

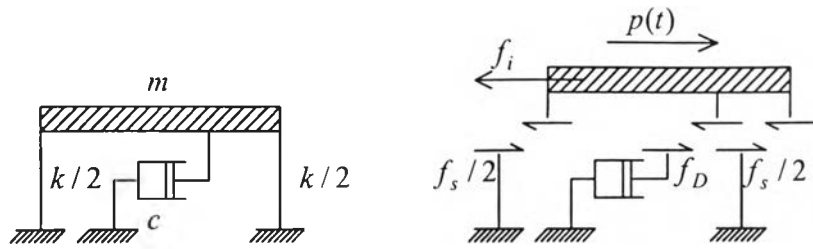
บทที่ 2 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

ในการวิเคราะห์โครงสร้างที่รับแรงแผ่นดินไหว อาจกระทำได้โดยวิธีทางสถิต (Static analysis) ซึ่งเป็นวิธีอย่างง่าย ซึ่งเหมาะสำหรับการใช้ในการออกแบบโดยเฉพาะกับอาคารที่ไม่ซับซ้อนมากนัก แต่เพื่อให้ทราบถึงพฤติกรรมที่แท้จริงของโครงสร้างโดยเฉพาะโครงสร้างที่มีความซับซ้อนแล้วจำเป็นต้องวิเคราะห์ด้วยวิธีทางพลศาสตร์ (Dynamic analysis) นอกจากนี้ในการออกแบบโครงสร้างเพื่อรับแรงแผ่นดินไหวจะมีความแตกต่างจากการออกแบบโครงสร้างเพื่อรับน้ำหนักบรรทุกโดยทั่วไปหรือรับแรงลมซึ่งการออกแบบนั้นจะไม่ยอมให้เกิดความเสียหายกับโครงสร้างภายใต้แรงที่ออกแบบไว้ ดังนั้นการวิเคราะห์โครงสร้างดังกล่าวในช่วงพฤติกรรมอีลาสติกจึงเป็นการเพียงพอแล้ว แต่ในการออกแบบเพื่อต้านทานแรงแผ่นดินไหวจะออกแบบโดยใช้ความเข้มของแผ่นดินไหวที่มีรอบการเกิดซ้ำ (Return period) อยู่ในช่วง 100–500 ปี การออกแบบให้โครงสร้างมีพฤติกรรมอยู่ในช่วงอีลาสติก จะทำให้ได้ขนาดของโครงสร้างที่ใหญ่มากและเป็นการไม่ประหยัด ดังนั้นจึงยอมให้โครงสร้างมีพฤติกรรมถึงช่วงอินอีลาสติก คือยอมให้โครงสร้างเกิดความเสียหายได้บ้างแต่ไม่ถึงกับพังทลายลง ทำให้การวิเคราะห์มีความจำเป็นต้องพิจารณาในช่วงอินอีลาสติก ซึ่งในการวิจัยครั้งนี้จะใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ IDARC2D v.4.0 ในการวิเคราะห์พฤติกรรมของอาคาร

สำหรับบทนี้จะกล่าวถึงการวิเคราะห์โครงสร้างแบบพลศาสตร์ทั้งในช่วงที่โครงสร้างมีพฤติกรรมเป็นแบบอีลาสติกและอินอีลาสติก การวิเคราะห์โครงสร้างที่มีพฤติกรรมเป็นแบบอินอีลาสติกที่ใช้ในโปรแกรมคอมพิวเตอร์ IDARC2D v. 4.0 การวิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างโมเมนต์ดัดและความโค้งของชิ้นส่วน ตลอดจนเกณฑ์ซึ่งใช้ในการประเมินระดับความเสียหายที่ยอมรับได้ของอาคาร

2.1 หลักการวิเคราะห์โครงสร้างโดยวิธีทางพลศาสตร์

การวิเคราะห์โครงสร้างวิธีทางพลศาสตร์ของระบบโครงสร้างที่มีดีกรีความอิสระเท่ากับ 1 แสดงได้ดังรูปที่ 2.1 โดยระบบประกอบไปด้วยมวลของโครงสร้าง m , สติฟเนส k และตัวหน่วงของโครงสร้างซึ่งมีค่าสัมประสิทธิ์ของความหน่วงเท่ากับ c แรงภายในของระบบประกอบไปด้วยแรงเฉื่อย (Inertia force, $f_I = m\ddot{u}$), แรงสติฟเนส (Stiffness force, f_S) และแรงหน่วง (Damping force, $f_D = c\dot{u}$)



(ก) โครงสร้างรับแรงเนื่องจากแผ่นดินไหว (ข) สมดุลของแรง
รูปที่ 2.1 แบบจำลองโครงสร้างที่มีดีกรีความอิสระเท่ากับ 1
จากรูปสามารถเขียนสมการสมดุลของแรงได้เป็น

$$f_i + f_D + f_s = p(t) \tag{2.1}$$

โดยที่

$p(t)$ เป็นแรงภายนอกที่มีค่าเปลี่ยนแปลงตามเวลา

\ddot{u} , \dot{u} และ u เป็นความเร่ง, ความเร็วและการเปลี่ยนตำแหน่งของโครงสร้าง ตามลำดับ

สำหรับโครงสร้างที่มีพฤติกรรมอยู่ในช่วงอีลาสติก ความสัมพันธ์ระหว่างแรงสถิตินесกับการเปลี่ยนแปลงรูปร่างจะเป็นเส้นตรงตามกฎของฮุค (Hooke's law) เขียนได้ว่า

$$f_s = ku \tag{2.2}$$

แต่สำหรับโครงสร้างที่มีพฤติกรรมอยู่ในช่วงอินอีลาสติก ความสัมพันธ์ระหว่างแรงสถิตินесกับการเปลี่ยนแปลงรูปร่างจะไม่เป็นแบบเชิงเส้นแต่จะขึ้นกับการเปลี่ยนแปลงรูปร่างและอัตราของการเปลี่ยนแปลงรูปร่าง เขียนได้ว่า

$$f_s = f_s(u, \dot{u}) \tag{2.3}$$

สามารถเขียนสมการการเคลื่อนที่ (Equation of motion) ได้เป็น

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + f_s = p(t) \tag{2.4}$$

โดยที่

$$f_s = ku$$

สำหรับโครงสร้างที่มีพฤติกรรมช่วงอีลาสติก

$$f_s = f_s(u, \dot{u})$$

สำหรับโครงสร้างที่มีพฤติกรรมช่วงอินอีลาสติก

2.1.1 การวิเคราะห์โครงสร้างภายใต้แรงแผ่นดินไหวในช่วงอีลาสติก

สมการที่ 2.4 สามารถเขียนสมการการเคลื่อนที่สำหรับโครงสร้างที่มีพฤติกรรมอยู่ในช่วงอีลาสติก ได้เป็น

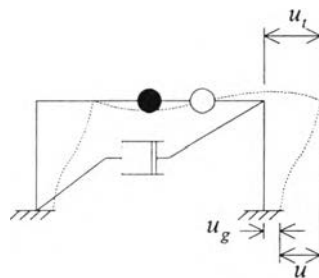
$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = p(t) \quad (2.5)$$

เนื่องจากแผ่นดินไหวทำให้เกิดการเคลื่อนที่ที่ฐานของโครงสร้าง ถ้าให้ u' เป็นการเคลื่อนที่ทั้งหมดของโครงสร้าง (สัมบูรณ์), u_g เป็นการเคลื่อนที่ของพื้นดิน และ u เป็นการเคลื่อนที่สัมพัทธ์ของโครงสร้างกับพื้นดิน แสดงดังรูปที่ 2.2 สามารถเขียนสมการแสดงความสัมพันธ์ได้เป็น

$$u'(t) = u(t) + u_g(t) \quad (2.6)$$

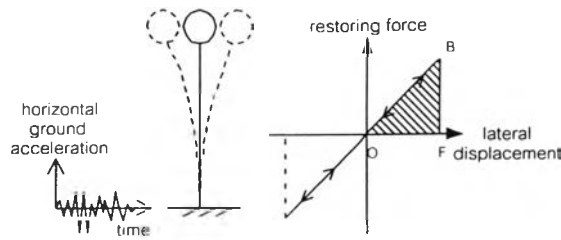
จากความสัมพันธ์ดังกล่าวมาข้างต้น ภายใต้แรงเนื่องจากแผ่นดินไหวเมื่อแรงภายนอกมีค่าเท่ากับศูนย์ และ $f_1 = m\ddot{u}'$ จะได้ว่า

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = -m\ddot{u}_g(t) \quad (2.7)$$



รูปที่ 2.2 ความสัมพันธ์ของการเคลื่อนที่ทั้งหมดกับการเคลื่อนที่ของพื้นดินและการเคลื่อนที่สัมพัทธ์

พฤติกรรมการตอบสนองของโครงสร้างที่มีพฤติกรรมอยู่ในช่วงอีลาสติก สำหรับระบบที่มีดัชนีของความอิสระเท่ากับ 1 แสดงได้ดังรูปที่ 2.3 เมื่อโครงสร้างยังไม่เกิดความเสียหายและไม่มีการสูญเสียพลังงานออกจากระบบ พลังงานศักย์ของโครงสร้างจะเปลี่ยนเป็นพลังงานจลน์ทั้งหมด



รูปที่ 2.3 โครงสร้างที่มีพฤติกรรมอยู่ในช่วงอีลาสติก

2.1.2 การวิเคราะห์โครงสร้างภายใต้แรงแผ่นดินไหวในช่วงอินอีลาสติก

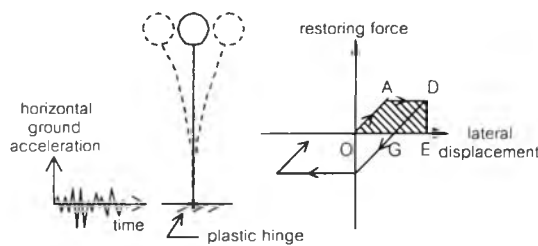
สมการที่ 2.4 สามารถเขียนสมการการเคลื่อนที่สำหรับโครงสร้างที่มีพฤติกรรมอยู่ในช่วงอินอีลาสติก ได้เป็น

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + f_s(u, \dot{u}) = p(t) \tag{2.8}$$

สำหรับการเคลื่อนที่ภายใต้แรงเนื่องจากแผ่นดินไหว สามารถเขียนได้เป็น

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + f_s(u, \dot{u}) = -m\ddot{u}_g(t) \tag{2.9}$$

พฤติกรรมของโครงสร้างในช่วงอินอีลาสติก สำหรับระบบที่มีดักริชของความอิสระเท่ากับ 1 แสดงได้ดังรูปที่ 2.4



รูปที่ 2.4 โครงสร้างที่มีพฤติกรรมอยู่ในช่วงอินอีลาสติก

สำหรับโครงสร้างภายใต้แรงแบบเป็นวัฏจักร พบว่าโครงสร้างที่มีพฤติกรรมแบบอีลาสติกมีการเปลี่ยนตำแหน่งรอบจุดสมดุลคงที่จุดหนึ่ง แต่สำหรับโครงสร้างที่มีพฤติกรรมแบบอินอีลาสติก โครงสร้างจะมีการเปลี่ยนตำแหน่งรอบจุดสมดุลที่เปลี่ยนแปลงไป อันเนื่องจากการครากที่เกิดขึ้น ทำให้โครงสร้างเกิดการเปลี่ยนรูปร่างอย่างถาวร พลังงานศักย์ที่เปลี่ยนเป็นพลังงานจลน์มีค่าเท่ากับพื้นที่ใต้กราฟ GDE ดังรูปที่ 2.4 ส่วนพื้นที่ใต้กราฟ OADG จะถูกเปลี่ยนเป็นพลังงานรูปอื่น (Dissipate energy) โดยข้อหมุนพลาสติก และบางส่วนจะสะสมอยู่ในโครง

สร้างในรูปของความเสียหาย ซึ่งหากโครงสร้างไม่มีคุณสมบัติความเหนียว (Ductility) ที่เพียงพอแล้วจะเกิดการวิบัติในโครงสร้าง

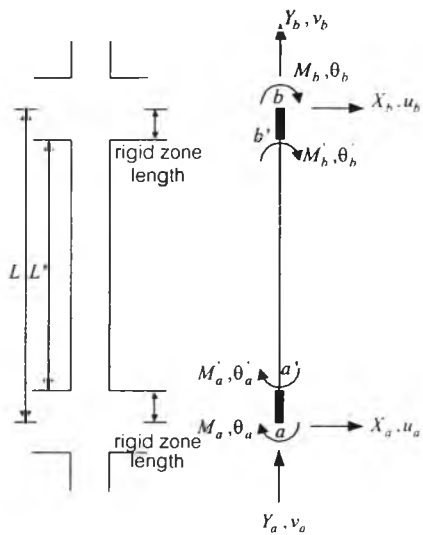
2.2 ทฤษฎีการวิเคราะห์โครงสร้างของโปรแกรมคอมพิวเตอร์ IDARC2D v.4.0

โปรแกรมคอมพิวเตอร์ IDARC นี้ได้ถูกพัฒนาขึ้นครั้งแรกโดย Park และคณะ (1987) สำหรับ IDARC2D v.4.0 (A computer program for the inelastic damage analysis of buildings) ที่ใช้ถูกพัฒนาโดย Valles และคณะ (1996) โปรแกรมนี้สามารถวิเคราะห์โครงสร้างคอนกรีตเสริมเหล็ก และได้ผลลัพธ์ที่มีความถูกต้องในระดับที่ยอมรับได้ โดยมีสมมุติฐานที่ว่าพื้นของอาคารเป็นแบบแข็งเกร็ง (Rigid floor diaphragms) จึงมีดีกรีของความอิสระต่อชั้น (Degree of freedom per floor) เท่ากับ 1 และสามารถจำลองโครงสร้างให้เป็นโครงข้อแข็ง 2 มิติ (Plane frame) สำหรับโปรแกรมนี้ไม่คิดผลจากการบิด (Torsion) ของโครงสร้าง

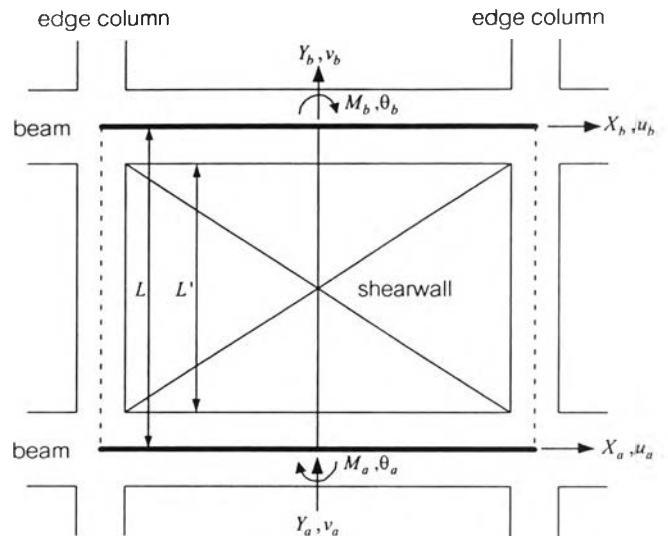
2.2.1 การสร้างสมการรูปเมตริกซ์ของสติฟเนส

ชั้นส่วนของอาคารที่ใช้ในงานวิจัยนี้ได้แก่ชั้นส่วนเสา คาน และผนัง ซึ่งโปรแกรม IDARC ได้จำลองชั้นส่วนดังกล่าว โดยดีกรีของความอิสระของแต่ละชั้นส่วนดังแสดงในรูปที่ 2.5ก, 2.5ข และ 2.5ค สำหรับชั้นส่วนเสา ผนัง และคานตามลำดับ โดยที่เสาและผนังมีดีกรีของความอิสระต่อชั้นส่วนต่อด้านเท่ากับ 3 ได้แก่ การเปลี่ยนตำแหน่งในทิศทางตั้งฉากกับแกนของชั้นส่วนหรือการเปลี่ยนตำแหน่งเนื่องจากการเฉือน, การเปลี่ยนตำแหน่งในทิศทางตามแนวแกนของชั้นส่วนหรือการเปลี่ยนตำแหน่งเนื่องจากแรงตามแนวแกน และการหมุนของชั้นส่วนหรือการเปลี่ยนตำแหน่งเนื่องจากการดัด โดยคิดว่าการเปลี่ยนตำแหน่งในทิศทางตามแนวแกนของชั้นส่วนเป็นอิสระจากการเปลี่ยนตำแหน่งในทิศทางตั้งฉากกับแกนของชั้นส่วนและการหมุนของชั้นส่วน และจำลองให้เป็นชั้นส่วนสปริงยืดหยุ่น (Linear spring element) สำหรับการเปลี่ยนตำแหน่งในทิศทางตั้งฉากกับแกนของชั้นส่วนและการหมุนของชั้นส่วนให้มีความสัมพันธ์กันและจำลองให้เป็นชั้นส่วนแบบอินอีลาสติกด้วยแบบจำลองต่างๆ

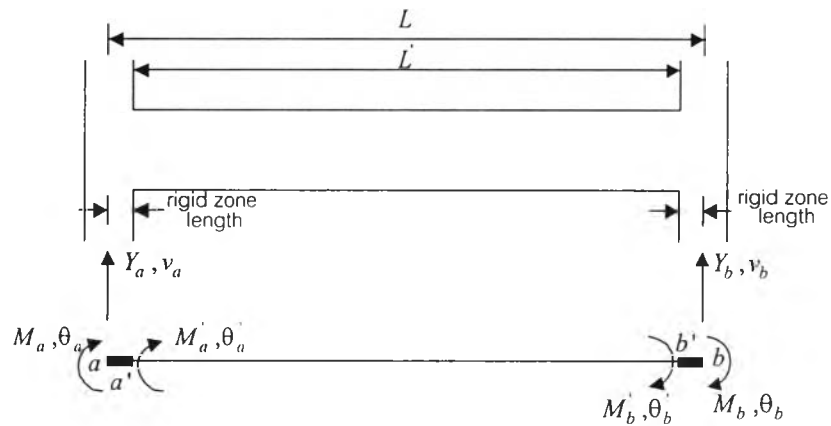
สำหรับคานมีดีกรีของความอิสระต่อชั้นส่วนต่อด้านเท่ากับ 2 คือคิดเฉพาะการเปลี่ยนตำแหน่งในทิศทางตั้งฉากกับแกนของชั้นส่วนหรือการเปลี่ยนตำแหน่งเนื่องจากการเฉือน และ การหมุนของชั้นส่วนหรือการเปลี่ยนตำแหน่งเนื่องจากการดัดเท่านั้น การสร้างสมการรูปเมตริกซ์ของสติฟเนส สำหรับการดัดและการเฉือนแสดงได้ดังนี้



(ก) ดีกรีความอิสระสำหรับเสา



(ข) ดีกรีความอิสระสำหรับผนัง



(ค) ดีกรีของความอิสระสำหรับคาน

รูปที่ 2.5 ดีกรีความอิสระสำหรับชิ้นส่วนเสา ผนัง และคาน

มุมหมุนและโมเมนต์ ที่ผิวหน้าของชิ้นส่วนโครงสร้าง แสดงในรูปเมตริกซ์ได้เป็น

$$\begin{Bmatrix} M'_a \\ M'_b \end{Bmatrix} = [K'] \begin{Bmatrix} \theta'_a \\ \theta'_b \end{Bmatrix} \quad (2.10)$$

โดยที่

M'_a และ M'_b เป็นโมเมนต์ที่ผิวหน้าของชิ้นส่วนโครงสร้าง

θ'_a และ θ'_b เป็นมุมหมุนที่ผิวหน้าของชิ้นส่วนโครงสร้าง

$[K']$ เป็นเมตริกซ์สติเฟนสของชิ้นส่วนโครงสร้างคิดที่ผิวหน้าของชิ้นส่วน ซึ่งรวมผลของการเฉือนและการดัดโดยใช้แบบจำลองของการกระจายพลาสติก ซึ่งจะได้อธิบายต่อไป

ค่าของเมตริกซ์ของสติฟเนส, $[K']$ มีค่าไม่คงที่ เนื่องจากการวิเคราะห์แบบอินอีลาสติก โดยค่าของสติฟเนสจะแปรเปลี่ยนตามแบบจำลองการกระจายพลาสติก (Spread plasticity model) , แบบจำลองฮิสเทอเรติก (Hysteretic model) และแบบจำลองความสัมพันธ์ระหว่างโมเมนต์ดัดและความโค้งของหน้าตัด ซึ่งสำหรับชิ้นส่วนโครงสร้างคอนกรีตเสริมเหล็กแล้วแบบจำลองความสัมพันธ์ระหว่างโมเมนต์ดัดและความโค้งที่ใช้ในการวิจัยนี้เป็นแบบเส้นตรงสามเส้น (Tri-linear model)

เมื่อคิดผลของส่วนแข็งเกร็ง (Rigid zone) ของคานและเสาแสดงได้ว่า

$$\begin{Bmatrix} M_a \\ M_b \end{Bmatrix} = [K_s] \begin{Bmatrix} \theta_a \\ \theta_b \end{Bmatrix} \quad (2.11)$$

โดยที่

$[K_s]$ เป็นรูปเมตริกซ์ของสติฟเนสแสดงความสัมพันธ์ระหว่างมุมหมุนและโมเมนต์ที่ตำแหน่งปลายของชิ้นส่วน

$$[K_s] = [\tilde{L}] [K'] [\tilde{L}]^T \quad (2.12)$$

$$[\tilde{L}] = \frac{1}{1 - \lambda_a - \lambda_b} \begin{bmatrix} 1 - \lambda_b & \lambda_a \\ \lambda_b & 1 - \lambda_a \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

M_a และ M_b เป็นโมเมนต์ที่ปลายของชิ้นส่วนโครงสร้าง

θ_a และ θ_b เป็นมุมหมุนที่ปลายของชิ้นส่วนโครงสร้าง

λ_a และ λ_b เป็นอัตราส่วนของส่วนแข็งเกร็ง (Rigid zone) ต่อความยาวชิ้นส่วนทั้งหมด

ความสัมพันธ์ระหว่างแรงดัดและแรงเฉือนกับการเปลี่ยนตำแหน่งของชิ้นส่วนแสดงได้เป็น

$$\begin{Bmatrix} X_a \\ M_a \\ X_b \\ M_b \end{Bmatrix} = [K_e] \begin{Bmatrix} u_a \\ \theta_a \\ u_b \\ \theta_b \end{Bmatrix} \quad (2.14)$$

โดยที่

$[K_e]$ เป็นรูปเมตริกซ์สติฟเนสของชิ้นส่วนแสดงความสัมพันธ์ของการเปลี่ยนตำแหน่งและแรงที่จุดต่อของส่วน

$$[K_e] = [R_e] [K_s] [R_e]^T \quad (2.15)$$

X_a และ u_a เป็นแรงเฉือนและการเปลี่ยนตำแหน่งในทิศทางตั้งฉากกับแกนของชิ้นส่วนที่ปลาย a

X_b และ u_b เป็นแรงเฉือนและการเปลี่ยนตำแหน่งในทิศทางตั้งฉากกับแกนของชิ้นส่วนที่ปลาย b

สำหรับการเปลี่ยนตำแหน่งในทิศทางตามแนวแกนของชิ้นส่วนสามารถแสดงในรูปเมตริกซ์ได้เป็น

$$\begin{Bmatrix} Y_a \\ Y_b \end{Bmatrix} = \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v_a \\ v_b \end{Bmatrix} \quad (2.16)$$

โดยที่

Y_a และ v_a เป็นแรงตามแนวแกนและการเปลี่ยนตำแหน่งในทิศทางตามแนวแกนของชิ้นส่วนที่ปลาย a

Y_b และ v_b เป็นแรงตามแนวแกนและการเปลี่ยนตำแหน่งในทิศทางตามแนวแกนของชิ้นส่วนที่ปลาย b

$\frac{EA}{L}$ เป็นสติฟเนสตามแนวแกนของชิ้นส่วน

2.2.2 แบบจำลองพฤติกรรมการกระจายแบบพลาสติกขององค์อาคาร

(Spread plasticity model)

เมื่อชิ้นส่วนขององค์อาคารเริ่มเกิดการเปลี่ยนแปลงแบบอินอีลาสติก รอยแตกร้าวที่เกิดขึ้น ณ จุดต่อ จะเริ่มเกิดมากขึ้นและแพร่เข้าสู่ภายในของชิ้นส่วน อันเนื่องมาจากการกระจายของความเค้น ดังแสดงดังรูปที่ 2.6 ทำให้หน้าตัดมีคุณสมบัติเปลี่ยนแปลงไป ขึ้นกับระดับของความเป็นอินอีลาสติกของชิ้นส่วน รูปที่ 2.7 และ 2.8 แสดงแบบจำลองพฤติกรรมการกระจายพลาสติกของชิ้นส่วน

โมเมนต์และมุมหมุนที่ผิวหน้าของชิ้นส่วนมีความสัมพันธ์กัน แสดงได้ดังนี้

$$\begin{Bmatrix} \theta'_a \\ \theta'_b \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{aa} & f_{ab} \\ f_{ba} & f_{bb} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} M'_a \\ M'_b \end{Bmatrix} \quad (2.17)$$

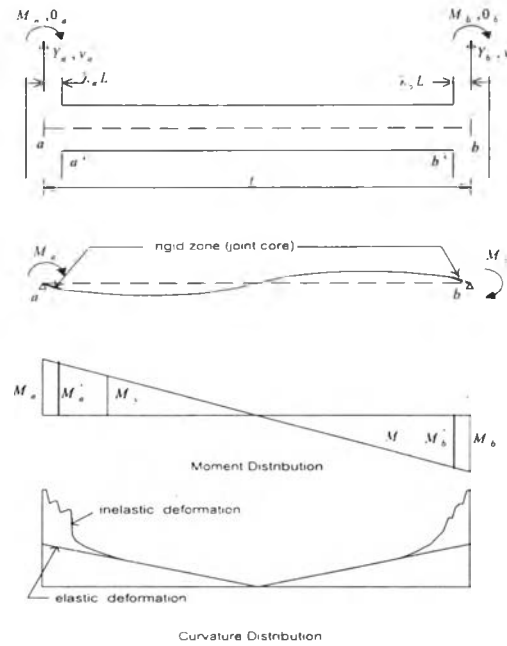
โดยที่

f_{ij} เป็นสัมประสิทธิ์เฟลกชิบิลิตีคิตที่ผิวหน้าของชิ้นส่วน มีค่า

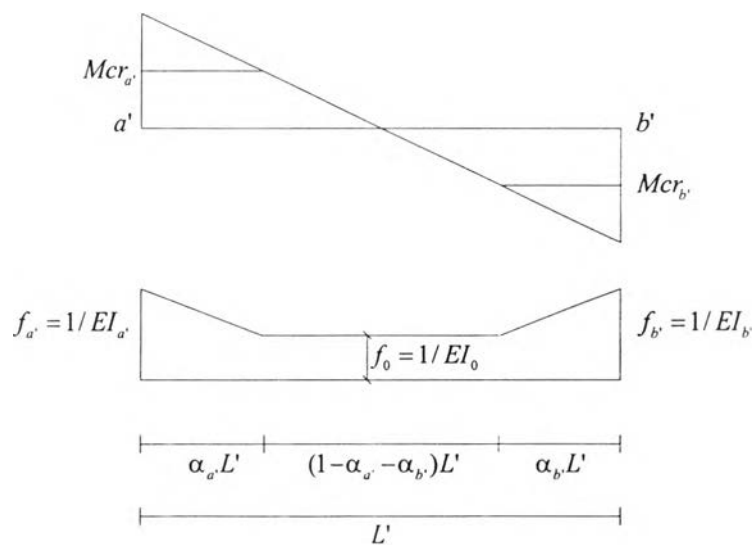
$$f_{ij} = \int_0^L \frac{m_i(x)m_j(x)}{EI(x)} dx + \int_0^L \frac{v_i(x)v_j(x)}{GA_z} dx \quad (2.18)$$

$m_i(x)$ และ $m_j(x)$ เป็นการกระจายของโมเมนต์เนื่องจากโมเมนต์หนึ่งหน่วยกระทำที่ผิวหน้า i และ j

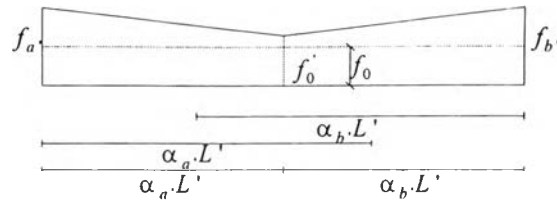
$v_i(x)$ และ $v_j(x)$ เป็นการกระจายของแรงเฉือนเนื่องจากโมเมนต์หนึ่งหน่วยกระทำที่ผิวหน้า i และ j



รูปที่ 2.6 การกระจายความโค้งของชิ้นส่วน (Curvature distribution)



รูปที่ 2.7 แบบจำลองการกระจายพลาสติก (Spread plasticity model)



รูปที่ 2.8 ความยาวระยะคราก (Yield penetration length) สำหรับชิ้นส่วน
ที่มีพฤติกรรมเป็นอินอีลาสติกตลอดชิ้นส่วน

เมื่อคิดว่าโครงสร้างมีพฤติกรรมในช่วงอินอีลาสติกและการกระจายเฟล็กชิบิลิตี
ของชิ้นส่วนเป็นดังรูปที่ 2.7 สามารถเขียนสัมประสิทธิ์เฟล็กชิบิลิตีได้เป็น

$$f_{a'a'} = \frac{L'}{12} \left[\frac{4}{EI_0} + \left[\frac{1}{EI_{a'}} - \frac{1}{EI_0} \right] (6\alpha_{a'} - 4\alpha_{a'}^2 + \alpha_{a'}^3) + \left[\frac{1}{EI_{b'}} - \frac{1}{EI_0} \right] \alpha_{b'}^3 \right] + \frac{1}{GA_z L'} \quad (2.19)$$

$$f_{a'b'} = \frac{L'}{12} \left[\frac{-2}{EI_0} - \left[\frac{1}{EI_{a'}} - \frac{1}{EI_0} \right] (2\alpha_{a'}^2 - \alpha_{a'}^3) - \left[\frac{1}{EI_{b'}} - \frac{1}{EI_0} \right] (2\alpha_{b'}^2 - \alpha_{b'}^3) \right] + \frac{1}{GA_z L'} \quad (2.20)$$

$$f_{b'a'} = f_{a'b'} \quad (2.21)$$

$$f_{b'b'} = \frac{L'}{12} \left[\frac{4}{EI_0} + \left[\frac{1}{EI_{b'}} - \frac{1}{EI_0} \right] (6\alpha_{b'} - 4\alpha_{b'}^2 + \alpha_{b'}^3) + \left[\frac{1}{EI_{a'}} - \frac{1}{EI_0} \right] \alpha_{a'}^3 \right] + \frac{1}{GA_z L'} \quad (2.22)$$

โดยที่

EI_0 เป็นสติเฟเนสของการหมุนแบบอีลาสติก (Elastic rotational stiffness)

$EI_{a'}$ เป็นสติเฟเนสสัมผัสของการหมุน (Tangent rotational stiffness) ที่ผิวหน้า a'

$EI_{b'}$ เป็นสติเฟเนสสัมผัสของการหมุน (Tangent rotational stiffness) ที่ผิวหน้า b'

GA_z เป็นสติเฟเนสของการเฉือน (Shear stiffness)

L' เป็นความยาวของชิ้นส่วนวัดจากผิวหน้าถึงผิวหน้า

$\alpha_{a'}$ และ $\alpha_{b'}$ เป็นค่าสัมประสิทธิ์ความยาวของระยะการครากของชิ้นส่วน

(Yield penetration coefficients)

สำหรับ IDARC2D v. 4.0 นี้ได้มีการปรับปรุงสัมประสิทธิ์เฟล็กชิบิลิตีเพื่อป้องกันการคำนวณมีความผิดพลาดเมื่อการดัดและการเฉือนเข้าใกล้เงื่อนไขการวิบัติ ดังนี้

$$f_{a'a'} = \frac{L'}{12 EI_0 EI_a EI_b} f'_{a'a'} + \frac{1}{GA_z L'} \quad (2.23)$$

$$f_{a'b'} = f_{b'a'} = \frac{L'}{12 EI_0 EI_a EI_b} f'_{a'b'} + \frac{1}{GA_z L'} \quad (2.24)$$

$$f_{b'b'} = \frac{L'}{12 EI_0 EI_a EI_b} f'_{b'b'} + \frac{1}{GA_z L'} \quad (2.25)$$

โดยที่

$$f'_{a'a'} = 4 EI_a EI_b + (EI_0 - EI_a) EI_b (6\alpha_a^2 - 4\alpha_a^3 + \alpha_a^3) + (EI_0 - EI_b) EI_a \alpha_b^3 \quad (2.26)$$

$$f'_{a'b'} = -2 EI_a EI_b - (EI_0 - EI_a) EI_b (2\alpha_a^2 - \alpha_a^3) - (EI_0 - EI_b) EI_a (2\alpha_b^2 - \alpha_b^3) \quad (2.27)$$

$$f'_{b'b'} = 4 EI_a EI_b + (EI_0 - EI_a) EI_b \alpha_a^3 + (EI_0 - EI_b) EI_a (6\alpha_b^2 - 4\alpha_b^3 + \alpha_b^3) \quad (2.28)$$

จากเมตริกซ์เฟล็กซีบิลิตีที่กล่าวมานี้ สามารถหาเมตริกซ์สติฟเนสในสมการที่ 2.10 ได้ดังนี้

$$[K'] = \begin{bmatrix} k_{a'a'} & k_{a'b'} \\ k_{b'a'} & k_{b'b'} \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

โดยที่

$$k_{a'a'} = \frac{12 EI_0 EI_a EI_b}{D_{et} L'} (f'_{b'b'} GA_z L'^2 + 12 EI_0 EI_a EI_b) \quad (2.30)$$

$$k_{a'b'} = k_{b'a'} = \frac{-12 EI_0 EI_a EI_b}{D_{et} L'} (f'_{a'b'} GA_z L'^2 + 12 EI_0 EI_a EI_b) \quad (2.31)$$

$$k_{b'b'} = \frac{12 EI_0 EI_a EI_b}{D_{et} L'} (f'_{a'a'} GA_z L'^2 + 12 EI_0 EI_a EI_b) \quad (2.32)$$

$$D_{et} = GA_z L'^2 (f'_{a'a'} f'_{b'b'} - f'_{a'b'}^2) + 12 EI_0 EI_a EI_b (f'_{a'a'} + f'_{b'b'} - 2f'_{a'b'}) \quad (2.33)$$

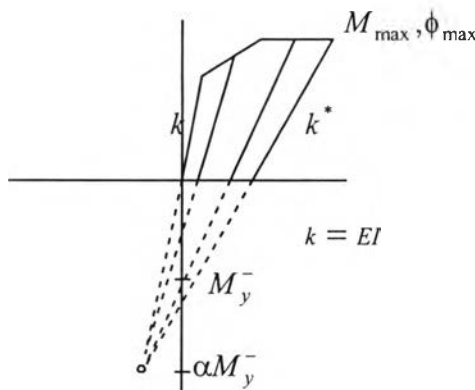
2.2.3 แบบจำลองการเกิดการคราก (Yield penetration model)

แบบจำลองการเกิดการคราก (Yield penetration model) เป็นแบบจำลองที่ใช้หาค่าสัมประสิทธิ์ความยาวของระยะการครากของชิ้นส่วนโครงสร้าง (Yield penetration coefficients, α_a และ α_b) และค่าสติฟเนสของการดัด (Flexural stiffness, EI_0) ที่ตำแหน่งกลางชิ้นส่วน ซึ่งเป็นค่าที่ต้องนำไปใช้ในแบบจำลองการกระจายพลาสติก (Spread plasticity

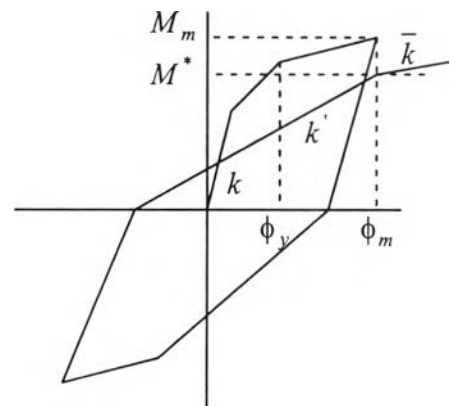
model) ที่กล่าวมาข้างต้น ค่าของ α_a และ α_b เป็นค่าอัตราส่วนของความยาวของส่วนที่มีค่าโมเมนต์มากกว่าค่าโมเมนต์แตกร้า (Cracking moment) กับความยาวของชิ้นส่วนจากผิวหน้า a' ถึงผิวหน้า b' ตามลำดับ โดยค่า α_a และ α_b ที่คำนวณได้ใหม่ต้องมีค่าไม่น้อยกว่าค่าที่คำนวณได้ในครั้งก่อน

2.2.4 แบบจำลองฮีสเทอริค (Hysteretic model)

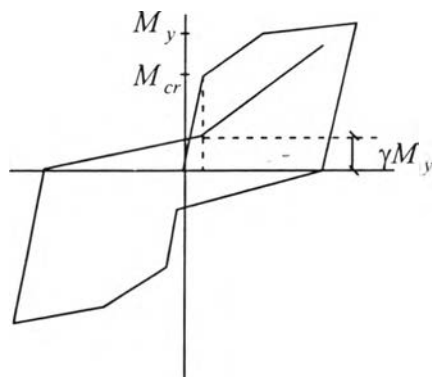
เมื่อชิ้นส่วนมีการรับแรงแบบวัฏจักรจนกระทั่งเกิดความเสียหายขึ้น ความสามารถในการรับแรงของชิ้นส่วนจะเปลี่ยนไป โดยสติฟเนสและกำลังของหน้าตัดมีค่าลดลง โปรแกรม IDARC จำลองพฤติกรรมดังกล่าว โดยใช้แบบจำลองของ Park ซึ่งใช้พารามิเตอร์ 3 ตัว (Three parameter park model) ในการควบคุม พฤติกรรมดังกล่าวประกอบไปด้วย



(ก) แบบจำลองการลดลงของสติฟเนส



(ข) แบบจำลองการเสื่อมลดของกำลัง



(ค) แบบจำลองพฤติกรรมการณ์เลื่อนหลุด

รูปที่ 2.9 แบบจำลองฮีสเทอริคแบบ 3 ตัวแปรของ Park

1. การลดของสติฟเนส (Stiffness degradation) การจำลองพฤติกรรมดังกล่าว กำหนดให้จุดปลายของช่วงไม่มีแรงกระทำ (Unloading branch) ของชิ้นส่วนรวมที่จุดเดียวกัน ดังรูปที่ 2.9ก สติฟเนสที่ขณะเวลานั้น มีค่าเป็น

$$k^* = \frac{(M_{\max} - \alpha M_y)}{(\phi_{\max} - \alpha M_y / k)} \quad (2.34)$$

โดยที่

M_{\max} และ ϕ_{\max} เป็นโมเมนต์และความโค้งที่จุดเริ่มต้นของช่วงไม่มีแรงกระทำ ตามลำดับ
 α เป็นตัวแปรที่ควบคุมการลดของสติฟเนส (Stiffness degrading parameter)
 M_y เป็นโมเมนต์ที่จุดคราก
 k เป็นค่าความแข็งแกร่งการดัดเริ่มต้น (Initial flexural rigidity, EI) ของหน้าตัด

2. การเสื่อมลดของกำลัง (Strength deterioration) การเสื่อมลดของกำลังในหนึ่งรอบของการเกิดพฤติกรรมแบบไม่ยืดหยุ่น สามารถเขียนได้ในรูปของความสัมพันธ์ที่เกี่ยวกับความเหนียว (Ductility) และการสลายพลังงาน (Dissipated hysteretic energy) ดังสมการ 2.35

$$M^* = M_m \left(1 - \beta_E \frac{\int dE}{M_y \phi_u} - \beta_d \mu_\phi \right) \quad (2.35)$$

โดยที่

M^* เป็นกำลังที่เสื่อมลดเนื่องจากกำลังสูงสุดของรอบก่อน M_m ที่การเปลี่ยนแปลงรูปร่างค่าเดียวกัน

β_E และ β_d เป็นตัวแปรควบคุมการลดของกำลังในเทอมการสลายพลังงานต่อรอบ (E_T) และความเหนียวในเทอมของความโค้ง (Curvature ductility, μ_ϕ)

หลังจากที่หน้าตัดเกิดการเสื่อมลดของกำลังแล้ว ค่าสติฟเนสจะมีค่าเปลี่ยนแปลงไป ดังสมการ 2.36

$$\bar{k} = k' \frac{\eta}{\mu} \leq k' \quad (2.36)$$

โดยที่

k' และ \bar{k} เป็นสติฟเนสก่อนและหลังจากที่มีกำลังเท่ากับ M^*

η เป็นตัวแปรควบคุมการลดลงของสติฟเนส โปรแกรม IDARC ใช้ค่าเท่ากับ 4

μ เป็นความเหนียวในทอมความโค้ง (Curvature ductility)

3. พฤติกรรมการเลื่อนหลุด (Slip and pinching behavior) ซึ่งเกิดจากการเลื่อนหลุดของเหล็กเสริมหรือการเปิดและปิดของรอยร้าวของหน้าตัด ทำให้พฤติกรรมการรับแรงเปลี่ยนไป โดยมีแนวทางเดินของแรงไปที่ค่าโมเมนต์ดังสมการ 2.37

$$M^* = \gamma M_y \quad (2.37)$$

โดยที่ γ เป็นตัวแปรควบคุมการเกิดการเลื่อนหลุด

2.2.5 วิธีการวิเคราะห์ด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ IDARC2D v. 4.0

โปรแกรม IDARC2D v. 4.0 สามารถวิเคราะห์ได้ 4 วิธีด้วยกัน ซึ่งเป็นการวิเคราะห์แบบอินอีลาสติก ได้แก่

1. การวิเคราะห์แบบสถิต (Static analysis)
2. การวิเคราะห์แบบ Pushover (Pushover analysis)
3. การวิเคราะห์แบบพลศาสตร์ (Dynamic analysis)
4. การวิเคราะห์แบบ Quasi – static (Quasi–static analysis)

แต่ในการวิจัยครั้งนี้ได้ใช้เฉพาะการวิเคราะห์วิธี 2 และ 3 ซึ่งมีรายละเอียดการคำนวณดังนี้

1. การวิเคราะห์แรงดันด้านข้างแบบสถิตจนโครงสร้างพัง (Pushover analysis)

เป็นการคำนวณการตอบสนองและกำลังความต้านทานสูงสุดของโครงสร้างภายใต้แรงกระทำทางด้านข้างหรือภายใต้การเคลื่อนที่ทางด้านข้าง โดยการคำนวณรวมผลของน้ำหนักบรรทุกคงที่ (Dead load) และน้ำหนักบรรทุกจร (Live load) หรือไม่ก็ได้ สมการที่ใช้ในการคำนวณแสดงได้เป็น

$$[K_i] \{\Delta u\} = \{\Delta F\} - \{\Delta P_v\} - \{\Delta P_{FR}\} - \{\Delta P_{HY}\} - \{\Delta P_{IW}\} + c_{corr} \{\Delta F_{err}\} \quad (2.38)$$

โดยที่ $\{\Delta P_v\}$, $\{\Delta P_{FR}\}$, $\{\Delta P_{HY}\}$ และ $\{\Delta P_{IW}\}$ เป็นเมตริกซ์การเพิ่มขึ้นของแรงในตัวยูนิตความ

หนืด (Viscous dampers), ตัวยูนิตแรงเสียดทาน (Friction dampers) และตัวยูนิต

หน่วงฮิสเทอริติก (Hysteretic dampers) และผนังระหว่างช่วงเสา (Infill panels)

c_{corr} เป็นสัมประสิทธิ์แก้ไข (Correction coefficient) ปกติมีค่าเท่ากับ 1

$\{\Delta F_{err}\}$ เป็นเวกเตอร์ของแรงไม่สมดุล (Unbalance forces) ในโครงสร้าง

2.การวิเคราะห์แบบพลศาสตร์ (Dynamic analysis) เป็นการคำนวณการตอบสนองของโครงสร้างภายใต้แรงเนื่องจากแผ่นดินไหว ซึ่งเป็นแรงที่สามารถกระทำทั้งทางแนวดิ่งและแนวราบหรืออาจกระทำแนวใดแนวหนึ่งก็ได้ โดยการคำนวณอาจรวมผลของน้ำหนักบรรทุกคงที่ (Dead load) และน้ำหนักบรรทุกจร (Live load) หรือไม่มีก็ได้ สมการที่ใช้ในการคำนวณแสดงได้เป็น

$$[M]\{\Delta\ddot{u}\} + [C]\{\Delta\dot{u}\} + [K_r]\{\Delta u\} = -[M]\left(\{L_h\}\Delta\ddot{x}_{gh} + \{L_v\}\Delta\ddot{x}_{gv}\right) - \{\Delta P_v\} - \{\Delta P_{FR}\} - \{\Delta P_{HY}\} - \{\Delta P_{IW}\} + c_{corr}\{\Delta F_{err}\} \quad (2.39)$$

โดยที่

$[M]$ เป็นเมตริกซ์มวลของโครงสร้าง (Lump mass matrix)

$[C]$ เป็นเมตริกซ์ค่าสัมประสิทธิ์ความหน่วงของโครงสร้าง

$\{\Delta\ddot{u}\}$ และ $\{\Delta\dot{u}\}$ เป็นเวกเตอร์การเพิ่มขึ้นของความเร่งและความเร็วของโครงสร้าง

$\{L_h\}$ และ $\{L_v\}$ เป็นเวกเตอร์ระบุตำแหน่งดักการเคลื่อนที่อิสระที่ได้ผลจากความเร่งของพื้นดินในแนวราบและแนวดิ่ง

การแก้ปัญหของโปรแกรม IDARC2D v. 4.0 นี้ใช้วิธี Newmark-Beta พัฒนาโดย Newmark (1959) ซึ่งสมมติให้มีความเร่งเฉลี่ยคงที่ในช่วงเวลาหนึ่งๆ จะได้ว่า

$$\{\Delta\ddot{u}\}_{t+\Delta t} = \left[1 - \frac{\gamma}{2\beta}\right]\Delta t\{\ddot{u}\}_t - \frac{\gamma}{\beta}\{\dot{u}\}_t + \frac{\gamma}{\beta\Delta t}\{\Delta u\}_{t+\Delta t} \quad (2.40)$$

$$\{\Delta\ddot{u}\}_{t+\Delta t} = \frac{1}{\gamma\Delta t}\{\Delta\dot{u}\}_{t+\Delta t} - \frac{1}{\gamma}\{\dot{u}\}_t \quad (2.41)$$

ค่า β และ γ เป็นตัวแปรที่ใช้ในการคำนวณมีค่า 0.25 และ 0.5 ตามลำดับแทนสมการที่ 2.40 และ 2.41 ในสมการที่ 2.39 จัดรูปใหม่ได้เป็น

$$[K_D]\{\Delta u\}_{t+\Delta t} = \{\Delta F_D\} \quad (2.43)$$

โดยที่

$$[K_D] = \frac{1}{\beta(\Delta t)^2}[M] + \frac{\gamma}{\beta\Delta t}[C] + [K_r] \quad (2.44)$$

$$\begin{aligned} \{\Delta F_D\} = & -[M]\left(\{L_h\}\Delta\ddot{x}_{gh} + \{L_v\}\Delta\ddot{x}_{gv}\right) - \{\Delta P_v\} - \{\Delta P_{FR}\} - \{\Delta P_{HY}\} \\ & - \{\Delta P_{IW}\} + c_{corr}\{\Delta F_{err}\} + \left[\frac{1}{2\beta}[M] + \left[\frac{\gamma}{2\beta} - 1\right]\Delta t[C]\right]\{\ddot{u}\}_t \\ & + \left[\frac{1}{\beta\Delta t}[M] + \frac{\gamma}{\beta}[C]\right]\{\dot{u}\}_t \end{aligned} \quad (2.45)$$

2.2.6 ดัชนีความเสียหาย (Damage index)

ดัชนีความเสียหายเป็นค่าที่สามารถบอกความเสียหายขององค์อาคาร รวมทั้งความเสียหายของชั้นและความเสียหายของโครงสร้างทั้งหมด Park และคณะ (1984) ได้พัฒนาขึ้นและนำมาใช้ในโปรแกรม IDARC

ดัชนีความเสียหายที่พัฒนาขึ้น ประกอบด้วยความเสียหาย 2 ส่วนรวมกันแบบเชิงเส้น ได้แก่ ความเสียหายเนื่องจากการเปลี่ยนแปลงรูปร่างแบบอินอีลาสติก และความเสียหายสะสมที่เกิดจากการเคลื่อนที่แบบเป็นวัฏจักรของโครงสร้าง แสดงได้ดังสมการ

$$DI = \frac{\delta_m}{\delta_u} + \frac{\beta}{\delta_u P_y} \int dE_h \quad (2.46)$$

โดยที่

δ_m เป็นการเปลี่ยนแปลงรูปร่างมากที่สุดที่เกิดขึ้นระหว่างรับแรงกระทำ

δ_u เป็นการเปลี่ยนแปลงรูปร่างที่ตำแหน่งวิบัติ

P_y เป็นกำลังครากของชิ้นส่วน

$\int dE_h$ เป็นพลังงานที่สะสมอยู่ในชิ้นส่วน

β เป็นค่าคงที่ของแบบจำลองมีความสัมพันธ์กับการลดลงของกำลัง

ค่าดัชนีความเสียหายใช้ใน IDARC2D v. 4.0 นี้ถูกปรับปรุงโดย Kunnath และคณะ (1992) ดังสมการ

$$DI = \frac{\theta_m - \theta_r}{\theta_u - \theta_r} + \frac{\beta}{M_y \theta_u} E_h \quad (2.47)$$

โดยที่

θ_m เป็นมุมหมุนที่เกิดขึ้นมากที่สุดของชิ้นส่วนระหว่างรับแรงกระทำ

θ_r เป็นมุมหมุนที่กลับคืนได้ขณะไม่มีน้ำหนักกระทำ (Unloading)

θ_u เป็นมุมหมุนที่ตำแหน่งวิบัติของชิ้นส่วน

M_y เป็นโมเมนต์ครากของหน้าตัด

E_h เป็นพลังงานที่ถูกสลายไปที่หน้าตัด

ค่าดัชนีความเสียหายสามารถคำนวณได้ 3 ระดับได้แก่

1. ความเสียหายระดับชิ้นส่วนของอาคาร ได้แก่ เสา, คาน และกำแพงรับแรงเฉือน

2. ความเสียหายระดับชั้น ได้แก่ ความเสียหายขององค์ประกอบทั้งหมดของชั้นทางด้านแนวตั้ง (เสาและกำแพงรับแรงเฉือน) และความเสียหายขององค์ประกอบทั้งหมดของชั้นทางด้านแนวราบ (คานและพื้น) และความเสียหายทั้งหมดของชั้น
3. ความเสียหายทั้งหมดของโครงสร้าง

สำหรับความเสียหายระดับชั้นส่วน, ระดับชั้น และระดับของโครงสร้าง คำนวณโดยวิธีการถ่วงน้ำหนักโดยใช้พลังงานที่ถูกสลายไป (Dissipated energy) แสดงได้ดังสมการ

$$DI_{member} = \sum (\lambda_i)_{section} (DI_i)_{section} \quad (2.48)$$

$$DI_{story} = \sum (\lambda_i)_{component} (DI_i)_{component} \quad (2.49)$$

$$DI_{overall} = \sum (\lambda_i)_{story} (DI_i)_{story} \quad (2.50)$$

โดยที่

$$(\lambda_i)_{section} = \left(\frac{E_i}{\sum E_i} \right)_{section} \quad (2.51)$$

$$(\lambda_i)_{component} = \left(\frac{E_i}{\sum E_i} \right)_{component} \quad (2.52)$$

$$(\lambda_i)_{story} = \left(\frac{E_i}{\sum E_i} \right)_{story} \quad (2.53)$$

แต่อย่างไรก็ตาม ในการศึกษาค้างครั้งนี้พบว่าค่าดัชนีความเสียหายซึ่งได้จากโปรแกรม IDARC บางครั้งไม่สอดคล้องกับความเสียหายที่เกิดขึ้น ดังนั้นจึงได้พิจารณาค่าดัชนีความเสียหายซึ่งอยู่ในรูปของความโค้งที่ผิวหน้าของชั้นส่วน ดังสมการที่ 2.52

$$DI = \frac{\phi_m - \phi_y}{\phi_u - \phi_y} + \frac{\beta}{M_y \phi_u} E_{h\phi} \quad (2.54)$$

โดยที่

ϕ_m เป็นความโค้งที่เกิดขึ้นมากที่สุดของหน้าตัดระหว่างรับแรงกระทำ

ϕ_u เป็นความโค้งวิกฤติของหน้าตัด

ϕ_y เป็นความโค้งครากของหน้าตัด

$E_{h\phi}$ เป็นพื้นที่ซึ่งได้จากการอินทิเกรตกราฟโมเมนต์และความโค้งที่เกิดขึ้นที่หน้าตัด

โดยค่าดัชนีความเสียหายดังกล่าว Stone และ Taylor (1993) ได้ทำการทดสอบกับชิ้นส่วนเสาจำนวน 82 ตัวอย่าง และสรุปค่าดัชนีความเสียหายซึ่งสอดคล้องกับระดับความเสียหายไว้ดังตารางที่ 2.1

ตารางที่ 2.1 ความเสียหายของชิ้นส่วนโครงสร้างที่ดัชนีความเสียหายต่างๆ (Stone and Taylor, 1993)

ดัชนีความเสียหาย, DI	ระดับความเสียหาย
$0.00 < DI < 0.11$	No damage or localised minor cracking
$0.11 < DI < 0.40$	Repairable - extensive spalling but inherent stiffness remain
$0.40 < DI < 0.77$	Irreparable - still standing but failure imminent
$DI > 0.77$	Collapsed

2.3 การวิเคราะห์โมเมนต์ตัดและความโค้งขององค์อาคารคอนกรีตเสริมเหล็ก

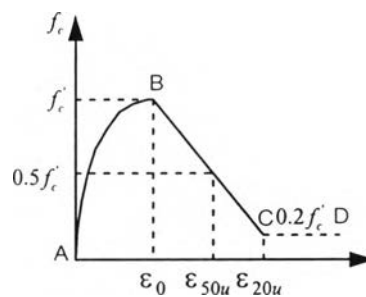
ความสัมพันธ์ของแรงและการเปลี่ยนแปลงรูปของชิ้นส่วนมีความจำเป็นต่อการวิเคราะห์โครงสร้าง ความสัมพันธ์ดังกล่าวจะใช้ในการสร้างเมตริกซ์สติฟเนสของชิ้นส่วน และสติฟเนสของทั้งโครงสร้าง โดยเฉพาะพฤติกรรมช่วงไม่ยืดหยุ่นที่ค่าสติฟเนสจะเปลี่ยนแปลงไปเมื่อชิ้นส่วนเกิดความเสียหาย ในงานวิจัยนี้ใช้คอมพิวเตอร์โปรแกรม IDARC ซึ่งใช้ค่าความสัมพันธ์ของแรงและการเปลี่ยนแปลงรูปร่างในรูปความสัมพันธ์ของโมเมนต์กับความโค้ง (Moment-curvature relationship) ของหน้าตัด

เนื่องจากค่าโมเมนต์ตัดและความโค้งที่ได้จากการวิเคราะห์ของโปรแกรม IDARC ใช้แบบจำลองของ Kent และ Park (1971) ซึ่งไม่คำนึงถึงผลของแรงอัดตามแนวแกน และการเพิ่มกำลังอัดของคอนกรีตเนื่องจากการโอบรัดของเหล็กปลอก ซึ่งมีความสำคัญในกรณีของชิ้นส่วนเสา แต่อย่างไรก็ตามแบบจำลองดังกล่าวเหมาะที่ใช้กับการคำนวณหาค่าโมเมนต์และความโค้งของคาน ดังนั้นในงานวิจัยนี้จึงใช้โมเมนต์และความโค้งที่วิเคราะห์ได้จากโปรแกรม IDARC เฉพาะของหน้าตัดคานและผนังรับแรงเฉือน ส่วนหน้าตัดเสา แบบจำลองความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นกับความเครียดของคอนกรีตแบ่งเป็น 2 กรณี คือคอนกรีตที่อยู่ภายนอกเหล็กปลอกใช้แบบจำลองของ Kent และ Park (1971) และคอนกรีตที่อยู่ภายในเหล็กปลอกซึ่งคิดผลของเหล็กปลอก ใช้แบบจำลองของ Sheikh และ Yeh (1992) ส่วนเหล็กเสริมใช้แบบจำลองของ Park และ Sampson (1972) การวิเคราะห์ใช้วิธีการแบ่งหน้าตัดออกเป็นชั้นย่อย (Fiber model method) โดยแบ่งหน้า

ตัดคอนกรีตเป็นชิ้นส่วนย่อย สมมติค่าความเครียดที่ผิวนอกสุดของคอนกรีต กำหนดแกนสะเทิน (Neutral axis) แล้วคำนวณค่าความเครียดที่ชิ้นส่วนย่อยต่างๆ หาความเค้นที่เกิดขึ้นที่ชิ้นส่วนย่อยของคอนกรีตและเหล็กเสริมโดยใช้ความสัมพันธ์ของความเค้นกับความเครียดของคอนกรีตและเหล็กเสริมตามลำดับ คำนวณหาแรงตามแนวแกนแล้วเปรียบเทียบกับค่าแรงตามแนวแกนที่กำหนด ถ้าแตกต่างกันในระดับที่ยอมรับได้ ก็คำนวณหาค่าโมเมนต์ ถ้ามีค่าแตกต่างกันมากก็สมมติค่าแกนสะเทินแล้วคำนวณใหม่

2.3.1 ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นกับความเครียดของคอนกรีต

2.3.1.1 คอนกรีตที่อยู่ภายนอกเหล็กปลอก (Unconfined concrete) ใช้แบบจำลองของ Kent และ Park (1971) ความสัมพันธ์ของความเค้นกับความเครียดแบ่งเป็น 3 ช่วงดังนี้



รูปที่ 2.10 ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นกับความเครียดของคอนกรีตภายนอกเหล็กปลอก

ช่วง AB: $\epsilon_c \leq \epsilon_0$

$$f_c = f'_c \left[\frac{2\epsilon_c}{\epsilon_0} - \left(\frac{\epsilon_c}{\epsilon_0} \right)^2 \right] \quad (2.55)$$

ช่วง BC: $\epsilon_0 < \epsilon_c \leq \epsilon_{20u}$

$$f_c = f'_c - Z_1(\epsilon_0 - \epsilon_c) \quad (2.56)$$

ช่วง CD: $\epsilon_c \geq \epsilon_{20u}$

$$f_c = 0 \quad (2.57)$$

โดยที่

f'_c เป็นกำลังอัดของคอนกรีต (ปอนด์/นิ้ว²)

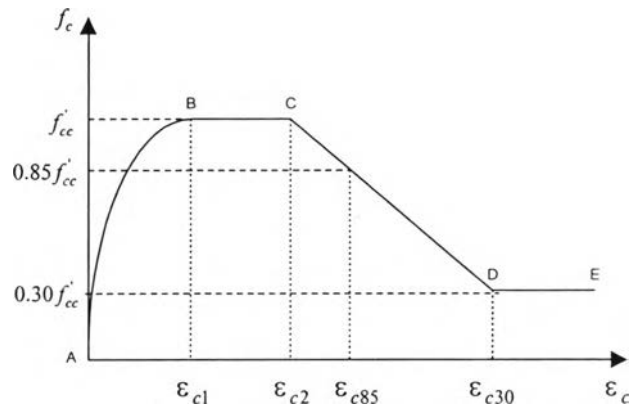
ϵ_0 เป็นความเครียดของคอนกรีตที่กำลังอัดสูงสุดมีค่า 0.002

$$Z_1 = \frac{f'_c - 0.5f'_c}{\varepsilon_{50u} - 0.002} \quad (2.58)$$

$$\varepsilon_{50u} = \frac{3 + \varepsilon_0 f'_c}{f'_c - 1000} \quad (2.59)$$

$$\varepsilon_{20u} = \frac{0.8f'_c}{Z_1} \quad (2.60)$$

2.3.1.2 คอนกรีตภายในเหล็กปลอก (Confined concrete) ใช้แบบจำลองของ Sheikh และ Yeh (1992) ความสัมพันธ์ของความเค้นกับความเครียดแบ่งเป็น 4 ช่วง ดังนี้



รูปที่ 2.11 ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นกับความเครียดของคอนกรีตภายในเหล็กปลอก

ช่วง AB: $\varepsilon_c \leq \varepsilon_{c1}$

$$f_c = f'_{cc} \left[\frac{2\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}} - \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}} \right)^2 \right] \quad (2.61)$$

ช่วง BC: $\varepsilon_{c1} < \varepsilon_c \leq \varepsilon_{c2}$

$$f_c = f'_{cc} \quad (2.62)$$

ช่วง CD: $\varepsilon_{c2} < \varepsilon_c \leq \varepsilon_{c30}$

$$f_c = f'_{cc} [1 - Z_2 (\varepsilon_c - \varepsilon_{c2})] \quad (2.63)$$

ช่วง DE: $\varepsilon_c > \varepsilon_{c30}$

$$f_c = 0.3f'_{cc} \quad (2.64)$$

โดยที่

$$f'_{cc} = K_s \eta f'_c \quad (2.65)$$

$$\varepsilon_{c1} = 0.55K_s f'_c (10^{-6}) \text{ สำหรับคอนกรีตที่มีกำลังอัดประมาณ 4000 ปอนด์/นิ้ว}^2 \quad (2.66)$$

$$= 0.0022 K_s \quad \text{สำหรับคอนกรีตทั่วไป} \quad (2.67)$$

$$\frac{\varepsilon_{c2}}{\varepsilon_{c0}} = 1 + \left\{ \frac{0.81}{C} \left[1 - 5 \left(\frac{s}{B} \right)^2 \right] + 0.25 \sqrt{\frac{B}{c}} \right\} \frac{\rho_s f'_s}{\sqrt{f'_c}} \quad (2.68)$$

$$\varepsilon_{c85} = 0.225 \rho_s \sqrt{\frac{B}{s}} + \varepsilon_{c2} \quad (2.69)$$

$$Z_2 = \frac{1.0}{1.5 \rho_s \sqrt{\frac{B}{s}}} \quad (2.70)$$

$$K_s = 1.0 + \frac{B^2}{10.58 P_{occ}} \left[\left(1 - \frac{nC^2}{5.5B^2} \right) \left(1 - \frac{s}{2B} \right)^2 \right] \sqrt{\rho_s f'_s} \quad (2.71)$$

$$\eta = 1 - 0.575 \frac{P - P_b}{f'_c A_g} \leq 1.0 \quad (2.72)$$

$$P_{occ} = \eta f'_c (A_{co} - A_s) \text{ กิโลปอนด์} \quad (2.73)$$

$$\varepsilon_{c0} = 0.0022$$

f'_c เป็นกำลังอัดของคอนกรีต (ปอนด์/นิ้ว²)

A_{co} เป็นพื้นที่ของแกนคอนกรีตวัดระหว่างกึ่งกลางของเหล็กเสริมตามขวาง (นิ้ว²)

A_s เป็นพื้นที่ของเหล็กเสริมตามยาว (นิ้ว²)

B เป็นความกว้างของเหล็กปลอกโดยวัดระหว่างกึ่งกลางของเหล็กเสริม (นิ้ว)

C เป็นระยะที่วัดระหว่างเหล็กเสริมตามยาว (นิ้ว)

f'_s เป็นหน่วยแรงที่เกิดในเหล็กปลอก ใช้ค่าเท่ากับหน่วยแรงคราก (ปอนด์/นิ้ว²)

s เป็นระยะห่างระหว่างเหล็กปลอก (นิ้ว)

ρ_s เป็นอัตราส่วนระหว่างปริมาตรของเหล็กเสริมตามขวางกับปริมาตรของแกนคอนกรีต

n เป็นจำนวนเหล็กเสริมตามยาว

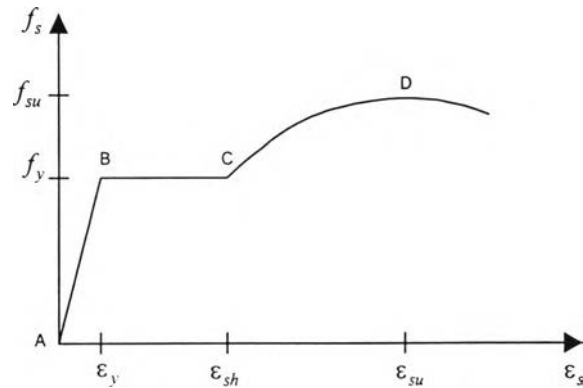
P เป็นแรงกระทำตามแนวแกน (ปอนด์)

P_b เป็นแรงในแนวแกนของเสาเมื่อความเครียดที่ผิวของคอนกรีตด้านรับแรงอัดมีค่า 0.003 และความเครียดของเหล็กเสริมรับแรงดึงมีค่าเท่ากับความเครียดที่จุดคราก (ปอนด์)

A_g เป็นพื้นที่หน้าตัดทั้งหมดของคอนกรีต (นิ้ว²)

c เป็นระยะของแกนสะเทินวัดจากผิววนอกสุดของคอนกรีตรับแรงอัด (นิ้ว)

2.3.2 ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นกับความเครียดของเหล็กเสริมตามยาว ใช้แบบจำลองของ Park และ Sampson (1972) แบ่งเป็น 3 ช่วง ดังรูปที่ 2.12



รูปที่ 2.12 ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นกับความเครียดของเหล็กเสริมตามยาว

ช่วง AB: $\epsilon_s \leq \epsilon_y$

$$f_s = E_s \epsilon_s \quad (2.74)$$

ช่วง BC: $\epsilon_y < \epsilon_s \leq \epsilon_{sh}$

$$f_s = f_y \quad (2.75)$$

ช่วง CD: $\epsilon_{sh} < \epsilon_s \leq \epsilon_{su}$

$$f_s = f_y \left[\frac{m(\epsilon_s - \epsilon_{sh}) + 2}{60(\epsilon_s - \epsilon_{sh}) + 2} + \frac{(\epsilon_s - \epsilon_{sh})(60 - m)}{2(30r + 1)^2} \right] \quad (2.76)$$

โดยที่

$$m = \frac{(f_{su}/f_y)(30r + 1)^2 - 60r - 1}{15r^2} \quad (2.77)$$

$$r = \epsilon_{su} - \epsilon_{sh} \quad (2.78)$$

โมเมนต์และความโค้งที่จุดประลัย (Ultimate moment and curvature) สามารถคำนวณโดยใช้เงื่อนไขในการวิบัติของคอนกรีตและเหล็กเสริมซึ่งประกอบไปด้วยเงื่อนไข 2 ประการคือ

1. เมื่อความเครียดของเหล็กเสริมตามยาวที่เกิดขึ้นมีค่ามากกว่าค่าความเครียดที่จุดประลัยของเหล็กเสริม ($\epsilon_s > \epsilon_{su}$)
2. เมื่อความเครียดของคอนกรีตที่เกิดขึ้นมีค่ามากกว่าค่าความเครียดของคอนกรีตที่ทำให้เกิดการขยายตัวด้านข้างเนื่องจากแรงอัดจนทำให้เหล็กเสริมตามขวางขาด

($\varepsilon_c > \varepsilon_{cu}$) โดยความเครียดตามแนวแกนที่ทำให้เหล็กเสริมตามขวางขาดมีค่าดัง
สมการ

$$\varepsilon_{cu} = 0.004 + \frac{1.4\rho_s\varepsilon_{su}f'_s}{f'_{cc}} \quad (2.79)$$

2.4 สมรรถนะของอาคารที่ต้องการ (Performance Objective)

ในการประเมินถึงความสามารถในการต้านทานแผ่นดินไหวของอาคาร ระดับความเสียหายของอาคารที่ยอมรับได้ขึ้นอยู่กับระดับสมรรถนะของอาคารที่ต้องการภายหลังการเกิดแผ่นดินไหว มาตรฐาน FEMA 273 แบ่งระดับสมรรถนะของโครงสร้างอาคาร (Structural performance level) ออกเป็น 3 ระดับที่สำคัญ ดังนี้

1. ระดับที่สามารถเข้าใช้งานได้ทันที (Immediately occupancy performance level) สมรรถนะของอาคารในระดับนี้ ส่วนของโครงสร้างจะเกิดความเสียหายน้อยมาก กำลังและสติเฟนสของอาคารทั้งในแนวตั้งและแนวราบหลังเกิดความเสียหาย มีค่าใกล้เคียงกับอาคารก่อนที่จะเกิดความเสียหาย ความเสี่ยงที่จะเกิดการบาดเจ็บอันเนื่องมาจากความเสียหายของโครงสร้างอยู่ในระดับที่น้อยมาก ภายหลังการเกิดแผ่นดินไหวสามารถเข้าใช้งานอาคารได้ทันที ความเสียหายที่เกิดขึ้นสามารถซ่อมแซมหลังจากที่มีการเข้าใช้งานอาคารแล้วได้

2. ระดับที่มีความปลอดภัยต่อชีวิต (Life safety performance level) เกิดความเสียหายต่ออาคารในระดับปานกลาง โดยยังไม่เกิดพังทลายของโครงสร้างเฉพาะที่ (Partial collapse) และการพังทลายของอาคารทั้งหลัง (Total collapse) ความเสียหายของโครงสร้างโดยรวมอยู่ในระดับที่สามารถซ่อมแซมได้ การบาดเจ็บอาจเกิดขึ้นได้ระหว่างการเกิดแผ่นดินไหว แต่ความเสี่ยงภัยต่อชีวิตและการบาดเจ็บยังคงอยู่ในระดับต่ำ ความเสียหายที่เกิดขึ้นจำเป็นต้องได้รับการซ่อมแซมหรือต้องการการกักกันแบบชั่วคราวก่อนการเข้าใช้งานอาคาร

3. ระดับป้องกันการเกิดการพังทลาย (Collapse prevention performance level) อาคารเกิดความเสียหายต่อโครงสร้างอย่างรุนแรง โดยเกิดการลดลงอย่างมากของสติเฟนสและกำลังรับแรงด้านข้างของอาคาร และเกิดการเปลี่ยนตำแหน่งด้านข้างแบบถาวรอย่างมาก แต่อย่างไรก็ตาม ระบบโครงสร้างที่รับแรงในแนวตั้งยังคงรักษาความสามารถในการรับแรงได้ มีความเสี่ยงสูงที่จะเกิดการบาดเจ็บอันเนื่องจากการตกหล่นของเศษชิ้นส่วนของโครงสร้างเกิดความเสียหายรุนแรงในระดับที่ไม่สามารถซ่อมแซมได้ และไม่ปลอดภัยต่อการเข้าใช้งานอาคาร หากเกิดแผ่นดินไหวตามมา อาจทำให้เกิดการพังทลายของอาคาร

ในอาคารทั่วไป การยอมให้อาคารเกิดความเสียหายรุนแรงได้โดยไม่ต้องไม่เกิดการพังทลายภายใต้แผ่นดินไหวขนาดรุนแรงอาจเพียงพอ อย่างไรก็ตามสำหรับการวิจัยในครั้งนี้ อาคารที่ใช้ในการศึกษาเป็นอาคารเรียนซึ่งเป็นอาคารสาธารณะที่มีความสำคัญ ดังนั้นจึงกำหนดให้ระดับสมรรถนะของอาคารที่ต้องการภายหลังการเกิดแผ่นดินไหว อยู่ในระดับที่มีความปลอดภัยต่อชีวิต โดยเมื่อพิจารณาร่วมกับค่าระดับความเสียหายซึ่งเสนอโดย Stone และ Taylor (1993) แล้ว ระดับสมรรถนะของอาคารดังกล่าวสอดคล้องกับค่าดัชนีความเสียหายในช่วงประมาณ 0.11-0.40