.0067	0.0067
		0.2	0.0065	0.0065	0.0069	0.0069
		0.3	0.0072	0.0070	0.0070	0.0070
	20	0.1	0.0090	0.0086	0.0074	0.0074
		0.2	0.0108	0.0101	0.0077	0.0077
		0.3	0.0143	0.0128	0.0080	0.0080
	30	0.1	0.0165	0.0149	0.0082	0.0082
		0.2	0.0214	0.0187	0.0090	0.0090
		0.3	0.0291	0.0243	0.0099	0.0099
50	10	0.1	0.0042	0.0041	0.0040	0.0040
		0.2	0.0043	0.0043	0.0038	0.0038
		0.3	0.0052	0.0050	0.0041	0.0040
	20	0.1	0.0073	0.0069	0.0042	0.0042
		0.2	0.0092	0.0085	0.0044	0.0044
		0.3	0.0127	0.0113	0.0046	0.0046
	30	0.1	0.0151	0.0137	0.0048	0.0048
		0.2	0.0201	0.0177	0.0052	0.0052
		0.3	0.0279	0.0234	0.0056	0.0056
100	10	0.1	0.0024	0.0024	0.0019	0.0019
		0.2	0.0029	0.0028	0.0019	0.0019
		0.3	0.0038	0.0036	0.0020	0.0020
	20	0.1	0.0060	0.0056	0.0021	0.0021
		0.2	0.0082	0.0075	0.0021	0.0021
		0.3	0.0118	0.0105	0.0023	0.0023
	30	0.1	0.0142	0.0130	0.0023	0.0023
		0.2	0.0195	0.0173	0.0024	0.0024

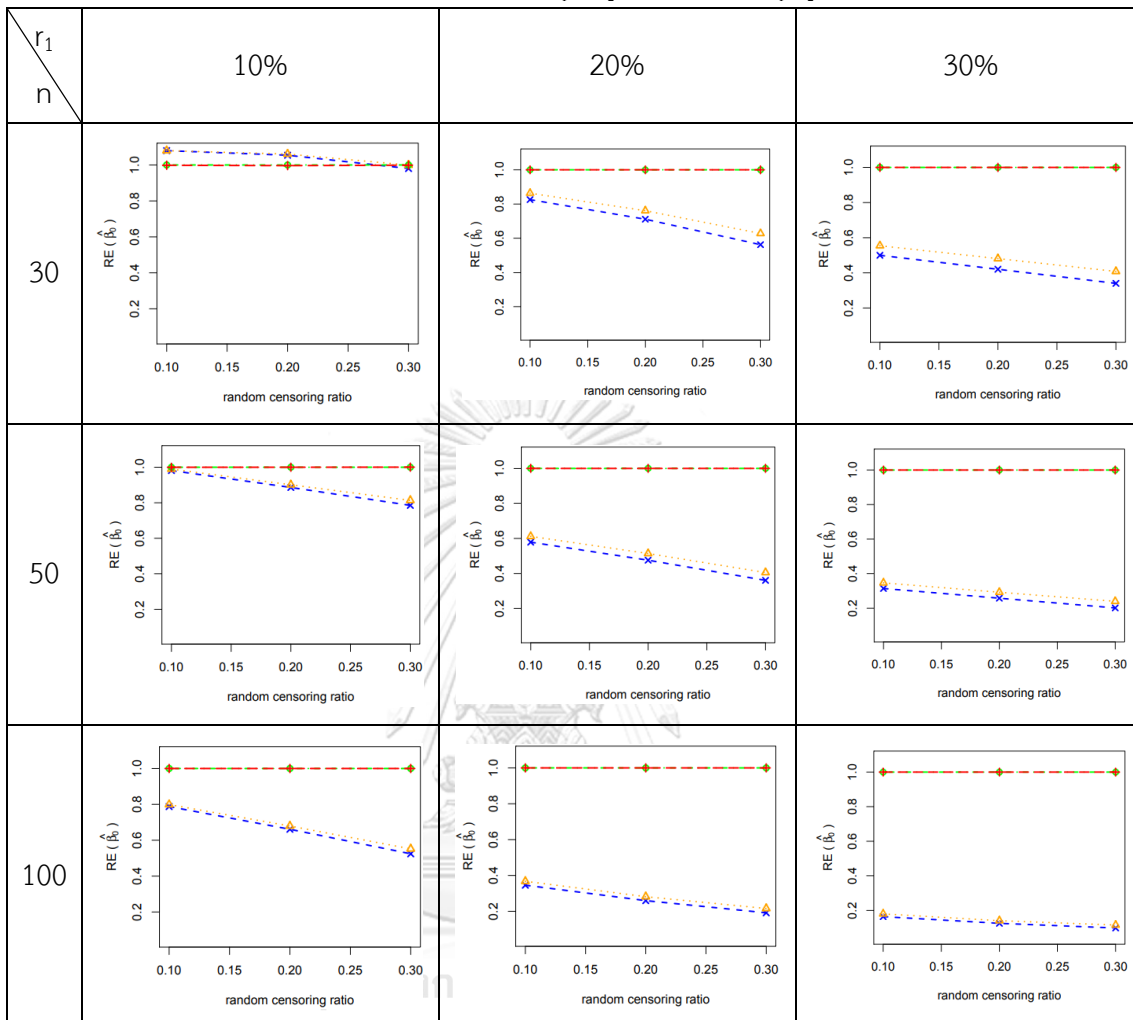
		0.3	0.0273	0.0233	0.0027	0.0027
--	--	-----	--------	--------	--------	--------

ตารางที่ 35 ผลการเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{\beta}_{0,a})$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2 : \sigma_{x_2}^2 = 1:1$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_{\varepsilon}^2 = 1:2$

n	r_1	r_2	$RE(\hat{\beta}_{0,a})$			
			OLS	CM	MLE_EM	MLE_EM_AD
30	10	0.1	1.08	1.08	1.00	1.00
		0.2	1.05	1.06	1.00	1.00
		0.3	0.98	1.00	1.00	1.00
	20	0.1	0.83	0.86	1.00	1.00
		0.2	0.71	0.76	1.00	1.00
		0.3	0.56	0.63	1.00	1.00
	30	0.1	0.50	0.55	1.00	1.00
		0.2	0.42	0.48	1.00	1.00
		0.3	0.34	0.41	1.00	1.00
50	10	0.1	0.98	0.99	1.00	1.00
		0.2	0.89	0.90	1.00	1.00
		0.3	0.79	0.81	1.00	1.00
	20	0.1	0.58	0.61	1.00	1.00
		0.2	0.48	0.51	1.00	1.00
		0.3	0.36	0.41	1.00	1.00
	30	0.1	0.31	0.35	1.00	1.00
		0.2	0.26	0.29	1.00	1.00
		0.3	0.20	0.24	1.00	1.00
100	10	0.1	0.79	0.80	1.00	1.00
		0.2	0.66	0.68	1.00	1.00
		0.3	0.52	0.55	1.00	1.00
	20	0.1	0.35	0.37	1.00	1.00
		0.2	0.26	0.28	1.00	1.00
		0.3	0.19	0.22	1.00	1.00
	30	0.1	0.16	0.18	1.00	1.00
		0.2	0.13	0.14	1.00	1.00

		0.3	0.10	0.12	1.00	1.00
--	--	-----	------	------	------	------

รูปที่ 36 กราฟเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{\beta}_{0,a})$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2 : \sigma_{x_2}^2 = 1:1$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_{\varepsilon}^2 = 1:2$



จากรูปที่ 35 – 36 และตารางที่ 34 – 35 พบว่า เมื่อเวลาในการติดตามการรอดชีวิตของผู้ป่วยมีการแจกแจง ส่วนใหญ่ วิธี MLE_EM และวิธี MLE_EM_AD เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

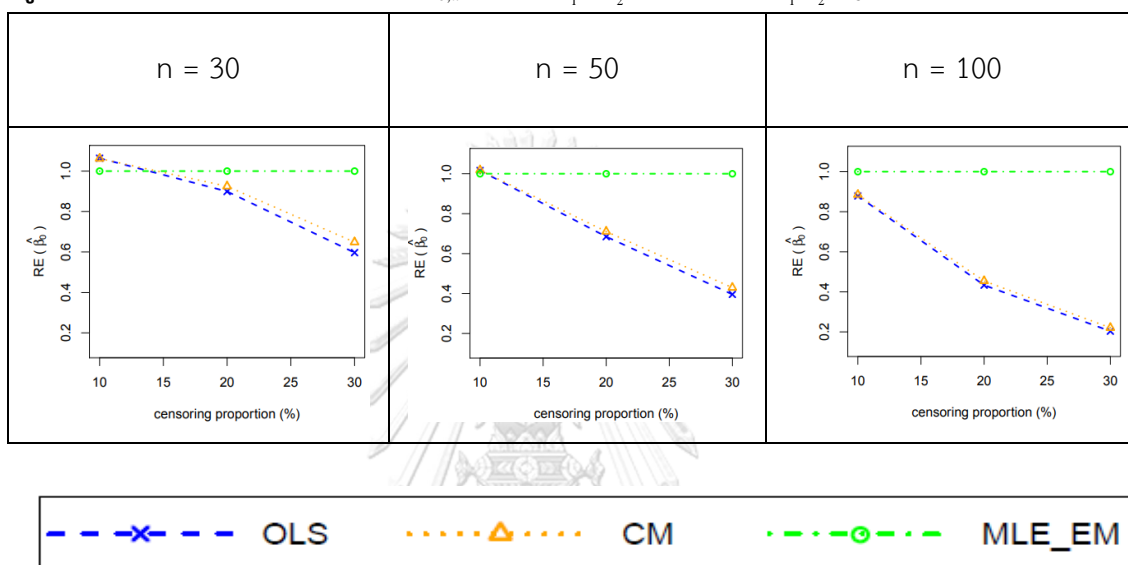
เมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็ก ($n = 30$) ร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวาน้อย ($r_1 = 10\%$)

- random censoring ratio = 0.1, 0.2 วิธี OLS และ CM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด
- random censoring ratio = 0.3 วิธี CM, MLE_EM และ MLE_EM_AD เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

เมื่อตัวอย่างมีขนาดปานกลาง ($n = 50$) ร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวาน้อย ($r_1 = 10\%$)

- random censoring ratio = 0.1 วิธี CM, MLE_EM และ MLE_EM_AD เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

รูปที่ 37 กราฟเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{\beta}_{0,a})$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2 : \sigma_{x_2}^2 = 1:2$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_{\epsilon}^2 = 1:2$ กรณี $r_2 = 0$



จากรูปที่ 37 พบว่า ให้ผลสรุปเหมือนรูปที่ 35

ตารางที่ 36 ผลการเปรียบเทียบค่า $AMSE(\hat{\beta}_{0,a})$ เมื่อ $\sigma^2_{x_1} : \sigma^2_{x_2} = 1:2$ และ

$$\sigma^2_{x_1+x_2} : \sigma^2_{\varepsilon} = 1:2$$

n	r_1	r_2	$AMSE(\hat{\beta}_{0,a})$			
			OLS	CM	MLE_EM	MLE_EM_AD
30	10	0.1	0.0062	0.0062	0.0067	0.0067
		0.2	0.0065	0.0064	0.0068	0.0068
		0.3	0.0072	0.0070	0.0069	0.0070
	20	0.1	0.0089	0.0085	0.0072	0.0072
		0.2	0.0109	0.0101	0.0075	0.0075
		0.3	0.0142	0.0127	0.0080	0.0080
	30	0.1	0.0167	0.0151	0.0086	0.0086
		0.2	0.0212	0.0186	0.0091	0.0091
		0.3	0.0292	0.0243	0.0098	0.0098
50	10	0.1	0.0042	0.0041	0.0040	0.0040
		0.2	0.0043	0.0043	0.0039	0.0039
		0.3	0.0052	0.0050	0.0039	0.0039
	20	0.1	0.0073	0.0069	0.0042	0.0042
		0.2	0.0092	0.0085	0.0044	0.0044
		0.3	0.0127	0.0113	0.0046	0.0046
	30	0.1	0.0151	0.0137	0.0048	0.0048
		0.2	0.0201	0.0177	0.0052	0.0052
		0.3	0.0279	0.0234	0.0056	0.0056
100	10	0.1	0.0024	0.0024	0.0019	0.0019
		0.2	0.0029	0.0028	0.0019	0.0019
		0.3	0.0038	0.0036	0.0020	0.0020
	20	0.1	0.0059	0.0056	0.0021	0.0021
		0.2	0.0082	0.0075	0.0021	0.0021
		0.3	0.0118	0.0105	0.0023	0.0023
	30	0.1	0.0142	0.0130	0.0023	0.0023
		0.2	0.0195	0.0173	0.0024	0.0024

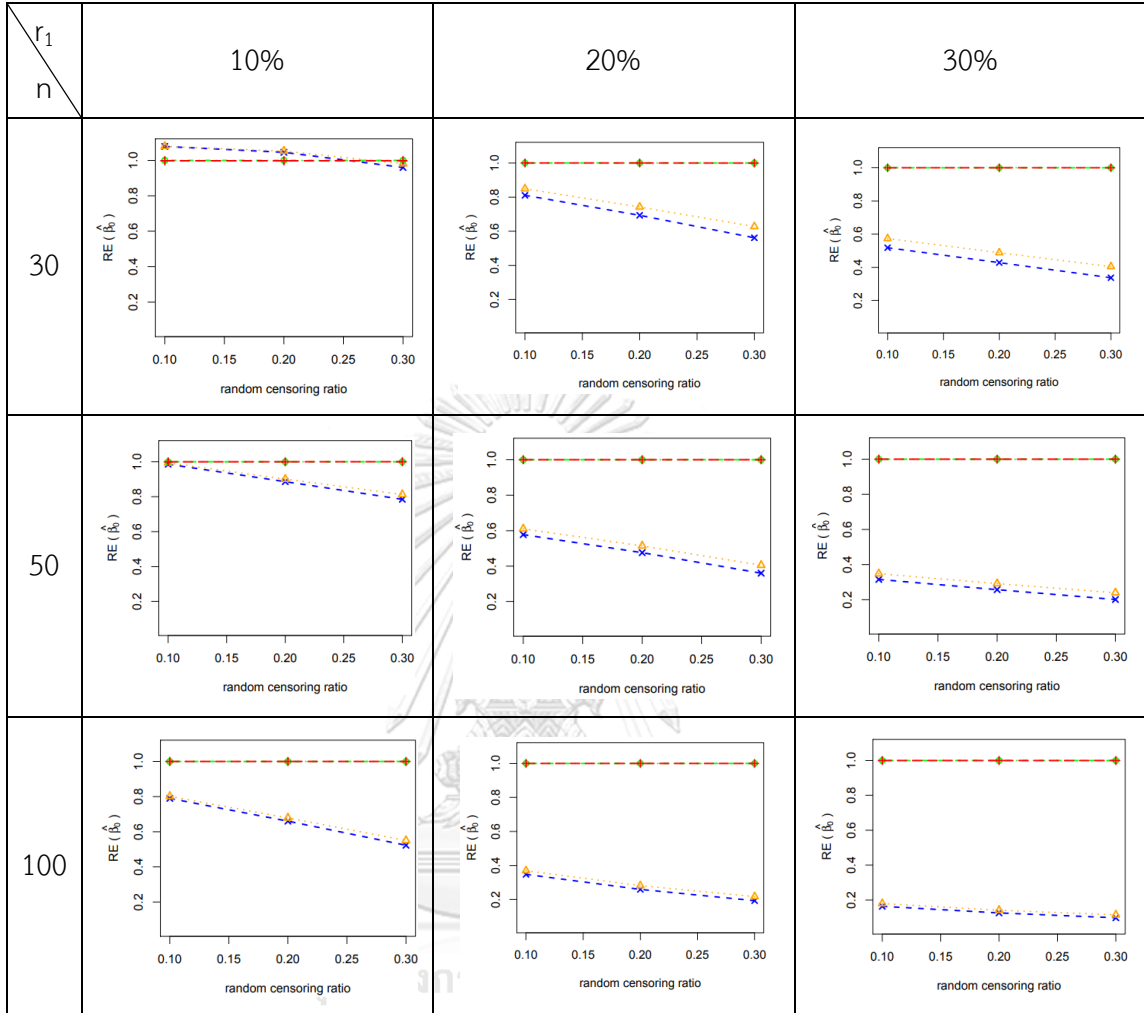
		0.3	0.0273	0.0233	0.0027	0.0027
--	--	-----	--------	--------	--------	--------

ตารางที่ 37 ผลการเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{\beta}_{0,a})$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2 : \sigma_{x_2}^2 = 1:2$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_{\varepsilon}^2 = 1:2$

n	r_1	r_2	$RE(\hat{\beta}_{0,a})$			
			OLS	CM	MLE_EM	MLE_EM_AD
30	10	0.1	1.08	1.08	1.00	1.00
		0.2	1.05	1.05	1.00	1.00
		0.3	0.96	0.99	1.00	1.00
	20	0.1	0.81	0.85	1.00	1.00
		0.2	0.69	0.74	1.00	1.00
		0.3	0.56	0.63	1.00	1.00
	30	0.1	0.52	0.57	1.00	1.00
		0.2	0.43	0.49	1.00	1.00
		0.3	0.34	0.40	1.00	1.00
50	10	0.1	0.98	0.99	1.00	1.00
		0.2	0.89	0.90	1.00	1.00
		0.3	0.78	0.81	1.00	1.00
	20	0.1	0.58	0.61	1.00	1.00
		0.2	0.48	0.51	1.00	1.00
		0.3	0.36	0.40	1.00	1.00
	30	0.1	0.32	0.35	1.00	1.00
		0.2	0.26	0.29	1.00	1.00
		0.3	0.20	0.24	1.00	1.00
100	10	0.1	0.79	0.80	1.00	1.00
		0.2	0.66	0.68	1.00	1.00
		0.3	0.52	0.55	1.00	1.00
	20	0.1	0.35	0.37	1.00	1.00
		0.2	0.26	0.28	1.00	1.00
		0.3	0.19	0.22	1.00	1.00
	30	0.1	0.16	0.18	1.00	1.00
		0.2	0.13	0.14	1.00	1.00

		0.3	0.1	0.11	1.00	1.00
--	--	-----	-----	------	------	------

รูปที่ 38 กราฟเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{\beta}_{0,a})$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2 : \sigma_{x_2}^2 = 1:2$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_{\varepsilon}^2 = 1:2$

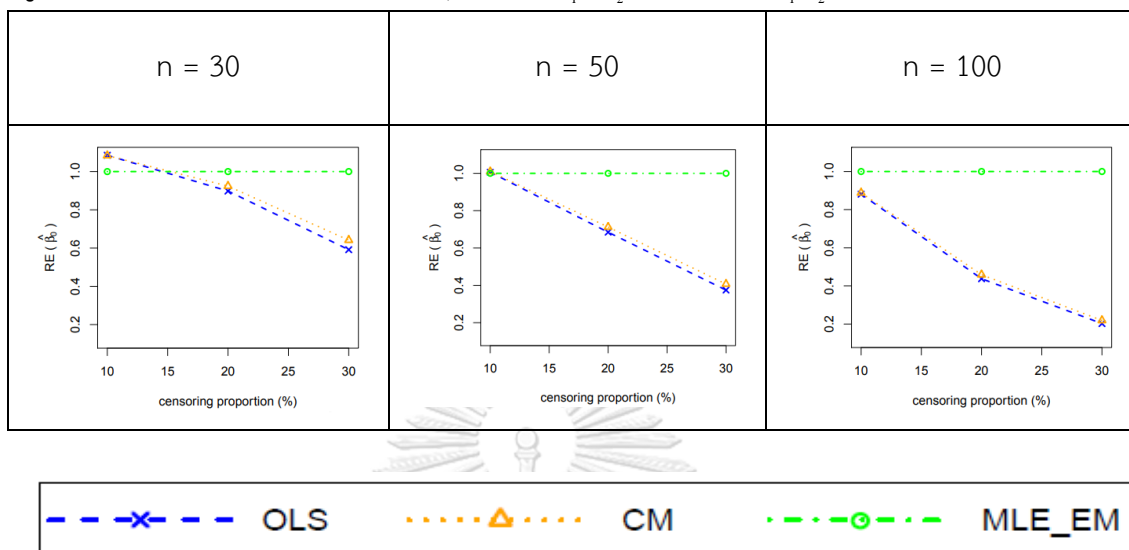


CHULALONGKORN UNIVERSITY



จากรูปที่ 37 - 38 และตารางที่ 36 - 37 พบว่า ให้ผลสรุปเหมือนรูปที่ 35 - 36 และตารางที่ 34 - 35

รูปที่ 39 กราฟเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{\beta}_{0,a})$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2:\sigma_{x_2}^2=1:5$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2:\sigma_{\varepsilon}^2=1:2$ กรณี $r_2=0$



จากรูปที่ 39 พบว่า ให้ผลสรุปเหมือนรูปที่ 35

ตารางที่ 38 ผลการเปรียบเทียบค่า $AMSE(\hat{\beta}_{0,a})$ เมื่อ $\sigma^2_{x_1} : \sigma^2_{x_2} = 1:5$ และ

$$\sigma^2_{x_1+x_2} : \sigma^2_{\varepsilon} = 1:2$$

n	r_1	r_2	$AMSE(\hat{\beta}_{0,a})$			
			OLS	CM	MLE_EM	MLE_EM_AD
30	10	0.1	0.0062	0.0062	0.0067	0.0067
		0.2	0.0065	0.0064	0.0068	0.0068
		0.3	0.0072	0.0071	0.0070	0.0070
	20	0.1	0.0089	0.0085	0.0072	0.0072
		0.2	0.0109	0.0101	0.0075	0.0075
		0.3	0.0142	0.0127	0.0080	0.0080
	30	0.1	0.0167	0.0151	0.0085	0.0085
		0.2	0.0215	0.0189	0.0092	0.0092
		0.3	0.0292	0.0243	0.0098	0.0098
50	10	0.1	0.0042	0.0041	0.0040	0.0040
		0.2	0.0044	0.0043	0.0040	0.0040
		0.3	0.0051	0.0049	0.0041	0.0041
	20	0.1	0.0072	0.0068	0.0042	0.0042
		0.2	0.0093	0.0086	0.0044	0.0044
		0.3	0.0127	0.0113	0.0047	0.0047
	30	0.1	0.0152	0.0137	0.0049	0.0049
		0.2	0.0202	0.0179	0.0050	0.0050
		0.3	0.0279	0.0235	0.0055	0.0055
100	10	0.1	0.0024	0.0024	0.0019	0.0019
		0.2	0.0029	0.0028	0.0019	0.0019
		0.3	0.0038	0.0036	0.0020	0.0020
	20	0.1	0.0059	0.0056	0.0021	0.0021
		0.2	0.0082	0.0075	0.0021	0.0021
		0.3	0.0118	0.0105	0.0023	0.0023
	30	0.1	0.0143	0.0130	0.0023	0.0023

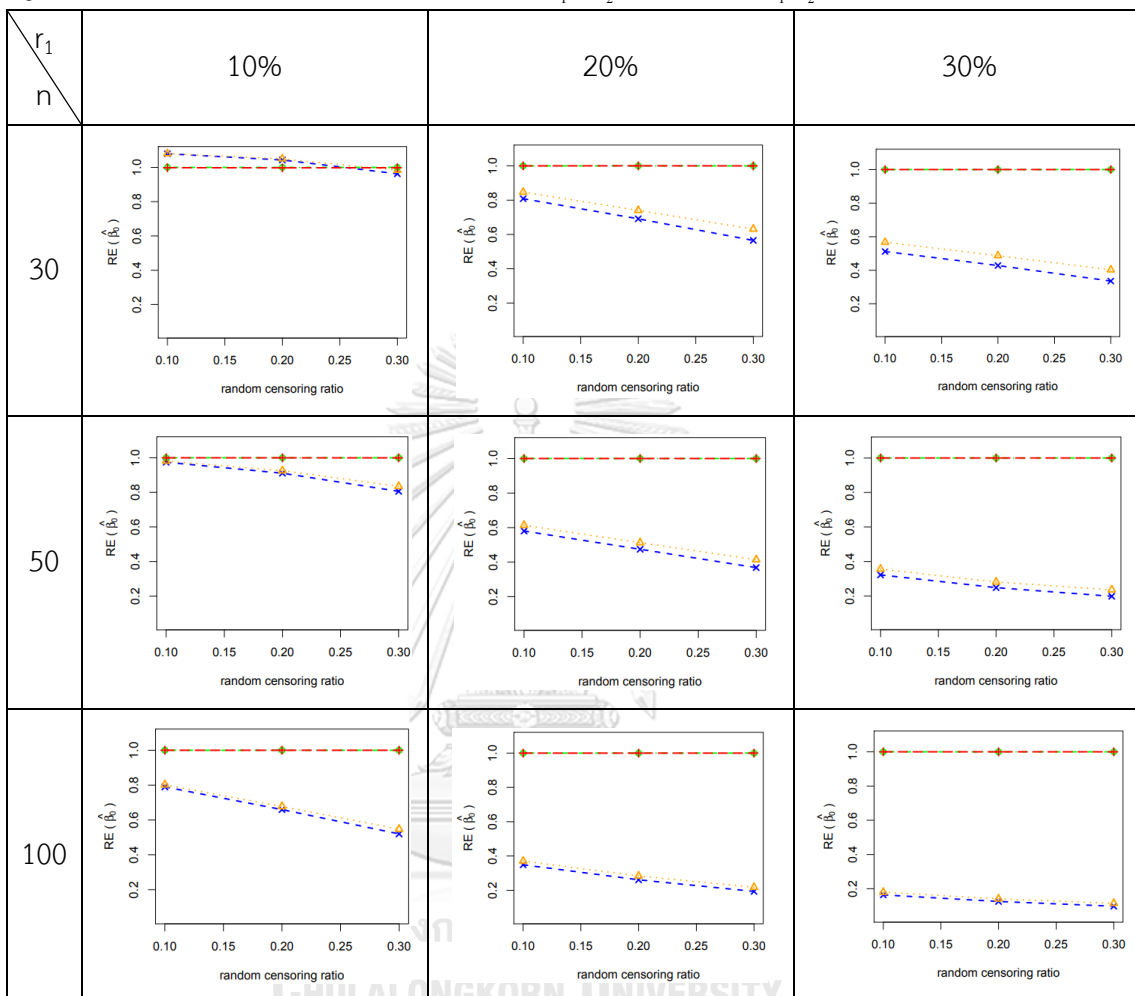
		0.2	0.0195	0.0174	0.0024	0.0024
		0.3	0.0273	0.0232	0.0027	0.0027

ตารางที่ 39 ผลการเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{\beta}_{0,a})$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2 : \sigma_{x_2}^2 = 1:5$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_{\varepsilon}^2 = 1:2$

n	r_1	r_2	$RE(\hat{\beta}_{0,a})$			
			OLS	CM	MLE_EM	MLE_EM_AD
30	10	0.1	1.08	1.08	1.00	1.00
		0.2	1.04	1.05	1.00	1.00
		0.3	0.96	0.99	1.00	1.00
	20	0.1	0.81	0.85	1.00	1.00
		0.2	0.69	0.74	1.00	1.00
		0.3	0.57	0.63	1.00	1.00
	30	0.1	0.51	0.57	1.00	1.00
		0.2	0.43	0.49	1.00	1.00
		0.3	0.34	0.40	1.00	1.00
50	10	0.1	0.97	0.99	1.00	1.00
		0.2	0.91	0.93	1.00	1.00
		0.3	0.81	0.83	1.00	1.00
	20	0.1	0.58	0.61	1.00	1.00
		0.2	0.47	0.51	1.00	1.00
		0.3	0.37	0.41	1.00	1.00
	30	0.1	0.32	0.36	1.00	1.00
		0.2	0.25	0.28	1.00	1.00
		0.3	0.20	0.24	1.00	1.00
100	10	0.1	0.79	0.80	1.00	1.00
		0.2	0.66	0.68	1.00	1.00
		0.3	0.52	0.55	1.00	1.00
	20	0.1	0.35	0.37	1.00	1.00
		0.2	0.26	0.28	1.00	1.00
		0.3	0.19	0.22	1.00	1.00
	30	0.1	0.16	0.18	1.00	1.00

		0.2	0.13	0.14	1.00	1.00
		0.3	0.10	0.11	1.00	1.00

รูปที่ 40 กราฟเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{\beta}_{0,a})$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2 : \sigma_{x_2}^2 = 1:5$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_{\epsilon}^2 = 1:2$



จากรูปที่ 39 - 40 และตารางที่ 38 - 39 พบว่า ให้ผลสรุปเหมือนรูปที่ 35 - 36 และตารางที่ 34 - 35

4.2.3 ผลการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่า β_0 เมื่อ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_{\varepsilon}^2 = 1:2$

พบว่า ส่วนใหญ่วิธี MLE_EM และวิธี MLE_EM_AD เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุดในการประมาณค่า β_0 ยกเว้นเมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็ก ($n = 30$) ร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวาน้อย ($r_1 = 10\%$) วิธี CM มีประสิทธิภาพสูงสุดเมื่อเวลาในการติดตามการรอดชีวิตของผู้ป่วยแต่ละคนมีค่าเท่ากัน (random censoring ratio = 0) แต่เมื่อเวลาในการติดตามการรอดชีวิตของผู้ป่วยมีช่วงการแจกแจงแบบสม่ำเสมอพบว่าวิธี CM มีประสิทธิภาพสูงสุดในการประมาณค่า β_0 กรณีที่ random censoring ratio = 0.1, 0.2

4.2.4 สรุปผลการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่า β_0

ตารางที่ 40 สรุปวิธีการประมาณค่า β_0 ที่มีประสิทธิภาพสูงสุดและวิธีที่มีประสิทธิภาพเทียบเคียง

n	r_1	r_2	$\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_{\varepsilon}^2$	วิธีที่มีประสิทธิภาพมากที่สุดและวิธีที่มีประสิทธิภาพเทียบเท่า ในการประมาณค่าตัวแปรตาม
30	10	0.1	2:1	CM*, MLE_EM*, MLE_EM_AD*
			1:1	OLS*, CM*, MLE_EM, MLE_EM_AD
			1:2	OLS*, CM*
		0.2	2:1	MLE_EM*, MLE_EM_AD*
			1:1	CM*, MLE_EM*, MLE_EM_AD*, OLS
			1:2	OLS*, CM*
		0.3	2:1, 1:1	MLE_EM*, MLE_EM_AD*
			1:2	CM*, MLE_EM*, MLE_EM_AD*, OLS
		20, 30	0.1, 0.2, 0.3	2:1, 1:1, 1:2
	50	10	0.1	2:1, 1:1
1:2				CM*, MLE_EM*, MLE_EM_AD*, OLS
0.2, 0.3			2:1, 1:1, 1:2	MLE_EM*, MLE_EM_AD*
20, 30		0.1, 0.2, 0.3	2:1, 1:1, 1:2	MLE_EM*, MLE_EM_AD*
		10, 20,	0.1, 0.2,	2:1, 1:1,

	30	0.3	1:2	
--	----	-----	-----	--

หมายเหตุ * คือ วิธีที่มีประสิทธิภาพมากที่สุดในสถานการณ์นั้น

ปัจจัยที่มีผลต่อค่า $AMSE(\hat{\beta}_{1,a})$ และค่า $RE(\hat{\beta}_0)$

1. ขนาดตัวอย่าง

เมื่อขนาดตัวอย่างใหญ่ขึ้น ทำให้ค่า $AMSE(\hat{\beta}_{0,a})$ ของทุกวิธีมีค่าลดลง กล่าวคือ ทุกวิธีสามารถประมาณค่า β_0 ได้ใกล้เคียงมากขึ้น

เมื่อขนาดตัวอย่างใหญ่ขึ้น ทำให้ค่า $RE(\hat{\beta}_0)$ ของวิธี OLS และวิธี CM ลดลงมาก กล่าวคือ วิธี OLS และวิธี CM นั้นมีประสิทธิภาพด้อยกว่าวิธี MLE_EM และวิธี MLE_EM_AD มากขึ้น

และเมื่อพิจารณาค่า $AMSE(\hat{\beta}_{0,a})$ ของวิธี MLE_EM และวิธี MLE_EM_AD พบว่าทั้งสองวิธีมีค่าใกล้เคียงกันอย่างมากจึงกล่าวได้ว่า วิธี MLE_EM_AD เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพในการประมาณค่า β_0 เทียบเท่ากับวิธี MLE_EM ไม่ว่าจะขนาดตัวอย่างเป็นเท่าไรก็ตาม

2. ร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวา

เมื่อตัวแปรตามถูกตัดปลายทางขวามากขึ้น ทำให้ค่า $AMSE(\hat{\beta}_{0,a})$ ของทุกวิธีมีค่าเพิ่มขึ้น กล่าวคือ เมื่อตัวแปรตามถูกตัดปลายทางขวามากขึ้น ทำให้ความสามารถในการประมาณค่า β_0 ของทุกวิธีลดลง

เมื่อตัวแปรตามถูกตัดปลายทางขวามากขึ้น ทำให้ค่า $RE(\hat{\beta}_0)$ ของวิธี OLS และวิธี CM ลดลงมาก กล่าวคือ วิธี OLS และวิธี CM นั้นมีประสิทธิภาพด้อยกว่าวิธี MLE_EM และวิธี MLE_EM_AD มากขึ้น

และเมื่อพิจารณาค่า $AMSE(\hat{\beta}_{0,a})$ ของวิธี MLE_EM และวิธี MLE_EM_AD พบว่าทั้งสองวิธีมีค่าใกล้เคียงกันอย่างมากจึงกล่าวได้ว่า วิธี MLE_EM_AD เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพในการประมาณค่า β_0 เทียบเท่ากับวิธี MLE_EM ไม่ว่าจะร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวาเป็นเท่าไรก็ตาม

3. Random Censoring Ratio

เมื่อเวลาในการติดตามการรอดชีวิตของผู้ป่วยมีช่วงการแจกแจงที่กว้างขึ้น ทำให้ค่า $MSE(\hat{\beta}_0)$ ของทุกวิธีมีค่าเพิ่มขึ้น กล่าวคือ เมื่อเวลาในการติดตามการรอดชีวิตของผู้ป่วยมีช่วงการแจกแจงที่กว้างขึ้น ทำให้ความสามารถในการประมาณค่า β_0 ของทุกวิธีลดลง

และเมื่อพิจารณาค่า $AMSE(\hat{\beta}_{0,a})$ ของวิธี MLE_EM และวิธี MLE_EM_AD พบว่าทั้งสองวิธีมีค่าใกล้เคียงกันอย่างมากจึงกล่าวได้ว่า วิธี MLE_EM_AD เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพในการประมาณค่า β_0 เทียบเท่ากับวิธี MLE_EM ไม่ว่าจะช่วงความกว้างของการแจกแจงของเวลาในการติดตามการรอดชีวิตของผู้ป่วยเป็นเท่าไรก็ตาม

4. อัตราส่วนความแปรปรวนของตัวแปรอิสระตัวที่ 1 และตัวแปรอิสระตัวที่ 2

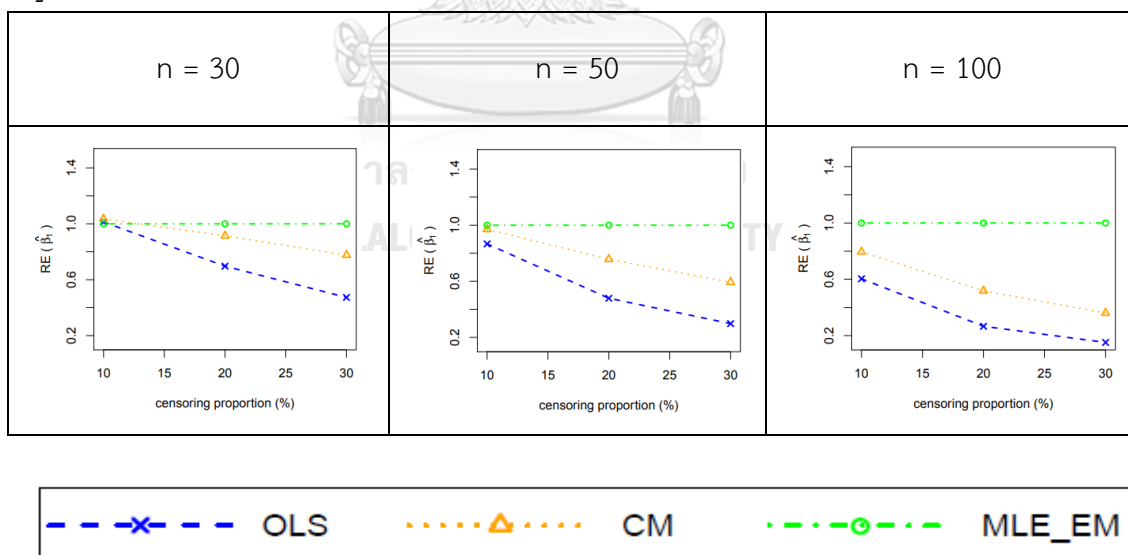
แม้ว่าตัวแปรอิสระตัวที่ 1 และ 2 มีการกระจายที่แตกต่างกันมากเท่าใด แต่ค่า $AMSE(\hat{\beta}_{0,a})$ มีค่าใกล้เคียงกันมาก ที่ขนาดตัวอย่างเดียวกัน ร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวาเดียวกัน random censoring ratio เท่ากัน และอัตราส่วนความแปรปรวนรวมของตัวแปรอิสระต่อความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนเท่ากัน เช่นเดียวกับค่า $RE(\hat{\beta}_0)$ ที่อัตราส่วนความแปรปรวนของตัวแปรอิสระตัวที่ 1 ต่อตัวแปรอิสระตัวที่ 2 มีผลกระทบต่อการประมาณน้อยมาก

5. อัตราส่วนความแปรปรวนรวมของตัวแปรอิสระต่อความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน

เมื่อความคลาดเคลื่อนกระจายตัวมากกว่าตัวแปรอิสระมากขึ้น ทำให้ค่า $AMSE(\hat{\beta}_{0,a})$ ลดลง กล่าวคือ เมื่อความคลาดเคลื่อนกระจายตัวมากกว่าตัวแปรอิสระ ทำให้ทุกวิธีสามารถประมาณค่า β_0 ได้ดียิ่งขึ้น และในกรณีนี้วิธี OLS และวิธี CM มีประสิทธิภาพในการประมาณค่า β_0 ได้ดีขึ้น เมื่อเทียบกับวิธี MLE_EM และ MLE_EM_AD

4.3 ผลการเปรียบเทียบการประมาณค่า β_1

รูปที่ 41 กราฟเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{\beta}_{1,a})$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2 : \sigma_{x_2}^2 = 1:1$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_{\varepsilon}^2 = 2:1$ กรณี $r_2 = 0$



จากรูปที่ 41 พบว่า เมื่อเวลาในการติดตามการรอดชีวิตของผู้ป่วยไม่มีการแจกแจง ส่วนใหญ่ วิธี MLE_EM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด ยกเว้นเมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็ก ($n = 30$) ร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวาน้อย ($r_1 = 10\%$) วิธี OLS, CM และ MLE_EM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

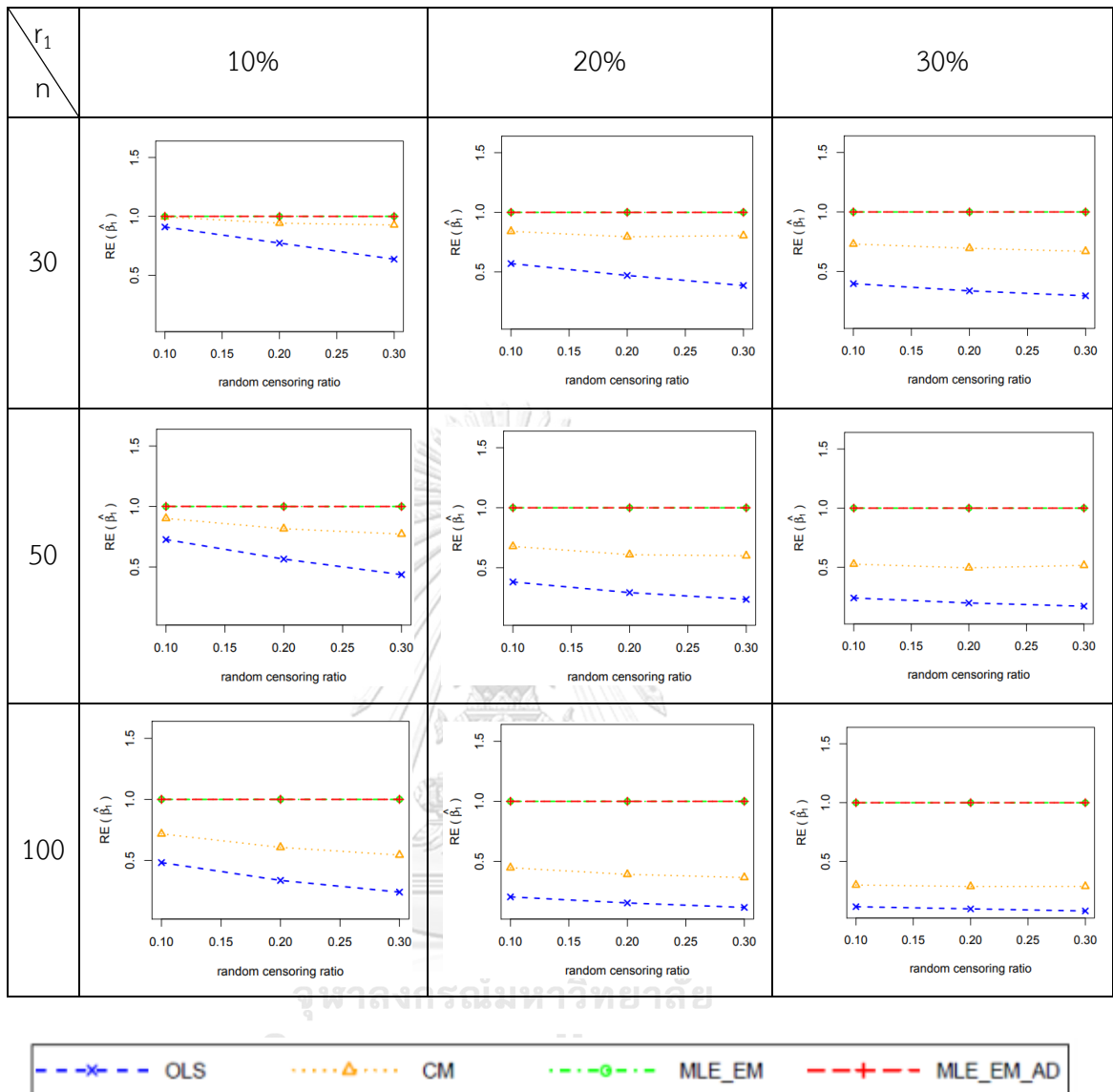
ตารางที่ 41 ผลการเปรียบเทียบค่า $AMSE(\hat{\beta}_{1,a})$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2 : \sigma_{x_2}^2 = 1:1$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_{\varepsilon}^2 = 2:1$

n	r ₁	r ₂	AMSE($\hat{\beta}_{1,a}$)			
			OLS	CM	MLE_EM	MLE_EM_AD
30	10	0.1	0.0474	0.0433	0.0431	0.0431
		0.2	0.0593	0.0486	0.0458	0.0458
		0.3	0.0753	0.0517	0.0479	0.048
	20	0.1	0.0874	0.0593	0.0498	0.0498
		0.2	0.1171	0.0693	0.0551	0.0551
		0.3	0.1543	0.0740	0.0595	0.0595
	30	0.1	0.1505	0.0818	0.0597	0.0597
		0.2	0.1977	0.0957	0.0665	0.0665
		0.3	0.2521	0.0993	0.0743	0.0743
50	10	0.1	0.0340	0.0274	0.0247	0.0247
		0.2	0.0457	0.0317	0.0259	0.0259
		0.3	0.0625	0.0354	0.0273	0.0273
	20	0.1	0.0746	0.0420	0.0285	0.0285
		0.2	0.1043	0.0501	0.0305	0.0305
		0.3	0.1418	0.0558	0.0335	0.0335
	30	0.1	0.1380	0.0629	0.0331	0.0331
		0.2	0.1852	0.0739	0.0365	0.0365
		0.3	0.2395	0.0791	0.0408	0.0408
100	10	0.1	0.0246	0.0166	0.0119	0.0119
		0.2	0.0360	0.0200	0.0121	0.0121
		0.3	0.0538	0.0238	0.0129	0.0129
	20	0.1	0.0664	0.0303	0.0136	0.0136
		0.2	0.0939	0.0369	0.0145	0.0145
		0.3	0.1349	0.0430	0.0157	0.0157
	30	0.1	0.1318	0.0510	0.0153	0.0153
		0.2	0.1746	0.0591	0.0170	0.0170
		0.3	0.2331	0.0647	0.0187	0.0187

ตารางที่ 42 ผลการเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{\beta}_{1,a})$ เมื่อ $\sigma^2_{x_1} : \sigma^2_{x_2} = 1:1$ และ $\sigma^2_{x_1+x_2} : \sigma^2_{\varepsilon} = 2:1$

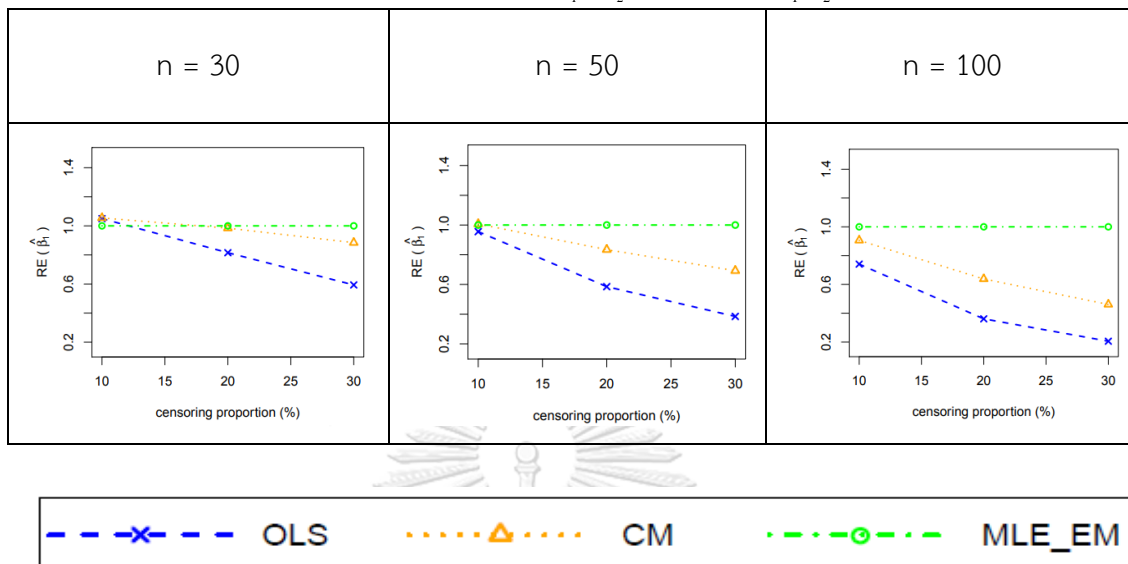
n	r ₁	r ₂	RE($\hat{\beta}_{1,a}$)			
			OLS	CM	MLE_EM	MLE_EM_AD
30	10	0.1	0.91	1.00	1.00	1.00
		0.2	0.77	0.94	1.00	1.00
		0.3	0.64	0.93	1.00	1.00
	20	0.1	0.57	0.84	1.00	1.00
		0.2	0.47	0.79	1.00	1.00
		0.3	0.39	0.80	1.00	1.00
	30	0.1	0.40	0.73	1.00	1.00
		0.2	0.34	0.69	1.00	1.00
		0.3	0.29	0.67	1.00	1.00
50	10	0.1	0.73	0.90	1.00	1.00
		0.2	0.57	0.82	1.00	1.00
		0.3	0.44	0.77	1.00	1.00
	20	0.1	0.38	0.68	1.00	1.00
		0.2	0.29	0.61	1.00	1.00
		0.3	0.24	0.60	1.00	1.00
	30	0.1	0.24	0.53	1.00	1.00
		0.2	0.20	0.49	1.00	1.00
		0.3	0.17	0.52	1.00	1.00
100	10	0.1	0.48	0.72	1.00	1.00
		0.2	0.34	0.61	1.00	1.00
		0.3	0.24	0.54	1.00	1.00
	20	0.1	0.20	0.45	1.00	1.00
		0.2	0.15	0.39	1.00	1.00
		0.3	0.12	0.37	1.00	1.00
	30	0.1	0.12	0.30	1.00	1.00
		0.2	0.10	0.29	1.00	1.00
		0.3	0.08	0.29	1.00	1.00

รูปที่ 42 กราฟเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{\beta}_{1,a})$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2 : \sigma_{x_2}^2 = 1:1$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_{\epsilon}^2 = 2:1$



จากรูปที่ 41 – 42 และตารางที่ 40 – 41 พบว่า เมื่อเวลาในการติดตามการรอดชีวิตของผู้ป่วยมีการแจกแจง ส่วนใหญ่วิธี MLE_EM และวิธี MLE_EM_AD เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด แต่เมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็ก ($n = 30$) ร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวาน้อย ($r_1 = 10\%$) และ random censoring ratio = 0.1 วิธี CM, MLE_EM และ MLE_EM_AD เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

รูปที่ 43 กราฟเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{\beta}_{1,a})$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2:\sigma_{x_2}^2=1:2$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2:\sigma_{\varepsilon}^2=2:1$ กรณี $r_2=0$



จากรูปที่ 43 พบว่า เมื่อเวลาในการติดตามการรอดชีวิตของผู้ป่วยไม่มีการแจกแจง ส่วนใหญ่ วิธี MLE_EM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

เมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็ก (n = 30)

- ร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวาน้อย ($r_1 = 10\%$) วิธี OLS และ CM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด
- ร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวานกลาง ($r_1 = 20\%$) วิธี CM และ MLE_EM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

เมื่อตัวอย่างมีขนาดปานกลาง (n = 50)

- ร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวาน้อย ($r_1 = 10\%$) วิธี CM และ MLE_EM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

ตารางที่ 43 ผลการเปรียบเทียบค่า $AMSE(\hat{\beta}_{1,a})$ เมื่อ $\sigma^2_{x_1} : \sigma^2_{x_2} = 1:2$ และ

$$\sigma^2_{x_1+x_2} : \sigma^2_{\varepsilon} = 2:1$$

n	r_1	r_2	$AMSE(\hat{\beta}_{1,a})$			
			OLS	CM	MLE_EM	MLE_EM_AD
30	10	0.1	0.0637	0.0609	0.0631	0.0632
		0.2	0.0758	0.0670	0.0669	0.0669
		0.3	0.0907	0.0698	0.0702	0.0702
	20	0.1	0.1020	0.0782	0.0749	0.0749
		0.2	0.1298	0.0866	0.0781	0.0781
		0.3	0.1683	0.0944	0.0850	0.0850
	30	0.1	0.1640	0.1004	0.0865	0.0865
		0.2	0.2073	0.1124	0.0934	0.0934
		0.3	0.2661	0.1259	0.1102	0.1102
50	10	0.1	0.0437	0.0377	0.0361	0.0361
		0.2	0.0538	0.0410	0.0376	0.0376
		0.3	0.0716	0.0456	0.0396	0.0396
	20	0.1	0.0829	0.0517	0.0407	0.0407
		0.2	0.1125	0.0602	0.0436	0.0436
		0.3	0.1491	0.0661	0.0474	0.0474
	30	0.1	0.1453	0.0727	0.0471	0.0471
		0.2	0.1925	0.0839	0.0511	0.0511
		0.3	0.2458	0.0900	0.0569	0.0569
100	10	0.1	0.0291	0.0211	0.0171	0.0171
		0.2	0.0400	0.0244	0.0180	0.0180
		0.3	0.0587	0.0289	0.0189	0.0189
	20	0.1	0.0700	0.0346	0.0195	0.0195
		0.2	0.0970	0.0409	0.0204	0.0204
		0.3	0.1386	0.0485	0.0220	0.0220
	30	0.1	0.1342	0.0548	0.0222	0.0222
		0.2	0.1785	0.0636	0.0244	0.0244

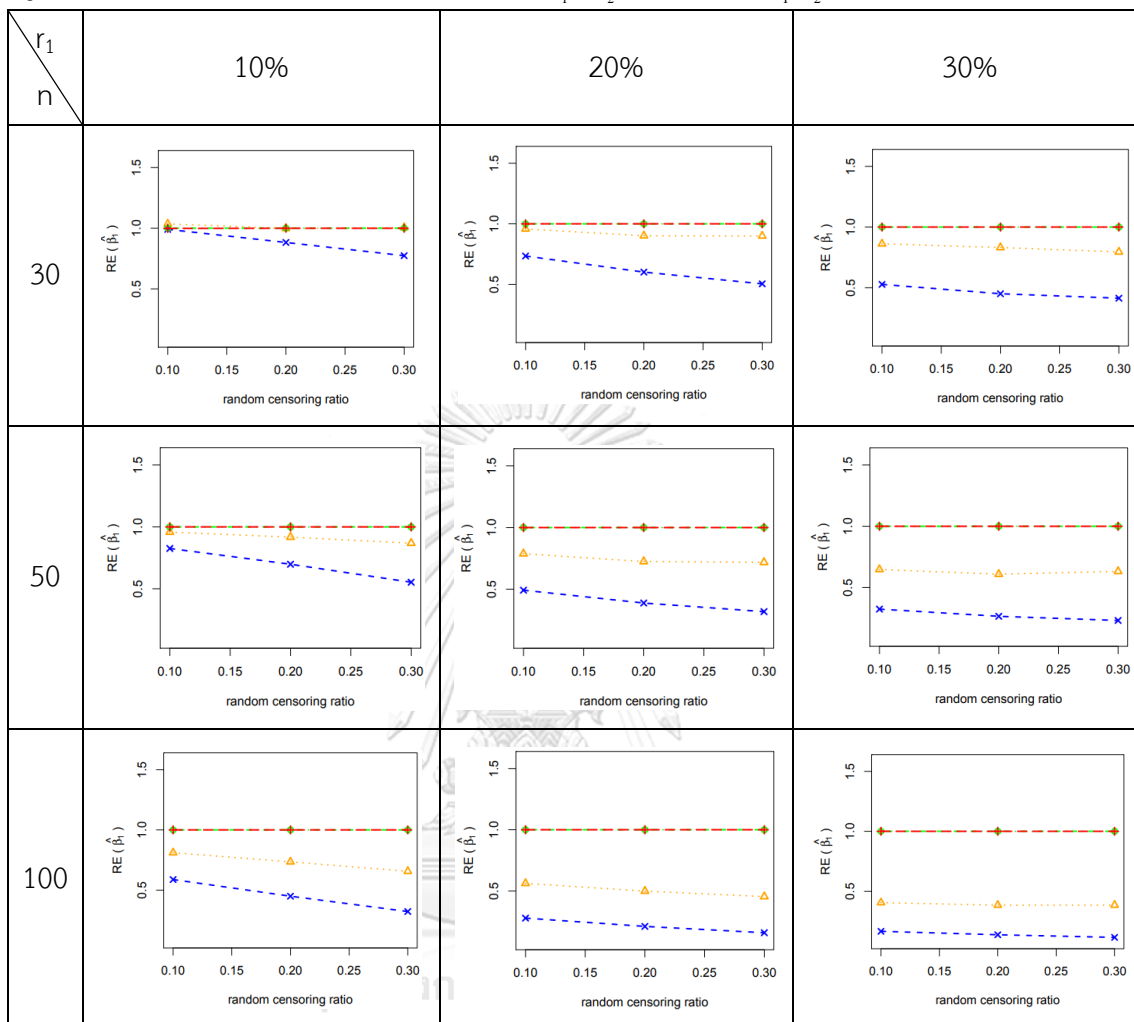
		0.3	0.2356	0.0705	0.0271	0.0271
--	--	-----	--------	--------	--------	--------

ตารางที่ 44 ผลการเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{\beta}_{1,a})$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2 : \sigma_{x_2}^2 = 1:2$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_{\varepsilon}^2 = 2:1$

n	r_1	r_2	$RE(\hat{\beta}_{1,a})$			
			OLS	CM	MLE_EM	MLE_EM_AD
30	10	0.1	0.99	1.04	1.00	1.00
		0.2	0.88	1.00	1.00	1.00
		0.3	0.77	1.00	1.00	1.00
	20	0.1	0.73	0.96	1.00	1.00
		0.2	0.60	0.90	1.00	1.00
		0.3	0.50	0.90	1.00	1.00
	30	0.1	0.53	0.86	1.00	1.00
		0.2	0.45	0.83	1.00	1.00
		0.3	0.41	0.79	1.00	1.00
50	10	0.1	0.83	0.96	1.00	1.00
		0.2	0.70	0.92	1.00	1.00
		0.3	0.55	0.87	1.00	1.00
	20	0.1	0.49	0.79	1.00	1.00
		0.2	0.39	0.72	1.00	1.00
		0.3	0.32	0.72	1.00	1.00
	30	0.1	0.32	0.65	1.00	1.00
		0.2	0.27	0.61	1.00	1.00
		0.3	0.23	0.63	1.00	1.00
100	10	0.1	0.59	0.81	1.00	1.00
		0.2	0.45	0.73	1.00	1.00
		0.3	0.32	0.66	1.00	1.00
	20	0.1	0.28	0.56	1.00	1.00
		0.2	0.21	0.50	1.00	1.00
		0.3	0.16	0.45	1.00	1.00
	30	0.1	0.17	0.40	1.00	1.00
		0.2	0.14	0.38	1.00	1.00

		0.3	0.11	0.38	1.00	1.00
--	--	-----	------	------	------	------

รูปที่ 44 กราฟเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{\beta}_{1,a})$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2 : \sigma_{x_2}^2 = 1:2$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_{\varepsilon}^2 = 2:1$

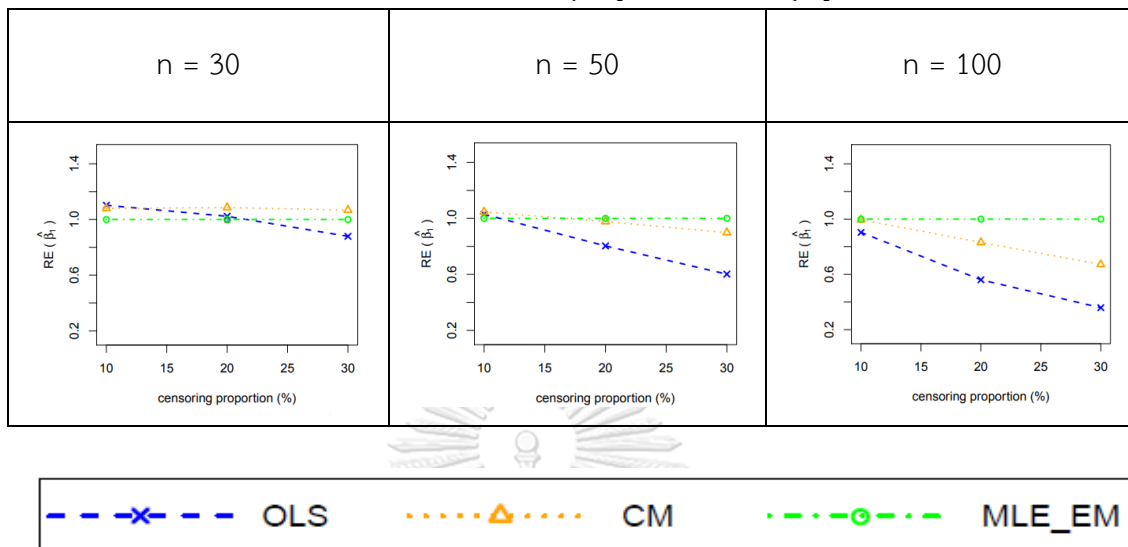


จากรูปที่ 43 – 44 และตารางที่ 43 – 44 พบว่า เมื่อเวลาในการติดตามการรอดชีวิตของผู้ป่วยมีการแจกแจง ส่วนใหญ่วิธี MLE_EM และวิธี MLE_EM_AD เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

เมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็ก ($n = 30$) ร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวาน้อย ($r_1 = 10\%$)

- random censoring ratio = 0.1 วิธี CM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด
- random censoring ratio = 0.2, 0.3 วิธี CM, MLE_EM และ MLE_EM_AD เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

รูปที่ 45 กราฟเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{\beta}_{1,a})$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2:\sigma_{x_2}^2=1:5$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2:\sigma_{\varepsilon}^2=2:1$ กรณี $r_2=0$



จากรูปที่ 45 พบว่า เมื่อเวลาในการติดตามการรอดชีวิตของผู้ป่วยไม่มีการแจกแจง ส่วนใหญ่
วิธี MLE_EM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

เมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็ก (n = 30)

- ร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวาน้อยและปานกลาง ($r_1 = 10\%, 20\%$)

วิธี OLS และ CM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

- ร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวามาก ($r_1 = 30\%$) วิธี CM เป็นวิธีที่มี
ประสิทธิภาพสูงสุด

เมื่อตัวอย่างมีขนาดปานกลาง (n = 50)

- ร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวาน้อย ($r_1 = 10\%$) วิธี OLS, CM และ

MLE_EM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

- ร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวาปานกลาง ($r_1 = 20\%$) วิธี CM และ

MLE_EM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

ตารางที่ 45 ผลการเปรียบเทียบค่า $AMSE(\hat{\beta}_{1,a})$ เมื่อ $\sigma^2_{x_1} : \sigma^2_{x_2} = 1:5$ และ

$$\sigma^2_{x_1+x_2} : \sigma^2_{\varepsilon} = 2:1$$

n	r_1	r_2	$AMSE(\hat{\beta}_{1,a})$			
			OLS	CM	MLE_EM	MLE_EM_AD
30	10	0.1	0.1129	0.1140	0.1238	0.1238
		0.2	0.1248	0.1215	0.1300	0.1301
		0.3	0.1369	0.1239	0.1361	0.1360
	20	0.1	0.1470	0.1323	0.1436	0.1436
		0.2	0.1728	0.1406	0.1470	0.1470
		0.3	0.2075	0.1512	0.1616	0.1616
	30	0.1	0.2033	0.1544	0.1609	0.1609
		0.2	0.2429	0.1689	0.1742	0.1742
		0.3	0.3015	0.1877	0.2014	0.2014
50	10	0.1	0.0721	0.0680	0.0711	0.0711
		0.2	0.0830	0.0723	0.0729	0.0729
		0.3	0.0970	0.0762	0.0769	0.0769
	20	0.1	0.1097	0.0826	0.0792	0.0792
		0.2	0.1348	0.0889	0.0812	0.0812
		0.3	0.1743	0.0970	0.0875	0.0875
	30	0.1	0.1693	0.1026	0.0878	0.0878
		0.2	0.2115	0.1127	0.0947	0.0947
		0.3	0.2684	0.1235	0.1059	0.1059
100	10	0.1	0.0415	0.0348	0.0333	0.0333
		0.2	0.0532	0.0391	0.0347	0.0347
		0.3	0.0721	0.0441	0.0367	0.0367
	20	0.1	0.0821	0.0490	0.0371	0.0371
		0.2	0.1091	0.0555	0.0393	0.0393
		0.3	0.1499	0.0629	0.0419	0.0419
	30	0.1	0.1432	0.0676	0.0416	0.0416
		0.2	0.1880	0.0782	0.0441	0.0441

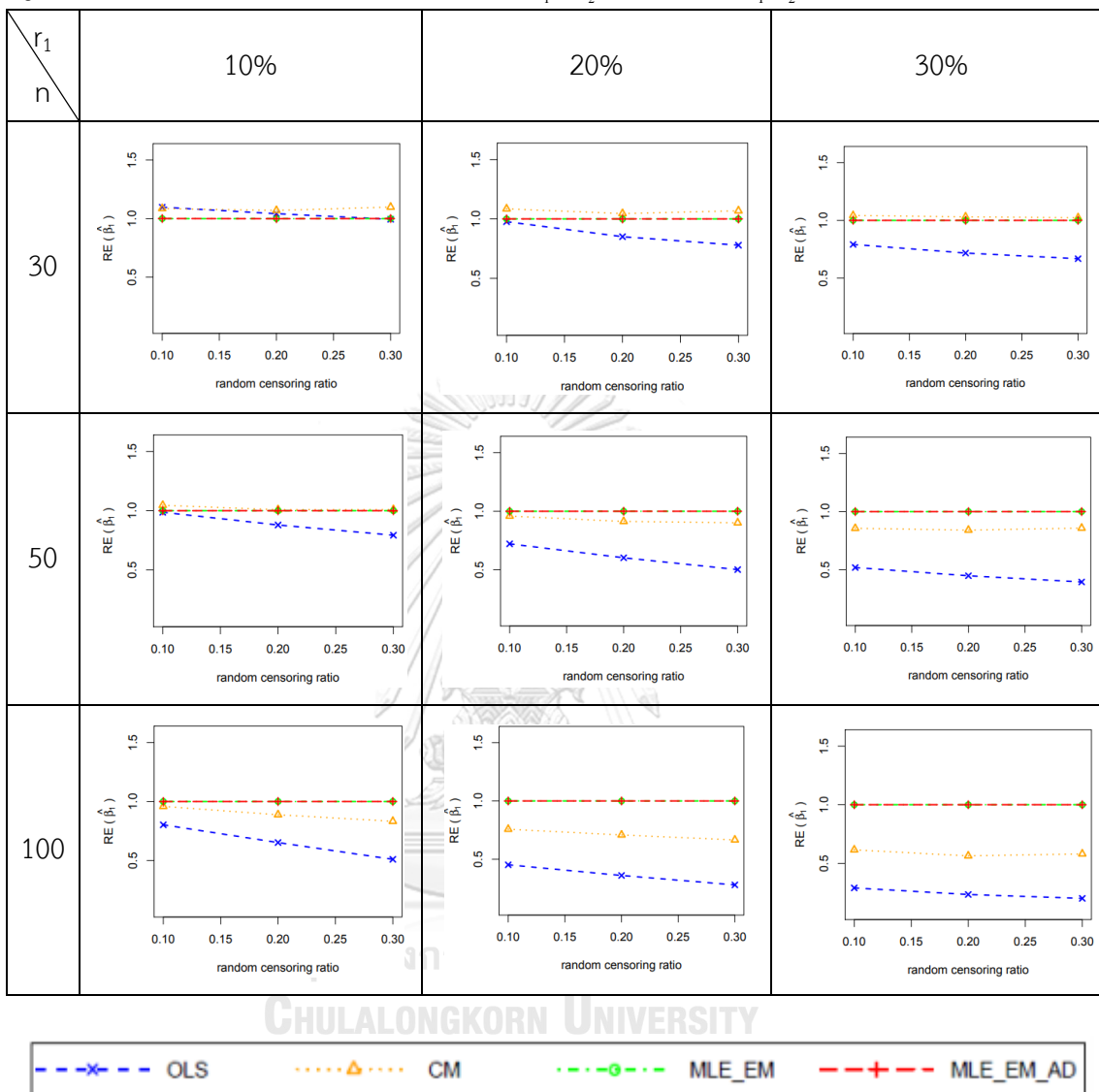
		0.3	0.2445	0.0847	0.0492	0.0492
--	--	-----	--------	--------	--------	--------

ตารางที่ 46 ผลการเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{\beta}_{1,a})$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2 : \sigma_{x_2}^2 = 1:5$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_{\varepsilon}^2 = 2:1$

n	r_1	r_2	$RE(\hat{\beta}_{1,a})$			
			OLS	CM	MLE_EM	MLE_EM_AD
30	10	0.1	1.10	1.09	1.00	1.00
		0.2	1.04	1.07	1.00	1.00
		0.3	0.99	1.10	1.00	1.00
	20	0.1	0.98	1.09	1.00	1.00
		0.2	0.85	1.05	1.00	1.00
		0.3	0.78	1.07	1.00	1.00
	30	0.1	0.79	1.04	1.00	1.00
		0.2	0.72	1.03	1.00	1.00
		0.3	0.67	1.02	1.00	1.00
50	10	0.1	0.99	1.05	1.00	1.00
		0.2	0.88	1.01	1.00	1.00
		0.3	0.79	1.01	1.00	1.00
	20	0.1	0.72	0.96	1.00	1.00
		0.2	0.60	0.91	1.00	1.00
		0.3	0.50	0.90	1.00	1.00
	30	0.1	0.52	0.86	1.00	1.00
		0.2	0.45	0.84	1.00	1.00
		0.3	0.39	0.86	1.00	1.00
100	10	0.1	0.80	0.96	1.00	1.00
		0.2	0.65	0.89	1.00	1.00
		0.3	0.51	0.83	1.00	1.00
	20	0.1	0.45	0.76	1.00	1.00
		0.2	0.36	0.71	1.00	1.00
		0.3	0.28	0.67	1.00	1.00
	30	0.1	0.29	0.62	1.00	1.00
		0.2	0.23	0.56	1.00	1.00

		0.3	0.20	0.58	1.00	1.00
--	--	-----	------	------	------	------

รูปที่ 46 กราฟเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{\beta}_{1,a})$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2 : \sigma_{x_2}^2 = 1:5$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_{\varepsilon}^2 = 2:1$



จากรูปที่ 45 – 46 และตารางที่ 45 – 46 พบว่า เมื่อเวลาในการติดตามการรอดชีวิตของผู้ป่วยมีการแจกแจง ส่วนใหญ่วิธี MLE_EM และวิธี MLE_EM_AD เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

เมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็ก ($n = 30$) ร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวาน้อย ($r_1 = 10\%$)

- random censoring ratio = 0.1 วิธี OLS และ CM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด
- random censoring ratio = 0.2, 0.3 วิธี CM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

เมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็ก ($n = 30$) ร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวาปานกลางและมาก ($r_1 = 20\%, 30\%$)

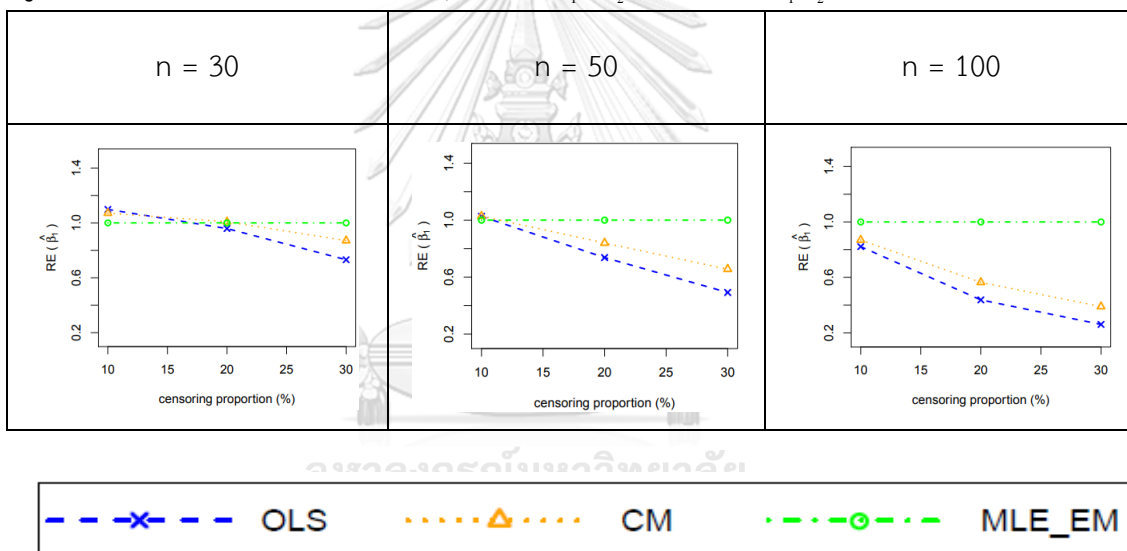
- random censoring ratio = 0.1, 0.2, 0.3 วิธี CM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด เมื่อตัวอย่างมีขนาดปานกลาง ($n = 50$) ร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวาน้อย ($r_1 = 10\%$)
- random censoring ratio = 0.1 วิธี CM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

4.3.1 ผลการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่า β_1 เมื่อ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_\varepsilon^2 = 2:1$

พบว่า ส่วนใหญ่วิธี MLE_EM และวิธี MLE_EM_AD เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุดในการประมาณค่า β_1

เมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็ก ($n = 30$) และตัวแปรอิสระทั้งสองตัวมีการกระจายตัวที่แตกต่างกันมากขึ้น ทำให้ประสิทธิภาพในการประมาณค่า β_1 ของวิธี CM สูงขึ้น

รูปที่ 47 กราฟเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{\beta}_{1,a})$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2 : \sigma_{x_2}^2 = 1:1$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_\varepsilon^2 = 1:1$ กรณี $r_2 = 0$



จากรูปที่ 47 พบว่า เมื่อเวลาในการติดตามการรอดชีวิตของผู้ป่วยไม่มีการแจกแจง ส่วนใหญ่วิธี MLE_EM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

เมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็ก ($n = 30$)

- ร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวาน้อย ($r_1 = 10\%$) วิธี OLS และ CM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด
- ร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวานปานกลาง ($r_1 = 20\%$) วิธี OLS, CM และ MLE_EM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

เมื่อตัวอย่างมีขนาดปานกลาง ($n = 50$)

- ร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวาน้อย ($r_1 = 10\%$) วิธี OLS, CM และ MLE_EM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูง

ตารางที่ 47 ผลการเปรียบเทียบค่า $AMSE(\hat{\beta}_{1,a})$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2 : \sigma_{x_2}^2 = 1:1$ และ

$$\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_{\varepsilon}^2 = 1:1$$

n	r_1	r_2	$AMSE(\hat{\beta}_{1,a})$			
			OLS	CM	MLE_EM	MLE_EM_AD
30	10	0.1	0.0753	0.0771	0.0832	0.0831
		0.2	0.0844	0.0839	0.0865	0.0865
		0.3	0.0925	0.0871	0.0899	0.0899
	20	0.1	0.1081	0.0993	0.0965	0.0965
		0.2	0.1304	0.1102	0.0989	0.0989
		0.3	0.1589	0.1201	0.1065	0.1065
	30	0.1	0.1651	0.1302	0.1080	0.1080
		0.2	0.1999	0.1453	0.1147	0.1147
		0.3	0.2479	0.1607	0.1315	0.1315
50	10	0.1	0.0496	0.0483	0.0475	0.0475
		0.2	0.0582	0.0537	0.0485	0.0485
		0.3	0.0691	0.0588	0.0507	0.0507
	20	0.1	0.0865	0.0710	0.0535	0.0535
		0.2	0.1080	0.0807	0.0545	0.0545
		0.3	0.1394	0.0909	0.0578	0.0578
	30	0.1	0.1456	0.1021	0.0590	0.0590
		0.2	0.1810	0.1158	0.0637	0.0637
		0.3	0.2281	0.1270	0.0707	0.0707
100	10	0.1	0.0307	0.0277	0.0223	0.0223
		0.2	0.0400	0.0333	0.0233	0.0233
		0.3	0.0539	0.0397	0.0243	0.0243
	20	0.1	0.0704	0.0513	0.0254	0.0254
		0.2	0.0916	0.0605	0.0261	0.0261
		0.3	0.1235	0.0707	0.0281	0.0281

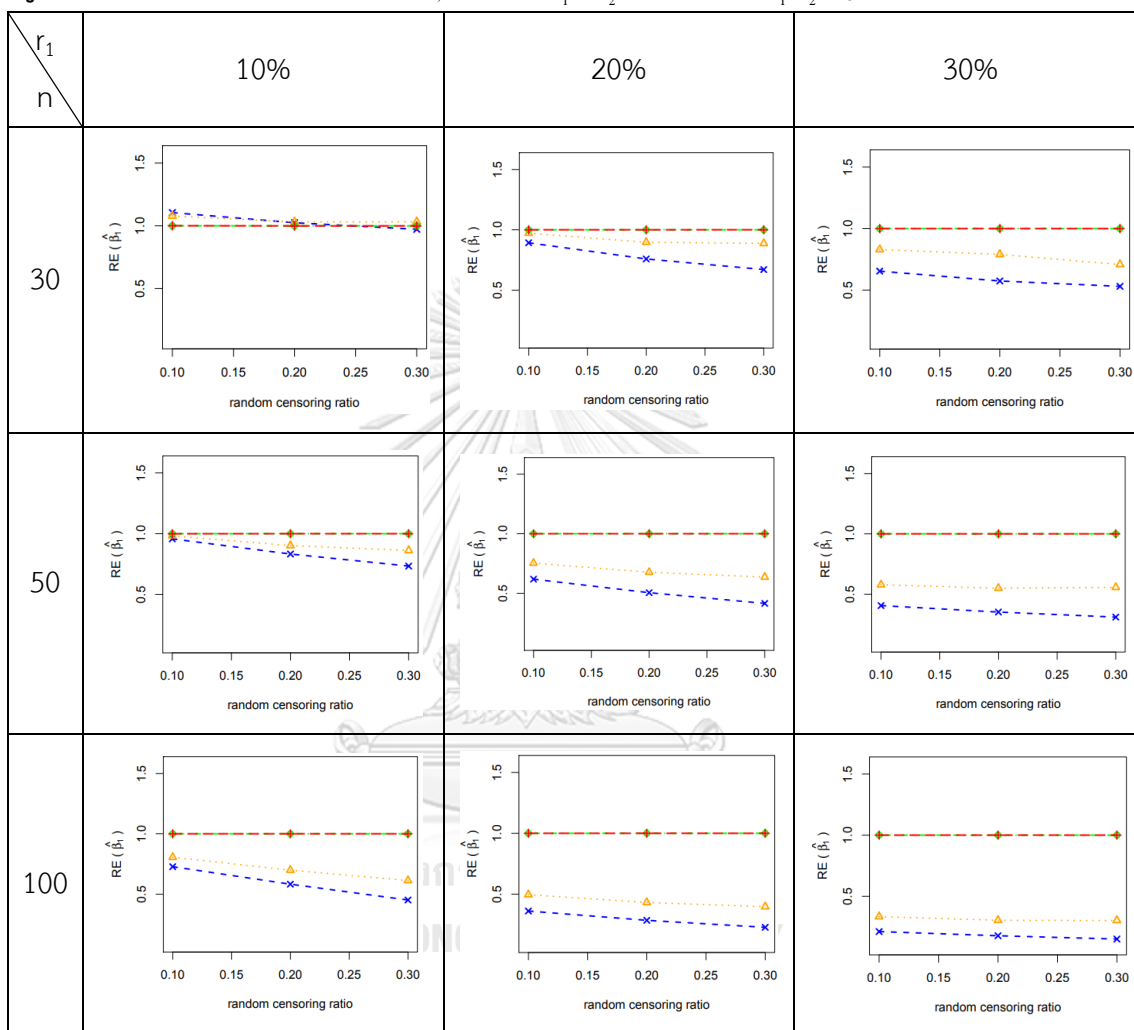
	30	0.1	0.1316	0.0833	0.0277	0.0277
		0.2	0.1691	0.0984	0.0298	0.0298
		0.3	0.2137	0.1057	0.0319	0.0319

ตารางที่ 48 ผลการเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{\beta}_{1,a})$ เมื่อ $\sigma^2_{x_1} : \sigma^2_{x_2} = 1:1$ และ $\sigma^2_{x_1+x_2} : \sigma^2_{\varepsilon} = 1:1$

n	r_1	r_2	$RE(\hat{\beta}_{1,a})$			
			OLS	CM	MLE_EM	MLE_EM_AD
30	10	0.1	1.11	1.08	1.00	1.00
		0.2	1.02	1.03	1.00	1.00
		0.3	0.97	1.03	1.00	1.00
	20	0.1	0.89	0.97	1.00	1.00
		0.2	0.76	0.90	1.00	1.00
		0.3	0.67	0.89	1.00	1.00
	30	0.1	0.65	0.83	1.00	1.00
		0.2	0.57	0.79	1.00	1.00
		0.3	0.53	0.70	1.00	1.00
50	10	0.1	0.96	0.98	1.00	1.00
		0.2	0.83	0.90	1.00	1.00
		0.3	0.73	0.86	1.00	1.00
	20	0.1	0.62	0.75	1.00	1.00
		0.2	0.50	0.68	1.00	1.00
		0.3	0.41	0.64	1.00	1.00
	30	0.1	0.41	0.58	1.00	1.00
		0.2	0.35	0.55	1.00	1.00
		0.3	0.31	0.55	1.00	1.00
100	10	0.1	0.73	0.81	1.00	1.00
		0.2	0.58	0.70	1.00	1.00
		0.3	0.45	0.61	1.00	1.00
	20	0.1	0.36	0.50	1.00	1.00
		0.2	0.28	0.43	1.00	1.00
		0.3	0.23	0.40	1.00	1.00

	30	0.1	0.21	0.33	1.00	1.00
		0.2	0.18	0.30	1.00	1.00
		0.3	0.15	0.30	1.00	1.00

รูปที่ 48 กราฟเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{\beta}_{1,a})$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2:\sigma_{x_2}^2 = 1:1$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2:\sigma_{\varepsilon}^2 = 1:1$

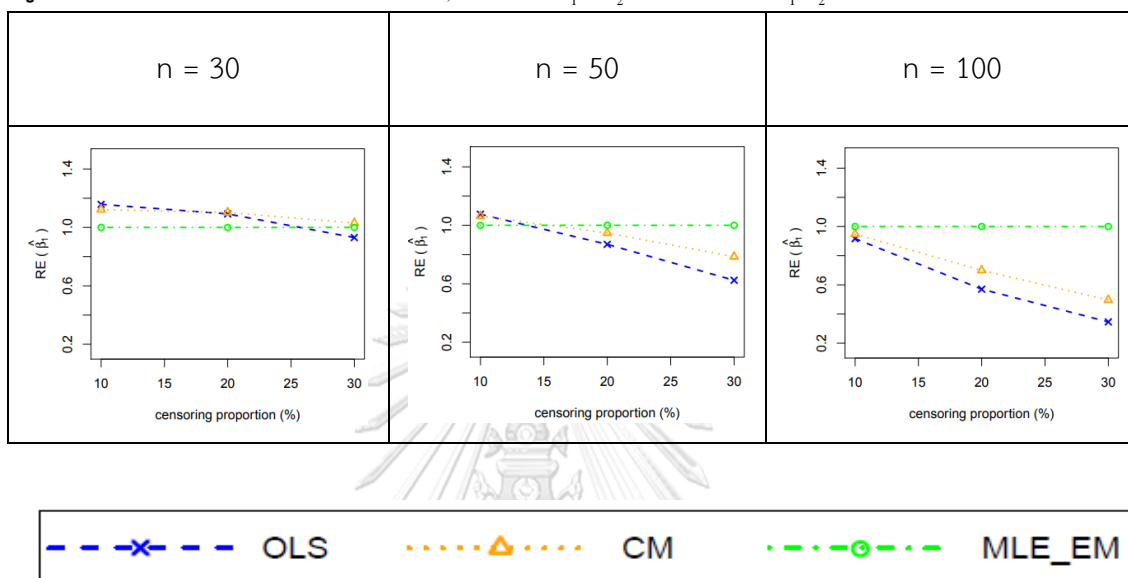


จากรูปที่ 47 – 48 และตารางที่ 47 – 48 พบว่า เมื่อเวลาในการติดตามการรอดชีวิตของผู้ป่วยมีการแจกแจง ส่วนใหญ่วิธี MLE_EM และวิธี MLE_EM_AD เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด เมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็ก ($n = 30$) ร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวาน้อย ($r_1 = 10\%$)

- random censoring ratio = 0.1 วิธี OLS เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด
- random censoring ratio = 0.2 วิธี OLS และ CM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

- random censoring ratio = 0.3 วิธี CM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

รูปที่ 49 กราฟเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{\beta}_{1,a})$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2:\sigma_{x_2}^2=1:2$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2:\sigma_{\varepsilon}^2=1:1$ กรณี $r_2=0$



จากรูปที่ 49 พบว่า เมื่อเวลาในการติดตามการรอดชีวิตของผู้ป่วยไม่มีการแจกแจง ส่วนใหญ่ วิธี MLE_EM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

เมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็ก (n = 30)

- ร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวาน้อยและปานกลาง ($r_1 = 10\%, 20\%$) วิธี OLS และ CM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด
- ร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวามาก ($r_1 = 30\%$) วิธี CM และ MLE_EM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

เมื่อตัวอย่างมีขนาดปานกลาง (n = 50)

- ร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวาน้อย ($r_1 = 10\%$) วิธี OLS และ CM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

ตารางที่ 49 ผลการเปรียบเทียบค่า $AMSE(\hat{\beta}_{1,a})$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2 : \sigma_{x_2}^2 = 1:2$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_{\varepsilon}^2 = 1:1$

n	r_1	r_2	AMSE($\hat{\beta}_{1,a}$)			
			OLS	CM	MLE_EM	MLE_EM_AD
30	10	0.1	0.1069	0.1104	0.1230	0.1230
		0.2	0.1158	0.1175	0.1276	0.1277
		0.3	0.1214	0.1195	0.1324	0.1324
	20	0.1	0.1362	0.1314	0.1401	0.1401
		0.2	0.1568	0.1415	0.1433	0.1433
		0.3	0.1820	0.1511	0.1545	0.1545
	30	0.1	0.1882	0.1601	0.1563	0.1563
		0.2	0.2206	0.1736	0.1639	0.1639
		0.3	0.2659	0.1874	0.1780	0.1780
50	10	0.1	0.0679	0.0673	0.0703	0.0703
		0.2	0.0759	0.0725	0.0715	0.0715
		0.3	0.0855	0.0770	0.0745	0.0745
	20	0.1	0.1022	0.0886	0.078	0.078
		0.2	0.1224	0.0975	0.0797	0.0797
		0.3	0.1526	0.1077	0.0843	0.0843
	30	0.1	0.1586	0.1182	0.0855	0.0855
		0.2	0.1931	0.1319	0.0918	0.0918
		0.3	0.2395	0.1441	0.1002	0.1002
100	10	0.1	0.0391	0.0365	0.0331	0.0331
		0.2	0.0483	0.0422	0.0343	0.0343
		0.3	0.0620	0.0486	0.0356	0.0356
	20	0.1	0.0780	0.0597	0.0371	0.0371

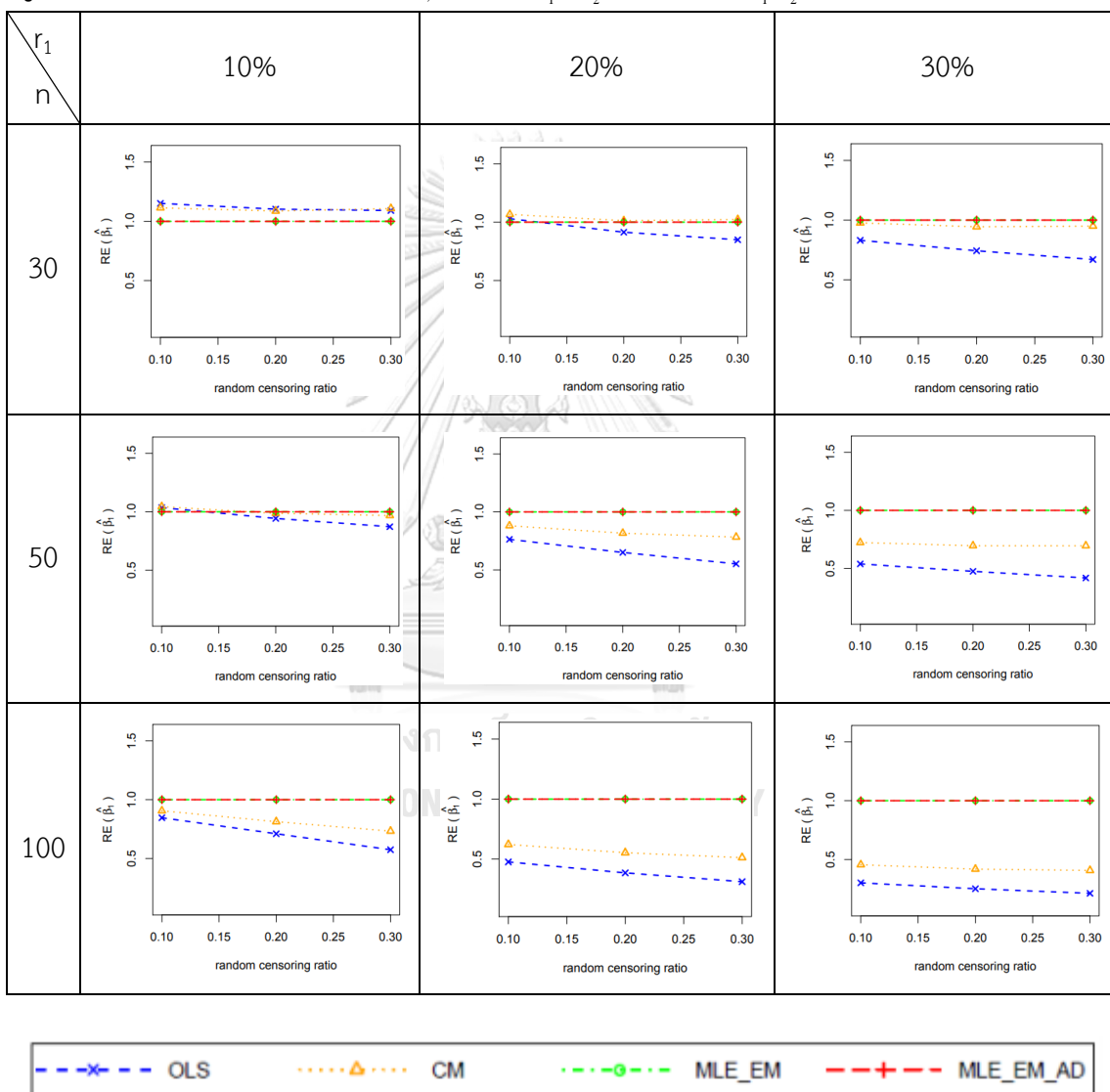
		0.2	0.0984	0.0685	0.0379	0.0379
		0.3	0.1301	0.0792	0.0405	0.0405
	30	0.1	0.1361	0.0899	0.0410	0.0410
		0.2	0.1720	0.1032	0.0431	0.0431
		0.3	0.2210	0.1150	0.0468	0.0468

ตารางที่ 50 ผลการเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{\beta}_{1,a})$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2 : \sigma_{x_2}^2 = 1:2$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_{\varepsilon}^2 = 1:1$

n	r_1	r_2	$RE(\hat{\beta}_{1,a})$			
			OLS	CM	MLE_EM	MLE_EM_AD
30	10	0.1	1.15	1.11	1.00	1.00
		0.2	1.10	1.09	1.00	1.00
		0.3	1.09	1.11	1.00	1.00
	20	0.1	1.03	1.07	1.00	1.00
		0.2	0.91	1.02	1.00	1.00
		0.3	0.85	1.02	1.00	1.00
	30	0.1	0.83	0.98	1.00	1.00
		0.2	0.74	0.94	1.00	1.00
		0.3	0.67	0.95	1.00	1.00
50	10	0.1	1.04	1.04	1.00	1.00
		0.2	0.94	0.99	1.00	1.00
		0.3	0.87	0.97	1.00	1.00
	20	0.1	0.76	0.88	1.00	1.00
		0.2	0.65	0.82	1.00	1.00
		0.3	0.55	0.78	1.00	1.00
	30	0.1	0.54	0.72	1.00	1.00
		0.2	0.48	0.70	1.00	1.00
		0.3	0.42	0.70	1.00	1.00
100	10	0.1	0.85	0.91	1.00	1.00
		0.2	0.71	0.81	1.00	1.00
		0.3	0.57	0.73	1.00	1.00
	20	0.1	0.48	0.62	1.00	1.00

		0.2	0.38	0.55	1.00	1.00
		0.3	0.31	0.51	1.00	1.00
	30	0.1	0.30	0.46	1.00	1.00
		0.2	0.25	0.42	1.00	1.00
		0.3	0.21	0.41	1.00	1.00

รูปที่ 50 กราฟเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{\beta}_{1,a})$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2:\sigma_{x_2}^2=1:2$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2:\sigma_{\varepsilon}^2=1:1$



จากรูปที่ 49 – 50 และตารางที่ 49 – 50 พบว่า เมื่อเวลาในการติดตามการรอดชีวิตของผู้ป่วยมีการแจกแจง ส่วนใหญ่วิธี MLE_EM และวิธี MLE_EM_AD เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด เมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็ก ($n = 30$) ร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวาน้อย ($r_1 = 10\%$)

- random censoring ratio = 0.1 วิธี OLS เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด
- random censoring ratio = 0.2 วิธี OLS และ CM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด
- random censoring ratio = 0.3 วิธี CM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

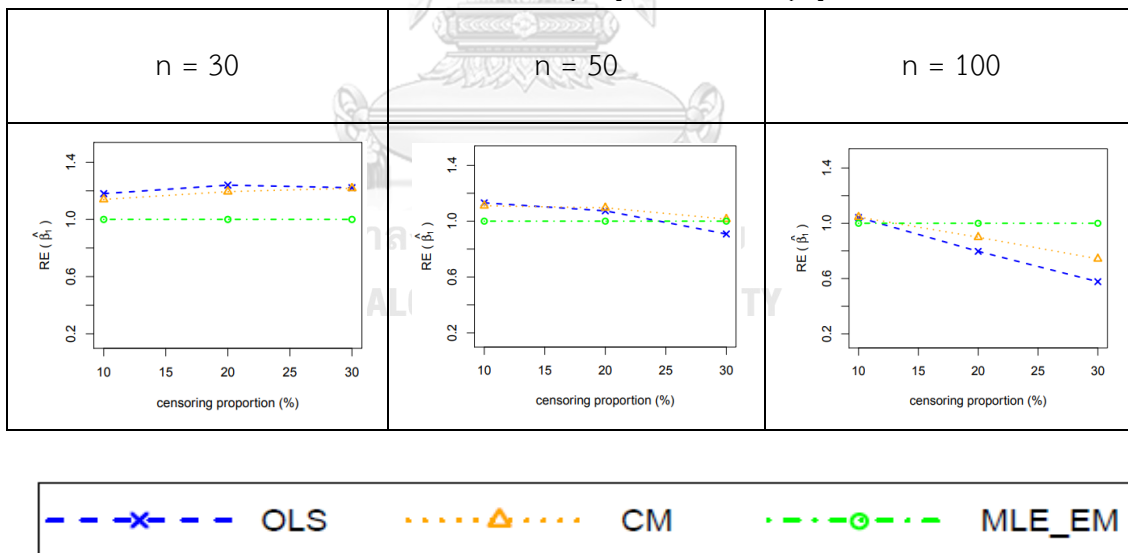
เมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็ก ($n = 30$) ร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวาปานกลาง ($r_1 = 20\%$)

- random censoring ratio = 0.1, 0.2 และ 0.3 วิธี CM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

เมื่อตัวอย่างมีขนาดปานกลาง ($n = 50$) ร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวาน้อย ($r_1 = 10\%$)

- random censoring ratio = 0.1 วิธี OLS และ CM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด
- random censoring ratio = 0.2 วิธี CM, MLE_EM และ MLE_EM_AD เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

รูปที่ 51 กราฟเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{\beta}_{1,a})$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2 : \sigma_{x_2}^2 = 1:5$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_{\epsilon}^2 = 1:1$ กรณี $r_2 = 0$



จากรูปที่ 51 พบว่า เมื่อเวลาในการติดตามการรอดชีวิตของผู้ป่วยไม่มีการแจกแจง ส่วนใหญ่ วิธี CM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

เมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็ก ($n = 30$) วิธี OLS และ CM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

เมื่อตัวอย่างมีขนาดปานกลาง ($n = 50$)

- ร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวาน้อยและปานกลาง ($r_1 = 10\%, 20\%$)
วิธี OLS และ CM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด
- ร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวามาก ($r_1 = 30\%$) วิธี CM และ MLE_EM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

เมื่อตัวอย่างมีขนาดใหญ่ ($n = 100$) วิธี MLE_EM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

ตารางที่ 51 ผลการเปรียบเทียบค่า $AMSE(\hat{\beta}_{1,a})$ เมื่อ $\sigma^2_{x_1} : \sigma^2_{x_2} = 1:5$ และ

$$\sigma^2_{x_1+x_2} : \sigma^2_{\varepsilon} = 1:1$$

n	r_1	r_2	AMSE($\hat{\beta}_{1,a}$)			
			OLS	CM	MLE_EM	MLE_EM_AD
30	10	0.1	0.2020	0.2107	0.2443	0.2439
		0.2	0.2033	0.2124	0.2483	0.2481
		0.3	0.2161	0.2235	0.2581	0.2582
	20	0.1	0.2152	0.2213	0.2636	0.2636
		0.2	0.2367	0.2369	0.2812	0.2811
		0.3	0.2506	0.2403	0.2950	0.2950
	30	0.1	0.2565	0.2502	0.3031	0.3031
		0.2	0.2882	0.2658	0.3131	0.3131
		0.3	0.3222	0.2791	0.3406	0.3406
50	10	0.1	0.1228	0.1245	0.1386	0.1387
		0.2	0.1286	0.1286	0.1407	0.1408
		0.3	0.1349	0.1317	0.1458	0.1458
	20	0.1	0.1492	0.1415	0.1517	0.1518
		0.2	0.1656	0.1486	0.1540	0.1540
		0.3	0.1926	0.1587	0.1634	0.1634
	30	0.1	0.1976	0.1671	0.1646	0.1646
		0.2	0.2293	0.1802	0.1754	0.1754
		0.3	0.2743	0.1949	0.1896	0.1896
100	10	0.1	0.0643	0.0629	0.0651	0.0651
		0.2	0.0733	0.0688	0.0672	0.0672
		0.3	0.0865	0.0753	0.0701	0.0701

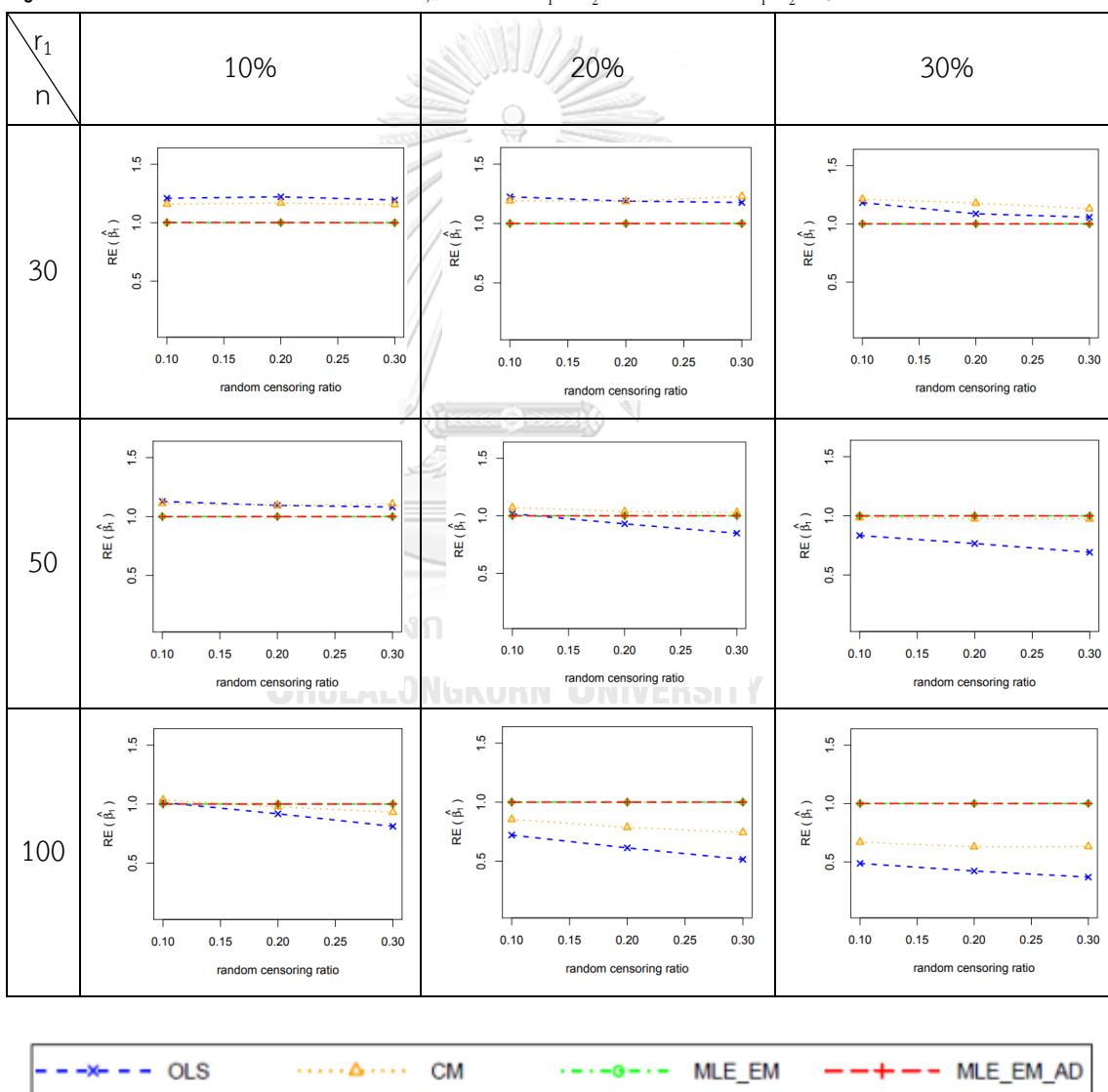
	20	0.1	0.1007	0.0851	0.0726	0.0726
		0.2	0.1190	0.0927	0.0730	0.0730
		0.3	0.1499	0.1039	0.0772	0.0772
	30	0.1	0.1569	0.1141	0.0763	0.0763
		0.2	0.1931	0.1294	0.0814	0.0814
		0.3	0.2355	0.1377	0.0870	0.0870

ตารางที่ 52 ผลการเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{\beta}_{1,d})$ เมื่อ $\sigma^2_{x_1} : \sigma^2_{x_2} = 1:5$ และ $\sigma^2_{x_1+x_2} : \sigma^2_{\varepsilon} = 1:1$

n	r_1	r_2	$RE(\hat{\beta}_{1,d})$			
			OLS	CM	MLE_EM	MLE_EM_AD
30	10	0.1	1.21	1.16	1.00	1.00
		0.2	1.22	1.17	1.00	1.00
		0.3	1.19	1.15	1.00	1.00
	20	0.1	1.22	1.19	1.00	1.00
		0.2	1.19	1.19	1.00	1.00
		0.3	1.18	1.23	1.00	1.00
	30	0.1	1.18	1.21	1.00	1.00
		0.2	1.09	1.18	1.00	1.00
		0.3	1.06	1.13	1.00	1.00
50	10	0.1	1.13	1.11	1.00	1.00
		0.2	1.09	1.09	1.00	1.00
		0.3	1.08	1.11	1.00	1.00
	20	0.1	1.02	1.07	1.00	1.00
		0.2	0.93	1.04	1.00	1.00
		0.3	0.85	1.03	1.00	1.00
	30	0.1	0.83	0.99	1.00	1.00
		0.2	0.77	0.97	1.00	1.00
		0.3	0.69	0.97	1.00	1.00
100	10	0.1	1.01	1.04	1.00	1.00
		0.2	0.92	0.98	1.00	1.00
		0.3	0.81	0.93	1.00	1.00

	20	0.1	0.72	0.85	1.00	1.00
		0.2	0.61	0.79	1.00	1.00
		0.3	0.52	0.74	1.00	1.00
	30	0.1	0.49	0.67	1.00	1.00
		0.2	0.42	0.63	1.00	1.00
		0.3	0.37	0.63	1.00	1.00

รูปที่ 52 กราฟเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{\beta}_{1,a})$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2 : \sigma_{x_2}^2 = 1:5$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_c^2 = 1:1$



จากรูปที่ 51 – 52 และตารางที่ 51 – 52 พบว่า เมื่อเวลาในการติดตามการรอดชีวิตของผู้ป่วยมีการแจกแจง ส่งผลต่อประสิทธิภาพการประมาณ ดังนี้

เมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็ก ($n = 30$) ร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวาน้อย ($r_1 = 10\%$) วิธี OLS เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

เมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็ก ($n = 30$) ร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวาปานกลาง ($r_1 = 20\%$)

- random censoring ratio = 0.1 วิธี OLS เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด
- random censoring ratio = 0.2 วิธี OLS และ CM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด
- random censoring ratio = 0.3 วิธี CM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

เมื่อตัวอย่างมีขนาดปานกลาง ($n = 50$) ร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวาน้อย ($r_1 = 10\%$)

- random censoring ratio = 0.1 วิธี OLS เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด
- random censoring ratio = 0.2 วิธี OLS และ CM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด
- random censoring ratio = 0.3 วิธี CM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

เมื่อตัวอย่างมีขนาดปานกลาง ($n = 50$) ร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวาปานกลาง ($r_1 = 20\%$) วิธี CM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

เมื่อตัวอย่างมีขนาดปานกลาง ($n = 50$) ร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวามาก ($r_1 = 30\%$)

- random censoring ratio = 0.1 วิธี CM, MLE_EM และ MLE_EM_AD เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด
- random censoring ratio = 0.2, 0.3 วิธี MLE_EM และ MLE_EM_AD เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

เมื่อตัวอย่างมีขนาดใหญ่ ($n = 100$) ร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวาน้อย ($r_1 = 10\%$)

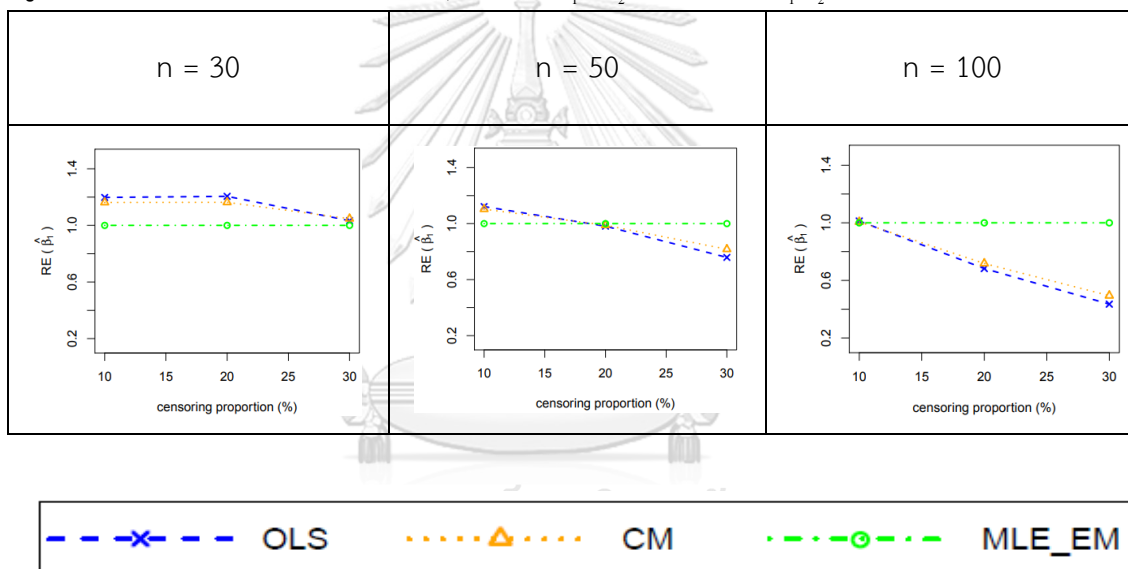
- random censoring ratio = 0.1 วิธี CM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด
- random censoring ratio = 0.2, 0.3 วิธี MLE_EM และ MLE_EM_AD เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

เมื่อตัวอย่างมีขนาดใหญ่ ($n = 100$) ร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวาปานกลางและมาก ($r_1 = 20\%, 30\%$) วิธี MLE_EM และ MLE_EM_AD เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

4.3.2 ผลการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่า β_1 เมื่อ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_{\varepsilon}^2 = 1:1$

พบว่า เมื่อตัวแปรอิสระทั้งสองตัวมีการกระจายที่ไม่แตกต่างกัน ส่วนใหญ่วิธี MLE_EM และวิธี MLE_EM_AD เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุดในการประมาณค่า β_1 แต่เมื่อตัวแปรอิสระทั้งสองมีการกระจายที่แตกต่างกันมากขึ้น ทำให้ประสิทธิภาพในการประมาณของวิธี CM สูงขึ้น

รูปที่ 53 กราฟเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{\beta}_{1,a})$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2 : \sigma_{x_2}^2 = 1:1$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_{\varepsilon}^2 = 1:2$ กรณี $r_2 = 0$



จากรูปที่ 53 พบว่า เมื่อเวลาในการติดตามการรอดชีวิตของผู้ป่วยไม่มีการแจกแจง ส่งผลต่อประสิทธิภาพการประมาณ ดังนี้

เมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็ก ($n = 30$)

- ร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวาน้อยและปานกลาง ($r_1 = 10\%, 20\%$) วิธี OLS และ CM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด
- ร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวามาก ($r_1 = 30\%$) วิธี OLS, CM และ MLE_EM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

เมื่อตัวอย่างมีขนาดปานกลาง ($n = 50$)

- ร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวาน้อย ($r_1 = 10\%$) วิธี OLS และ CM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด
- ร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวามาก ($r_1 = 20\%$) วิธี OLS, CM และ MLE_EM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด
- ร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวามาก ($r_1 = 30\%$) วิธี MLE_EM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

เมื่อตัวอย่างมีขนาดใหญ่ ($n = 100$)

- ร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวาปานกลางและมาก ($r_1 = 20\%, 30\%$) วิธี MLE_EM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

ตารางที่ 53 ผลการเปรียบเทียบค่า $AMSE(\hat{\beta}_{1,a})$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2 : \sigma_{x_2}^2 = 1:1$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_{\varepsilon}^2 = 1:2$

n	r_1	r_2	AMSE($\hat{\beta}_{1,a}$)			
			OLS	CM	MLE_EM	MLE_EM_AD
30	10	0.1	0.1345	0.1391	0.1620	0.1621
		0.2	0.1366	0.1417	0.1657	0.1658
		0.3	0.1457	0.1503	0.1705	0.1707
	20	0.1	0.1541	0.1574	0.1771	0.1771
		0.2	0.1711	0.1711	0.1846	0.1846
		0.3	0.1812	0.1755	0.1927	0.1927
	30	0.1	0.1980	0.1922	0.2020	0.2020
		0.2	0.2226	0.2065	0.2063	0.2063
		0.3	0.2540	0.2209	0.2208	0.2208
50	10	0.1	0.0829	0.0843	0.0923	0.0923
		0.2	0.0880	0.0891	0.0935	0.0935
		0.3	0.0927	0.0930	0.0960	0.0960
	20	0.1	0.1115	0.1089	0.1011	0.1011
		0.2	0.1261	0.1190	0.1018	0.1018
		0.3	0.1465	0.1307	0.1059	0.1059

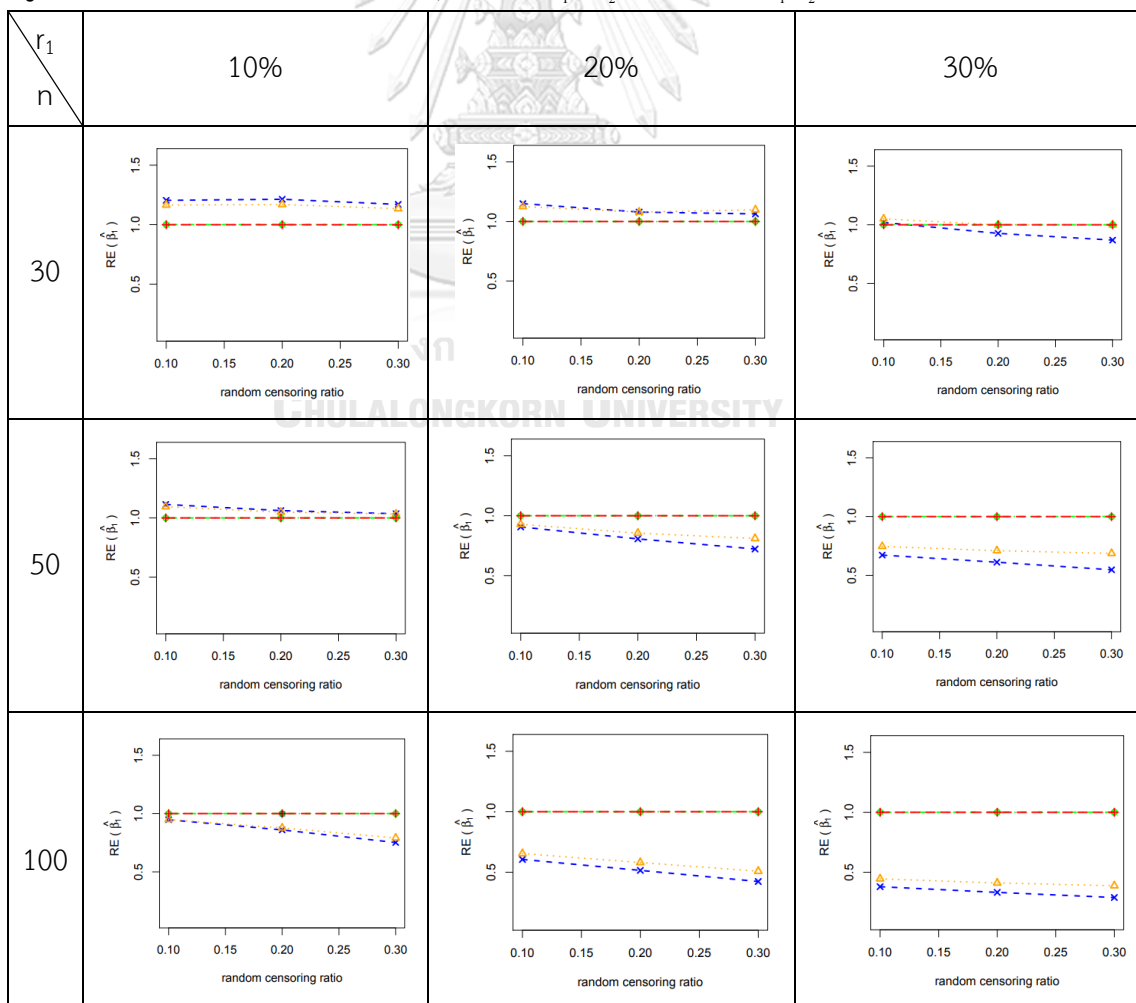
	30	0.1	0.1621	0.1461	0.1091	0.1091
		0.2	0.1881	0.1620	0.1151	0.1151
		0.3	0.2234	0.1780	0.1223	0.1223
100	10	0.1	0.0465	0.0464	0.0440	0.0440
		0.2	0.0521	0.0510	0.0448	0.0448
		0.3	0.0609	0.0579	0.0458	0.0458
	20	0.1	0.0791	0.0732	0.0479	0.0479
		0.2	0.0941	0.0835	0.0485	0.0485
		0.3	0.1193	0.0993	0.0505	0.0505
	30	0.1	0.1364	0.1163	0.0517	0.0517
		0.2	0.1629	0.1317	0.0541	0.0541
		0.3	0.1991	0.1486	0.0575	0.0575

ตารางที่ 54 ผลการเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{\beta}_{1,a})$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2 : \sigma_{x_2}^2 = 1:1$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_{\varepsilon}^2 = 1:2$

n	r_1	r_2	$RE(\hat{\beta}_{1,a})$			
			OLS	CM	MLE_EM	MLE_EM_AD
30	10	0.1	1.20	1.16	1.00	1.00
		0.2	1.21	1.17	1.00	1.00
		0.3	1.17	1.13	1.00	1.00
	20	0.1	1.15	1.13	1.00	1.00
		0.2	1.08	1.08	1.00	1.00
		0.3	1.06	1.10	1.00	1.00
	30	0.1	1.02	1.05	1.00	1.00
		0.2	0.93	1.00	1.00	1.00
		0.3	0.87	1.00	1.00	1.00
50	10	0.1	1.11	1.09	1.00	1.00
		0.2	1.06	1.05	1.00	1.00
		0.3	1.04	1.03	1.00	1.00
	20	0.1	0.91	0.93	1.00	1.00
		0.2	0.81	0.86	1.00	1.00
		0.3	0.72	0.81	1.00	1.00

	30	0.1	0.67	0.75	1.00	1.00
		0.2	0.61	0.71	1.00	1.00
		0.3	0.55	0.69	1.00	1.00
100	10	0.1	0.95	0.95	1.00	1.00
		0.2	0.86	0.88	1.00	1.00
		0.3	0.75	0.79	1.00	1.00
	20	0.1	0.61	0.65	1.00	1.00
		0.2	0.52	0.58	1.00	1.00
		0.3	0.42	0.51	1.00	1.00
	30	0.1	0.38	0.44	1.00	1.00
		0.2	0.33	0.41	1.00	1.00
		0.3	0.29	0.39	1.00	1.00

รูปที่ 54 กราฟเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{\beta}_{1,a})$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2 : \sigma_{x_2}^2 = 1:1$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_{\epsilon}^2 = 1:2$





จากรูปที่ 53 – 54 และตารางที่ 53 – 54 พบว่า เมื่อเวลาในการติดตามการรอดชีวิตของผู้ป่วยมีการแจกแจง ส่วนใหญ่ วิธี MLE_EM และวิธี MLE_EM_AD เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

เมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็ก ($n = 30$) ร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวาน้อย ($r_1 = 10\%$)

- random censoring ratio = 0.1, 0.2, 0.3 วิธี OLS เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด เมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็ก ($n = 30$) ร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวาปานกลาง ($r_1 = 20\%$)

- random censoring ratio = 0.1 วิธี OLS เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

- random censoring ratio = 0.2 วิธี OLS และ CM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

- random censoring ratio = 0.3 วิธี CM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

เมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็ก ($n = 30$) ร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวามาก ($r_1 = 30\%$)

- random censoring ratio = 0.1 วิธี CM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

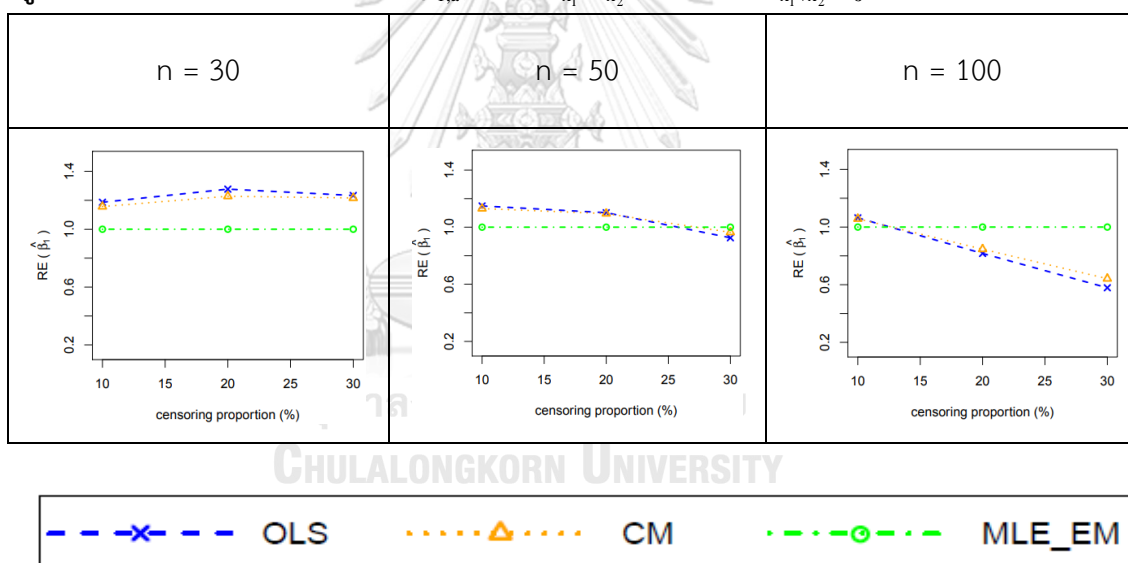
- random censoring ratio = 0.2, 0.3 วิธี CM, MLE_EM และ MLE_EM_AD เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

เมื่อตัวอย่างมีขนาดปานกลาง ($n = 50$) ร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวาน้อย ($r_1 = 10\%$)

- random censoring ratio = 0.1 วิธี OLS เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

- random censoring ratio = 0.2, 0.3 วิธี OLS และ CM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

รูปที่ 55 กราฟเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{\beta}_{1,a})$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2:\sigma_{x_2}^2=1:2$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2:\sigma_{\varepsilon}^2=1:2$ กรณี $r_2=0$



จากรูปที่ 55 พบว่า เมื่อเวลาในการติดตามการรอดชีวิตของผู้ป่วยไม่มีการแจกแจง ส่วนใหญ่
วิธี OLS เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

เมื่อตัวอย่างมีขนาดปานกลาง (n = 50)

- ร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวาปานกลาง ($r_1 = 20\%$) วิธี OLS และ CM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด
- ร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวามาก ($r_1 = 30\%$) วิธี CM และ MLE_EM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

เมื่อตัวอย่างมีขนาดใหญ่ (n = 100)

- ร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวาน้อย ($r_1 = 10\%$) วิธี OLS และ CM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด
- ร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวาปานกลางและมาก ($r_1 = 20\%, 30\%$) วิธี MLE_EM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

ตารางที่ 55 ผลการเปรียบเทียบค่า $AMSE(\hat{\beta}_{1,a})$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2 : \sigma_{x_2}^2 = 1:2$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_{\varepsilon}^2 = 1:2$

n	r_1	r_2	$AMSE(\hat{\beta}_{1,a})$			
			OLS	CM	MLE_EM	MLE_EM_AD
30	10	0.1	0.1970	0.2032	0.2417	0.2416
		0.2	0.2021	0.2088	0.2481	0.2483
		0.3	0.1966	0.2055	0.2512	0.2511
	20	0.1	0.2094	0.2177	0.2695	0.2695
		0.2	0.2214	0.2259	0.2689	0.2689
		0.3	0.2299	0.2327	0.2814	0.2814
	30	0.1	0.2424	0.2428	0.2895	0.2895
		0.2	0.2655	0.2599	0.3090	0.3090
		0.3	0.2960	0.2785	0.3324	0.3324
50	10	0.1	0.1190	0.1211	0.1373	0.1373
		0.2	0.1227	0.1246	0.1383	0.1383
		0.3	0.1254	0.1272	0.1427	0.1427
	20	0.1	0.1417	0.1410	0.1496	0.1496
		0.2	0.1541	0.1495	0.1508	0.1508
		0.3	0.1723	0.1600	0.1551	0.1551

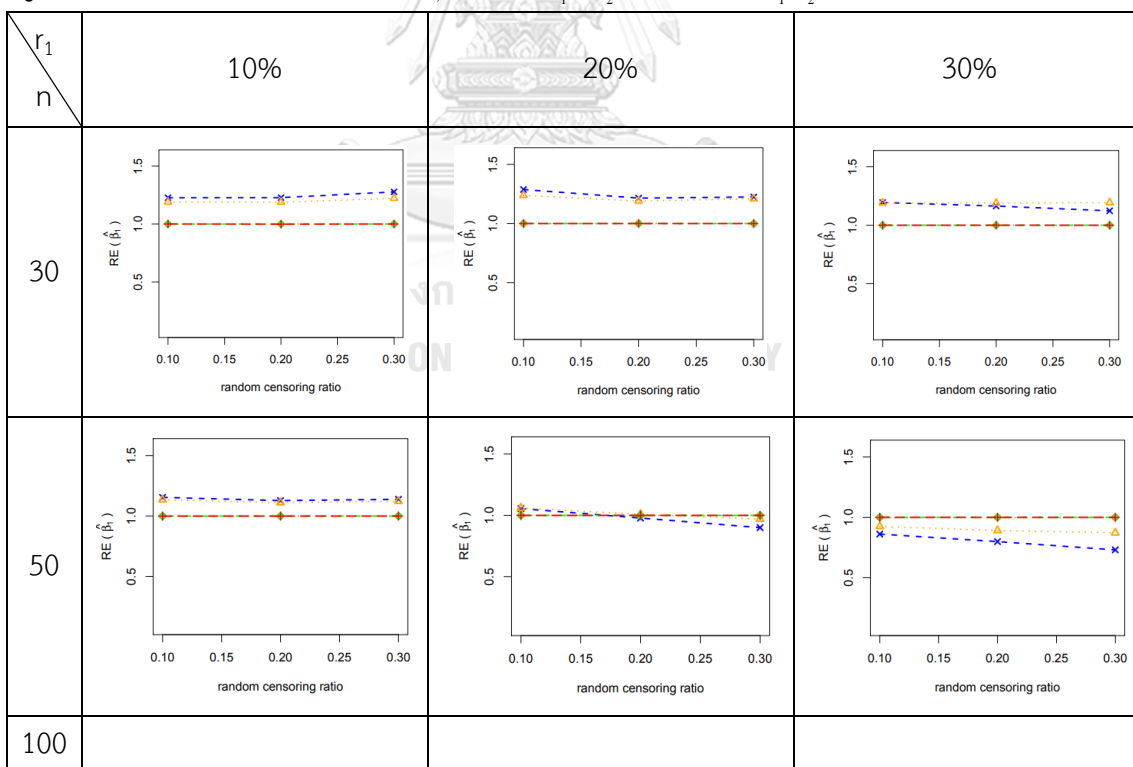
	30	0.1	0.1865	0.1738	0.1606	0.1606
		0.2	0.2108	0.1891	0.1684	0.1684
		0.3	0.2450	0.2053	0.1790	0.1790
100	10	0.1	0.0636	0.0637	0.0655	0.0655
		0.2	0.0687	0.0680	0.0665	0.0665
		0.3	0.0770	0.0745	0.0685	0.0685
	20	0.1	0.0930	0.0880	0.0703	0.0703
		0.2	0.1071	0.0976	0.0715	0.0715
		0.3	0.1324	0.1138	0.0745	0.0745
	30	0.1	0.1479	0.1293	0.0759	0.0759
		0.2	0.1737	0.1443	0.0786	0.0786
		0.3	0.2095	0.1615	0.0831	0.0831

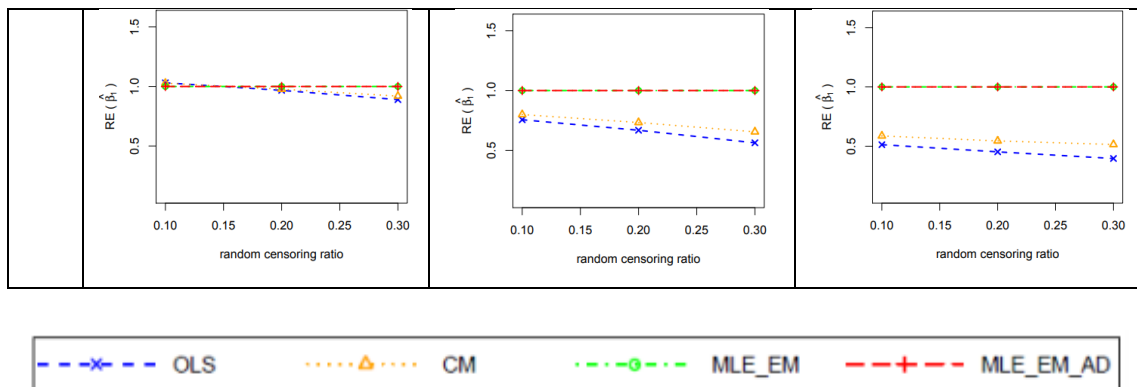
ตารางที่ 56 ผลการเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{\beta}_{1,a})$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2 : \sigma_{x_2}^2 = 1:2$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_{\varepsilon}^2 = 1:2$

n	r_1	r_2	$RE(\hat{\beta}_{1,a})$			
			OLS	CM	MLE_EM	MLE_EM_AD
30	10	0.1	1.23	1.19	1.00	1.00
		0.2	1.23	1.19	1.00	1.00
		0.3	1.28	1.22	1.00	1.00
	20	0.1	1.29	1.24	1.00	1.00
		0.2	1.21	1.19	1.00	1.00
		0.3	1.22	1.21	1.00	1.00
	30	0.1	1.19	1.19	1.00	1.00
		0.2	1.16	1.19	1.00	1.00
		0.3	1.12	1.19	1.00	1.00
50	10	0.1	1.15	1.13	1.00	1.00
		0.2	1.13	1.11	1.00	1.00
		0.3	1.14	1.12	1.00	1.00
	20	0.1	1.06	1.06	1.00	1.00
		0.2	0.98	1.01	1.00	1.00
		0.3	0.90	0.97	1.00	1.00

	30	0.1	0.86	0.92	1.00	1.00
		0.2	0.80	0.89	1.00	1.00
		0.3	0.73	0.87	1.00	1.00
100	10	0.1	1.03	1.03	1.00	1.00
		0.2	0.97	0.98	1.00	1.00
		0.3	0.89	0.92	1.00	1.00
	20	0.1	0.76	0.80	1.00	1.00
		0.2	0.67	0.73	1.00	1.00
		0.3	0.56	0.65	1.00	1.00
	30	0.1	0.51	0.59	1.00	1.00
		0.2	0.45	0.54	1.00	1.00
		0.3	0.40	0.51	1.00	1.00

รูปที่ 56 กราฟเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{\beta}_{1,a})$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2:\sigma_{x_2}^2=1:2$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2:\sigma_{\epsilon}^2=1:2$





จากรูปที่ 55 – 56 และตารางที่ 55 – 56 พบว่า เมื่อเวลาในการติดตามการรอดชีวิตของผู้ป่วยมีการแจกแจง ส่วนใหญ่ วิธี MLE_EM และวิธี MLE_EM_AD เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

เมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็ก ($n = 30$) ร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวาน้อย ($r_1 = 10\%$) วิธี OLS เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

เมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็ก ($n = 30$) ร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวามาก (กลาง ($r_1 = 20\%$))

- random censoring ratio = 0.1, 0.2 วิธี OLS เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด
- random censoring ratio = 0.3 วิธี OLS และ CM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

เมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็ก ($n = 30$) ร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวามาก ($r_1 = 30\%$)

- random censoring ratio = 0.1 วิธี OLS และ CM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด
- random censoring ratio = 0.2, 0.3 วิธี CM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

เมื่อตัวอย่างมีขนาดปานกลาง ($n = 50$) ร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวาน้อย ($r_1 = 10\%$) วิธี OLS เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

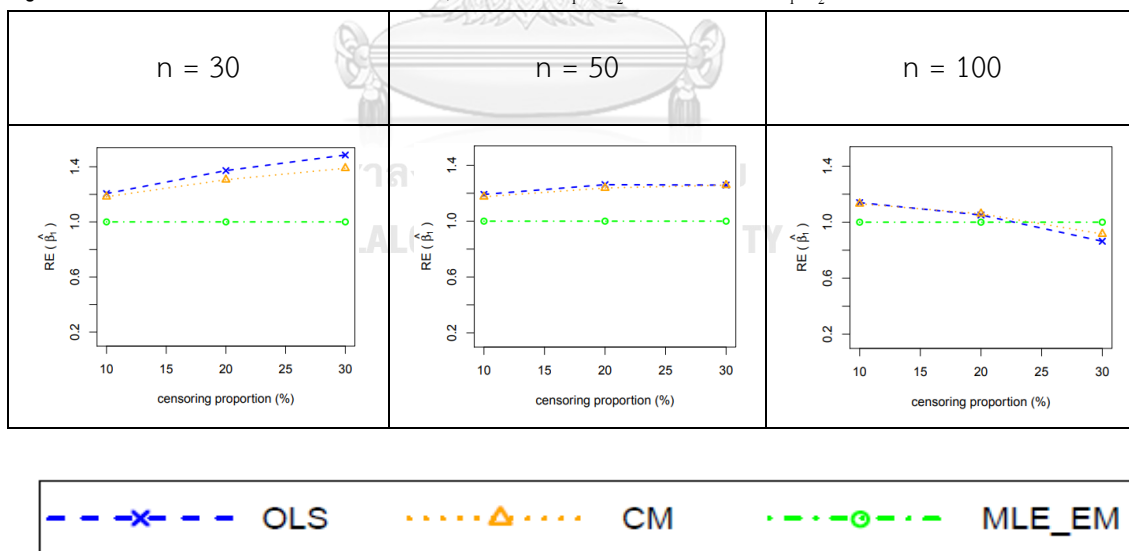
เมื่อตัวอย่างมีขนาดปานกลาง ($n = 50$) ร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวามาก (กลาง ($r_1 = 20\%$))

- random censoring ratio = 0.1 วิธี OLS และ CM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด
- random censoring ratio = 0.2 วิธี CM, MLE_EM และ MLE_EM_AD เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

เมื่อตัวอย่างมีขนาดใหญ่ ($n = 100$) ร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวาน้อย ($r_1 = 10\%$)

- random censoring ratio = 0.1 วิธี OLS และ CM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

รูปที่ 57 กราฟเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{\beta}_{1,a})$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2:\sigma_{x_2}^2=1:5$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2:\sigma_{\epsilon}^2=1:2$ กรณี $r_2=0$



จากรูปที่ 57 พบว่า เมื่อเวลาในการติดตามการรอดชีวิตของผู้ป่วยไม่มีการแจกแจง ส่วนใหญ่
วิธี OLS เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด
เมื่อตัวอย่างมีขนาดปานกลาง ($n = 50$)

- ร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวามาก ($r_1 = 30\%$) วิธี OLS และ CM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

เมื่อตัวอย่างมีขนาดใหญ่ ($n = 100$)

- ร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวาน้อยและปานกลาง ($r_1 = 10\%, 20\%$) วิธี OLS และ CM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด
- ร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวามาก ($r_1 = 30\%$) วิธี MLE_EM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด



จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

ตารางที่ 57 ผลการเปรียบเทียบค่า $AMSE(\hat{\beta}_{1,a})$ เมื่อ $\sigma^2_{x_1} : \sigma^2_{x_2} = 1:5$ และ

$$\sigma^2_{x_1+x_2} : \sigma^2_{\varepsilon} = 1:2$$

n	r_1	r_2	$AMSE(\hat{\beta}_{1,a})$			
			OLS	CM	MLE_EM	MLE_EM_AD
30	10	0.1	0.3852	0.3964	0.4818	0.4816
		0.2	0.3869	0.4005	0.4946	0.4948
		0.3	0.3688	0.3874	0.4961	0.4955
	20	0.1	0.3714	0.3918	0.5258	0.5258
		0.2	0.3735	0.3934	0.5281	0.5281
		0.3	0.3662	0.3922	0.5524	0.5524
	30	0.1	0.3724	0.3958	0.5629	0.5629
		0.2	0.3829	0.4029	0.5858	0.5858
		0.3	0.4099	0.4329	0.6476	0.6475
50	10	0.1	0.2265	0.2306	0.2750	0.2751
		0.2	0.2248	0.2298	0.2781	0.2780
		0.3	0.2287	0.2350	0.2852	0.2852
	20	0.1	0.2321	0.2368	0.2916	0.2916
		0.2	0.2362	0.2390	0.2936	0.2936
		0.3	0.2505	0.2495	0.3075	0.3075
	30	0.1	0.2588	0.2564	0.3150	0.3150
		0.2	0.2825	0.2720	0.3217	0.3217
		0.3	0.3010	0.2817	0.3441	0.3441
100	10	0.1	0.1149	0.1159	0.1301	0.1301
		0.2	0.1188	0.1192	0.1321	0.1321
		0.3	0.1249	0.1242	0.1357	0.1357
	20	0.1	0.1352	0.1324	0.1388	0.1388
		0.2	0.1462	0.1400	0.1403	0.1403
		0.3	0.1707	0.1567	0.1458	0.1458
	30	0.1	0.1820	0.1677	0.1481	0.1481
		0.2	0.2057	0.1818	0.1537	0.1537

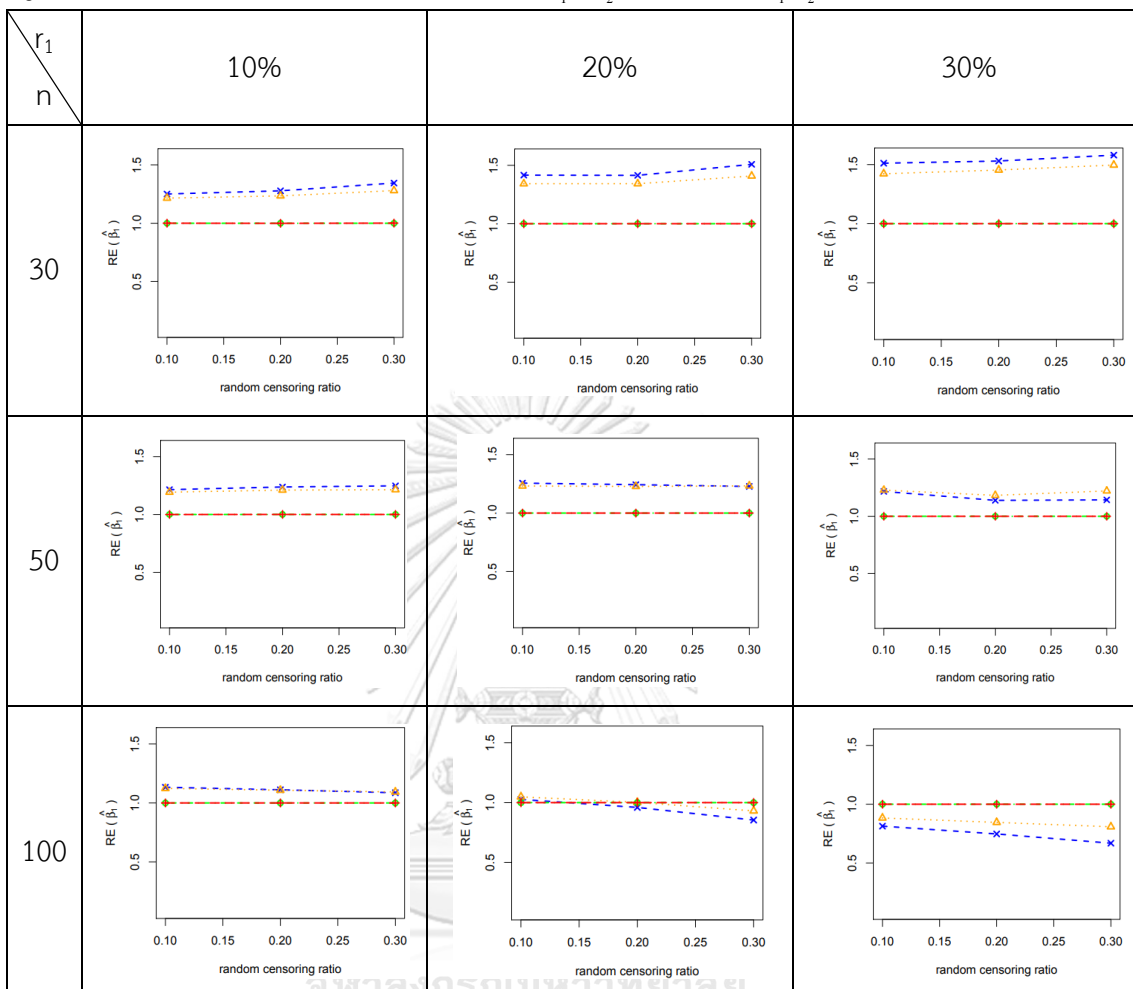
		0.3	0.2382	0.1970	0.1592	0.1592
--	--	-----	--------	--------	--------	--------

ตารางที่ 58 ผลการเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{\beta}_{1,a})$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2 : \sigma_{x_2}^2 = 1:5$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_{\varepsilon}^2 = 1:2$

n	r_1	r_2	$RE(\hat{\beta}_{1,a})$			
			OLS	CM	MLE_EM	MLE_EM_AD
30	10	0.1	1.25	1.22	1.00	1.00
		0.2	1.28	1.23	1.00	1.00
		0.3	1.34	1.28	1.00	1.00
	20	0.1	1.42	1.34	1.00	1.00
		0.2	1.41	1.34	1.00	1.00
		0.3	1.51	1.41	1.00	1.00
	30	0.1	1.51	1.42	1.00	1.00
		0.2	1.53	1.45	1.00	1.00
		0.3	1.58	1.50	1.00	1.00
50	10	0.1	1.21	1.19	1.00	1.00
		0.2	1.24	1.21	1.00	1.00
		0.3	1.25	1.21	1.00	1.00
	20	0.1	1.26	1.23	1.00	1.00
		0.2	1.24	1.23	1.00	1.00
		0.3	1.23	1.23	1.00	1.00
	30	0.1	1.22	1.23	1.00	1.00
		0.2	1.14	1.18	1.00	1.00
		0.3	1.14	1.22	1.00	1.00
100	10	0.1	1.13	1.12	1.00	1.00
		0.2	1.11	1.11	1.00	1.00
		0.3	1.09	1.09	1.00	1.00
	20	0.1	1.03	1.05	1.00	1.00
		0.2	0.96	1.00	1.00	1.00
		0.3	0.85	0.93	1.00	1.00
	30	0.1	0.81	0.88	1.00	1.00
		0.2	0.75	0.85	1.00	1.00

		0.3	0.67	0.81	1.00	1.00
--	--	-----	------	------	------	------

รูปที่ 58 กราฟเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{\beta}_{1,a})$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2 : \sigma_{x_2}^2 = 1:5$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_{\varepsilon}^2 = 1:2$



จากรูปที่ 57 – 58 และตารางที่ 57 – 58 พบว่า เมื่อเวลาในการติดตามการรอดชีวิตของผู้ป่วยมีการแจกแจง ส่วนใหญ่ วิธี OLS เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

เมื่อตัวอย่างมีขนาดปานกลาง ($n = 50$) และร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวาปานกลาง ($r_1 = 20\%$)

- random censoring ratio = 0.2, 0.3 วิธี OLS และ CM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

เมื่อตัวอย่างมีขนาดปานกลาง ($n = 50$) และร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวามาก ($r_1 = 30\%$)

- random censoring ratio = 0.1 วิธี OLS และ CM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

- random censoring ratio = 0.2, 0.3 วิธี CM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด
- เมื่อตัวอย่างมีขนาดใหญ่ ($n = 100$) และร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวาน้อย ($r_1 = 10\%$) วิธี OLS และ CM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด
- เมื่อตัวอย่างมีขนาดใหญ่ ($n = 100$) และร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวานปานกลาง ($r_1 = 20\%$)
- random censoring ratio = 0.1 วิธี CM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด
 - random censoring ratio = 0.2 วิธี CM, MLE_EM และ MLE_EM_AD เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด
 - random censoring ratio = 0.3 วิธี MLE_EM และ MLE_EM_AD เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด
- เมื่อตัวอย่างมีขนาดใหญ่ ($n = 100$) และร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวามาก ($r_1 = 30\%$) วิธี MLE_EM และ MLE_EM_AD เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

4.3.3 ผลการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่า β_1 เมื่อ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_\varepsilon^2 = 1:2$

พบว่า เมื่อตัวแปรอิสระทั้งสองตัวมีการกระจายที่ไม่แตกต่างกัน ส่วนใหญ่วิธี MLE_EM และวิธี MLE_EM_AD เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุดในการประมาณค่า β_1 แต่เมื่อตัวแปรอิสระทั้งสองมีการกระจายที่แตกต่างกันมากขึ้น ทำให้ประสิทธิภาพในการประมาณของวิธี OLS และ CM สูงขึ้น

4.3.4 สรุปผลการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่า β_1

ตารางที่ 59 สรุปวิธีการประมาณค่า β_1 ที่มีประสิทธิภาพสูงสุดและวิธีที่มีประสิทธิภาพเทียบเคียง

n	r_1	r_2	$\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_\varepsilon^2$	วิธีที่มีประสิทธิภาพมากที่สุดและวิธีที่มีประสิทธิภาพเทียบเท่า ในการประมาณค่าตัวแปรตาม
30	10	0.1	2:1	CM*, MLE_EM*, MLE_EM_AD*
			1:1, 1:2	OLS*, CM
		0.2	2:1	MLE_EM*, MLE_EM_AD*
			1:1	OLS*, CM*
			1:2	OLS*, CM
		0.3	2:1	MLE_EM*, MLE_EM_AD*
			1:1	CM*, MLE_EM, MLE_EM_AD

			1:2	OLS*, CM
--	--	--	-----	----------

ตารางที่ 59 (ต่อ) สรุปวิธีการประมาณค่า β_1 ที่มีประสิทธิภาพสูงสุดและวิธีที่มีประสิทธิภาพเทียบเคียง

n	r_1	r_2	$\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_\varepsilon^2$	วิธีที่มีประสิทธิภาพมากที่สุดและวิธีที่มีประสิทธิภาพเทียบเท่า ในการประมาณค่าตัวแปรตาม	
30	20	0.1	2:1	MLE_EM*, MLE_EM_AD*	
			1:1	MLE_EM*, MLE_EM_AD*, CM	
			1:2	OLS*, CM	
		0.2	2:1, 1:1	MLE_EM*, MLE_EM_AD*	
			1:2	OLS*, CM*	
		0.3	2:1, 1:1	MLE_EM*, MLE_EM_AD*	
	1:2		CM*, OLS		
	30	0.1	2:1, 1:1	MLE_EM*, MLE_EM_AD*	
			1:2	CM*, OLS	
		0.2, 0.3	2:1, 1:1	MLE_EM*, MLE_EM_AD*	
			1:2	CM*, MLE_EM*, MLE_EM_AD*	
		50	10	0.1	2:1
1:1					MLE_EM*, MLE_EM_AD*, OLS, CM
0.2, 0.3	1:2			OLS*, CM	
	2:1, 1:1			MLE_EM*, MLE_EM_AD*	
20, 30	0.1, 0.2, 0.3		2:1, 1:1,	MLE_EM*, MLE_EM_AD*	
			1:2		
100	10	0.1	2:1, 1:1	MLE_EM*, MLE_EM_AD*	
			1:2	MLE_EM*, MLE_EM_AD*, OLS, CM	
		0.2, 0.3	2:1, 1:1,	MLE_EM*, MLE_EM_AD*	
			1:2		
	20, 30	0.1, 0.2, 0.3	2:1, 1:1,	MLE_EM*, MLE_EM_AD*	
			1:2		

หมายเหตุ * คือ วิธีที่มีประสิทธิภาพมากที่สุดในสถานการณ์นั้น

ปัจจัยที่มีผลต่อค่า $AMSE(\hat{\beta}_{1,a})$ และค่า $RE(\hat{\beta}_1)$

1. ขนาดตัวอย่าง

เมื่อขนาดตัวอย่างใหญ่ขึ้น ทำให้ค่า $AMSE(\hat{\beta}_{1,a})$ ของทุกวิธีมีค่าลดลง กล่าวคือ ทุกวิธีสามารถประมาณค่า β_1 ได้ใกล้เคียงมากขึ้น

เมื่อขนาดตัวอย่างใหญ่ขึ้น ทำให้ค่า $RE(\hat{\beta}_1)$ ของวิธี OLS และวิธี CM ลดลงมาก กล่าวคือ วิธี OLS และวิธี CM นั้นมีประสิทธิภาพด้อยกว่าวิธี MLE_EM และวิธี MLE_EM_AD มากขึ้น

และเมื่อพิจารณาค่า ของวิธี MLE_EM และวิธี MLE_EM_AD พบว่าทั้งสองวิธีมีค่าใกล้เคียงกันอย่างมากจึงกล่าวได้ว่า วิธี MLE_EM_AD เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพในการประมาณค่า β_1 เทียบเท่ากับวิธี MLE_EM ไม่ว่าจะขนาดตัวอย่างเป็นเท่าไรก็ตาม

2. ร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวา

เมื่อตัวแปรตามถูกตัดปลายทางขวามากขึ้น ทำให้ค่า $AMSE(\hat{\beta}_{1,a})$ ของทุกวิธีมีค่าเพิ่มขึ้น กล่าวคือ เมื่อตัวแปรตามถูกตัดปลายทางขวามากขึ้น ทำให้ความสามารถในการประมาณค่า β_1 ของทุกวิธีลดลง

เมื่อตัวแปรตามถูกตัดปลายทางขวามากขึ้น ทำให้ค่า $RE(\hat{\beta}_1)$ ของวิธี OLS และวิธี CM ลดลงมาก กล่าวคือ วิธี OLS และวิธี CM นั้นมีประสิทธิภาพด้อยกว่าวิธี MLE_EM และวิธี MLE_EM_AD มากขึ้น

และเมื่อพิจารณาค่า $AMSE(\hat{\beta}_{1,a})$ ของวิธี MLE_EM และวิธี MLE_EM_AD พบว่าทั้งสองวิธีมีค่าใกล้เคียงกันอย่างมากจึงกล่าวได้ว่า วิธี MLE_EM_AD เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพในการประมาณค่า β_1 เทียบเท่ากับวิธี MLE_EM ไม่ว่าจะร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวาเป็นเท่าไรก็ตาม

3. Random Censoring Ratio

เมื่อเวลาในการติดตามการรอดชีวิตของผู้ป่วยมีช่วงการแจกแจงที่กว้างขึ้น ทำให้ค่า $AMSE(\hat{\beta}_{1,a})$ ของทุกวิธีมีค่าเพิ่มขึ้น กล่าวคือ เมื่อเวลาในการติดตามการรอดชีวิตของผู้ป่วยมีช่วงการแจกแจงที่กว้างขึ้น ทำให้ความสามารถในการประมาณค่า β_1 ของทุกวิธีลดลง

และเมื่อพิจารณาค่า $AMSE(\hat{\beta}_{1,a})$ ของวิธี MLE_EM และวิธี MLE_EM_AD พบว่าทั้งสองวิธีมีค่าใกล้เคียงกันอย่างมากจึงกล่าวได้ว่า วิธี MLE_EM_AD เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพในการประมาณค่า β_1 เทียบเท่ากับวิธี MLE_EM ไม่ว่าจะช่วงความกว้างของการแจกแจงของเวลาในการติดตามการรอดชีวิตของผู้ป่วยเป็นเท่าไรก็ตาม

4. อัตราส่วนความแปรปรวนของตัวแปรอิสระตัวที่ 1 และตัวแปรอิสระตัวที่ 2

เมื่อตัวแปรอิสระตัวที่ 1 และ 2 มีการกระจายที่แตกต่างกันมากขึ้น ค่า $AMSE(\hat{\beta}_{1,a})$ ของแต่ละวิธีเพิ่มขึ้น กล่าวคือ เมื่อตัวแปรอิสระตัวที่ 1 และ 2 มีการกระจายที่แตกต่างกัน ทำให้ทุกวิธีสามารถประมาณค่า ค่า β_1 ได้แย่ง

เมื่อตัวแปรอิสระตัวที่ 1 และ 2 มีการกระจายที่แตกต่างกันมากขึ้น ค่า $RE(\hat{\beta}_1)$ ของวิธี OLS และ CM เพิ่มขึ้น กล่าวคือ วิธี OLS และ CM สามารถประมาณค่า β_1 ได้ดีขึ้นเมื่อเทียบกับวิธี MLE_EM

และเมื่อพิจารณาค่า $AMSE(\hat{\beta}_{1,a})$ ของวิธี MLE_EM และวิธี MLE_EM_AD พบว่าทั้งสองวิธีมีค่าใกล้เคียงกันอย่างมากจึงกล่าวได้ว่า วิธี MLE_EM_AD เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพในการประมาณค่า β_1 เทียบเท่ากับวิธี MLE_EM ไม่ว่าจะตัวแปรอิสระตัวที่ 1 และ 2 มีการกระจายที่แตกต่างกันมากเท่าไรก็ตาม

5. อัตราส่วนความแปรปรวนรวมของตัวแปรอิสระต่อความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน

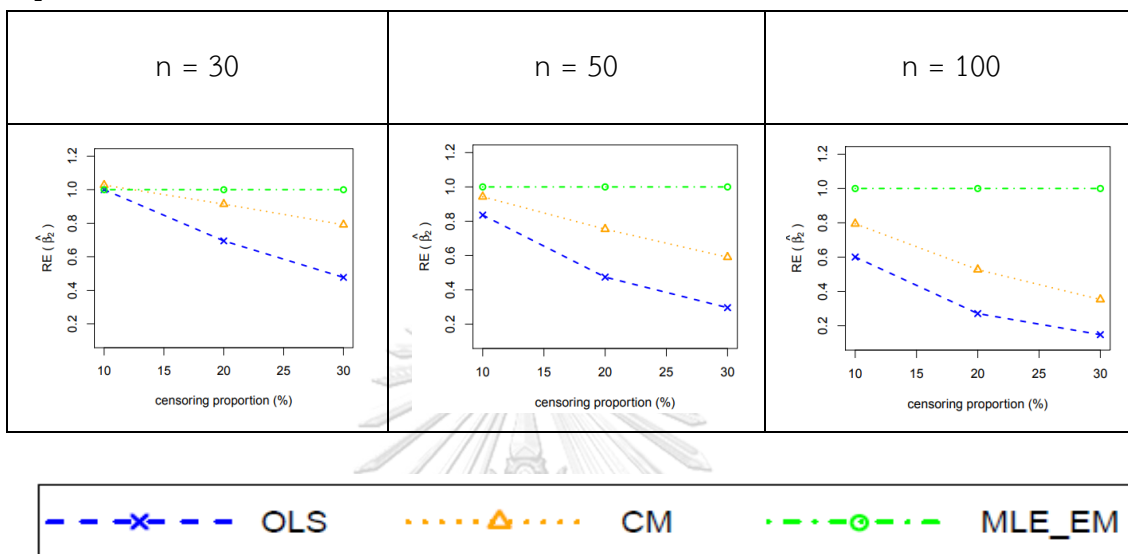
เมื่อความคลาดเคลื่อนกระจายตัวมากกว่าตัวแปรอิสระมากขึ้น ทำให้ค่า $AMSE(\hat{\beta}_{1,a})$ ลดลง กล่าวคือ เมื่อความคลาดเคลื่อนกระจายตัวมากกว่าตัวแปรอิสระ ทำให้ทุกวิธีสามารถประมาณค่า β_1 ได้ดียิ่งขึ้น

เมื่อความคลาดเคลื่อนกระจายตัวมากกว่าตัวแปรอิสระมากขึ้น ทำให้ค่า $RE(\hat{\beta}_1)$ ของวิธี OLS และ CM เพิ่มขึ้น กล่าวคือ วิธี OLS และ CM สามารถประมาณค่า β_1 ได้ดีขึ้นเมื่อเทียบกับวิธี MLE_EM

และเมื่อพิจารณาค่า $AMSE(\hat{\beta}_{1,a})$ ของวิธี MLE_EM และวิธี MLE_EM_AD พบว่าทั้งสองวิธีมีค่าใกล้เคียงกันอย่างมากจึงกล่าวได้ว่า วิธี MLE_EM_AD เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพในการประมาณค่า β_1 เทียบเท่ากับวิธี MLE_EM ไม่ว่าจะความคลาดเคลื่อนกระจายตัวแตกต่างกับตัวแปรอิสระมากเท่าไรก็ตาม

4.4 ผลการเปรียบเทียบการประมาณค่า β_2

รูปที่ 59 กราฟเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{\beta}_{2,a})$ เมื่อ $\sigma^2_{x_1} : \sigma^2_{x_2} = 1:1$ และ $\sigma^2_{x_1+x_2} : \sigma^2_{\varepsilon} = 2:1$ กรณี $r_2 = 0$



จากรูปที่ 59 พบว่า เมื่อเวลาในการติดตามการรอดชีวิตของผู้ป่วยไม่มีการแจกแจง ส่วนใหญ่ วิธี MLE_EM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด ยกเว้นเมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็ก ($n = 30$) ร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวาน้อย ($r_1 = 10\%$) วิธี OLS, CM และ MLE_EM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

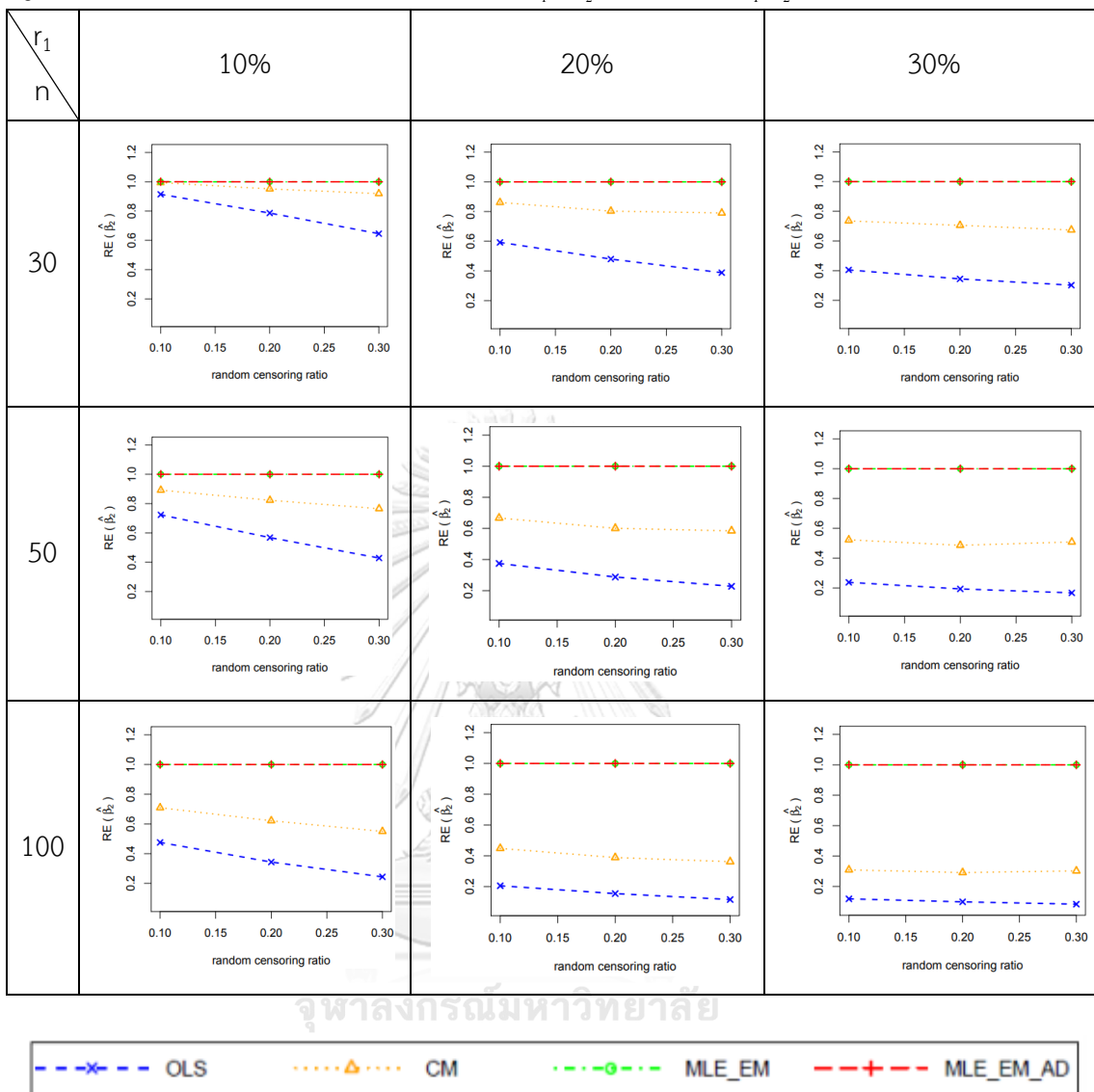
ตารางที่ 60 ผลการเปรียบเทียบค่า $AMSE(\hat{\beta}_{2,a})$ เมื่อ $\sigma^2_{x_1} : \sigma^2_{x_2} = 1:1$ และ $\sigma^2_{x_1+x_2} : \sigma^2_{\varepsilon} = 2:1$

n	r ₁	r ₂	AMSE($\hat{\beta}_{2,a}$)			
			OLS	CM	MLE_EM	MLE_EM_AD
30	10	0.1	0.0482	0.0443	0.0441	0.0441
		0.2	0.0578	0.0478	0.0454	0.0454
		0.3	0.0771	0.0542	0.0498	0.0498
	20	0.1	0.0873	0.0600	0.0517	0.0517
		0.2	0.1149	0.0687	0.0551	0.0551
		0.3	0.1563	0.0768	0.0606	0.0606
	30	0.1	0.1498	0.0825	0.0607	0.0607
		0.2	0.1955	0.0955	0.0673	0.0673
		0.3	0.2542	0.1033	0.0768	0.0768
50	10	0.1	0.0340	0.0276	0.0246	0.0246
		0.2	0.0452	0.0312	0.0257	0.0257
		0.3	0.0624	0.0349	0.0267	0.0267
	20	0.1	0.0750	0.0422	0.0281	0.0281
		0.2	0.1038	0.0497	0.0299	0.0299
		0.3	0.1421	0.0554	0.0324	0.0324
	30	0.1	0.1390	0.0632	0.0330	0.0330
		0.2	0.1847	0.0735	0.0357	0.0357
		0.3	0.2401	0.0788	0.0400	0.0400
100	10	0.1	0.0250	0.0168	0.0119	0.0119
		0.2	0.0354	0.0196	0.0122	0.0122
		0.3	0.0542	0.0240	0.0132	0.0132
	20	0.1	0.0667	0.0305	0.0137	0.0137
		0.2	0.0947	0.0376	0.0146	0.0146
		0.3	0.1345	0.0431	0.0156	0.0156
	30	0.1	0.1298	0.0498	0.0154	0.0154
		0.2	0.1747	0.0593	0.0173	0.0173
		0.3	0.2312	0.0638	0.0193	0.0193

ตารางที่ 61 ผลการเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{\beta}_{2,d})$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2 : \sigma_{x_2}^2 = 1:1$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_{\varepsilon}^2 = 2:1$

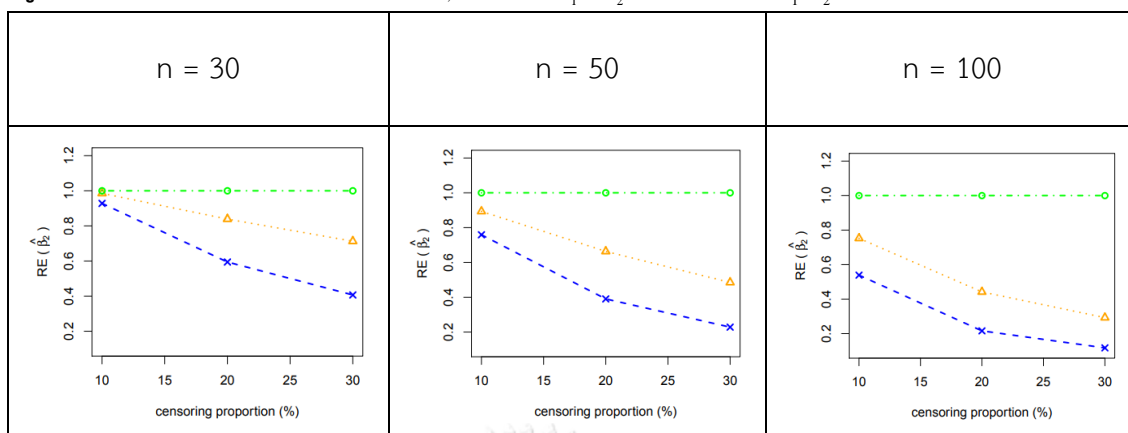
n	r ₁	r ₂	RE($\hat{\beta}_{2,d}$)			
			OLS	CM	MLE_EM	MLE_EM_AD
30	10	0.1	0.91	0.99	1.00	1.00
		0.2	0.79	0.95	1.00	1.00
		0.3	0.65	0.92	1.00	1.00
	20	0.1	0.59	0.86	1.00	1.00
		0.2	0.48	0.80	1.00	1.00
		0.3	0.39	0.79	1.00	1.00
	30	0.1	0.41	0.74	1.00	1.00
		0.2	0.34	0.71	1.00	1.00
		0.3	0.30	0.67	1.00	1.00
50	10	0.1	0.72	0.89	1.00	1.00
		0.2	0.57	0.82	1.00	1.00
		0.3	0.43	0.77	1.00	1.00
	20	0.1	0.37	0.67	1.00	1.00
		0.2	0.29	0.60	1.00	1.00
		0.3	0.23	0.58	1.00	1.00
	30	0.1	0.24	0.52	1.00	1.00
		0.2	0.19	0.50	1.00	1.00
		0.3	0.17	0.50	1.00	1.00
100	10	0.1	0.48	0.71	1.00	1.00
		0.2	0.34	0.62	1.00	1.00
		0.3	0.24	0.55	1.00	1.00
	20	0.1	0.21	0.45	1.00	1.00
		0.2	0.15	0.39	1.00	1.00
		0.3	0.12	0.36	1.00	1.00
	30	0.1	0.12	0.31	1.00	1.00
		0.2	0.10	0.29	1.00	1.00
		0.3	0.08	0.30	1.00	1.00

รูปที่ 60 กราฟเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{\beta}_{2,a})$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2 : \sigma_{x_2}^2 = 1:1$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_{\epsilon}^2 = 2:1$



จากรูปที่ 59 – 60 และตารางที่ 60 – 61 พบว่า เมื่อเวลาในการติดตามการรอดชีวิตของผู้ป่วยมีการแจกแจง ส่วนใหญ่วิธี MLE_EM และวิธี MLE_EM_AD เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด แต่เมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็ก (n = 30) ร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวาน้อย ($r_1 = 10\%$) และ random censoring ratio = 0.1 วิธี CM, MLE_EM และ MLE_EM_AD เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

รูปที่ 61 กราฟเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{\beta}_{2,a})$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2:\sigma_{x_2}^2=1:2$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2:\sigma_{\varepsilon}^2=2:1$ กรณี $r_2=0$



จากรูปที่ 61 พบว่า เมื่อเวลาในการติดตามการรอดชีวิตของผู้ป่วยไม่มีการแจกแจง ส่วนใหญ่ วิธี MLE_EM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด ยกเว้นเมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็ก ($n = 30$) ร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวาน้อย ($r_1 = 10\%$) วิธี CM และ MLE_EM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

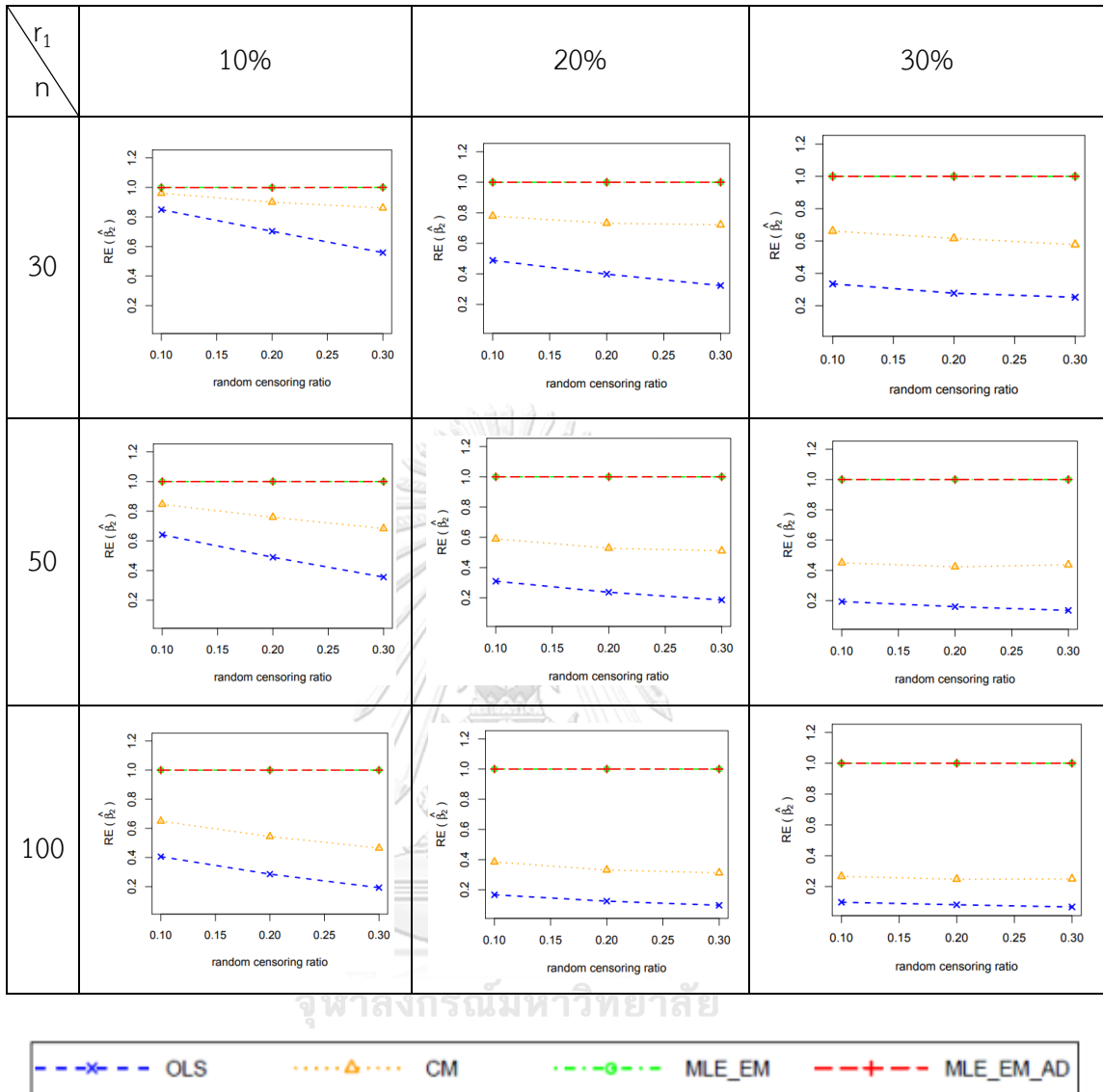
ตารางที่ 62 ผลการเปรียบเทียบค่า $AMSE(\hat{\beta}_{2,a})$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2 : \sigma_{x_2}^2 = 1:2$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_{\varepsilon}^2 = 2:1$

n	r_1	r_2	AMSE($\hat{\beta}_{2,a}$)			
			OLS	CM	MLE_EM	MLE_EM_AD
30	10	0.1	0.0399	0.0353	0.0339	0.0339
		0.2	0.0497	0.0388	0.0349	0.0350
		0.3	0.0692	0.0449	0.0387	0.0386
	20	0.1	0.0798	0.0500	0.0389	0.0389
		0.2	0.1083	0.0589	0.0431	0.0431
		0.3	0.1487	0.0667	0.0480	0.0480
	30	0.1	0.1439	0.0729	0.0482	0.0482
		0.2	0.1904	0.0856	0.0528	0.0528
		0.3	0.2497	0.0943	0.0629	0.0629
50	10	0.1	0.0294	0.0223	0.0189	0.0189
		0.2	0.0410	0.0264	0.0200	0.0200
		0.3	0.0587	0.0306	0.0209	0.0209
	20	0.1	0.0711	0.0373	0.0220	0.0220
		0.2	0.0997	0.0446	0.0236	0.0236
		0.3	0.1384	0.0503	0.0257	0.0257
	30	0.1	0.1356	0.0584	0.0263	0.0263
		0.2	0.1810	0.0683	0.0289	0.0289
		0.3	0.2368	0.0734	0.0320	0.0320
100	10	0.1	0.0228	0.0142	0.0092	0.0092
		0.2	0.0336	0.0177	0.0096	0.0096
		0.3	0.0520	0.0216	0.0100	0.0100
	20	0.1	0.0642	0.0278	0.0107	0.0107
		0.2	0.0925	0.0348	0.0115	0.0115
		0.3	0.1326	0.0412	0.0129	0.0129
	30	0.1	0.1287	0.0474	0.0126	0.0126
		0.2	0.1733	0.0569	0.0141	0.0141
		0.3	0.2300	0.0618	0.0154	0.0154

ตารางที่ 63 ผลการเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{\beta}_{2,d})$ เมื่อ $\sigma^2_{x_1} : \sigma^2_{x_2} = 1:2$ และ $\sigma^2_{x_1+x_2} : \sigma^2_{\varepsilon} = 2:1$

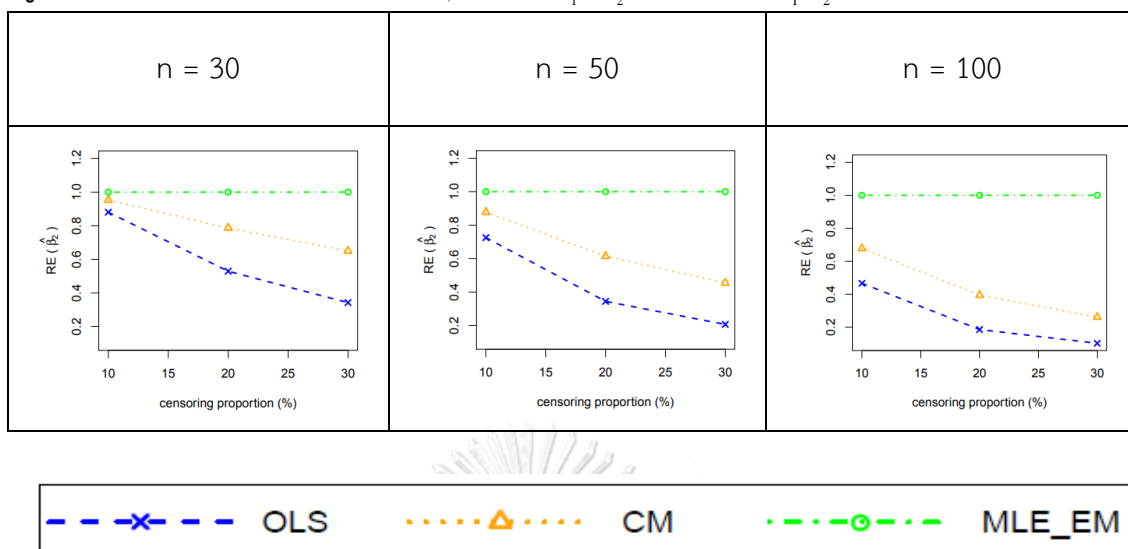
n	r_1	r_2	$RE(\hat{\beta}_{2,d})$			
			OLS	CM	MLE_EM	MLE_EM_AD
30	10	0.1	0.85	0.96	1.00	1.00
		0.2	0.70	0.90	1.00	1.00
		0.3	0.56	0.86	1.00	1.00
	20	0.1	0.49	0.78	1.00	1.00
		0.2	0.40	0.73	1.00	1.00
		0.3	0.32	0.72	1.00	1.00
	30	0.1	0.33	0.66	1.00	1.00
		0.2	0.28	0.62	1.00	1.00
		0.3	0.25	0.58	1.00	1.00
50	10	0.1	0.64	0.85	1.00	1.00
		0.2	0.49	0.76	1.00	1.00
		0.3	0.36	0.68	1.00	1.00
	20	0.1	0.31	0.59	1.00	1.00
		0.2	0.24	0.53	1.00	1.00
		0.3	0.19	0.51	1.00	1.00
	30	0.1	0.19	0.45	1.00	1.00
		0.2	0.16	0.42	1.00	1.00
		0.3	0.14	0.44	1.00	1.00
100	10	0.1	0.41	0.65	1.00	1.00
		0.2	0.29	0.54	1.00	1.00
		0.3	0.19	0.46	1.00	1.00
	20	0.1	0.17	0.38	1.00	1.00
		0.2	0.12	0.33	1.00	1.00
		0.3	0.10	0.31	1.00	1.00
	30	0.1	0.10	0.27	1.00	1.00
		0.2	0.08	0.25	1.00	1.00
		0.3	0.07	0.25	1.00	1.00

รูปที่ 62 กราฟเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{\beta}_{2,a})$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2 : \sigma_{x_2}^2 = 1:2$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_{\epsilon}^2 = 2:1$



จากรูปที่ 61 – 62 และตารางที่ 62 – 63 พบว่า เมื่อเวลาในการติดตามการรอดชีวิตของผู้ป่วยมีการแจกแจง วิธี MLE_EM และ MLE_EM_AD เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

รูปที่ 63 กราฟเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{\beta}_{2,a})$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2 : \sigma_{x_2}^2 = 1:5$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_{\varepsilon}^2 = 2:1$ กรณี $r_2 = 0$



จากรูปที่ 63 พบว่า เมื่อเวลาในการติดตามการรอดชีวิตของผู้ป่วยไม่มีการแจกแจง วิธี MLE_EM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

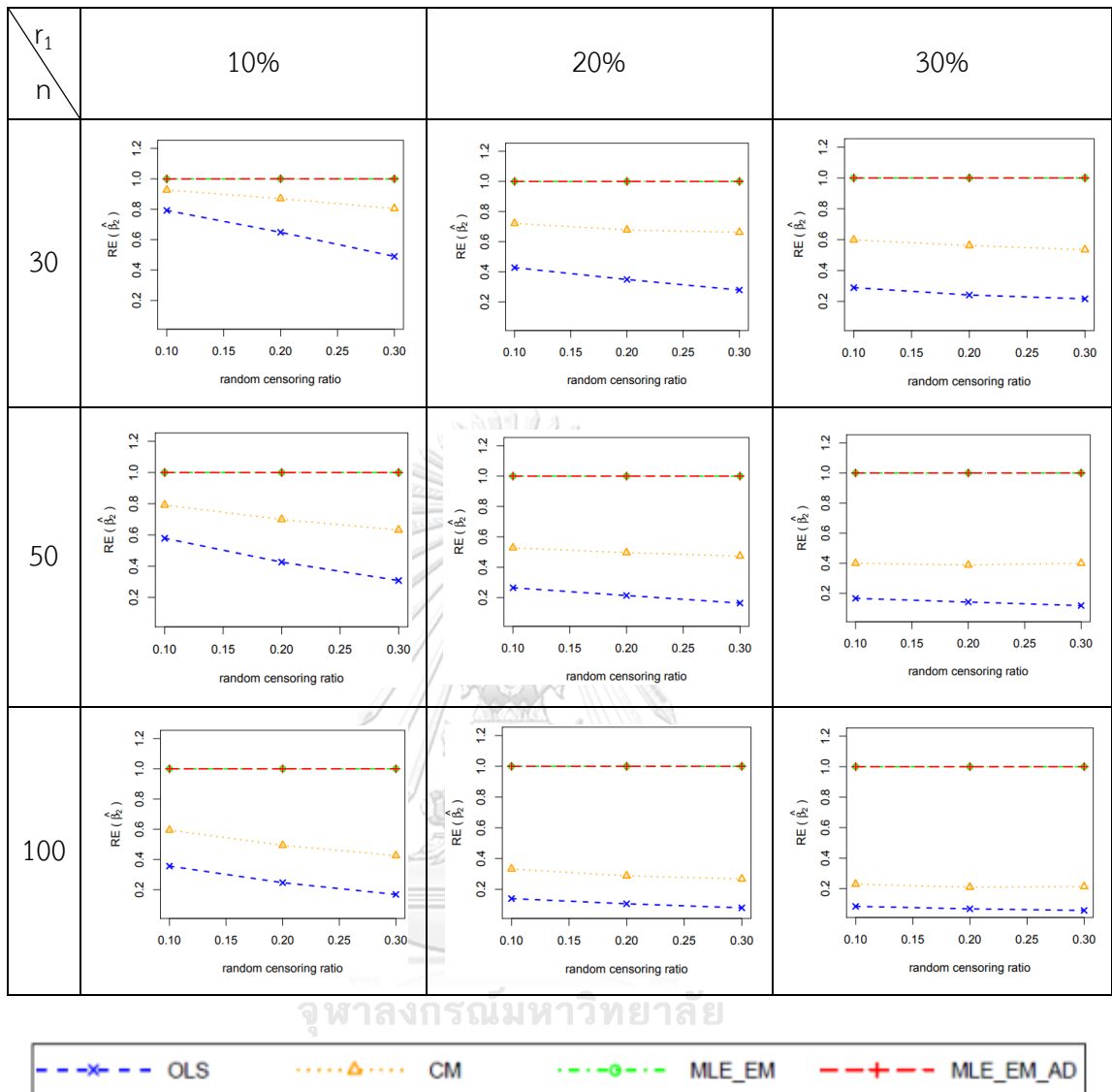
ตารางที่ 64 ผลการเปรียบเทียบค่า $AMSE(\hat{\beta}_{2,a})$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2 : \sigma_{x_2}^2 = 1:5$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_{\varepsilon}^2 = 2:1$

n	r_1	r_2	AMSE($\hat{\beta}_{2,a}$)			
			OLS	CM	MLE_EM	MLE_EM_AD
30	10	0.1	0.0348	0.0298	0.0276	0.0276
		0.2	0.0448	0.0334	0.0291	0.0290
		0.3	0.0644	0.0392	0.0315	0.0315
	20	0.1	0.0754	0.0447	0.0323	0.0323
		0.2	0.1039	0.0535	0.0363	0.0363
		0.3	0.1446	0.0609	0.0403	0.0403
	30	0.1	0.1401	0.0676	0.0404	0.0404
		0.2	0.1867	0.0801	0.0450	0.0450
		0.3	0.2460	0.0879	0.0532	0.0532
50	10	0.1	0.0266	0.0195	0.0154	0.0154
		0.2	0.0378	0.0230	0.0161	0.0161
		0.3	0.0555	0.0271	0.0171	0.0171
	20	0.1	0.0691	0.0347	0.0183	0.0183
		0.2	0.0953	0.0411	0.0204	0.0204
		0.3	0.1372	0.0474	0.0224	0.0224
	30	0.1	0.1342	0.0558	0.0223	0.0223
		0.2	0.1785	0.0652	0.0253	0.0253
		0.3	0.2342	0.0693	0.0277	0.0277
100	10	0.1	0.0213	0.0128	0.0076	0.0076
		0.2	0.0322	0.0161	0.0079	0.0079
		0.3	0.0507	0.0201	0.0086	0.0086
	20	0.1	0.0634	0.0267	0.0089	0.0089
		0.2	0.0918	0.0338	0.0097	0.0097
		0.3	0.1317	0.0392	0.0105	0.0105
	30	0.1	0.1275	0.0464	0.0106	0.0106
		0.2	0.1726	0.0556	0.0116	0.0116
		0.3	0.2302	0.0610	0.0130	0.0130

ตารางที่ 65 ผลการเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{\beta}_{2,d})$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2 : \sigma_{x_2}^2 = 1:5$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_{\varepsilon}^2 = 2:1$

n	r_1	r_2	$RE(\hat{\beta}_{2,d})$			
			OLS	CM	MLE_EM	MLE_EM_AD
30	10	0.1	0.79	0.93	1.00	1.00
		0.2	0.65	0.87	1.00	1.00
		0.3	0.49	0.80	1.00	1.00
	20	0.1	0.43	0.72	1.00	1.00
		0.2	0.35	0.68	1.00	1.00
		0.3	0.28	0.66	1.00	1.00
	30	0.1	0.29	0.60	1.00	1.00
		0.2	0.24	0.56	1.00	1.00
		0.3	0.22	0.53	1.00	1.00
50	10	0.1	0.58	0.79	1.00	1.00
		0.2	0.43	0.70	1.00	1.00
		0.3	0.31	0.63	1.00	1.00
	20	0.1	0.26	0.53	1.00	1.00
		0.2	0.21	0.50	1.00	1.00
		0.3	0.16	0.47	1.00	1.00
	30	0.1	0.17	0.40	1.00	1.00
		0.2	0.14	0.39	1.00	1.00
		0.3	0.12	0.40	1.00	1.00
100	10	0.1	0.36	0.59	1.00	1.00
		0.2	0.25	0.49	1.00	1.00
		0.3	0.17	0.43	1.00	1.00
	20	0.1	0.14	0.33	1.00	1.00
		0.2	0.11	0.29	1.00	1.00
		0.3	0.08	0.27	1.00	1.00
	30	0.1	0.08	0.23	1.00	1.00
		0.2	0.07	0.21	1.00	1.00
		0.3	0.06	0.21	1.00	1.00

รูปที่ 64 กราฟเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{\beta}_{2,a})$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2 : \sigma_{x_2}^2 = 1:5$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_{\epsilon}^2 = 2:1$



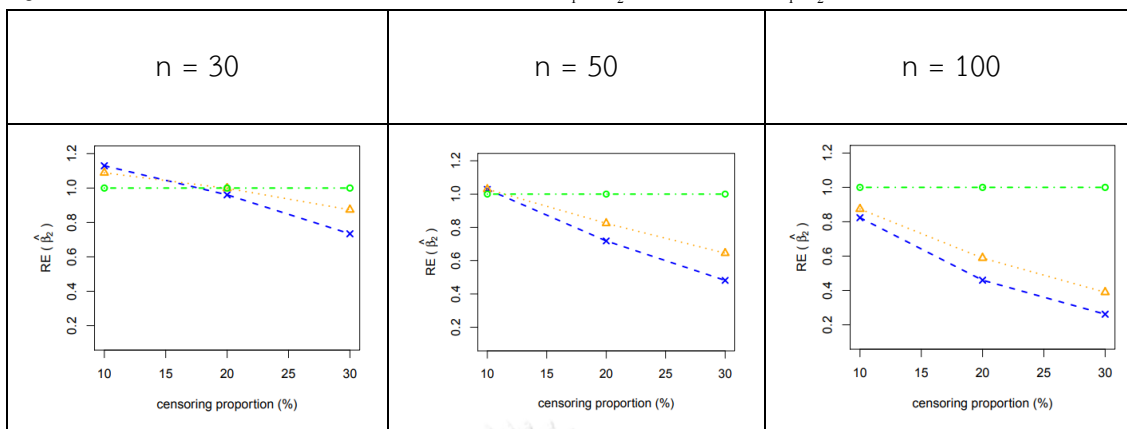
จากรูปที่ 63 – 64 และตารางที่ 64 – 65 พบว่า เมื่อเวลาในการติดตามการรอดชีวิตของผู้ป่วยมีการแจกแจง วิธี MLE_EM และ MLE_EM_AD เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

4.4.1 ผลการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่า β_2 เมื่อ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_{\epsilon}^2 = 2:1$

พบว่า ส่วนใหญ่วิธี MLE_EM และวิธี MLE_EM_AD เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุดในการประมาณค่า β_2

เมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็ก ($n = 30$) และตัวแปรอิสระทั้งสองตัวมีการกระจายตัวที่เท่ากัน ประสิทธิภาพในการประมาณค่า β_2 ของวิธี CM เท่ากับวิธี MLE_EM และ MLE_EM_AD

รูปที่ 65 กราฟเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{\beta}_{2,a})$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2:\sigma_{x_2}^2=1:1$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2:\sigma_{\varepsilon}^2=1:1$ กรณี $r_2=0$



จากรูปที่ 65 พบว่า เมื่อเวลาในการติดตามการรอดชีวิตของผู้ป่วยไม่มีการแจกแจง ส่วนใหญ่
วิธี MLE_EM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

เมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็ก (n = 30)

- ร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวาน้อย ($r_1 = 10\%$) วิธี OLS เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด
- ร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวานกลาง ($r_1 = 20\%$) วิธี CM และ MLE_EM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

เมื่อตัวอย่างมีขนาดปานกลาง (n = 50)

- ร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวาน้อย ($r_1 = 10\%$) วิธี OLS และ CM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

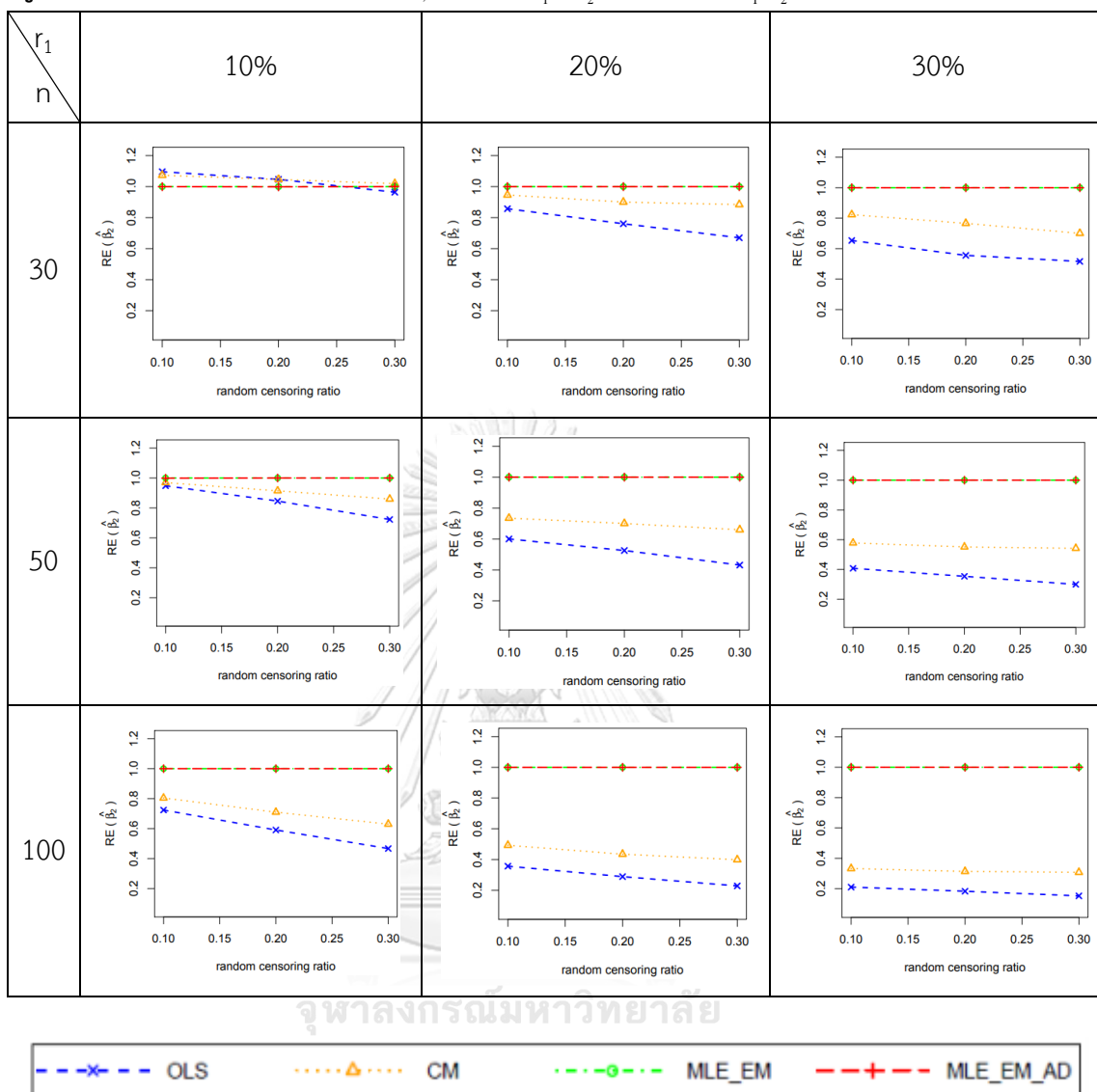
ตารางที่ 66 ผลการเปรียบเทียบค่า $AMSE(\hat{\beta}_{2,a})$ เมื่อ $\sigma^2_{x_1} : \sigma^2_{x_2} = 1:1$ และ $\sigma^2_{x_1+x_2} : \sigma^2_{\varepsilon} = 1:1$

n	r_1	r_2	AMSE($\hat{\beta}_{2,a}$)			
			OLS	CM	MLE_EM	MLE_EM_AD
30	10	0.1	0.0769	0.0785	0.0843	0.0843
		0.2	0.0823	0.0823	0.0861	0.0862
		0.3	0.0955	0.0904	0.0921	0.0921
	20	0.1	0.1076	0.0975	0.0922	0.0922
		0.2	0.1300	0.1098	0.0988	0.0988
		0.3	0.1596	0.1209	0.1069	0.1069
	30	0.1	0.1646	0.1306	0.1075	0.1075
		0.2	0.2024	0.1468	0.1124	0.1124
		0.3	0.2494	0.1608	0.1287	0.1287
50	10	0.1	0.0493	0.0482	0.0468	0.0468
		0.2	0.0573	0.0530	0.0485	0.0485
		0.3	0.0687	0.0578	0.0497	0.0497
	20	0.1	0.0865	0.0707	0.0519	0.0519
		0.2	0.1051	0.0789	0.0552	0.0552
		0.3	0.1379	0.0901	0.0594	0.0594
	30	0.1	0.1468	0.1036	0.0599	0.0599
		0.2	0.1820	0.1168	0.0644	0.0644
		0.3	0.2253	0.1245	0.0675	0.0675
100	10	0.1	0.0321	0.0289	0.0232	0.0232
		0.2	0.0398	0.0331	0.0235	0.0235
		0.3	0.0533	0.0395	0.0249	0.0249
	20	0.1	0.0700	0.0507	0.0250	0.0250
		0.2	0.0920	0.0611	0.0265	0.0265
		0.3	0.1233	0.0706	0.0281	0.0281
	30	0.1	0.1306	0.0825	0.0274	0.0274
		0.2	0.1689	0.0984	0.0309	0.0309
		0.3	0.2138	0.106	0.0326	0.0326

ตารางที่ 67 ผลการเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{\beta}_{2,d})$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2 : \sigma_{x_2}^2 = 1:1$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_{\varepsilon}^2 = 1:1$

n	r_1	r_2	$RE(\hat{\beta}_{2,d})$			
			OLS	CM	MLE_EM	MLE_EM_AD
30	10	0.1	1.10	1.07	1.00	1.00
		0.2	1.05	1.05	1.00	1.00
		0.3	0.96	1.02	1.00	1.00
	20	0.1	0.86	0.95	1.00	1.00
		0.2	0.76	0.90	1.00	1.00
		0.3	0.67	0.88	1.00	1.00
	30	0.1	0.65	0.82	1.00	1.00
		0.2	0.56	0.77	1.00	1.00
		0.3	0.52	0.70	1.00	1.00
50	10	0.1	0.95	0.97	1.00	1.00
		0.2	0.85	0.91	1.00	1.00
		0.3	0.72	0.86	1.00	1.00
	20	0.1	0.60	0.73	1.00	1.00
		0.2	0.53	0.70	1.00	1.00
		0.3	0.43	0.66	1.00	1.00
	30	0.1	0.41	0.58	1.00	1.00
		0.2	0.35	0.55	1.00	1.00
		0.3	0.30	0.54	1.00	1.00
100	10	0.1	0.72	0.80	1.00	1.00
		0.2	0.59	0.71	1.00	1.00
		0.3	0.47	0.63	1.00	1.00
	20	0.1	0.36	0.49	1.00	1.00
		0.2	0.29	0.43	1.00	1.00
		0.3	0.23	0.40	1.00	1.00
	30	0.1	0.21	0.33	1.00	1.00
		0.2	0.18	0.31	1.00	1.00
		0.3	0.15	0.31	1.00	1.00

รูปที่ 66 กราฟเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{\beta}_{2,a})$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2:\sigma_{x_2}^2 = 1:1$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2:\sigma_{\varepsilon}^2 = 1:1$

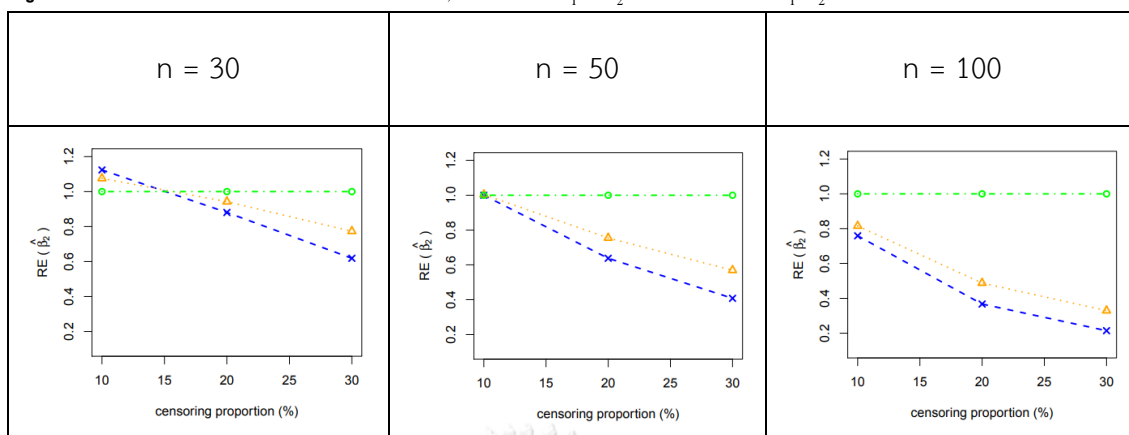


จากรูปที่ 65 – 66 และตารางที่ 66 – 67 พบว่า เมื่อเวลาในการติดตามการรอดชีวิตของผู้ป่วยมีการแจกแจง ส่วนใหญ่วิธี MLE_EM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

เมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็ก ($n = 30$) ร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวาน้อย ($r_1 = 10\%$)

- random censoring ratio = 0.1 วิธี OLS เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด
- random censoring ratio = 0.2 วิธี OLS และ CM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด
- random censoring ratio = 0.3 วิธี CM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

รูปที่ 67 กราฟเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{\beta}_{2,a})$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2:\sigma_{x_2}^2=1:2$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2:\sigma_{\varepsilon}^2=1:1$ กรณี $r_2=0$



จากรูปที่ 67 พบว่า เมื่อเวลาในการติดตามการรอดชีวิตของผู้ป่วยไม่มีการแจกแจง ส่วนใหญ่
วิธี MLE_EM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

เมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็ก (n = 30)

- ร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวาน้อย ($r_1 = 10\%$) วิธี OLS เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

เมื่อตัวอย่างมีขนาดปานกลาง (n = 50)

- ร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวาน้อย ($r_1 = 10\%$) วิธี OLS, CM และ MLE_EM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

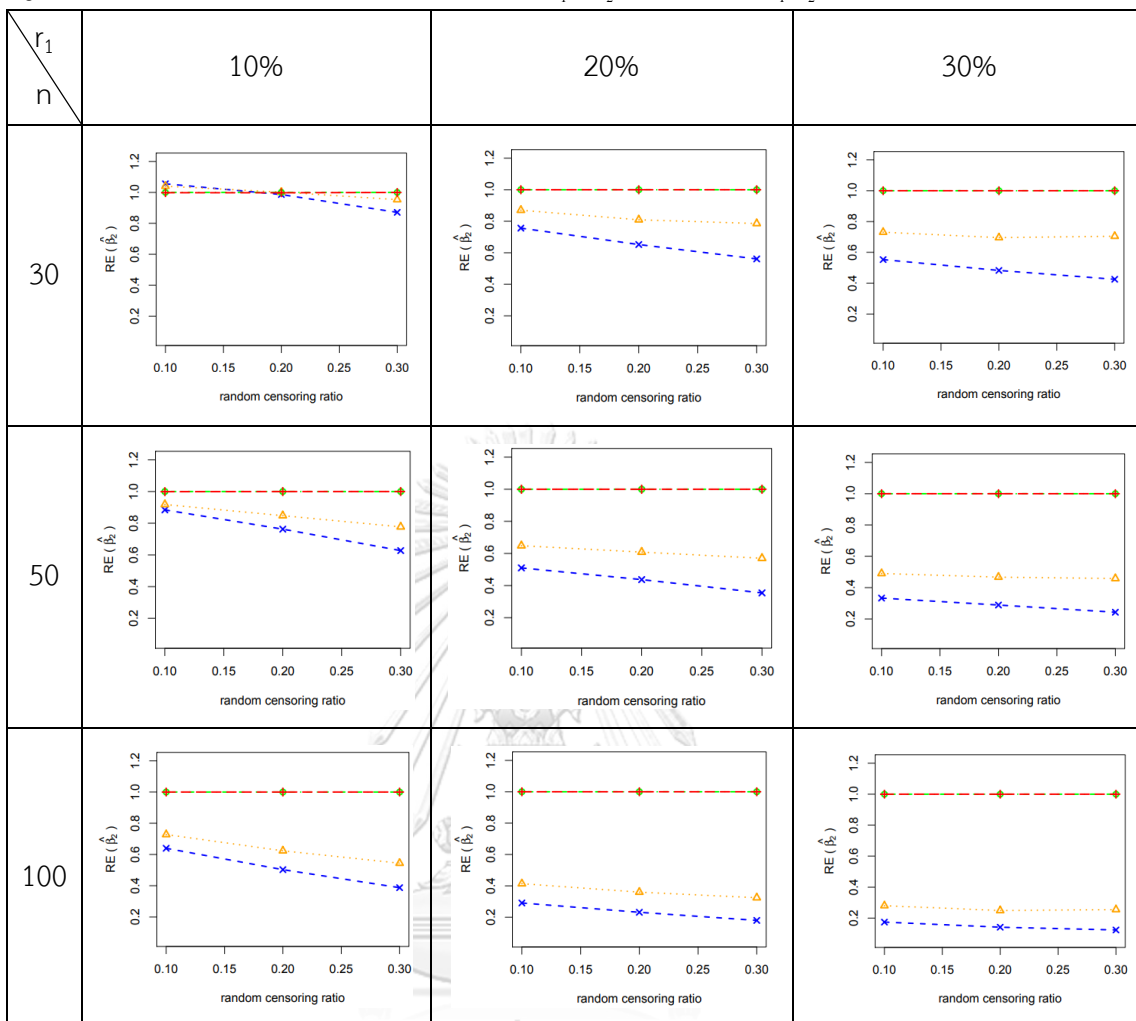
ตารางที่ 68 ผลการเปรียบเทียบค่า $AMSE(\hat{\beta}_{2,a})$ เมื่อ $\sigma^2_{x_1} : \sigma^2_{x_2} = 1:2$ และ $\sigma^2_{x_1+x_2} : \sigma^2_{\varepsilon} = 1:1$

n	r_1	r_2	AMSE($\hat{\beta}_{2,a}$)			
			OLS	CM	MLE_EM	MLE_EM_AD
30	10	0.1	0.0607	0.0616	0.0641	0.0642
		0.2	0.0668	0.0657	0.0658	0.0660
		0.3	0.0807	0.0737	0.0703	0.0703
	20	0.1	0.0940	0.0817	0.0711	0.0711
		0.2	0.1169	0.0942	0.0762	0.0762
		0.3	0.1476	0.1054	0.0828	0.0828
	30	0.1	0.1532	0.1159	0.0847	0.0847
		0.2	0.1893	0.1314	0.0914	0.0914
		0.3	0.2361	0.1425	0.1004	0.1004
50	10	0.1	0.0403	0.0388	0.0357	0.0357
		0.2	0.0486	0.0437	0.0370	0.0370
		0.3	0.0606	0.0489	0.0380	0.0380
	20	0.1	0.0787	0.0619	0.0401	0.0401
		0.2	0.0983	0.0706	0.0430	0.0430
		0.3	0.1313	0.0817	0.0465	0.0465
	30	0.1	0.1400	0.0951	0.0466	0.0466
		0.2	0.1760	0.1088	0.0508	0.0508
		0.3	0.2202	0.1167	0.0535	0.0535
100	10	0.1	0.0276	0.0242	0.0176	0.0176
		0.2	0.0356	0.0287	0.0179	0.0179
		0.3	0.0493	0.0351	0.0191	0.0191
	20	0.1	0.0664	0.0466	0.0193	0.0193
		0.2	0.0885	0.0569	0.0205	0.0205
		0.3	0.1200	0.0665	0.0216	0.0216
	30	0.1	0.1281	0.0797	0.0223	0.0223
		0.2	0.1658	0.0941	0.0234	0.0234
		0.3	0.2124	0.1028	0.0262	0.0262

ตารางที่ 69 ผลการเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{\beta}_{2,d})$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2 : \sigma_{x_2}^2 = 1:2$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_{\varepsilon}^2 = 1:1$

n	r_1	r_2	$RE(\hat{\beta}_{2,d})$			
			OLS	CM	MLE_EM	MLE_EM_AD
30	10	0.1	1.06	1.04	1.00	1.00
		0.2	0.99	1.00	1.00	1.00
		0.3	0.87	0.95	1.00	1.00
	20	0.1	0.76	0.87	1.00	1.00
		0.2	0.65	0.81	1.00	1.00
		0.3	0.56	0.79	1.00	1.00
	30	0.1	0.55	0.73	1.00	1.00
		0.2	0.48	0.70	1.00	1.00
		0.3	0.43	0.70	1.00	1.00
50	10	0.1	0.88	0.92	1.00	1.00
		0.2	0.76	0.85	1.00	1.00
		0.3	0.63	0.78	1.00	1.00
	20	0.1	0.51	0.65	1.00	1.00
		0.2	0.44	0.61	1.00	1.00
		0.3	0.35	0.57	1.00	1.00
	30	0.1	0.33	0.49	1.00	1.00
		0.2	0.29	0.47	1.00	1.00
		0.3	0.24	0.46	1.00	1.00
100	10	0.1	0.64	0.73	1.00	1.00
		0.2	0.50	0.62	1.00	1.00
		0.3	0.39	0.54	1.00	1.00
	20	0.1	0.29	0.41	1.00	1.00
		0.2	0.23	0.36	1.00	1.00
		0.3	0.18	0.32	1.00	1.00
	30	0.1	0.17	0.28	1.00	1.00
		0.2	0.14	0.25	1.00	1.00
		0.3	0.12	0.26	1.00	1.00

รูปที่ 68 กราฟเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{\beta}_{2,a})$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2:\sigma_{x_2}^2=1:2$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2:\sigma_{\varepsilon}^2=1:1$



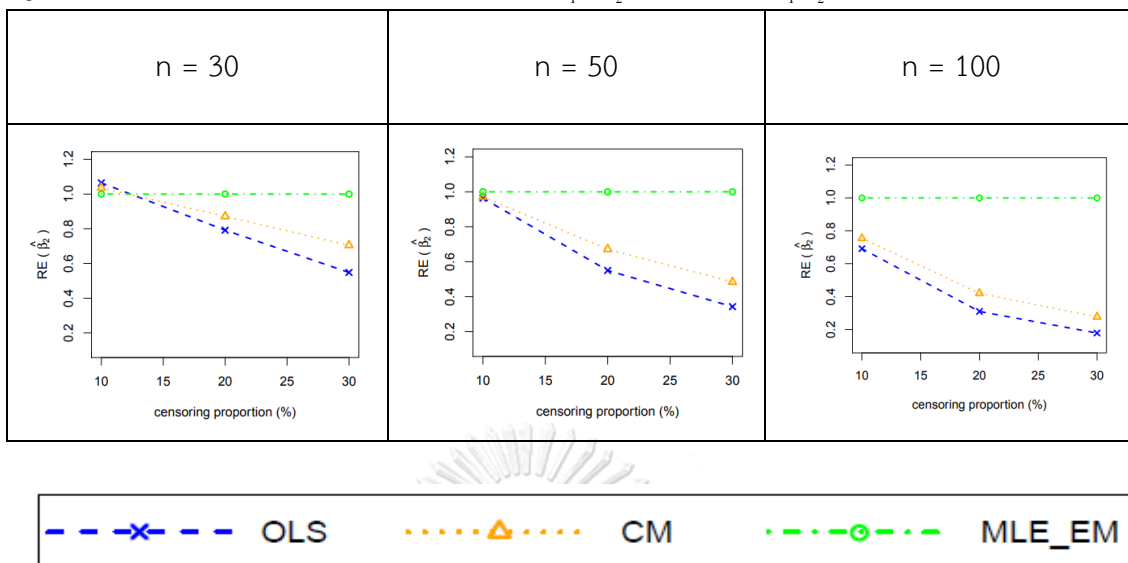
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



จากรูปที่ 67 – 68 และตารางที่ 68 – 69 พบว่า เมื่อเวลาในการติดตามการรอดชีวิตของผู้ป่วยมีการแจกแจง ส่วนใหญ่วิธี MLE_EM และวิธี MLE_EM_AD เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด เมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็ก ($n = 30$) ร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวาน้อย ($r_1 = 10\%$)

- random censoring ratio = 0.1 วิธี OLS เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด
- random censoring ratio = 0.2 วิธี OLS, CM, MLE_EM และ MLE_EM_AD เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

รูปที่ 69 กราฟเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{\beta}_{2,a})$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2:\sigma_{x_2}^2=1:5$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2:\sigma_{\varepsilon}^2=1:1$ กรณี $r_2=0$



จากรูปที่ 69 พบว่า เมื่อเวลาในการติดตามการรอดชีวิตของผู้ป่วยไม่มีการแจกแจง ส่วนใหญ่ วิธี MLE_EM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

เมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็ก (n = 30)

- ร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวาน้อย ($r_1 = 10\%$) วิธี OLS เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

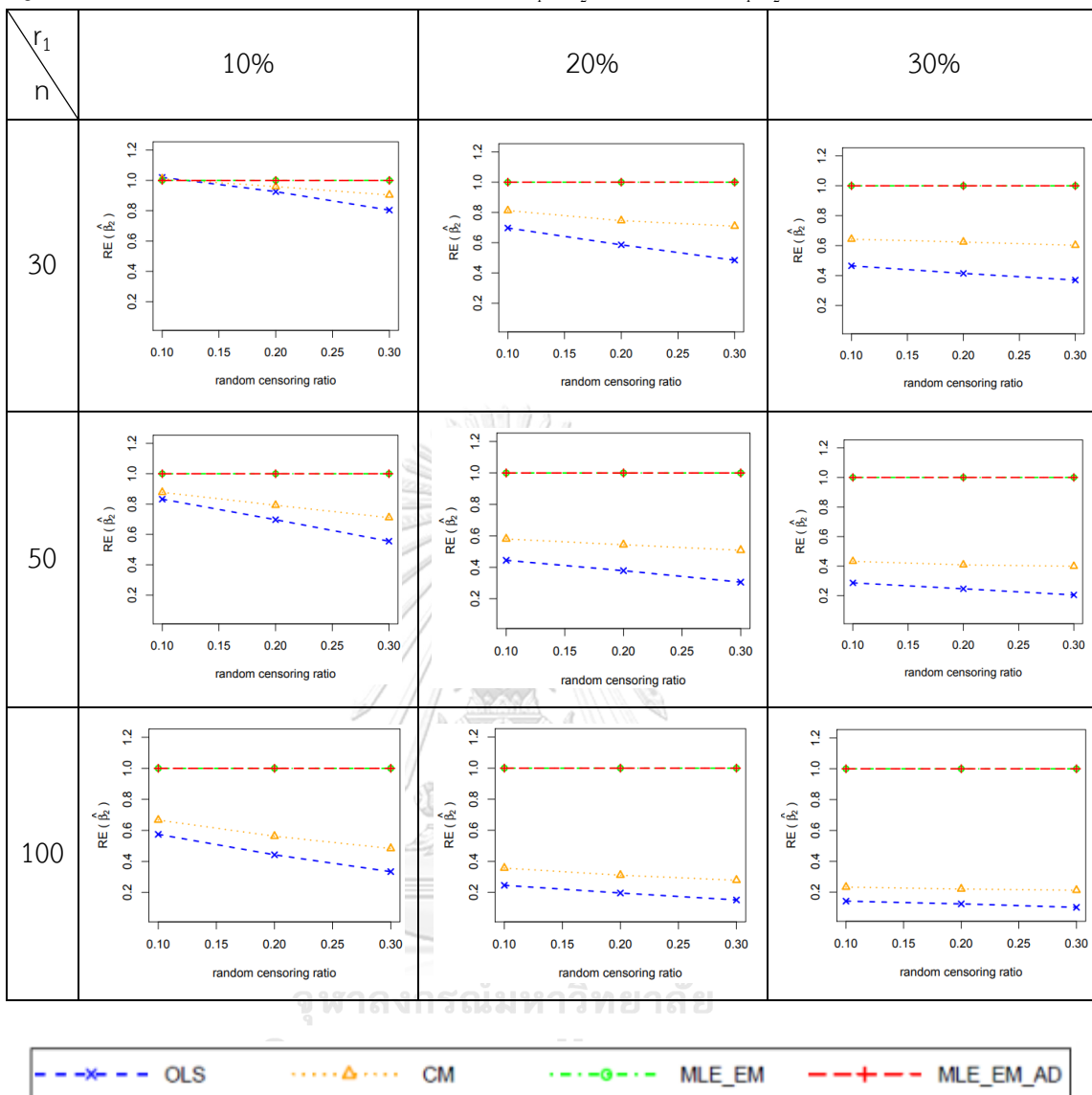
ตารางที่ 70 ผลการเปรียบเทียบค่า $AMSE(\hat{\beta}_{2,a})$ เมื่อ $\sigma^2_{x_1} : \sigma^2_{x_2} = 1:5$ และ $\sigma^2_{x_1+x_2} : \sigma^2_{\varepsilon} = 1:1$

n	r_1	r_2	AMSE($\hat{\beta}_{2,a}$)			
			OLS	CM	MLE_EM	MLE_EM_AD
30	10	0.1	0.0510	0.0514	0.0520	0.0520
		0.2	0.0585	0.0565	0.0541	0.0542
		0.3	0.0706	0.0628	0.0567	0.0568
	20	0.1	0.0869	0.0746	0.0606	0.0606
		0.2	0.1082	0.0850	0.0634	0.0634
		0.3	0.1409	0.0962	0.0682	0.0682
	30	0.1	0.1460	0.1056	0.0678	0.0678
		0.2	0.1835	0.1218	0.0760	0.0760
		0.3	0.2303	0.1326	0.0851	0.0851
50	10	0.1	0.0350	0.0332	0.0291	0.0291
		0.2	0.0433	0.0381	0.0302	0.0302
		0.3	0.0558	0.0436	0.0310	0.0310
	20	0.1	0.0739	0.0566	0.0328	0.0328
		0.2	0.0942	0.0656	0.0357	0.0357
		0.3	0.1275	0.0766	0.0389	0.0389
	30	0.1	0.1357	0.0900	0.0389	0.0389
		0.2	0.1723	0.1040	0.0425	0.0425
		0.3	0.2171	0.1117	0.0446	0.0446
100	10	0.1	0.0249	0.0214	0.0143	0.0143
		0.2	0.0331	0.0260	0.0146	0.0146
		0.3	0.0469	0.0324	0.0157	0.0157
	20	0.1	0.0642	0.0442	0.0158	0.0158
		0.2	0.0864	0.0545	0.0169	0.0169
		0.3	0.1179	0.0641	0.0178	0.0178
	30	0.1	0.1257	0.0765	0.0178	0.0178
		0.2	0.1644	0.0923	0.0203	0.0203
		0.3	0.2103	0.1003	0.0213	0.0213

ตารางที่ 71 ผลการเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{\beta}_{2,d})$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2 : \sigma_{x_2}^2 = 1:5$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_{\varepsilon}^2 = 1:1$

n	r_1	r_2	$RE(\hat{\beta}_{2,d})$			
			OLS	CM	MLE_EM	MLE_EM_AD
30	10	0.1	1.02	1.01	1.00	1.00
		0.2	0.93	0.96	1.00	1.00
		0.3	0.80	0.90	1.00	1.00
	20	0.1	0.70	0.81	1.00	1.00
		0.2	0.59	0.75	1.00	1.00
		0.3	0.48	0.71	1.00	1.00
	30	0.1	0.46	0.64	1.00	1.00
		0.2	0.41	0.62	1.00	1.00
		0.3	0.37	0.60	1.00	1.00
50	10	0.1	0.83	0.88	1.00	1.00
		0.2	0.70	0.79	1.00	1.00
		0.3	0.56	0.71	1.00	1.00
	20	0.1	0.44	0.58	1.00	1.00
		0.2	0.38	0.54	1.00	1.00
		0.3	0.31	0.51	1.00	1.00
	30	0.1	0.29	0.43	1.00	1.00
		0.2	0.25	0.41	1.00	1.00
		0.3	0.21	0.40	1.00	1.00
100	10	0.1	0.57	0.67	1.00	1.00
		0.2	0.44	0.56	1.00	1.00
		0.3	0.33	0.48	1.00	1.00
	20	0.1	0.25	0.36	1.00	1.00
		0.2	0.20	0.31	1.00	1.00
		0.3	0.15	0.28	1.00	1.00
	30	0.1	0.14	0.23	1.00	1.00
		0.2	0.12	0.22	1.00	1.00
		0.3	0.10	0.21	1.00	1.00

รูปที่ 70 กราฟเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{\beta}_{2,a})$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2 : \sigma_{x_2}^2 = 1:5$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_{\varepsilon}^2 = 1:1$



จากรูปที่ 69 – 70 และตารางที่ 70 – 71 พบว่า เมื่อเวลาในการติดตามการรอดชีวิตของผู้ป่วยมีการแจกแจง ส่วนใหญ่วิธี MLE_EM และวิธี MLE_EM_AD เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด เมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็ก ($n = 30$) ร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวาน้อย ($r_1 = 10\%$)

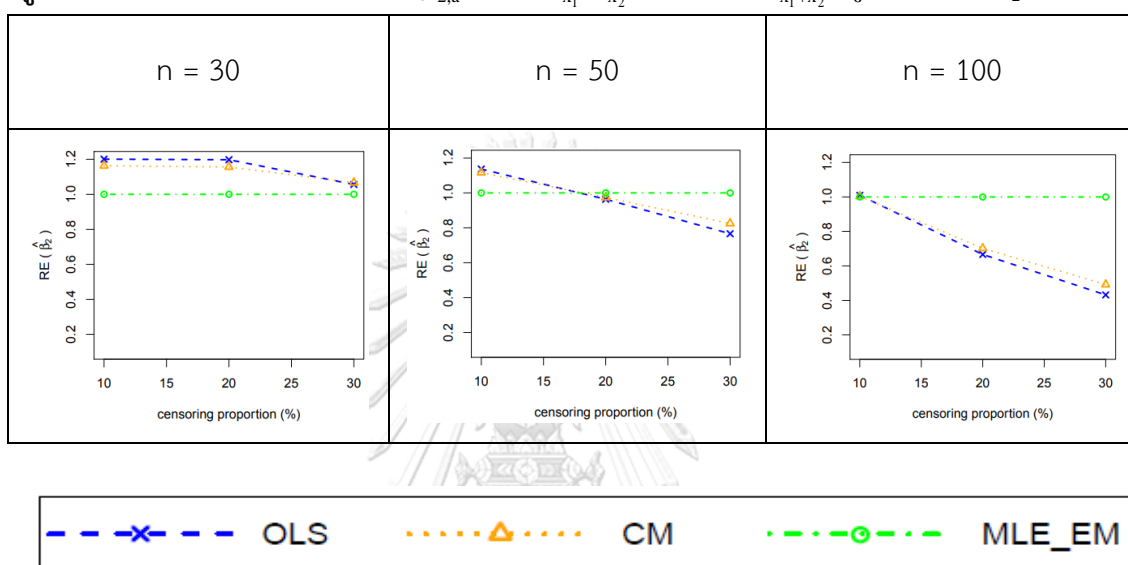
- random censoring ratio = 0.1 วิธี OLS และ CM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

4.4.2 ผลการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่า β_2 เมื่อ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_{\varepsilon}^2 = 1:1$

พบว่า ส่วนใหญ่วิธี MLE_EM และวิธี MLE_EM_AD เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุดในการประมาณค่า β_2

เมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็ก ($n = 30$) ร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวาน้อย ($r_1 = 10\%$) วิธี OLS และ CM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด เมื่อตัวแปรอิสระตัวที่ 1 และ 2 มีการกระจายที่ไม่แตกต่างกัน แต่เมื่อตัวแปรอิสระตัวที่ 1 และ 2 มีการกระจายที่แตกต่างกันมากขึ้น วิธี MLE_EM และ MLE_EM_AD เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

รูปที่ 71 กราฟเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{\beta}_{2,a})$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2 : \sigma_{x_2}^2 = 1:1$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_{\varepsilon}^2 = 1:2$ กรณี $r_2 = 0$



จากรูปที่ 71 พบว่า เมื่อเวลาในการติดตามการรอดชีวิตของผู้ป่วยไม่มีการแจกแจง ส่งผลต่อประสิทธิภาพการประมาณดังนี้

เมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็ก ($n = 30$) วิธี OLS เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

เมื่อตัวอย่างมีขนาดปานกลาง ($n = 50$)

- ร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวาน้อย ($r_1 = 10\%$) วิธี OLS เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด
- ร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวาปานกลางและมาก ($r_1 = 20\%, 30\%$) วิธี MLE_EM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

เมื่อตัวอย่างมีขนาดใหญ่ ($n = 100$)

- ร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวาน้อย ($r_1 = 10\%$) วิธี OLS, CM และ MLE_EM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

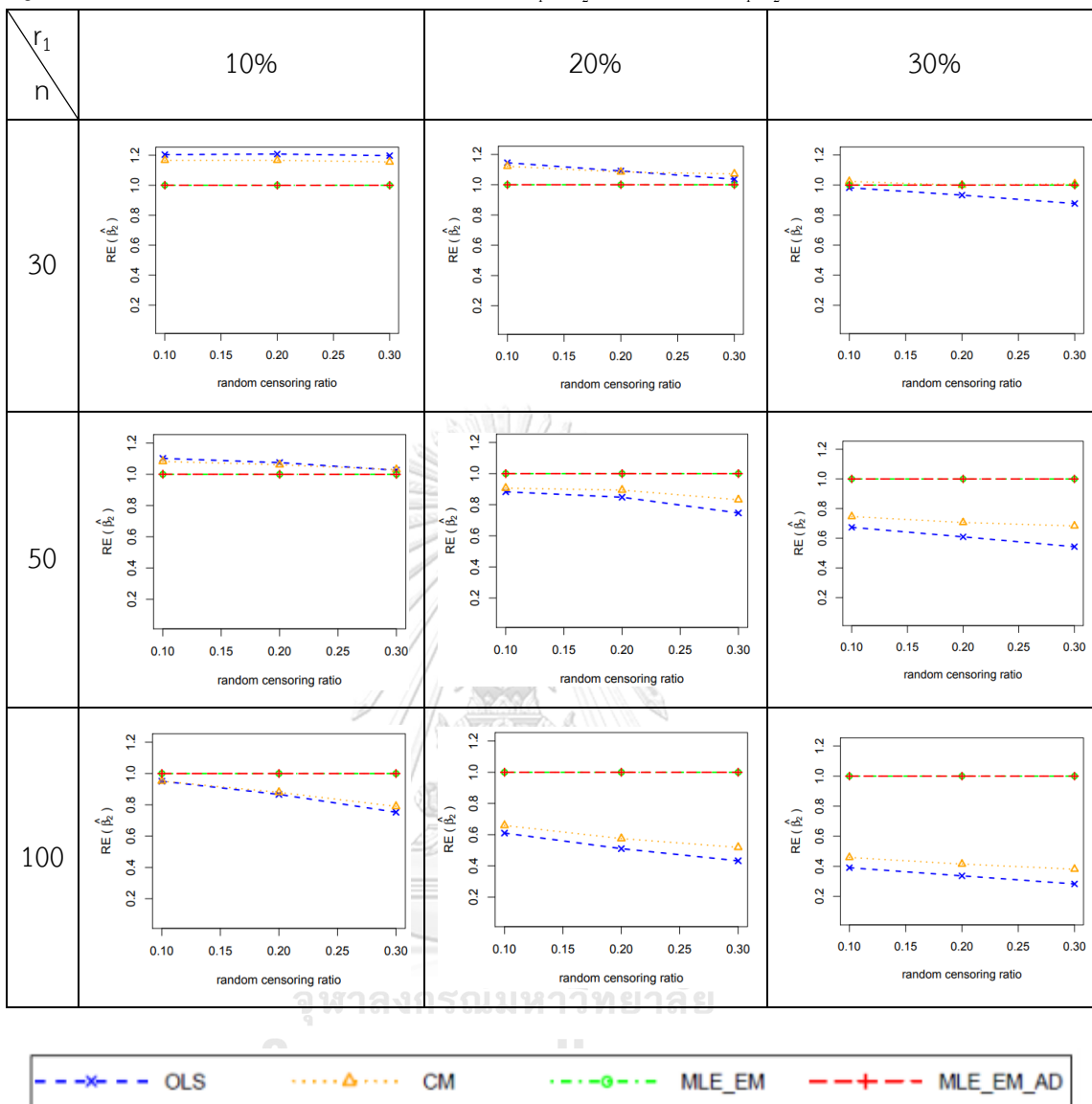
ตารางที่ 72 ผลการเปรียบเทียบค่า $AMSE(\hat{\beta}_{2,a})$ เมื่อ $\sigma^2_{x_1} : \sigma^2_{x_2} = 1:1$ และ $\sigma^2_{x_1+x_2} : \sigma^2_{\varepsilon} = 1:2$

n	r_1	r_2	AMSE($\hat{\beta}_{2,a}$)			
			OLS	CM	MLE_EM	MLE_EM_AD
30	10	0.1	0.1375	0.1420	0.1656	0.1655
		0.2	0.1394	0.1444	0.1684	0.1685
		0.3	0.1423	0.1475	0.1704	0.1705
	20	0.1	0.1560	0.1593	0.1786	0.1786
		0.2	0.1672	0.1682	0.1824	0.1824
		0.3	0.1878	0.1816	0.1947	0.1947
	30	0.1	0.1979	0.1898	0.1944	0.1944
		0.2	0.2234	0.2085	0.2084	0.2084
		0.3	0.2554	0.2221	0.2240	0.2240
50	10	0.1	0.0822	0.0837	0.0906	0.0906
		0.2	0.0868	0.0879	0.0933	0.0933
		0.3	0.0914	0.0910	0.0938	0.0938
	20	0.1	0.1108	0.1079	0.0978	0.0978
		0.2	0.1221	0.1159	0.1036	0.1036
		0.3	0.1453	0.1304	0.1085	0.1085
	30	0.1	0.1637	0.1478	0.1103	0.1103
		0.2	0.1895	0.1635	0.1155	0.1155
		0.3	0.2188	0.1740	0.1188	0.1188
100	10	0.1	0.0475	0.0475	0.0452	0.0452
		0.2	0.0527	0.0520	0.0457	0.0457
		0.3	0.0608	0.058	0.0458	0.0458
	20	0.1	0.0800	0.0740	0.0488	0.0488
		0.2	0.0964	0.0856	0.0492	0.0492
		0.3	0.1193	0.0995	0.0516	0.0516
	30	0.1	0.1347	0.1146	0.0526	0.0526
		0.2	0.1631	0.1323	0.0549	0.0549
		0.3	0.1973	0.1465	0.0558	0.0558

ตารางที่ 73 ผลการเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{\beta}_{2,d})$ เมื่อ $\sigma^2_{x_1} : \sigma^2_{x_2} = 1:1$ และ $\sigma^2_{x_1+x_2} : \sigma^2_{\varepsilon} = 1:2$

n	r_1	r_2	$RE(\hat{\beta}_{2,d})$			
			OLS	CM	MLE_EM	MLE_EM_AD
30	10	0.1	1.20	1.17	1.00	1.00
		0.2	1.20	1.17	1.00	1.00
		0.3	1.20	1.16	1.00	1.00
	20	0.1	1.15	1.12	1.00	1.00
		0.2	1.09	1.08	1.00	1.00
		0.3	1.04	1.07	1.00	1.00
	30	0.1	0.98	1.02	1.00	1.00
		0.2	0.93	1.00	1.00	1.00
		0.3	0.88	1.01	1.00	1.00
50	10	0.1	1.10	1.08	1.00	1.00
		0.2	1.07	1.06	1.00	1.00
		0.3	1.03	1.03	1.00	1.00
	20	0.1	0.88	0.91	1.00	1.00
		0.2	0.85	0.89	1.00	1.00
		0.3	0.75	0.83	1.00	1.00
	30	0.1	0.67	0.75	1.00	1.00
		0.2	0.61	0.71	1.00	1.00
		0.3	0.54	0.68	1.00	1.00
100	10	0.1	0.95	0.95	1.00	1.00
		0.2	0.87	0.88	1.00	1.00
		0.3	0.75	0.79	1.00	1.00
	20	0.1	0.61	0.66	1.00	1.00
		0.2	0.51	0.57	1.00	1.00
		0.3	0.43	0.52	1.00	1.00
	30	0.1	0.39	0.46	1.00	1.00
		0.2	0.34	0.41	1.00	1.00
		0.3	0.28	0.38	1.00	1.00

รูปที่ 72 กราฟเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{\beta}_{2,a})$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2:\sigma_{x_2}^2 = 1:1$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2:\sigma_{\varepsilon}^2 = 1:2$



จากรูปที่ 71 – 72 และตารางที่ 72 – 73 พบว่า เมื่อเวลาในการติดตามการรอดชีวิตของผู้ป่วยมีการแจกแจง ส่วนใหญ่วิธี MLE_EM และวิธี MLE_EM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

เมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็ก ($n = 30$) ร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวาน้อย ($r_1 = 10\%$) วิธี OLS เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

เมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็ก ($n = 30$) ร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวานกลาง ($r_1 = 20\%$)

- random censoring ratio = 0.1 วิธี OLS เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด
- random censoring ratio = 0.2 วิธี OLS และ CM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด
- random censoring ratio = 0.3 วิธี CM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

เมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็ก ($n = 30$) ร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวามาก ($r_1 = 30\%$)

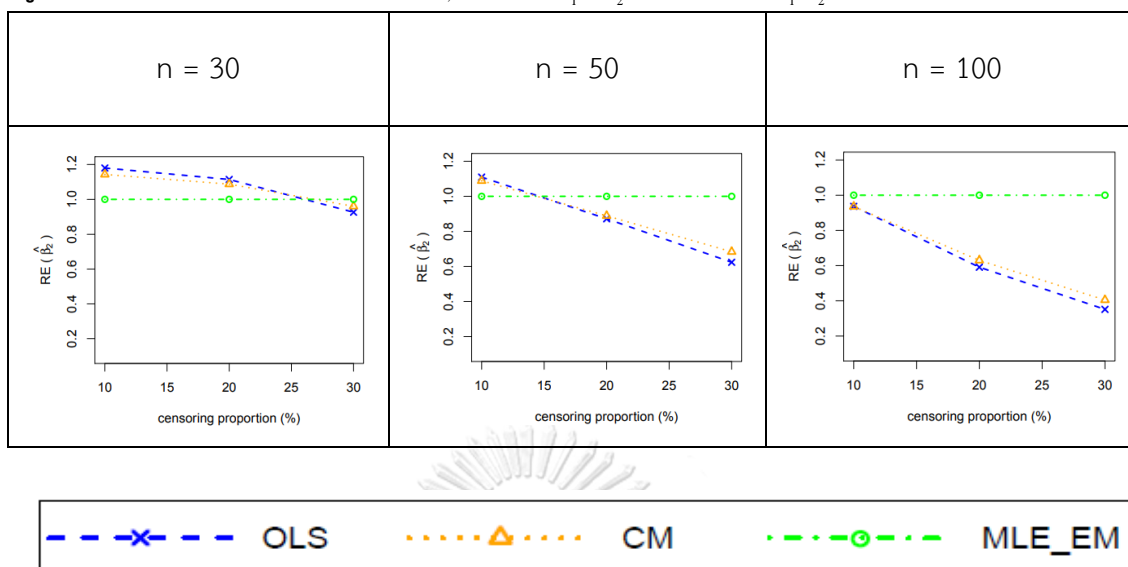
- random censoring ratio = 0.1 วิธี CM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด
- random censoring ratio = 0.2, 0.3 วิธี CM, MLE_EM และ MLE_EM_AD เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

เมื่อตัวอย่างมีขนาดปานกลาง ($n = 50$) ร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวาน้อย ($r_1 = 10\%$)

- random censoring ratio = 0.1 วิธี OLS เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด
- random censoring ratio = 0.2, 0.3 วิธี OLS และ CM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด



รูปที่ 73 กราฟเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{\beta}_{2,a})$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2:\sigma_{x_2}^2=1:2$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2:\sigma_{\varepsilon}^2=1:2$ กรณี $r_2=0$



จากรูปที่ 73 พบว่า เมื่อเวลาในการติดตามการรอดชีวิตของผู้ป่วยไม่มีการแจกแจง ส่งผลต่อประสิทธิภาพการประมาณดังนี้

เมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็ก ($n = 30$)

- ร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวาน้อยและปานกลาง ($r_1 = 10\%, 20\%$) วิธี OLS เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด
- ร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวามาก ($r_1 = 30\%$) วิธี MLE_EM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

เมื่อตัวอย่างมีขนาดปานกลาง ($n = 50$)

- ร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวาน้อย ($r_1 = 10\%$) วิธี OLS เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด
- ร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวาปานกลางและมาก ($r_1 = 20\%, 30\%$) วิธี MLE_EM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

เมื่อตัวอย่างมีขนาดใหญ่ ($n = 100$) วิธี MLE_EM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

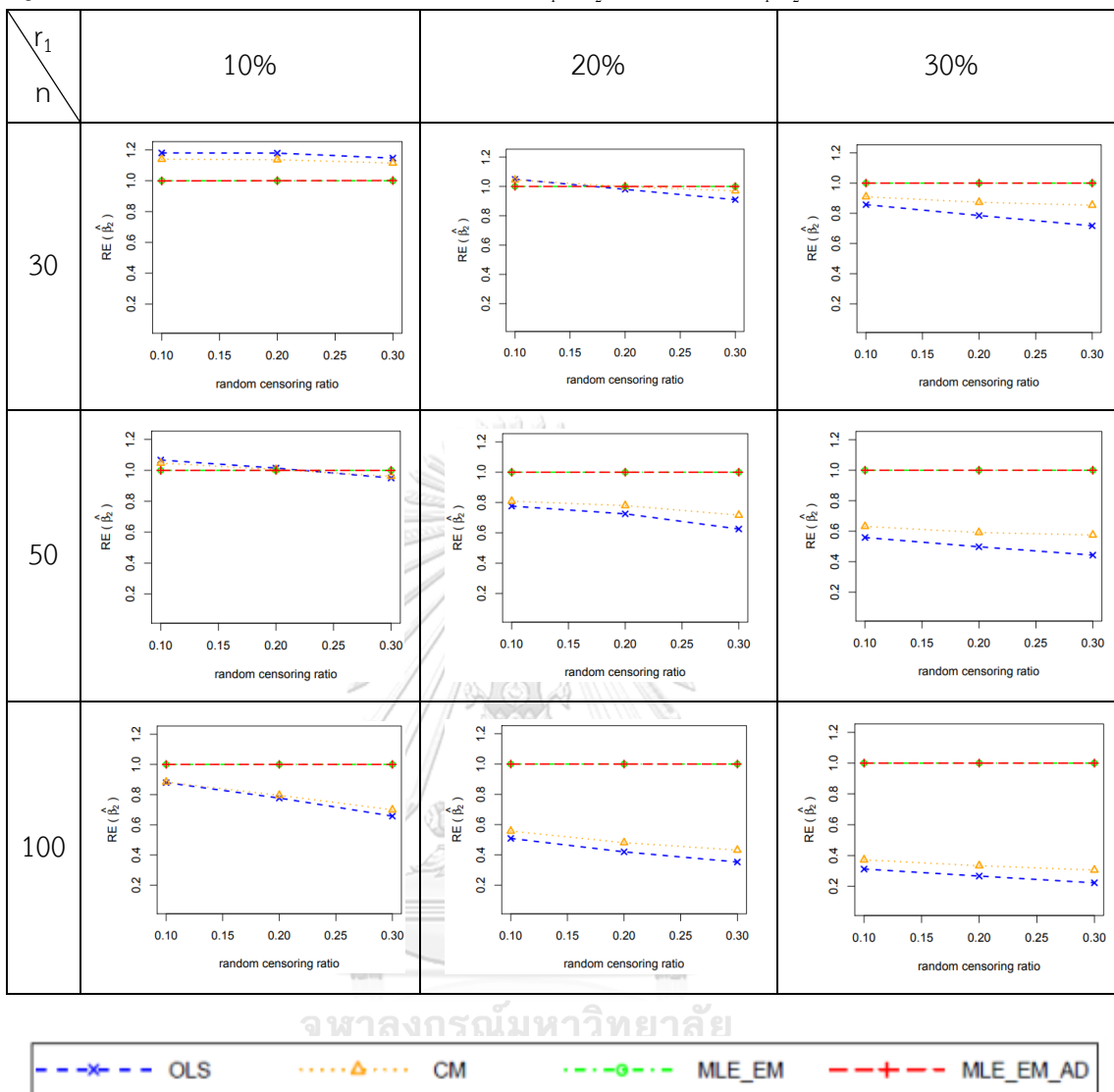
ตารางที่ 74 ผลการเปรียบเทียบค่า $AMSE(\hat{\beta}_{2,a})$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2 : \sigma_{x_2}^2 = 1:2$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_{\varepsilon}^2 = 1:2$

n	r_1	r_2	AMSE($\hat{\beta}_{2,a}$)			
			OLS	CM	MLE_EM	MLE_EM_AD
30	10	0.1	0.1054	0.1092	0.1244	0.1246
		0.2	0.1069	0.1109	0.1260	0.1260
		0.3	0.1149	0.1182	0.1317	0.1315
	20	0.1	0.1269	0.1275	0.1332	0.1332
		0.2	0.1433	0.1406	0.1405	0.1405
		0.3	0.1632	0.1531	0.1485	0.1485
	30	0.1	0.1775	0.1673	0.1521	0.1521
		0.2	0.2024	0.1820	0.1589	0.1589
		0.3	0.2399	0.2015	0.1720	0.1720
50	10	0.1	0.0645	0.0657	0.0688	0.0688
		0.2	0.0695	0.0701	0.0705	0.0705
		0.3	0.0753	0.0745	0.0716	0.0716
	20	0.1	0.0959	0.0920	0.0744	0.0744
		0.2	0.1086	0.1010	0.0788	0.0788
		0.3	0.1323	0.1154	0.0827	0.0827
	30	0.1	0.1512	0.1337	0.0844	0.0844
		0.2	0.1781	0.1499	0.0887	0.0887
		0.3	0.2090	0.1611	0.0926	0.0926
100	10	0.1	0.0388	0.0386	0.0341	0.0341
		0.2	0.0444	0.0433	0.0345	0.0345
		0.3	0.0529	0.0498	0.0348	0.0348
	20	0.1	0.0727	0.0664	0.0370	0.0370
		0.2	0.0896	0.0783	0.0376	0.0376
		0.3	0.1127	0.0922	0.0398	0.0398
	30	0.1	0.1291	0.1084	0.0403	0.0403
		0.2	0.1578	0.1260	0.0421	0.0421
		0.3	0.1925	0.1403	0.0429	0.0429

ตารางที่ 75 ผลการเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{\beta}_{2,d})$ เมื่อ $\sigma^2_{x_1} : \sigma^2_{x_2} = 1:2$ และ $\sigma^2_{x_1+x_2} : \sigma^2_{\varepsilon} = 1:2$

n	r_1	r_2	$RE(\hat{\beta}_{2,d})$			
			OLS	CM	MLE_EM	MLE_EM_AD
30	10	0.1	1.18	1.14	1.00	1.00
		0.2	1.18	1.14	1.00	1.00
		0.3	1.15	1.11	1.00	1.00
	20	0.1	1.05	1.04	1.00	1.00
		0.2	0.98	1.00	1.00	1.00
		0.3	0.91	0.97	1.00	1.00
	30	0.1	0.86	0.91	1.00	1.00
		0.2	0.79	0.87	1.00	1.00
		0.3	0.72	0.85	1.00	1.00
50	10	0.1	1.07	1.05	1.00	1.00
		0.2	1.01	1.01	1.00	1.00
		0.3	0.95	0.96	1.00	1.00
	20	0.1	0.78	0.81	1.00	1.00
		0.2	0.73	0.78	1.00	1.00
		0.3	0.63	0.72	1.00	1.00
	30	0.1	0.56	0.63	1.00	1.00
		0.2	0.50	0.59	1.00	1.00
		0.3	0.44	0.58	1.00	1.00
100	10	0.1	0.88	0.88	1.00	1.00
		0.2	0.78	0.80	1.00	1.00
		0.3	0.66	0.70	1.00	1.00
	20	0.1	0.51	0.56	1.00	1.00
		0.2	0.42	0.48	1.00	1.00
		0.3	0.35	0.43	1.00	1.00
	30	0.1	0.31	0.37	1.00	1.00
		0.2	0.27	0.33	1.00	1.00
		0.3	0.22	0.31	1.00	1.00

รูปที่ 74 กราฟเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{\beta}_{2,a})$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2:\sigma_{x_2}^2=1:2$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2:\sigma_{\varepsilon}^2=1:2$



จากรูปที่ 73 – 74 และตารางที่ 74 – 75 พบว่า เมื่อเวลาในการติดตามการรอดชีวิตของผู้ป่วยมีการแจกแจง ส่วนใหญ่วิธี MLE_EM และวิธี MLE_EM_AD เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

เมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็ก ($n = 30$) ร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวาน้อย ($r_1 = 10\%$) วิธี OLS เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

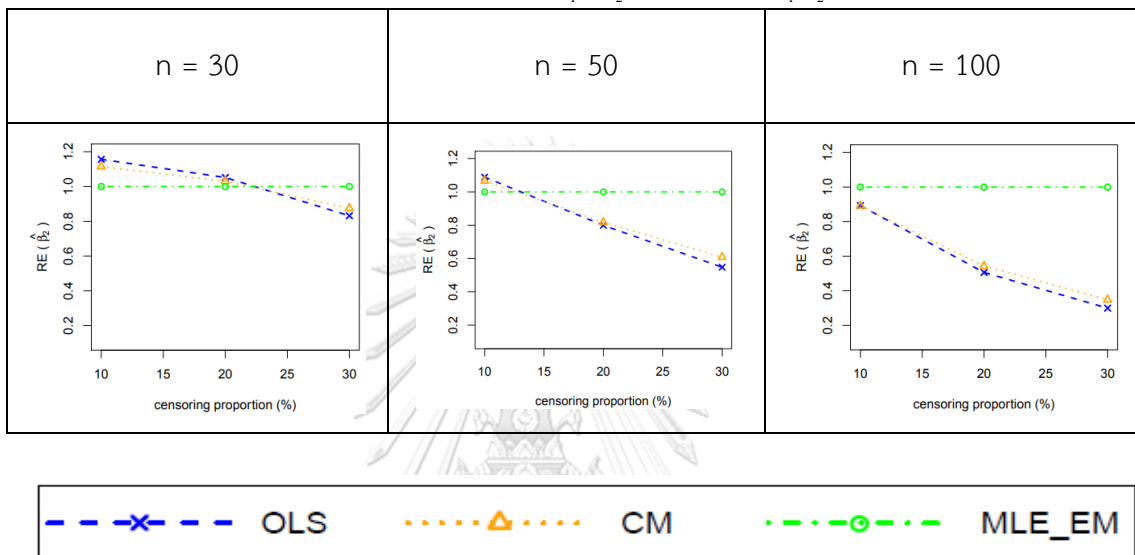
เมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็ก ($n = 30$) ร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวานกลาง ($r_1 = 20\%$)

- random censoring ratio = 0.1 วิธี OLS และ CM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด
- random censoring ratio = 0.2 วิธี CM, MLE_EM และ MLE_EM_AD เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

เมื่อตัวอย่างมีขนาดปานกลาง ($n = 50$) ร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวาน้อย ($r_1 = 10\%$)

- random censoring ratio = 0.1 วิธี OLS เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด
- random censoring ratio = 0.2 วิธี OLS และ CM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

รูปที่ 75 กราฟเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{\beta}_{2,a})$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2 : \sigma_{x_2}^2 = 1:5$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_{\varepsilon}^2 = 1:2$ กรณี $r_2 = 0$



จากรูปที่ 75 พบว่า เมื่อเวลาในการติดตามการรอดชีวิตของผู้ป่วยไม่มีการแจกแจง ส่วนใหญ่ วิธี MLE_EM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

เมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็ก ($n = 30$)

- ร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวาน้อยและปานกลาง ($r_1 = 10\%, 20\%$) วิธี OLS เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

เมื่อตัวอย่างมีขนาดปานกลาง ($n = 50$)

- ร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวาน้อย ($r_1 = 10\%$) วิธี OLS เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

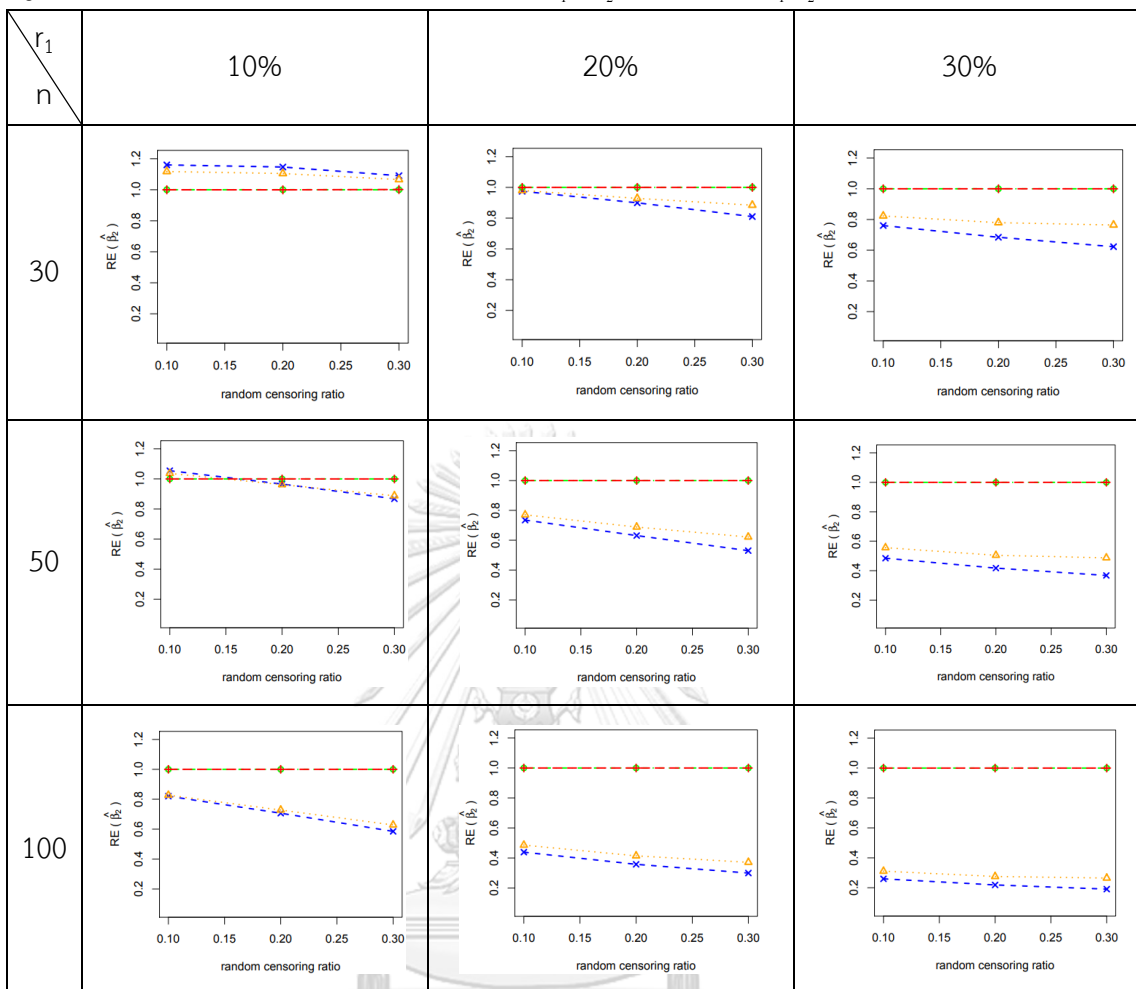
ตารางที่ 76 ผลการเปรียบเทียบค่า $AMSE(\hat{\beta}_{2,a})$ เมื่อ $\sigma^2_{x_1} : \sigma^2_{x_2} = 1:5$ และ $\sigma^2_{x_1+x_2} : \sigma^2_{\varepsilon} = 1:2$

n	r_1	r_2	AMSE($\hat{\beta}_{2,a}$)			
			OLS	CM	MLE_EM	MLE_EM_AD
30	10	0.1	0.0862	0.0895	0.1000	0.1000
		0.2	0.0885	0.0919	0.1015	0.1015
		0.3	0.0972	0.0995	0.1060	0.1059
	20	0.1	0.1112	0.1106	0.1084	0.1084
		0.2	0.1282	0.1243	0.1154	0.1154
		0.3	0.1491	0.1366	0.1208	0.1208
	30	0.1	0.1644	0.1519	0.1250	0.1250
		0.2	0.1936	0.1700	0.1325	0.1325
		0.3	0.2285	0.1863	0.1423	0.1423
50	10	0.1	0.0540	0.0549	0.0569	0.0569
		0.2	0.0600	0.0602	0.0579	0.0579
		0.3	0.0672	0.0657	0.0584	0.0584
	20	0.1	0.0843	0.0804	0.0619	0.0619
		0.2	0.1030	0.0944	0.0650	0.0650
		0.3	0.1246	0.1063	0.0661	0.0661
	30	0.1	0.1423	0.1240	0.0690	0.0690
		0.2	0.1708	0.1412	0.0713	0.0713
		0.3	0.2039	0.1538	0.0749	0.0750
100	10	0.1	0.0335	0.0332	0.0275	0.0275
		0.2	0.0394	0.0382	0.0278	0.0278
		0.3	0.0482	0.0449	0.0282	0.0282
	20	0.1	0.0683	0.0617	0.0300	0.0300
		0.2	0.0855	0.0739	0.0306	0.0306
		0.3	0.1087	0.0877	0.0325	0.0325
	30	0.1	0.1268	0.1059	0.0329	0.0329
		0.2	0.1560	0.1239	0.0341	0.0341
		0.3	0.1909	0.1375	0.0364	0.0364

ตารางที่ 77 ผลการเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{\beta}_{2,d})$ เมื่อ $\sigma^2_{x_1} : \sigma^2_{x_2} = 1:5$ และ $\sigma^2_{x_1+x_2} : \sigma^2_{\varepsilon} = 1:2$

n	r_1	r_2	$RE(\hat{\beta}_{2,d})$			
			OLS	CM	MLE_EM	MLE_EM_AD
30	10	0.1	1.16	1.12	1.00	1.00
		0.2	1.15	1.10	1.00	1.00
		0.3	1.09	1.07	1.00	1.00
	20	0.1	0.97	0.98	1.00	1.00
		0.2	0.90	0.93	1.00	1.00
		0.3	0.81	0.88	1.00	1.00
	30	0.1	0.76	0.82	1.00	1.00
		0.2	0.68	0.78	1.00	1.00
		0.3	0.62	0.76	1.00	1.00
50	10	0.1	1.05	1.04	1.00	1.00
		0.2	0.97	0.96	1.00	1.00
		0.3	0.87	0.89	1.00	1.00
	20	0.1	0.73	0.77	1.00	1.00
		0.2	0.63	0.69	1.00	1.00
		0.3	0.53	0.62	1.00	1.00
	30	0.1	0.48	0.56	1.00	1.00
		0.2	0.42	0.50	1.00	1.00
		0.3	0.37	0.49	1.00	1.00
100	10	0.1	0.82	0.83	1.00	1.00
		0.2	0.71	0.73	1.00	1.00
		0.3	0.59	0.63	1.00	1.00
	20	0.1	0.44	0.49	1.00	1.00
		0.2	0.36	0.41	1.00	1.00
		0.3	0.30	0.37	1.00	1.00
	30	0.1	0.26	0.31	1.00	1.00
		0.2	0.22	0.28	1.00	1.00
		0.3	0.19	0.26	1.00	1.00

รูปที่ 76 กราฟเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{\beta}_{2,a})$ เมื่อ $\sigma_{x_1}^2:\sigma_{x_2}^2=1:5$ และ $\sigma_{x_1+x_2}^2:\sigma_{\varepsilon}^2=1:2$



จากรูปที่ 75 – 76 และตารางที่ 76 – 77 พบว่า เมื่อเวลาในการติดตามการรอดชีวิตของผู้ป่วยมีการแจกแจง ส่วนใหญ่วิธี MLE_EM และวิธี MLE_EM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

เมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็ก ($n = 30$) ร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวาน้อย ($r_1 = 10\%$) วิธี OLS เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

เมื่อตัวอย่างมีขนาดปานกลาง ($n = 50$) ร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวาน้อย ($r_1 = 10\%$)

- random censoring ratio = 0.1 วิธี OLS และ CM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

4.4.3 ผลการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่า β_2 เมื่อ $\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_\varepsilon^2 = 1:2$

พบว่า ส่วนใหญ่วิธี MLE_EM และวิธี MLE_EM_AD เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุดในการประมาณค่า β_2

เมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็ก ($n = 30$) ร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวาน้อย ($r_1 = 10\%$) วิธี OLS และ CM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด เมื่อตัวแปรอิสระตัวที่ 1 และ 2 มีการกระจายที่ไม่แตกต่างกัน แต่เมื่อตัวแปรอิสระตัวที่ 1 และ 2 มีการกระจายที่แตกต่างกันมากขึ้น วิธี MLE_EM และ MLE_EM_AD เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

4.4.4 สรุปผลการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่า β_2

ตารางที่ 78 สรุปวิธีการประมาณค่า β_2 ที่มีประสิทธิภาพสูงสุดและวิธีที่มีประสิทธิภาพเทียบเคียง

n	r_1	r_2	$\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_\varepsilon^2$	วิธีที่มีประสิทธิภาพมากที่สุดและวิธีที่มีประสิทธิภาพเทียบเท่า ในการประมาณค่าตัวแปรตาม	
30	10	0.1	2:1	CM*, MLE_EM*, MLE_EM_AD*	
			1:1, 1:2	OLS*, CM	
		0.2	2:1	MLE_EM*, MLE_EM_AD*, CM	
			1:1	OLS*, CM*	
			1:2	OLS*, CM	
		0.3	2:1	MLE_EM*, MLE_EM_AD*	
			1:1	CM*, MLE_EM, MLE_EM_AD	
			1:2	OLS*, CM	
		20	0.1	2:1	MLE_EM*, MLE_EM_AD*
	1:1			MLE_EM*, MLE_EM_AD*, CM	
	1:2			OLS*, CM	
	0.2		2:1, 1:1	MLE_EM*, MLE_EM_AD*	
			1:2	OLS*, CM*	
	0.3		2:1, 1:1	MLE_EM*, MLE_EM_AD*	
			1:2	CM*, OLS	
	30		0.1	2:1, 1:1	MLE_EM*, MLE_EM_AD*
				1:2	CM*, MLE_EM, MLE_EM_AD
		0.2, 0.3	2:1, 1:1	MLE_EM*, MLE_EM_AD*	

ตารางที่ 78 (ต่อ) สรุปวิธีการประมาณค่า β_2 ที่มีประสิทธิภาพสูงสุดและวิธีที่มีประสิทธิภาพเทียบเคียง

n	r_1	r_2	$\sigma_{x_1+x_2}^2 : \sigma_e^2$	วิธีที่มีประสิทธิภาพมากที่สุดและวิธีที่มีประสิทธิภาพเทียบเท่า ในการประมาณค่าตัวแปรตาม
30	30	0.3	1:2	CM*, MLE_EM*, MLE_EM_AD*
50	10	0.1	2:1	MLE_EM*, MLE_EM_AD*
			1:1	MLE_EM*, MLE_EM_AD*, CM
			1:2	OLS*, CM
		0.2	2:1, 1:1	MLE_EM*, MLE_EM_AD*
			1:2	OLS*, CM*
		0.3	2:1, 1:1	MLE_EM*, MLE_EM_AD*
	1:2		OLS*, CM*, MLE_EM, MLE_EM_AD	
	20, 30	0.1, 0.2, 0.3	2:1, 1:1, 1:2	MLE_EM*, MLE_EM_AD*
100	10	0.1	2:1, 1:1	MLE_EM*, MLE_EM_AD*
			1:2	MLE_EM*, MLE_EM_AD*, OLS, CM
		0.2, 0.3	2:1, 1:1, 1:2	MLE_EM*, MLE_EM_AD*, OLS, CM
	20, 30	0.1, 0.2, 0.3	2:1, 1:1, 1:2	MLE_EM*, MLE_EM_AD*

หมายเหตุ * คือ วิธีที่มีประสิทธิภาพมากที่สุดในสถานการณ์นั้น

ปัจจัยที่มีผลต่อค่า $AMSE(\hat{\beta}_{2,a})$ และค่า $RE(\hat{\beta}_2)$

1. ขนาดตัวอย่าง

เมื่อขนาดตัวอย่างใหญ่ขึ้น ทำให้ค่า $AMSE(\hat{\beta}_{2,a})$ ของทุกวิธีมีค่าลดลง กล่าวคือ ทุกวิธีสามารถประมาณค่า β_2 ได้ใกล้เคียงมากขึ้น

เมื่อขนาดตัวอย่างใหญ่ขึ้น ทำให้ค่า $RE(\hat{\beta}_2)$ ของวิธี OLS และวิธี CM ลดลงมาก กล่าวคือวิธี OLS และวิธี CM นั้นมีประสิทธิภาพด้อยกว่าวิธี MLE_EM และวิธี MLE_EM_AD มากขึ้น

และเมื่อพิจารณาค่า $AMSE(\hat{\beta}_{2,a})$ ของวิธี MLE_EM และวิธี MLE_EM_AD พบว่าทั้งสองวิธีมีค่าใกล้เคียงกันอย่างมากจึงกล่าวได้ว่า วิธี MLE_EM_AD เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพในการประมาณค่า β_1 เทียบเท่ากับวิธี MLE_EM ไม่ว่าจะขนาดตัวอย่างเป็นเท่าไรก็ตาม

2. ร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวา

เมื่อตัวแปรตามถูกตัดปลายทางขวามากขึ้น ทำให้ค่า $AMSE(\hat{\beta}_{2,a})$ ของทุกวิธีมีค่าเพิ่มขึ้น กล่าวคือ เมื่อตัวแปรตามถูกตัดปลายทางขวามากขึ้น ทำให้ความสามารถในการประมาณค่า β_2 ของทุกวิธีลดลง

เมื่อตัวแปรตามถูกตัดปลายทางขวามากขึ้น ทำให้ค่า $RE(\hat{\beta}_2)$ ของวิธี OLS และวิธี CM ลดลงมาก กล่าวคือ วิธี OLS และวิธี CM นั้นมีประสิทธิภาพด้อยกว่าวิธี MLE_EM และวิธี MLE_EM_AD มากขึ้น

และเมื่อพิจารณาค่า $AMSE(\hat{\beta}_{2,a})$ ของวิธี MLE_EM และวิธี MLE_EM_AD พบว่าทั้งสองวิธีมีค่าใกล้เคียงกันอย่างมากจึงกล่าวได้ว่า วิธี MLE_EM_AD เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพในการประมาณค่า β_2 เทียบเท่ากับวิธี MLE_EM ไม่ว่าจะร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวาเป็นเท่าไรก็ตาม

3. random censoring ratio

เมื่อเวลาในการติดตามการรอดชีวิตของผู้ป่วยมีช่วงการแจกแจงที่กว้างขึ้น ทำให้ค่า $AMSE(\hat{\beta}_{2,a})$ ของทุกวิธีมีค่าเพิ่มขึ้น กล่าวคือ เมื่อเวลาในการติดตามการรอดชีวิตของผู้ป่วยมีช่วงการแจกแจงที่กว้างขึ้น ทำให้ความสามารถในการประมาณค่า β_2 ของทุกวิธีลดลง

และเมื่อพิจารณาค่า $AMSE(\hat{\beta}_{2,a})$ ของวิธี MLE_EM และวิธี MLE_EM_AD พบว่าทั้งสองวิธีมีค่าใกล้เคียงกันอย่างมากจึงกล่าวได้ว่า วิธี MLE_EM_AD เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพในการประมาณค่า β_2 เทียบเท่ากับวิธี MLE_EM ไม่ว่าจะช่วงความกว้างของการแจกแจงของเวลาในการติดตามการรอดชีวิตของผู้ป่วยเป็นเท่าไรก็ตาม

4. อัตราส่วนความแปรปรวนของตัวแปรอิสระตัวที่ 1 และตัวแปรอิสระตัวที่ 2

เมื่อตัวแปรอิสระตัวที่ 1 และ 2 มีการกระจายที่แตกต่างกันมากขึ้น ค่า $AMSE(\hat{\beta}_{2,a})$ ของแต่ละวิธีลดลง กล่าวคือ เมื่อตัวแปรอิสระตัวที่ 1 และ 2 มีการกระจายที่แตกต่างกัน ทำให้ทุกวิธีสามารถประมาณค่า ค่า β_1 ได้ดีขึ้น

เมื่อตัวแปรอิสระตัวที่ 1 และ 2 มีการกระจายที่แตกต่างกันมากขึ้น ค่า $RE(\hat{\beta}_2)$ ของวิธี OLS และ CM ลดลง กล่าวคือ วิธี OLS และ CM สามารถประมาณค่า β_1 ได้แม่นยำเมื่อเทียบกับวิธี MLE_EM

และเมื่อพิจารณาค่า $AMSE(\hat{\beta}_{2,a})$ ของวิธี MLE_EM และวิธี MLE_EM_AD พบว่าทั้งสองวิธีมีค่าใกล้เคียงกันอย่างมากจึงกล่าวได้ว่า วิธี MLE_EM_AD เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพในการประมาณ

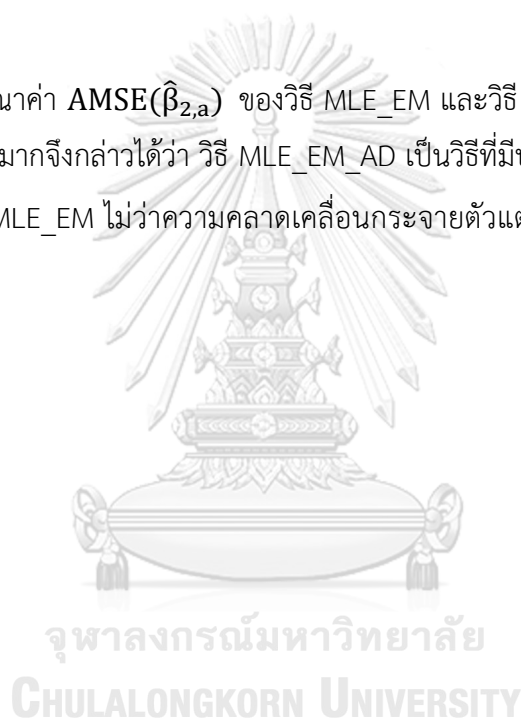
ค่า β_2 เทียบเท่ากับวิธี MLE_EM ไม่ว่าตัวแปรอิสระตัวที่ 1 และ 2 มีการกระจายที่แตกต่างกันมากเท่าไรก็ตาม

5. อัตราส่วนความแปรปรวนรวมของตัวแปรอิสระต่อความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน

เมื่อความคลาดเคลื่อนกระจายตัวมากกว่าตัวแปรอิสระมากขึ้น ทำให้ค่า $AMSE(\hat{\beta}_{2,a})$ ลดลง กล่าวคือ เมื่อความคลาดเคลื่อนกระจายตัวมากกว่าตัวแปรอิสระ ทำให้ทุกวิธีสามารถประมาณค่า β_2 ได้ดียิ่งขึ้น

เมื่อความคลาดเคลื่อนกระจายตัวมากกว่าตัวแปรอิสระมากขึ้น ทำให้ค่า $RE(\hat{\beta}_2)$ ของวิธี OLS และ CM ลดลง กล่าวคือ วิธี OLS และ CM สามารถประมาณค่า β_1 ได้แม่นยำเมื่อเทียบกับวิธี MLE_EM

และเมื่อพิจารณาค่า $AMSE(\hat{\beta}_{2,a})$ ของวิธี MLE_EM และวิธี MLE_EM_AD พบว่าทั้งสองวิธีมีค่าใกล้เคียงกันอย่างมากจึงกล่าวได้ว่า วิธี MLE_EM_AD เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพในการประมาณค่า β_1 เทียบเท่ากับวิธี MLE_EM ไม่ว่าความคลาดเคลื่อนกระจายตัวแตกต่างกับตัวแปรอิสระมากเท่าไรก็ตาม



บทที่ 5

สรุปผลการดำเนินงาน และข้อเสนอแนะ


การนำไปประยุกต์ใช้งานนั้นเน้นไปที่การประมาณค่าตัวแปรตามมากกว่า ดังนั้นจึงสรุปผลจากการเปรียบเทียบค่า $RE(\hat{Y})$ เป็นหลัก

5.1 สรุปและอภิปรายผลการดำเนินงาน

ตารางที่ 79 วิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุดในการประมาณค่าตัวแปรตามจากตัวแบบการถดถอยเมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็ก ($n = 30$)

$r_1 \backslash r_2$	10%			20%			30%		
0.1	1:2	1:1	2:1	1:2	1:1	2:1	1:2	1:1	2:1
0.2	1:2	1:1	2:1	1:2	1:1	2:1	1:2	1:1	2:1
0.3	1:2	1:1	2:1	1:2	1:1	2:1	1:2	1:1	2:1





หมายเหตุ 1:2, 1:1 และ 2:1 คืออัตราส่วนความแปรปรวนรวมของตัวแปรอิสระต่อความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน

 OLS	 CM	 MLE_EM, MLE_EM_AD	 OLS, CM
 CM, MLE_EM, MLE_EM_AD			

ตารางที่ 80 วิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุดในการประมาณค่าตัวแปรตามจากตัวแบบการถดถอยเมื่อตัวอย่างมีขนาดปานกลาง ($n = 50$)

$r_1 \backslash r_2$	10%			20%			30%		
0.1	1:2	1:1	2:1	1:2	1:1	2:1	1:2	1:1	2:1
0.2	1:2	1:1	2:1	1:2	1:1	2:1	1:2	1:1	2:1
0.3	1:2	1:1	2:1	1:2	1:1	2:1	1:2	1:1	2:1



หมายเหตุ 1:2, 1:1 และ 2:1 คืออัตราส่วนความแปรปรวนรวมของตัวแปรอิสระต่อความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน

 OLS	 CM	 MLE_EM, MLE_EM_AD	 OLS, CM
 CM, MLE_EM, MLE_EM_AD			

ตารางที่ 81 วิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุดในการประมาณค่าตัวแปรตามจากตัวแบบการถดถอยเมื่อตัวอย่างมีขนาดใหญ่ ($n = 100$)

$r_1 \backslash r_2$	10%			20%			30%		
0.1	1:2	1:1	2:1	1:2	1:1	2:1	1:2	1:1	2:1
0.2	1:2	1:1	2:1	1:2	1:1	2:1	1:2	1:1	2:1
0.3	1:2	1:1	2:1	1:2	1:1	2:1	1:2	1:1	2:1

หมายเหตุ 1:2, 1:1 และ 2:1 คืออัตราส่วนความแปรปรวนรวมของตัวแปรอิสระต่อความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน

 OLS	 CM	 MLE_EM, MLE_EM_AD	 OLS, CM
 CM, MLE_EM, MLE_EM_AD			

จากตารางที่ 79 – 81 พบว่า วิธี OLS เป็นวิธีที่คำนวณโดยมองตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวาแบบที่ 1 เสมือนเป็นตัวแปรตามที่ไม่ถูกตัดปลายทางขวา ตัววิธีไม่มีความซับซ้อน ทำให้ค่าประมาณของตัวแปรตามมีค่าต่ำกว่าความเป็นจริง วิธี CM เป็นวิธีที่มีการตัดแปลงวิธี OLS ให้เหมาะสมกับการคำนวณในกรณีที่ตัวแปรตามถูกตัดปลายทางขวาประเภทที่ 1 โดยมีการแทนค่าตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวาแบบที่ 1 ก่อนนำข้อมูลไปคำนวณ แต่การแทนค่าข้อมูลไม่ได้มีความซับซ้อนทำให้ข้อมูลที่ถูกแทนค่ายังคงไม่สมบูรณ์อยู่ ในขณะที่วิธี MLE_EM ได้มีการแทนค่าข้อมูลที่ถูกต้องตัดปลายทางขวาประเภทที่ 1 อย่างสมบูรณ์ ทำให้จำนวนสถานการณ์ที่วิธี MLE_EM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุดในการประมาณค่าเยอะกว่าวิธีอื่น สำหรับวิธี MLE_EM_AD ซึ่งเป็นวิธีที่มีการแก้ไขข้อมูลก่อนนำไปคำนวณด้วยวิธี MLE_EM นั้น พบว่า วิธี MLE_EM_AD ให้ค่า $AMSE(\hat{Y})$ ใกล้เคียงกับวิธี MLE_EM อย่างมาก ซึ่งถือได้ว่าวิธี MLE_EM_AD มีประสิทธิภาพเทียบเท่ากับวิธี MLE_EM ในทุกสถานการณ์

เมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็ก ($n = 30$) อัตราส่วนการกระจายตัวของตัวแปรอิสระต่อการกระจายตัวของความคลาดเคลื่อน, ร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวา, random censoring ratio ล้วนส่งผลต่อการประมาณค่าตัวแปรตามจากตัวแบบถดถอย ซึ่งสามารถสรุปผลได้ดังนี้

- ตัวแปรอิสระมีการกระจายตัวน้อยกว่าความคลาดเคลื่อน เมื่อตัวแปรตามถูกตัดปลายทางขวาน้อย ($r_1 = 10\%$) และ random censoring ratio = 0.1, 0.2, 0.3 วิธี OLS เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุดในการประมาณค่าตัวแปรตาม
- ตัวแปรอิสระมีการกระจายตัวเท่ากับความคลาดเคลื่อน เมื่อตัวแปรตามถูกตัดปลายทางขวาน้อย ($r_1 = 10\%$) และ random censoring ratio = 0.1 วิธี OLS และวิธี CM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุดในการประมาณค่าตัวแปรตาม แต่เมื่อ

random censoring ratio = 0.2, 0.3 วิธี CM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุดในการประมาณค่าตัวแปรตาม

- ตัวแปรอิสระมีการกระจายตัวมากกว่าความคลาดเคลื่อน เมื่อตัวแปรตามถูกตัดปลายทางขวาน้อย ($r_1 = 10\%$) และ random censoring ratio = 0.1 วิธี CM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุดในการประมาณค่าตัวแปรตาม แต่เมื่อ random censoring ratio เพิ่มขึ้นประสิทธิภาพของวิธี CM เริ่มลดลงโดย random censoring ratio = 0.2 วิธี CM, วิธี MLE_EM และวิธี MLE_EM_AD เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุดในการประมาณค่าตัวแปรตาม และเมื่อ random censoring ratio = 0.3 วิธี MLE_EM และวิธี MLE_EM_AD เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุดในการประมาณค่าตัวแปรตาม
- ตัวแปรอิสระมีการกระจายตัวน้อยกว่าความคลาดเคลื่อน เมื่อตัวแปรตามถูกตัดปลายทางขวาปานกลาง ($r_1 = 20\%$) และ random censoring ratio = 0.1, 0.2, 0.3 วิธี CM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุดในการประมาณค่าตัวแปรตาม
- ตัวแปรอิสระมีการกระจายตัวมากกว่าหรือเท่ากับความคลาดเคลื่อน เมื่อตัวแปรตามถูกตัดปลายทางขวาปานกลาง ($r_1 = 20\%$) และ random censoring ratio = 0.1, 0.2, 0.3 วิธี MLE_EM และวิธี MLE_EM_AD เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุดในการประมาณค่าตัวแปรตาม
- ตัวแปรอิสระมีการกระจายตัวน้อยกว่าความคลาดเคลื่อน เมื่อตัวแปรตามถูกตัดปลายทางขวามาก ($r_1 = 30\%$) และ random censoring ratio = 0.1, 0.2, 0.3 วิธี CM, วิธี MLE_EM และวิธี MLE_EM_AD เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุดในการประมาณค่าตัวแปรตาม
- ตัวแปรอิสระมีการกระจายตัวมากกว่าหรือเท่ากับความคลาดเคลื่อน เมื่อตัวแปรตามถูกตัดปลายทางขวาปานกลาง ($r_1 = 20\%$) และ random censoring ratio = 0.1, 0.2, 0.3 วิธี MLE_EM และวิธี MLE_EM_AD เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุดในการประมาณค่าตัวแปรตาม

เมื่อตัวอย่างมีขนาดปานกลาง ($n = 50$) และร้อยละของตัวแปรตามที่ถูกตัดปลายทางขวาปานกลางและมาก ($r_1 = 20\%, 30\%$) พบว่าวิธี MLE_EM และวิธี MLE_EM_AD เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุดในการประมาณค่าตัวแปรตาม ส่วนกรณีที่ตัวแปรตามถูกตัดปลายทางขวาน้อย ($r_1 = 10\%$) มีวิธีที่เหมาะสมกับแต่ละสถานการณ์ดังนี้

- ตัวแปรอิสระมีการกระจายตัวน้อยกว่าความคลาดเคลื่อน เมื่อตัวแปรตามถูกตัดปลายทางขวาน้อย ($r_1 = 10\%$) และ random censoring ratio = 0.1, 0.2 วิธี

OLS และวิธี CM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุดในการประมาณค่าตัวแปรตาม แต่เมื่อ random censoring ratio = 0.3 วิธี CM เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุดในการประมาณค่าตัวแปรตาม

- ตัวแปรอิสระมีการกระจายตัวเท่ากับความคลาดเคลื่อน เมื่อตัวแปรตามถูกตัดปลายทางขวาน้อย ($r_1 = 10\%$) และ random censoring ratio = 0.1 วิธี CM, วิธี MLE_EM และวิธี MLE_EM_AD เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุดในการประมาณค่าตัวแปรตาม แต่เมื่อ random censoring ratio = 0.2, 0.3 วิธี MLE_EM และวิธี MLE_EM_AD เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุดในการประมาณค่า
- ตัวแปรอิสระมีการกระจายตัวมากกว่าความคลาดเคลื่อน เมื่อตัวแปรตามถูกตัดปลายทางขวาน้อย ($r_1 = 10\%$) และ random censoring ratio = 0.1, 0.2, 0.3 วิธี MLE_EM และวิธี MLE_EM_AD เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุดในการประมาณค่าตัวแปรตาม

เมื่อตัวอย่างมีขนาดใหญ่ ($n = 100$) พบว่าวิธี MLE_EM และวิธี MLE_EM_AD เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุดในการประมาณค่าตัวแปรตามในทุกสถานการณ์ เนื่องจากเมื่อตัวอย่างมีขนาดใหญ่ทำให้แต่ละวิธีสามารถประมาณค่าตัวแปรตามได้ใกล้เคียงกับค่าที่แท้จริงของตัวแปรตามมากขึ้น แต่วิธี OLS และวิธี CM มีประสิทธิภาพในการประมาณค่าที่ต่ำกว่าวิธี MLE_EM และวิธี MLE_EM_AD

5.2 ข้อเสนอแนะ

ในการวิจัยครั้งนี้ได้ศึกษากรณีจุดที่ผู้ป่วยเข้ารับการรักษามีการแจกแจงแบบสมมาตร ดังนั้นควรทำการศึกษาในกรณีจุดที่ผู้ป่วยเข้ารับการรักษาที่มีการแจกแจงแบบอื่น หรือในกรณีตัวแปรอิสระมากกว่า 2 ตัว หรือ ตัวแปรอิสระมีความสัมพันธ์กัน

บรรณานุกรม

- Aitkin, M. (1981). "A note on the regression analysis of censored data." Technometrics 23(2): 161-163.
- Chatterjee, S. and D. McLeish (1986). "Fitting linear regression models to censored data by least squares and maximum likelihood methods." Communications in Statistics-Theory and Methods 15(11): 3227-3243.
- Dempster, A. P., et al. (1977). "Maximum likelihood from incomplete data via the EM algorithm." Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Methodological) 39(1): 1-22.
- Gauss, C. F. (1809). "Theoria Motus Corporum Coelestium in Sectionibus Conicis Solem Ambientium." Retrieved 30th November, 2018, from https://archive.org/details/bub_gb_ORUOAAAAOAAJ
- Jöreskog, K. G. (2002). "Censored Variables and Censored Regression.". Retrieved 30th November, 2018, from <http://www.ssicentral.com/lisrel/techdocs/censor.pdf>
- Klein, J. P. and M. L. Moeschberger (2003). Survival analysis: techniques for censored and truncated data, Springer Science & Business Media.
- จำเนียร จำนงรักษ์. (2539). การพยากรณ์ในสมการถดถอยเชิงเส้นพหุเมื่อค่าตัวแปรตามถูกตัดปลายทางขวา. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต, สาขาวิชาประกันภัย ภาควิชาสถิติ บัณฑิตวิทยาลัยจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ธีระพร วีระถาวร. (2536). การอนุมานเชิงสถิติขั้นกลาง: โครงสร้างและความหมาย. พิมพ์ครั้งที่ 2 . กรุงเทพมหานคร : สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

บังอร กุมพล. (2539). การวิเคราะห์การถดถอยเชิงเส้นพหุ เมื่อตัวแปรตามมีค่าถูกตัดทิ้งทางขวากรณี

ค่าตัดทิ้งประเภทที่ 1. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต, ภาควิชาสถิติ สาขาวิชาสถิติ บัณฑิตวิทยาลัยจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ศิวพร ทิพย์พันธุ์. (2561). การศึกษาเปรียบเทียบการประมาณค่าจากตัวแบบความถดถอยสำหรับ

ข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาแบบที่ 1 ที่มีการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต, ภาควิชาสถิติ สาขาวิชาสถิติ บัณฑิตวิทยาลัยจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.



ภาคผนวก

คำสั่งที่ใช้ในโปรแกรม R เวอร์ชัน 3.4.2

```
library(censReg)
Variance<-data.frame(var_x1=rep(c(0.015,0.030,0.045),3),
var_x2=rep(c(0.075,0.060,0.045),3), var_error=c(rep(0.045,3),rep(0.090,3),rep(0.180,3)))
N<-c(30,50,100)
R1<-c(0.9,0.8,0.7)
R2<-c(0.1,0.2,0.3)
beta0<-0.3
beta1<-1
beta2<-1
nloop<-10000
for( i in 1:nrow(Variance)){
  for( n in N){
    for( r1 in R1){
      for( r2 in R2){
        A<-c()
        B<-c()
        C<-c()
        NN<-c()
        RR1<-c()
        RR2<-c()
        TOTAL_betahat0_OLS<-c()
        TOTAL_betahat1_OLS<-c()
        TOTAL_betahat2_OLS<-c()
        TOTAL_betahat0_CM<-c()
        TOTAL_betahat1_CM<-c()
        TOTAL_betahat2_CM<-c()
        TOTAL_betahat0_MLE_EM<-c()
        TOTAL_betahat1_MLE_EM<-c()
      }
    }
  }
}
```



```

TOTAL_betahat2_MLE_EM<-c()
TOTAL_betahat0_MLE_EM_AD<-c()
TOTAL_betahat1_MLE_EM_AD<-c()
TOTAL_betahat2_MLE_EM_AD<-c()
TOTAL_MSE_OLS<-c()
TOTAL_MSE_CM<-c()
TOTAL_MSE_MLE_EM<-c()
TOTAL_MSE_MLE_EM_AD<-c()
for ( k in 1:nloop){
  a<-Variance[i,1]
  b<-Variance[i,2]
  c<-Variance[i,3]
  ###Generate Data###
  function_generate<-function(a,b,c,n,r1,r2){
    x1<-rnorm(n,0,sqrt(a))
    x2<-rnorm(n,0,sqrt(b))
    error<-rnorm(n,0,sqrt(c))
    ytrue<-exp(0.3+x1+x2)
    yobs<-exp(0.3+x1+x2+error)
    yc<-qlnorm(r1,0.3,sqrt(a+b+c))
    cen<-runif(n,-r2*yc, r2*yc)+yc
    logcen<-log(cen)
    ystar<-apply(cbind(yobs,cen),1,min)
    logystar<-log(ystar)
    specifycen<-as.numeric(yobs>cen)
    datafull<-
data.frame(x1=x1,x2=x2,ytrue=ytrue,specifycen=specifycen,logcen=logcen,logystar=logystar,yobs=yobs)
    return(datafull)
  }
  myfun<-function(a,b,c,n,r1,r2){

```

```

out<-function_generate(a,b,c,n,r1,r2)
while(sum(out$specifycen==0)<3){out<-myfun(a,b,c,n,r1,r2)}
out
}
datafull<-myfun(a,b,c,n,r1,r2)
data1<-datafull[,1:6]
###OLS###
OLS<-lm(logystar ~ x1 + x2,data=data1)
###MSE_OLS###
betahat0_OLS<-as.numeric(coef(OLS)[1])
betahat1_OLS<-as.numeric(coef(OLS)[2])
betahat2_OLS<-as.numeric(coef(OLS)[3])
logyhat_OLS<-
betahat0_OLS+(betahat1_OLS*data1[1])+(betahat2_OLS*data1[2])
yhat_OLS<-exp(logyhat_OLS)
mse_OLS<-mean((yhat_OLS-data1[3])^2)
TOTAL_betahat0_OLS<-c(TOTAL_betahat0_OLS,betahat0_OLS)
TOTAL_betahat1_OLS<-c(TOTAL_betahat1_OLS,betahat1_OLS)
TOTAL_betahat2_OLS<-c(TOTAL_betahat2_OLS,betahat2_OLS)
TOTAL_MSE_OLS<-c(TOTAL_MSE_OLS,mse_OLS)
###CM###
function_new_betahat_CM<-function(old_betahat_CM){
logyhat_censor_CM<-
old_betahat_CM[1]+(old_betahat_CM[2]*data_censor[1])+(old_betahat_CM[3]*data_c
ensor[2])
###logyhat_censor_CM or logcen###
newlogy_censor_CM<-apply(cbind(data_censor[5],logyhat_censor_CM),1,max)
data2<-data.frame(data_censor[,1:5],logystar=newlogy_censor_CM)
data3<-rbind(data_nocensor,data2)
CM<-lm(logystar ~ x1+x2,data=data3)
new_betahat_CM<-as.numeric(coef(CM))

```

```

    return(new_betahat_CM)
}
data_nocensor<-subset(data1, specifycen ==0)
data_censor<-subset(data1, specifycen ==1)
CM_begin<-lm(logystar ~ x1 + x2,data=data_nocensor)
old_betahat_CM<-coef(CM_begin)
new_betahat_CM<-function_new_betahat_CM(old_betahat_CM)
max_ab_diff_CM<-max(abs(old_betahat_CM-new_betahat_CM))
while(max_ab_diff_CM>0.001){
  old_betahat_CM<-new_betahat_CM
  new_betahat_CM<-function_new_betahat_CM(old_betahat_CM)
  max_ab_diff_CM<-max(abs(old_betahat_CM-new_betahat_CM))
  print(new_betahat_CM)
}
###MSE_CM###
betahat0_CM<-new_betahat_CM[1]
betahat1_CM<-new_betahat_CM[2]
betahat2_CM<-new_betahat_CM[3]
logyhat_CM<-betahat0_CM+(betahat1_CM*data1[1])+(betahat2_CM*data1[2])
yhat_CM<-exp(logyhat_CM)
mse_CM<-mean((yhat_CM-data1[3])^2)
TOTAL_betahat0_CM<-c(TOTAL_betahat0_CM,betahat0_CM)
TOTAL_betahat1_CM<-c(TOTAL_betahat1_CM,betahat1_CM)
TOTAL_betahat2_CM<-c(TOTAL_betahat2_CM,betahat2_CM)
TOTAL_MSE_CM<-c(TOTAL_MSE_CM,mse_CM)
###MLE_EM###
function_new_MLE_EM<-
function(old_betahat_MLE_EM,old_sigmahat_MLE_EM){
  ### E-Step###

```

```

    muhat_censore<-
old_betahat_MLE_EM[1]+(old_betahat_MLE_EM[2]*data_censor[1])+(old_betahat_ML
E_EM[3]*data_censor[2])
    muhat_nocensore<-
old_betahat_MLE_EM[1]+(old_betahat_MLE_EM[2]*data_nocensor[1])+(old_betahat_
MLE_EM[3]*data_nocensor[2])
    zhat<-as.matrix((data_censor[5]-muhat_censore)/old_sigmahat_MLE_EM)
    density_funtion<-(1/(sqrt(2*pi)))*exp(-(zhat^2)/2)
    survival_function<-pnorm(zhat, mean = 0, sd = 1, lower.tail = FALSE)
    hazard_function<-(density_funtion/survival_function)
    log_yhat_MLE_EM_censor<-
muhat_censore+(old_sigmahat_MLE_EM*hazard_function)
    data4<-data.frame(data_censor[,1:5],logystar = log_yhat_MLE_EM_censor)
    colnames(data4)<-c('x1','x2','ytrue','specifycen','logcen','logystar')
    data5<-rbind(data_nocensor,data4)
    ###M-Step ###
    EM<-lm(logystar ~ x1 + x2,data=data5)
    new_betahat_MLE_EM<-as.numeric(coef(EM))
    new_sigmahat_MLE_EM<-sqrt((sum((data_nocensor[6]-
muhat_nocensore)^2)+((old_sigmahat_MLE_EM^2)*sum(1+(zhat*hazard_function))))/n
)
    new<-c(new_betahat_MLE_EM,new_sigmahat_MLE_EM)
    return(new)
}
MLE_EM_begin<-lm(logystar ~ x1 + x2,data=data1)
old_betahat_MLE_EM<-coef(MLE_EM_begin)
old_sigmahat_MLE_EM<-summary(MLE_EM_begin)$sigma
NEW<-function_new_MLE_EM(old_betahat_MLE_EM,old_sigmahat_MLE_EM)
new_betahat_MLE_EM<-NEW[1:3]
new_sigmahat_MLE_EM<-NEW[4]
max_ab_diff_MLE_EM<-max(abs(old_betahat_MLE_EM-new_betahat_MLE_EM))

```

```

while(max_ab_diff_MLE_EM>0.001){
  old_betahat_MLE_EM<-new_betahat_MLE_EM
  old_sigmahat_MLE_EM<-new_sigmahat_MLE_EM
  new_betahat_sigmahat<-
function_new_MLE_EM(old_betahat_MLE_EM,old_sigmahat_MLE_EM)
  new_betahat_MLE_EM<-new_betahat_sigmahat[1:3]
  new_sigmahat_MLE_EM<-new_betahat_sigmahat[4]
  max_ab_diff_MLE_EM<-max(abs(old_betahat_MLE_EM-
new_betahat_MLE_EM))
  print(new_betahat_sigmahat)
}
###MSE_MLE_EM###
betahat0_MLE_EM<-new_betahat_sigmahat[1]
betahat1_MLE_EM<-new_betahat_sigmahat[2]
betahat2_MLE_EM<-new_betahat_sigmahat[3]
logyhat_MLE_EM<-
betahat0_MLE_EM+(betahat1_MLE_EM*data1[1])+(betahat2_MLE_EM*data1[2])
yhat_MLE_EM<-exp(logyhat_MLE_EM)
mse_MLE_EM<-mean((yhat_MLE_EM-data1[3])^2)
TOTAL_betahat0_MLE_EM<-c(TOTAL_betahat0_MLE_EM,betahat0_MLE_EM)
TOTAL_betahat1_MLE_EM<-c(TOTAL_betahat1_MLE_EM,betahat1_MLE_EM)
TOTAL_betahat2_MLE_EM<-c(TOTAL_betahat2_MLE_EM,betahat2_MLE_EM)
TOTAL_MSE_MLE_EM<-c(TOTAL_MSE_MLE_EM,mse_MLE_EM)
###MLE_EM_AD###
###Part Adjust Data###
ad_cen<-qlnorm(r1,0.3,sqrt(a+b+c))*(1-r2/2)
ad_logcen<-log(ad_cen)
ad_ystar<-apply(cbind(datafull$yobs,ad_cen),1,min)
ad_logystar<-log(ad_ystar)
ad_specifycen<-as.numeric(datafull$yobs>ad_cen)

```



```

ad_data<-
data.frame(x1=datafull$x1,x2=datafull$x2,ytrue=datafull$ytrue,specifycen=ad_specify
cen,logcen=ad_logcen,logystar=ad_logystar)
###Part MLE_EM###
MLE_EM_AD_begin<-lm(logystar ~ x1 + x2,data=ad_data)
old_betahat_MLE_EM_AD<-coef(MLE_EM_AD_begin)
old_sigmahat_MLE_EM_AD<-summary(MLE_EM_AD_begin)$sigma
ad_NEW<-
function_new_MLE_EM(old_betahat_MLE_EM_AD,old_sigmahat_MLE_EM_AD)
new_betahat_MLE_EM_AD<-ad_NEW[1:3]
new_sigmahat_MLE_EM_AD<-ad_NEW[4]
max_ab_diff_MLE_EM_AD<-max(abs(old_betahat_MLE_EM_AD-
new_betahat_MLE_EM_AD))
while(max_ab_diff_MLE_EM_AD>0.001){
old_betahat_MLE_EM_AD<-new_betahat_MLE_EM_AD
old_sigmahat_MLE_EM_AD<-new_sigmahat_MLE_EM_AD
ad_new_betahat_sigmahat<-
function_new_MLE_EM(old_betahat_MLE_EM_AD,old_sigmahat_MLE_EM_AD)
new_betahat_MLE_EM_AD<-ad_new_betahat_sigmahat[1:3]
new_sigmahat_MLE_EM_AD<-ad_new_betahat_sigmahat[4]
max_ab_diff_MLE_EM_AD<-max(abs(old_betahat_MLE_EM_AD-
new_betahat_MLE_EM_AD))
print(ad_new_betahat_sigmahat)
}
###MSE_MLE_EM_AD###
betahat0_MLE_EM_AD<-ad_new_betahat_sigmahat[1]
betahat1_MLE_EM_AD<-ad_new_betahat_sigmahat[2]
betahat2_MLE_EM_AD<-ad_new_betahat_sigmahat[3]
logyhat_MLE_EM_AD<-
betahat0_MLE_EM_AD+(betahat1_MLE_EM_AD*data1[1])+(betahat2_MLE_EM_AD*data
1[2])

```

```

yhat_MLE_EM_AD<-exp(logyhat_MLE_EM_AD)
mse_MLE_EM_AD<-mean((yhat_MLE_EM_AD-ad_data[3])^2)
TOTAL_betahat0_MLE_EM_AD<-
c(TOTAL_betahat0_MLE_EM_AD,betahat0_MLE_EM_AD)
TOTAL_betahat1_MLE_EM_AD<-
c(TOTAL_betahat1_MLE_EM_AD,betahat1_MLE_EM_AD)
TOTAL_betahat2_MLE_EM_AD<-
c(TOTAL_betahat2_MLE_EM_AD,betahat2_MLE_EM_AD)
TOTAL_MSE_MLE_EM_AD<-c(TOTAL_MSE_MLE_EM_AD,mse_MLE_EM_AD)
A<-c(A,a)
B<-c(B,b)
C<-c(C,c)
NN<-c(NN,n)
RR1<-c(RR1,(1-r1)*100)
RR2<-c(RR2,r2)
###COUNT TIME###
pie(c(k,nloop-k),c(k,nloop-k),radius=1,main=paste(a,b,c,n,(1-
r1)*100,r2,sep=','),clockwise=T)
}
DATA<-
data.frame(A,B,C,NN,RR1,RR2,TOTAL_betahat0_OLS,TOTAL_betahat1_OLS,TOTAL_beta
hat2_OLS,TOTAL_MSE_OLS,TOTAL_betahat0_CM,TOTAL_betahat1_CM,TOTAL_betaha
t2_CM,TOTAL_MSE_CM,TOTAL_betahat0_MLE_EM,TOTAL_betahat1_MLE_EM,TOTAL_
betahat2_MLE_EM,TOTAL_MSE_MLE_EM,TOTAL_betahat0_MLE_EM_AD,TOTAL_betah
at1_MLE_EM_AD,TOTAL_betahat2_MLE_EM_AD,TOTAL_MSE_MLE_EM_AD)
colnames(DATA)<-c('variance x1','variance x2','variance error','n','r1','r2','betahat0
OLS','betahat1 OLS','betahat2 OLS','MSE OLS','betahat0 CM','betahat1 CM','betahat2
CM','MSE CM','betahat0 MLE_EM','betahat1 MLE_EM','betahat2 MLE_EM','MSE
MLE_EM','betahat0 MLE_EM_AD','betahat1 MLE_EM_AD','betahat2 MLE_EM_AD','MSE
MLE_EM_AD')

```

```

write.csv(DATA,paste('output1',var x1 ='a',var x2 ='b',var error ='c',n ='n',r1
=','(1-r1)*100',r2 ='r2','.csv',sep=' '),row.names=F)
}
}
}
}

```

###Find MSE(betahat0), MSE(betahat1), MSE(betahat2), AMSE(yhat) ###

```

DATA<-c()
for( i in 1:nrow(Variance)){
  for( n in N){
    for( r1 in R1){
      for( r2 in R2){
        a<-Variance[i,1]
        b<-Variance[i,2]
        c<-Variance[i,3]
        total_data<-read.csv(paste('output1',var x1 ='a',var x2 ='b',var error ='c',n
='n',r1 ='(1-r1)*100',r2 ='r2','.csv',sep=' '))
        data_OLS<-data.frame(total_data[7:10],"OLS")
        data_CM<-data.frame(total_data[11:14],"CM")
        data_MLE_EM<-data.frame(total_data[15:18],"MLE_EM")
        data_MLE_EM_AD<-data.frame(total_data[19:22],"MLE_EM_AD")
        function_dat<-function(data){
          variance_x1<-a
          variance_x2<-b
          variance_error<-c
          variance_x<-a+b
          variance_x1.variance_x2<-a/b
          variance_x.variance_error<-(a+b)/c
          method<-data[1,5]
          bias_betahat0<-mean(as.matrix(data[1]))-beta0
          bias_betahat1<-mean(as.matrix(data[2]))-beta1

```

```

bias_betahat2<-mean(as.matrix(data[3]))-beta2
var_betahat0<-as.numeric(var(data[1]))
var_betahat1<-as.numeric(var(data[2]))
var_betahat2<-as.numeric(var(data[3]))
mse_betahat0<-var_betahat0+((bias_betahat0)^2)
mse_betahat1<-var_betahat1+((bias_betahat1)^2)
mse_betahat2<-var_betahat2+((bias_betahat2)^2)
AMSE_yhat<-mean(as.matrix(data[4]))
dat<-data.frame(n,100*(1-
r1),r2,variance_x1,variance_x2,variance_error,variance_x,variance_x1.variance_x2,varian
ce_x.variance_error,method,mse_betahat0,mse_betahat1,mse_betahat2,AMSE_yhat)
  colnames(dat)<-
c('n','r1','r2','variance_x1','variance_x2','variance_error','variance_x','variance_x1.variance
_x2','variance_x.variance_error','method','mse_betahat0','mse_betahat1','mse_betahat2
','AMSE_yhat')
  return(dat)
}
DATA<-
rbind(DATA,function_dat(data_OLS),function_dat(data_CM),function_dat(data_MLE_EM
),function_dat(data_MLE_EM_AD))
}
}
}
}
write.csv(DATA,paste('output2','.csv'),row.names = FALSE)
###Find RE(betahat0), RE(betahat1), RE(betahat2), RE(yhat)###
total_data<-read.csv('output2 .csv')
data_OLS<-subset(total_data,method=="OLS")
data_CM<-subset(total_data,method=="CM")
data_MLE_EM<-subset(total_data,method=="MLE_EM")
data_MLE_EM_AD<-subset(total_data,method=="MLE_EM_AD")

```

```

function_RE<-function(data,data_MLE_EM){
  dat<-
c('n','r1','r2','variance_x1','variance_x2','variance_error','variance_x','variance_x1.variance
_x2','variance_x.variance_error','method','mse_betahat0','mse_betahat1','mse_betahat2
','AMSE_yhat')
  A<-c()
  for(k in 11:14){
    a<-data_MLE_EM[k]/data[k]
    A<-c(A,a)
  }
  dat<-data.frame(data[dat][1:10],A)
  colnames(dat)<-
c('n','r1','r2','variance_x1','variance_x2','variance_error','variance_x','variance_x1.variance
_x2','variance_x.variance_error','method','RE_mse_betahat0','RE_mse_betahat1','RE_ms
e_betahat2','RE_AMSE_yhat')
  return(dat)
}
complete_data<-
rbind(function_RE(data_OLS,data_MLE_EM),function_RE(data_CM,data_MLE_EM),functi
on_RE(data_MLE_EM,data_MLE_EM),function_RE(data_MLE_EM_AD,data_MLE_EM))
write.csv(complete_data,paste('output3','.csv',sep=''),row.names = FALSE)

```

ประวัติผู้เขียน

ชื่อ-สกุล	ธนาพิพัฒน์ ทรัพย์ครองชัย
วัน เดือน ปี เกิด	25 พฤษภาคม 2536
สถานที่เกิด	จังหวัดสุรินทร์
วุฒิการศึกษา	B.Eng
ที่อยู่ปัจจุบัน	64/3 ซอยอารีย์สัมพันธ์ 4 ถนนพระราม 6 แขวงสามเสนใน เขตพญาไท กรุงเทพมหานคร 10400



จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY