บทที่ 2

ทฤษฎีการเกิดเบรกดาวน์และการวิเคราะห์ทางสถิติ

2.1 เบรกดาวน์ในอากาศ

ลักษณะสมบัติของวัสดุฉนวนมีความสำคัญยิ่งต่อเทคนิคการฉนวนด้านวิศวกรรมไฟฟ้าแรงสูง ก๊าซเป็นฉนวนชนิดหนึ่งที่มีความสำคัญต่อเทคนิคการฉนวน สภาพการเป็นฉนวนอย่างสมบูรณ์ของก๊าซจะเสียไปเมื่อมีดีสชาร์จ(Discharge)ในก๊าซเกิดขึ้น ดีสชาร์จในก๊าซเป็นการอธิบายปรากฏการณ์การไหลของกระแสไฟฟ้าผ่านก๊าซโดยอาศัยการเคลื่อนที่ของอนุภาคประจุ ได้แก่ อิเล็กตรอน และไอออนที่เกิดจากไอออไนเซชั่น(Ionization) ไอออไนเซชั่นจะเกิดขึ้นได้เมื่อมีสนามไฟฟ้าทำให้อนุภาคประจุเคลื่อนที่ระหว่างอิเล็กโตรด ดีสชาร์จเบรกดาวน์ในแกปอาจแบ่งได้เป็น 2 แบบ คือ เบรคดาวน์แบบสมบูรณ์ และเบรคดาวน์เพียงบางส่วน

1) เบรกดาวน์แบบสมบูรณ์(Complete Breakdown) หมายถึงเกิดเบรกดาวน์ตลอดแกปเชื่อมโยงระหว่างอิเล็กโตรด จะเกิดขึ้นเมื่อวัสดุฉนวนเสียสภาพการฉนวนโดยสิ้นเชิง แรงดันที่ตกคร่อมอิเล็กโตรดจะมีค่าน้อยมากและมีกระแสสูงมากไหลตามแนวที่เกิดเบรกดาวน์ ซึ่งค่ากระแสเบรกดาวน์นี้ขึ้นกับวงจรไฟฟ้า

2) เบรกดาวน์เพียงบางส่วน(Partial Breakdown) หรือเบรกดาวน์ไม่สมบูรณ์จะเกิดขึ้นกับระบบฉนวนที่มีสนามไฟฟ้าแบบไม่สม่ำเสมอสูง เบรกดาวน์เพียงบางส่วนอาจเกิดก่อนเบรกดาวน์สมบูรณ์ได้ เป็นการเกิดไอออไนเซชั่นในแกปเพียงบางส่วน(Partial Discharge) เช่น ดีสชาร์จแบบโคโรน่า

2.1.1 ไอออไนเซชั่น (Ionization)

เมื่ออะตอมหรือโมเลกุลของก๊าซได้รับพลังงานเพียงพอ จะทำให้อิเล็กตรอนหลุดออกไป อะตอมหรือโมเลกุลนั้นจะมีประจุเป็นบวก ทั้งหมดนี้เรียกว่าเกิดไอออไนซ์ กระบวนการที่แยกอิเล็กตรอนจากอนุภาคของก๊าซและมีไอออนบวกเพิ่มขึ้นเรื่อยๆ เรียกว่า ไอออไนเซชัน หรือการแตกตัวของอิเล็กตรอนจากโมเลกุล ส่วนกระบวนการที่อิเล็กตรอนหลุดออกจากผิวของแข็ง เรียกว่า การปล่อยอิเล็กตรอน(Electron Emission)

ก๊าซจะมีสภาพนำไฟฟ้าได้เมื่อมีอนุภาคประจุอิสระจำนวนมากๆ โดยกระบวนการทวีคูณเพิ่มขึ้นของอิเล็กตรอนและไอออนในแกป แบ่งออกได้เป็น 2 กระบวนการ คือ กระบวนการแตกตัวของอิเล็กตรอนออกจากโมเลกุลของก๊าซ อันเกิดจากการชนของอนุภาคกับโมเลกุล(อิเล็กตรอน ไอออน และโฟตอนชนกับโมเลกุล) และกระบวนการปล่อยอิเล็กตรอนออกจากผิวอิเล็กโตรดเมื่อ

ได้รับความเครียดสนามไฟฟ้าสูง หรือได้รับพลังงานความร้อน รังสี หรือ ไอออนวิ่งมากระทบผิวอิเล็กโตรด

2.1.1.1 **ไอออไนเซชั่นโดยการชน** (Collision Ionization)

เมื่ออนุภาคหนึ่งวิ่งชนอีกอนุภาคหนึ่งด้วยความเร็ว จะมีการถ่ายทอดพลังงานจลน์ขึ้น ถ้าไม่มีผลให้เกิดการกระตุ้น(Excitation)หรือ ไอออไนเซชั่น เรียกการชนนั้นว่า การชนแบบยืดหยุ่น(Elastic Collision) แต่ถ้าชนแล้วอะตอมหรือโมเลกุลของก๊าซที่ถูกชนได้รับพลังงานจากอนุภาคที่มาชนจนเกิดการกระตุ้นหรือไอออไนเซชั่นขึ้น เรียกการชนแบบนี้ว่า การชนแบบไม่ยืดหยุ่น(Inelastic Collision)

ถ้าอิเล็กตรอนวิ่งเข้าชนอะตอมหรือโมเลกุลของก๊าซ โดยที่อิเล็กตรอนได้รับพลังงานจากสนามไฟฟ้าในขณะที่วิ่งเข้าหาอาโนด พลังงานที่อิเล็กตรอนได้รับจะเป็นพลังงานจลน์ ถ้าพลังงานที่อิเล็กตรอนได้รับจากสนามไฟฟ้านี้มีค่ามากกว่าพลังงานไอออไนเซชั่น(Ionization Energy) ของโมเลกุลของก๊าซ W_i ก็จะเกิดไอออไนเซชั่นขึ้น ตามความสัมพันธ์ในสมการต่อไปนี้

$$\frac{1}{2}mv^2 \geq W_i \qquad (2.1)$$

เมื่อเกิดไอออไนเซชั่นแล้วจะเกิดอิเล็กตรอนหลุดออกมาจากโมเลกุลที่เป็นกลาง เหลือเป็นไอออนบวก อิเล็กตรอนที่หลุดออกมาจะเคลื่อนที่ไปชนโมเลกุลก๊าซตัวอื่นแล้วให้อิเล็กตรอนตัวใหม่อีก เพิ่มขึ้นเรื่อยๆ เรียกว่า อะวาลานช์ของอิเล็กตรอน(Electron Avalanche)

2.1.1.2 **โฟโตไอออไนเซชั่น**(Photoionization)

เมื่อป้อนพลังงานให้แก่อะตอมหรือโมเลกุลก๊าซที่เป็นกลาง อิเล็กตรอนในอะตอมหรือโมเลกุลจะอยู่ในสภาพถูกกระตุ้น(Excitation) แต่จะคงสภาพอยู่ในสภาวะนั้นเป็นช่วงเวลาสั้นๆ เพียง 10^{-8} ถึง 10^{-7} วินาที แล้วอิเล็กตรอนจะกลับลงสู่สภาวะปกติ(Ground State)พร้อมกับปล่อยพลังงานที่รับมาในตอนแรกในรูปของโฟตอน(Photon) และถ้าโฟตอนวิ่งเข้าไปกระทบกับอะตอมหรือโมเลกุลที่เป็นกลางตัวอื่น ก็อาจทำให้เกิดการตื่นกระตุ้นหรือไอออไนเซชั่น

การเกิดไอออไนเซชั่นเนื่องจากโมเลกุลรับพลังงานจากโฟตอน เรียกว่า โฟโตไอออไนเซชั่น พลังงานโฟตอนที่ทำให้โมเลกุลของก๊าซเกิดไอออไนเซชั่นได้ คือ

$$h\nu \geq W_i \qquad (2.2)$$

h เป็นค่าคงตัวของพลังค์ มีค่าเท่ากับ 6.6257×10^{-34} จูล-วินาที ν คือ ความถี่ของโฟตอน

2.1.1.3 **เทอร์มัลไอออไนเซชั่น**(Thermal Ionization)

เป็นการไอออไนซ์อะตอมหรือโมเลกุลของก๊าซด้วยพลังงานความร้อน ในก๊าซที่มีอุณหภูมิสูงๆไอออไนเซชั่นอาจเกิดขึ้นได้จาก

1) ไอออไนเซชั่นโดยการชนกันเองของโมเลกุลหรืออะตอม เนื่องจากอุณหภูมิสูงทำให้อะตอมหรือโมเลกุลมีความเร็วสูง จึงได้พลังงานจลน์สูง ทำให้เกิดไอออไนเซชั่นได้

2) ก๊าซร้อนทำให้มีโฟตอนปล่อยออกมา และเกิดโฟตอนไอออไนเซชั่นขึ้นได้

3) การชนของอิเล็กตรอนที่มีพลังงานสูงในข้อ 1) และ 2)

ตามความเร็วกระจายของแมกซ์เวลล์ อะตอมมีความเร็วต่างๆกัน ขึ้นอยู่กับอุณหภูมิของก๊าซ ที่อุณหภูมิห้องการเกิดไอออไนเซชั่นด้วยพลังงานจลน์ที่ได้จากการเคลื่อนไหวของโมเลกุลอากาศเป็นไปได้ยาก จากการคำนวณจะพบว่าที่บรรยากาศบนพื้นโลก เทอร์มัลไอออไนเซชั่นจากการชนอาจเกิดที่อุณหภูมิห้องได้สักครั้งทุกๆ 10^{500} ปี ส่วนใหญ่ไอออไนเซชั่นจะเป็นผลสืบเนื่องจากโฟตอน

2.1.2 ทฤษฎีการเกิดเบรกดาวน์ในแกปอากาศ

การเกิดเบรกดาวน์ หมายถึง การเปลี่ยนสภาพการฉนวนไปสู่สภาพนำไฟฟ้า คือเป็นช่วงต่อระหว่างสถานภาพที่กระแสไหลประทังตัวเองไม่ได้(Nonself-sustained) ไปสู่สถานภาพที่กระแสไหลประทังตัวเองได้(Self-sustained) ช่วงต่อดังกล่าวจะเกิดขึ้นได้เมื่อในแกปมีจำนวนอิเล็กตรอนหรือไอออนในอะวาลานช์มากพอจนทำให้แกปมีสภาพนำไฟฟ้าสูง และโดยทฤษฎีแล้วกระแสไหลเป็นค่าอนันต์ คือกระแสจะถูกจำกัดด้วยค่าของวงจรภายนอกเท่านั้น

การเกิดเบรกดาวน์อธิบายได้ด้วยกลไกเบรกดาวน์ของทาวน์เซนด์(Townsend Theory) และกลไกเบรกดาวน์แบบสตรีมเมอร์(Streamer Theory) ซึ่งในขั้นแรกถูกสร้างขึ้นเพื่อใช้อธิบายการเกิดเบรกดาวน์และหาแรงดันเบรกดาวน์ในสนามไฟฟ้ากระจายแบบสม่ำเสมอ และต่อมาถูกปรับปรุงเพื่อหาระดับแรงดันวิกฤตหรือแรงดันเบรกดาวน์ในสนามไฟฟ้ากระจายแบบไม่สม่ำเสมออีกด้วย ทั้งสองทฤษฎีนี้ใช้พื้นฐานของการเกิดอะวาลานช์วิกฤติ(Critical Avalanche)เป็นจุดเปลี่ยนจากอะวาลานช์ไปสู่การเกิดเบรกดาวน์ตามกลไกเบรกดาวน์ของทาวน์เซนด์ และจากอะวาลานช์ไปสู่สตรีมเมอร์ตามกลไกเบรกดาวน์แบบสตรีมเมอร์

2.1.2.1 กลไกเบรกดาวน์ของทาวน์เซนด์

กลไกเบรกดาวน์ของทาวเซนด์อธิบายการเกิดเบรกดาวน์ได้ดังนี้ เบรกดาวน์เกิดขึ้นจากจำนวนอิเล็กตรอนที่เพิ่มขึ้นอย่างต่อเนื่องในแกป และการเพิ่มขึ้นของอิเล็กตรอนสืบเนื่องมาจากการไอออไนเซชั่นกระบวนการขั้นต้น(Primary or α process) แต่ลำพังกระบวนการขั้นต้นนี้ไม่สามารถทำให้เกิดเบรกดาวน์ได้ จะต้องมีกระบวนการขั้นสองมาเสริม โดยไอออไนเซชั่นกระบวนการขั้นสอง(Secondary process) ได้แก่ ไอออไนเซชั่นโดยไอออนบวกชนโมเลกุลของก๊าซ (β process) และกระบวนการเพิ่มทวีคูณของอิเล็กตรอนที่ปล่อยหลุดจากแคโทด(γ process)

ระหว่างที่อนุภาคประจุเคลื่อนที่ไประหว่างอิเล็กโตรดอาจชนและเกิดไอออไนเซชั่นได้หลายครั้งก่อนที่จะถึงอิเล็กโตรด ทาวน์เซนด์ได้ชี้ให้เห็นว่าจำนวนการเกิดไอออไนเซชั่นต่อหนึ่งหน่วยระยะที่อนุภาคประจุเคลื่อนที่ไปกำหนดด้วย ค่าสัมประสิทธิ์การเกิดไอออไนเซชั่นของทาวน์เซนด์ โดยอนุภาคประจุวิ่งชนโมเลกุลในแกปแบ่งเป็นสัมประสิทธิ์ α และ β โดย α เป็นค่าเฉลี่ยของการชนไอออไนเซชั่นของอิเล็กตรอน 1 ตัวที่เคลื่อนที่ไปในแกประยะ 1 ซม. β เป็นจำนวนอิเล็กตรอนที่เกิดจากไอออนหนึ่งตัวชนอะตอมของก๊าซต่อหน่วยระยะทางตามแนวสนามไฟฟ้า แต่เนื่องจากไอออนบวกมีมวลมาก จึงเป็นการยากที่จะเกิดกระบวนการ β ได้ ดังนั้นกระบวนการขั้นที่สองที่สำคัญคือ กระบวนการ γ อิเล็กตรอนที่เกิดจากกระบวนการ γ ซึ่งเป็นกระบวนการขั้นที่สองนี้มีที่มาจาก

1) ไอออนบวกชนแคโทด(γ_i) อิเล็กตรอนจะหลุดจากแคโทดได้ต้องได้รับพลังงานจากไอออนบวกอย่างน้อยเท่ากับเวอร์คฟังก์ชันของโลหะที่ใช้ทำแคโทดนั้น

2) โฟตอนชนแคโทด(γ_e) ระหว่างที่เกิดอะวาลานช์ อิเล็กตรอนที่เกิดขึ้นไม่เพียงแต่ทำให้โมเลกุลก๊าซเกิดไอออไนเซชั่นเท่านั้น แต่ยังทำให้เกิดโฟตอนอีกด้วย โฟตอนที่เกิดขึ้นบางส่วนนี้จะวิ่งเข้าหาแคโทดและทำให้อิเล็กตรอนหลุดออกมาได้ เรียกอิเล็กตรอนที่หลุดจากการชนนี้ว่าโฟโตอิเล็กตรอน(Photo Electron)

3) โฟตอนไอออไนเซชั่น(γ_p) โฟตอนที่เกิดขึ้นทำให้เกิดโฟโตไอออไนเซชั่นในโมเลกุลก๊าซ

ดังนั้น $\gamma = \gamma_i + \gamma_e + \gamma_p + \ldots$ และกระบวนการขั้นที่สองเหล่านี้อาจเกิดขึ้นในเวลาเดียวกันก็ได้ และมักเรียก γ นี้ว่าสัมประสิทธิ์ไอออไนเซชั่นที่สองของทาวน์เซนด์ (Townsend Ionization Coefficient) อิเล็กตรอนที่เกิดจากกระบวนการขั้นที่สองนี้จะทำให้เกิดอะวาลานช์เพิ่มขึ้น กระบวนการเหล่านี้จะเกิดขึ้นซ้ำๆจนกระทั่งเกิดเบรกดาวน์ขึ้น ทั้งหมดนี้เรียกว่า กลไกเบรกดาวน์ของทาวน์เซนด์

สามารถเขียนเงื่อนไขการเกิดเบรกดาวน์ได้ดังสมการ (2.3) โดย d คือระยะแกป และ Γ มีค่าเป็น $\beta/\alpha + \gamma$

$$\Gamma(e^{\alpha d} - 1) \geq 1 \tag{2.3}$$

2.1.2.2 กลไกเบรกดาวน์แบบสตรีมเมอร์

เนื่องจากกลไกเบรกดาวน์ตามทฤษฎีของทาวน์เซนด์ไม่สามารถอธิบายปรากฏการณ์การเกิดเบรกดาวน์ได้ทุกกรณี เช่น

1) เวลาที่ใช้ในการก่อตัวอะวาลานช์ เมื่อคำนวณเวลาตามกระบวนการของทาวน์เซนด์ที่ใช้สร้างอะวาลานช์ของอิเล็กตรอนโดยการชนแตกตัวและปล่อยอิเล็กตรอนออกจาแคโทด จะพบ

ว่ามากกว่าเวลาที่วัดได้จากการทดลอง หรือแม้แต่คิดเวลาที่อิเล็กตรอนเคลื่อนที่โดยตรงจากแคโทดผ่านแกปไปยังอาโนดโดยไม่ชนกับโมเลกุลเลยก็ใช้เวลามากกว่าที่ทดลองได้

2) กลไกเบรกดาวน์ของทาวน์เซนด์ไม่คำนึงถึงผลของประจุค้างที่ทำให้สนามไฟฟ้าในแกปบิดเบือน

3) ลำอาร์คที่เกิดขึ้นมีทั้งลักษณะที่เป็นกิ่งก้านและแบบซิกแซก

4) แรงดันเบรกดาวน์ไม่ขึ้นกับชนิดของโลหะที่ใช้ทำแคโทด

จึงมีผู้นำเสนอกลไกเบรกดาวน์แบบสตรีมเมอร์ขึ้น กลไกเบรกดาวน์แบบสตรีมเมอร์นี้อธิบายการเกิดเบรกดาวน์โดยใช้ผลของประจุค้างเป็นหลัก และใช้อธิบายการเกิดเบรกดาวน์ในสนามไฟฟ้าที่กระจายแบบไม่สม่ำเสมออันเป็นปรากฏการณ์ที่สลับซับซ้อนเนื่องจากผลของประจุค้าง ผลของประจุค้างทำให้ชนิดขั้วแรงดันที่ป้อนให้อิเล็กโตรดมีผลอย่างมากต่อระดับแรงดันเบรกดาวน์ โดยเฉพาะกับอิเล็กโตรดที่มีสนามไฟฟ้าแบบไม่สมมาตร กลไกเบรกดาวน์แบบสตรีมเมอร์อธิบายได้ดังนี้

กลไกเบรกดาวน์แบบสตรีมเมอร์อธิบายการเกิดสปาร์คดีสชาร์จจากอะวาลานช์เดี่ยว ซึ่งมีประจุค้างเกิดขึ้นจากอะวาลานช์ และจะเปลี่ยนจากอะวาลานช์ไปเป็นพลาสมาสตรีมเมอร์ ทำให้สภาพนำไฟฟ้าสูงขึ้นอย่างรวดเร็วและเกิดเบรกดาวน์ขึ้น หลักการของการเกิดเบรกดาวน์ตามทฤษฎีกลไกสตรีมเมอร์เป็นผลสืบเนื่องจากกระบวนการวิ่งชนไอออไนเซชั่น (กระบวนการ α) ของทาวน์เซนด์เมื่อความหนาแน่นของประจุค้างซึ่งเกิดจากไอออไนเซชั่นมีค่าเกินกว่าค่าวิกฤตค่าหนึ่ง ประจุค้างที่เกิดจากอะวาลานช์จะเปลี่ยนอะวาลานช์ไปเป็นลำไอออไนซ์ที่มีความเข้มสูง (Channels of Intense Ionization) และจะเกิดโฟโตไอออไนเซชั่นที่บริเวณปลายหัวสตรีมเมอร์ เรียกสตรีมเมอร์ที่เกิดจากลำไอออไนซ์ที่มีความเข้มสูงนี้ว่า ลีดเดอร์(Leader) หรือ สตรีมเมอร์ลำดับที่สอง(Secondary Streamer) การที่เวลาที่ใช้ในการเบรกดาวน์ในกรณีสนามไฟฟ้ากระจายแบบไม่สม่ำเสมอมีค่าน้อยกว่าที่คำนวณได้จากกลไกเบรกดาวน์ของทาวเซนด์ก็เนื่องมาจากการเกิดโฟโตไอออไนเซชั่นที่บริเวณปลายลีดเดอร์นั่นเอง

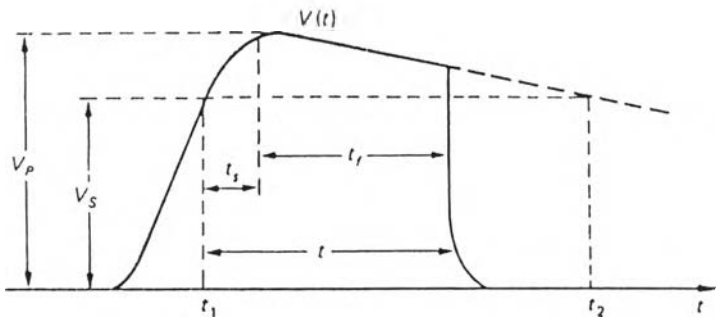
2.1.3 เบรกดาวน์เนื่องจากแรงดันอิมพัลส์

การเกิดเบรกดาวน์ของก๊าซในกรณีแรงดันสถานะอยู่ตัว(Steady State Voltage) เช่น แรงดันกระแสตรงหรือแรงดันกระแสสลับความถี่พลังงาน ถือว่าค่าสนามไฟฟ้าที่ป้อนเข้าไปมีค่าคงตัว แต่ในกรณีที่ป้อนแรงดันอิมพัลส์ แรงดันจะคงอยู่ในช่วงระยะเวลาอันสั้น นั่นคือสนามไฟฟ้าจะคงอยู่ในช่วงเวลาอันสั้นด้วย ดังนั้นถึงแม้ขนาดของแรงดันอิมพัลส์เท่ากับแรงดันสถานะอยู่ตัววิกฤติก็

ตามการเกิดเบรกดาวน์ในแกปอากาศจะไม่เกิดขึ้นทันที แต่จะต้องใช้ระยะเวลาช่วงหนึ่ง ซึ่งเรียกว่า เวลาล่าช้า(Time Lag)

2.1.3.1 เวลาล่าช้า

เวลาล่าช้าแบ่งได้เป็น 2 ส่วนหลัก ส่วนแรกเนื่องจากต้องใช้เวลาช่วงหนึ่งเพื่อจะมีอิเล็กตรอนที่มีพลังงานเริ่มต้นมากพอที่จะทำให้เกิดอะวาลานช์ได้ ซึ่งโอกาสที่จะพบอิเล็กตรอนระหว่างที่ป้อนแรงดันอิมพัลส์ซึ่งสนามไฟฟ้าจะคงตัวอยู่ในช่วงเวลาในหน่วยไม่โครวินาทีนั้นขึ้นกับธรรมชาติของแกปและปริมาตรแกปที่มีความเครียดสนามไฟฟ้าสูงพอ เวลาที่ใช้สร้างอิเล็กตรอนเริ่มต้นนี้จึงเป็นค่าทางสถิติและเรียกว่า เวลาล่าช้าทางสถิติ t_s (Statistical Time Lag) ส่วนที่สองคือเวลาส่วนที่เหลือที่จะทำให้เกิดเบรกดาวน์ผ่านอิเล็กโตรดอย่างสมบูรณ์ขึ้นโดยการไอออไนเซชั่นตามด้วยการเกิดอะวาลานช์และสตรีมเมอร์ เรียกว่า เวลาล่าช้าก่อตัว t_f (Formative Time Lag)



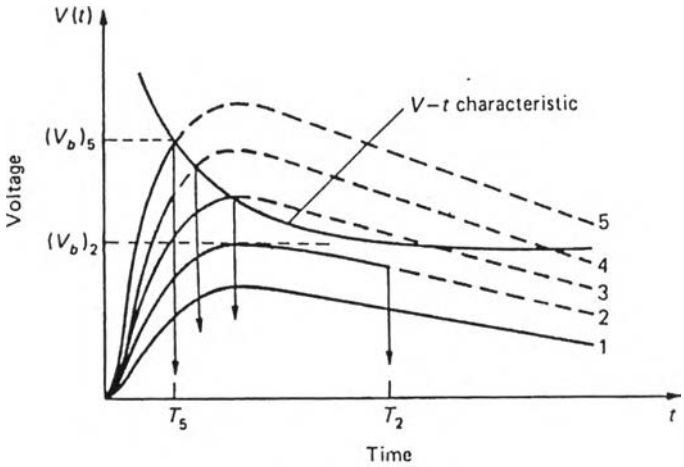
รูปที่ 2.1 เวลาล่าช้า

เมื่อเพิ่มระดับแรงดันที่ป้อนให้อิเล็กโตรด เวลาล่าช้าทางสถิติจะลดลงเพราะโอกาสที่อิเล็กตรอนที่มีพลังงานต่ำจะสามารถทำหน้าที่เป็นอิเล็กตรอนเริ่มต้นเพื่อเกิดอะวาลานช์ต่อไปก็จะมีมากขึ้น เวลาล่าช้าทางสถิติมักจะมีค่าน้อยกว่าที่ควรจะเป็นเมื่อพิจารณาจากโอกาสที่จะพบอิเล็กตรอนอิสระในอากาศ ทั้งนี้เนื่องจากอากาศอาจมีไอออนลบมากกว่าอิเล็กตรอนอิสระ ทำให้โอกาสที่จะได้อิเล็กตรอนเริ่มต้นจากการปลดอิเล็กตรอน(Detachment)จากไอออนลบมีมากกว่าและมักพิจารณาให้การปลดอิเล็กตรอนเป็นสาเหตุหลักในการสร้างอิเล็กตรอนเริ่มต้น ในขณะเดียวกันเวลาล่าช้าก่อตัวจะมีค่าลดลงเพราะสนามไฟฟ้าซึ่งเป็นตัวเร่งให้อิเล็กตรอนมีความเร็วมากขึ้นมีค่าเพิ่มขึ้น ทำให้อิเล็กตรอนอิสระมีพลังงานเพียงพอที่จะก่อให้เกิดอะวาลานช์และสตรีมเมอร์เร็วขึ้น

2.1.3.2 เส้นโค้งแรงดัน-เวลา (V-t Curve)

ขนาดของแรงดันและช่วงเวลาคงอยู่ของแรงดันอิมพัลส์มีผลอย่างมากต่อเวลาล่าช้า เมื่อเพิ่มขนาดของแรงดันขึ้นเวลาล่าช้าจะลดลง จึงสามารถแสดงความคงทนของฉนวนเมื่อป้อนแรง

ดันอิมพัลส์ที่มีรูปคลื่นเหมือนเดิมแต่เปลี่ยนแค่ขนาดค่ายอดแรงดันได้ด้วย เส้นโค้งแรงดัน-เวลา ซึ่งแสดงความสัมพันธ์ระหว่างแรงดันอิมพัลส์เบรกดาวน์กับเวลาเบรกดาวน์หรือเวลาที่คลื่นตัด ถ้าคลื่นตัดบริเวณหางคลื่น ค่าแรงดันอิมพัลส์เบรกดาวน์คือค่ายอดแรงดันอิมพัลส์ กรณีที่คลื่นตัดบริเวณหน้าคลื่น ค่าแรงดันดิมพัลส์เบรกดาวน์คือแรงดัน ณ เวลาที่เกิดเบรกดาวน์ แสดงเส้นโค้งแรงดัน-เวลาดังรูปที่ 2.2



รูปที่ 2.2 เส้นโค้งแรงดัน-เวลา

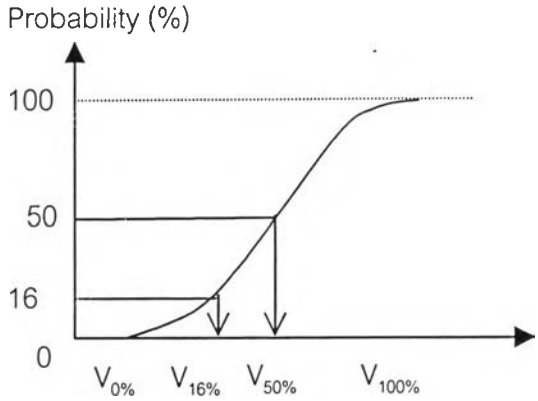
เนื่องจากเวลาเบรกดาวน์คือเวลาล่าช้าซึ่งประกอบด้วยเวลาล่าช้าทางสถิติและเวลาล่าช้าก่อตัว เวลาเบรกดาวน์จึงมีค่าไม่แน่นอนถึงแม้ว่าจะป้อนแรงดันอิมพัลส์ที่มีรูปเคลื่อนเหมือนเดิมทุกประการก็ตาม ดังนั้นการแสดงเวลาเบรกดาวน์ในเส้นโค้งแรงดัน-เวลาจึงต้องมีการวิเคราะห์ทางสถิติและแสดงด้วยค่ากลางของข้อมูล ซึ่งได้อธิบายในบทที่4

เส้นโค้งแรงดัน-เวลาสร้างได้โดยใช้วิธีระดับแรงดันคงที่ (Constant Level Voltage) [11] เริ่มจากสร้างรูปคลื่นอิมพัลส์ให้มีเวลาหน้าคลื่นและหลังคลื่นตามที่ต้องการแล้วป้อนแรงดันอิมพัลส์ที่มีค่ายอดคงที่ค่าหนึ่งเข้าอิเล็กโตรดเพื่อให้เกิดเบรกดาวน์ จากนั้นบันทึกค่ายอดแรงดันเบรกดาวน์และเวลาเบรกดาวน์ เมื่อได้จำนวนข้อมูลเวลาเบรกดาวน์ตามที่ต้องการแล้วก็เปลี่ยนระดับค่ายอดแรงดันอิมพัลส์ที่ป้อนแล้วบันทึกแรงดันเบรกดาวน์และเวลาเบรกดาวน์เหมือนเดิม เมื่อได้ข้อมูลเวลาเบรกดาวน์ครบทุกระบบแรงดันที่ต้องการแล้ว นำข้อมูลเวลาเบรกดาวน์ในแต่ละระดับแรงดันไปหาการกระจายทางสถิติและหาค่ากลางทางสถิติของข้อมูลเวลาเบรกดาวน์ จากนั้นพล็อตกราฟระหว่างค่ายอดแรงดันอิมพัลส์เบรกดาวน์เฉลี่ยกับค่ากลางของข้อมูลเวลาเบรกดาวน์ นั่นคือในแต่ละระดับแรงดันที่เลือกจะได้จุดเพื่อสร้างเส้นโค้งแรงดัน-เวลา 1 จุด เมื่อพล็อตจุดทั้งหมดแล้วก็ลากเส้นเชื่อมจุดเหล่านี้เข้าด้วยกันก็จะได้เส้นโค้งแรงดัน-เวลา

เส้นโค้งแรงดัน-เวลานี้ใช้ประโยชน์ในการออกแบบการฉนวนระบบไฟฟ้าแรงสูงจากแรงดันอิมพัลส์ ทั้งแรงดันอิมพัลส์ฟ้าผ่า และแรงดันอิมพัลส์สวิตช์ชิ่ง เช่นการใช้คู่ขั้วเขี่ยงอาร์ค(Arcing Horn)ป้องกันไม่ให้เกิดอาร์คที่ลูกถ้วยยึดสายไฟในระบบสายส่งแรงสูง

2.1.3.3 **ความน่าจะเป็นในการเกิดเบรกดาวน์**

ค่ายอดแรงดันอิมพัลส์สูงสุดที่ไม่ว่าจะป้อนแรงดันอิมพัลส์ที่ระดับแรงดันนี้กี่ครั้งก็ไม่ทำให้เกิดการเบรกดาวน์ได้เลย เรียกระดับค่ายอดแรงดันนั้นว่า $V_{0\%}$ หรือค่าคงทนอยู่ได้ต่อแรงดันอิมพัลส์(Impulse Withstand Voltage) ซึ่งคือค่ายอดแรงดันอิมพัลส์ที่มีโอกาสเบรกดาวน์เป็น 0% แต่เมื่อเพิ่มค่ายอดแรงดันขึ้นเรื่อยๆจนค่ายอดแรงดันอิมพัลส์ต่ำสุดค่าหนึ่งที่ไม่ว่าจะป้อนแรงดันกี่ครั้งก็จะเกิดเบรกดาวน์ขึ้นทุกครั้ง เรียกระดับแรงดันนั้นว่า $V_{100\%}$ ซึ่งคือค่ายอดแรงดันอิมพัลส์ที่มีโอกาสเบรกดาวน์เป็น 100% ถ้าเพิ่มแรงดันสูงกว่าแรงดัน $V_{100\%}$ นี้ก็จะเกิดเบรกดาวน์ทุกครั้ง และ $V_{50\%}$ คือ ค่ายอดแรงดันที่ทำให้เกิดเบรกดาวน์เป็นจำนวนครั้งครึ่งหนึ่งของจำนวนครั้งที่ป้อนทั้งหมด แสดงความสัมพันธ์ได้ดังรูปที่ 2.3



รูปที่ 2.3 แรงดัน $V_{50\%}$

ถ้าข้อมูลแรงดันเบรกดาวน์มีจำนวนน้อย ฟังก์ชันการกระจายของแรงดันอิมพัลส์เบรกดาวน์อาจจะไม่เป็นฟังก์ชันการกระจายแบบปกติ เช่น เป็นแบบล็อกปกติ แบบเอ็กซ์โปเน็นเชียล หรือแบบอื่นๆ แต่อาจแทนการกระจายของข้อมูลนี้ด้วยฟังก์ชันการกระจายแบบปกติได้ เพราะให้ผลการคำนวณค่า $V_{50\%}$ และ σ ไม่ผิดพลาดมากนักเมื่อเทียบกับค่าที่ได้จากการคำนวณจากฟังก์ชันที่ถูกต้อง[20] จึงถือได้ว่าฟังก์ชันกระจายของแรงดันอิมพัลส์เบรกดาวน์มีลักษณะเป็นฟังก์ชันการกระจายแบบปกติ (Normal Distribution) ซึ่งสามารถหาค่า $V_{0\%}$ และ $V_{100\%}$ ได้โดย

$$V_{0\%} = V_{50\%} - 3\sigma \quad (2.4)$$

$$V_{100\%} = V_{50\%} + 3\sigma \quad (2.5)$$

σ คือ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน สามารถหาค่า $V_{50\%}$ และ σ ได้จากการทดลอง ได้หลายวิธี [21] วิธีการทดลองที่นิยมสำหรับฉนวนที่คืนตัวได้อย่างก๊าซ ได้แก่

1) วิธีเส้นกราฟแรงดันหลายระดับ(Multiple Level Voltage Method) หาค่า $V_{50\%}$ ด้วยเส้นกราฟความสัมพันธ์ของความน่าจะเป็นที่จะเกิดเบรกดาวน์กับค่ายอดแรงดันอิมพัลส์ที่ป้อน เริ่มโดยป้อนแรงดันอย่างน้อย 20 ครั้งที่ระดับแรงดันแต่ละค่า โดยเลือกระดับแรงดันที่มีโอกาสเกิดเบรกดาวน์อยู่ในช่วงใกล้ๆค่า 50% ทั้งค่าที่สูงกว่าและค่าที่ต่ำกว่า50% ความน่าจะเป็นของการเบรกดาวน์ในแต่ละระดับแรงดันหาได้จากจำนวนครั้งที่เกิดเบรกดาวน์ต่อจำนวนครั้งที่ป้อนในแต่ละระดับแรงดัน จากนั้นพล็อตลงกราฟโดยให้แกนตั้งเป็นค่าความน่าจะเป็น และแกนนอนเป็นค่ายอดแรงดันเบรกดาวน์และลากเส้นเชื่อมต่อจุดต่างๆ จากกราฟคำนวณค่า σ ได้จาก $V_{50\%}$-$V_{16\%}$ ดังรูปที่ 2.3 โดยถือว่าแรงดันเบรกดาวน์มีการกระจายแบบปกติ

2) วิธีปรับขึ้นลง(Up and Down Method) หาค่า $V_{50\%}$ โดยเลือกระดับแรงดันค่าหนึ่งที่คาดว่าจะเป็น $V_{50\%}$ ป้อนเข้าอิเล็กโตรด ทุกครั้งที่ป้อนแรงดัน ถ้าหากไม่เกิดเบรกดาวน์ให้เพิ่มแรงดันขึ้น ΔV ถ้าหากเกิดเบรกดาวน์ให้ลดแรงดันลง ΔV โดย ΔV มีค่าประมาณ 3%ของค่าประมาณ $V_{50\%}$ เริ่มต้น จำนวนครั้งที่ป้อนแรงดันทั้งหมดควรมีค่า 20 ครั้งเป็นอย่างน้อย หาค่า $V_{50\%}$ได้จากสมการ k_i คือจำนวนครั้งที่ป้อนแรงดันค่ายอด V_i

$$V_{50\%} = \frac{\sum k_i V_i}{\sum k_i} \tag{2.6}$$

ถ้าต้องการหาโอกาสเบรกดาวน์ที่เปอร์เซ็นต์ค่าอื่น ต้องเปลี่ยนจำนวนครั้งของการป้อนแรงดันก่อนที่จะปรับแรงดันขึ้นหรือลง ศึกษาเพิ่มเติมได้จาก[21] และจากกราฟความน่าจะเป็นสามารถคำนวณค่า σ ได้จาก $V_{50\%}$-$V_{16\%}$ โดยถือว่าแรงดันเบรกดาวน์กระจายตัวแบบปกติเช่นกัน

นอกจากนี้ข้อมูลที่ได้จากทั้ง 2 วิธีข้างต้นสามารถใช้วิธี Maximum Likelihood Method ซึ่งเป็นวิธีทางคณิตศาสตร์ คำนวณหาค่า $V_{50\%}$ และ σ ได้โดยตรงโดยไม่ต้องใช้กราฟทางสถิติ (วิธีคำนวณแสดงในภาคผนวก ก.)

2.1.4 ลักษณะสมบัติทางมิติของลูกถ้วย

ลูกถ้วยถูกใช้ในการยึดหรือรองรับสายไฟในระบบส่งจ่าย ลูกถ้วยจะรับน้ำหนักของสายไฟหรือน้ำหนักของลูกถ้วยเองในพวง หรือรับแรงกลที่อาจเกิดขึ้นหลายรูปแบบ รวมทั้งแรงกลไฟฟ้าเมื่อเกิดลัดวงจรด้วย ส่วนฉนวนหลักทางไฟฟ้าคืออากาศที่อยู่รอบๆลูกถ้วยนั่นเอง การที่ฉนวนอากาศรอบลูกถ้วยเกิดเบรกดาวน์ เรียกว่า การวาบไฟตามผิว อย่างไรก็ตามฉนวนอากาศเมื่อมีลูกถ้วยฉนวนร่วมอยู่ด้วย ย่อมทำให้คุณภาพการฉนวนของอากาศลดลง เพราะว่าลูกถ้วยมีเปอร์มิตติวิตี้สูงกว่าอากาศ ย่อมทำให้สนามไฟฟ้าเปลี่ยนแปลงไปในทางที่เกิดเบรกดาวน์ได้ง่ายขึ้น ยิ่งไปกว่านั้นผิวของลูกถ้วยเป็นที่รองรับสะสมฝุ่นละอองและความเปรอะเปื้อน เมื่อผิวลูกถ้วยเปียก

ชื้น ย่อมทำให้เกิดเบรกดาวน์ในฉนวนอากาศหรือที่เรียกว่าวาบไฟตามผิวได้ง่ายขึ้น ดังนั้นการออกแบบลูกถ้วยฉนวนจึงต้องทำให้มีลักษณะรูปร่างและมิติที่ทำให้เกิดเบรกดาวน์ได้ยากขึ้น จึงมีลูกถ้วยอยู่หลายชนิด เช่น ลูกถ้วยแขวน ลูกถ้วยท่อนยาว ลูกถ้วยก้านตรง ลูกถ้วยแท่ง ลูกถ้วยแท่งก้านตรง ลักษณะสมบัติทางมิติของลูกถ้วยได้แก่

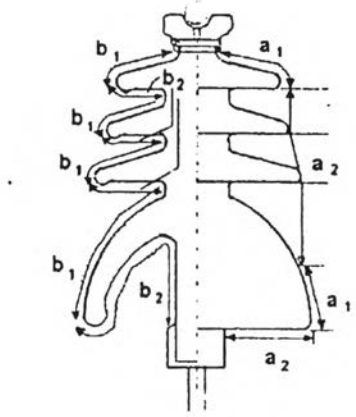
1) ระยะรั่ว(Leakage Distance) คือระยะที่สั้นที่สุดที่วัดตามผิวลูกถ้วยระหว่างอิเล็กโตรด โดยส่วนหนึ่งของระยะรั่วจะเป็นส่วนกั้นมิให้ผิวเปียกได้ง่ายเมื่ออยู่ในสภาพฝนตก ซึ่งช่วยให้ลูกถ้วยมีความคงทนต่อแรงดันวาบไฟตามผิวสูงขึ้น คือ ระยะ b_1+b_2

2) ระยะรั่วป้องกัน (Protective Leakage Distance) คือระยะที่ไม่เปียกฝน ซึ่งคือระยะใต้ปีกลูกถ้วย หรือผลรวมของ b_2

3) ระยะอาร์ก (Arcing Distance) คือระยะที่สั้นที่สุดที่วัดระหว่างอิเล็กโตรดผ่านอากาศหรือระยะที่วัดตามแนวที่เกิดอาร์กนั่นเอง แบ่งเป็น

- ระยะอาร์กแห้ง คือระยะอาร์กที่วัดในสภาวะลูกถ้วยแห้ง มีทั้งลักษณะที่วัดตามผิวและส่วนที่เป็นอากาศ คือผลรวมของ a_1+a_2

- ระยะอาร์กเปียก คือระยะอาร์กที่วัดในสักษณะลูกถ้วยเปียก ซึ่งส่วนใหญ่เป็นระยะในอากาศ เพราะส่วนที่เป็นระยะอาร์กตามผิวเมื่อเปียกฝนแล้วจะนำไฟฟ้าได้เนื่องจากความเปรอะเปื้อน คือผลรวมของ a_2



รูปที่ 2.4 ลักษณะทางมิติของลูกถ้วย

2.2 การวิเคราะห์ทางสถิติ

อุปกรณ์ทุกชนิดควรมีการศึกษาถึงความเชื่อถือได้และการวิเคราะห์อายุการใช้งาน (Life Data Analysis)ของอุปกรณ์ซึ่งเป็นการศึกษาที่ใช้สถิติในการอธิบายข้อมูล การวิเคราะห์เวลาเบรกดาวน์นั้นสามารถใช้การวิเคราะห์อายุการใช้งานในการอธิบายได้เช่นกัน ซึ่งเวลาเบรกดาวน์ก็คือ ระยะเวลาที่อุปกรณ์ทนต่อสภาพการใช้งานได้ก่อนที่จะเสียหาย โดยสภาพการใช้งานในที่นี้ก็คือการที่อุปกรณ์ได้รับแรงดันอิมพัลส์นั่นเอง แน่นอนว่าอายุการใช้งานของอุปกรณ์ซึ่งในที่นี้คือ

เวลาเบรกดาวน์เป็นค่าทางสถิติซึ่งมีค่าไม่แน่นอน จึงต้องอธิบายการกระจายของเวลาเบรกดาวน์ด้วยค่าทางสถิติต่างๆ

ในการหาเวลาเบรกดาวน์เพื่อใช้สร้างเส้นโค้งแรงดัน-เวลาโดยใช้วิธีระดับแรงดันคงที่นั้น การที่จะสรุปว่าจะใช้เวลาค่าใดเป็นตัวแทนของแต่ละชุดข้อมูลเวลาเบรกดาวน์ซึ่งได้จากแต่ละระดับแรงดันนั้น ต้องทราบว่าข้อมูลเวลาแต่ละชุดนั้นมีการกระจายทางสถิติแบบใดและมีค่าพารามิเตอร์ในฟังก์ชันการกระจายทางสถิติเท่าใดก่อน จึงจะสามารถสรุปได้ว่าจะใช้ตัวเลขทางสถิติค่าใดเป็นตัวแทนของเวลาเบรกดาวน์กลุ่มนั้น วิธีในการเลือกตัวแทนข้อมูลเวลาเบรกดาวน์และรายละเอียดต่างๆได้อธิบายไว้ในบทนี้

2.2.1 สถิติพื้นฐาน

2.2.1.1 ตัวแปรสุ่ม

ความเป็นอิสระต่อกันของข้อมูลนั้นมีความสำคัญยิ่งในการอธิบายข้อมูลด้วยค่าทางสถิติ ผลการทดลองที่จะใช้ในทางสถิตินั้นต้องเป็นแบบสุ่ม (Random Events) เนื่องจากการเกิดเบรกดาวน์ในแกปอากาศแต่ละครั้งมีความเป็นอิสระต่อกัน เพราะอากาศเป็นฉนวนที่มีการคืนตัวได้อย่างรวดเร็วและไม่มีผลของประจุค้าง ดังนั้นข้อมูลเวลาเบรกดาวน์ที่ได้ทุกค่าย่อมเป็นอิสระต่อกัน จึงถือว่าเวลาเบรกดาวน์เป็นตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง(Continuous Random Variable) ใช้ตัวแปร t ซึ่งมีค่ามากกว่าศูนย์ มีฟังก์ชันการกระจายหรือฟังก์ชันความน่าจะเป็น(Probability Density Function) เขียนโดยย่อว่า pdf ใช้ตัวแปร f(t) และมีฟังก์ชันความน่าจะเป็นสะสม(Cumulative Density Function) เขียนโดยย่อว่า cdf ใช้ตัวแปร F(t) ซึ่งมีความสัมพันธ์ดังสมการ (2.7) โดยค่าคงที่ γ คือ ค่าใดๆที่ไม่ใช่ศูนย์ซึ่งเป็นจุดเริ่มต้นของฟังก์ชันความน่าจะเป็นนั้นๆ

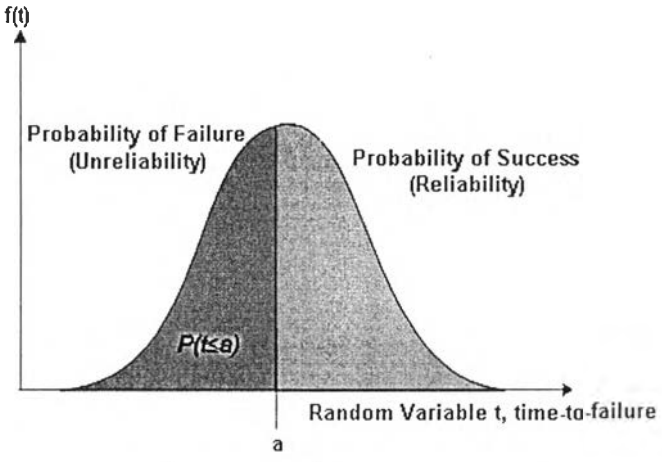
$$F(t) = P(T \le t) = \int_{-\infty,\gamma}^{t} f(s)ds \tag{2.7}$$

2.2.1.2 ความเชื่อถือได้ (Reliability)

F(t) คือ ความน่าจะเป็นที่จะเกิดเบรกดาวน์หรือความน่าจะเป็นที่ฉนวนสูญเสียสภาพความเป็นฉนวนไป ดังนั้นความน่าจะเป็นที่ฉนวนจะทนได้ก็คือพื้นที่ใต้กราฟส่วนที่เหลือ ดังรูป2.5 ซึ่งก็ความเชื่อถือได้ของอุปกรณ์ สามารถคำนวณได้ดังสมการที่ (2.8) และ (2.9)

$$R(t) = 1 - F(t) \tag{2.8}$$

$$R(t) = \int_{t}^{\infty} f(s)ds \tag{2.9}$$



รูปที่ 2.5 ความเชื่อถือได้ของอุปกรณ์

2.2.1.3 **ชนิดของข้อมูล**

ในการป้อนแรงดันอิมพัลส์ด้วยวิธีระดับแรงดันคงที่ n ครั้งนั้น กรณีที่แรงดันที่ป้อนมีค่าเกินกว่า $V_{100\%}$ จะเกิดเบรกดาวน์ทั้งหมด n ครั้ง แต่กรณีที่แรงดันที่ป้อนมีค่าอยู่ในช่วง $V_{0\%}$- $V_{100\%}$ จะไม่เกิดเบรกดาวน์ทุกครั้ง อาจเกิดเพียงแค่ r ครั้ง จึงแบ่งข้อมูลเวลาเบรกดาวน์เป็น 2 ชนิด [22-23] ได้แก่

1) Uncensored Data หรือ Complete Data เป็นข้อมูลที่ได้จากการกำหนดให้มีจำนวนข้อมูลในแต่ละชุดข้อมูลเท่ากันเป็น n ตัว โดยไม่สนใจว่าในการที่จะได้จำนวนข้อมูลครบ n ตัวจะต้องทำการทดลองไปกี่ครั้ง นั่นคือในแต่ละชุดข้อมูลที่ศึกษามีจำนวนข้อมูลเวลาเบรกดาวน์ n ตัวเท่ากันทั้งหมด ข้อมูลแบบ Uncensored นี้นิยมใช้ในกรณีที่หาข้อมูลได้ง่าย เช่น เบรกดาวน์ที่ได้จากฉนวนก๊าซหรือฉนวนเหลวเพราะเป็นฉนวนที่สามารถกลับคืนสู่สภาพความเป็นฉนวนได้ง่าย

2) Censored Data เป็นข้อมูลที่ได้จากการกำหนดให้จำนวนครั้งที่ทำการทดลองเพื่อหาข้อมูลสำหรับแต่ละชุดข้อมูลเป็นค่าคงที่ n ครั้ง โดยไม่สนใจว่าในการทดลอง n ครั้งจะได้ข้อมูลจากการทดลองกี่ครั้ง นั่นคือในแต่ละชุดข้อมูลที่ศึกษามีการทดลอง n ครั้งแต่อาจได้ข้อมูลเวลาเบรกดาวน์เพียงแค่ r ครั้ง ข้อมูลแบบ Censored นี้นิยมใช้ในกรณีที่หาข้อมูลได้ยาก เช่น เวลาเบรกดาวน์ที่ได้จากฉนวนแข็ง เพราะว่าฉนวนแข็งจะสูญเสียสภาพการฉนวนถาวรเมื่อเกิดเบรกดาวน์ขึ้น จึงทำให้ไม่สามารถทำการทดลองได้บ่อยครั้ง

เนื่องจากในกรณีข้อมูลชนิด Censored Data จะมีจำนวนข้อมูลเวลาเบรกดาวน์ในแต่ละชุดข้อมูลที่แตกต่างกัน อันส่งผลให้มีเปอร์เซ็นต์ความเชื่อมั่นของแต่ละชุดข้อมูลแตกต่างกันไป ดังนั้นการวิเคราะห์ทางสถิติของข้อมูลทั้ง 2 ชนิดนี้จึงแตกต่างกันในแง่ของเปอร์เซ็นต์ความเชื่อมั่น ในงานวิจัยนี้เลือกใช้ข้อมูลแบบ Uncensored เพราะเป็นการเกิดเบรกดาวน์ในฉนวนอากาศ และเพื่อจะได้ตัดผลที่เกิดจากความแตกต่างของจำนวนข้อมูลในแต่ละชุดไป

2.2.1.4 **ค่ากลางของข้อมูล**

ค่ากลางของข้อมูลจะถูกเลือกให้เป็นตัวแทนของข้อมูลแต่ละชุด ค่ากลางของข้อมูลเวลาเบรกดาวน์จากฟังก์ชันความน่าจะเป็น แบ่งได้เป็น 3 ประเภท คือ

1) ค่าเฉลี่ยเลขคณิต หรือ $\bar{T}$ ซึ่งก็คือเวลาเบรกดาวน์เฉลี่ย ซึ่งหาได้ดังสมการ(2.10)

$$\bar{T} = \mu = \int_{0,\gamma}^{\infty} t \cdot f(t)dt \qquad (2.10)$$

2) มัธยฐาน หรือ $\breve{T}$ คือค่าเวลาเบรกดาวน์ที่ทำให้มีพื้นที่ครึ่งหนึ่งของ pdf อยู่ทางด้านซ้ายของค่าเวลานี้ เป็นเวลาเบรกดาวน์ที่ทำให้อุปกรณ์มีโอกาสเสียหายที่เวลานี้เป็น 50% หาค่าได้จากสมการ(2.11)

$$\int_{-\infty}^{\breve{T}} f(t)dt = 0.5 \qquad (2.11)$$

3) ฐานนิยม หรือ $\tilde{T}$ คือค่าเวลาเบรกดาวน์ที่พบได้บ่อยครั้งที่สุด ซึ่งคือค่าเวลาที่มากที่สุดที่ทำให้ได้ f(t) มีค่าสูงสุด หาได้จากสมการ(2.12)

$$\frac{d[f(t)]}{dt}\Big|_{t=\tilde{T}} = 0 \qquad (2.12)$$

2.2.2 **ฟังก์ชันความน่าจะเป็น**

พารามิเตอร์ที่ใช้อธิบายลักษณะของฟังก์ชันความน่าจะเป็นมีอยู่หลายตัว ถ้าจำนวนของพารามิเตอร์ยิ่งมาก จำนวนข้อมูลที่ใช้สำหรับหาค่าพารามิเตอร์เหล่านี้ก็ยิ่งต้องมีมากเพื่อให้ได้พารามิเตอร์ที่มีความถูกต้อง โดยทั่วไปแล้วฟังก์ชันความน่าจะเป็นที่ใช้ศึกษาเรื่องความเชื่อถือได้และการวิเคราะห์อายุการใช้งาน(Life Data Analysis)ของอุปกรณ์ จะมีพารามิเตอร์เพียงแค่ 3 ตัว ได้แก่

1) scale parameter ฟังก์ชันความน่าจะเป็นทุกชนิดจะมีพารามิเตอร์ตัวนี้ ในกรณีที่ฟังก์ชันความน่าจะเป็นมีพารามิเตอร์เพียงตัวเดียว พารามิเตอร์นั้นก็จะเป็น scale parameter scale parameter เป็นตัวบอกว่าฟังก์ชันความน่าจะเป็นนั้นมีการกระจายมากน้อยเพียงใด ในกรณีของฟังก์ชันการกระจายแบบปกติ scale parameter ก็คือ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (standard deviation) นั่นเอง

2) shape parameter เป็นตัวกำหนดรูปร่างของฟังก์ชันความน่าจะเป็น pdf แต่ฟังก์ชันความน่าจะเป็นบางฟังก์ชันไม่มี shape parameter เพราะว่ามีรูปร่างที่แน่นอน เช่น ฟังก์ชันการกระจายแบบปกติ และฟังก์ชันการกระจายแบบเอ็กซ์โปเน็นเชียล

3) location parameter หรือ θ เป็นค่าที่ทำให้ฟังก์ชันความน่าจะเป็นเลื่อนไปทางด้านข้าง โดเมนของฟังก์ชันความน่าจะเป็นจึงเปลี่ยนจาก $[0,\infty]$ เป็น $[\theta,\infty]$ ในเรื่องการวิเคราะห์

อายุการใช้งานของอุปกรณ์นั้นค่า θ จะต้องมีค่าเป็นบวกเท่านั้น เพราะอายุการใช้งานของอุปกรณ์ซึ่งเป็นค่าทางเวลาจะมีค่าเป็นลบไม่ได้

พารามิเตอร์ในฟังก์ชันความน่าจะเป็นเหล่านี้สามารถหาค่าจากข้อมูลได้หลายวิธี กรณีที่ข้อมูลที่ใช้เป็นชนิด Uncensored วิธีที่นิยมใช้หาค่าพารามิเตอร์[24] คือ

1) วิธีกราฟความน่าจะเป็น(Probability Plotting) เป็นการหาชนิดของฟังก์ชันความน่าจะเป็นและพารามิเตอร์ของชุดข้อมูล โดยสร้างกราฟระหว่างข้อมูลกับความน่าจะเป็นของข้อมูลแต่ละตัวบนกราฟความน่าจะเป็น กราฟความน่าจะเป็นนี้จะมีลักษณะของแกน y ที่แตกต่างกัน ขึ้นกับว่าเป็นกราฟความน่าจะเป็นของฟังก์ชันความน่าจะเป็นแบบใด เช่น แบบปกติ แบบเอ็กซ์โปเน็นเชียล ถ้าจุดต่างๆบนกราฟเรียงตัวเป็นเส้นตรง แสดงว่า ข้อมูลชุดนั้นมีฟังก์ชันความน่าจะเป็นตามกราฟความน่าจะเป็นที่เลือก จากนั้นทำ Regression แบบ Least Square เพื่อให้ได้กราฟเส้นตรงผ่านจุดข้อมูลต่างๆ และหาพารามิเตอร์ของฟังก์ชันความน่าจะเป็นได้จากความชันและจุดตัดแกนของกราฟเส้นตรง

2) Maximum Likelihood Method (MLH) วิธีนี้จำเป็นต้องทราบแน่นอนก่อนว่าข้อมูลมีการกระจายทางสถิติแบบใดจึงสามารถนำพารามิเตอร์ที่คำนวณได้มาใช้ประโยชน์ต่อไปได้ เพราะเป็นการยากที่จะตรวจสอบได้ว่าข้อมูลมีการกระจายทางสถิติแบบนั้นจริง ซึ่งต่างกับวิธีกราฟความน่าจะเป็นที่สามารถตรวจสอบได้ทันทีจากกราฟว่าข้อมูลมีการกระจายทางสถิติตามที่เลือกไว้หรือไม่ ความถูกต้องของพารามิเตอร์ที่คำนวณได้จากวิธีนี้นั้นจะเพิ่มขึ้นเมื่อข้อมูลมีจำนวนมากขึ้น ในกรณีที่ข้อมูลมีจำนวนมากๆ จากทฤษฎี Central Limit Theorem[25] ก็จะประมาณว่าข้อมูลชุดนั้นมีการกระจายแบบปกติได้ และสามารถใช้วิธี MLH นี้โดยถือว่าข้อมูลชุดนั้นมีการกระจายแบบปกติได้เลย

ดังนั้นในกรณีที่ไม่ทราบว่าข้อมูลมีการกระจายแบบใดก็ควรใช้วิธีกราฟความน่าจะเป็นในการหาค่าพารามิเตอร์ และในงานวิจัยนี้ได้เลือกใช้วิธีกราฟความน่าจะเป็นโดยแสดงรายละเอียดไว้ในหัวข้อ 2.2.3 สำหรับฟังก์ชันความน่าจะเป็นในที่นี้จะกล่าวถึงฟังก์ชันการกระจายแบบปกติอันเป็นพื้นฐาน กับล็อกปกติ(Lognormal Distribution) ซึ่งใช้ในงานวิจัยนี้เท่านั้น

2.2.2.1 การกระจายแบบปกติ

ฟังก์ชันการกระจายแบบปกติหรือที่เรียกว่าฟังก์ชันการกระจายแบบเกาส์(Gaussian Distribution) เป็นการกระจายที่มีพารามิเตอร์ 2 ตัว ได้แก่

- μ หรือ $\bar{T}$ เป็น location parameter คือ ค่าเฉลี่ยของข้อมูลเวลา
- σ เป็น scale parameter คือ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของข้อมูลเวลา

และมี pdf และ cdf ดังสมการ (2.13) และ (2.14) ตามลำดับ

$$f(T) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{T-\mu}{\sigma}\right)^2} \quad (2.13)$$

$$F(T) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{T} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{t-\mu}{\sigma}\right)^2} dt \quad (2.14)$$

เนื่องจากการกระจายแบบปกติมีความสมมาตรรอบค่า μ ดังนั้นจะได้ว่า $\bar{T} = \bar{T} = \tilde{T}$ สามารถแปลงข้อมูลที่มีการกระจายแบบปกติให้อยู่ในรูปฟังก์ชันการกระจายแบบปกติมาตรฐาน (Standardize Normal Distribution)ได้ ซึ่งเป็นการกระจายที่มีค่าเฉลี่ยของข้อมูลเป็นศูนย์ และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็นหนึ่ง และ มี pdf เป็น $n(Z)$ และ cdf เป็น $N(Z)$ ดังสมการ(2.15)และ (2.16) ตามลำดับ โดย $Z = \frac{T-\mu}{\sigma}$

$$n(Z) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}(Z)^2} \quad (2.15)$$

$$N(Z) = \int_{-\infty}^{Z} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}(z)^2} dz \quad (2.16)$$

2.2.2.2 การกระจายแบบล็อกปกติ

ให้ T' มีการกระจายแบบปกติ ซึ่ง $T' = \ln(T-\theta)$ โดย Tคืออายุการใช้งานของอุปกรณ์ หรือในที่นี้คือข้อมูลเวลาเบรกดาวน์ ดังนั้น T' จึงมี pdf และ cdf ดังสมการ(2.17) และ (2.18)

$$f(T') = \frac{1}{\sigma'\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{T'-\mu'}{\sigma'}\right)^2} \quad (2.17)$$

$$F(T') = \int_{-\infty}^{T'} \frac{1}{\sigma'\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{t'-\mu'}{\sigma'}\right)^2} dt' \quad (2.18)$$

แทนค่า T' จะได้ว่า

$$F(T) = \int_{-\infty}^{\ln(T-\theta)} \frac{1}{\sigma'\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{t'-\mu'}{\sigma'}\right)^2} dt' \quad (2.19)$$

จาก $dt' = \frac{dt}{t-\theta}$ จะได้ pdf และ cdf ของ T ดังสมการ(2.20) และ (2.21) ตามลำดับ

$$f(T) = \frac{f(T')}{T-\theta} = \frac{1}{(T-\theta)\cdot\sigma'\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln(T-\theta)-\mu'}{\sigma'}\right)^2} \quad (2.20)$$

$$F(T) = \int_{\theta}^{T} \frac{1}{(t-\theta)\cdot\sigma'\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln(t-\theta)-\mu'}{\sigma'}\right)^2} dt \quad (2.21)$$

จะได้ว่า T มีการกระจายแบบล็อกปกติชนิด 3 พารามิเตอร์ ซึ่งมีพารามิเตอร์ได้แก่

- θ เป็น location parameter
- μ' เป็น scale parameter คือ ค่าเฉลี่ยของค่าล็อกการิทึมฐาน e ของ T-θ
- σ' เป็น shape parameter คือ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าล็อกการิทึมฐาน e ของ T-θ

ข้อสังเกต : พื้นที่ส่วนย่อยใต้กราฟ pdf ที่เพิ่มขึ้นของการกระจายแบบปกติและล็อกปกติจะมีค่าเท่ากันเนื่องจากมีลักษณะสมการเหมือนกัน ดังนั้น $f(T)dT = f(T')dT'$

ค่าเฉลี่ยเลขคณิต :

$$\mu = e^{\overline{T}'+\frac{1}{2}\sigma'^2} + \theta \tag{2.22}$$

$$\overline{T}' = \mu' = \frac{\sum_{i=1}^{n}[\ln(T_i - \theta)]}{n} = \ln(\overline{T} - \theta) - \frac{1}{2}\ln\left(\frac{\sigma^2}{(\overline{T} - \theta)^2} + 1\right) \tag{2.23}$$

มัธยฐาน :

$$\breve{T} = e^{\mu'} + \theta \tag{2.24}$$

ฐานนิยม :

$$\tilde{T} = e^{\mu' - \sigma'^2} + \theta \tag{2.25}$$

ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน :

$$\sigma = \sqrt{\left(e^{2\mu'+\sigma'^2}\right)\left(e^{\sigma'^2-1}\right)} \tag{2.26}$$

$$\sigma' = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}[\ln(T_i - \theta) - \mu']^2}{n}} = \sqrt{\ln\left(\frac{\sigma^2}{(\overline{T} - \theta)^2} + 1\right)} \tag{2.27}$$

2.2.3 วิธีกราฟความน่าจะเป็น

นำข้อมูลเวลาที่ได้มาสร้างกราฟการกระจายของข้อมูล เพื่อหาลักษณะการกระจายของข้อมูลว่ามีการกระจายตามทฤษฎีแบบใด และมีค่าพารามิเตอร์เท่าใด แบ่งเป็น 3 ขั้นตอน คือ การหาความน่าจะเป็นสะสม การสร้างกราฟความน่าจะเป็น และการหาพารามิเตอร์

2.2.3.1 การหาความน่าจะเป็นสะสม

นำข้อมูลที่ได้มาเรียงลำดับจากค่าน้อยไปมากเพื่อหาความน่าจะเป็นสะสมF(i,n) หรือที่เรียกว่า Rank Function โดย i คือความถี่สะสมของข้อมูลตัวที่ i n คือจำนวนข้อมูลทั้งหมด

สามารถหา Rank Function ได้หลายแบบ ได้แก่ Mean Rank Median Rank และ Non-parametric Rank

1) Mean Rank ใช้เมื่อต้องการเลือกตัวแทนของข้อมูลชุดนั้นเป็นค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลชุดนั้นหรือ $\bar{T}$ อันที่จริงแล้วสามารถหา $\bar{T}$ ได้โดยตรงจากสมการของ White[26] โดยไม่สนใจว่าข้อมูลที่ศึกษาจะมีฟังก์ชันการกระจายแบบใด ดังสมการ(2.28)

$$E[F(i,n)] \equiv E(i,n)$$
$$= (-1)^{i-1}\binom{n}{i-1}\sum_{j=0}^{i-1}\binom{i-1}{j}(-1)^{i-j-1}\{-\lambda - \ln(n-i+j+1)\} + E(i-1,n) \qquad (2.28)$$

โดย $i \geq 2$ และ j คือลำดับก่อนหน้าลำดับที่ i และ $E(1,n) = -\lambda - \ln(n)$ λ คือ ค่าคงที่ของออยเลอร์ (Euler Constant)

เนื่องจากการหาค่าโดยตรงนั้นทำได้ยาก และไม่สามารถคำนวณหาพารามิเตอร์ตัวอื่นในฟังก์ชันการกระจายข้อมูลได้ จึงใช้วิธีสร้างกราฟความน่าจะเป็นสะสม Mean Rank ขึ้นเพื่อหาค่า $\bar{T}$ และพารามิเตอร์ตัวอื่นต่อไป โดยมีผู้นำเสนอสมการความน่าจะเป็นสะสม Mean Rank อยู่หลายสมการ ได้แก่ Weibull Estimator Hazen Estimator และ Blom Estimator ตามสมการ (2.29) ถึง (2.31) ตามลำดับ

$$F(i,n) = \frac{i}{n+1} \qquad (2.29)$$

$$F(i,n) = \frac{i-0.5}{n} \qquad (2.30)$$

$$F(i,n) = \frac{i-0.5}{n+0.25} \qquad (2.31)$$

2) Median Rank ใช้เมื่อต้องการเลือกค่ากลางข้อมูลชุดนั้นเป็นค่ามัธยฐาน $\tilde{T}$ หรือควอนไทล์ที่50% ค่าควอนไทล์ที่50% สามารถคำนวณได้โดยตรงจาก เบต้าฟังก์ชันแบบไม่สมบูรณ์ (Incomplete Beta Function)[27] ดังสมการ (2.32)

$$B(a,b) = \frac{\Gamma(a+b)}{\Gamma(a)\Gamma(b)}\int_0^y t^{a-1}(1-t)^{b-1}dt \qquad (2.32)$$
$$a>0 \quad b>0 \quad 0 \leq y \leq 1$$

โดย a=i และ b=n+1-i หา Median Rank ได้จากการให้ B(a,b)=0.5 เมื่อแก้สมการจะได้ค่า y เป็นค่าควอนไทล์ที่50% นั่นเอง สามารถใช้วิธี Newton-Raphson แก้สมการหาค่าควอนไทล์ที่50% ได้ เพราะว่าพารามิเตอร์ในแกมมาฟังก์ชันเป็นเลขจำนวนเต็ม จึงสามารถแทนค่าแกมมาฟังก์ชันได้โดย $\Gamma(j) = (j-1)!$ และใช้ได้เมื่อ n มีค่าตั้งแต่ 3 ถึง 100

เนื่องจากการคำนวณค่า Median Rank จากเบต้าฟังก์ชันนั้นทำได้ยาก จึงมีผู้นำเสนอสมการเพื่อหาความน่าจะเป็นสะสม Median Rank ในรูปแบบที่ง่ายขึ้นอยู่หลายสมการ ได้แก่ Filliben Estimator ตามสมการ(2.33) และ Bernard กับ Bos-Levenbach ได้นำเสนอในรูปแบบที่ง่ายขึ้น ตามสมการ(2.34)

$$F(i,n) = \frac{i - 0.3175}{n + 0.365} \quad , i \le n - 1$$
$$= \sqrt[n]{0.5} \quad , i = n \tag{2.33}$$

$$F(i,n) = \frac{i - 0.3}{n + 0.4} \tag{2.34}$$

3) Non-parametric Rank ใช้เมื่อไม่สนใจว่าข้อมูลจะมีฟังก์ชันการกระจายทางสถิติแบบใดและจะใช้พารามิเตอร์ทางสถิติใดเป็นตัวแทนข้อมูลอาจเป็น $\bar{T}$, $\breve{T}$ หรือ $\tilde{T}$ ก็ได้ มีผู้นำเสนอหลายสมการ ได้แก่ Kaplan-Meyer Estimator และ Nelson Estimator ตามสมการ (2.35) และ(2.36) ตามลำดับ

$$F(i,n) = \frac{i}{n} \tag{2.35}$$

$$F(i,n) = 1 - \exp\left[- \sum_{j=1}^{i} \left(\frac{i}{n - j + 1} \right) \right] \tag{2.36}$$

โดยทั่วไปแล้วในการวิเคราะห์เรื่องอายุการใช้งานของอุปกรณ์นิยมใช้ค่ามัธยฐาน $\breve{T}$ เป็นตัวแทนของกลุ่มข้อมูล ดังนั้นจึงใช้ Median Rank แทนค่าความน่าจะเป็นสะสมของข้อมูล [22,26-30] และสมการของ Median Rank ที่คำนวณได้ง่ายและให้ความแม่นยำสูงก็คือ Bernard Estimator ดังสมการที่ (2.34)

2.2.3.2 การสร้างกราฟความน่าจะเป็นและการหาค่าพารามิเตอร์

เป็นการสร้างกราฟระหว่างความน่าจะเป็นสะสมกับข้อมูลซึ่งในที่นี้คือเวลาเบรกดาวน์โดยเปลี่ยนสเกลของความน่าจะเป็นสะสมให้มีความสัมพันธ์เป็นเชิงเส้นกับข้อมูล เริ่มสร้างโดยให้แกน x เป็นข้อมูลเวลาเบรกดาวน์ T และแกน y เป็นตัวแปร Y ที่มีความสัมพันธ์เชิงเส้นกับข้อมูล T และมีความน่าจะเป็นของตัวแปร Y และข้อมูล T เท่ากัน (F(Y)=F(T)) โดยต้องสามารถคำนวณค่า shape และ scale พารามิเตอร์ของตัวแปร Y จากข้อมูลเวลาเบรกดาวน์ T ได้โดยตรง จากนั้นเปลี่ยนค่า Y ในแกน y ให้เป็นค่าความน่าจะเป็นสะสม F(Y)

เมื่อได้สเกลในแกน x และแกน y ซึ่งแสดงความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลและความน่าจะเป็นสะสมที่มีลักษณะเป็นเชิงเส้นแล้ว พล็อตค่าของตัวแปร Y และ T ลงบนกราฟ โดยค่า Y ของข้อมูลแต่ละตัวหาได้จากการคำนวณอินเวอร์สฟังก์ชันของ cdf ของ Y จากค่า Rank Function ที่ได้ ซึ่งก็คือ $Y=F^{-1}$(Rank Function) ถ้าตัวแปร T มีการกระจายตามที่คาดไว้จะได้จุดต่างๆบนกราฟ

เรียงตัวเป็นเส้นตรง จากนั้นสร้างกราฟเส้นตรงโดยใช้วิธี Linear Regression โดยใช้หลักการ Least Square(วิธีคำนวณแสดงในภาคผนวก ข.) ในกรณีที่ข้อมูลมีฟังก์ชันความน่าจะเป็นแบบ 3 พารามิเตอร์ เช่นฟังก์ชันการกระจายแบบล็อกปกติ จะต้องคำนวณหาค่า location parameter เริ่มต้น ที่ทำให้ correlation coefficient ของตัวแปร Y และ T มีค่าเข้าใกล้หนึ่งที่สุดก่อนเพื่อจะได้ location parameter ที่ถูกต้องที่สุดที่จะทำให้ได้ความสัมพันธ์ของ Y และ T เป็นกราฟเส้นตรง จากกราฟเส้นตรงที่ได้จะได้จุดตัดแกน y และความชันเพื่อคำนวณหา location parameter และ scale parameter ตามลำดับต่อไป

ในที่นี้จะกล่าวถึงการกำหนดตัวแปร Y และการหาพารามิเตอร์เฉพาะกรณีการกระจายแบบปกติ และการกระจายแบบล็อกปกติเท่านั้น

2.2.3.2.1 การกระจายแบบปกติ

ให้ $Y = Z = \dfrac{T-\mu}{\sigma}$

จากสมการที่(2.14) $F(T) = \dfrac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{T} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{t-\mu}{\sigma}\right)^2} dt$

จะได้ว่า

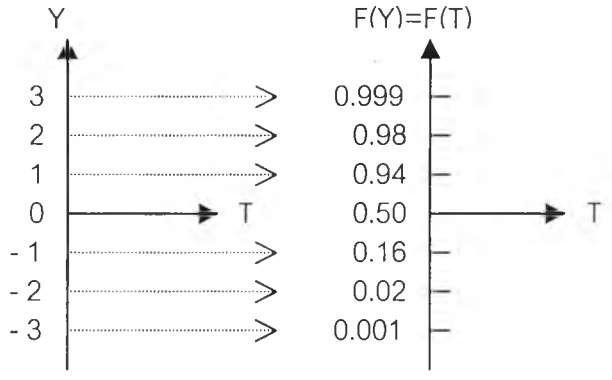
$$F(Y) = F(Z) = \int_{-\infty}^{Z} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}(z)^2} dz \qquad (2.37)$$

ดังนั้น $Y = F^{-1}(\text{rank value}, \mu_y = 0, \sigma_y = 1)$ จากกราฟความน่าจะเป็นจะได้ จุดตัดแกน y เป็นค่า $-\mu/\sigma$ และความชันเป็นค่า $1/\sigma$

ตัวอย่างการสร้างกราฟความน่าจะเป็นกรณีที่ข้อมูล T มีการกระจายแบบปกติ ซึ่งใช้ตัวแปร $Y = Z = \dfrac{T-\mu}{\sigma}$ ซึ่งมีความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร Y กับความน่าจะเป็น F(Y) ดังค่าในตารางที่ 2.1 และแสดงกราฟในรูปที่ 2.6

ตารางที่ 2.1 ความสัมพันธ์ระหว่าง Y และ F(Y) ในกรณีที่ข้อมูล T มีการกระจายแบบปกติ

Y	F(Y)
-3	0.001
-2	0.023
-1	0.159
0	0.500
1	0.841
2	0.977
3	0.999



รูปที่ 2.6 กราฟความน่าจะเป็นของการกระจายแบบปกติ

2.2.3.2.2 การกระจายแบบล็อกปกติ

ให้ $Y = \frac{T-\theta}{e^{\mu'}}$ จะได้ว่า

$$\ln(T-\theta) - \mu' = \ln Y \tag{2.38}$$

$$dT = e^{\mu'} dY \tag{2.39}$$

จาก

$$F(T) = \int_{\theta}^{T} \frac{1}{(t-\theta)\cdot\sigma'\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln(t-\theta)-\mu'}{\sigma'}\right)^2} dt \tag{2.40}$$

ดังนั้น

$$F(Y) = \int_{0}^{Y} \frac{1}{Y\sigma'\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln y}{\sigma'}\right)^2} dy \tag{2.41}$$

จะได้ Y มีการกระจายแบบล็อกปกติ ซึ่งมีค่า $\theta_y = 0$ $\mu_y = 0$ และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็น $\sigma_y = \sigma'$ ดังนั้น $Y = F^{-1}(\text{rank value}, \mu_y = 0, \sigma_y = \sigma')$ โดย σ' คำนวณได้ดังสมการ (4.36) เมื่อ θ_{est} เป็นค่า location parameter คาดเดาเริ่มต้น

$$\sigma' = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}[\ln(T_i - \theta_{est})]^2}{n} - \left(\frac{\sum_{i=1}^{n}[\ln(T_i - \theta_{est})]}{n}\right)^2} \tag{2.42}$$

เนื่องจากค่า Y ที่คำนวณได้จะขึ้นกับ θ_{est} ซึ่งเป็นค่าคาดเดาเริ่มต้น จึงต้องคำนวณหาค่า θ_{est} ที่ทำให้ correlation coefficient ของตัวแปร Y และ T มีค่าเข้าใกล้หนึ่งที่สุดก่อน เพื่อจะได้ความสัมพันธ์ที่ระหว่าง Y กับ T ที่มีลักษณะเป็นเชิงเส้นมากที่สุด จากกราฟจะได้จุดตัดแกน y เป็นค่า $-\theta / e^{\mu'}$ และความชันเป็น ค่า $1/e^{\mu'}$