

บทที่ 8

การตรวจสอบความถูกต้องของโปรแกรมคอมพิวเตอร์

ในบทนี้จะเป็นการนำโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ได้ประดิษฐ์ขึ้นมาตรวจสอบความถูกต้อง โดยการนำโปรแกรมคอมพิวเตอร์นี้ไปแก้ปัญหาพื้นฐาน แล้วนำผลลัพธ์ที่ได้ไปเปรียบเทียบกับผลลัพธ์จากการคำนวณด้วยวิธีอื่นๆ ที่มีอยู่ในปัญหาเดียวกัน โดยพารามิเตอร์หลักที่ใช้ในการตรวจสอบโปรแกรมคอมพิวเตอร์สำหรับปัญหาของแข็งยืดหยุ่นได้เชิงเส้นที่มีรอยร้าวก็คือ ค่าตัวประกอบความเข้มของความเค้น โดยปัญหาที่ถูกนำมาใช้ในการตรวจสอบความถูกต้องในบทนี้จะปัญหาของชิ้นงานที่มีรอยร้าวในรูปแบบอย่างง่าย ดังนี้

- (1) แผ่นสี่เหลี่ยมแบนที่มีรอยร้าวตรงกลางภายใต้ความเค้นดึง (Center cracked rectangular plate under tension)
- (2) แผ่นสี่เหลี่ยมแบนที่มีรอยร้าวที่ขอบข้างเดียวภายใต้ความเค้นดึง (Single edge cracked rectangular plate under tension)
- (3) แผ่นสี่เหลี่ยมแบนที่มีรอยร้าวที่ขอบทั้งสองข้างภายใต้ความเค้นดึง (Double edge cracked rectangular plate under tension)
- (4) รอยร้าวที่ขอบรูเจาะในแผ่นสี่เหลี่ยมแบนภายใต้ความเค้นดึง (Crack emanating from a hole in a rectangular plate under tension)
- (5) รอยร้าวจากรอยเจาะที่ขอบทั้งสองข้างของแผ่นสี่เหลี่ยมแบนภายใต้ความเค้นดึง (Crack emanating from side notches in a finite plate under tension)

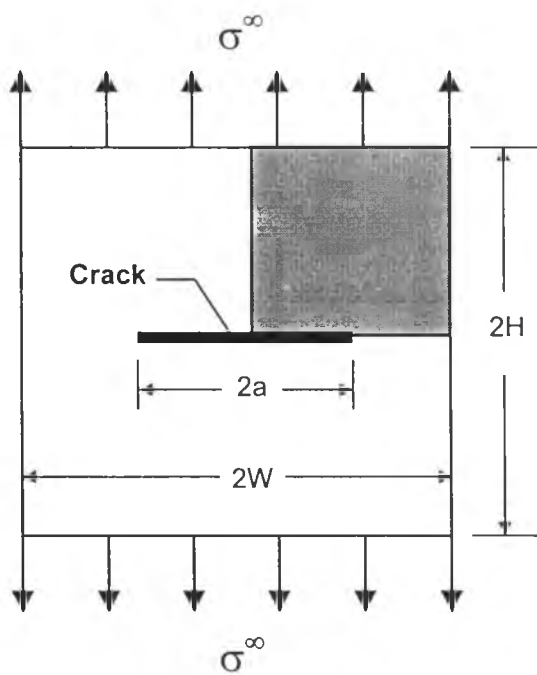
8.1 แผ่นสี่เหลี่ยมแบนที่มีรอยร้าวตรงกลางภายใต้ความเค้นดึง

ปัญหาที่นำมาตรวจสอบความถูกต้องของโปรแกรมคอมพิวเตอร์นี้ เป็นปัญหาแผ่นแบนที่มีรอยร้าวอยู่ที่กึ่งกลางของแผ่น และถูกกระทำด้วยภาระความเค้นที่ขอบด้านบนและล่างของแผ่น โดยรายละเอียดของปัญหานี้ได้แสดงดังรูปที่ 8.1 ซึ่งมีความยาวรอยร้าวเท่ากับ $2a$ ความสูงเท่ากับ $2H$ ความกว้างเท่ากับ $2W$ และมีความหนาเท่ากับ t ซึ่งถูกกระทำด้วยภาระความเค้นดึงขนาด σ^∞ สำหรับตัวอย่างที่ได้นำมาแสดงต่อไปนี้ จะเป็นปัญหาแผ่นแบนที่มีรอยร้าวอยู่ที่กึ่งกลางของแผ่น ซึ่งมีค่าโมดูลัสของความยืดหยุ่นเท่ากับ 207 GPa อัตราส่วนปัวซองส์เท่ากับ 0.3 และมีขนาดความยาวรอยร้าว ($2a$) เท่ากับ 50 mm ความสูง ($2H$) เท่ากับ 100 mm ความกว้าง ($2W$) เท่ากับ 100 mm และความหนา (t) เท่ากับ 30 mm โดย

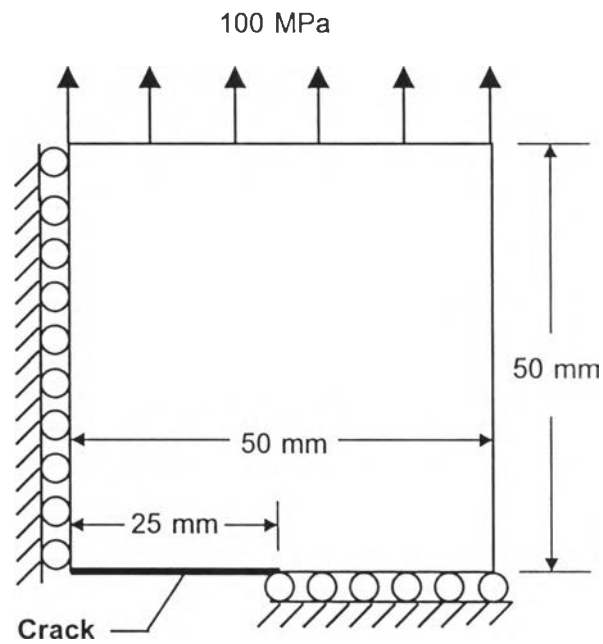
ถูกกระทำด้วยภาวะความเค้นดึงขนาด 100 MPa เนื่องจากความสมมาตรของปัญหา จึงสามารถพิจารณาเพียงหนึ่งในสี่ของปัญหาได้ดังส่วนที่แรเงาของรูปร่างปัญหาในรูปที่ 8.1 ซึ่งสามารถแสดงรูปร่างของปัญหาที่นำมาพิจารณาได้ในรูปที่ 8.2 และรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์เริ่มแรก (Initial mesh) ได้ดังรูปที่ 8.3 ประกอบด้วย 206 เอลิเมนต์ 453 จุดต่อ ซึ่งสำหรับปัญหานี้ได้มีนักวิจัย M. Isida [38] ทำการคำนวณหาค่าตัวประกอบความเข้มของความเค้นด้วยวิธี Boundary collocation ได้ดังนี้

$$K_I = F_I \cdot \sigma \sqrt{\pi a} \quad (8.1)$$

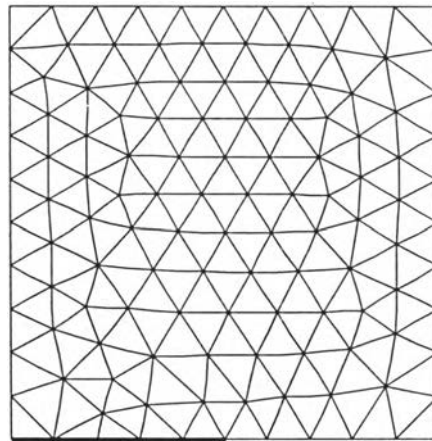
โดยที่ $F_I = 1.334$ สำหรับที่พารามิเตอร์ไร้มิติของความยาวรอยร้าว ($\frac{a}{W}$) เท่ากับ 0.5



รูปที่ 8.1 รูปร่างของปัญหาแผ่นแบนที่มีรอยร้าวอยู่กึ่งกลางของแผ่น

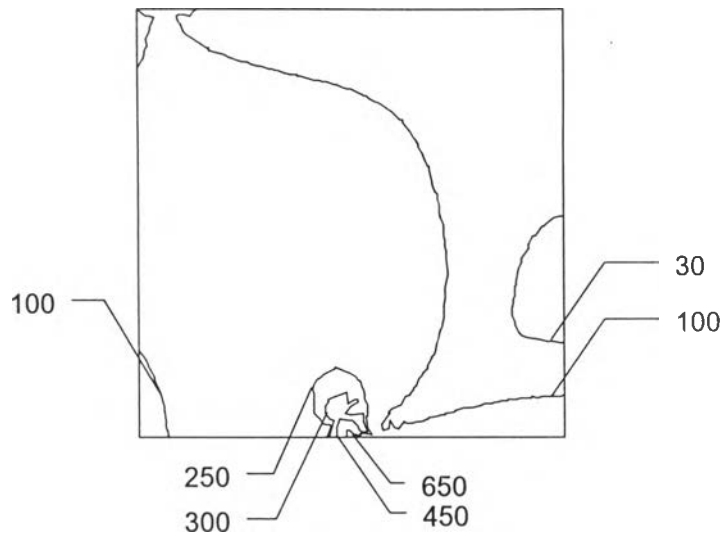


รูปที่ 8.2 รูปร่างและรายละเอียดของปัญหาที่นำมาพิจารณา



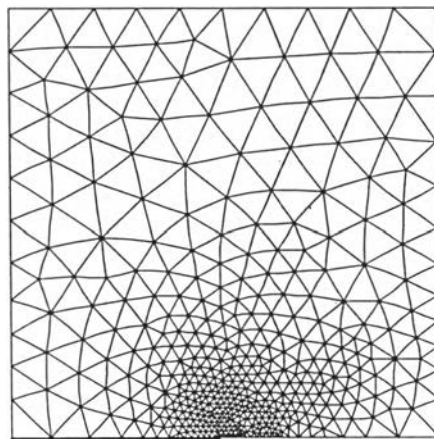
รูปที่ 8.3 รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์เริ่มต้นของปัญหาแผ่นแบนที่มีรอยร้าวอยู่กึ่งกลางของแผ่น

เมื่อทำการคำนวณด้วยโปรแกรม KFACTOR โดยใช้เอลิเมนต์สามเหลี่ยมแบบหกจุดต่อ ซึ่งมีเอลิเมนต์สำหรับที่ปลายรอยร้าว (Crack tip element) จะได้การกระจายของความเค้นแบบ Von Mises ดังแสดงในรูปที่ 8.4

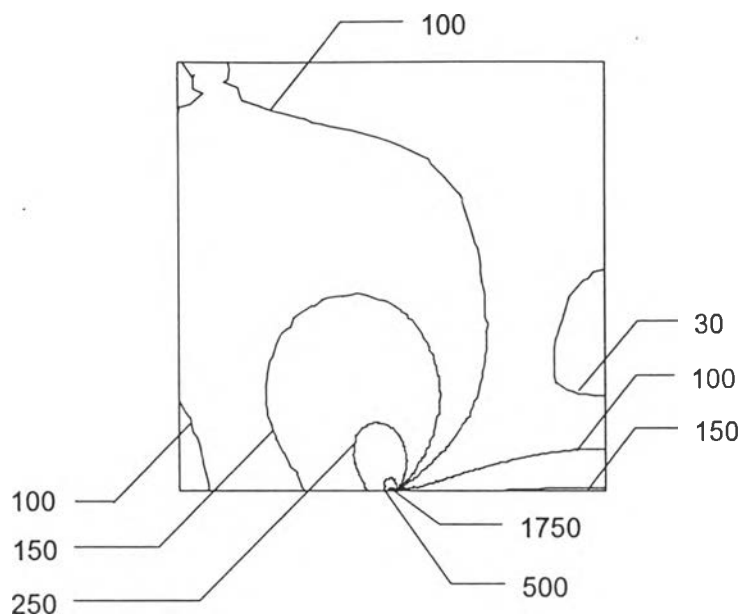


รูปที่ 8.4 ลักษณะการกระจายตัวของความเค้นแบบ Von Mises, N/mm^2 สำหรับรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์เริ่มต้นของปัญหาแผ่นแบนที่มีรอยร้าวอยู่กึ่งกลางของแผ่น

จากนั้นนำค่าความเค้นแบบ Von Mises ที่ได้มาใช้ในการปรับขนาดของเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติ โดยการคำนวณด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ SPACE จะได้รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ครั้งที่ 1 (1^{st} adaptive mesh) ดังแสดงในรูปที่ 8.5 ประกอบด้วย 667 เอลิเมนต์ 1392 จุดต่อ โดยจากรูปพบว่าเอลิเมนต์ขนาดเล็กจะเรียงตัวอยู่ที่บริเวณปลายรอยร้าว ซึ่งมีลักษณะสอดคล้องทฤษฎีกลศาสตร์การแตกหักยืดหยุ่นเชิงเส้น กล่าวคือ ที่บริเวณปลายรอยร้าวจะมีอัตราการเปลี่ยนแปลงของความเค้นสูง เนื่องจากความเค้นที่ปลายรอยร้าว นั้น จะมีค่าเข้าสู่อนันต์ และจากนั้นทำการคำนวณด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ KFACTOR จะได้การกระจายของความเค้นแบบ Von Mises ดังแสดงในรูปที่ 8.6



รูปที่ 8.5 รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ครั้งที่ 1 ของปัญหาแผ่นแบนที่มีรอยร้าวอยู่กึ่งกลางของแผ่น



รูปที่ 8.6 ลักษณะการกระจายตัวของความเค้นแบบ Von Mises, N/mm^2 สำหรับรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ครั้งที่ 1 ของปัญหาแผ่นแบนที่มีรอยร้าวอยู่กึ่งกลางของแผ่น

ในการตรวจสอบความถูกต้องของโปรแกรมคอมพิวเตอร์นี้ จะนำผลเฉลยของการเคลื่อนตัวบริเวณปลายรอยร้าวที่ได้จากการวิเคราะห์ไฟไนต์เอลิเมนต์ไปใช้ในการคำนวณหาค่าตัวประกอบความเข้มของความเค้น (K_I) ดังที่ได้กล่าวมาแล้วในหัวข้อที่ 4.9 และได้แสดงตัวอย่างการคำนวณไว้ในภาคผนวก ง จากนั้นจึงเปรียบเทียบค่าตัวประกอบความเข้มของความเค้นที่คำนวณได้กับสมการของ M. Isida ซึ่งให้ค่าตรงกับผลเฉลยแม่นยำในกรณีนี้ รวมถึงจะนำไปเปรียบเทียบกับผลการคำนวณโดยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ด้วยเอลิเมนต์ชนิดสี่เหลี่ยมแบบแปดจุดต่อของผู้วิจัย L. Banks-Sills [15] โดยสามารถแสดงดังตารางที่ 8.1 ซึ่งผลเฉลยแม่นยำของค่าตัวประกอบความเข้มของความเค้นเท่ากับ $1182.23 \text{ MPa}\cdot\text{mm}^{1/2}$ สำหรับพารามิเตอร์ไร้มิติของความยาวรอยร้าว ($\frac{a}{W}$) เท่ากับ 0.5 จากตารางจะพบว่าค่าความผิดพลาดจากงานวิจัยนี้จะมีค่าลดลงเมื่อทำการปรับขนาดของเอลิเมนต์และให้ผลลัพธ์ที่แม่นยำกว่าการคำนวณของผู้วิจัย L. Banks-Sills

ตารางที่ 8.1 เปรียบเทียบการคำนวณค่าตัวประกอบความเข้มของความเค้นที่ได้กับผลเฉลย
แม่นยำของ M. Isida

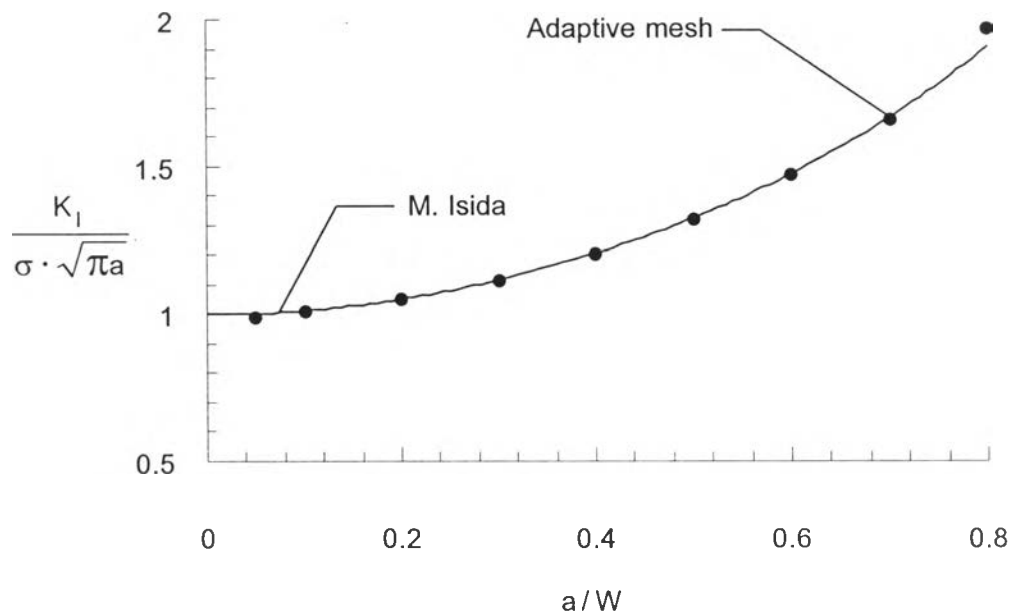
Model	Stress intensity factor (Mpa-mm ^{1/2})	Error (%)
L. Banks-Sills	1203.50	1.80
Initial mesh	1170.62	0.98
1 st adaptive	1176.49	0.48

จากตัวอย่างข้างต้นเป็นการคำนวณค่าตัวประกอบความเข้มของความเค้นที่พารามิเตอร์ไร้มิติของความยาวรอยร้าว ($\frac{a}{W}$) เท่ากับ 0.5 ซึ่งจะพบว่าในการคำนวณแต่ละครั้งของการปรับขนาดเอลิเมนต์มีค่าเข้าใกล้ผลเฉลยจากสมการของ M. Isida มากขึ้น ดังนั้นหากทำการปรับขนาดของเอลิเมนต์หลายครั้ง จะทำให้ผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณมีความถูกต้องมากยิ่งขึ้น ในตารางที่ 8.2 เป็นตารางแสดงค่าความแตกต่างจากการคำนวณค่าตัวประกอบความเข้มของความเค้นที่ความยาวรอยร้าวต่างๆ เปรียบเทียบกับผลเฉลยของ M. Isida

ตารางที่ 8.2 ค่าความแตกต่างของตัวประกอบความเข้มของความเค้นที่คำนวณได้
เปรียบเทียบกับผลเฉลยของ M. Isida

Crack length (a/W)	Initial mesh			1 st adaptive mesh		
	Node	Element	Difference (%)	Node	Element	Difference (%)
0.1	701	324	4.73	1044	489	0.16
0.2	705	326	0.76	1513	722	0.68
0.3	693	320	0.86	1509	720	0.82
0.4	689	318	0.97	1505	720	0.95
0.5	453	206	0.98	1392	667	0.48
0.6	453	206	1.18	1369	654	0.93
0.7	453	206	1.58	863	404	1.45
0.8	453	206	5.46	1175	554	3.34

ในรูปที่ 8.7 เป็นกราฟแสดงการเปรียบเทียบค่าตัวประกอบความเข้มของความเค้นที่ความยาวรอยร้าวต่างๆ ในรูปแบบปริมาตร ซึ่งจะพบว่าค่าความแตกต่างที่เกิดขึ้นหลังจากประยุกต์วิธีการปรับขนาดของเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติแล้วจะมีค่าระหว่าง 0.16 % ถึง 3.34 %



รูปที่ 8.7 เปรียบเทียบค่าตัวประกอบความเข้มของความเค้นที่คำนวณได้กับผลเฉลยของ Isida

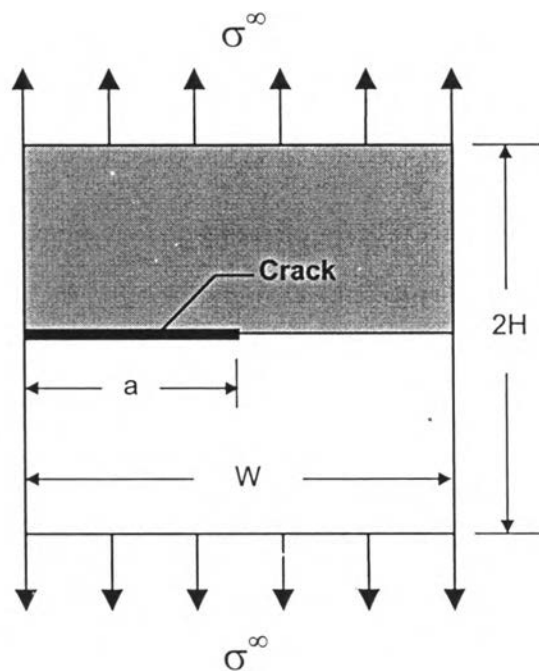
8.2 แผ่นสี่เหลี่ยมแบนที่มีรอยร้าวที่ขอบข้างเดียวภายใต้ความเค้นดึง

ในปัญหานี้มีลักษณะคล้ายกับปัญหาที่แล้ว แต่ตำแหน่งของรอยร้าวในแผ่นสี่เหลี่ยมแบนเปลี่ยนไปอยู่ที่ขอบของแผ่นแบน และปัญหานี้ได้นำมาใช้ในการตรวจสอบความถูกต้องของโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ประดิษฐ์ขึ้น โดยรายละเอียดของปัญหาแสดงได้ดังรูปที่ 8.8 ซึ่งมีความยาวรอยร้าวเท่ากับ a ความสูงเท่ากับ $2H$ ความกว้างเท่ากับ W และมีความหนาเท่ากับ t ซึ่งถูกกระทำด้วยภาระความเค้นดึงขนาด σ^∞ และเนื่องจากความสมมาตรของปัญหา จึงสามารถพิจารณาเพียงส่วนบนของปัญหาได้ดังส่วนที่แรเงาของรูปร่างปัญหาในรูปที่ 8.8 และในตัวอย่างที่ได้นำมาแสดงต่อไปนี้ จะเป็นปัญหาแผ่นแบนที่มีรอยร้าวที่ขอบด้านข้างซึ่งมีค่าโมดูลัสของความยืดหยุ่นเท่ากับ 207 GPa อัตราส่วนปัวซองส์เท่ากับ 0.3 และมีขนาดความยาวรอยร้าว (a) เท่ากับ 25 mm ความสูง ($2H$) เท่ากับ 50 mm ความกว้าง (W) เท่ากับ 50 mm และความหนา (t) เท่ากับ 30 mm โดยถูกกระทำด้วยภาระความเค้นดึงขนาด 100 MPa ซึ่งสามารถแสดงส่วนของปัญหาที่นำมาพิจารณาได้ดังรูปที่ 8.9 และรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์เริ่มแรก ได้ดังรูปที่ 8.10 ประกอบด้วย 167 เอลิเมนต์ 372 จุดต่อ สำหรับ

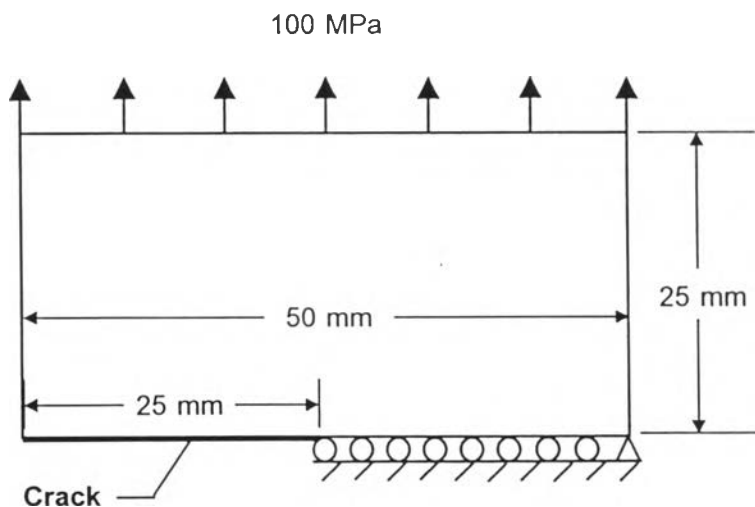
ปัญหานี้ผู้วิจัย O. L. Bowie [38] ได้ทำการหาค่าตัวประกอบความเข้มของความเค้นด้วยวิธี Boundary collocation ดังนี้

$$K_I = F_I \cdot \sigma \sqrt{\pi a} \quad (8.2)$$

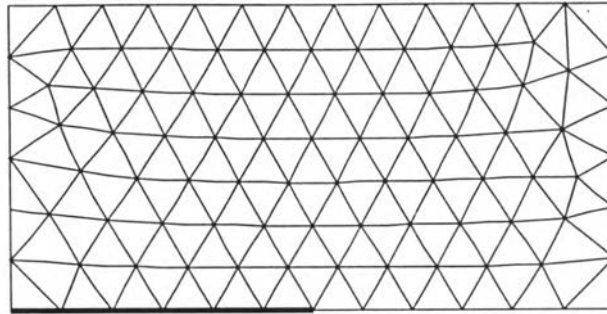
โดยที่ $F_I = 3.01$ สำหรับที่พารามิเตอร์ไร้มิติของความยาวรอยร้าว ($\frac{a}{W}$) เท่ากับ 0.5



รูปที่ 8.8 รูปร่างของปัญหาแผ่นแบนที่มีรอยร้าวอยู่ที่ขอบทางด้านซ้าย

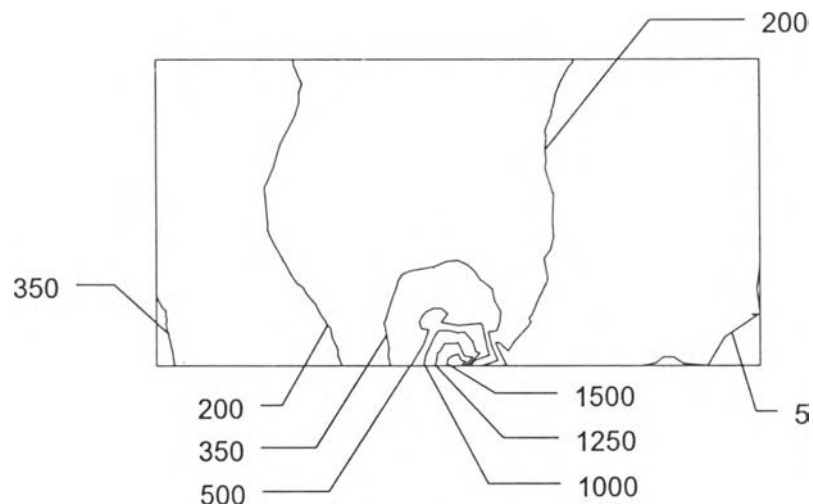


รูปที่ 8.9 รูปร่างและรายละเอียดของปัญหาที่นำมาพิจารณา



รูปที่ 8.10 รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์เริ่มต้นของปัญหาแผ่นแบนที่มีรอยร้าวอยู่ที่ขอบของแผ่น

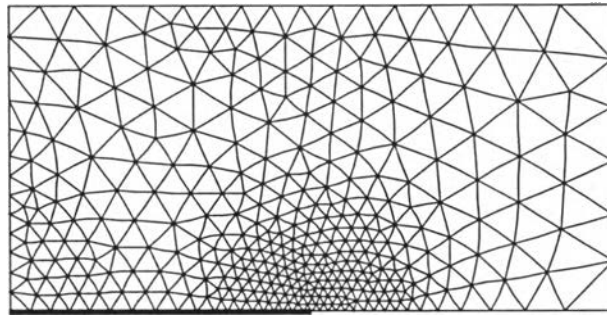
เมื่อทำการคำนวณด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ KFACTOR โดยใช้เอลิเมนต์สามเหลี่ยมแบบหกจุดต่อ ซึ่งมีเอลิเมนต์สำหรับที่ปลายรอยร้าวจะได้รับการกระจายความเค้นแบบ Von Mises ดังแสดงในรูปที่ 8.11



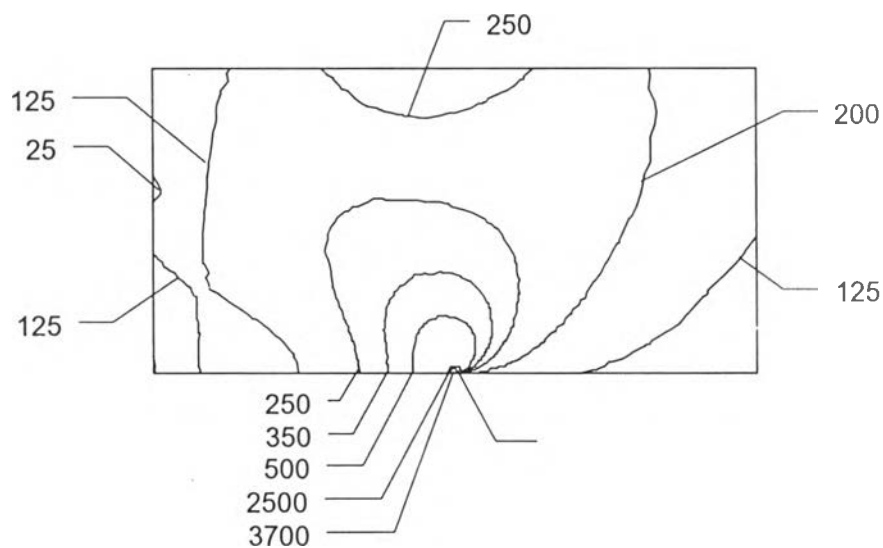
รูปที่ 8.11 ลักษณะการกระจายความเค้นแบบ Von Mises, N/mm^2 สำหรับรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์เริ่มแรกของปัญหาแผ่นแบนที่มีรอยร้าวอยู่ที่ขอบข้างเดียว

จากค่าการกระจายความเค้นแบบ Von Mises ที่คำนวณได้นี้ สามารถนำไปใช้คำนวณในการปรับขนาดเอลิเมนต์ได้โดยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ SPACE จะได้รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ครั้งที่ 1 ดังแสดงในรูปที่ 8.12 ประกอบด้วย 666 เอลิเมนต์ 1405 จุดต่อ

โดยเอลิเมนต์ที่บริเวณปลายรอยร้าวจะมีขนาดเล็กเช่นเดียวกับในปัญหาที่แล้ว และเมื่อทำการคำนวณด้วยโปรแกรม KFACTOR จะได้การกระจายความเค้นแบบ Von Mises ดังรูปที่ 8.13



รูปที่ 8.12 รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ครั้งที่ 1 ของปัญหาแผ่นแบนที่มีรอยร้าวที่ขอบข้างเดียว



รูปที่ 8.13 ลักษณะการกระจายตัวของความเค้นแบบ Von Mises, N/mm^2 สำหรับรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ครั้งที่ 1 ของปัญหาแผ่นแบนที่มีรอยร้าวอยู่ที่ขอบข้างเดียว

ในการตรวจสอบความถูกต้องของโปรแกรมคอมพิวเตอร์นี้ จะนำผลเฉลยของการเคลื่อนตัวบริเวณปลายรอยร้าวที่ได้จากการวิเคราะห์ไฟไนต์เอลิเมนต์ไปใช้ในการคำนวณหาค่าตัวประกอบความเข้มของความเค้น จากนั้นจึงเปรียบเทียบค่าตัวประกอบความเข้มของความเค้นที่คำนวณได้กับสมการของ O. L. Bowie ดังแสดงในตารางที่ 8.3 โดยสำหรับปัญหานี้สามารถคำนวณหาค่าตัวประกอบความเข้มของความเค้นในสมการของ O. L. Bowie ได้เท่ากับ

2666.87 MPa-mm^{1/2} สำหรับพารามิเตอร์ไร้หน่วยของความยาวรอยร้าว ($\frac{a}{W}$) เท่ากับ 0.5 และจากตารางที่ 8.3 พบว่าค่าความแตกต่างจะมีค่าลดลงเมื่อทำการปรับขนาดของเอลิเมนต์

ตารางที่ 8.3 เปรียบเทียบการคำนวณค่าตัวประกอบความเข้มของความเค้นที่ได้กับสมการของ O. L. Bowie

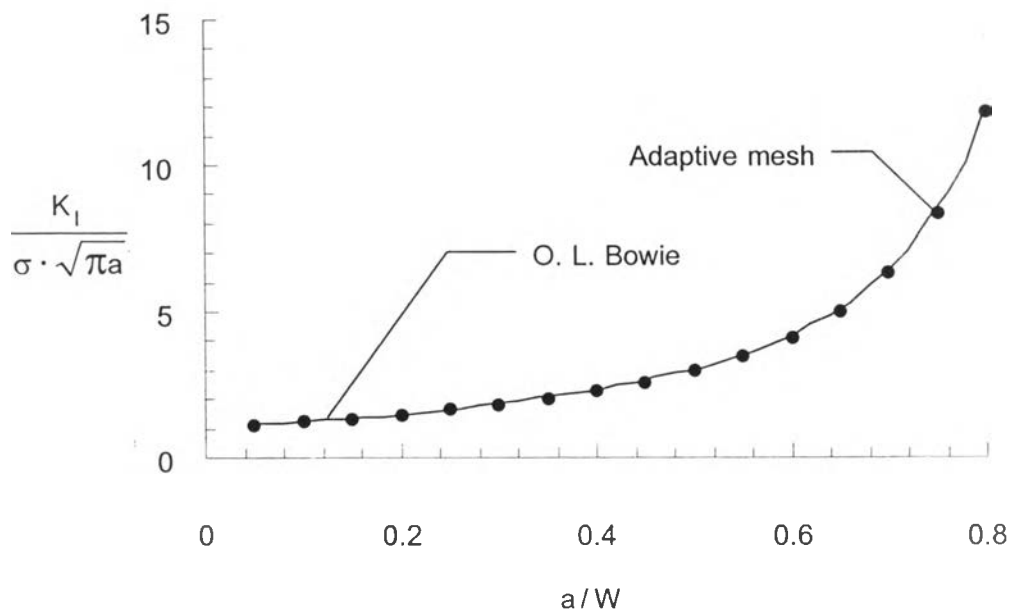
Mesh	Stress intensity factor (MPa-mm ^{1/2})	Difference (%)
Initial mesh	2630.54	1.36
1 st adaptive	2637.50	1.10

จากตัวอย่างข้างต้นเป็นการคำนวณค่าตัวประกอบความเข้มของความเค้นที่พารามิเตอร์ไร้หน่วยของความยาวรอยร้าว ($\frac{a}{W}$) เท่ากับ 0.5 ซึ่งจะพบว่าการคำนวณแต่ละครั้งของการปรับขนาดเอลิเมนต์มีค่าเข้าใกล้ผลเฉลยจากสมการของ O. L. Bowie มากขึ้น ดังนั้นหากทำการปรับขนาดของเอลิเมนต์หลายครั้ง จะทำให้ผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณมีความถูกต้องมากยิ่งขึ้น ในตารางที่ 8.4 นี้เป็นตารางแสดงค่าความแตกต่างจากการคำนวณเปรียบเทียบกับผลเฉลยของ O. L. Bowie

ตารางที่ 8.4 ค่าความแตกต่างของตัวประกอบความเข้มของความเค้นที่คำนวณได้เปรียบเทียบกับผลเฉลยของ O. L. Bowie

Crack length (a/W)	Initial mesh			1 st adaptive mesh		
	Node	Element	Difference (%)	Node	Element	Difference (%)
0.1	385	172	6.33	900	421	1.07
0.2	375	168	1.62	1550	743	1.23
0.3	379	170	1.28	1417	676	1.16
0.4	371	166	1.10	1373	652	0.90
0.5	372	167	1.36	1405	666	1.10
0.6	375	168	1.55	1094	515	1.14
0.7	379	170	1.78	1072	505	1.17
0.8	379	170	2.77	935	438	1.59

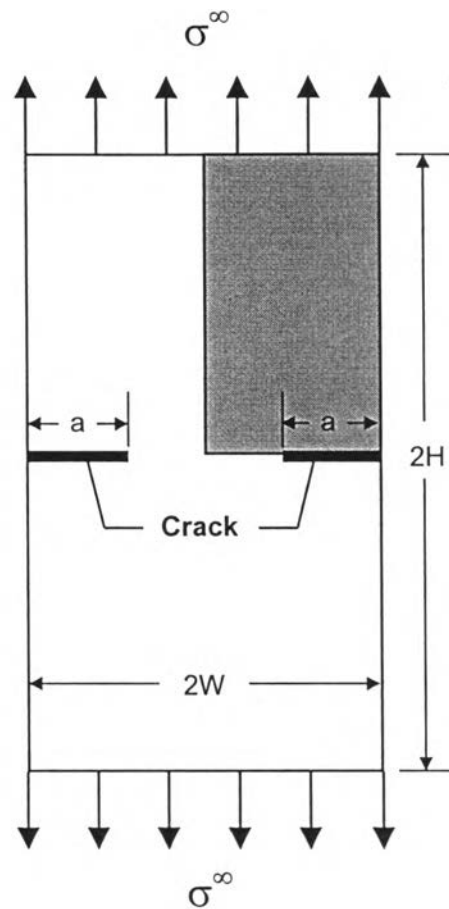
ในรูปที่ 8.14 เป็นกราฟแสดงการเปรียบเทียบค่าตัวประกอบความเข้มของความเค้นที่ความยาวรอยร้าวต่างๆ ในรูปแบบไร้มิติ ซึ่งจะพบว่าความแตกต่างที่เกิดขึ้นหลังจากประยุกต์วิธีการปรับขนาดของเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติแล้ว จะมีค่าระหว่าง 0.90 % ถึง 1.59 %



รูปที่ 8.14 เปรียบเทียบค่าตัวประกอบความเข้มของความเค้นที่คำนวณได้กับสมการของ Bowie

8.3 แผ่นสี่เหลี่ยมแบนที่มีรอยร้าวที่ขอบทั้งสองข้างภายใต้ความเค้นดึง

ปัญหาที่นำมาตรวจสอบความถูกต้องของโปรแกรมคอมพิวเตอร์นี้ เป็นปัญหาแผ่นแบนที่มีรอยร้าวอยู่ที่ขอบทั้งสองข้างของแผ่น และถูกกระทำด้วยความเค้นดึง โดยรายละเอียดของปัญหานี้ได้แสดงดังรูปที่ 8.15 ซึ่งมีความยาวรอยร้าวที่ขอบแต่ละข้างเท่ากับ a ความสูงเท่ากับ $2H$ ความกว้างเท่ากับ $2W$ และมีความหนาเท่ากับ t ซึ่งถูกกระทำด้วยความเค้นดึงขนาด σ^∞



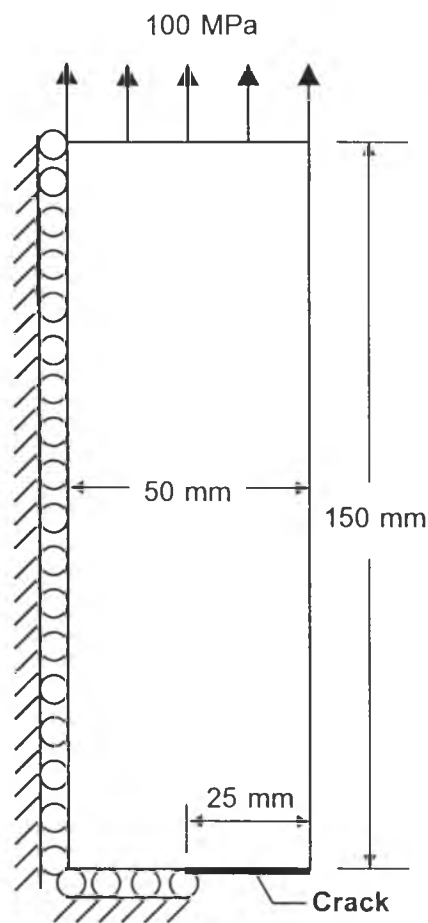
รูปที่ 8.15 รูปร่างของปัญหาแผ่นแบนที่มีรอยร้าวอยู่ที่ขอบทั้งสองข้าง

สำหรับตัวอย่างที่จะนำมาแสดงนี้ เป็นปัญหาแผ่นแบนที่มีรอยร้าวอยู่ที่ขอบทั้งสองข้างของแผ่น ซึ่งมีค่าโมดูลัสของความยืดหยุ่นเท่ากับ 207 GPa อัตราส่วนนิวทงส์เท่ากับ 0.3 และมีขนาดความยาวรอยร้าวแต่ละข้าง (a) เท่ากับ 25 mm ความสูง (2H) เท่ากับ 300 mm ความกว้าง (2W) เท่ากับ 100 mm และความหนา (t) เท่ากับ 30 mm โดยถูกกระทำด้วยภาระความเค้นดึงขนาด 100 MPa เนื่องจากความสมมาตรของปัญหาจึงสามารถพิจารณาเพียงหนึ่งในสี่ของปัญหาได้ดังส่วนที่แรงของรูปร่างปัญหาในรูปที่ 8.15 ซึ่งสามารถแสดงรูปร่างของปัญหาที่นำมาพิจารณาได้ดังรูปที่ 8.16 และรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์เริ่มแรกได้ดัง รูปที่ 8.17 ประกอบด้วย 256 เอลิเมนต์ 563 จุดต่อ โดยสำหรับปัญหานี้ได้มีนักวิจัย J. P. Benthem และ W. T. Koiter [38] ทำการคำนวณหาค่าตัวประกอบความเข้มของความเค้นด้วยวิธี Alternative interpolation formula ได้ดังนี้

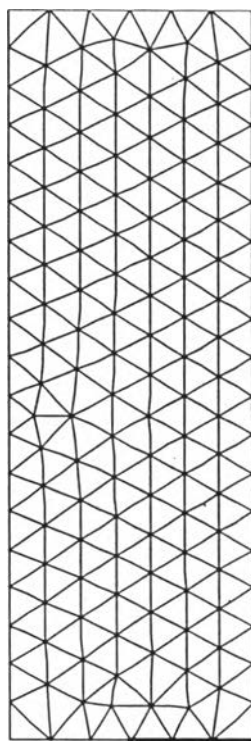
$$K_I = F_I \left(\frac{a}{W} \right) \cdot \sigma \sqrt{\pi a} \quad (8.3)$$

โดยที่

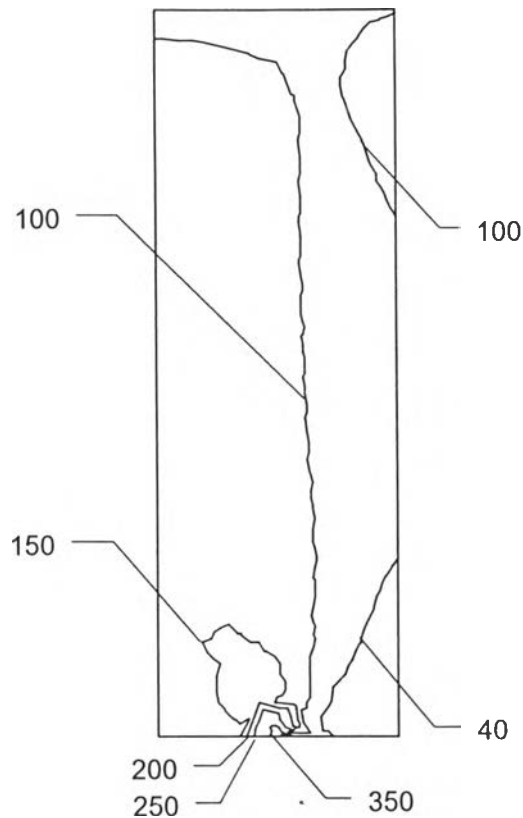
$$F_I \left(\frac{a}{W} \right) = \left(1 + 0.122 \cos^4 \left(\frac{\pi a}{2W} \right) \right) \cdot \sqrt{\frac{2W}{\pi a} \tan \left(\frac{\pi a}{2W} \right)}$$



รูปที่ 8.16 รูปร่างและรายละเอียดของปัญหาที่นำมาพิจารณา

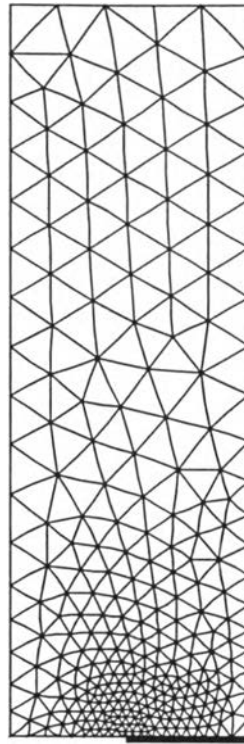


รูปที่ 8.17 รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์เริ่มต้นของปัญหาแผ่นแบนที่มีรอยร้าวอยู่ที่ขอบทั้งสองข้าง

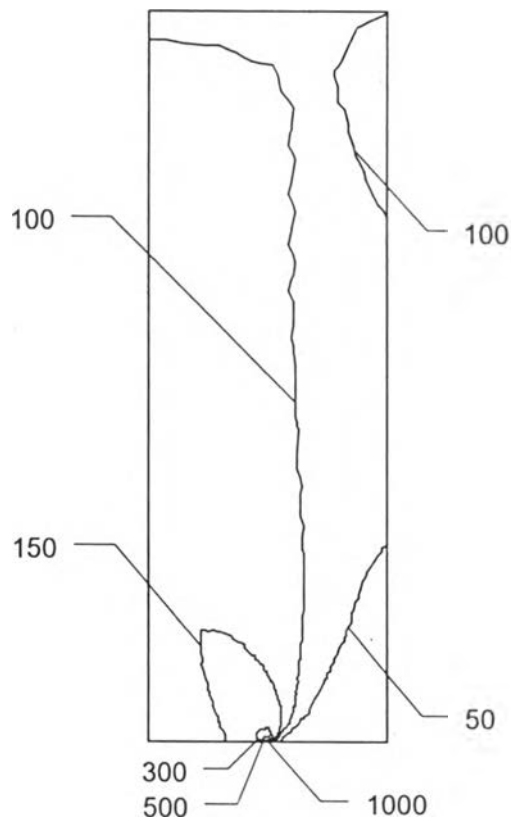


รูปที่ 8.18 ลักษณะการกระจายความเค้นแบบ Von Mises, N/mm^2 สำหรับ
รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์เริ่มแรกของปัญหา

เมื่อทำการคำนวณด้วยโปรแกรม KFACTOR โดยใช้เอลิเมนต์สามเหลี่ยมแบบหกจุดต่อ ซึ่งมีเอลิเมนต์สำหรับปลายรอยร้าว จะได้การกระจายของความเค้นแบบ Von Mises ดังแสดงในรูปที่ 8.18 และจากค่าการกระจายความเค้นแบบ Von Mises ที่คำนวณได้นี้ สามารถนำไปใช้คำนวณในการปรับขนาดเอลิเมนต์ได้โดยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ SPACE จะได้รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ครั้งที่ 1 ดังแสดงในรูปที่ 8.19 ประกอบด้วย 513 เอลิเมนต์ 1090 จุดต่อ โดยเอลิเมนต์ที่บริเวณปลายรอยร้าวจะมีขนาดเล็กเช่นเดียวกับในปัญหาที่แล้ว และเมื่อทำการคำนวณด้วยโปรแกรม KFACTOR จะได้การกระจายความเค้นแบบ Von Mises ดังรูปที่ 8.20



รูปที่ 8.19 รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ครั้งที่ 1 ของปัญหาแผ่นแบนที่มีรอยร้าวที่ขอบทั้งสองข้าง



รูปที่ 8.20 ลักษณะการกระจายตัวของความเค้นแบบ Von Mises, N/mm^2 สำหรับรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ครั้งที่ 1 ของปัญหาแผ่นแบนที่มีรอยร้าวที่ขอบทั้งสองข้าง

ในการตรวจสอบความถูกต้องของโปรแกรมคอมพิวเตอร์นี้ จะนำผลเฉลยของการเคลื่อนตัวบริเวณปลายรอยร้าวที่ได้จากการวิเคราะห์ไฟไนต์เอลิเมนต์ไปใช้ในการคำนวณหาค่าตัวประกอบความเข้มของความเค้น จากนั้นทำการเปรียบเทียบค่าตัวประกอบความเข้มของความเค้นที่คำนวณได้กับสมการของ J. P. Benthem และ W. T. Koiter ดังแสดงในตารางที่ 8.5 โดยสำหรับปัญหานี้ สามารถคำนวณหาค่าตัวประกอบความเข้มของความเค้นในสมการ (8.3) ได้เท่ากับ $1030.5 \text{ MPa}\cdot\text{mm}^{1/2}$ สำหรับพารามิเตอร์ไร้หน่วยของความยาวรอยร้าว ($\frac{a}{W}$) เท่ากับ 0.5 และจากตารางที่ 8.5 พบว่าค่าความแตกต่างจะมีค่าลดลงในแต่ละครั้งของการปรับขนาดของเอลิเมนต์

ตารางที่ 8.5 เปรียบเทียบการคำนวณค่าตัวประกอบความเข้มของความเค้นที่ได้กับสมการของ J. P. Benthem และ W. T. Koiter

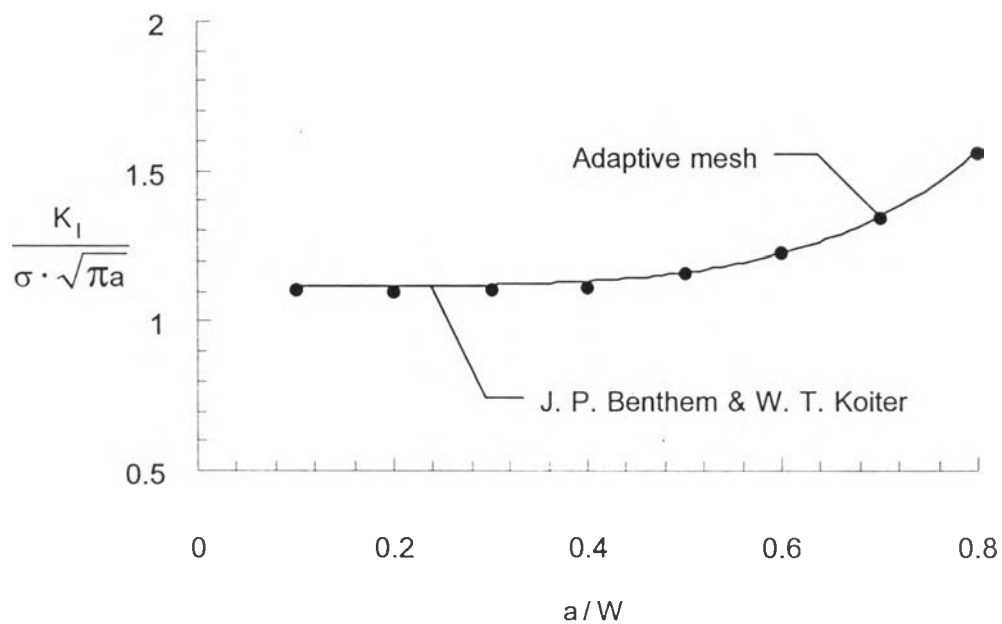
Mesh	Stress intensity factor ($\text{MPa}\cdot\text{mm}^{1/2}$)	Difference (%)
Initial mesh	1024.44	0.55
1 st adaptive	1026.47	0.36

จากตัวอย่างข้างต้นเป็นการคำนวณค่าตัวประกอบความเข้มของความเค้นที่พารามิเตอร์ไร้หน่วยของความยาวรอยร้าว ($\frac{a}{W}$) เท่ากับ 0.5 ซึ่งจะพบว่าในการคำนวณแต่ละครั้งของการปรับขนาดเอลิเมนต์มีค่าเข้าใกล้ผลเฉลยจากสมการของ J. P. Benthem และ W. T. Koiter มากขึ้น ดังนั้นหากทำการปรับขนาดของเอลิเมนต์หลายครั้ง จะทำให้ผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณมีความถูกต้องมากยิ่งขึ้น ในตารางที่ 8.6 เป็นตารางแสดงค่าความแตกต่างจากการคำนวณเปรียบเทียบกับผลเฉลยของ J. P. Benthem และ W. T. Koiter

ตารางที่ 8.6 ค่าความแตกต่างของตัวประกอบความเข้มของความเค้นที่คำนวณได้
เปรียบเทียบกับผลเฉลยของ J. P. Benthem และ W. T. Koiter

Crack length (a/W)	Initial mesh			1 st adaptive mesh		
	Node	Element	Difference (%)	Node	Element	Difference (%)
0.1	720	331	7.16	1591	750	1.63
0.2	724	333	3.03	1504	711	1.69
0.3	563	256	1.97	1080	507	1.51
0.4	562	255	1.50	927	434	1.67
0.5	563	256	0.59	1090	513	0.39
0.6	566	257	0.06	903	422	0.21
0.7	563	256	0.65	972	453	0.34
0.8	566	257	0.75	705	324	0.48

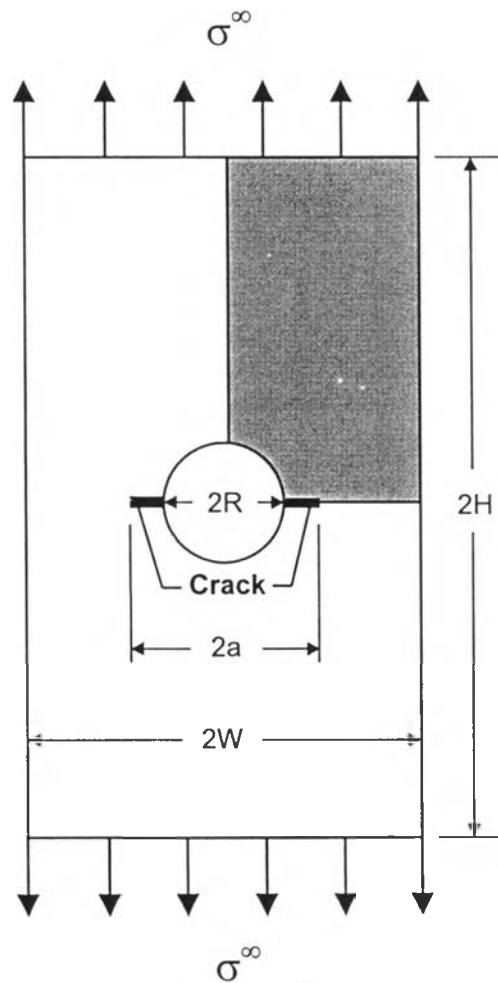
ในรูปที่ 8.21 เป็นกราฟแสดงการเปรียบเทียบค่าตัวประกอบความเข้มของความเค้นที่ความยาวรอยร้าวต่างๆ ในรูปแบบไร้มิติ ซึ่งจะพบว่าความแตกต่างที่เกิดขึ้นหลังจากประยุกต์วิธีการปรับขนาดของเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติแล้ว จะมีค่าระหว่าง 0.21 % ถึง 1.69 %



รูปที่ 8.21 เปรียบเทียบค่าตัวประกอบความเข้มของความเค้นที่คำนวณได้กับ
ผลเฉลยของ J. P. Benthem และ W. T. Koiter

8.4 รอยร้าวที่ขอบรูเจาะในแผ่นสี่เหลี่ยมแบนภายใต้ความเค้นดึง

ปัญหาที่นำมาตรวจสอบความถูกต้องของโปรแกรมคอมพิวเตอร์ต่อไป เป็นการวิเคราะห์ปัญหาการรอยร้าวที่ขอบของรูเจาะในแผ่นสี่เหลี่ยมแบนภายใต้ความเค้นดึง โดยรูเจาะในแผ่นแบนนั้น จะก่อให้เกิดความเค้นหนาแน่น (Stress concentration) ที่บริเวณรูเจาะ ทำให้การคำนวณความเค้นที่เกิดขึ้นด้วยโปรแกรม KFACTOR มีความซับซ้อนมากยิ่งขึ้น โดยรายละเอียดของปัญหานี้แสดงได้ดังรูปที่ 8.22 ซึ่งมีขนาดรูเจาะเท่ากับ $2R$ ขนาดความยาวรอยร้าวรวมรูเจาะเท่ากับ $2a$ ความสูงเท่ากับ $2H$ ความกว้างเท่ากับ $2W$ และมีความหนาเท่ากับ t ซึ่งถูกกระทำด้วยภาระความเค้นดึงขนาด σ^∞

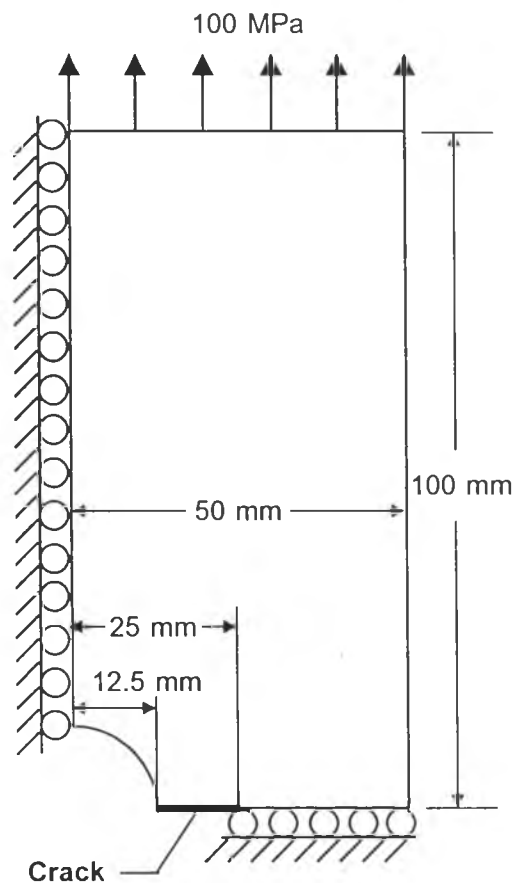


รูปที่ 8.22 รูปร่างของปัญหาการรอยร้าวจากรูเจาะในแผ่นแบน

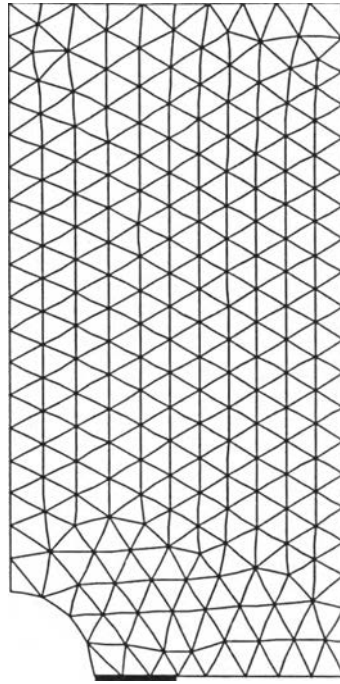
สำหรับตัวอย่างที่ได้นำมาแสดงต่อไปนี้เป็นปัญหาแผ่นแบนที่มีรอยร้าวอยู่ที่กึ่งกลางของแผ่น ซึ่งมีค่าโมดูลัสของความยืดหยุ่นเท่ากับ 207 GPa อัตราส่วนปัวซองส์เท่ากับ 0.3 และมีขนาดรูเจาะ (2R) เท่ากับ 25 mm ความยาวรอยร้าวรวมรูเจาะ (2a) เท่ากับ 50 mm ความสูง (2H) เท่ากับ 200 mm ความกว้าง (2W) เท่ากับ 100 mm และความหนา (t) เท่ากับ 30 mm โดยถูกกระทำด้วยภาระความเค้นดึงขนาด 100 MPa และเนื่องจากความสมมาตรของปัญหา จึงสามารถพิจารณาเพียงหนึ่งในสี่ของปัญหาได้ดังส่วนที่แรงของรูปร่างปัญหาในรูปที่ 8.22 ซึ่งสามารถแสดงรูปร่างของปัญหาที่นำมาพิจารณาได้ดังแสดงในรูปที่ 8.23 และรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์เริ่มแรกแสดงได้ดังรูปที่ 8.24 ประกอบด้วย 418 เอลิเมนต์ 897 จุดต่อ โดยสำหรับปัญหานี้มีนักวิจัย J. C. Newman, Jr. [38] ได้ทำการคำนวณหาค่าตัวประกอบความเข้มของความเค้นด้วยวิธี Boundary collocation ดังนี้

$$K_I = F_I \cdot \sigma \sqrt{\pi a} \quad (8.4)$$

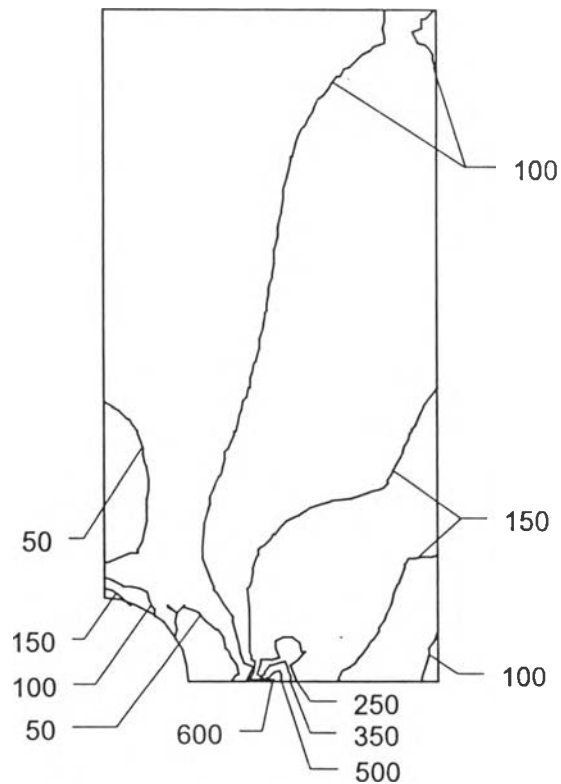
โดยที่ $F_I = 1.285$ สำหรับที่พารามิเตอร์ไร้มิติของความยาวรอยร้าว ($\frac{a}{W}$) เท่ากับ 0.5



รูปที่ 8.23 รูปร่างและรายละเอียดของปัญหาที่นำมาพิจารณา

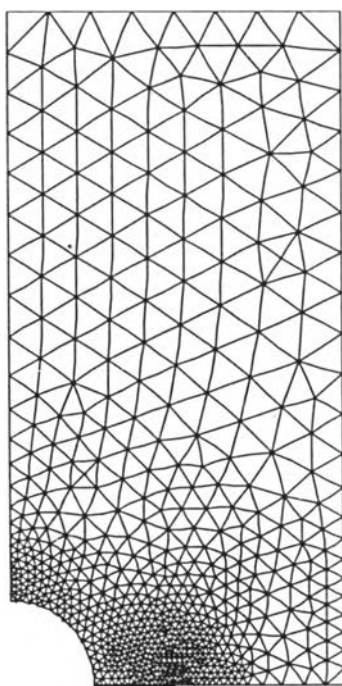


รูปที่ 8.24 รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์เริ่มต้นของปัญหารอยร้าวจากจุดเจาะในแผ่นแบน

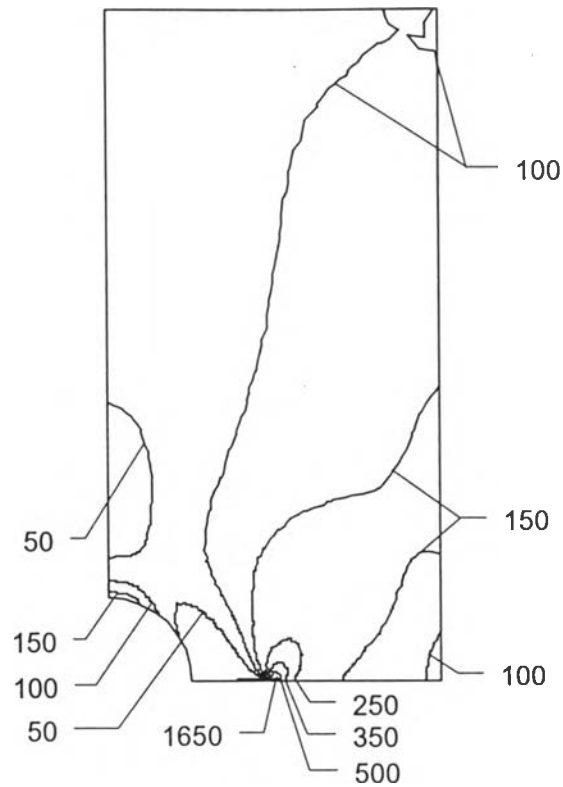


รูปที่ 8.25 ลักษณะการกระจายความเค้นแบบ Von Mises, N/mm^2 สำหรับรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์เริ่มแรกของปัญหารอยร้าวจากจุดเจาะในแผ่นแบน

เมื่อทำการคำนวณด้วยโปรแกรม KFACTOR โดยใช้เอลิเมนต์สามเหลี่ยมแบบหกจุดต่อ ซึ่งมีเอลิเมนต์สำหรับที่ปลายรอยร้าว จะได้การกระจายของความเค้นแบบ Von Mises ดังแสดงในรูปที่ 8.25 และจากค่าการกระจายความเค้นแบบ Von Mises ที่คำนวณได้นี้ สามารถนำไปใช้คำนวณในการปรับขนาดเอลิเมนต์ได้โดยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ SPACE จะได้รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ครั้งที่ 1 ดังแสดงในรูปที่ 8.26 ประกอบด้วย 1274 เอลิเมนต์ 2651 จุดต่อ โดยเอลิเมนต์ที่บริเวณปลายรอยร้าวจะมีขนาดเล็กเช่นเดียวกับในปัญหาที่แล้ว และเมื่อทำการคำนวณด้วยโปรแกรม KFACTOR จะได้การกระจายความเค้นแบบ Von Mises ดังรูปที่ 8.27



รูปที่ 8.26 รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ครั้งที่ 1 ของปัญหารอยร้าวจากรูเจาะในแผ่นแบน



รูปที่ 8.27 ลักษณะการกระจายตัวของความเค้นแบบ Von Mises, N/mm^2 สำหรับรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ครั้งที่ 1 ของปัญหารอยร้าวจากรูเจาะในแผ่นแบน

ในการตรวจสอบความถูกต้องของโปรแกรมคอมพิวเตอร์นี้ จะนำผลเฉลยของการเคลื่อนตัวบริเวณปลายรอยร้าวที่ได้จากการวิเคราะห์ไฟไนต์เอลิเมนต์ไปใช้ในการคำนวณหาค่าตัวประกอบความเข้มของความเค้น จากนั้นทำการเปรียบเทียบค่าตัวประกอบความเข้มของความเค้นที่คำนวณได้กับสมการของ J. C. Newman, Jr. ดังแสดงในตารางที่ 8.7 โดยสำหรับปัญหานี้ สามารถคำนวณหาค่าตัวประกอบความเข้มของความเค้นในสมการ (8.4) ได้เท่ากับ $1139.07 \text{ MPa}\cdot\text{mm}^{1/2}$ สำหรับพารามิเตอร์ไร้หน่วยของความยาวรอยร้าว $(\frac{a}{W})$ เท่ากับ 0.5 และจากตารางที่ 8.7 พบว่าค่าความแตกต่างจะมีค่าลดลงในแต่ละครั้งของการปรับขนาดของเอลิเมนต์

ตารางที่ 8.7 เปรียบเทียบการคำนวณค่าตัวประกอบความเข้มของความเค้นที่ได้กับสมการของ J. C. Newman, Jr.

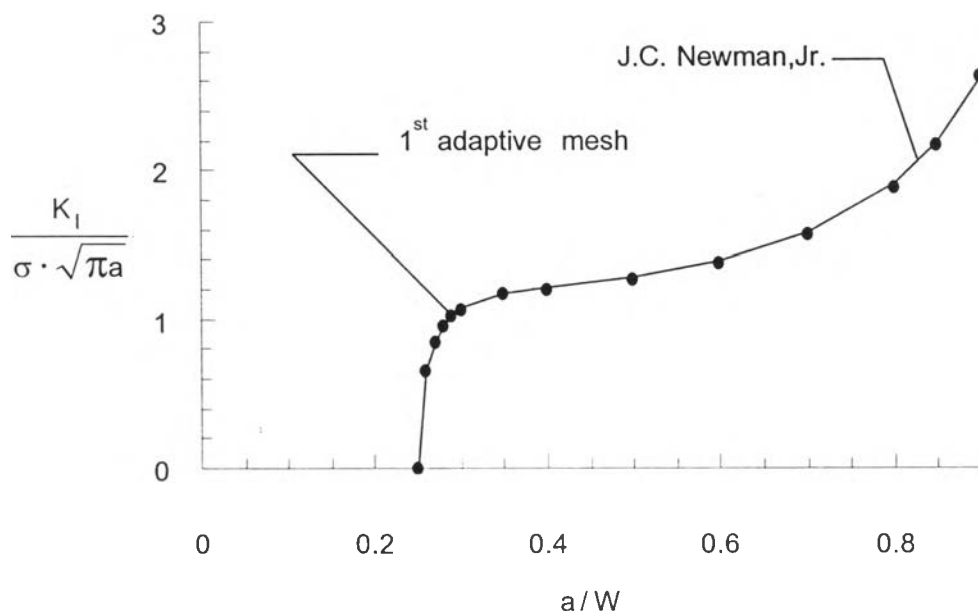
Mesh	Stress intensity factor (MPa-mm ^{1/2})	Difference (%)
Initial mesh	1121.55	1.54
1 st adaptive	1126.92	1.07

จากตัวอย่างข้างต้นเป็นการคำนวณค่าตัวประกอบความเข้มของความเค้นที่พารามิเตอร์ไร้หน่วยของความยาวรอยร้าว ($\frac{a}{W}$) เท่ากับ 0.5 ซึ่งจะพบว่าในการคำนวณแต่ละครั้งของการปรับขนาดเอลิเมนต์มีค่าเข้าใกล้ผลเฉลยจากสมการของ J. C. Newman, Jr. มากขึ้น ดังนั้นหากทำการปรับขนาดของเอลิเมนต์หลายครั้ง จะทำให้ผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณมีความถูกต้องมากยิ่งขึ้น ในตารางที่ 8.8 เป็นตารางแสดงค่าความแตกต่างจากการคำนวณเปรียบเทียบกับผลเฉลยของ J. C. Newman, Jr.

ตารางที่ 8.8 ค่าความแตกต่างของตัวประกอบความเข้มของความเค้นที่คำนวณได้เปรียบเทียบกับผลเฉลยของ J. C. Newman, Jr.

Crack length (a/W)	Initial mesh			1 st adaptive mesh		
	Node	Element	Difference (%)	Node	Element	Difference (%)
0.26	916	427	21.13	1750	825	0.82
0.27	912	425	10.86	1568	737	0.72
0.28	908	423	8.21	2243	1066	1.02
0.29	912	425	7.87	1989	944	0.87
0.30	884	411	13.38	2477	1180	1.12
0.35	908	423	2.59	1908	907	0.93
0.40	897	418	1.70	1864	885	1.13
0.50	897	418	1.54	2651	1274	1.07
0.60	897	418	1.38	2168	1037	1.03
0.70	897	418	1.33	1969	938	0.97
0.80	897	418	1.25	1753	832	0.87
0.85	897	418	1.91	1385	652	0.66
0.90	900	418	1.15	1958	931	0.20

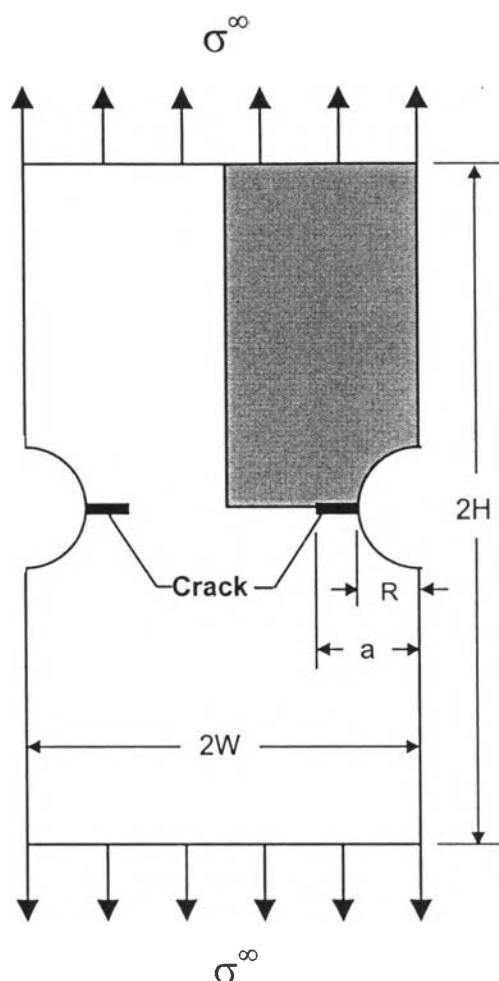
ในรูปที่ 8.28 เป็นกราฟแสดงการเปรียบเทียบค่าตัวประกอบความเข้มของความเค้นที่ความยาวรอยร้าวต่างๆ ในรูปแบบไร้มิติ ซึ่งจะพบว่าความแตกต่างที่เกิดขึ้นหลังจากประยุกต์วิธีการปรับขนาดของเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติแล้ว จะมีค่าระหว่าง 0.20 % ถึง 1.13 %



รูปที่ 8.28 เปรียบเทียบค่าตัวประกอบความเข้มของความเค้นที่คำนวณได้กับผลเฉลยของ J. C. Newman, Jr.

8.5 รอยร้าวจากรอยเจาะที่ขอบทั้งสองข้างของแผ่นสี่เหลี่ยมแบนภายใต้ความเค้นดึง

ปัญหาที่นำมาตรวจสอบความถูกต้องของโปรแกรมคอมพิวเตอร์นี้ มีลักษณะคล้ายกับปัญหาที่แล้ว กล่าวคือ เป็นห้ปัญหารอยร้าวจากขอบรอยเจาะที่ขอบทั้งสองข้างของแผ่นแบนภายใต้ความเค้นดึง โดยรอยเจาะในแผ่นแบนนั้น จะก่อให้เกิดความเค้นหนาแน่นที่บริเวณรอยเจาะ ทำให้การคำนวณความเค้นที่เกิดขึ้นด้วยโปรแกรม KFACTOR มีความซับซ้อนมากยิ่งขึ้น โดยรายละเอียดของปัญหานี้แสดงได้ดังรูปที่ 8.29 ในที่นี้จะกล่าวถึงรอยเจาะที่มีลักษณะเป็นแบบครึ่งวงกลม ซึ่งมีขนาดรัศมีเท่ากับ R ความยาวรอยร้าวรวมขนาดของรอยเจาะมีขนาดเป็น a ความสูงเท่ากับ $2H$ ความกว้างเท่ากับ $2W$ และมีความหนาเท่ากับ t ซึ่งถูกกระทำด้วยภาระความเค้นดึงขนาด σ^∞ เนื่องจากความสมมาตรของปัญหา จึงสามารถพิจารณาเพียงหนึ่งในสี่ของปัญหาได้ ดังแสดงในส่วนที่แรเงาของรูปที่ 8.29

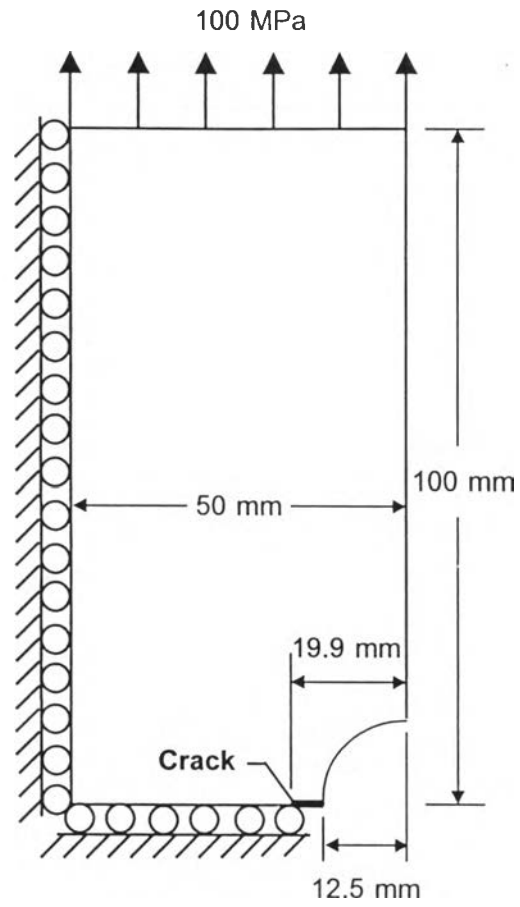


รูปที่ 8.29 รูปร่างของปัญหารอยร้าวจากรอยเจาะที่ขอบของแผ่นแบน

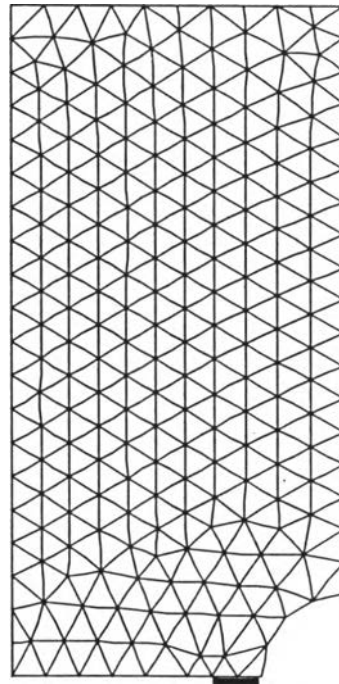
สำหรับตัวอย่างที่ได้นำมาแสดงต่อไปนี้ เป็นปัญหารอยร้าวจากรอยเจาะที่ขอบทั้งสองข้างของแผ่นแบน ซึ่งมีค่าโมดูลัสของความยืดหยุ่นเท่ากับ 207 GPa อัตราส่วนปัวซองส์เท่ากับ 0.3 และมีรอยเจาะขนาด (R) เท่ากับ 12.5 mm ขนาดความยาวรอยร้าวรวมรอยเจาะ (a) เท่ากับ 19.9 mm ความสูง (2H) เท่ากับ 200 mm ความกว้าง (2W) เท่ากับ 100 mm และความหนา (t) เท่ากับ 30 mm โดยถูกกระทำด้วยภาวะความเค้นดึงขนาด 100 MPa และเนื่องจากความสมมาตรของปัญหา จึงสามารถพิจารณาเพียงหนึ่งในสี่ของปัญหาได้ดังส่วนที่แรเงาของรูปร่างปัญหาในรูปที่ 8.29 สามารถแสดงรูปร่างของปัญหาที่นำมาพิจารณาได้ดังรูปที่ 8.30 และรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์เริ่มแรกแสดงในรูปที่ 8.31 ประกอบด้วย 418 เอลิเมนต์ 897 จุดต่อ โดยสำหรับปัญหานี้มีนักวิจัย Y. Yamamoto, Y. Sumi และ K. Ao [38] ทำการคำนวณหาค่าตัวประกอบความเข้มของความเค้นด้วยวิธี Superposition of analytic ได้คือ

$$K_I = F_I \cdot \sigma \sqrt{\pi a} \quad (8.4)$$

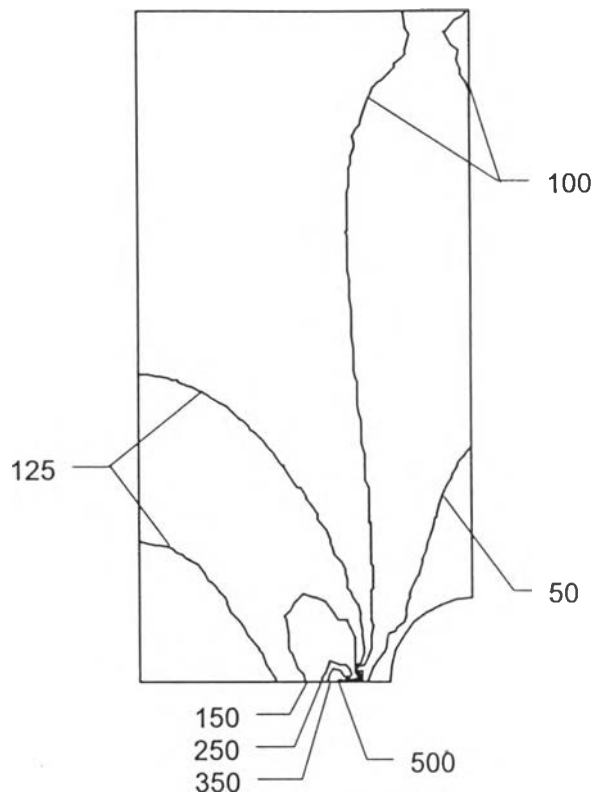
โดยที่ $F_I = 1.13$ สำหรับที่พารามิเตอร์ไร้มิติของความยาวรอยร้าว ($\frac{a}{W}$) เท่ากับ 0.398



รูปที่ 8.30 รูปร่างและรายละเอียดของปัญหาที่นำมาพิจารณา

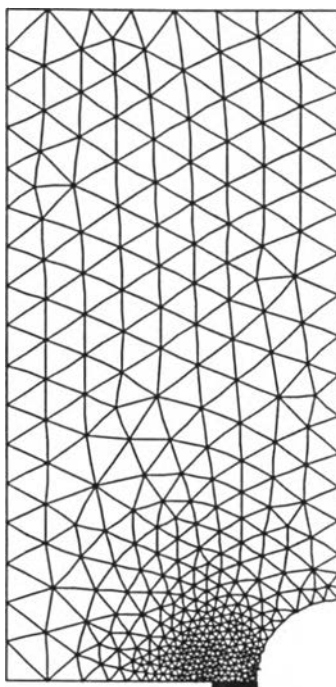


รูปที่ 8.31 รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์เริ่มต้นของปัญหา รอยร้าวจากรอยเจาะที่ขอบของแผ่นแบน

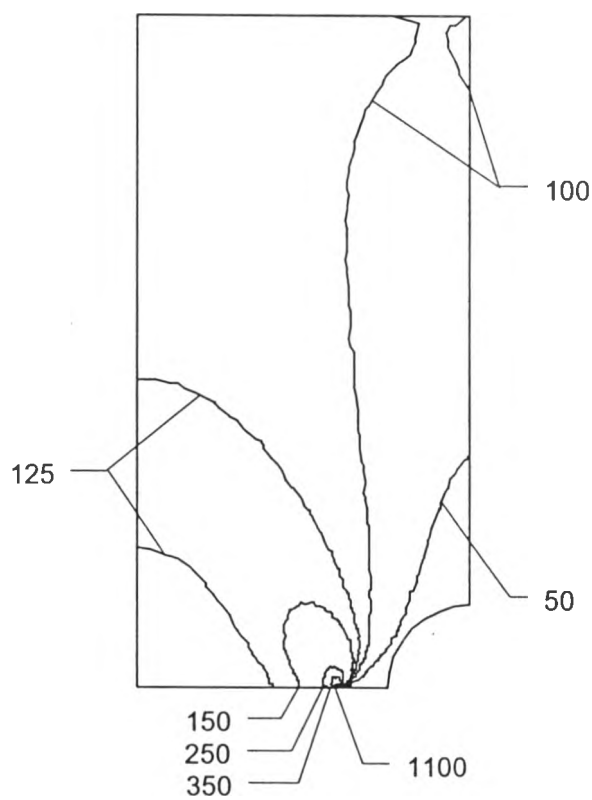


รูปที่ 8.32 ลักษณะการกระจายความเค้นแบบ Von Mises, N/mm^2 สำหรับรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์เริ่มแรกของปัญหารอยร้าวจากรอยเจาะที่ขอบของแผ่นแบน

เมื่อทำการคำนวณด้วยโปรแกรม KFACTOR โดยใช้เอลิเมนต์สามเหลี่ยมแบบหกจุดต่อ ซึ่งมีเอลิเมนต์สำหรับที่ปลายรอยร้าว จะได้การกระจายของความเค้นแบบ Von Mises ดังแสดงในรูปที่ 8.32 และจากค่าการกระจายความเค้นแบบ Von Mises ที่คำนวณได้นี้สามารถนำไปใช้คำนวณในการปรับขนาดเอลิเมนต์ได้โดยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ SPACE จะได้รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ครั้งที่ 1 ดังแสดงในรูปที่ 8.33 ประกอบด้วย 726 เอลิเมนต์ 1531 จุดต่อ โดยเอลิเมนต์ที่บริเวณปลายรอยร้าวจะมีขนาดเล็กเช่นเดียวกับในปัญหาที่แล้ว และเมื่อทำการคำนวณด้วยโปรแกรม KFACTOR จะได้การกระจายความเค้นแบบ Von Mises ดังรูปที่ 8.34



รูปที่ 8.33 รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ครั้งที่ 1 ของปัญหารอยร้าวจากรอยเจาะที่ขอบแผ่นแบน



รูปที่ 8.34 ลักษณะการกระจายตัวของความเค้นแบบ Von Mises, N/mm^2 สำหรับรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ครั้งที่ 1 ของปัญหารอยร้าวจากรอยเจาะที่ขอบของแผ่นแบน

ในการตรวจสอบความถูกต้องของโปรแกรมคอมพิวเตอร์นี้ จะนำผลเฉลยของการเคลื่อนตัวบริเวณปลายรอยร้าวที่ได้จากการวิเคราะห์ไฟไนต์เอลิเมนต์ไปใช้ในการคำนวณหา ค่าตัวประกอบความเข้มของความเค้น จากนั้นทำการเปรียบเทียบค่าตัวประกอบความเข้มของความเค้นที่คำนวณได้กับสมการของ Y. Yamamoto, Y. Sumi และ K. Ao ดังแสดงในตารางที่ 8.9 โดยสำหรับปัญหานี้ สามารถคำนวณหาค่าตัวประกอบความเข้มของความเค้นในสมการ (8.4) ได้เท่ากับ $893.47 \text{ MPa-mm}^{1/2}$ สำหรับพารามิเตอร์ไร้หน่วยของความยาวรอยร้าว ($\frac{a}{W}$) เท่ากับ 0.398 และจากตารางที่ 8.9 พบว่า ค่าความแตกต่างจะมีค่าลดลงในแต่ละครั้งของการปรับขนาดของเอลิเมนต์

ตารางที่ 8.9 เปรียบเทียบการคำนวณค่าตัวประกอบความเข้มของความเค้นที่ได้กับสมการของ Y. Yamamoto, Y. Sumi และ K. Ao

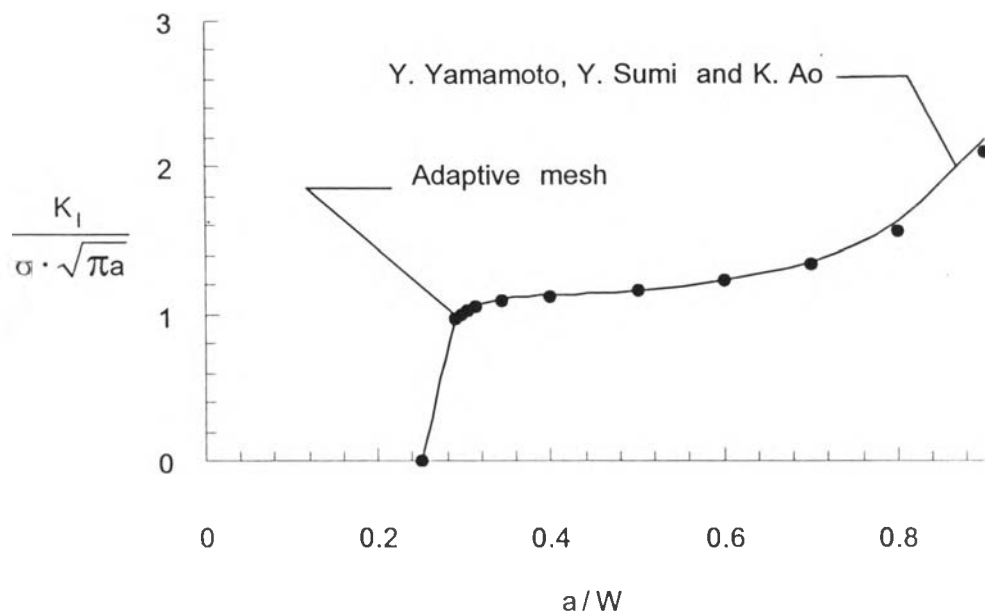
Mesh	Stress intensity factor (MPa-mm ^{1/2})	Difference (%)
Initial mesh	881.51	1.34
1 st adaptive	885.09	0.94

จากตัวอย่างข้างต้นเป็นการคำนวณค่าตัวประกอบความเข้มของความเค้นที่พารามิเตอร์ไร้หน่วยของความยาวรอยร้าว ($\frac{a}{W}$) เท่ากับ 0.398 ซึ่งจะพบว่าในการคำนวณแต่ละครั้งของการปรับขนาดเอลิเมนต์มีค่าเข้าใกล้ผลเฉลยจากสมการของ Y. Yamamoto, Y. Sumi และ K. Ao มากขึ้น ดังนั้นหากทำการปรับขนาดของเอลิเมนต์หลายครั้ง จะทำให้ผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณมีความถูกต้องมากยิ่งขึ้น ในตารางที่ 8.10 เป็นตารางแสดงค่าความแตกต่างจากการคำนวณเปรียบเทียบกับผลเฉลยของ Y. Yamamoto, Y. Sumi และ K. Ao

ตารางที่ 8.10 ค่าความแตกต่างของตัวประกอบความเข้มของความเค้นที่คำนวณได้
เปรียบเทียบกับผลเฉลยของ Y. Yamamoto, Y. Sumi และ K. Ao

Crack length (a/W)	Initial mesh			1 st adaptive mesh		
	Node	Element	Difference (%)	Node	Element	Difference (%)
0.289	912	425	9.38	1398	657	2.13
0.297	900	419	10.19	1574	743	2.75
0.305	884	411	11.16	1852	877	2.66
0.314	904	421	6.34	1815	862	2.43
0.343	904	421	11.43	1708	809	1.21
0.398	897	418	1.34	1513	726	0.94
0.400	897	418	1.68	1538	729	1.57
0.500	897	418	0.62	1852	887	0.43
0.600	897	418	0.46	1727	826	0.38
0.700	897	418	0.78	1621	772	0.71
0.800	897	418	4.17	1459	692	3.81
0.900	900	419	4.96	1087	508	3.85

ในรูปที่ 8.35 เป็นกราฟแสดงการเปรียบเทียบค่าตัวประกอบความเข้มของความเค้นที่ความยาวรอยร้าวต่างๆ ในรูปแบบไร้มิติ ซึ่งจะพบว่าความแตกต่างที่เกิดขึ้นหลังจากทำการประยุกต์วิธีการปรับขนาดของเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติแล้ว จะมีค่าอยู่ระหว่าง 0.38 % ถึง 3.85 %



รูปที่ 8.35 เปรียบเทียบค่าตัวประกอบความเข้มของความเค้นที่คำนวณได้กับ
ผลเฉลยของ Y. Yamamoto, Y. Sumi และ K. Ao