

แบบจำลองการกระจายรายได้ รายจ่าย และความมั่งคั่ง
ของประชากรไทยโดยใช้ฟิสิกส์สถิติ
Distribution Modelling of Income, Expenditure and
Wealth in Thailand Using Statistical Physics

นางสาวอัญชลี ภัคดีสุวรรณ
รหัสประจำตัวนิสิต 5833449823

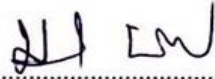
อาจารย์ที่ปรึกษา รองศาสตราจารย์ ดร. อุดมศิลป์ ปิ่นสุข

ภาคการศึกษาปลาย ปีการศึกษา 2561
ภาควิชาฟิสิกส์ คณะวิทยาศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ชื่อโครงการ (ภาษาไทย)	แบบจำลองการกระจายรายได้ รายจ่าย และความมั่งคั่งของ ประชากรไทยโดยใช้ฟิสิกส์สถิติ
ชื่อโครงการ (ภาษาอังกฤษ)	Distribution Modelling of Income, Expenditure and Wealth in Thailand Using Statistical Physics
ชื่อนิสิต	นางสาวอัญชลี ภัคดีสุวรรณ
ชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา	รองศาสตราจารย์ ดร.อุดมศิลป์ ปิ่นสุข
ภาควิชา	ฟิสิกส์
ปีการศึกษา	2561

โครงการนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต
ภาควิชาฟิสิกส์ คณะวิทยาศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

คณะกรรมการได้ตรวจและรับรองรายงานฉบับนี้แล้ว


.....ประธานกรรมการ
(ผศ.ดร.มนต์เทียน เทียนประทีป)


.....กรรมการ
(ผศ.ดร.วรากร เฮงปัญญา)


.....อาจารย์ที่ปรึกษา
(รศ.ดร.อุดมศิลป์ ปิ่นสุข)

ลิขสิทธิ์ภาควิชาฟิสิกส์ คณะวิทยาศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ชื่อโครงการ (ภาษาไทย)	แบบจำลองการกระจายรายได้ รายจ่าย และความมั่งคั่งของ ประชากรไทยโดยใช้ฟิสิกส์เชิงสถิติ
ชื่อโครงการ (ภาษาอังกฤษ)	Distribution Modelling of Income, Expenditure and Wealth In Thailand Using Statistical Physics
ชื่อนิสิต	นางสาวอัญชลี ภักดีสุวรรณ
ชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา	รองศาสตราจารย์ ดร.อุดมศิลป์ ปิ่นสุข
ภาควิชา	ฟิสิกส์
ปีการศึกษา	2561

บทคัดย่อ

ในโครงการชิ้นนี้ได้จัดทำขึ้นเพื่อพิจารณาลักษณะของการกระจายรายได้ รายจ่ายและความมั่งคั่งของครัวเรือนในประเทศไทยโดยการเปรียบเทียบระบบทางเศรษฐกิจของไทย กับอนุภาคในระบบปิดโดยใช้ฟิสิกส์สถิติในการสร้างแบบจำลอง ได้แก่ การกระจายแบบโบสต์มาน - กิบส์ (Boltzmann - Gibbs distribution) การกระจายแบบโบสต์ - ไอนสไตน์ (Bose - Einstein distribution) การกระจายแบบเฟอร์มี - ดิเร็ก (Fermi - Dirac distribution) และนำแบบจำลองดังกล่าวมาใช้ร่วมกับการกระจายแบบ พาวเรโต (Pareto distribution) ชนิดที่ 1 จากผลของการทดลองพบว่า แบบจำลองที่เหมาะสมกับการกระจายรายได้ของครัวเรือนสะสมมากที่สุด คือ การกระจายแบบโบสต์ - ไอนสไตน์ และ เฟอร์มี - ดิเร็ก แบบจำลองที่เหมาะสมกับการกระจายรายจ่ายของครัวเรือนสะสมมากที่สุด คือ การกระจายแบบโบสต์ - ไอนสไตน์ และแบบจำลองการกระจายความมั่งคั่งของครัวเรือนสะสมมากที่สุด คือ แบบจำลองการกระจายแบบเฟอร์มี - ดิเร็ก และเมื่อพิจารณาข้อมูลการกระจายรายได้ของกลุ่มครัวเรือนจะสามารถแบ่งกลุ่มของครัวเรือนออกเป็น 3 กลุ่มเพื่อแบ่งกลุ่มของครัวเรือนที่มีรายได้ตามเกณฑ์ที่กำหนดได้โดยใช้จุดตัดระหว่างแบบจำลองเฟอร์มี - ดิเร็กกับแบบจำลองโบสต์มาน - กิบส์ เป็นเกณฑ์ในการแบ่งกลุ่มครัวเรือนรายได้ต่ำกับกลุ่มครัวเรือนรายได้ปานกลางออกจากกัน และใช้จุดตัดระหว่างแบบจำลองโบสต์มาน - กิบส์ กับแบบจำลองพาวเรโตเป็นเกณฑ์ในการแบ่งกลุ่มของครัวเรือนที่มีรายได้ปานกลางกับกลุ่มของครัวเรือนที่มีรายได้สูงออกจากกัน

Project Title	Distribution Modelling of Income, Expenditure and Wealth In Thailand Using Statistical Physics
Name	Miss Unchalee Pukdeesuwan
Project Advisor	Assoc. Prof. Dr. Udomsilp Pinsook
Department	Physics
Academics Year	2018

ABSTRACT

This project was developed to study the distribution of income, expenditure and wealth of households in Thailand by comparing the economic system of Thailand with particles in a closed system. The project used models from statistical physics to describe the system, namely Boltzmann-Gibbs distribution, Bose-Einstein distribution, and Fermi-Dirac distribution. These models were used together with Pareto distribution of type I. From the results, the most suitable models for the distribution of accumulative income of households are Bose-Einstein and Fermi-Dirac distributions. The most suitable model for the distribution of accumulative expenditure of households is Bose-Einstein distribution, and the most suitable models for the distribution of accumulative wealth of households is Fermi-Dirac distribution. From data of income distribution, households can be divided into 3 groups according to their income. The intersection between the Fermi-Dirac model and the Boltzmann-Gibbs model is used to divide households with low income from households with middle income. The intersection between the Boltzmann-Gibbs model and the Pareto model is used to divide households with middle income from households with high income.

กิตติกรรมประกาศ

โครงการนี้จัดทำขึ้นเพื่อศึกษาเกี่ยวกับลักษณะการกระจายรายได้ของประชากรไทยโดยใช้ฟิสิกส์เชิงสถิติซึ่งได้เกิดจากความตั้งใจในการที่จะนำฟิสิกส์ไปประยุกต์ใช้ในด้านเศรษฐศาสตร์และความเป็นไปได้ที่จะใช้ในการหารูปแบบของลักษณะการกระจายรายได้ที่เกิดขึ้นในประเทศไทยโดยการเปรียบเทียบกับระบบของการกระจายอนุภาคในทางฟิสิกส์ ซึ่งโครงการนี้จะไม่สามารถสำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดีหากขาดความช่วยเหลือจากอาจารย์หลาย ๆ ท่านซึ่งเป็นประโยชน์ในการจัดทำโครงการนี้เป็นอย่างยิ่ง

ขอขอบพระคุณอาจารย์ที่ปรึกษาโครงการรองศาสตราจารย์ ดร.อุดมศิลป์ ปิ่นสุข ที่ให้ความรู้ คำปรึกษาและคำแนะนำในการดำเนินโครงการในหลาย ๆ ด้าน ขอขอบพระคุณอาจารย์อาจารย์ที่ปรึกษาระดับชั้นปี อาจารย์ ดร.อรพิน วรรณดิลก ที่คอยติดตามและคอยดูแลเอาใจใส่ในเรื่องในด้านการเรียนเสมอมา ขอขอบพระคุณประธานกรรมการสอบ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.มนต์เทียน เทียนประทีป และอาจารย์กรรมการสอบ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วรากร เอ็งปัญญา ที่คอยดูแลการสอบโครงการและให้คำแนะนำในการปรับปรุงแก้ไขโครงการให้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี ขอขอบพระคุณอาจารย์ประจำภาควิชาฟิสิกส์และอาจารย์จากคณะเศรษฐศาสตร์ทุกท่านที่ได้ให้คำแนะนำและความรู้อันเป็นประโยชน์เสมอมา ขอขอบคุณเพื่อนจากคณะเศรษฐศาสตร์ที่ได้แบ่งปันข้อมูลการสำรวจครัวเรือนจากสำนักงานสถิติแห่งชาติ (สสช.) ขอขอบคุณ ชนิศรา ผลาวรณ และ ณิชจักร พลเสน ที่ได้ให้คำแนะนำและวิธีการในการเขียนเล่มรายงานให้สมบูรณ์ อีกทั้งขอขอบคุณผู้ที่คอยให้กำลังใจไม่ว่าจะเป็นบุพการีและพี่น้องทุกท่านที่คอยเคียงข้างกันมาโดยตลอด

อัญชลี ภัคดีสุวรรณ

สารบัญ

แบบฟอร์มการตรวจสอบและรับรองรายงาน	i
บทคัดย่อ	ii
กิตติกรรมประกาศ	iv
บทที่ 1 บทนำ	1
1.1 ที่มาและความสำคัญ	1
1.2 วัตถุประสงค์	3
1.3 ขอบเขตของโครงการ	3
1.4 ผลการทดลองที่คาดหวัง	3
บทที่ 2 พื้นฐานฟิสิกส์สถิติ	4
2.1 สถานะจุลภาคและมหภาคของระบบ	4
2.2 สัจพจน์พื้นฐาน	5
2.3 อองซอมเบิลเชิงสถิติ	6
2.3.1 อองซอมเบิลชนิดคาโนนิคอล และการกระจายแบบโบสต์มาน-กิบส์	7
2.3.2 อองซอมเบิลชนิดแกรนด์คาโนนิคอล	9
2.4 สถิติเชิงควอนตัม	11
2.4.1 ข้อกำหนดของความสมมาตร	11
2.4.2 กลศาสตร์เชิงสถิติสำหรับอนุภาคโบซอน และเฟอร์มิออน	12
บทที่ 3 ฟิสิกส์สถิติกับการประยุกต์ใช้ในทางเศรษฐศาสตร์	14
3.1 การอนุรักษ์ของเงิน	14
3.2 อุณหภูมิของเงิน	15
3.3 การกระจายของเงินโดยใช้ฟิสิกส์สถิติ	15
3.3.1 การกระจายแบบโบสต์มานกิบส์ของเงิน	16
3.3.2 การกระจายแบบโบสต์-ไอนสไตน์ของเงิน	16
3.3.3 การกระจายแบบเฟอร์มิ-ดิเร็กของเงิน	18

บทที่ 4 แบบจำลองการกระจายรายได้ รายจ่ายและความมั่งคั่ง	19
4.1 คำอธิบายข้อมูลที่ใช้ในการทดลอง	19
4.2 การกระจายรายได้ รายจ่ายและความมั่งคั่งในประเทศไทย	22
บทที่ 5 สรุปผลจากการวิเคราะห์แบบจำลองต่าง ๆ	26
ภาคผนวก A การกระจายแบบพาวเรโต	27
ภาคผนวก B การแปลงข้อมูลดิบเป็นข้อมูลตามกลุ่มครัวเรือน	28
ภาคผนวก C การหาค่าพารามิเตอร์ของแบบจำลองต่าง ๆ	29
ภาคผนวก D การเขียนกราฟการกระจายรายได้	31
ภาคผนวก E การเขียนกราฟการกระจายรายจ่าย	33
ภาคผนวก F การเขียนกราฟการกระจายความมั่งคั่ง	34
เอกสารอ้างอิง	35

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ที่มาและความสำคัญ

ในประเทศกำลังพัฒนาหลายประเทศรวมทั้งประเทศไทย ลักษณะเศรษฐกิจของประเทศจะมีการขยายตัวและการเปลี่ยนแปลงโครงสร้างเศรษฐกิจค่อนข้างมาก ซึ่งจะก่อให้เกิดความเหลื่อมล้ำทางสังคมและทำให้การกระจายรายได้ของประชากรไม่เท่าเทียมกัน โดยทั่วไปแล้วปัญหาการกระจายรายได้ อาจมองได้ในสองแง่มุมหลัก คือ ความไม่เท่าเทียมทางรายได้ (Income Inequality) ซึ่งเป็นความไม่เท่าเทียมที่เกิดจากการเปรียบเทียบความแตกต่างและช่องว่างระหว่างรายได้ของบุคคลหรือครัวเรือนต่าง ๆ ในสังคม โดยการเปลี่ยนแปลงระดับรายได้ในช่วงเวลาที่ต่างกันจะแสดงให้เห็นถึงการกระจายผลที่ได้จากการเติบโตทางเศรษฐกิจของประเทศว่ามีความเท่าเทียมมากขึ้นหรือน้อยลง ซึ่งปัญหานี้จะเกิดขึ้นหรือไม่ขึ้นขึ้นอยู่กับมุมมองของคนในสังคมที่ว่าทุกคนจะต้องมีรายได้ที่เท่าเทียมกันหรือมองว่ารายได้ของคนอาจแตกต่างกันได้ขึ้นอยู่กับความรู้ความสามารถ ความขยัน และคุณสมบัติที่แตกต่างกันไปในแต่ละบุคคล โดยให้ทุกคนได้มีโอกาสในการเข้าถึงปัจจัยพื้นฐานในการดำรงชีวิตที่เท่าเทียมกัน ^[3]

ในอีกแง่มุมหนึ่งของปัญหาที่เกิดขึ้น คือ สภาวะความยากจน (Poverty Incident) ซึ่งเป็นปัญหาที่เกิดขึ้นจากคนหรือครัวเรือนที่มีคุณภาพชีวิตต่ำกว่ามาตรฐานที่ควรจะได้รับในสังคม โดยการศึกษาปัญหาความยากจนนี้จะพิจารณาได้จากสองวิธีคิดด้วยกัน คือ จากตัวแปรที่สะท้อนถึงคุณภาพชีวิต ได้แก่ ตัวแปรทางด้านสุขภาพ ด้านสภาพครัวเรือน ด้านการศึกษา และตัวแปรทางด้านอาชีพ และอีกวิธีคิดหนึ่งที่มีการพิจารณากันอย่างกว้างขวาง คือการมองปัญหาความยากจนจากเงินที่เป็นรายได้และรายจ่ายในเชิงสัมบูรณ์ ซึ่งจะพิจารณาจากระดับรายได้ของแต่ละบุคคลหรือแต่ละครัวเรือน โดยใช้เส้นความยากจนเป็นเครื่องมือในการแบ่งกลุ่มคนยากกับคนจนออกจากกัน

ปัญหาของการกระจายรายได้ขึ้นเป็นเรื่องที่เกิดขึ้นอย่างชัดเจน และมีความซับซ้อนในการศึกษาปัญหาดังกล่าวค่อนข้างมากตั้งแต่หน่วยในการวัดระหว่างครัวเรือนและบุคคล ความหมายของรายได้และรายจ่าย แหล่งที่มาของรายได้ วิธีการประมาณรูปแบบของรายได้นิยามของความยากจน เป็นต้น ซึ่งปัญหาเหล่านี้ล้วนมีผลต่อค่าที่วัดได้ของระดับความรุนแรงในการกระจายรายได้ของคนกลุ่มต่าง ๆ ทำให้คำตอบที่ได้ อาจแตกต่างกันไปตามข้อสมมติ หรือ

รูปแบบของฟังก์ชันทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ในการวิเคราะห์ โดยการวิเคราะห์การกระจายรายได้ ที่นิยมใช้ในเชิงเศรษฐศาสตร์จะมีหลายวิธีการด้วยกัน เช่น การกระจายรายได้ตามบทบาทและตามขนาด (Functional and Size Distribution of Income) การใช้กราฟแท่ง การใช้ฟังก์ชันความหนาแน่นที่มีพารามิเตอร์ (Parametric Density Function) การใช้ฟังก์ชันความหนาแน่นที่ไม่มีพารามิเตอร์ (Non-parametric Density Function) [6]

เนื่องจากวิธีการกระจายข้อมูลแต่ละแบบนี้ล้วนมีข้อดีข้อเสียที่แตกต่างกันตามลักษณะของข้อมูล การนำฟิสิกส์สถิติเข้ามาวิเคราะห์การกระจายรายได้จึงเป็นอีกวิธีการในการวิเคราะห์ข้อมูลที่น่าสนใจ โดยฟิสิกส์สถิติ (Statistical Physics) เป็นฟิสิกส์แขนงหนึ่งที่ใช้กระบวนการของสถิติ ทฤษฎีความน่าจะเป็นและคณิตศาสตร์ในการจัดการกับประชากรขนาดใหญ่ และการประมาณในการแก้ปัญหาทางกายภาพ ซึ่งสามารถนำไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาในสาขาต่าง ๆ ได้ เช่น เคมี ชีววิทยา ธรณี หรือแม้แต่ในทางเศรษฐศาสตร์ ที่นำเอากฎของระบบวัตถุขนาดใหญ่ที่ไม่มีชีวิต มาใช้ในการศึกษาพฤติกรรมของมนุษย์จำนวนมาก (สามารถวัดได้โดยใช้ตัวชี้วัดทางเศรษฐกิจ) โดยการใช้วิธีการทางคณิตศาสตร์ที่พัฒนาขึ้นในฟิสิกส์สถิติเพื่อศึกษาคุณสมบัติทางสถิติของระบบเศรษฐกิจที่ซับซ้อนที่ประกอบด้วยมนุษย์จำนวนมาก [8]

จะเห็นได้ว่าฟิสิกส์สาขานี้ได้มีการประยุกต์ใช้ทฤษฎีความน่าจะเป็นเข้ามาร่วมด้วย แต่อย่างไรก็ตามฟิสิกส์สถิตินั้นมีความแตกต่างจากสถิติทางคณิตศาสตร์ ในการมุ่งเน้นที่วิธีการและผลลัพธ์ ซึ่งฟิสิกส์นั้นมาจากศาสตร์เชิงปริมาณ โดยเน้นการวิเคราะห์เชิงปริมาณของข้อมูลทางเศรษฐกิจและการเงินจำนวนมากโดยที่ฟิสิกส์เชิงเศรษฐศาสตร์นั้นจะหลีกเลี่ยงการบรรยายโดยใช้คำฟุ่มเฟือยและลักษณะแนวคิดที่เกี่ยวข้องกับเศรษฐศาสตร์การเมือง แต่มีความใกล้เคียงกับเศรษฐมิติ (Econometrics) ในการศึกษาและเรียนรู้เกี่ยวกับโมเดลทางคณิตศาสตร์ของจำนวนตัวแทนประชากรขนาดใหญ่ ซึ่งฟิสิกส์เชิงเศรษฐศาสตร์นั้นจะมีพื้นฐานเช่นเดียวกับโมเดลการจำลองสถานการณ์ (Agent-based modelling simulation) ที่เป็นแขนงหนึ่งในสาขาวิชาเศรษฐศาสตร์ [14]

1.2 วัตถุประสงค์ของโครงการ

1. เรียนรู้เกี่ยวกับทฤษฎีของสถิติเชิงพีชคณิตและการนำทฤษฎีมาประยุกต์ใช้ในเศรษฐศาสตร์
2. ศึกษาความสัมพันธ์ของลักษณะการกระจายรายได้ รายจ่าย และความมั่งคั่งในกลุ่มครัวเรือนของประชากรระหว่างแบบจำลองกับข้อมูลจริงที่มาจากแบบสำรวจ
3. นำข้อมูลและแบบจำลองที่ได้จากการวิเคราะห์การกระจายรายได้มาพิจารณาถึงการแบ่งกลุ่มของครัวเรือนออกเป็น 3 กลุ่มตามเกณฑ์ที่กำหนดจากจุดตัดของกราฟ

1.3 ขอบเขตของโครงการ

ในโครงการนี้เราจะวัดค่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ ที่ได้จากการใช้แบบจำลองโดยการเลือกข้อมูลรายได้ประจำเฉลี่ยต่อเดือนของครัวเรือน (Average monthly current income per household) รายจ่ายเฉลี่ยต่อเดือนของครัวเรือน (Average cumulative monthly consumption expenditure per household) และความมั่งคั่งเฉลี่ยของครัวเรือน (Average monthly wealth per household) ที่ได้จากการสำรวจประชากรตั้งแต่ปี พ.ศ. 2531 – 2560 โดยสุ่มเลือกปีที่มีการจัดเก็บข้อมูลที่มีระยะเวลาห่างกันทุก ๆ 4 ปี เพื่อศึกษาผลของค่าพารามิเตอร์ที่แปรผันตามสถานะเศรษฐกิจที่เกิดขึ้นจริง และนำแบบจำลองกับค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมกับข้อมูลของการกระจายรายได้มาแบ่งกลุ่มของครัวเรือนออกเป็น 3 กลุ่ม เพื่อกำหนดเกณฑ์ที่เหมาะสมในการแบ่งกลุ่มของประชากรตามรายได้ในแต่ละปี

1.4 ผลการทดลองที่คาดหวัง

จากการทดลองนี้ คาดหวังว่าผลของค่าพารามิเตอร์ที่ได้จะสอดคล้องกับสถานะเศรษฐกิจที่เกิดขึ้น และสามารถแบ่งกลุ่มของครัวเรือนตามระดับรายได้ ซึ่งสามารถพิจารณาแนวโน้มของกลุ่มครัวเรือนที่จะเกิดขึ้นในอนาคตได้

บทที่ 2

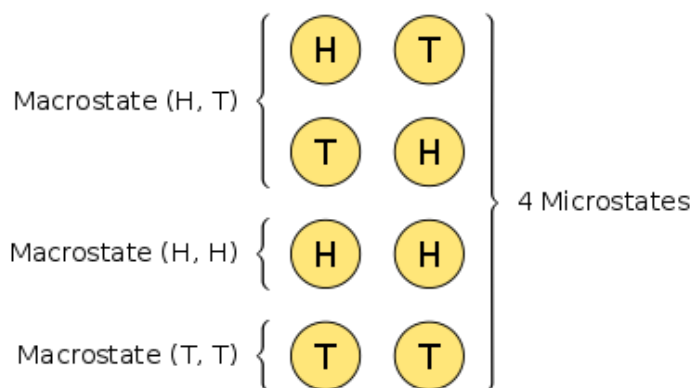
พื้นฐานของฟิสิกส์สถิติ

ฟิสิกส์สถิติเป็นสิ่งที่สามารถทำนายและอธิบายปัญหาต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับระบบที่ประกอบด้วยอนุภาคจำนวนมากมหาศาลได้เป็นอย่างดี ซึ่งพฤติกรรมต่าง ๆ ของระบบเหล่านี้เป็นผลมาจากการเคลื่อนที่ของอนุภาคและแรงกระทำระหว่างอนุภาคภายในระบบ และเนื่องจากการอธิบายพฤติกรรมต่าง ๆ ของระบบโดยคำนวณจากการเคลื่อนที่ของอนุภาคทุกตัวภายในระบบทำได้ยาก จึงมีการศึกษาปริมาณทางฟิสิกส์ต่าง ๆ ของระบบ เช่น ค่าความดันที่เปลี่ยนแปลงไปตลอดเวลา ซึ่งเกิดจากการชนกันเองของอนุภาคและการชนกันของผนังภาชนะกับอนุภาค โดยอาศัยทฤษฎีความน่าจะเป็นของวิชาสถิติร่วมกับกฎเกณฑ์ของกลศาสตร์สถิติหรือกลศาสตร์ควอนตัม ทำให้สามารถคำนวณค่าเฉลี่ยของความดันหรือปริมาณฟิสิกส์อื่น ๆ ได้ ในสภาวะสมดุลของระบบ ^[4]

2.1 สถานะจุลภาคและมหภาคของระบบ ^[4]

ในระบบที่ประกอบด้วยอนุภาคจำนวน N ตัวนั้นไม่สามารถหาตำแหน่ง และ โมเมนตัมของอนุภาคทุกตัวได้ในทางปฏิบัติโดยการถอดสมการนิวตันเนื่องจากระบบแต่ละระบบมีอนุภาคจำนวนมาก ($N = 10^{23}$) สถานะของระบบที่บ่งบอกรายละเอียดของอนุภาคทุกตัวซึ่งต้องใช้ตัวแปรจำนวนมากมหาศาล จะเรียกว่า สถานะจุลภาค (microstate) ส่วนสถานะของระบบเมื่อระบบอยู่ในสภาวะสมดุลและมีปริมาณฟิสิกส์ที่สอดคล้องกับสมบัติมหภาคทางอุณหพลศาสตร์ เรียกว่า สถานะมหภาค (macrostate) ซึ่งมีตัวแปร เช่น อุณหภูมิ ความดัน เป็นต้น

สำหรับตัวอย่างของความสัมพันธ์ระหว่างสถานะจุลภาคและสถานะมหภาคสามารถพิจารณาได้จากการโยนเหรียญหัวก้อย โดยสมมติโยนเหรียญจำนวน 2 อัน จะได้จำนวนสถานะของระบบเป็นดังรูป



รูปที่ 1 สถานะจุลภาคและมหภาคของการโยนเหรียญ 2 อัน

จะสังเกตว่าสถานะมหภาคแต่ละสถานะจะมีจำนวนสถานะจุลภาคที่แตกต่างกัน ความแตกต่างนี้จะยิ่งมากเมื่อมีจำนวนเหรียญเพิ่มมากขึ้น ดังนั้น สำหรับระบบมหภาคในธรรมชาติที่ประกอบด้วยอนุภาคจำนวนมากถึง 10^{23} ตัวนั้น จำนวนสถานะจุลภาคที่สอดคล้องกับสถานะมหภาคต่าง ๆ จึงแตกต่างกันมหาศาล

2.2 สัจพจน์พื้นฐาน (Postulate)

กลศาสตร์สถิติตั้งอยู่บนสัจพจน์พื้นฐานที่ว่า “เมื่อระบบเอกเทศอยู่ในภาวะสมดุล สถานะจุลภาคทุกสถานะของระบบจะมีโอกาสเกิดขึ้นเท่าเทียมกัน” สำหรับระบบมหภาคที่มีจำนวนอนุภาคมหาศาล สถานะจุลภาคเหล่านี้จะมีการเปลี่ยนแปลงตลอดเวลา โดยเกิดจากการชนกันของอนุภาคกับผนังของระบบหรืออาจเกิดจากการชนกันเองของอนุภาค ณ เวลาใด ๆ จึงไม่สามารถระบุสถานะของระบบจุลภาคได้ ส่วนสถานะมหภาคจะมีจำนวนไม่มากซึ่งสถานะมหภาคต่าง ๆ จะประกอบขึ้นจากจำนวนสถานะจุลภาคที่แตกต่างกัน โดยจากสัจพจน์พื้นฐานจะได้ว่าโอกาสที่จะพบสถานะมหภาค ใด ๆ จะเป็นสัดส่วนโดยตรงกับจำนวนสถานะจุลภาคที่สอดคล้องกับสถานะมหภาคนั้น นั่นคือ

$$P \propto \Omega \quad (1)$$

เมื่อ P คือ โอกาสที่จะพบระบบอยู่ในสถานะมหภาคหนึ่ง ๆ

Ω คือ จำนวนสถานะจุลภาคที่สอดคล้องกับสถานะมหภาคนั้น ๆ

เนื่องจากแหล่งรวบรวมสถานะจุลภาคคือ อองซอมเบล และในสภาวะสมดุลระบบจะอยู่ในสถานะมหภาคซึ่งจะมีโอกาสพบมากที่สุด นั่นคือสถานะมหภาคที่มีจำนวนสถานะจุลภาคที่สอดคล้องกันมากที่สุดโดยการเชื่อมโยงทฤษฎีกลศาสตร์เชิงสถิติ (เกี่ยวข้องกับจุลภาค) และอุณหพลศาสตร์ (เกี่ยวข้องกับมหภาค) มีตัวเชื่อมโยงที่สำคัญ คือเอนโทรปี (entropy) โดยมีสมการ คือ

$$s = k_B \ln \Omega \quad (2)$$

พิจารณากฎข้อที่ 1 ของอุณหพลศาสตร์ในกรณีที่เป็นระบบเปิดที่จำนวนของอนุภาคมีการเปลี่ยนแปลง จะได้รูปแบบของสมการมูลฐาน (fundamental equation) โดยในทางกลศาสตร์สถิติจะแทนพลังงานภายในเป็นพลังงาน (E) ซึ่งจะได้สมการเป็น

$$dE = T dS - p dV + \mu dN \quad (3)$$

เมื่อ μ คือศักย์เคมี (chemical potential)

แทนค่าสมการที่ 2 ลงในสมการที่ 3 และจัดรูปสมการใหม่ จะได้

$$d(\ln \Omega) = \frac{1}{kT} dE + \frac{p}{kT} dV - \frac{\mu}{kT} dN \quad (4)$$

สามารถสรุปได้ว่า

$$\frac{\partial \ln \Omega}{\partial E} = \frac{1}{kT} = \beta \quad (5)$$

$$\frac{\partial \ln \Omega}{\partial V} = \frac{p}{kT} = \beta p \quad (6)$$

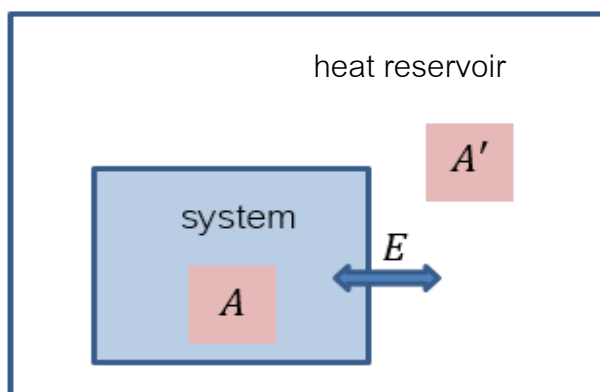
$$\frac{\partial \ln \Omega}{\partial N} = \frac{\mu}{kT} = -\beta \mu \quad (7)$$

2.3 อองซอมเบิลเชิงสถิติ (Statistical Ensembles)

เนื่องจากสถิติเชิงฟิสิกส์เป็นการศึกษาความเป็นไปได้ในธรรมชาติ จึงมีความจำเป็นที่จะต้องสร้างกลุ่มของจำนวนขนาดใหญ่ของระบบแบบเดียวกัน โดยในแต่ละกลุ่มมีเงื่อนไขเดียวกัน (มีการอนุรักษ์พลังงานและจำนวนอนุภาค เป็นต้น) ซึ่งระบบนั้นสอดคล้องภายใต้สภาวะที่สนใจ กลุ่มของอนุภาคเหล่านี้จะเรียกว่า “อองซอมเบิล (ensemble)” และหากมีสำเนา(copies) ของระบบจำนวนมากพอ ความน่าจะเป็นที่พบจำนวนของระบบที่สอดคล้องกับสภาวะจุลภาคจากเหตุการณ์เฉพาะนี้ก็จะเป็นไปตามสัดส่วนระหว่างจำนวนของสำเนาของระบบในอองซอมเบิลที่มีสถานะจุลภาคที่สนใจจากเหตุการณ์นั้น ๆ กับ จำนวนสำเนาทั้งหมดในอองซอมเบิล ^[5]

2.3.1 อองซอมเบิลชนิดคาโนนิคอลและการกระจายแบบโบลต์ซมาน-กิบส์ ^[4]

โดยทั่วไปกลศาสตร์เชิงสถิติสำหรับระบบปิดมักถูกศึกษาในลักษณะของกลุ่มระบบอองซอมเบิลชนิดแคนนอนิคอล โดยระบบปิดที่ถูกพิจารณาในอองซอมเบิลชนิดแคนนอนิคอลนี้จะเป็นระบบที่สัมผัสกับสิ่งแวดล้อมหรือแหล่งความร้อน (heat reservoir) โดยระบบจะมีการถ่ายเทพลังงานกับสิ่งแวดล้อม (Heat exchange) แต่ไม่มีการถ่ายเทอนุภาค (Particle exchange) เกิดขึ้น เนื่องจากแหล่งความร้อนเป็นระบบที่ใหญ่มาก อองซอมเบิลชนิดนี้จึงมีอุณหภูมิคงที่เท่ากับอุณหภูมิของแหล่งความร้อน ^[4]



รูปที่ 2 แผนภาพของระบบปิดในอ่างซอมเบิลชนิดคาโนนิคอล

ในการศึกษาระบบชนิดนี้จะพิจารณาให้ระบบมหภาคกับแหล่งความร้อน ถูกรวมเป็นระบบเดียวกัน เรียกว่าระบบรวม (A_0) ดังรูปที่ 1 โดยระบบรวมจะถูกควบคุมให้เป็นระบบแยกตัวซึ่งระบบรวม เป็นผลรวมระหว่างระบบ (A) กับสิ่งแวดล้อม (A') ซึ่งจะมีพลังงาน เท่ากับ E และ E' ตามลำดับ จะได้ว่า

$$E_0 = E + E' \quad (8)$$

จากข้อกำหนด ทำให้เราสามารถใช่วิธีการคำนวณเช่นเดียวกับระบบโดดเดี่ยวในอ่างซอมเบิลชนิดไมโครคาโนนิคอลได้ และเนื่องจากแหล่งความร้อนนั้นมีขนาดใหญ่กว่าระบบมาก ๆ ดังนั้นผลจากการแลกเปลี่ยนพลังงานระหว่างระบบกับแหล่งความร้อนจึงมีผลต่อการเปลี่ยนแปลงของพลังงานของระบบเท่านั้น แต่แทบไม่กระทบหรือส่งผลต่อการเปลี่ยนแปลงใด ๆ ต่อพลังงานของแหล่งความร้อนเลย นั่นคือ

$$\Delta E < E \ll E'$$

เนื่องจากสัจพจน์พื้นฐานที่ว่าโอกาสที่จะพบระบบ A_0 อยู่ในสถานะจุลภาคใด ๆ เท่าเทียมกัน ดังนั้น โอกาสที่จะพบระบบ A มีค่าพลังงานเท่ากับ E จึงเป็นสัดส่วนโดยตรงกับจำนวนสถานะจุลภาค $\Omega_0(E)$ ของระบบรวม A_0 นั่นคือ

$$P(E) = C\Omega_0 \quad (9)$$

จากความน่าจะเป็นในการพบอนุภาคที่ระบบ A และ A' เป็นอิสระต่อกัน จึงสามารถจัดรูปสมการได้ใหม่ ดังนี้

$$P(E) = C\Omega(E)\Omega'(E_0 - E) \quad (10)$$

เมื่อระบบอยู่ในสภาวะสมดุล โอกาสที่จะพบระบบ A อยู่ในสถานะจุลภาค r เพียงสถานะเดียว นั้นคือ $\Omega(E_r) = 1$ และเมื่อแทนค่า $E = E_r$ จะได้คำตอบของโอกาสดังกล่าวเป็น

$$P_r(r) = C\Omega'(E_0 - E_r) \quad (11)$$

เนื่องจากธรรมชาติของ $\Omega'(E_0 - E_r)$ จะลดลงอย่างรวดเร็วเมื่อค่าพลังงาน E_r เพิ่มขึ้น ทำให้ค่า P_r จะลดลงอย่างรวดเร็วเช่นกัน ดังนั้น จึงสามารถกระจาย $\ln \Omega'(E_0 - E_r)$ ในอนุกรมเทเลอร์ (Taylor series expansion) รอบค่าพลังงาน $E = E_0$ ได้เป็น

$$\ln \Omega'(E_0 - E_r) = \ln \Omega'(E_0) + \frac{\partial \ln \Omega'(E_0 - E_r)}{\partial E'} (E' - E_0) + \dots \quad (12)$$

แทนค่าตัวแปรจากสมการที่ 5 ลงในสมการที่ 12 และจาก $E_r = E_0 - E'$ จะได้ว่า

$$\ln \Omega'(E_0 - E_r) \cong \ln \Omega'(E_0) - \beta E_r \quad (13)$$

จัดรูปสมการใหม่ ดังนี้

$$\Omega'(E_0 - E_r) = \Omega'(E_0)e^{-\beta E_r} \quad (14)$$

แทนค่าในสมการที่ 10 จะได้ว่า

$$P_r = C\Omega'(E_0)e^{-\beta E_r} = C'e^{-\beta E_r} \quad (15)$$

เมื่อ $C' = C\Omega'(E_0)$ เป็นค่าคงที่

เนื่องจากโอกาสรวมที่จะพบระบบ A' อยู่ในสถานะใด ๆ จะต้องมามีค่าเท่ากับ 1

$$\sum_r P_r = 1 \quad (16)$$

แทนค่าสมการที่ 15 ลงในสมการที่ 16 จะได้ว่า

$$C' = \frac{1}{\sum_r e^{-\beta E_r}} = \frac{1}{Z} \quad (17)$$

จะได้ ฟังก์ชันพาร์ทิชันเป็น
$$Z = \sum_r e^{-\beta E_r} \quad (18)$$

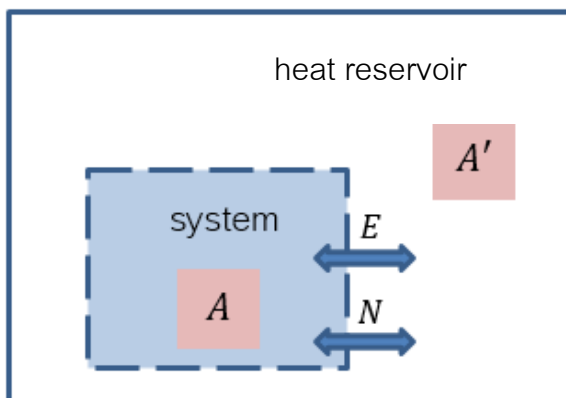
จะได้ว่า
$$P_r = \frac{1}{Z} e^{-\beta E_r} \quad (19)$$

ดังนั้น การกระจายของโอกาสความน่าจะเป็นนี้เรียกว่า การกระจายแบบคาร์โนนิคอลล หรือการกระจายแบบโบสต์มาน-กิบส์ ซึ่งมีบทบาทสำคัญในการใช้กลศาสตร์เชิงสถิติ ในกรณีของ กลศาสตร์คลาสสิกพลังงานและสถานะจุลภาคเป็นค่าต่อเนื่อง ฟังก์ชันการกระจายของโบสต์มานจะเป็น ดังสมการ

$$P = \frac{1}{Z} e^{-\beta E} \quad (20)$$

2.3.2 อองซอมเบลชนิดแกรนด์คาโนนิคอลล

ในการศึกษาลักษณะสำคัญของระบบเปิดซึ่งเป็นระบบที่เมื่อสัมผัสกับสิ่งแวดล้อม (Surrounding) จะยอมให้มีการถ่ายโอนทั้งพลังงานและมวลระหว่างระบบกับสิ่งแวดล้อมซึ่งเป็นผลให้เกิดความผันผวน (Fluctuation) ของจำนวนอนุภาคและพลังงานของระบบ ซึ่งระบบเปิดดังกล่าวนี้เป็นระบบที่สามารถพบได้ในธรรมชาติมากที่สุด การพัฒนาเกี่ยวกับอองซอมเบลชนิดแกรนด์คาโนนิคอลล จึงทำเพื่อขยายขอบเขตของทฤษฎีของอองซอมเบลชนิดคาโนนิคอลลโดยเฉพาะ ข้อจำกัดในเรื่องของจำนวนอนุภาคที่คงที่ ^[4] ดังรูป



รูปที่ 3 แผนภาพของระบบเปิดในอองซอมเบลชนิดแกรนด์คาโนนิคอลล

อองซอมเบลแบบแกรนด์คาร์โนนิคอลลมีสมาชิกที่สามารถแลกเปลี่ยนความร้อนและอนุภาค (heat and particle reservoir) ได้ ระบบเหล่านี้จึงมีอุณหภูมิคงที่แต่จำนวนอนุภาคไม่คงที่ เมื่อพิจารณาระบบมหาภาคที่มีการแลกเปลี่ยนพลังงานความร้อนและอนุภาคกับแหล่งความร้อนและอนุภาคอื่น จะได้ว่า ก่อนที่ระบบมหาภาคต่าง ๆ จะมีการแลกเปลี่ยนกัน ระบบมหาภาคทุกระบบจะมีพลังงานและจำนวนอนุภาคเท่ากัน และจากการแลกเปลี่ยนพลังงานความร้อน

และอนุภาคระหว่างกันทำให้ระบบมหภาคแต่ละระบบมีพลังงานและจำนวนอนุภาคแตกต่างกัน แต่ค่าพลังงานรวมและจำนวนอนุภาครวมของระบบ A กับ A' มีค่าเท่ากัน โดยที่แหล่งความร้อนและอนุภาค คือ ระบบที่ใหญ่มากที่สามารถถ่ายเทพลังงานความร้อนกับอนุภาคให้แก่ระบบอื่นโดย อุณหภูมิ (T) และศักย์เคมี (μ) ของแหล่งดังกล่าวไม่มีการเปลี่ยนแปลง

เนื่องจากระบบรวม A_0 เป็นระบบที่ไม่ได้มีอันตรกิริยากับสิ่งแวดล้อม ดังนั้นเอง ซอมเบลของระบบรวม A_0 จึงมีลักษณะเช่นเดียวกับไมโครคาโนนิคอลลองซอมเบล โดยอาศัย สัจพจน์พื้นฐานที่ว่า โอกาสที่จะพบระบบ A_0 ในสถานะจุลภาคใด ๆ เท่าเทียมกัน ดังนั้น โอกาสที่จะพบระบบ A มีค่าพลังงานเท่ากับ E และจำนวนอนุภาคเท่ากับ N จึงเป็นสัดส่วนโดยตรงกับ จำนวนสถานะจุลภาค ของระบบรวม A_0 นั่นคือ

$$P(E, N) = C \Omega_0(E, N) \quad (21)$$

จากความน่าจะเป็นในการพบอนุภาคที่ระบบ A และ A' เป็นอิสระต่อกัน จึงสามารถจัดรูปสมการได้ใหม่ ดังนี้

$$P(E, N) = C \Omega(E) \Omega'(E_0 - E, N_0 - N) \quad (22)$$

สำหรับโอกาสที่จะพบระบบ A ในสถานะ r เพียงสถานะเดียว จะได้ว่า

$$P_r = \Omega'(E_0 - E_r, N_0 - N_r) \quad (23)$$

เนื่องจากพลังงานและจำนวนอนุภาคของระบบ A มีค่าน้อยมากเมื่อเทียบกับ พลังงานและจำนวนอนุภาคของระบบ A' ดังนั้น จึงสามารถกระจาย ในอนุกรมเทเลอร์รอบค่า พลังงาน และจำนวนอนุภาค และเมื่อแทนค่าตัวแปรจากสมการที่ 5 และ จะได้ว่า

$$\ln \Omega'(E_0 - E_r, N - N_r) \cong \ln \Omega'(E_0, N_0) - \beta E_r + \beta \mu N_r \quad (24)$$

จะได้จำนวนสถานะจุลภาคที่สอดคล้องกับสถานะมหภาคของระบบ A' เป็น

$$\Omega'(E_0 - E_r, N - N_r) = \Omega'(E_0, N_0) e^{-\beta(E_r - \mu N_r)} \quad (25)$$

แทนค่าในสมการที่ 23 จะได้ว่า

$$P_r = C \Omega'(E_0, N_0) e^{-\beta(E_r - \mu N_r)} = C' e^{-\beta(E_r - \mu N_r)} \quad (26)$$

เมื่อ $C' = C\Omega'(E_0, N_0)$ เป็นค่าคงที่

เนื่องจากโอกาสรวมที่จะพบระบบ A' อยู่ในสถานะใด ๆ ต้องมีค่าเท่ากับ 1 ดังที่แสดงไว้ในสมการที่ 16

$$\text{จะได้ว่า} \quad C' = \frac{1}{\sum_r e^{-\beta(E_r - \mu N_r)}} = \frac{1}{Z^*} \quad (27)$$

$$\text{จะได้ ฟังก์ชันแกรนด์พาร์ทิชัน} \quad Z^* = \sum_r e^{-\beta(E_r - \mu N_r)} \quad (28)$$

เนื่องจากกลศาสตร์คลาสสิกมีค่าต่อเนื่อง จะได้การกระจายเป็นดังสมการ

$$P = \frac{1}{Z^*} e^{-\beta(E - \mu N)} \quad (29)$$

2.4 สถิติเชิงควอนตัม (Quantum Statistics)

สถิติเชิงควอนตัมนั้นเป็นกลศาสตร์เชิงสถิติที่ต้องอาศัยทฤษฎีของกลศาสตร์ควอนตัม โดยที่ความเหมือนกันของอนุภาคที่ทำให้ฟังก์ชันคลื่นของอนุภาคโบซอนต้องเป็นฟังก์ชันสมมาตรและฟังก์ชันคลื่นของอนุภาคเฟอร์มิออนต้องเป็นฟังก์ชันอสมมาตร ซึ่งมีผลกระทบอย่างมากต่อการนับจำนวนสถานะจุลภาค รวมไปถึงการหาฟังก์ชันพาร์ทิชันและฟังก์ชันแกรนด์พาร์ทิชัน ทำให้กลศาสตร์เชิงสถิติของอนุภาคแต่ละชนิดแตกต่างกัน^[12]

2.4.1 ข้อกำหนดของความสมมาตร

ข้อกำหนดของความสมมาตรนั้นเป็นพื้นฐานของกลศาสตร์ควอนตัมและมีความเชื่อมโยงกับสปินของอนุภาคซึ่งจะมีสองกรณีที่เป็นไปได้ คือ

(1) อนุภาคที่มีสปินเป็นจำนวนเต็ม

ในกรณีนี้ อนุภาคแต่ละตัวจะมีสปินของโมเมนตัมเชิงมุมเป็นจำนวนเต็ม เช่น 0, 1, 2, ... โดยพื้นฐานของกลศาสตร์ควอนตัม ที่ต้องการความสมมาตร นั่นคือ ฟังก์ชันคลื่น (Ψ) จะสมมาตรภายใต้การแลกเปลี่ยนระหว่างอนุภาคทั้งสอง ดังนั้น การแลกเปลี่ยนของอนุภาคทั้งสองจะไม่ก่อให้เกิดสถานะใหม่ของแก๊ส โดยอนุภาคจะต้องถูกพิจารณาว่าไม่สามารถแยกแยะและระบุสถานะที่ชัดเจนของแก๊สได้ ซึ่งอนุภาคที่สอดคล้องกับความสมมาตรนี้จะปฏิบัติตามสถิติของโบส-ไอน์สไตน์

(2) อนุภาคที่มีสปินเป็นจำนวนเต็มครึ่ง

กรณีนี้ อนุภาคมีสปินของโมเมนตัมเชิงมุมเป็นจำนวนเต็มครึ่ง เช่น $1/2, 3/2, \dots$ โดยพื้นฐานของกลศาสตร์ควอนตัมที่ต้องการความสมมาตร นั่นคือ ฟังก์ชันคลื่น (Ψ) จะไม่สมมาตรภายใต้การแลกเปลี่ยนระหว่างอนุภาคทั้งสอง และอนุภาคที่มีสปินเดียวกันจะไม่สามารถอยู่ในระดับชั้นพลังงานเดียวกันได้ ตามหลักการกีดกันของเพาลี (Pauli exclusion principle) ซึ่งอนุภาคที่สอดคล้องกับความไม่สมมาตรนี้จะปฏิบัติตามสถิติของเฟอร์มิ-ดิเร็ก

2.4.2 กลศาสตร์เชิงสถิติสำหรับอนุภาคโบซอนและเฟอร์มิออน

ในกรณีของอนุภาคโบซอนและเฟอร์มิออน การหาค่าฟังก์ชันพาร์ทิชันโดยใช้ชุดของตัวเลขแสดงจำนวนอนุภาคในแต่ละสถานะ (occupation number) ในอองซอมเบลแบบคาร์โนนิเคิล พบว่ามีความยุ่งยากมากเนื่องจากจะต้องดูรายละเอียดของสถานะจุลภาคแต่ละสถานะและค่าพลังงานของระบบ

ดังนั้น หากระบบประกอบด้วยอนุภาคเท่ากับตัวเลขอาโวกาโดและมีสถานะของอนุภาคเดียวจำนวนมหาศาล การหาฟังก์ชันพาร์ทิชันด้วยวิธีการนี้จึงเป็นไปได้เลย การหลีกเลี่ยงเงื่อนไขดังกล่าวจึงทำได้โดยการใช้อองซอมเบลแบบแกรนด์คาร์โนนิเคิล โดยมีค่าฟังก์ชันแกรนด์พาร์ทิชัน ตามสมการที่ 28 โดยเมื่อเขียนในเทอมของตัวเลขแสดงจำนวนอนุภาคในแต่ละสถานะ (n_1, n_2, n_3, \dots) โดยมีเงื่อนไขที่ว่า

$$E_r = n_1 \varepsilon_1 + n_2 \varepsilon_2 + n_3 \varepsilon_3 + \dots \quad (30)$$

$$N_r = n_1 + n_2 + n_3 + \dots \quad (31)$$

จะได้ว่า

$$z_i^* = \sum_{n_j} e^{-\beta(\varepsilon_i - \mu)n_j} \quad (32)$$

เมื่อ i คือ ตัวเลขของจำนวนสถานะของอนุภาคเดียว

n_i คือ ตัวเลขแสดงจำนวนอนุภาคในแต่ละสถานะ i

สำหรับสมการที่ 32 นั้น จะสามารถใช้ได้เฉพาะระบบของอนุภาคที่เหมือนกันทุกประการเท่านั้น เนื่องจาก การใช้ตัวเลขแสดงจำนวนอนุภาคในแต่ละสถานะทำให้อนุภาคสามารถเปลี่ยนตำแหน่งกันได้โดยไม่ทำให้เกิดสถานะใหม่

เมื่อทำการอนุพันธ์สมการที่ 32 ด้วยศักย์เคมี (μ) และจัดรูปของสมการ จะได้ค่าเฉลี่ยของตัวเลขแสดงจำนวนอนุภาคแต่ละสถานะ i เป็นดังนี้

$$\bar{n}_i = \frac{1}{\beta} \frac{\partial}{\partial \mu} \ln z_i^* \quad (33)$$

ในกรณีของอนุภาคโบซอน ตัวเลขของจำนวนอนุภาคในแต่ละสถานะ (n_i) มีค่าไม่จำกัด ทำให้สูตรสมการที่ 32 เป็นอนุกรมเรขาคณิต นั่นคือ

$$z_i^* = \sum_{n_j=0}^{\infty} e^{-\beta(\varepsilon_i-\mu)n_j} = \frac{1}{1-e^{-\beta(\varepsilon_i-\mu)}} \quad (34)$$

$$\ln z_i^* = -\ln(1 - e^{-\beta(\varepsilon_i-\mu)}) \quad (35)$$

แทนค่าสมการที่ 35 ลงในสมการที่ 33 จะได้ ค่าเฉลี่ยของตัวเลขแสดงจำนวนอนุภาคที่สถานะ i ที่มีการกระจายแบบโบสต์-ไอน์สไตน์ เป็นดังสมการ

$$\bar{n}_i = \frac{1}{e^{\beta(\varepsilon_i-\mu)} - 1} \quad (36)$$

ส่วนอนุภาคเฟอร์มิออนนั้น ตัวเลขแสดงจำนวนอนุภาคที่สถานะ i จะมีค่าเท่ากับ 0 หรือ 1 เท่านั้น จะสามารถเขียนฟังก์ชันแกรนด์พาร์ทิชันของอนุภาคเดี่ยว นั่นคือ

$$z_i^* = \sum_{n_j=0}^1 e^{-\beta(\varepsilon_i-\mu)n_j} = 1 + e^{-\beta(\varepsilon_i-\mu)} \quad (37)$$

$$\ln z_i^* = -\ln(1 + e^{-\beta(\varepsilon_i-\mu)}) \quad (38)$$

แทนค่าสมการที่ 38 ลงในสมการที่ 33 จะได้ ค่าเฉลี่ยของตัวเลขแสดงจำนวนอนุภาคที่สถานะ i ที่มีการกระจายแบบเฟอร์มิ-ดิเร็ก เป็นดังสมการ

$$\bar{n}_i = \frac{1}{e^{\beta(\varepsilon_i-\mu)} + 1} \quad (39)$$

บทที่ 3

ฟิสิกส์สถิติกับการประยุกต์ใช้ในทางเศรษฐศาสตร์

ฟิสิกส์สถิติเป็นแขนงหนึ่งของวิชาฟิสิกส์ที่มีความเกี่ยวข้องกับเรื่องของระบบมหภาคที่มีอนุภาคจำนวนมาก และลักษณะความน่าจะเป็นของพฤติกรรมต่าง ๆ ของอนุภาคเหล่านั้น จึงได้นำสมบัติดังกล่าวมาเปรียบเทียบกับตลาดเศรษฐกิจหรือโครงสร้างทางเศรษฐกิจที่มีความเกี่ยวข้องกับสังคมมนุษย์ที่ประกอบด้วยจำนวนประชากรหรือจำนวนครัวเรือนของประชากรนั้น ๆ ที่มีจำนวนมากเช่นกัน

3.1 การอนุรักษ์ของเงิน (Money Conservation)

ในระบบเศรษฐกิจของประเทศซึ่งเป็นระบบรวมกัน เงินเฉลี่ยของแต่ละครัวเรือนจะเป็นผลรวมของปริมาณเงินทั้งหมดต่อจำนวนครัวเรือนทั้งหมด $\langle m \rangle = \frac{M}{N}$ เมื่อเราพิจารณาระบบย่อยของครัวเรือน i และครัวเรือน j ที่มีการซื้อขายแลกเปลี่ยนกัน จะเห็นได้ว่า เมื่อครัวเรือน i จ่ายเงินเป็นจำนวน Δm ให้กับครัวเรือน j ยอดเงินของครัวเรือนทั้งสองจะเปลี่ยนไป ^[14] ดังนี้

$$m_i \rightarrow m'_i = m_i - \Delta m \quad (40)$$

$$m_j \rightarrow m'_j = m_j + \Delta m \quad (41)$$

จะได้ผลรวมของเงินก่อนการแลกเปลี่ยนและหลังแลกเปลี่ยน เป็นดังนี้

$$m_i + m_j = m'_i + m'_j \quad (42)$$

จากสมการที่ 42 จะเห็นได้ว่าผลรวมของเงินในระบบย่อยของครัวเรือนก่อนการแลกเปลี่ยนและหลังแลกเปลี่ยนมีค่าเท่ากัน จึงนิยามได้ว่า ปริมาณเงินของครัวเรือนใด ๆ คือพลังงานของอนุภาคในระบบย่อยนั้น ๆ

พิจารณาแบบจำลองอย่างง่ายซึ่งเป็นแบบจำลองที่ไม่มีการสร้างหนี้ นั่นคือ เงินคงเหลือของทุก ๆ ครัวเรือน i จะมีค่ามากกว่าศูนย์ ($m_i \geq 0$) โดยการซื้อขายแลกเปลี่ยนกันจะเกิดขึ้นเมื่อครัวเรือนมีเงินเพียงพอที่จะจ่ายเท่านั้น ($m_i \geq \Delta m$) และหากไม่เป็นเช่นนั้นการซื้อขายแลกเปลี่ยนจะไม่เกิดขึ้นและถ้าครัวเรือนใช้จ่ายเงินหมดคือมีเงินคงเหลือเป็นศูนย์ ($m_i = 0$) ครัวเรือนจะไม่สามารถซื้อสินค้าจากครัวเรือนอื่น ๆ ได้แต่อย่างไรก็ตามครัวเรือนนี้ยังคงผลิตสินค้าและบริการได้ โดยเมื่อขายสินค้าและบริการแก่ครัวเรือนอื่น ๆ ก็จะได้รับเงินจากการขายของนั้น ๆ ซึ่งในชีวิตจริงการที่ยอดเงินเกือบจะเป็นศูนย์นั้นสามารถเกิดขึ้นได้กับผู้ที่มีการใช้จ่ายผ่านเช็คเงินสด

3.2 อุณหภูมิของเงิน (Money Temperature)

พิจารณาแก๊สอุดมคติซึ่งมี พลังงานภายในของระบบเป็น ผลรวมของพลังงานจลน์เฉลี่ยทั้งหมดของแก๊สในระบบปิด ดังสมการ

$$U = N \langle E_k \rangle = \frac{3}{2} N k_B T \quad (43)$$

เมื่อ k_B คือ ค่าคงที่โบลต์ซมาน

T คือ อุณหภูมิของระบบ

จะได้พลังงานจลน์เฉลี่ยของแต่ละอนุภาคเป็น

$$\langle E \rangle = \left\langle \frac{mv^2}{2} \right\rangle = \frac{3}{2} k_B T \quad (44)$$

ในระบบเศรษฐกิจนั้น เพื่อความง่ายเราจะพิจารณาให้ค่าคงที่โบลต์ซมานเป็น 1 ($k_B = 1$) ซึ่งจะได้ค่า $\beta = 1/T$ ทำให้เราสามารถพิจารณาได้ว่าตัวแปรที่นำมาเปรียบเทียบกับพลังงานจลน์เฉลี่ยแต่ละอนุภาคจะแปรผันตามอุณหภูมิของระบบซึ่งมีค่าคงที่ ณ จุดสมดุล และเนื่องจากปริมาณเงินเฉลี่ยของระบบจะเท่ากับค่าเงินเฉลี่ยของแต่ละครัวเรือนซึ่งมีค่าเท่ากับปริมาณเงินทั้งหมดต่อจำนวนประชากรทั้งหมด ดังสมการ

$$\langle m \rangle = \frac{M}{N} \quad (45)$$

จากการอนุรักษ์ของเงินในสมการที่ 42 จะได้ว่า ปริมาณเงินเฉลี่ยในระบบเศรษฐกิจของแต่ละครัวเรือนคือพลังงานจลน์เฉลี่ยของแต่ละอนุภาคนั้นเอง ซึ่งจะเห็นได้ว่าอุณหภูมิของระบบจะแปรผันตามค่าเงินเฉลี่ย โดยเราจะเรียกความสัมพันธ์ของอุณหภูมิกับค่าเงินเฉลี่ยที่นิยามขึ้นว่าเป็น อุณหภูมิของเงิน (money temperature) ดังสมการ

$$T \propto \langle m \rangle \quad (46)$$

3.3 การกระจายของเงินโดยใช้ฟิสิกส์สถิติ

การอธิบายลักษณะของการกระจายเงินในโครงการนี้จะใช้ฟิสิกส์สถิติที่สำคัญ ได้แก่ การกระจายแบบโบลต์ซมาน-กิบส์ การกระจายแบบโบลต์-ไอน์สไตน์ และ การกระจายแบบเฟอร์มิ-ดิเร็ก ในการอธิบายพฤติกรรมของครัวเรือนในระบบเศรษฐกิจและสังคมซึ่งเป็นระบบเศรษฐกิจแบบมหภาคได้โดยการพิจารณาว่าแต่ละครัวเรือนเป็นระบบอนุภาค โดยในแต่ละแบบจำลองจะมีการกำหนดเงื่อนไขของลักษณะอนุภาคที่มีความแตกต่างกัน

3.3.1 การกระจายแบบโบสต์มาน-กิบส์ของเงิน

ในการศึกษาการกระจายรายได้ในระบบเศรษฐกิจแบบปิด ในงานวิจัยของ โยโกเวนโก (Yokovenko) และ ดรากูเลสคู (Dragulescu) ในปี ค.ศ. 2000 ได้สร้างแบบจำลองการกระจายแบบเอ็กซ์โปเนนเชียลของเงินโดยกำหนดให้แต่ละครัวเรือนเป็นระบบย่อยและประเทศเป็นระบบรวม ซึ่งการกระจายดังกล่าวเป็นรูปแบบสมการเดียวกันกับการกระจายแบบโบสต์มาน-กิบส์ของอนุภาคในระบบโดยการพิจารณาอนุภาคในกลศาสตร์คลาสสิกที่ว่าอนุภาคแต่ละก้อน(ระบบย่อย) มีพลังงานเท่ากับพลังงานเฉลี่ยของระบบรวมและในแต่ละระบบย่อยจะมีการแลกเปลี่ยนพลังงานกันจึงพิจารณารูปแบบของระบบนี้ว่าเป็นแบบคาร์โนคอลลองซอมเบล จะได้สมการการกระจายแบบโบสต์มาน-กิบส์ ดังนี้ ^[14]

$$P(m) = ce^{-m/kT} \quad (47)$$

เมื่อ m คือ เงินของครัวเรือน i ใด ๆ ในระบบ

T คือ อุณหภูมิของเงิน

k คือ ค่าคงที่ของการนอมอลไลซ์อุณหภูมิของเงิน

c คือ ค่าคงที่ของการนอมอลไลซ์ของการกระจาย

3.3.2 การกระจายแบบโบสต์-ไอน์สไตน์ของเงิน

จากงานวิจัยของคัสมาเรฟ (Kusmartsev) และ เคอเทิน (Kurten) ซึ่งจะพิจารณาการกระจายของเงินว่าเป็นอนุภาคในกลศาสตร์ควอนตัมนั่นคือ อนุภาคโบซอน ที่มีพลังงานเฉลี่ยของอนุภาคแต่ละกลุ่มย่อยไม่เท่ากันและการจัดเรียงตัวของสปินที่มีความเกี่ยวข้องกับพลังงานไม่เป็นไปตามหลักการกีดกันของเพาลี ทำให้ไม่สามารถแยกแยะความสัมพันธ์ของพลังงานระหว่างอนุภาคในแต่ละตัวในกลุ่มย่อยได้ เทียบได้กับในระบบเศรษฐกิจที่มองว่ารายได้เฉลี่ยของแต่ละครัวเรือนไม่เท่ากัน และไม่สามารถบ่งบอกถึงความสัมพันธ์ของเงินของสมาชิกในครัวเรือนแต่ละคนได้ โดยการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์ของตัวแปรอื่น ๆ คงที่ โดยฟิสิกส์สถิติที่มีเงื่อนไขคล้ายคลึงกับระบบเศรษฐกิจดังกล่าวคือ การกระจายแบบโบสต์-ไอน์สไตน์

ในขณะที่ครัวเรือนเริ่มมีการซื้อขายแลกเปลี่ยนกันลักษณะการไหลของเงินจะไหลจากครัวเรือนที่มีปริมาณเงินเฉลี่ยสูงไปสู่ครัวเรือนที่มีปริมาณเงินเฉลี่ยต่ำกว่าจนถึงจุดสมดุลทางสถิติ และถ้าสมาชิกในครัวเรือนมีการโยกย้ายไปยังครัวเรือนอื่น ๆ ก็จะมี ความเกี่ยวข้องกับศักย์เคมีของทั้งสองครัวเรือน โดยปริมาณเงินที่เปลี่ยนแปลงไป (δM) จะมีรูปแบบที่ใกล้เคียงกับฟิสิกส์สถิติ คือ

$$\delta M = \delta Q + \delta W_{\text{migration}} + \delta W_{\text{debt}} + \delta W_{\text{goods}} \quad (48)$$

เมื่อ δQ คือ การเพิ่มทุนทางตรง
 $\delta W_{\text{migration}}$ คือ การเปลี่ยนแปลงในหลักทรัพย์ที่เพิ่มขึ้นจากจำนวนประชากร δN
 δW_{debt} คือ การเปลี่ยนแปลงของเงินที่ขึ้นกับหนี้ที่เพิ่มขึ้น δD
 δW_{goods} คือ การไหลเวียนของสินค้าที่ราคา Q

เมื่อแทนค่าตัวแปรของปริมาณเงินในระบบ จากสมการข้างต้น จะได้ว่า

$$\delta M = T\delta S + \mu\delta N + v\delta D - p\delta V \quad (49)$$

เมื่อ μ คือ ศักย์เคมี (chemical potential)
 v คือ ศักย์ของหนี้ (debt potential)
 p คือ ค่าของความมั่งคั่ง (price of the wealth V)

สมมุติว่าในครัวเรือนผู้ที่ได้รับเงินเดือน m_r นั้นอาจจะมีทั้งสินทรัพย์และหนี้สินอยู่ แต่เพื่อความง่ายจะมองข้ามเงื่อนไขดังกล่าวในช่วงต้น สมมติที่เวลา t ใด ๆ ระบบจะอยู่ในสมดุล โดยที่ครัวเรือนจำนวน n_r จะมีรายได้รวม m_r เมื่อ

$$N_t = \sum_r n_r \quad (50)$$

และ

$$M_t = \sum_r m_r n_r \quad (51)$$

เมื่อ N_t คือ จำนวนของครัวเรือนที่เวลา t ใด ๆ
 M_t คือ ปริมาณเงินรวมที่เวลา t ใด ๆ

จะเห็นว่าสถานะจุลภาคของครัวเรือนที่เวลา t ใด ๆ จะสามารถกำหนดได้โดย $t \equiv \{n_r\}$ โดยที่จำนวนครัวเรือน n_r ที่มีรายได้ m_r ไม่สามารถแยแยะได้ปริมาณเงินของสมาชิกแต่ละครัวเรือนได้ ค่า n_r ของระบบเศรษฐกิจจึงมีอย่างไม่จำกัด ดังนั้น เราจึงไม่สามารถจำกัดค่า N_t และ M_t ของระบบได้ อองซอมเบลที่เชื่อมโยงกับระบบดังกล่าวจึงเป็นอองซอมเบลแบบแกรนด์คาโนนิคัล จะได้ฟังก์ชันแกรนด์พาร์ทิชัน เป็น

$$Z = \prod_r \frac{1}{1 - e^{\beta n_r (m_r - \mu)}} \quad (52)$$

จากสมการที่ 52 ซึ่งแสดงถึงจำนวนครัวเรือนทางเศรษฐกิจ จะได้ครัวเรือนเฉลี่ยของสมดุลงเชิงสถิติของตลาด เป็นดังนี้

$$\bar{n}(m_r) = \frac{g_r}{e^{(m_r - \mu)/T} - 1} \quad (53)$$

เมื่อ g_r คือ จำนวนของสมาชิกในแต่ละครัวเรือนที่มีรายได้เท่ากัน

3.3.3 การกระจายแบบเฟอร์มี-ดิเร็กของเงิน

จากงานวิทยานิพนธ์ระดับปริญญาเอกของเอลวิส โอลเตน (Elvis Oltean) ซึ่งจะพิจารณาการกระจายของเงินว่าเป็นอนุภาคในกลศาสตร์ควอนตัม นั่นคือ อนุภาคเฟอร์มิออน ที่มีพลังงานเฉลี่ยของอนุภาคแต่ละกลุ่มย่อยไม่เท่ากันและการจัดเรียงตัวของสปินเป็นไปตามหลักการกีดกันของเพาลี ทำให้สามารถระบุได้ว่าพลังงานระหว่างอนุภาคในแต่ละตัวในกลุ่มย่อยมีความสัมพันธ์กัน เทียบได้กับในระบบเศรษฐกิจที่มองว่ารายได้เฉลี่ยของแต่ละครัวเรือนไม่เท่ากัน แต่สามารถบ่งบอกถึงความสัมพันธ์ของเงินของสมาชิกในครัวเรือนแต่ละคนได้ โดยการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์ของตัวแปรอื่น ๆ คงที่ ฟิสิกส์สถิติที่มีเงื่อนไขคล้ายคลึงกับระบบเศรษฐกิจดังกล่าวคือ การกระจายแบบเฟอร์มี-ดิเร็ก ดังนี้

$$\bar{n}(m_r) = \frac{g_r}{e^{(m_r - \mu)/T} + 1} \quad (54)$$

บทที่ 4

แบบจำลองการกระจายรายได้ รายจ่ายและความมั่งคั่ง

4.1 คำอธิบายข้อมูลที่ใช้ในการทดลอง

ข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับรายได้ รายจ่ายและความมั่งคั่งที่ใช้ในโครงการนี้จะเป็นรูปแบบของความถี่สะสม โดยเราจะใช้จำนวนครัวเรือนของประชากรในประเทศไทยที่ได้จากการสำรวจข้อมูลที่จัดเก็บโดยสำนักงานสถิติแห่งชาติ (สสช.) ในช่วงปี พ.ศ. 2531 – 2560 ซึ่งจะทำการเลือกข้อมูลมาวิเคราะห์ทุก ๆ 5 ปี ได้แก่ ปี พ.ศ. 2530, 2535, 2540, 2545, 2550, 2555 และปี พ.ศ. 2560 แต่เนื่องจากไม่มีข้อมูลในบางปีที่ต้องการจึงได้เลือกปีก่อนหน้าและปีหลังจากข้อมูลปีนั้น ๆ ที่ขาดหายไป จึงได้ชุดข้อมูลที่เลือกมาวิเคราะห์ ได้แก่ ปี พ.ศ. 2531, 2535, 2539, 2541, 2545, 2550, 2554, 2556 และ ปี พ.ศ. 2560 โดยในโครงการนี้เราจะพิจารณาข้อมูลที่น่ามาวิเคราะห์ ดังนี้

1. รายได้ประจำเฉลี่ยต่อเดือนของครัวเรือน

เป็นรายได้ที่ประกอบด้วยรายได้ที่เป็นตัวเงิน และรายได้ที่ไม่ใช่ตัวเงิน ได้แก่

(ก) รายได้ที่เป็นตัวเงิน

- 1) ค่าจ้างและเงินเดือน
- 2) กำไรสุทธิจากการประกอบธุรกิจ
- 3) กำไรสุทธิจากการประกอบการเกษตร
- 4) บำเหน็จ บำนาญ เบี้ยหวัด และเงินสงเคราะห์ต่าง ๆ
- 5) เงินชดเชย และ/หรือ เงินทดแทนการออกจากงาน
- 6) เงินช่วยเหลือที่ได้รับจากบุคคลอื่นนอกครอบครัว
- 7) เงินสงเคราะห์ผู้สูงอายุและผู้พิการรวมทั้งเงินช่วยเหลืออื่น ๆ จากรัฐ
- 8) รายรับจากการให้เช่าห้อง/ที่ดิน และสินทรัพย์อื่น ๆ รวมทั้ง
ค่าลิขสิทธิ์ และสิทธิบัตรต่าง ๆ
- 9) ดอกเบี้ยเงินฝาก พันธบัตรเงินปันผลจากหุ้น และการลงทุนอื่น ๆ
- 10) ดอกเบี้ยแชร์ และการให้กู้ยืมเงินแก่เอกชน

(ข) รายได้ที่ไม่เป็นตัวเงิน

- 1) ค่าประเมินค่าเช่าบ้านที่อยู่โดยไม่เสียค่าเช่า (รวมค่าประเมิน ค่าเช่าบ้านของตนเอง)
- 2) มูลค่าสินค้าและบริการที่ได้รับมา โดยไม่ต้องซื้อ (รวมยาสูบ)
- 3) อาหารและเครื่องใช้ที่ได้รับมา โดยไม่ต้องซื้อ

2. รายจ่ายเฉลี่ยต่อเดือนของครัวเรือน

รายจ่ายแบ่งตามประเภทขอแหล่งที่มา ดังนี้

- 1) ค่าใช้จ่ายอุปโภคบริโภคต่อเดือนของครัวเรือน
- 2) ค่าใช้จ่ายที่ไม่เกี่ยวกับอุปโภคบริโภคต่อเดือนของครัวเรือน
- 3) ค่าใช้จ่ายอาหารและเครื่องดื่มต่อเดือนของครัวเรือน
- 4) ค่าใช้จ่ายยาสูบต่อเดือนของครัวเรือน

3. ความมั่งคั่งเฉลี่ยของครัวเรือน

ความมั่งคั่งเฉลี่ยของครัวเรือนจะพิจารณาจากผลต่างของรายได้ และรายจ่าย
 ดังสมการ

$$Income - Expenditure = Wealth \quad (55)$$

ในการอธิบายผลที่ง่ายที่สุด เราจะให้จำนวนประชากรทั้งหมดเป็น 100 ครัวเรือน (เปรียบเทียบกับจำนวนครัวเรือนทั้งหมดในแต่ละปี) โดยพิจารณาจำนวนครัวเรือนสะสมและ รายได้เฉลี่ยสะสมเป็น 0.1%, 1%, 2.5%, 5% 10%, 20%, 30%, ... ไปจนถึงกลุ่มครัวเรือนสะสม ทั้งหมด 100% รวม 14 กลุ่ม โดยสาเหตุที่เลือกใช้ครัวเรือนสะสมจากกลุ่มครัวเรือนที่มีรายได้เฉลี่ย สูงสุดก่อนเนื่องจากรายได้เฉลี่ยของครัวเรือนกลุ่มนี้ค่อนข้างสูงมากเมื่อเปรียบเทียบกับครัวเรือน กลุ่มอื่น ๆ ที่มีรายได้เฉลี่ยใกล้เคียงกัน ส่วนการพิจารณาการกระจายรายจ่ายและความมั่งคั่งของ ครัวเรือนจะใช้รูปแบบการกระจายเช่นเดียวกับการกระจายรายได้ในข้างต้น ซึ่งจะได้ข้อมูลดังนี้

1. ข้อมูลรายได้ประจำเฉลี่ยสะสมต่อเดือนของครัวเรือน

ตารางที่ 1 แสดงรายได้ประจำเฉลี่ยสะสมของครัวเรือน จำแนกตามกลุ่มประชากรสะสม

cumulative populations	2531	2535	2539	2541	2545	2550	2554	2556	2560
100.0	5023.69	9256.40	11802.31	13384.46	14360.84	19820.18	23895.25	25231.54	25428.57
90.0	5485.82	10142.92	12898.69	14621.37	15688.91	21694.44	26203.68	27752.26	27801.88
80.0	5995.22	11143.25	14111.66	15988.48	17152.05	23730.27	28610.63	30287.42	30316.63
70.0	6583.31	12319.20	15523.00	17579.03	18847.71	26085.40	31401.67	33203.48	33217.86
60.0	7284.98	13751.38	17223.67	19488.70	20880.55	28903.95	34746.89	36678.91	36673.95
50.0	8149.09	15560.51	19342.58	21872.68	23402.32	32393.94	38909.67	40979.57	40946.93
40.0	9255.74	17969.42	22127.65	25012.07	26688.23	36926.57	44383.89	46568.70	46497.75
30.0	10773.61	21435.65	26046.34	29454.35	31298.14	43261.43	52175.10	54435.80	54300.76
20.0	13108.77	27090.87	32236.23	36530.16	38610.26	53177.37	64851.22	67158.14	66769.43
10.0	17742.32	39256.29	45049.77	51114.11	53447.88	73176.30	92351.01	94556.90	93188.14
5.0	23492.25	56124.46	61587.24	70123.65	72000.22	98205.00	130252.65	131914.47	128134.57
2.5	30570.65	79625.09	84619.08	96593.97	96378.64	131620.98	185430.38	184160.07	175881.26
1.0	42734.16	124171.07	132137.72	150974.57	142731.40	198802.46	307862.67	296548.96	274499.95
0.1	100561.00	365061.92	425144.36	449339.96	379579.94	608077.47	1281334.38	1179252.49	961960.02

2. ข้อมูลรายจ่ายเฉลี่ยสะสมต่อเดือนของครัวเรือน

ตารางที่ 2 แสดงรายจ่ายเฉลี่ยสะสมของครัวเรือน จำแนกตามกลุ่มประชากรสะสม

cumulative populations	2531	2535	2539	2541	2545	2550	2554	2556	2560
100.0	4581.16	7311.29	8525.47	9347.57	10058.86	13530.44	15734.41	16776.76	17545.79
90.0	4970.48	7946.07	9232.99	10102.06	10886.00	14664.71	17011.40	18146.47	18961.34
80.0	5389.21	8637.19	9985.46	10891.92	11756.01	15844.93	18336.23	19574.92	20437.38
70.0	5868.62	9437.69	10837.06	11783.32	12738.43	17168.89	19821.42	21171.75	22086.02
60.0	6438.41	10395.47	11839.32	12825.80	13887.83	18714.81	21550.81	23035.77	24001.54
50.0	7140.09	11584.16	13063.87	14089.58	15287.06	20589.94	23641.04	25295.80	26311.54
40.0	8048.30	13134.76	14629.68	15695.22	17082.95	22980.02	26287.29	28173.12	29229.27
30.0	9307.60	15312.30	16803.42	17883.47	19568.25	26230.07	29850.40	32052.19	33131.99
20.0	11286.26	18796.77	20248.62	21260.59	23451.00	31180.54	35223.97	37908.87	38953.47
10.0	15465.72	26158.58	27518.40	28057.84	31534.08	40587.00	45724.34	49188.70	50126.30
5.0	21066.84	35751.89	37217.75	36531.02	42037.44	51368.88	58324.09	62293.79	63490.75
2.5	28901.18	47709.39	50193.63	46567.46	55923.97	63721.23	73782.90	77563.35	79706.08
1.0	42677.71	65580.50	69526.14	61749.26	78985.01	83087.29	99028.38	101562.58	108039.95
0.1	109954.00	125937.85	163998.12	113343.13	144246.69	158167.74	212629.33	192210.19	262189.98

3. ข้อมูลความมั่งคั่งเฉลี่ยสะสมของครัวเรือน

ตารางที่ 3 แสดงความมั่งคั่งเฉลี่ยสะสมของครัวเรือน จำแนกตามกลุ่มประชากรสะสม

cumulative populations	2531	2535	2539	2541	2545	2550	2554	2556	2560
100.0	442.53	1945.11	3276.83	4036.90	4301.98	4420.35	8160.84	8454.78	7882.77
90.0	1107.74	2882.60	4466.96	5293.93	5619.40	6146.94	10245.93	10604.16	9805.64
80.0	1394.99	3442.04	5239.05	6172.81	6498.20	7123.13	11724.74	12073.60	11183.83
70.0	1681.12	4040.06	6072.52	7144.48	7480.35	8203.78	13405.04	13754.20	12741.67
60.0	2006.57	4753.44	7072.11	8321.33	8677.77	9523.17	15483.14	15825.14	14662.00
50.0	2410.84	5673.95	8351.51	9832.73	10208.62	11211.27	18164.61	18479.96	17128.11
40.0	2951.26	6941.25	10078.51	11882.17	12264.04	13481.49	21827.83	22070.61	20478.06
30.0	3728.31	8830.88	12594.48	14890.81	15236.94	16778.14	27269.18	27339.76	25415.21
20.0	4987.07	12072.80	16763.26	19919.17	20110.14	22190.76	36595.20	36276.74	33772.11
10.0	7663.58	19672.11	25891.74	30975.39	30616.66	33686.64	58383.10	57158.14	53062.74
5.0	11151.10	30965.15	38448.45	46286.40	44519.23	48559.57	90750.97	88033.36	80955.30
2.5	15823.69	47756.35	56498.49	68438.99	63480.90	68069.76	139766.92	134415.43	121863.99
1.0	24709.55	84051.86	95113.57	116294.39	102080.59	106709.71	252699.03	238783.95	210294.23
0.1	69203.18	316424.46	360643.08	404506.71	314938.74	311127.29	1197695.10	1097391.98	860441.86

4.2 การกระจายรายได้ รายจ่ายและความมั่งคั่งในประเทศไทย

จากข้อมูลของรายได้ รายจ่าย และความมั่งคั่ง ที่ได้โดยการจำแนกตามกลุ่มประชากรในหัวข้อ 4.1 แล้วนั้น จึงได้นำแบบจำลองของการกระจายทั้ง 4 แบบ คือ การกระจายแบบโบสต์มาน-กิบส์ การกระจายแบบโบสต์-ไอนส์ไตน์ การกระจายแบบเฟอร์มี-ดิเร็ก และการกระจายแบบพาเรโต มาใช้กับข้อมูลจริงเพื่อเปรียบเทียบความเหมาะสมของการใช้งานแบบจำลองแต่ละแบบ โดยการกระจายแบบโบสต์-ไอนส์ไตน์ และการกระจายแบบเฟอร์มี-ดิเร็ก จะใช้วิธีการหาค่าคงที่ของสมการโดยใช้โปรแกรมแมทแล็บ (Matlab) ^[16] ส่วนการกระจายแบบโบสต์มาน-กิบส์ และการกระจายแบบพาเรโตจะใช้วิธีการประมาณแบบกำลังสองน้อยที่สุด (Least square approximation) จะได้ค่าพารามิเตอร์ สำหรับแบบจำลองต่าง ๆ ดังนี้

1. พารามิเตอร์สำหรับความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลรายได้ประจำเฉลี่ยสะสมต่อเดือนของครัวเรือนในแต่ละปี

ตารางที่ 4 แสดงข้อมูลพารามิเตอร์ของรายได้ประจำเฉลี่ยสะสมของครัวเรือน

years	Fermi-Dirac		Bose-Einstein		Bosemann-Gibbs		Pareto	
	g	mu	G	MU	n	c	a	b
2531	22947.32	-22413.68	924.90	-6701.66	1.21	201.44	2.70	3.23E+12
2535	1239.74	-13491.53	51537.99	-48621.74	1.66	147.59	2.12	6.05E+10
2539	21912.74	-52021.72	2626.92	-27370.58	1.39	173.74	1.99	1.56E+10
2541	39720.24	-67001.75	2094.65	-28128.74	1.39	172.41	2.10	7.17E+10
2545	36955.07	-70879.97	1447.28	-25127.25	1.32	182.46	2.35	1.28E+12
2550	31681.99	-94719.91	1602.98	-36558.18	1.30	186.25	2.09	1.29E+11
2554	30462.70	-113270.48	1459.17	-41954.60	1.46	163.31	1.65	1.25E+09
2556	67156.08	-139602.10	1058.47	-36689.95	1.38	172.28	1.72	2.69E+09
2560	68463.52	-141383.72	778.96	-29991.54	1.32	179.50	1.88	1.79E+10

2. พารามิเตอร์สำหรับความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลรายจ่ายเฉลี่ยต่อเดือนของครัวเรือนในแต่ละปี

ตารางที่ 5 แสดงข้อมูลพารามิเตอร์ของรายจ่ายเฉลี่ยสะสมของครัวเรือน

years	Fermi-Dirac		Bose-Einstein		Bosemann-Gibbs		Pareto	
	g	mu	G	MU	n	c	a	b
2531	30602.73	-21890.29	338.36	-2194.56	1.18	199.13	2.41	1.47E+11
2535	45089.81	-37681.88	507.47	-5923.28	1.28	184.14	3.35	1.22E+16
2539	44581.70	-44056.14	249.29	-2114.21	1.10	212.89	2.71	1.37E+13
2541	44313.77	-48381.77	191.81	-604.31	0.95	255.08	3.65	2.74E+17
2545	40904.65	-51192.29	220.04	-1597.42	1.04	227.57	3.44	6.30E+16
2550	88901.02	-79356.88	213.75	-1850.37	0.92	271.84	3.55	2.78E+17
2554	85075.93	-91763.74	179.32	-298.83	0.89	282.61	3.04	1.48E+15
2556	84111.11	-97603.27	188.53	-873.46	0.89	281.94	3.56	6.37E+17
2560	81718.91	-101662.34	172.79	93.65	0.86	296.90	2.68	3.25E+13

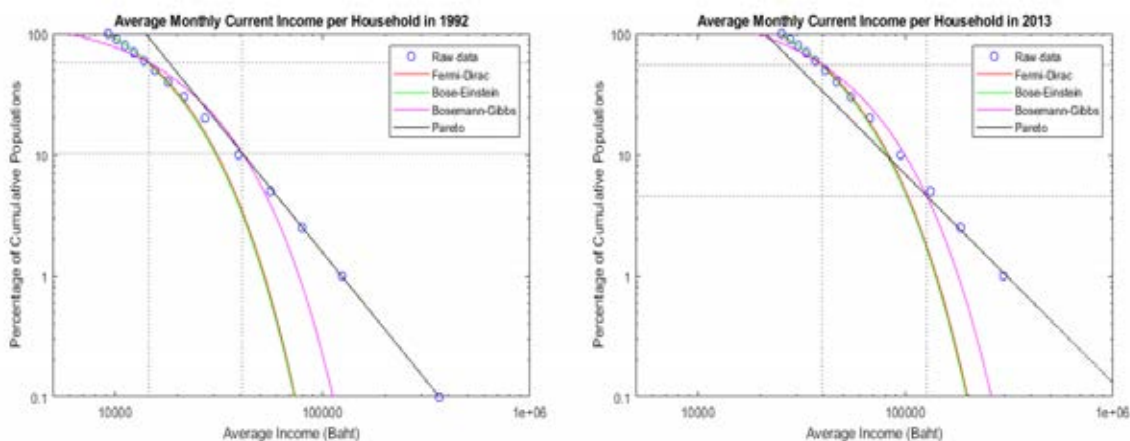
3. พารามิเตอร์สำหรับความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลความมั่งคั่งเฉลี่ยของครัวเรือนในแต่ละปี

ตารางที่ 6 แสดงข้อมูลพารามิเตอร์ของความมั่งคั่งเฉลี่ยสะสมของครัวเรือน

years	Fermi-Dirac		Bose-Einstein		Bosemann-Gibbs		Pareto	
	g	mu	G	MU	n	c	a	b
2531	86.52	2707.27	290619.77	-2980.63	7.68	106.69	2.19	4.07E+09
2535	107.60	5693.09	199696.60	-12260.20	4.85	98.39	1.71	2.52E+08
2539	121.40	7570.75	150513.25	-19897.28	3.49	111.40	1.73	4.36E+08
2541	126.77	8549.69	116735.29	-23594.31	3.41	109.92	1.82	1.57E+09
2545	132.43	8497.48	112660.54	-25026.08	3.05	116.86	2.02	1.22E+10
2550	123.20	10041.15	138674.04	-26436.09	3.24	117.05	2.12	4.69E+10
2554	145.49	13651.60	140701.99	-49591.99	3.31	105.91	1.49	1.21E+08
2556	152.68	13130.44	134414.50	-51034.85	3.07	109.79	1.53	1.69E+08
2560	153.71	12062.53	136571.95	-47748.70	3.03	110.57	1.64	5.72E+08

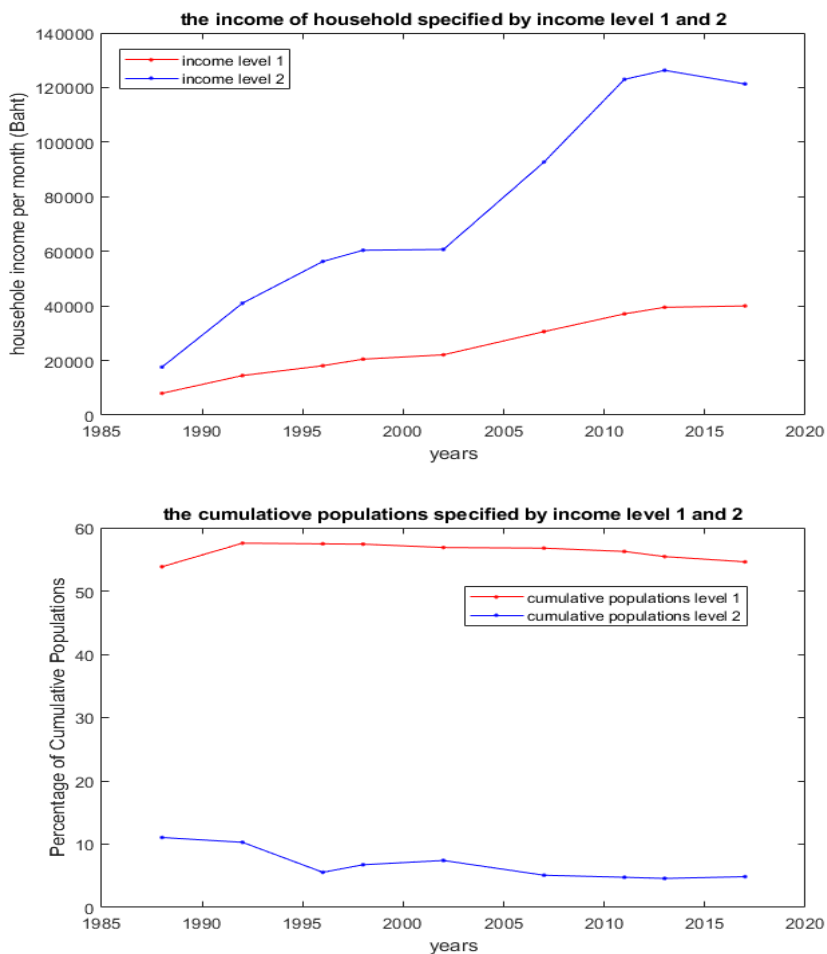
เมื่อนำข้อมูลและค่าพารามิเตอร์ของการกระจายในแต่ละแบบมาวิเคราะห์ และทำการแบ่งกลุ่มของประชากรโดยการกำหนดเกณฑ์จากการเลือกแบบจำลองโบส-ไอน์สไตน์ หรือแบบจำลองเฟอร์มี-ดิเร็ก ซึ่งฟิตกับข้อมูลรายได้ในช่วงของประชากรครัวเรือนสะสมส่วนใหญ่ของประเทศมาหาจุดตัดกับแบบจำลองโบสต์มาน-กิบส์ แบ่งกลุ่มครัวเรือนรายได้ต่ำกับกลุ่มครัวเรือนรายได้ปานกลางออกจากกัน และใช้จุดตัดระหว่างแบบจำลองโบสต์มาน - กิบส์ กับแบบจำลอง พาวเรโตเป็นเกณฑ์ในการแบ่งกลุ่มของครัวเรือนที่มีรายได้ปานกลางกับกลุ่มของครัวเรือนที่มีรายได้สูงออกจากกัน จะได้กราฟแสดงข้อมูล ดังนี้

1. กราฟของการกระจายรายได้ประจำเฉลี่ยสะสมต่อเดือนของครัวเรือน



รูปที่ 4 กราฟของการกระจายรายได้ ปี พ.ศ. 2535 (ซ้าย) และปี พ.ศ.2556 (ขวา)

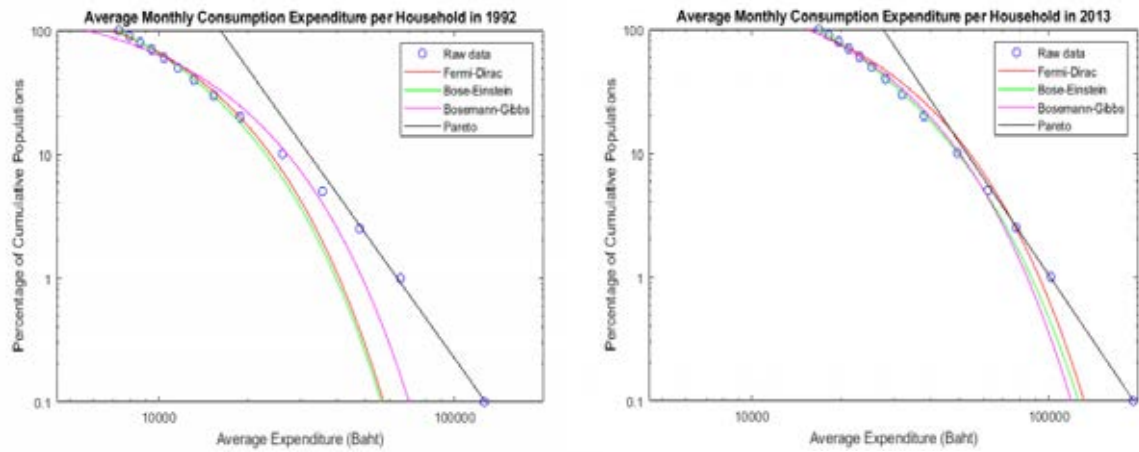
จากกราฟ ปี พ.ศ. 2535 ครั้วเรือนรายได้น้อย จะมีรายได้ต่ำกว่า 14,500 บาท ครั้วเรือนรายได้ปานกลาง จะมีรายได้ระหว่าง 14,500 – 41,000 บาท ส่วนครั้วเรือนที่มีรายได้สูงกว่า 41,000 บาท จะเป็นกลุ่มครั้วเรือนที่มีรายได้สูง และ จากกราฟ ปี พ.ศ. 2556 ครั้วเรือนรายได้น้อย จะมีรายได้ต่ำกว่า 39,500 บาท ครั้วเรือนรายได้ปานกลาง จะมีรายได้ระหว่าง 39,500 – 126,300 บาท ส่วนครั้วเรือนที่มีรายได้สูงกว่า 126,300 จะเป็นกลุ่มครั้วเรือนที่มีรายได้สูง และเมื่อพิจารณาข้อมูลการแบ่งกลุ่มรายได้ของครั้วเรือนในปีอื่น ๆ จะเป็นดังนี้



รูปที่ 5 กราฟแสดงการแบ่งกลุ่มครั้วเรือนตามระดับรายได้ (บน)
จำนวนครั้วเรือนสะสมที่มีระดับรายได้เท่ากับกราฟทางด้านซ้าย (ล่าง)

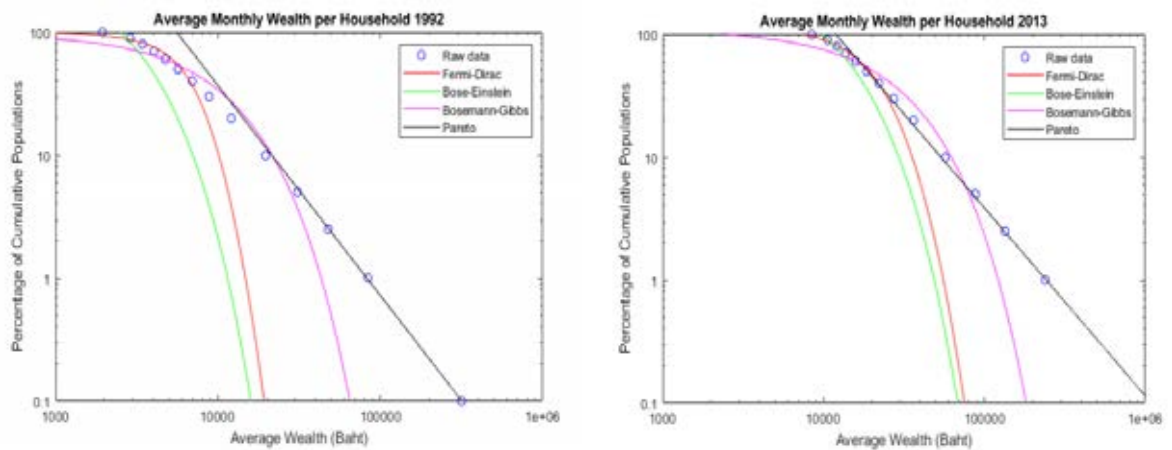
จากกราฟทางด้านบน ครั้วเรือนที่มีระดับรายได้ต่ำกว่ากราฟเส้นสีแดงจะเป็นครั้วเรือนที่มีรายได้ต่ำและมีความยากจน ส่วนครั้วเรือนที่มีระดับรายได้อยู่ระหว่างเส้นสีแดงและสีน้ำเงินจะเป็นครั้วเรือนที่มีระดับรายได้ปานกลาง ส่วนครั้วเรือนที่มีระดับรายได้สูงกว่ากราฟเส้นสีน้ำเงินจะเป็นครั้วเรือนที่มีรายได้สูง โดยจำนวนของครั้วเรือนสะสมในปีนั้น ๆ จะเป็นไปตามกราฟทางด้านบน

2. กราฟของการกระจายรายจ่ายเฉลี่ยต่อเดือนของครัวเรือน



รูปที่ 6 กราฟของการกระจายรายจ่าย ปี พ.ศ. 2535 (ซ้าย) และปี พ.ศ.2556 (ขวา)

3. กราฟของการกระจายความมั่งคั่งเฉลี่ยต่อเดือนของครัวเรือน



รูปที่ 7 กราฟของการกระจายความมั่งคั่ง ปี พ.ศ. 2535 (ซ้าย) และปี พ.ศ.2556 (ขวา)

บทที่ 5

สรุปผลจากการวิเคราะห์แบบจำลองต่าง ๆ

ในโครงการนี้ได้นำสถิติพิสัยในรูปแบบต่าง ๆ มาวิเคราะห์การกระจายรายได้ รายจ่าย และความมั่งคั่งของประชากรไทยโดยพิจารณาว่าประชากรแต่ละคนมีพฤติกรรมของการกระจายตัว เช่นเดียวกับอนุภาค และได้พิจารณาเงื่อนไขต่าง ๆ ของระบบไม่ว่าจะเป็นระบบเศรษฐกิจแบบปิดซึ่งเป็นระบบแบบคาร์บอนนิเคลอองซอมเบล หรือแม้แต่ว่าระบบเศรษฐกิจแบบเปิดซึ่งเป็นระบบแบบแกรนด์คาร์บอนนิเคลอองซอมเบล โดยในระบบทั้งสองอยู่ภายใต้เงื่อนไขที่ว่าเงินในระบบมีการอนุรักษ์ จากการทดลองโดยใช้ข้อมูลจริงซึ่งเป็นข้อมูลแบบสำรวจครัวเรือนไทยซึ่งจัดเก็บโดยสำนักงานสถิติแห่งชาติ (สสช)

จากการทดลองเขียนกราฟโดยใช้แบบจำลองที่กล่าวมาข้างต้น พบว่า แบบจำลองการกระจายแบบโบสต์มาน-กิบส์ ไม่มีความสอดคล้องกับข้อมูลของรายได้ รายจ่ายและความมั่งคั่งเนื่องจากเงินของแต่ละครัวเรือนเท่ากับเงินเฉลี่ยของระบบทำให้ลักษณะของกราฟที่ได้เป็นค่าเฉลี่ย

ในส่วนของข้อมูลการกระจายรายได้ แบบจำลองการกระจายแบบโบสต์-ไอนส์ไตน์ และการกระจายแบบเฟอร์มี-ดิเร็กมีความเหมาะสมกับการกระจายของข้อมูลประชากรสะสมในช่วง 20 – 100 % มากที่สุด โดยสามารถพิจารณาได้ว่ารายได้นั้นมีการกระจายแบบควอนตัม คือแต่ละครัวเรือนจะมีรายได้เฉลี่ยไม่เท่ากัน และสมาชิกในแต่ละครัวเรือนจะมีรายได้ที่สัมพันธ์กันหรือไม่สัมพันธ์กันก็ได้

สำหรับข้อมูลของการกระจายรายจ่าย แบบจำลองการกระจายแบบโบสต์มาน-กิบส์มีความเหมาะสมกับการกระจายของข้อมูลประชากรสะสมในช่วง 5 – 100 % มากที่สุด โดยสามารถพิจารณาได้ว่า รายจ่ายนั้นมีการกระจายแบบควอนตัม และสมาชิกในแต่ละครัวเรือนมีรายจ่ายที่ไม่สัมพันธ์กัน

ส่วนของข้อมูลการกระจายความมั่งคั่ง แบบจำลองการกระจายแบบเฟอร์มี-ดิเร็กมีความเหมาะสมกับการกระจายของข้อมูลประชากรสะสมในช่วง 30 – 100 % มากที่สุด โดยสามารถพิจารณาได้ว่า รายจ่ายนั้นมีการกระจายแบบควอนตัม และสมาชิกในแต่ละครัวเรือนมีการกระจายความมั่งคั่งที่สัมพันธ์กัน

เมื่อพิจารณาการแยกแยะกลุ่มของประชากรโดยใช้ข้อมูลของการกระจายรายได้ ซึ่งจะพิจารณาที่จุดตัดของแบบจำลอง เฟอร์มี-ดิเร็กกับแบบจำลองโบสต์มาน-กิบส์ จะได้จุดที่แบ่งแยกประชากรออกเป็น 3 กลุ่ม คือกลุ่มครัวเรือนที่มีรายได้ต่ำ กลุ่มครัวเรือนรายได้ปานกลาง และกลุ่มครัวเรือนรายได้สูง และจากกราฟในรูปที่ 5 จะเห็นได้ว่าระดับรายได้ของกลุ่มครัวเรือนที่มีรายได้ปานกลางและรายได้สูงจะเปลี่ยนแปลงไปในแต่ละปี โดยเมื่อพิจารณาวิกฤตเศรษฐกิจต้มยำกุ้ง ปี พ.ศ. 2541 และ วิกฤตการณ์ทางการเมือง ปี พ.ศ. 2556 จะเห็นได้ว่า ผลกระทบต่อวิกฤตการณ์ดังกล่าวทำให้ระดับรายได้ของกลุ่มครัวเรือนที่มีรายได้สูงลดลง มากกว่ากลุ่มครัวเรือนที่มีรายได้ปานกลาง

ภาคผนวก A

การกระจายแบบพาราเรโต ^[2]

การค้นคว้าวิจัยเกี่ยวกับเรื่องของการกระจายรายได้นั้นมีมาอย่างยาวนาน โดยเฉพาะในทางเศรษฐศาสตร์เองก็ได้มีผู้ที่เสนอวิธีการของการกระจายรายได้ที่มีความหลากหลาย นอกเหนือจากการกระจายแบบปกติ ได้แก่ การกระจายแบบล็อก (Lognormal Distribution) และ การกระจายแบบก้ำจัดล็อก (Displaced Lognormal Distribution) แล้ว การกระจายแบบพาราเรโต (Pareto Distribution) ยังเป็นฟังก์ชันความหนาแน่นอีกฟังก์ชันหนึ่งที่ถูกนำมาใช้ในการศึกษาการกระจายรายได้กันอย่างแพร่หลาย ซึ่งรูปแบบของการกระจายความหนาแน่นแบบพาราเรโตที่ใช้นั้นมีความหลากหลายมาก โดยหนึ่งในรูปแบบที่นิยมใช้ คือ

$$F(m) = bm^{-a} \quad (56)$$

เมื่อ a คือ ค่าสัมประสิทธิ์การกระจายตัว

b คือ ค่าคงที่ของการนอลมอลไลซ์

ลักษณะของฟังก์ชันหนาแน่นนี้สามารถอธิบายรูปแบบการกระจายรายได้ในช่วงรายได้สูง ในกลุ่มประชากรรายได้สูงสุด 2 - 3 % ได้ดี แต่ก็ยังไม่สามารถอธิบายการกระจายรายได้ในกลุ่มรายได้ต่ำ ๆ ได้ดีพอ โดยหลักการของพาราเรโตนั้นจะอธิบายในเรื่องของกฎ 80/20 ที่ว่าสิ่งที่สำคัญจะมีจำนวนน้อยกว่าสิ่งที่ไม่สำคัญ ซึ่งกฎนี้สามารถนำมาประยุกต์กับเรื่องต่าง ๆ ในชีวิตประจำวันได้ เช่น เรื่องของการกระจายรายได้ของประชากรที่ว่า กลุ่มคน 20% จะถือครองรายได้ 80% ของทั้งประเทศ (โดยประมาณ)

ภาคผนวก B

การแปลงข้อมูลดิบเป็นข้อมูลตามกลุ่มครัวเรือน

Input data

```
load Rawdata.mat

% this MAT-file include raw data of income wealth and expenditure.
% we choose 9 years of 1988, 1992, 1996, 1998, 2002, 2007, 2011,
% 2013, 2017.
% we specify population into 14 groups according to
% percent of 0.1 1 2.5 5 10 20 30 40 50 60 70 80 90 100.
```

Convert raw data into 14 groups

```
for j = 1:length(years)

    % input raw data into 1 years
    dataIN = RawData_income(:,j);
    dataEX = RawData_expenditure(:,j);
    dataWE = RawData_wealth(:,j);

    % eliminate NaN from data
    dataIN_unNaN = dataIN(isfinite(dataIN(:, 1)), :);
    dataEX_unNaN = dataEX(isfinite(dataEX(:, 1)), :);
    dataWE_unNaN = dataWE(isfinite(dataWE(:, 1)), :);

    % sort data from smallest populations to largest populations
    income = sort(dataIN_unNaN, 'descend');
    expenditure = sort(dataEX_unNaN, 'descend');
    wealth = sort(dataWE_unNaN, 'descend');

    % convert data
    for i = 1:length(pop)
        numIN = round(length(income).*pop(i)./100);
        numEX = round(length(expenditure).*pop(i)./100);
        numWE = round(length(wealth).*pop(i)./100);

        gr_income(i,j) = sum(income(1:numIN))./numIN;
        gr_expenditure(i,j) = sum(expenditure(1:numEX))./numEX;
        gr_wealth(i,j) = sum(wealth(1:numWE))./numWE;
    end
end
```

ภาคผนวก C

การหาค่าพารามิเตอร์ของแบบจำลองต่าง ๆ

Find the parameter of modelling

```

for j = 1:length(years)

    % money temperature (average money)
    T_in = gr_income(end,j);
    T_ex = gr_expenditure(end,j);
    T_we = gr_wealth(end,j);
    T_total = [T_in T_ex T_we];

    % input data into 1 years
    x_in = gr_income(:,j);
    x_ex = gr_expenditure(:,j);
    x_we = gr_wealth(:,j);
    x_total = [x_in x_ex x_we];

    %initial guesses for parameters
    p0 = [1000 10];

    for z = 1:length(T_total)
        % z: 1 = income, 2 = expenditure, 3 = wealth

        T = T_total(z);
        x = x_total(:,z);

        % define function of fermi-Dirac and Bose-Einstein
        FD = @(p,x) p(1)./(exp((x-p(2))./T)+1);
        BE = @(p,x) p(1)./(exp((x-p(2))./T)-1);

        %solve for unknowns
        psolve_FD = lsqcurvefit(FD, p0, x, pop);
        g(z,j) = psolve_FD(1);
        mu(z,j) = psolve_FD(2);

        psolve_BE = lsqcurvefit(BE, p0, x, pop);
        G(z,j) = psolve_BE(1);
        MU(z,j) = psolve_BE(2);

        % define function of Boltzmann-Gibbs : y = c*exp(-x/kT)
        % ln y = -x/kT + ln c
        y2 = log(pop(4:14));
        x2 = x(4:14);
        xy2 = x2.*y2;
        xx2 = x2.*x2;

        Sx2 = sum(x2);
        Sy2 = sum(y2);
        Sxy2 = sum(xy2);
    end
end

```

```

Sxx2 = sum(xx2);
N2 = length(x2);

k_test = (Sy2*Sx2-Sxy2*N2)./(Sx2*Sx2-Sxx2*N2);
c_Test = (Sx2*Sxy2-Sxx2*Sy2)/(Sx2*Sx2-Sxx2*N2)

k(z,j) = -1/(k_test.*T);
c(z,j) = exp(c_Test);

% define function of Pareto y = b.*x^-a
% ln y = -a ln x + ln b
y2 = log(pop(1:3));
x2 = log(x(1:3));
xy2 = x2.*y2;
xx2 = x2.*x2;

Sx2 = sum(x2);
Sy2 = sum(y2);
Sxy2 = sum(xy2);
Sxx2 = sum(xx2);
N2 = length(x2);

a_test = (Sy2*Sx2-Sxy2*N2)./(Sx2*Sx2-Sxx2*N2);
b_Test = (Sx2*Sxy2-Sxx2*Sy2)/(Sx2*Sx2-Sxx2*N2);

a(z,j) = -a_test;
b(z,j) = exp(b_Test);

end
end

```

ภาคผนวก D

การเขียนกราฟการกระจายรายได้

input data

```
load total_DataVariable2.mat
y = populations;
xData = total_Income;
par = par_Income;
x_Test = (5000:100:1000000)';
TData = total_Income(1,:);
% first row of data is equal to average total income
```

data analysis

```
for q = 1:length(years)
    figure(q)
    yr = years(q);
    x = xData(:,q);
    T = TData(q);
    g = par(1,q);
    mu = par(2,q);
    G = par(3,q);
    MU = par(4,q);
    k = par(5,q);
    c = par(6,q);
    a = par(7,q);
    b = par(8,q);
    % g, mu is parameter of FD // G, MU is parameter of BE //
    % k, c is parameter of BG // a,b is parameter of PA

    FD = @(x) g./(exp((x-mu)./T)+1);
    BE = @(x) G./(exp((x-MU)./T)-1);
    BG = @(x) c.*exp(-x./(k.*T));
    PA = @(x) b.*(x.^-a);

    % intersection test of FD and BG
    d1_Test = abs(FD(x_Test) - BG(x_Test));
    i = 1;
    while (d1_Test(i+1) < d1_Test(i))
        d1 = d1_Test(1:i+1);
        min_d1 = min(d1);
        int1 = find(d1_Test == min_d1);
        x1(q) = x_Test(int1);
        y1(q) = BG(x_Test(int1));
        i = i+1;
    end

    % intersection test of PA and BG
    d2_Test = abs(PA(x_Test) - BG(x_Test));
    j = length(x_Test);
    while (d2_Test(j) < d2_Test(j-1))
        d2 = d2_Test(1:j-1);
```

```

        min_d2 = min(d2);
        int2 = find(d2_Test == min_d2);
        x2(q) = x_Test(int2);
        y2(q) = BG((x_Test(int2)));
        j = j-1;
    end

    % Plot
    loglog(x,y,'bo', x_Test, FD(x_Test), 'r-', x_Test, BE(x_Test),...
        'g-', x_Test, BG(x_Test), 'm-',x_Test, PA(x_Test), ...
        'k-',[x1(q) x1(q)],[0.1 100], 'k:',[5000 1000000], ...
        [y1(q) y1(q)], 'k:',[x2(q) x2(q)],[0.1 100], 'k:', ...
        [5000 1000000],[y2(q) y2(q)], 'k:');

    xlim([5000 1000000]);
    ylim([0.1 100]);
    legend('Raw data', 'Fermi-Dirac', 'Bose-Einstein', ...
        'Bosemann-Gibbs', 'Pareto');
    title(['Average Monthly Current Income per Household in ', ...
        num2str(yr)]);
    xlabel('Average Income (Baht)');
    ylabel('Cumulative Populations');
end

```


ภาคผนวก E

การเขียนกราฟการกระจายรายจ่าย

input data

```
load total_DataVariable2.mat
y = populations;
xData = total_Expenditure;
par = par_Expenditure;
x_Test = (4500:50:200000)';
TData = total_Expenditure(1,:);
% first row of data is equal to average total expenditure
```

data analysis

```
for q = 1:length(years)
    figure(q)
    yr = years(q);
    x = xData(:,q);

    T = TData(q);
    g = par(1,q);
    mu = par(2,q);
    G = par(3,q);
    MU = par(4,q);
    k = par(5,q);
    c = par(6,q);
    a = par(7,q);
    b = par(8,q);
    % g, mu is parameter of FD // G, MU is parameter of BE //
    % k, c is parameter of BG // a,b is parameter of PA

    FD = @(x) g./(exp((x-mu)./T)+1);
    BE = @(x) G./(exp((x-MU)./T)-1);
    BG = @(x) c*exp(-x./(k.*T));
    PA = @(x) b*(x.^-a);

    % Plot
    loglog(x,y,'bo', x_Test, FD(x_Test), 'r', x_Test, BE(x_Test),...
           'g',x_Test, BG(x_Test), 'm',x_Test, PA(x_Test), 'k');

    xlim([4500 200000]);
    ylim([0.1 100]);
    legend('Raw data', 'Fermi-Dirac', 'Bose-Einstein', ...
          'Bosemann-Gibbs', 'Pareto');

    title(['Average Monthly Consumption Expenditure per Household in', ...
          num2str(yr)]);
    xlabel('Average Expenditure (Baht)');
    ylabel('Cumulative Populations');
end
```

ภาคผนวก F

การเขียนกราฟการกระจายความมั่งคั่ง

input data

```
load total_DataVariable2.mat
y = populations;
xData = total_Wealth;
par = par_Wealth;
x_Test = (1000:100:1000000)';
TData = total_Wealth(1,:);
% first row of data is equal to average total wealth
```

data analysis

```
for q = 1:length(years)
    figure(q)
    yr = years(q);
    x = xData(:,q);

    T = TData(q);
    g = par(1,q);
    mu = par(2,q);
    G = par(3,q);
    MU = par(4,q);
    k = par(5,q);
    c = par(6,q);
    a = par(7,q);
    b = par(8,q);
    % g, mu is parameter of FD // G, MU is parameter of BE //
    % k, c is parameter of BG // a,b is parameter of PA

    FD = @(x) g./(exp((x-mu)./T)+1);
    BE = @(x) G./(exp((x-MU)./T)-1);
    BG = @(x) c*exp(-x./(k.*T));
    PA = @(x) b*(x.^-a);

    % Plot
    loglog(x,y,'bo', x_Test, FD(x_Test), 'r', x_Test, BE(x_Test),...
           'g', x_Test, BG(x_Test), 'm',x_Test, PA(x_Test), 'k');

    xlim([1000 1000000]);
    ylim([0.1 100]);
    legend('Raw data', 'Fermi-Dirac', 'Bose-Einstein', ...
           'Bosemann-Gibbs', 'Pareto');

    title(['Average Monthly Wealth per Household ',num2str(yr)]);
    xlabel('Average Wealth (Baht)');
    ylabel('Cumulative Populations');
end
```

เอกสารอ้างอิง

ภาษาไทย

- [1] กระทรวงเทคโนโลยีสารสนเทศและการสื่อสาร. สำนักงานสถิติแห่งชาติ. “การสำรวจภาวะเศรษฐกิจและสังคมของครัวเรือน พ.ศ. 2558 ที่ว่าราชอาณาจักร.” 2559. [ออนไลน์]. เข้าถึงได้จาก: http://web.nso.go.th/en/survey/house_seco/data/Full_Report_2015.pdf สืบค้น 7 พฤศจิกายน 2561.
- [2] จารุวัฒน์ เอ็มชัชบุตร. “ความมาเหลื่อมล้ำของค่าจ้างกับวัฏจักรเศรษฐกิจ.” วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2560.
- [3] ดิเรก ปัทมสิริวัฒน์. ความเหลื่อมล้ำของการกระจายรายได้ในประเทศไทย. 2559. กรุงเทพมหานคร : สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- [4] นรา จิรภัทรพิมล. กลศาสตร์เชิงสถิติ. 2561. กรุงเทพมหานคร : สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- [5] วรณพงษ์ เตรียมโพธิ์. “กลศาสตร์เชิงสถิติ.” 2553. [ออนไลน์]. เข้าถึงได้จาก: https://www.scribd.com/document/206064364/Statistical-Mechanics?doc_id=206064364&download=true&order=461161484 สืบค้น 9 มกราคม 2562.
- [6] อิศรา ศานติศาสน์. การวัดและการสร้างตัวแบบทางเศรษฐศาสตร์. 2554. กรุงเทพมหานคร : สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ภาษาอังกฤษ

- [7] HyperPhysics. “The Bose-Einstein Distribution.” [n.d.]. [Online]. Available: <http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/quantum/disbe.html> Retrieved 9 November 2018.
- [8] HyperPhysics. “The Fermi-Dirac Distribution.” [n.d.]. [Online]. Available: <http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/quantum/disfd.html> Retrieved 9 November 2018.
- [9] Kusmartsev, F. V. “Statistical mechanics of economics.” Physics Letters A 375 (2011) 966–973
- [10] Nandita Rudra, and P Rudra. Basic Statistical Physics. Hackensack, NJ: World Scientific, 2009.

- [11] Oltean, E. “Modelling income, wealth, and expenditure data by use of Econophysics.” Doctoral Thesis of Loughborough University, 2015.
- [12] Reif, F. Fundamentals of Statistical and Thermal Physics, McGraw-Hill, New York, 1965.
- [13] Wikipedia. “Statistical physics.” 2018. [Online]. Available: https://en.wikipedia.org/wiki/Statistical_physics Retrieved 20 August 2018.
- [14] Yakovenko, Victor M. “Econophysics Research by Victor Yakovenko.” 2018. [Online]. Available: <http://www2.physics.umd.edu/~yakovenk/econophysics/> Retrieved 20 August 2018.