บทที่ 3

เทคนิคการจองช่องสัญญาณ

บทนี้นำเสนอเทคนิคการจองช่องสัญญาณสำหรับโพรโทคอลควบคุมการเข้าถึงตัวกลางในระบบสื่อสารไร้สายซึ่งเสนอโดยวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ โดยเทคนิคทั้งหมดที่เสนอมีด้วยกัน 5 เทคนิคคือ

1. เทคนิคการใช้ค่าความน่าจะเป็นที่เหมาะสมแบบค่าคงที่ วิธีที่ใช้เทคนิคนี้คือ Cascade Fixed Probability (CFP)
2. เทคนิคการใช้ค่าความน่าจะเป็นที่เหมาะสมแบบปรับค่าได้ วิธีที่ใช้เทคนิคนี้คือ Cascade Adaptive Probability (CAP) และ Cascade Optimum Probability (COP)
3. เทคนิคการแบ่งกลุ่มอย่างสุ่ม วิธีที่ใช้เทคนิคนี้คือ Cascade Optimum Probability with Split (COP+SPL) และ Cascade Fixed Probability with Split (CFP+SPL)
4. เทคนิคการเลือกสล็อตการจองอย่างสุ่ม วิธีที่ใช้เทคนิคนี้คือ Uniform (UNI)
5. เทคนิคการจำกัดจำนวนผู้ใช้บริการ วิธีที่ใช้เทคนิคนี้คือ Uniform with Limited Access (UNI+LA)

วัตถุประสงค์หลักของเทคนิคที่นำเสนอเพื่อที่จะทำให้ระบบมีสมรรถนะในช่วงการจองมากที่สุด กล่าวคือต้องการทำให้ผู้ใช้บริการที่เข้าจองประสบความสำเร็จมากที่สุดเท่าที่จะเป็นไปได้ ดังนั้นสมรรถนะในช่วงการจองจะนิยามจากจำนวนผู้ใช้บริการโดยเฉลี่ยที่ประสบความสำเร็จในช่วงการจอง (Average Number of Successful Users) หรือ ค่าวิสัยสามารถในช่วงการจอง (Throughput) เมื่อค่าวิสัยสามารถคือ จำนวนผู้ใช้บริการโดยเฉลี่ยที่ประสบความสำเร็จต่อจำนวนสล็อตการจองที่มีในระบบ การคำนวณหาจำนวนผู้ใช้บริการโดยเฉลี่ยที่ประสบความสำเร็จในการจองของวิธีที่เสนอทำโดยวิธีวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์

เนื้อหาในบทนี้จะเริ่มจากข้อกำหนดและแบบจำลองที่ใช้ในการศึกษา จากนั้นจะเป็นการวิเคราะห์เหตุการณ์ที่เกิดขึ้นและแสดงวิธีในการคำนวณหาจำนวนผู้ใช้บริการโดยเฉลี่ยที่

ประสบความสำเร็จ สำหรับระบบที่มีผู้ใช้บริการเพียง 1, 2, 3 และ 4 คน เพื่อเป็นแนวทางในการวิเคราะห์หาจำนวนผู้ใช้บริการโดยเฉลี่ยที่ประสบความสำเร็จสำหรับวิธีที่นำเสนอซึ่งมีจำนวนผู้ใช้บริการ M คนใด ๆ จากนั้นจึงเป็นการนำเสนอเทคนิคทั้ง 5 ในการจองช่องสัญญาณคือ เทคนิคการใช้ค่าความน่าจะเป็นที่เหมาะสมแบบค่าคงที่, เทคนิคการใช้ค่าความน่าจะเป็นที่เหมาะสมแบบปรับค่าได้, เทคนิคการแบ่งกลุ่มอย่างสุ่ม, เทคนิคการเลือกสล็อตการจองอย่างสุ่ม และเทคนิคการจำกัดจำนวนผู้ใช้บริการ รวมถึงการวิเคราะห์หาจำนวนผู้ใช้บริการโดยเฉลี่ยที่ประสบความสำเร็จของวิธีทั้ง 7 (CFP, CAP, COP, COP+SPL, CFP+SPL, UNI และ UNI+LA) สุดท้ายเป็นการวิเคราะห์หาสมรรถนะของวิธี Applied Pseudo Bayesian (APB) และ Applied Exponential Backoff (AEB) ซึ่งเป็นวิธีที่ได้จากการประยุกต์วิธีที่เคยถูกนำเสนอ (Pseudo Bayesian และ Exponential Backoff)

3.1 ข้อกำหนดและแบบจำลอง

1. เซลล์หนึ่งเซลล์จะประกอบด้วยสถานีฐานหนึ่งสถานีและผู้ใช้บริการจำนวนหนึ่ง การติดต่อสื่อสารของผู้ใช้บริการทุกคนภายในเซลล์หนึ่ง ๆ จะต้องกระทำผ่านสถานีฐานที่ให้บริการภายในเซลล์นั้นเพียงอย่างเดียว

2. โพรโทคอลที่ผู้วิจัยศึกษาจะประกอบด้วยช่องสัญญาณขาขึ้นและขาลงซึ่งมีการแยกออกจากกันบนพื้นฐานของ Frequency Division Duplex (FDD) และภายในช่องสัญญาณแต่ละช่องจะแบ่งเป็นเฟรมแบบ TDMA ในแต่ละเฟรมจะประกอบด้วยช่วงการจอง และช่วงการส่งข่าวสาร (ซึ่งในวิทยานิพนธ์นี้จะพิจารณาการทำงานเฉพาะช่วงการจองเท่านั้น)

3. เพื่อเป็นการแสดงให้เห็นถึงสมรรถนะที่แท้จริงของวิธีการที่นำเสนอ การจำลองแบบในวิทยานิพนธ์นี้จะกำหนดให้ช่องสัญญาณที่ทำการพิจารณาเป็นช่องสัญญาณในอุดมคติคือ ไม่มีความผิดพลาดในการรับส่งข้อมูล ยกเว้นความผิดพลาดจากการชนกันของแพ็กเกตการจอง

4. จำนวนผู้ใช้บริการภายในโครงข่ายจะคงที่ตลอดการจำลองแบบ โดยไม่คิดผลของการส่งต่อระหว่างเซลล์ (ไม่เกิดการแฮนด์โอเวอร์)

5. เวลาประวิงการแพร่กระจายครบรอบมีค่ามากกว่าเวลาประวิงการส่งสัญญาณ ดังนั้นผู้ใช้บริการไม่สามารถทราบผลการจองภายในเฟรมที่กำลังพิจารณา และกำหนดให้ผู้ใช้บริการแต่ละคนเข้าจองช่องสัญญาณได้เพียงหนึ่งครั้งต่อเฟรม

6. เมื่อผู้ใช้บริการมีข้อมูลที่ต้องการส่งผู้ใช้บริการจะต้องเข้าจองในช่วงการจองก่อนโดยการส่งแพ็กเกตการจอง ซึ่งถ้าประสบความสำเร็จในการจองสถานีฐานจะเป็นผู้จัดสรรสล็อตข่าวสารสำหรับส่งข้อมูลให้แก่ผู้ใช้บริการ แต่ถ้าผู้ใช้บริการไม่ประสบความสำเร็จในการจองจะต้องรอในเฟรมถัดไป

7. ผู้ใช้บริการที่จะมีสิทธิในการเข้าจองในช่วงการจองแต่ละช่วง จะต้องเป็นผู้ใช้บริการที่มีความต้องการที่จะส่งข้อมูลก่อนเวลาเริ่มต้นในเฟรมแต่ละเฟรม กล่าวคือเมื่อถึงเวลาเริ่มต้นในแต่ละเฟรมผู้ใช้บริการที่มีข้อมูลที่ต้องการส่งซึ่งมีความต้องการเข้าจอง ณ เวลานี้เท่านั้นที่จะมีสิทธิเข้าจองช่องสัญญาณ ผู้ใช้บริการคนอื่น ๆ ที่เริ่มมีข้อมูลที่จะส่งหลังจากเริ่มช่วงการจองไปแล้ว จะต้องรอในเฟรมถัดไปจึงจะมีสิทธิในการเข้าจอง

ทั้งนี้เพื่อทำให้เกิดความยุติธรรม (Fairness) นั่นคือผู้ใช้บริการที่มาก่อนควรมีสิทธิเข้าจองก่อน ผู้ใช้บริการที่มาที่หลังควรรอและเริ่มเข้าจองในเฟรมถัดไป

8. ระบบสามารถทราบข้อมูลเกี่ยวกับจำนวนผู้ใช้บริการที่ต้องการเข้าจอง ณ จุดเริ่มต้นของแต่ละเฟรมและจำนวนสล็อตการจองทั้งหมดในช่วงการจองแต่ละช่วง (ในทางปฏิบัติระบบไม่สามารถรู้จำนวนผู้ใช้บริการที่แน่นอน แต่สามารถประมาณได้จากผลการจองในเฟรมที่ผ่านมา)

9. ค่าพารามิเตอร์ที่จะใช้แสดงถึงสมรรถนะของวิธีที่นำเสนอจะใช้จำนวนผู้ใช้บริการโดยเฉลี่ยที่ประสบความสำเร็จในการจอง (Average Number of Successful Users) เป็นพารามิเตอร์หลักในการเปรียบเทียบ เพราะจุดประสงค์หลักในวิทยานิพนธ์นี้คือการหาวิธีที่จะทำให้เกิดประสิทธิภาพในช่วงการจองมากที่สุดเท่าที่จะเป็นไปได้ สำหรับพารามิเตอร์อื่นที่ใช้คือ ความซับซ้อนในการทำงาน (Complexity) ของวิธีแต่ละวิธีที่นำเสนอ ซึ่งจะถูกวิเคราะห์ในบทที่ 5

10. วิทยานิพนธ์นี้จะไม่พิจารณาเวลาประวิงในการส่งแพ็กเกตการจอง เพราะในวิทยานิพนธ์นี้เน้นที่จะเสนอเทคนิคซึ่งทำให้ช่วงการจองมีผู้ใช้บริการประสบความสำเร็จมากที่สุด ซึ่งคาดว่าเวลาที่ใช้ในการจองของแพ็กเกตการจองจนกระทั่งแพ็กเกตนั้น ๆ จองสำเร็จ จะมีค่าน้อยลงเมื่อผู้ใช้บริการประสบความสำเร็จในการจองมากขึ้น

3.2 แนวทางในการวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์

หัวข้อนี้เป็นแนวทางการวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์ เมื่อระบบมีจำนวนผู้ใช้บริการเพียง 1, 2, 3, และ 4 คน เพื่อแสดงให้เห็นเหตุการณ์ต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นในสล็อตการจองแต่ละสล็อต เหตุการณ์ในสล็อตใดสล็อตหนึ่งจะขึ้นกับผลของเหตุการณ์ในสล็อตก่อนหน้าและจะส่งผลต่อเหตุการณ์ในสล็อตถัดไป เมื่อกำหนดให้ผู้ใช้บริการแต่ละคนจะตัดสินใจเข้าจองในสล็อตการจองสล็อตใดสล็อตหนึ่งด้วยค่าความน่าจะเป็นในการส่งแพ็กเกตการจองเป็นค่าคงที่ค่าหนึ่งซึ่งเท่ากันสำหรับทุกคนและทุกสล็อตการจอง จากนั้นจึงแสดงวิธีการคำนวณหาความน่าจะเป็นที่ผู้ใช้บริการจะประสบความสำเร็จในช่วงการจอง และจำนวนผู้ใช้บริการโดยเฉลี่ยที่ประสบความสำเร็จในช่วงการจอง เพื่อใช้ในการหาค่าความน่าจะเป็นที่เหมาะสมในการส่งแพ็กเกตการจองและจำนวนผู้ใช้บริการโดยเฉลี่ยสูงที่สุดที่ประสบความสำเร็จในการจอง

3.2.1 ระบบที่มีผู้ใช้บริการเพียงคนเดียว

เนื่องจากในระบบที่มีผู้ใช้บริการเพียงคนเดียวนั้น ผู้ใช้บริการจะประสบความสำเร็จแน่นอนเมื่อผู้ใช้บริการตัดสินใจเข้าจอง ดังนั้นค่าความน่าจะเป็นที่เหมาะสมในการส่งแพ็กเกตการจองควรเท่ากับ 1 แต่เพื่อให้ง่ายแก่ความเข้าใจสำหรับเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นในกรณีอื่น ๆ (ผู้ใช้บริการ 2, 3, และ 4 คน) จึงได้แสดงเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นในกรณีนี้ และวิเคราะห์หาความน่าจะเป็นที่เหมาะสมในการส่งแพ็กเกตการจอง เพื่อเป็นการแสดงให้เห็นว่าสิ่งที่กล่าวไว้เป็นความจริง

กำหนดพารามิเตอร์ต่าง ๆ ดังนี้

p แทนค่าความน่าจะเป็นในการส่งแพ็กเกตการจอง (Transmission Probability)

n แทนจำนวนสล็อตการจองที่เหลืออยู่

k แทนจำนวนผู้ใช้บริการที่ประสบความสำเร็จ

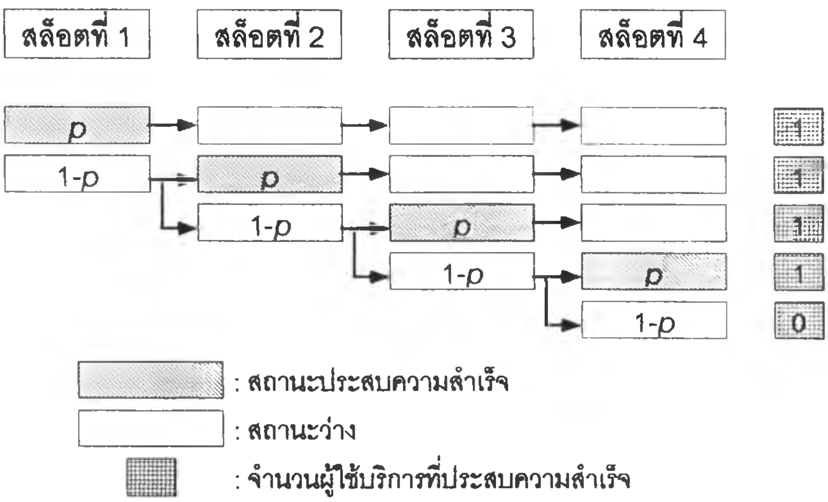
$\Pr[k \mid 1, n, p]$ แทนความน่าจะเป็นที่ผู้ใช้บริการ k คนประสบความสำเร็จในการจอง เมื่อมีผู้ใช้บริการ 1 คน จำนวนสล็อตการจอง n สล็อต และผู้ใช้บริการตัดสินใจเข้าจองด้วยค่าความน่าจะเป็น p

$T[1,n,p]$ แทนจำนวนผู้ใช้บริการโดยเฉลี่ยที่ประสบความสำเร็จ เมื่อมีผู้ใช้บริการ 1 คน จำนวนสล็อตการจอง n สล็อต และผู้ใช้บริการตัดสินใจเข้าจองด้วยค่าความน่าจะเป็น p

เมื่อพิจารณาสล็อตการจองแรกมีเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นได้ 2 เหตุการณ์คือ

- ผู้ใช้บริการเข้าจองช่องสัญญาณ ดังนั้นผู้ใช้บริการจะประสบความสำเร็จ และในสล็อตการจองถัดไปไม่เหลือผู้ใช้บริการที่มีสิทธิเข้าจอง
- ผู้ใช้บริการไม่เข้าจองช่องสัญญาณ ดังนั้นในสล็อตการจองถัดไปมีเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นได้ 2 เหตุการณ์เหมือนสล็อตการจองสล็อตแรก

ตัวอย่างของเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นในกรณีที่มีผู้ใช้บริการ 1 คน และจำนวนสล็อตการจอง 4 สล็อต สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 3.1 จะเห็นว่าในสล็อตการจองแต่ละสล็อตมีสถานะที่เกิดขึ้นได้ 2 สถานะคือ สถานะว่าง (Idle) เมื่อไม่มีผู้ใช้บริการคนใดเข้าจอง และสถานะประสบความสำเร็จ (Successful) เมื่อผู้ใช้บริการตัดสินใจเข้าจอง



รูปที่ 3.1 เหตุการณ์ที่เกิดขึ้นเมื่อมีผู้ใช้บริการ 1 คน และจำนวนสล็อตการจอง 4 สล็อต

ดังนั้นความน่าจะเป็นที่ผู้ใช้บริการ k คนประสบความสำเร็จในการจอง เมื่อมีผู้ใช้บริการ 1 คน จำนวนสล็อตการจอง n สล็อต และผู้ใช้บริการตัดสินใจเข้าจองด้วยค่าความน่าจะเป็น p ($\Pr[k \mid 1,n,p]$) โดยที่ $k = 0,1$ สามารถหาได้ดังนี้

กรณีที่ $k = 0$: ความน่าจะเป็นที่ผู้ใช้บริการไม่ประสบความสำเร็จในการจอง คือ

$$\Pr[0 \mid 1, n, p] = (1-p)^n \tag{3.1}$$

กรณีที่ $k = 1$: ความน่าจะเป็นที่ผู้ใช้บริการประสบความสำเร็จในการจอง คือ

$\Pr[1 \mid 1, n, p]$ = ความน่าจะเป็นที่ผู้ใช้บริการเข้าจองในสล็อตแรก (3.2)

+ความน่าจะเป็นที่ผู้ใช้บริการเข้าจองในสล็อตที่ 2

+ความน่าจะเป็นที่ผู้ใช้บริการเข้าจองในสล็อตที่ 3

$\vdots$

+ความน่าจะเป็นที่ผู้ใช้บริการเข้าจองในสล็อตที่ n

$$= p + (1-p)p + (1-p)^2 p + \ldots + (1-p)^{n-1} p$$

$$= \sum_{i=0}^{n-1} (1-p)^i \cdot p$$

$$= p \cdot \sum_{i=0}^{n-1} (1-p)^i$$

$$= p \frac{1-(1-p)^n}{1-(1-p)} \qquad ;\ (\text{อนุกรมเรขาคณิต } \sum_{i=0}^{n-1} x^i = \frac{1-x^n}{1-x})$$

$$= 1-(1-p)^n$$

ดังนั้นในระบบที่มีผู้ใช้บริการเพียงคนเดียว จำนวนสล็อตการจอง n สล็อต และผู้ใช้บริการตัดสินใจเข้าจองด้วยค่าความน่าจะเป็น p จะหาจำนวนผู้ใช้บริการโดยเฉลี่ยที่ประสบความสำเร็จได้คือ

$$T[1, n, p] = 0 \cdot \Pr[0 \mid 1, n, p] + 1 \cdot \Pr[1 \mid 1, n, p] \tag{3.3}$$

$$= 0 \cdot (1-p)^n + 1 \cdot \left(1-(1-p)^n\right)$$

$$= 1-(1-p)^n$$

เมื่อหาอนุพันธ์ของสมการที่ (3.3) เทียบกับ p แล้วกำหนดให้เท่ากับศูนย์ จะหาค่า p ที่เหมาะสมได้ดังนี้

$$\frac{\partial}{\partial p} T[1, n, p] = \frac{\partial}{\partial p}\left(1-(1-p)^{n}\right) = n(1-p)^{n-1} = 0 \tag{3.4}$$

$$p = 1 \tag{3.5}$$

ผลจากสมการ (3.5) แสดงให้เห็นว่าสิ่งที่ได้กล่าวไว้ในตอนต้นเป็นจริง ดังนั้นค่าความน่าจะเป็นที่เหมาะสมในการส่งแพ็กเกตการจองของระบบที่มีผู้ใช้บริการ 1 คนมีค่าเท่ากับ 1 เมื่อผู้ใช้บริการใช้ค่าความน่าจะเป็นในการส่งแพ็กเกตเท่ากับ 1 จะทำให้จำนวนผู้ใช้บริการโดยเฉลี่ยที่ประสบความสำเร็จตามสมการ (3.3) เท่ากับ 1

3.2.2 ระบบที่มีผู้ใช้บริการ 2 คน

ในกรณีนี้ซึ่งมีผู้ใช้บริการ 2 คน จะมีเหตุการณ์สำคัญที่เกิดขึ้นในสล็อตการจอง นอกเหนือจากสถานะประสบความสำเร็จและสถานะการว่าง คือ สถานะการชน (Collision) ซึ่งจะเกิดเมื่อมีผู้ใช้บริการมากกว่า 1 คนเข้าจองในสล็อตเดียวกัน ส่งผลให้เกิดการรบกวนกันของสัญญาณในสล็อตการจอง สถานีฐานจึงไม่สามารถรู้ได้ว่าผู้ใช้บริการคนใดที่ต้องการจอง ทำให้ผู้ใช้บริการทั้งหมดที่เข้าจองพร้อมกันไม่ประสบความสำเร็จในการจองในเฟรมนั้น ๆ

กำหนดพารามิเตอร์ต่าง ๆ ดังนี้

$Pr[k \mid 2,n,p]$ แทนความน่าจะเป็นที่ผู้ใช้บริการ k คนประสบความสำเร็จในการจอง เมื่อมีผู้ใช้บริการ 2 คน จำนวนสล็อตการจอง n สล็อต และผู้ใช้บริการตัดสินใจเข้าจองด้วยค่าความน่าจะเป็น p

$T[2,n,p]$ แทนจำนวนผู้ใช้บริการโดยเฉลี่ยที่ประสบความสำเร็จ เมื่อระบบมีผู้ใช้บริการ 2 คน จำนวนสล็อตการจอง n สล็อต และผู้ใช้บริการตัดสินใจเข้าจองด้วยค่าความน่าจะเป็น p

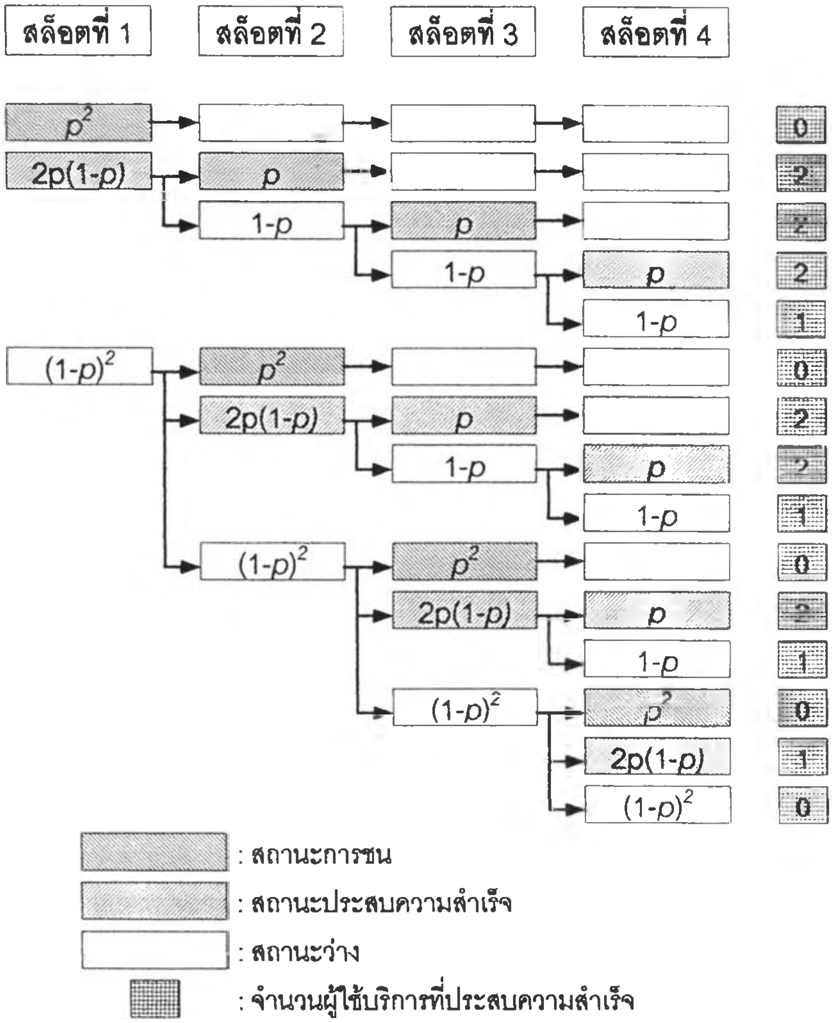
เมื่อพิจารณาสล็อตการจองแรกมีเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นได้ 3 เหตุการณ์คือ

- ผู้ใช้บริการทั้ง 2 คนเข้าจองพร้อมกัน ดังนั้นเกิดการชนกันทำให้ไม่มีผู้ใช้บริการคนใดประสบความสำเร็จในการจอง และในสล็อตการจองถัดไปไม่เหลือผู้ใช้บริการที่มีสิทธิเข้าจอง เพราะผู้ใช้ทั้งคู่ใช้สิทธิไปแล้ว

- มีผู้ใช้บริการ 1 คนเข้าจอง ดังนั้นผู้ใช้บริการจะประสบความสำเร็จในการจองและในสล็อตการจองถัดไปจะเหลือผู้ใช้บริการที่ยังมีสิทธิเข้าจองอีก 1 คน

- ไม่มีผู้ใช้บริการคนใดเข้าจอง ดังนั้นในสล็อตการจองการจองถัดไปจะมีเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นได้ 3 เหตุการณ์เหมือนสล็อตการจองแรก

ตัวอย่างของเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นในกรณีที่มีผู้ใช้บริการ 2 คน และจำนวนสล็อตการจอง 4 สล็อต เมื่อผู้ใช้บริการตัดสินใจเข้าจองด้วยค่าความน่าจะเป็น p สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 3.2 จะเห็นได้ว่าในแต่ละสล็อตการจองมีสถานะที่เกิดขึ้นได้ 3 สถานะคือ สถานะว่างเมื่อไม่มีผู้ใช้บริการคนใดเข้าจอง สถานะประสบความสำเร็จเมื่อผู้ใช้บริการตัดสินใจเข้าจอง และสถานะเกิดการชนเมื่อผู้ใช้บริการเข้าจองพร้อมกัน



รูปที่ 3.2 เหตุการณ์ที่เกิดขึ้นเมื่อมีผู้ใช้บริการ 2 คน และจำนวนสล็อตการจอง 4 สล็อต

ดังนั้นความน่าจะเป็นที่ผู้ใช้บริการ k คนประสบความสำเร็จในการจอง เมื่อมีผู้ใช้บริการ 2 คน จำนวนสล็อตการจอง n สล็อต และผู้ใช้บริการตัดสินใจเข้าจองด้วยค่าความน่าจะเป็น p ($\Pr[k \mid 2, n, p]$) โดยที่ $k = 0,1,2$ สามารถหาได้ดังนี้

กรณีที่ $k = 0$: ความน่าจะเป็นที่ไม่มีผู้ใช้บริการคนใดเลยประสบความสำเร็จในการจอง คือ

$$\Pr[0 \mid 2, n, p] = (1-p)^{2n} + \sum_{l=0}^{n-1}(1-p)^2 \cdot p^2 \quad (3.6)$$

$$= (1-p)^{2n} + p^2 \cdot \sum_{l=0}^{n-1}(1-p)^2$$

$$= (1-p)^{2n} + p^2 \frac{1-(1-p)^{2n}}{1-(1-p)^2}$$

กรณีที่ $k=1$: ความน่าจะเป็นที่ผู้ใช้บริการ 1 คนประสบความสำเร็จในการจอง คือ

$$\begin{aligned}\Pr[1\mid 2,n,p] &= \sum_{i=0}^{n-1}(1-p)^{2i}\cdot 2p(1-p)\cdot(1-p)^{n-i-1} \qquad (3.7)\\ &= 2p(1-p)^{n}\cdot\sum_{i=0}^{n-1}(1-p)^{i}\\ &= 2p(1-p)^{n}\,\frac{1-(1-p)^{n}}{1-(1-p)}\end{aligned}$$

กรณีที่ $k=2$: ความน่าจะเป็นที่ผู้ใช้บริการ 2 คนประสบความสำเร็จในการจอง คือ

$$\begin{aligned}\Pr[2\mid 2,n,p] &= \sum_{i=0}^{n-2}\left((1-p)^{2i}\cdot 2p(1-p)\cdot\sum_{j=0}^{n-i-2}(1-p)^{j}\cdot p\right) \qquad (3.8)\\ &= 2p(1-p)\cdot p\cdot\sum_{i=0}^{n-2}\left((1-p)^{2i}\cdot\sum_{j=0}^{n-i-2}(1-p)^{j}\right)\\ &= 2p(1-p)\cdot p\cdot\frac{1}{1-(1-p)}\left(\frac{1-(1-p)^{2(n-1)}}{1-(1-p)^{2}}-(1-p)^{n-1}\cdot\frac{1-(1-p)^{n-1}}{1-(1-p)}\right)\end{aligned}$$

ระบบที่มีผู้ใช้บริการสองคน จำนวนสล็อตการจอง n สล็อต และผู้ใช้บริการตัดสินใจเข้าจองด้วยค่าความน่าจะเป็น p จะหาจำนวนผู้ใช้บริการโดยเฉลี่ยที่ประสบความสำเร็จได้คือ

$$T[2,n,p] = 0\cdot\Pr[0\mid 2,n,p] + 1\cdot\Pr[1\mid 2,n,p] + 2\cdot\Pr[2\mid 2,n,p] \qquad (3.9)$$

เมื่อ $\Pr[0\mid 2,n,p]$, $\Pr[1\mid 2,n,p]$, และ $\Pr[2\mid 2,n,p]$ เป็นไปตามสมการ (3.6), (3.7), และ (3.8) ตามลำดับ

ค่าความน่าจะเป็นที่เหมาะสมในการส่งแพ็กเกตการจอง สำหรับระบบนี้ซึ่งมีผู้ใช้บริการ 2 คน คือค่าที่ทำให้อนุพันธ์ของสมการ (3.9) เทียบกับ p เป็นศูนย์ ซึ่งค่าความน่าจะเป็นที่เหมาะสมที่คำนวณได้จะขึ้นอยู่กับจำนวนสล็อตการจองที่มีอยู่ในระบบ และจำนวนผู้ใช้บริการโดยเฉลี่ยสูงสุดที่ประสบความสำเร็จจะเป็นไปตามสมการ (3.9) เมื่อใช้ p เท่ากับค่าความน่าจะเป็นที่เหมาะสมในการส่งแพ็กเกตการจอง

3.2.3 ระบบที่มีผู้ใช้บริการ 3 คน

ในกรณีนี้ซึ่งผู้ใช้บริการ 3 คน สถานะที่เกิดขึ้นในสล็อตการจองแต่ละสล็อตมี 3 สถานะคือ สถานะว่าง สถานะประสบความสำเร็จ และสถานะการชน เหมือนกับในกรณีก่อนหน้านี้ แต่การชนกันในกรณีนี้เกิดจาก ผู้ใช้บริการ 2 คนเข้าจองพร้อมกัน หรือผู้ใช้บริการ 3 คนเข้าจองพร้อมกัน

กำหนดพารามิเตอร์ต่าง ๆ ดังนี้

$\Pr[k \mid 3,n,p]$ แทนความน่าจะเป็นที่ผู้ใช้บริการ k คนประสบความสำเร็จในการจอง เมื่อมีผู้ใช้บริการ 3 คน จำนวนสล็อตการจอง n สล็อต และผู้ใช้บริการตัดสินใจเข้าจองด้วยค่าความน่าจะเป็น p

$r[3,n,p]$ แทนจำนวนผู้ใช้บริการโดยเฉลี่ยที่ประสบความสำเร็จ เมื่อมีผู้ใช้บริการ 3 คน จำนวนสล็อตการจอง n สล็อต และผู้ใช้บริการตัดสินใจเข้าจองด้วยค่าความน่าจะเป็น p

เมื่อพิจารณาสล็อตการจองแรกมีเหตุการณ์เกิดขึ้นได้ 4 เหตุการณ์คือ

ผู้ใช้บริการทั้ง 3 คนเข้าจองพร้อมกัน ดังนั้นเกิดการชนกันทำให้ไม่มีผู้ใช้บริการคนใดประสบความสำเร็จในการจอง และในสล็อตการจองถัดไปไม่เหลือผู้ใช้บริการที่จะมีสิทธิเข้าจอง เพราะผู้ใช้บริการทั้งหมดใช้สิทธิไปแล้ว

มีผู้ใช้บริการ 2 คนเข้าจอง ดังนั้นเกิดการชนกันผู้ใช้บริการจึงไม่ประสบความสำเร็จในการจอง และในสล็อตการจองถัดไปจะเหลือผู้ใช้บริการที่ยังมีสิทธิเข้าจองอีก 1 คน

มีผู้ใช้บริการ 1 คนเข้าจอง ดังนั้นผู้ใช้บริการจะประสบความสำเร็จในการจอง และในสล็อตการจองถัดไปจะเหลือผู้ใช้บริการที่ยังมีสิทธิเข้าจองอีก 2 คน

ไม่มีผู้ใช้บริการคนใดเข้าจอง ดังนั้นในสล็อตการจองการจองถัดไปจะมีเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นได้ 4 เหตุการณ์เหมือนสล็อตการจองแรก

ดังนั้นความน่าจะเป็นที่ผู้ใช้บริการ k คนประสบความสำเร็จในการจอง เมื่อมีผู้ใช้บริการ 3 คน จำนวนสล็อตการจอง n สล็อต และผู้ใช้บริการตัดสินใจเข้าจองด้วยค่าความน่าจะเป็น p ($\Pr[k \mid 3,n,p]$) โดยที่ $k = 0,1,2,3$ สามารถหาได้ดังนี้

กรณีที่ $k=0$: ความน่าจะเป็นที่ไม่มีผู้ใช้บริการคนใดประสบความสำเร็จในการจอง คือ

$$\Pr[0\mid 3,n,p] = (1-p)^{3n} \tag{3.10}$$

$$+\sum_{i=0}^{n-1}(1-p)^{3i}\cdot 3p^2(1-p)\cdot(1-p)^{n-i-1}$$

$$+\sum_{i=0}^{n-1}(1-p)^{3i}\cdot p^3$$

$$=(1-p)^{3n}+3p^2(1-p)^n\frac{1-(1-p)^{2n}}{1-(1-p)^2}+p^3\frac{1-(1-p)^{3n}}{1-(1-p)^3}$$

กรณีที่ $k=1$: ความน่าจะเป็นที่ผู้ใช้บริการ 1 คนประสบความสำเร็จในการจอง คือ

$$\Pr[1\mid 3,n,p] = \sum_{i=0}^{n-1}(1-p)^{3i}\cdot 3p(1-p)^2\cdot(1-p)^{2(n-i-1)} \tag{3.11}$$

$$+\sum_{i=0}^{n-2}\left((1-p)^{3i}\cdot 3p(1-p)^2\cdot\sum_{j=0}^{n-2-i}(1-p)^{2j}\cdot p^2\right)$$

$$+\sum_{i=0}^{n-2}\left((1-p)^{3i}\cdot 3p^2(1-p)\cdot\sum_{j=0}^{n-2-i}(1-p)^{j}\cdot p\right)$$

$$=3p(1-p)^{2n}\frac{1-(1-p)^n}{1-(1-p)}$$

$$+3p(1-p)^2\cdot p^2\frac{1}{1-(1-p)^2}$$

$$\times\left(\frac{1-(1-p)^{3(n-1)}}{1-(1-p)^3}-(1-p)^{2(n-1)}\cdot\frac{1-(1-p)^{n-1}}{1-(1-p)}\right)$$

$$+3p^2(1-p)\cdot p\frac{1}{1-(1-p)}$$

$$\times\left(\frac{1-(1-p)^{3(n-1)}}{1-(1-p)^3}-(1-p)^{n-1}\cdot\frac{1-(1-p)^{2(n-1)}}{1-(1-p)^2}\right)$$

กรณีที่ $k=2$: ความน่าจะเป็นที่มีผู้ใช้บริการ 2 คนประสบความสำเร็จในการจอง คือ

$$\Pr[2\mid 3,n,p] = \sum_{i=0}^{n-2}\Bigl((1-p)^{3i}\cdot 3p(1-p)^2 \tag{3.12}$$

$$\times \sum_{j=0}^{n-i-2} (1-p)^{2j} \cdot 2p(1-p) \cdot (1-p)^{n-i-j-2} \Bigg)$$

$$= 3p(1-p)^2 \cdot 2p \frac{(1-p)^{n-1}}{1-(1-p)}$$

$$\times \left(\frac{1-(1-p)^{2(n-1)}}{1-(1-p)^2} - (1-p)^{n-1} \cdot \frac{1-(1-p)^{n-1}}{1-(1-p)} \right)$$

กรณีที่ $k = 3$: ความน่าจะเป็นที่มีผู้ใช้บริการทั้ง 3 คนประสบความสำเร็จในการจอง คือ

$$\Pr[3 \mid 3, n, p] = \sum_{i=0}^{n-3} \Bigg\{ (1-p)^{3i} \cdot 3p(1-p)^2 \cdot \sum_{j=0}^{n-i-3} \Bigg((1-p)^{2j} \cdot 2p(1-p) \tag{3.13}$$

$$\times \sum_{r=0}^{n-i-j-3} (1-p)^r \cdot p \Bigg) \Bigg\}$$

$$= 3p(1-p)^2 \cdot 2p(1-p)$$

$$\times \left\{ \frac{1}{1-(1-p)^2} \left(\frac{1-(1-p)^{3(n-2)}}{1-(1-p)^3} - (1-p)^{2(n-2)} \cdot \frac{1-(1-p)^{n-2}}{1-(1-p)} \right) \right.$$

$$\left. - \frac{(1-p)^{n-2}}{1-(1-p)} \left(\frac{1-(1-p)^{2(n-2)}}{1-(1-p)^2} - (1-p)^{n-2} \cdot \frac{1-(1-p)^{n-2}}{1-(1-p)} \right) \right\}$$

ระบบที่มีผู้ใช้บริการสามคน จำนวนสล็อตการจอง n สล็อต และผู้ใช้บริการตัดสินใจเข้าจองด้วยค่าความน่าจะเป็น p จะหาจำนวนผู้ใช้บริการโดยเฉลี่ยที่ประสบความสำเร็จได้คือ

$$T[3, n, p] = 0 \cdot \Pr[0 \mid 3, n, p] + 1 \cdot \Pr[1 \mid 3, n, p] + 2 \cdot \Pr[2 \mid 3, n, p] \tag{3.14}$$

$$+ 3 \cdot \Pr[3 \mid 3, n, p]$$

เมื่อ $\Pr[0 \mid 3, n, p]$, $\Pr[1 \mid 3, n, p]$, $\Pr[2 \mid 3, n, p]$, และ $\Pr[3 \mid 3, n, p]$ เป็นไปตามสมการ (3.10), (3.11), (3.12), และ(3.13) ตามลำดับ

ค่าความน่าจะเป็นที่เหมาะสมในการส่งแพ็กเกตการจอง สำหรับระบบนี้ซึ่งมีผู้ใช้บริการ 3 คน คือค่าที่ทำให้อนุพันธ์ของสมการ (3.14) เทียบกับ p เป็นศูนย์ ซึ่งค่าความน่าจะเป็นที่เหมาะสมที่คำนวณได้จะขึ้นอยู่กับจำนวนสล็อตการจองที่มีอยู่ในระบบ และจำนวนผู้ใช้บริการ

โดยเฉลี่ยสูงสุดที่ประสบความสำเร็จจะเป็นไปตามสมการ (3.14) เมื่อใช้ p เท่ากับค่าความน่าจะเป็นที่เหมาะสมในการส่งแพ็กเกตการจอง

3.2.4 ระบบที่มีผู้ใช้บริการ 4 คน

กำหนดพารามิเตอร์ต่าง ๆ ดังนี้

$\Pr[k \mid 4,n,p]$ แทนความน่าจะเป็นที่ผู้ใช้บริการ k คนประสบความสำเร็จในการจอง เมื่อมีผู้ใช้บริการ 4 คน จำนวนสล็อตการจอง n สล็อต และผู้ใช้บริการตัดสินใจเข้าจองด้วยค่าความน่าจะเป็น p

$T[4,n,p]$ แทนจำนวนผู้ใช้บริการโดยเฉลี่ยที่ประสบความสำเร็จ เมื่อมีผู้ใช้บริการ 4 คน จำนวนสล็อตการจอง n สล็อต และผู้ใช้บริการตัดสินใจเข้าจองด้วยค่าความน่าจะเป็น p

เมื่อพิจารณาสล็อตการจองแรกมีเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นได้ 5 เหตุการณ์คือ

- ผู้ใช้บริการทั้ง 4 คนเข้าจองพร้อมกัน ดังนั้นเกิดการชนกันทำให้ไม่มีผู้ใช้บริการคนใดประสบความสำเร็จในการจอง และในสล็อตการจองถัดไปไม่เหลือผู้ใช้บริการที่จะมีสิทธิเข้าจอง เพราะผู้ใช้ทั้งหมดใช้สิทธิไป

- มีผู้ใช้บริการ 3 คนเข้าจอง ดังนั้นเกิดการชนกันจึงผู้ใช้บริการจึงไม่ประสบความสำเร็จในการจอง และในสล็อตการจองถัดไปจะเหลือผู้ใช้บริการที่ยังมีสิทธิเข้าจองอีก 1 คน

- มีผู้ใช้บริการ 2 คนเข้าจอง ดังนั้นเกิดการชนกันจึงผู้ใช้บริการจึงไม่ประสบความสำเร็จในการจอง และในสล็อตการจองถัดไปจะเหลือผู้ใช้บริการที่ยังมีสิทธิเข้าจองอีก 2 คน

- มีผู้ใช้บริการ 1 คนเข้าจอง ดังนั้นผู้ใช้บริการจะประสบความสำเร็จในการจอง และในสล็อตการจองถัดไปจะเหลือผู้ใช้บริการที่ยังมีสิทธิเข้าจองอีก 3 คน

- ไม่มีผู้ใช้บริการคนใดเข้าจอง ดังนั้นในสล็อตการจองการจองถัดไปจะมีเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นได้ 5 เหตุการณ์เหมือนสล็อตการจองแรก

ดังนั้นมีผู้ใช้บริการ 4 คน จำนวนสล็อตการจอง n สล็อต และผู้ใช้บริการตัดสินใจเข้าจองด้วยค่าความน่าจะเป็น p ($\Pr[k \mid 4,n,p]$) โดยที่ $k = 0,1,2,3,4$ สามารถหาได้ดังนี้

กรณีที่ $k=0$: ความน่าจะเป็นที่ไม่มีผู้ใช้บริการคนใดประสบความสำเร็จในการจอง คือ

$$
\begin{aligned}
\Pr[0 \mid 4,n,p] &= (1-p)^{4n} \\
&+ \sum_{i=0}^{n-1}(1-p)^{4i}\cdot 6p^2(1-p)^2\cdot(1-p)^{2(n-i-1)} \\
&+ \sum_{i=0}^{n-1}(1-p)^{4i}\cdot 4p^3(1-p)\cdot(1-p)^{n-i-1} \\
&+ \sum_{i=0}^{n-2}\left((1-p)^{4i}\cdot 6p^2(1-p)^2\cdot\sum_{j=0}^{n-i-2}(1-p)^{2j}\cdot p^2\right) \\
&+ \sum_{i=0}^{n-1}(1-p)^{4i}\cdot p^4 \\
&= (1-p)^{4n} \\
&+ 6p^2(1-p)^{2n}\frac{1-(1-p)^{2n}}{1-(1-p)^2} \\
&+ 4p^3(1-p)^n\frac{1-(1-p)^{3n}}{1-(1-p)^3} \\
&+ 6p^2(1-p)^2\cdot p^2\frac{1}{1-(1-p)^2} \\
&\times\left(\frac{1-(1-p)^{4(n-1)}}{1-(1-p)^4}-(1-p)^{2(n-1)}\cdot\frac{1-(1-p)^{2(n-1)}}{1-(1-p)^2}\right) \\
&+ p^4\frac{1-(1-p)^{4n}}{1-(1-p)^4}
\end{aligned} \tag{3.15}
$$

กรณีที่ $k=1$: ความน่าจะเป็นที่มีผู้ใช้บริการ 1 คนประสบความสำเร็จในการจอง คือ

$$
\begin{aligned}
\Pr[1 \mid 4,n,p] &= \sum_{i=0}^{n-1}(1-p)^{4i}\cdot 4p(1-p)^3\cdot(1-p)^{3(n-i-1)} \\
&+ \sum_{i=0}^{n-2}\left((1-p)^{4i}\cdot 4p(1-p)^3\right.
\end{aligned} \tag{3.16}
$$

$$\times \sum_{j=0}^{n-i-2} (1-p)^{3j} \cdot 3p^2(1-p) \cdot (1-p)^{n-i-j-2} \Bigg)$$

$$+ \sum_{i=0}^{n-2} \Bigg((1-p)^{4i} \cdot 6p^2(1-p)^2$$

$$\times \sum_{j=0}^{n-i-2} (1-p)^{2j} \cdot 2p(1-p) \cdot (1-p)^{n-i-j-2} \Bigg)$$

$$+ \sum_{i=0}^{n-2} \left((1-p)^{4i} \cdot 4p(1-p)^3 \cdot \sum_{j=0}^{n-2-i} (1-p)^{3j} \times p^3 \right)$$

$$+ \sum_{i=0}^{n-2} \left((1-p)^{4i} \cdot 4p^3(1-p) \cdot \sum_{j=0}^{n-2-i} (1-p)^{j} \cdot p \right)$$

$$= 4p(1-p)^{3n} \frac{1-(1-p)^n}{1-(1-p)}$$

$$+ 4p(1-p)^3 \cdot 3p^2 \frac{(1-p)^{n-1}}{1-(1-p)^2}$$

$$\times \left(\frac{1-(1-p)^{3(n-1)}}{1-(1-p)^3} - (1-p)^{2(n-1)} \cdot \frac{1-(1-p)^{n-1}}{1-(1-p)} \right)$$

$$+ 6p^2(1-p)^2 \cdot 2p \frac{(1-p)^{n-1}}{1-(1-p)}$$

$$\times \left(\frac{1-(1-p)^{3(n-1)}}{1-(1-p)^3} - (1-p)^{n-1} \cdot \frac{1-(1-p)^{2(n-1)}}{1-(1-p)^2} \right)$$

$$+ 4p(1-p)^3 \cdot p^3 \frac{1}{1-(1-p)^3}$$

$$\times \left(\frac{1-(1-p)^{4(n-1)}}{1-(1-p)^4} - (1-p)^{3(n-1)} \cdot \frac{1-(1-p)^{n-1}}{1-(1-p)} \right)$$

$$+ 4p^3(1-p) \cdot p \frac{1}{1-(1-p)}$$

$$\times \left(\frac{1-(1-p)^{4(n-1)}}{1-(1-p)^4} - (1-p)^{n-1} \cdot \frac{1-(1-p)^{3(n-1)}}{1-(1-p)^3} \right)$$

กรณีที่ $k = 2$: ความน่าจะเป็นที่มีผู้ใช้บริการ 2 คนประสบความสำเร็จในการจอง คือ

$$\Pr[2 \mid 4,n,p] = \sum_{i=0}^{n-2}\left((1-p)^{4i}\cdot 4p(1-p)^3\right. \tag{3.17}$$

$$\left.\times \sum_{j=0}^{n-i-2}(1-p)^{3j}\cdot 3p(1-p)^2\cdot(1-p)^{2(n-i-j-2)}\right)$$

$$+\sum_{i=0}^{n-3}\left[(1-p)^{4i}\cdot 4p(1-p)^3\right.$$

$$\times\left\{\sum_{j=0}^{n-i-3}\left((1-p)^{3j}\cdot 3p(1-p)^2\cdot\sum_{r=0}^{n-i-j-3}(1-p)^{2r}\cdot p^2\right)\right.$$

$$\left.\left.+\sum_{j=0}^{n-i-3}\left((1-p)^{3j}\cdot 3p^2(1-p)\cdot\sum_{r=0}^{n-i-j-3}(1-p)^{r}\cdot p\right)\right\}\right]$$

$$+\sum_{i=0}^{n-3}\left\{(1-p)^{4i}\cdot 6p^2(1-p)^2\cdot\sum_{j=0}^{n-i-3}\left((1-p)^{2j}\cdot 2p(1-p)\right.\right.$$

$$\left.\left.\times\sum_{r=0}^{n-i-j-3}(1-p)^{r}\cdot p\right)\right\}$$

$$= 4p(1-p)^3\cdot 3\frac{p(1-p)^{2(n-1)}}{1-(1-p)}$$

$$\times\left(\frac{1-(1-p)^{2(n-1)}}{1-(1-p)^2}-(1-p)^{n-1}\cdot\frac{1-(1-p)^{n-1}}{1-(1-p)}\right)$$

$$+4p(1-p)^3\left[3p(1-p)^2\cdot\frac{p^2}{1-(1-p)^2}\left\{\frac{1}{1-(1-p)^3}\left(\frac{1-(1-p)^{4(n-2)}}{1-(1-p)^4}\right.\right.\right.$$

$$\left.-(1-p)^{3(n-2)}\cdot\frac{1-(1-p)^{n-2}}{1-(1-p)}\right)$$

$$\left.-\frac{(1-p)^{2(n-2)}}{1-(1-p)^3}\left(\frac{1-(1-p)^{2(n-2)}}{1-(1-p)^2}-(1-p)^{n-2}\cdot\frac{1-(1-p)^{n-2}}{1-(1-p)}\right)\right\}$$

$$+3p^2(1-p)\cdot\frac{p}{1-(1-p)}$$

$$\times\left\{\frac{1}{1-(1-p)^3}\left(\frac{1-(1-p)^{4(n-2)}}{1-(1-p)^4}-(1-p)^{3(n-2)}\cdot\frac{1-(1-p)^{n-2}}{1-(1-p)}\right)\right.$$

$$-\frac{(1-p)^{n-2}}{1-(1-p)^3}\left(\frac{1-(1-p)^{3(n-2)}}{1-(1-p)^3}-(1-p)^{2(n-2)}\cdot\frac{1-(1-p)^{n-2}}{1-(1-p)}\right)\Bigg\}\Bigg]$$

$$+6p^2(1-p)^2\cdot 2p(1-p)\left\{\frac{1}{1-(1-p)^2}\left(\frac{1-(1-p)^{4(n-2)}}{1-(1-p)^4}\right.\right.$$

$$\left.-(1-p)^{2(n-2)}\cdot\frac{1-(1-p)^{2(n-2)}}{1-(1-p)^2}\right)$$

$$\left.-\frac{(1-p)^{n-2}}{1-(1-p)}\left(\frac{1-(1-p)^{3(n-2)}}{1-(1-p)^3}-(1-p)^{n-2}\cdot\frac{1-(1-p)^{2(n-2)}}{1-(1-p)^2}\right)\right\}$$

กรณีที่ $k=3$: ความน่าจะเป็นที่มีผู้ใช้บริการ 3 คนประสบความสำเร็จในการจอง คือ

$$\Pr[3\mid 4,n,p]=\sum_{i=0}^{n-3}\left\{(1-p)^{4i}\cdot 4p(1-p)^3\cdot\sum_{j=0}^{n-i-3}\left((1-p)^{3j}\cdot 3p(1-p)^2\right.\right.\tag{3.18}$$

$$\left.\left.\times\sum_{r=0}^{n-i-j-3}(1-p)^{2r}\cdot p(1-p)\cdot(1-p)^{n-i-j-r-3}\right)\right\}$$

$$=4p(1-p)^3\cdot 3p(1-p)^2\cdot 2p\frac{(1-p)^{n-2}}{1-(1-p)}\left\{\frac{1}{1-(1-p)^2}\left(\frac{1-(1-p)^{3(n-2)}}{1-(1-p)^3}\right.\right.$$

$$\left.-(1-p)^{2(n-2)}\cdot\frac{1-(1-p)^{n-2}}{1-(1-p)}\right)$$

$$\left.-\frac{(1-p)^{n-2}}{1-(1-p)}\left(\frac{1-(1-p)^{2(n-2)}}{1-(1-p)^2}-(1-p)^{n-2}\cdot\frac{1-(1-p)^{n-2}}{1-(1-p)}\right)\right\}$$

กรณีที่ $k=4$: ความน่าจะเป็นที่มีผู้ใช้บริการทั้ง 4 คนประสบความสำเร็จในการจอง คือ

$$\Pr[4\mid 4,n,p]=\sum_{i=0}^{n-4}\left[(1-p)^{4i}\cdot 4p(1-p)^3\cdot\sum_{j=0}^{n-i-4}\left\{(1-p)^{3j}\cdot 3p(1-p)^2\right.\right.\tag{3.19}$$

$$\left.\left.\times\sum_{r=0}^{n-i-j-4}\left((1-p)^{2r}\cdot 2p(1-p)\cdot\sum_{s=0}^{n-i-j-r-4}(1-p)^s\cdot p\right)\right\}\right]$$

$$=4p(1-p)^3\cdot 3p(1-p)^2\cdot 2p(1-p)\cdot p\cdot\frac{1}{1-(1-p)}$$

$$\times\left[\frac{1}{1-(1-p)^2}\left\{\frac{1}{1-(1-p)^3}\left(\frac{1-(1-p)^{4(n-3)}}{1-(1-p)^4}\right.\right.\right.$$

$$\left.-(1-p)^{3(n-3)}\cdot\frac{1-(1-p)^{n-3}}{1-(1-p)}\right)$$

$$\left.-\frac{(1-p)^{2(n-3)}}{1-(1-p)}\left(\frac{1-(1-p)^{2(n-3)}}{1-(1-p)^2}-(1-p)^{n-3}\cdot\frac{1-(1-p)^{n-3}}{1-(1-p)}\right)\right\}$$

$$-\frac{(1-p)^{n-3}}{1-(1-p)}\left\{\frac{1}{1-(1-p)^2}\left(\frac{1-(1-p)^{3(n-3)}}{1-(1-p)^3}\right.\right.$$

$$\left.-(1-p)^{2(n-3)}\cdot\frac{1-(1-p)^{n-3}}{1-(1-p)}\right)$$

$$\left.\left.-\frac{(1-p)^{n-3}}{1-(1-p)}\left(\frac{1-(1-p)^{2(n-3)}}{1-(1-p)^2}-(1-p)^{n-3}\cdot\frac{1-(1-p)^{n-3}}{1-(1-p)}\right)\right\}\right]$$

ระบบที่มีผู้ใช้บริการสี่คน จำนวนสล็อตการจอง n สล็อต และผู้ใช้บริการตัดสินใจเข้าจองด้วยค่าความน่าจะเป็น p จะหาจำนวนผู้ใช้บริการโดยเฉลี่ยที่ประสบความสำเร็จได้คือ

$$T[4,n,p] = 0\cdot\Pr[0\mid 4,n,p]+1\cdot\Pr[1\mid 4,n,p]+2\cdot\Pr[2\mid 4,n,p] \tag{3.20}$$

$$+3\cdot\Pr[3\mid 4,n,p]+4\cdot\Pr[4\mid 4,n,p]$$

เมื่อ $\Pr[0\mid 4,n,p]$, $\Pr[1\mid 4,n,p]$, $\Pr[2\mid 4,n,p]$, $\Pr[3\mid 4,n,p]$, และ $\Pr[4\mid 4,n,p]$ เป็นไปตามสมการ (3.15), (3.16), (3.17), (3.18), และ(3.19) ตามลำดับ

ค่าความน่าจะเป็นที่เหมาะสมในการส่งแพ็กเกตการจองในระบบนี้ซึ่งมีผู้ใช้บริการ 4 คน คือค่าที่ทำให้อนุพันธ์ของสมการ (3.20) เทียบกับ p เป็นศูนย์ ซึ่งค่าความน่าจะเป็นที่เหมาะสมที่คำนวณได้จะขึ้นอยู่กับจำนวนสล็อตการจองที่มีอยู่ในระบบ และจำนวนผู้ใช้บริการโดยเฉลี่ยสูงสุดที่ประสบความสำเร็จจะเป็นไปตามสมการ (3.20) เมื่อใช้ p เท่ากับค่าความน่าจะเป็นที่เหมาะสมในการส่งแพ็กเกตการจอง

3.3 เทคนิคการใช้ค่าความน่าจะเป็นที่เหมาะสมแบบค่าคงที่

หัวข้อที่ผ่านมาเป็นกรณีศึกษาของระบบที่มีผู้ใช้บริการเพียง 1, 2, 3, และ 4 คน ตามลำดับ เมื่อพิจารณาสมการ (3.3), (3.9), (3.14), และ (3.20) พบว่าเป็นสมการที่แสดงถึงความสัมพันธ์ระหว่างค่าความน่าจะเป็นในการส่งแพ็กเกตการจอง (p) กับจำนวนผู้ใช้บริการโดยเฉลี่ยที่ประสบความสำเร็จ (T) นั่นเป็นส่วนหนึ่งที่แสดงให้เห็นว่าค่าความน่าจะเป็นในการส่งแพ็กเกตการจองมีผลต่อสมรรถนะของระบบ ค่าความน่าจะเป็นในการส่งแพ็กเกตการจองจึงเป็นพารามิเตอร์สำคัญที่มีผลต่อสมรรถนะของระบบ การเลือกค่านี้จึงต้องเลือกอย่างเหมาะสม ถ้าค่า p มีค่ามากเกินไปจะทำให้ผู้ใช้บริการเกือบทั้งหมดจะเข้าจองในสล็อตการจองแรก ๆ ซึ่งจะทำให้ผู้ใช้บริการเกิดการชนกัน หลังจากนั้นผู้ใช้บริการที่เหลืออยู่จำนวนน้อยจะเข้าจองในสล็อตที่เหลือ ส่งผลให้จำนวนผู้ใช้บริการที่ประสบความสำเร็จคาดว่าจะมีเพียงเล็กน้อยเนื่องจากการชนกันในสล็อตแรก ๆ ในทางตรงกันข้ามถ้าค่า p มีค่าน้อยเกินไป ทำให้แทบจะไม่มีผู้ใช้บริการคนใดตัดสินใจเข้าจอง สล็อตการจองจำนวนมากจะไม่ถูกใช้ และจำนวนผู้ใช้บริการที่ประสบความสำเร็จคาดว่าจะมีเพียงเล็กน้อย เพราะสล็อตการจองมีการใช้งานน้อยเกินไป

ดังนั้นเพื่อแก้ปัญหาดังกล่าวและเพื่อทำให้ระบบได้รับสมรรถนะสูงสุดในช่วงการจอง วิทยานิพนธ์ฉบับนี้จึงเสนอ *"เทคนิคการใช้ค่าความน่าจะเป็นที่เหมาะสมแบบค่าคงที่"* คือ เทคนิคที่ใช้ค่าความน่าจะเป็นที่เหมาะสมค่าหนึ่งในเฟรมแต่ละเฟรม (ช่วงการจอง) ค่านี้จะเท่ากันสำหรับผู้ใช้บริการทุกคน และเท่ากันตลอดทุกสล็อตการจองในเฟรมนั้น ๆ เมื่อขึ้นเฟรมใหม่จะคำนวณค่าความน่าจะเป็นที่เหมาะสมค่าใหม่ ซึ่งจะหาโดยพิจารณาจากจำนวนผู้ใช้บริการที่ต้องการจอง ณ เวลาเริ่มต้นในแต่ละเฟรม และจำนวนสล็อตการจองที่มีอยู่ในช่วงการจองแต่ละช่วง

3.3.1 วิธี Cascade Fixed Probability (CFP)

วิธีนี้กำหนดให้ผู้ใช้บริการแต่ละคนพยายามเข้าจองในสล็อตการจองแต่ละสล็อตตามลำดับจากสล็อตแรกถึงสุดท้าย (Cascade) ในแต่ละสล็อตผู้ใช้บริการจะตัดสินใจว่าจะเข้าจองหรือไม่ด้วยความน่าจะเป็นที่แน่นอนค่าหนึ่ง (Fixed Probability) และผู้ใช้บริการแต่ละคนมีสิทธิเพียงครั้งเดียวที่จะเข้าจองช่องสัญญาณ โดยเทคนิคการใช้ค่าความน่าจะเป็นที่เหมาะสมแบบค่าคงที่จะถูกใช้ในวิธีนี้ เราจะเรียกวิธีนี้ว่า "*Cascade Fixed Probability*" หรือ "*CFP*" การหาสมรรถนะของวิธีนี้รวมถึงค่าความน่าจะเป็นที่เหมาะสมในการส่งแพ็กเกตการจอง จะแสดงให้เห็นในหัวข้อย่อยถัดไป

3.3.2 การหาสมรรถนะของวิธี CFP ด้วย Recursive Formula ในรูปของ Pr

หัวข้อ 3.2 เป็นกรณีเฉพาะของวิธี CFP ที่มีผู้ใช้บริการเพียง 1, 2, 3, และ 4 คน จะเห็นได้อย่างชัดเจนว่า เมื่อจำนวนผู้ใช้บริการเพิ่มขึ้นการคำนวณหาความน่าเป็นที่ผู้ใช้บริการประสบความสำเร็จในการจอง (Pr) มีความยุ่งยากมากขึ้นตามลำดับ โดยเฉพาะกรณีที่มีผู้ใช้บริการ 4 คน และข้อสังเกตที่เห็นได้อีกอย่างหนึ่งจากสมการคือ Pr ของแต่ละกรณีจะมีรูปแบบที่คล้ายกัน ดังนั้นการคำนวณหา Pr ในกรณีที่มีผู้ใช้บริการมากกว่านี้จะสามารถทำได้ แต่เพื่อให้ได้จำนวนผู้ใช้บริการโดยเฉลี่ยที่ประสบความสำเร็จ (T) ในกรณีทั่วไป (General Case) ซึ่งมีผู้ใช้บริการ M คน และสล็อตการจอง N สล็อต จะต้องใช้เทคนิคบางอย่างเข้ามาช่วยในการวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์คือ เทคนิค Recursive Formula เพราะเป็นเทคนิคที่ใช้หาค่าที่ต้องการได้จากค่าที่มีอยู่ ดังนั้นการหาสมรรถนะของวิธี CFP จะทำด้วยเทคนิค Recursive Formula ในรูปของ Pr

กำหนดพารามิเตอร์ต่าง ๆ ดังนี้

m แทนจำนวนผู้ใช้บริการ

m_{i+1} แทนจำนวนผู้ใช้บริการที่ตัดสินใจเข้าจอง ณ สล็อตการจองที่ $i+1$

k แทนจำนวนผู้ใช้บริการที่ประสบความสำเร็จ

n แทนจำนวนสล็อตการจอง

j แทนจำนวนสล็อตการจองที่ถูกใช้ ($n_{successful} + n_{collision}$)

$\Pr[k \mid m,n,p]$ แทนความน่าจะเป็นที่ผู้ใช้บริการ k คนประสบความสำเร็จ เมื่อระบบมีผู้ใช้บริการ m คน จำนวนสล็อตการจอง n สล็อต และผู้ใช้บริการตัดสินใจเข้าจองด้วยค่าความน่าจะเป็น p

$\Pr[k, j \mid m,n,p]$ แทนความน่าจะเป็นที่ผู้ใช้บริการ k คนประสบความสำเร็จ และใช้จำนวนสล็อตการจอง j สล็อต เมื่อระบบมีผู้ใช้บริการ m คน จำนวนสล็อตการจอง n สล็อต และผู้ใช้บริการตัดสินใจเข้าจองด้วยค่าความน่าจะเป็น p

$p_{CFP}[m,n]$ แทนค่าความน่าจะเป็นที่เหมาะสมในการส่งแพ็กเกตการจองของวิธี CFP เมื่อระบบมีผู้ใช้บริการ m คน และจำนวนสล็อตการจอง n สล็อต

$T[m,n,p]$ แทนจำนวนผู้ใช้บริการโดยเฉลี่ยที่ประสบความสำเร็จ เมื่อระบบมีผู้ใช้บริการ m คน จำนวนสล็อตการจอง n สล็อต และผู้ใช้บริการตัดสินใจเข้าจองด้วยค่าความน่าจะเป็น p

$T_{CFP}[m,n]$ แทนจำนวนผู้ใช้บริการโดยเฉลี่ยที่ประสบความสำเร็จของวิธี CFP เมื่อระบบมีผู้ใช้บริการ m คน และจำนวนสล็อตการจอง n สล็อต

โดยที่จำนวนสล็อตการจองที่มีผู้ใช้บริการตัดสินใจเข้าจอง (j) ที่เป็นไปได้คือ

$$j = k, k+1, k+2, \ldots, k + \left\lfloor \frac{n-k}{2} \right\rfloor \tag{3.21}$$

กำหนดให้ $\lfloor x \rfloor$ = จำนวนเต็มที่มากที่สุดที่น้อยกว่าหรือเท่ากับ x

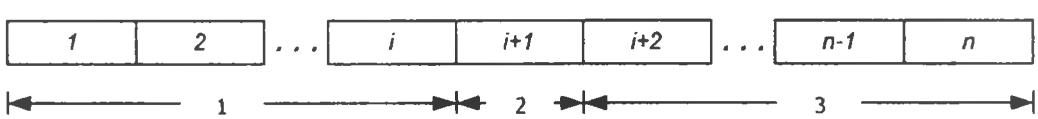
หมายเหตุ สมการ (3.21): ค่ามากที่สุดของ j คือ ผลรวมของจำนวนสล็อตการจองที่มีสถานะประสบความสำเร็จ (Successful) กับจำนวนสล็อตที่เกิดการชน (Collision) ได้มากที่สุด

ขั้นตอนสำหรับการคำนวณความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ $\Pr[k, j \mid m,n,p]$ เป็นดังนี้

กรณี $j = 0$: ไม่มีสล็อตการจองใดถูกใช้ ดังนั้นจึงไม่มีผู้ใช้บริการคนใดเข้าจองและประสบความสำเร็จในการจอง ค่าความน่าจะเป็นสำหรับเหตุการณ์นี้คือ

$$\Pr[0,0 \mid m,n,p] = (1-p)^{m \cdot n} \tag{3.22}$$

กรณี $j > 0$: มีผู้ใช้บริการอย่างน้อย 1 คนตัดสินใจเข้าจอง การหาค่าความน่าจะเป็นของเหตุการณ์นี้จะพิจารณาดังรูปที่ 3.3 โดยช่วงการจองจะถูกแบ่ง 3 ส่วนคือ ส่วนแรก, ส่วนที่ 2 และส่วนที่ 3



รูปที่ 3.3 ช่วงการจองถูกแบ่งเป็น 3 ส่วน

- *ส่วนแรก:* แสดงถึงช่วงที่ยังไม่มีผู้ใช้บริการคนใดเข้าจอง ดังนั้นความน่าจะเป็นที่ไม่มีผู้ใช้บริการคนใดเลยตัดสินใจเข้าจองทั้ง i สล็อต เมื่อผู้ใช้บริการแต่ละคนจะตัดสินใจเข้าจองด้วยค่าความน่าจะเป็น p คือ

$$(1-p)^{m \cdot i} \tag{3.23}$$

โดยที่จำนวนสล็อตการจองที่ไม่มีผู้ใช้บริการคนใดเข้าจองในส่วนแรก (i) ที่เป็นไปได้ คือ

$$i = 0,1,2,\ldots,n-j \tag{3.24}$$

- *ส่วนที่ 2:* แสดงถึงสล็อตการจองสล็อตแรกที่มีผู้ใช้บริการอย่างน้อย 1 คนเข้าจอง ดังนั้นความน่าจะเป็นที่มีผู้ใช้บริการ m_{i+1} คนเข้าจอง ณ สล็อตการจองที่ *i+1* คือ

$$B[m, m_{i+1}, p] \tag{3.25}$$

กำหนดให้ $B[m, m_{i+1}, p] = \binom{m}{m_{i+1}} p^{m_{i+1}} (1-p)^{m-m_{i+1}}$

โดยที่ $\binom{m}{m_{i+1}} = \dfrac{m!}{(m-m_{i+1})!\,(m_{i+1})!}$ และ $x! = x(x-1)(x-2)\ldots(1) \quad , x \in I^{+}$

เมื่อจำนวนผู้ใช้บริการที่ตัดสินใจเข้าจอง ณ สล็อตการจองที่ $i+1$ (m_{i+1}) ที่เป็นไปได้ คือ

$$m_{i+1} = b_{i+1}, b_{i+1}+1, b_{i+1}+2, \ldots, e_{i+1} \tag{3.26}$$

โดยที่ b_{i+1} กำหนดดังนี้

$$\begin{aligned} b_{i+1} &= 0 && , j = 0 \\ &= 2 && , j \neq 0 \text{ และ } k = 0 \\ &= 1 && , j \neq 0 \text{ และ } k \neq 0 \end{aligned} \tag{3.27}$$

และ e_{i+1} กำหนดดังนี้

$$\begin{aligned} e_{i+1} &= 0 && , j = 0 \\ &= m - 2(j-1) && , j \neq 0 \text{ และ } k = 0 \\ &= 1 && , j \neq 0 \text{ และ } j = k \\ &= (m-k) - 2(j-k-1) && , j \neq 0 \text{ และ } j \neq k \end{aligned} \tag{3.28}$$

เมื่อเงื่อนไขตามสมการ (3.27) และ (3.28) ได้จากการพิจารณาเหตุการณ์ที่เกิดขึ้น

- *ส่วนที่ 3*: แสดงถึงช่วงหลังจากส่วนที่ 2 ซึ่งจะพิจารณาสล็อตการจองที่ $i+2$ จนถึงสล็อตการจองสล็อตสุดท้าย (n)

กำหนดพารามิเตอร์ต่าง ๆ ที่ใช้สำหรับช่วงนี้ คือ

m' แทนจำนวนผู้ใช้บริการในช่วงที่ 3

k' แทนจำนวนผู้ใช้บริการที่ประสบความสำเร็จในช่วงที่ 3

n' แทนจำนวนสล็อตการจองที่ในช่วงที่ 3

j' แทนจำนวนสล็อตการจองที่ถูกใช้ในช่วงที่ 3 ($n'_{successful} + n'_{collision}$)

$\Pr[k', j' \mid m', n', p]$ แทนความน่าจะเป็นที่ผู้ใช้บริการ k' คนประสบความสำเร็จ และใช้จำนวนสล็อตการจอง j' สล็อต เมื่อมีผู้ใช้บริการ m' คน จำนวนสล็อตการจอง n' สล็อต และผู้ใช้บริการตัดสินใจเข้าจองด้วยค่าความน่าจะเป็น p

โดยที่ m', k', j', และ n' หาได้จาก

$$m' = m - m_{i+1} \tag{3.29}$$

$$\begin{aligned} k' &= k-1 & , m_{i+1} &= 1 \\ &= k & , m_{i+1} &\neq 1 \end{aligned} \tag{3.30}$$

$$\begin{aligned} j' &= j & , m_{i+1} &= 0 \\ &= j-1 & , m_{i+1} &> 0 \end{aligned} \tag{3.31}$$

$$n' = n - i - 1 \tag{3.32}$$

จากการพิจารณาส่วนที่ 1, 2, และ 3 ทำให้สามารถหาความน่าจะเป็นที่จะเกิดเหตุการณ์ $\Pr[k, j \mid m, n, p]$ ด้วย Recursive Formula ในรูปของ Pr ได้ดังนี้

$$\Pr[k, j \mid m, n, p] = \sum_{i=0}^{n-j} \left((1-p)^{m \cdot i} \cdot \sum_{m_{i+1}=b_{i+1}}^{e_{i+1}} B[m, m_{i+1}, p] \cdot \Pr[k', j' \mid m', n', p] \right) \tag{3.33}$$

เมื่อเงื่อนไขขอบเขตของสมการ (3.33) คือ

$$\Pr[k, j \mid 0, n, p] = \Pr[k, j \mid m, 0, p] = 1 \tag{3.34}$$

ดังนั้นความน่าจะเป็นที่ผู้ใช้บริการประสบความสำเร็จมีค่าเท่ากับ

$$\Pr[k \mid m, n, p] = \sum_{j=k}^{k+\left\lfloor \frac{n-k}{2} \right\rfloor} \Pr[k, j \mid m, n, p] \tag{3.35}$$

$$= \sum_{j=k}^{k+\left\lfloor \frac{n-k}{2} \right\rfloor} \sum_{i=0}^{n-j} \left((1-p)^{m \cdot i} \cdot \sum_{m_{i+1}=b_{i+1}}^{e_{i+1}} B[m, m_{i+1}, p] \cdot \Pr[k', j' \mid m', n', p] \right)$$

ระบบที่มีผู้ใช้บริการ m คน จำนวนสล็อตการจอง n สล็อต และผู้ใช้บริการตัดสินใจเข้าจองด้วยค่าความน่าจะเป็น p จะหาจำนวนผู้ใช้บริการโดยเฉลี่ยที่ประสบความสำเร็จได้คือ

$$T[m, n, p] = \sum_{k=0}^{m} k \cdot \Pr[k \mid m, n, p] \tag{3.36}$$

$$= \sum_{k=0}^{m} \sum_{j=k}^{k+\left\lfloor \frac{n-k}{2} \right\rfloor} \sum_{i=0}^{n-j} \left((1-p)^{m \cdot i} \cdot \sum_{m_{i+1}=b_{i+1}}^{e_{i+1}} B[m, m_{i+1}, p] \cdot \Pr[k', j' \mid m', n', p] \right)$$

ค่าความน่าจะเป็นที่เหมาะสมในการส่งแพ็กเกตการจอง ($p_{CFP}[m,n]$) ในเฟรมแต่ละเฟรม คือ ค่า p ที่ทำให้อนุพันธ์ของสมการ (3.36) เทียบกับ p เป็นศูนย์ ซึ่งค่า $p_{CFP}[m,n]$ ที่ได้จะทำให้ได้จำนวนผู้ใช้บริการโดยเฉลี่ยสูงสุดที่ประสบความสำเร็จ ($T_{CFP}[m,n]$)

3.3.3 การหาสมรรถนะของวิธี CFP ด้วย Recursive Formula ในรูปของ T

เนื่องจากการหาสมรรถนะของวิธี CFP ด้วย Recursive Formula ในรูปของ Pr ตามหัวข้อย่อย 3.3.2 มีความยุ่งยากในการคำนวณ ดังนั้นจึงได้เสนอวิธีใหม่เพื่อที่จะคำนวณได้ง่ายขึ้น จะหาสมรรถนะของวิธี CFP ด้วย Recursive Formula ในรูปของจำนวนผู้ใช้บริการโดยเฉลี่ยที่ประสบความสำเร็จ (T)

กำหนดพารามิเตอร์ต่าง ๆ ดังนี้

$T_{CFP}[m,n]$ แทนจำนวนผู้ใช้บริการโดยเฉลี่ยที่ประสบความสำเร็จของวิธี CFP เมื่อระบบมีผู้ใช้บริการ m คน และจำนวนสล็อตการจอง n สล็อต

$p_{CFP}[m,n]$ แทนค่าความน่าจะเป็นที่เหมาะสมในการส่งแพ็กเกตการจองของวิธี CFP เมื่อระบบมีผู้ใช้บริการ m คน และจำนวนสล็อตการจอง n สล็อต

$B[m,x,p]$ แทนความน่าจะเป็นแบบทวินาม (Binomial Probability) ที่ผู้ใช้บริการ x คน จากทั้งหมด m คน ตัดสินใจเข้าจอง เมื่อผู้ใช้บริการตัดสินใจเข้าจองด้วยค่าความน่าจะเป็น p

โดยที่ความน่าจะเป็นแบบไบโนเมียล $B[m,x,p]$ กำหนดดังนี้

$$B[m,x,p] = \binom{m}{x} p^x (1-p)^{m-x}, \text{ เมื่อ } \binom{m}{x} = \frac{m!}{x!(m-x)!} \tag{3.37}$$

เนื่องจากในสล็อตการจองแต่ละสล็อต จะมีผู้ใช้บริการเพียงคนเดียวที่สามารถประสบความสำเร็จในการจอง ซึ่งจะเกิดเมื่อไม่มีผู้ใช้บริการคนอื่นยกเว้นผู้ใช้บริการคนนี้เข้าจอง พิจารณาสล็อตการจองแรกจะมีเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นได้ 3 เหตุการณ์คือ

กรณี $x=0$: ไม่มีผู้ใช้บริการคนใดเลยเข้าจอง สล็อตการจองจะอยู่ในสถานะว่าง และในสล็อตการจองถัดไปมีผู้ใช้บริการเหลืออยู่เท่าเดิม m คน ดังนั้นจำนวนผู้ใช้บริการโดยเฉลี่ยที่ประสบความสำเร็จของกรณีนี้หาได้จากผลคูณของความน่าจะเป็นที่เกิดเหตุการณ์ ($B[m,0,p]$) กับจำนวนผู้ใช้บริการโดยเฉลี่ยที่ประสบความสำเร็จในสล็อตการจองถัดไป ($T[m,n\text{-}1,p]$)

$$B[m,0,p]\cdot T[m,n\text{-}1,p] \tag{3.38}$$

กรณี $x = 1$: มีผู้ใช้บริการเพียงคนเดียวเข้าจอง ผู้ใช้บริการจะประสบความสำเร็จในการจอง และในสล็อตการจองถัดไปมีจำนวนผู้ใช้บริการเหลือ $m-1$ คน ดังนั้นจำนวนผู้ใช้บริการโดยเฉลี่ยที่ประสบความสำเร็จของกรณีนี้หาได้จากผลคูณของความน่าจะเป็นที่เกิดเหตุการณ์ ($B[m,1,p]$) กับผลรวมของ 1 และจำนวนผู้ใช้บริการโดยเฉลี่ยที่ประสบความสำเร็จในสล็อตการจองถัดไป $(1+T[m\text{-}1,n\text{-}1,p])$ เมื่อ 1 เป็นจำนวนผู้ใช้บริการโดยเฉลี่ยที่ประสบความสำเร็จที่เพิ่มขึ้นเพราะมีผู้ใช้บริการประสบความสำเร็จในการจอง 1 คน

$$B[m,1,p]\cdot(1+T[m\text{-}1,n\text{-}1,p]) \tag{3.39}$$

กรณี $x > 1$: มีผู้ใช้บริการมากกว่าหนึ่งคนเข้าจอง จึงเกิดการชนกันทำให้ผู้ใช้บริการทั้ง x คน ไม่ประสบความสำเร็จในการจอง และในสล็อตการจองถัดไปมีจำนวนผู้ใช้บริการเหลือ $m-x$ คน ดังนั้นจำนวนผู้ใช้บริการโดยเฉลี่ยที่ประสบความสำเร็จของกรณีนี้หาได้จากผลคูณของความน่าจะเป็นที่เกิดเหตุการณ์ ($B[m,x,p]$) กับจำนวนผู้ใช้บริการโดยเฉลี่ยที่ประสบความสำเร็จในสล็อตการจองถัดไป ($T[m\text{-}x,n\text{-}1,p]$)

$$B[m,x,p]\cdot T[m\text{-}x,n\text{-}1,p] \tag{3.40}$$

ดังนั้นในระบบที่มีผู้ใช้บริการ m คน จำนวนสล็อตการจอง n สล็อต และผู้ใช้บริการตัดสินใจเข้าจองด้วยค่าความน่าจะเป็น p จะหาจำนวนผู้ใช้บริการโดยเฉลี่ยที่ประสบความสำเร็จด้วย Recursive Formula ในรูปของ T ได้คือ

$$\begin{aligned} T[m,n,p] &= B[m,0,p]\cdot T[m,n\text{-}1,p] \\ &\quad + B[m,1,p]\cdot(1+T[m\text{-}1,n\text{-}1,p]) \\ &\quad + \sum_{x=2}^{m} B[m,x,p]\cdot T[m\text{-}x,n\text{-}1,p] \\ &= B[m,1,p] + \sum_{x=0}^{m} B[m,x,p]\cdot T[m\text{-}x,n\text{-}1,p] \end{aligned} \tag{3.41}$$

เมื่อเงื่อนไขขอบเขตของสมการ (3.41) คือ

$$T[m,0,p] = T[0,n,p] = 0 \tag{3.42}$$

ค่าความน่าจะเป็นที่เหมาะสมในการส่งแพ็กเกตการจอง ($p_{CFP}[m,n]$) ในเฟรมแต่ละเฟรม คือ ค่า p ที่ทำให้อนุพันธ์ของสมการ (3.42) เทียบกับ p เป็นศูนย์ ซึ่งค่า $p_{CFP}[m,n]$ ที่ได้ จะทำให้ได้จำนวนผู้ใช้บริการโดยเฉลี่ยสูงสุดที่ประสบความสำเร็จ ($T_{CFP}[m,n]$)

จะเห็นได้ชัดเจนว่า การคำนวณเพื่อหาค่า $p_{CFP}[m,n]$ และ $T_{CFP}[m,n]$ ด้วย Recursive Formula ในรูปของจำนวนผู้ใช้บริการโดยเฉลี่ยที่ประสบความสำเร็จ (T) มีความซับซ้อนน้อยกว่าในรูปของความน่าจะเป็นที่ผู้ใช้บริการประสบความสำเร็จ (Pr) ดังนั้นการหาสมรรถนะของวิธี CFP ด้วย Recursive Formula ในรูปของ T จะถูกใช้เป็นแนวทางในการหาสมรรถนะของวิธีอื่น ๆ ต่อไป

3.4 เทคนิคการใช้ค่าความน่าจะเป็นที่เหมาะสมแบบปรับค่าได้

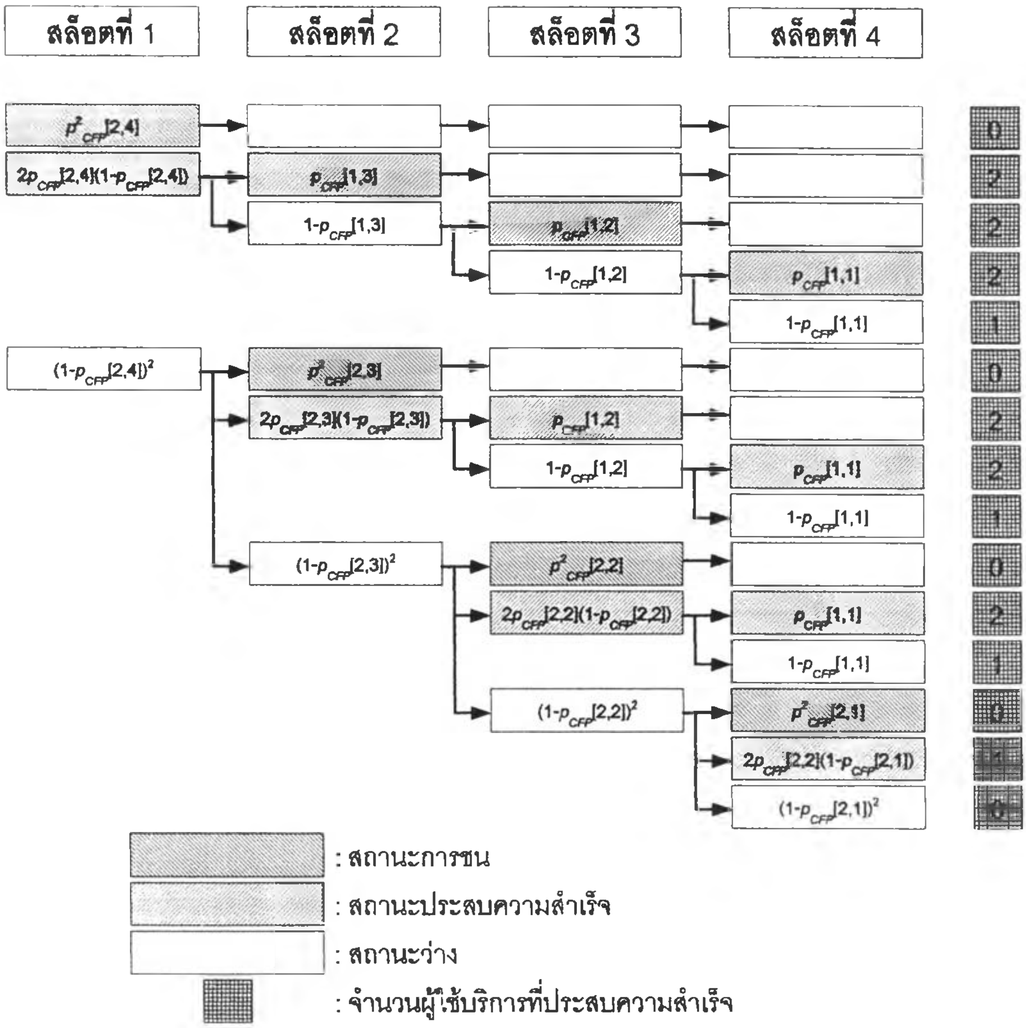
ในหัวข้อ 3.3 ผู้วิจัยได้เสนอเทคนิคการใช้ค่าความน่าจะเป็นที่เหมาะสมแบบค่าคงที่ ผู้ใช้บริการทุกคนใช้ค่าความน่าจะเป็นในการส่งแพ็กเกตการจองเท่ากันในทุกสล็อตการจองในเฟรมแต่ละเฟรม ดังนั้นเพื่อปรับปรุงสมรรถนะของระบบให้ดียิ่งขึ้น จึงเกิดแนวคิดที่จะใช้ค่าความน่าจะเป็นที่ไม่เท่ากันในสล็อตการจองแต่ละสล็อต นั่นหมายความว่าผู้ใช้บริการจะต้องปรับค่าความน่าจะเป็นในการส่งแพ็กเกตการจองให้เหมาะสม ตามจำนวนผู้ใช้บริการและสล็อตการจองที่มีอยู่ ณ สล็อตการจองที่กำลังพิจารณา แม้เงื่อนไขข้อนี้จะขัดแย้งกับข้อสมมุติฐานตอนต้น เพราะแทบจะเป็นไปไม่ได้เลยที่สถานีฐานจะประมาณจำนวนผู้ใช้บริการที่ต้องการจอง ณ สล็อตการจองที่กำลังพิจารณา แล้วแจ้งไปบอกผู้ใช้บริการได้ทัน เนื่องจากผลของเวลาประวิงการแพร่กระจายครบรอบที่ยาวกว่าเวลาในการส่งข้อมูลในระบบสื่อสารไร้สายความเร็วสูง แต่เพื่อทดสอบแนวคิดนี้ว่าเป็นจริง จึงใช้แนวคิดนี้บนวิธีที่เสนอ 2 วิธีซึ่งจะอธิบายในหัวข้อย่อยถัดไป และจะเรียกแนวคิดที่กล่าวมานี้ว่า “*เทคนิคการใช้ค่าความน่าจะเป็นที่เหมาะสมแบบปรับค่าได้*”

3.4.1 วิธี Cascade Adaptive Probability (CAP)

จากวิธี CFP จะเห็นว่าค่าที่เหมาะสมของ p มีอยู่จริง ซึ่งเป็นค่าที่หาได้บนเทคนิคการใช้ค่าความน่าจะเป็นที่เหมาะสมแบบค่าคงที่ ดังนั้นผู้วิจัยจึงเสนอวิธีที่จะใช้ค่าความน่าจะเป็นที่เหมาะสมที่คำนวณได้ p_{CFP} มาใช้กับเทคนิคการใช้ค่าความน่าจะเป็นที่เหมาะสมแบบปรับค่าได้ ดังนั้นวิธีนี้กำหนดให้ผู้ใช้บริการทุกคนพยายามเข้าจองในสล็อตการจองจากสล็อตแรกจนถึงสล็อตสุดท้าย โดยผู้ใช้บริการจะปรับเปลี่ยนค่าความน่าจะเป็นในการส่งแพ็กเกตการจองในสล็อตการจองแต่ละสล็อต ตามจำนวนผู้ใช้บริการและสล็อตการจองที่เหลืออยู่ ณ เวลานั้น จะเรียกวิธีนี้ว่า “*Cascade Adaptive Probability*” หรือ “*CAP*” สำหรับตัวอย่างเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นของวิธี CAP ได้แสดงในรูปที่ 3.4 ส่วนการวิเคราะห์หาสมรรถนะของ CAP สามารถทำได้คล้ายกับวิธี CFP ดังนี้

กำหนดพารามิเตอร์ที่ใช้คือ

$T_{CAP}[m,n]$ แทนจำนวนผู้ใช้บริการโดยเฉลี่ยที่ประสบความสำเร็จของวิธี CAP เมื่อระบบมีผู้ใช้บริการ m คน และจำนวนสล็อตการจอง n สล็อต



รูปที่ 3.4 เหตุการณ์ที่เกิดขึ้นของวิธี CAP เมื่อมีผู้ใช้บริการ 2 คน และสล็อตการจอง 4 สล็อต

เมื่อพิจารณาสล็อตการจองแรกจะมีเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นได้ 3 เหตุการณ์คือ

กรณีที่ $x=0$: ไม่มีผู้ใช้บริการคนใดเลยเข้าจอง สล็อตการจองจะอยู่ในสถานะว่าง และในสล็อตการจองถัดไปมีผู้ใช้บริการเหลืออยู่เท่าเดิม m คน ดังนั้นจำนวนผู้ใช้บริการโดยเฉลี่ยที่ประสบความสำเร็จของกรณีนี้หาได้จากผลคูณของความน่าจะเป็นที่เกิดเหตุการณ์ ($B[m,0,p_{CFP}[m,n]]$) กับจำนวนผู้ใช้บริการโดยเฉลี่ยที่ประสบความสำเร็จในสล็อตการจองถัดไป ($T_{CAP}[m,n\text{-}1]$)

$$B[m,0,p_{CFP}[m,n]]\cdot T_{CAP}[m,n\text{-}1] \tag{3.43}$$

กรณีที่ $x=1$: มีผู้ใช้บริการเพียงคนเดียวเข้าจอง ผู้ใช้บริการจะประสบความสำเร็จในการจอง และในสล็อตการจองถัดไปมีจำนวนผู้ใช้บริการเหลือ $m-1$ คน ดังนั้นจำนวนผู้ใช้บริการโดยเฉลี่ยที่ประสบความสำเร็จของกรณีนี้หาได้จากผลคูณของความน่าจะเป็นที่เกิดเหตุการณ์

($B[m,1,p_{CFP}[m,n]]$) กับผลรวมของ 1 และจำนวนผู้ใช้บริการโดยเฉลี่ยที่ประสบความสำเร็จในสล็อตการจองถัดไป ($1+T_{CAP}[m\text{-}1,n\text{-}1]$) เมื่อ 1 เป็นจำนวนผู้ใช้บริการโดยเฉลี่ยที่ประสบความสำเร็จที่เพิ่มขึ้นเพราะมีผู้ใช้บริการประสบความสำเร็จจากการจอง 1 คน

$$B[m,1,p_{CFP}[m,n]]\cdot(1+T_{CAP}[m\text{-}1,n\text{-}1]) \tag{3.44}$$

กรณีที่ $x>1$: มีผู้ใช้บริการมากกว่าหนึ่งคนเข้าจอง จึงเกิดการชนกันทำให้ผู้ใช้บริการทั้ง x คน ไม่ประสบความสำเร็จในการจอง และในสล็อตการจองถัดไปมีจำนวนผู้ใช้บริการเหลือ $m-x$ คน ดังนั้นจำนวนผู้ใช้บริการโดยเฉลี่ยที่ประสบความสำเร็จของกรณีนี้หาได้จากผลคูณของความน่าจะเป็นที่เกิดเหตุการณ์ ($B[m,x,p_{CFP}[m,n]]$) กับจำนวนผู้ใช้บริการโดยเฉลี่ยที่ประสบความสำเร็จในสล็อตการจองถัดไป ($T_{CAP}[m\text{-}x,n\text{-}1]$)

$$B[m,x,p_{CFP}[m,n]]\cdot T_{CAP}[m\text{-}x,n\text{-}1] \tag{3.45}$$

ดังนั้นจะหาจำนวนผู้ใช้บริการโดยเฉลี่ยที่ประสบความสำเร็จ $T_{CAP}[m,n]$ ในระบบที่ผู้ใช้บริการตัดสินใจเข้าจองในสล็อตการจองแต่ละสล็อตด้วยค่าความน่าจะเป็น $p_{CFP}[m,n]$ เมื่อ m และ n คือจำนวนผู้ใช้บริการและสล็อตการจองเหลืออยู่ ณ สล็อตการจองที่กำลังพิจารณา $T_{CAP}[m,n]$ ได้คือ

$$\begin{aligned} T_{CAP}[m,n] &= B[m,0,p_{CFP}[m,n]]\cdot T_{CAP}[m,n\text{-}1] \\ &\quad + B[m,1,p_{CFP}[m,n]]\cdot(1+T_{CAP}[m\text{-}1,n\text{-}1]) \\ &\quad + \sum_{x=2}^{m} B[m,x,p_{CFP}[m,n]]\cdot T_{CAP}[m\text{-}x,n\text{-}1] \\ &= B[m,1,p_{CFP}[m,n]] + \sum_{x=0}^{m} B[m,x,p_{CFP}[m,n]]\cdot T_{CAP}[m\text{-}x,n\text{-}1] \end{aligned} \tag{3.46}$$

เมื่อเงื่อนไขขอบเขตของสมการ (3.46) คือ

$$T_{CAP}[m,0]=T_{CAP}[0,n]=0 \tag{3.47}$$

3.4.2 วิธี Cascade Optimal Probability (COP)

เนื่องจากวิธี CAP เป็นวิธีใช้ค่าความน่าจะเป็นในการส่งแพ็กเกตการจองแบบปรับค่าได้ โดยค่าที่ใช้นำมาจากวิธี CFP (p_{CFP}) ซึ่งเป็นค่าที่ได้จากการคำนวณบนระบบที่กำหนดให้ผู้ใช้บริการทุกคนใช้ค่าความน่าจะเป็นในการส่งแพ็กเกตการจองเท่ากันทุกสล็อตการจอง ดังนั้นเมื่อนำค่า p_{CFP} ที่ได้มาใช้กับระบบที่ผู้ใช้บริการสามารถปรับค่าความน่าจะเป็นในการส่งแพ็กเกตการจองได้ทุกสล็อตการจอง ค่านี้จึงไม่น่าจะใช่ค่าความน่าจะเป็นที่เหมาะสมที่สุดในการเข้าจอง ดังนั้นเพื่อให้ระบบได้รับสมรรถนะสูงที่สุดบนเทคนิคการใช้ค่าความน่าจะเป็นที่เหมาะสมแบบปรับค่าได้ จึงต้องหาค่าความน่าจะเป็นที่เหมาะสมในการส่งแพ็กเกตการจองสำหรับผู้ใช้บริการ ณ สล็อตการจองใด ๆ ที่กำลังพิจารณาอยู่ ดังนั้นผู้วิจัยจึงเสนอวิธี "*Cascade Optimal Probability*" หรือ "*COP*" สำหรับตัวอย่างเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นของวิธี COP ได้แสดงดังรูปที่ 3.5 การวิเคราะห์หาสมรรถนะและค่าความน่าจะเป็นที่เหมาะสมในการส่งแพ็กเกตการจองของวิธี COP จะสามารถทำได้ดังนี้

กำหนดพารามิเตอร์ต่าง ๆ คือ

$p[m,n]$ แทนค่าความน่าจะเป็นในการส่งแพ็กเกตการจอง เมื่อ m และ n คือจำนวนผู้ใช้บริการ และสล็อตการจองที่เหลืออยู่ ณ สล็อตการจองที่กำลังพิจารณาตามลำดับ

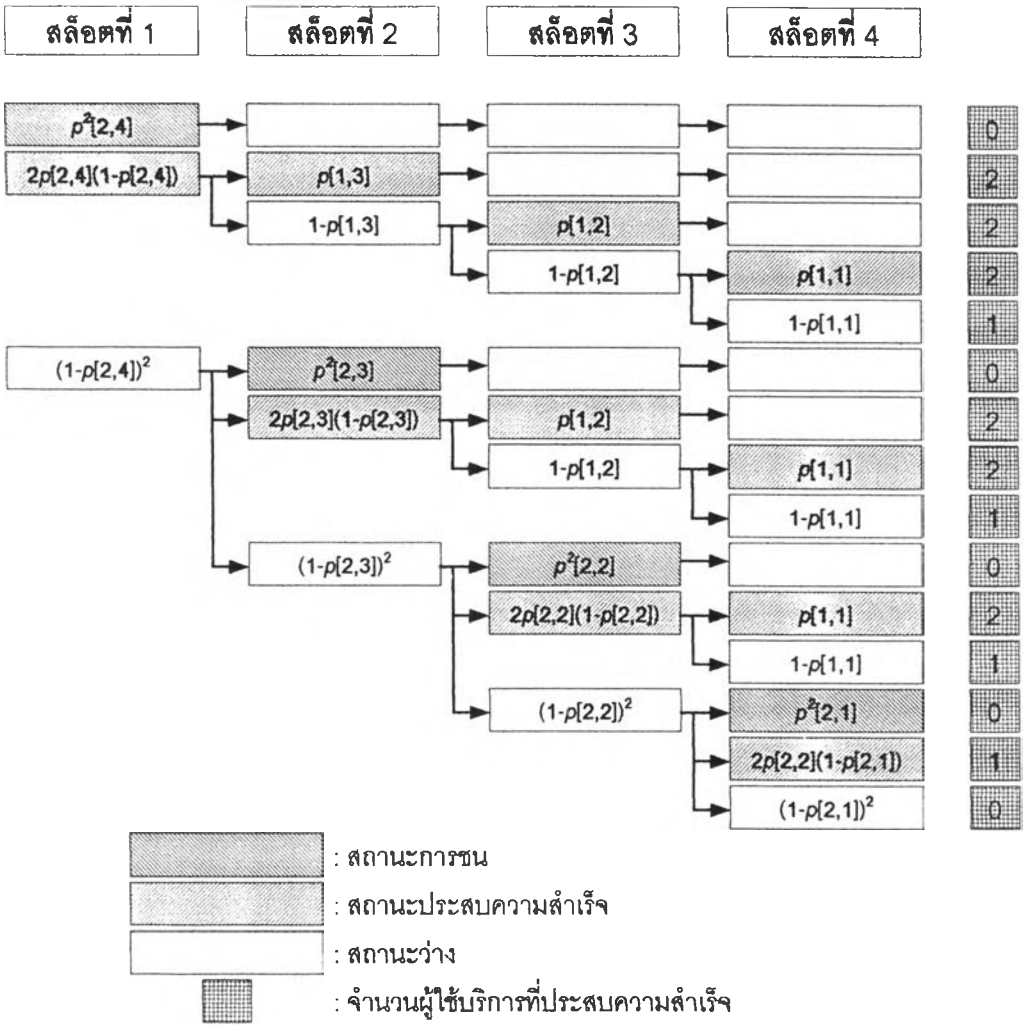
$T[m,n,p[m,n]]$ แทนจำนวนผู้ใช้บริการโดยเฉลี่ยที่ประสบความสำเร็จ เมื่อ m และ n คือจำนวนผู้ใช้บริการ และสล็อตการจองที่เหลืออยู่ ณ สล็อตการจองที่กำลังพิจารณาตามลำดับ โดยผู้ใช้บริการจะตัดสินใจเข้าจองด้วยค่าความน่าจะเป็น $p[m,n]$

$p_{COP}[m,n]$ แทนค่าความน่าจะเป็นที่เหมาะสมในการจองของวิธี COP เมื่อระบบมีผู้ใช้บริการ m คน และจำนวนสล็อตการจอง n สล็อต

$T_{COP}[m,n]$ แทนจำนวนผู้ใช้บริการโดยเฉลี่ยที่ประสบความสำเร็จของวิธี COP เมื่อระบบมีผู้ใช้บริการ m คน และจำนวนสล็อตการจอง n สล็อต

$B[m,x,p[m,n]]$ แทนความน่าจะเป็นแบบทวินามที่ผู้ใช้บริการ x คนจากทั้งหมด m คน ตัดสินใจเข้าจอง เมื่อผู้ใช้บริการตัดสินใจเข้าจองด้วยค่าความน่าจะเป็น $p[m,n]$

เมื่อพิจารณาสล็อตการจองแรกจะมีเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นได้ 3 เหตุการณ์คือ



รูปที่ 3.5 เหตุการณ์ที่เกิดขึ้นของวิธี COP เมื่อมีผู้ใช้บริการ 2 คน และสล็อตการจอง 4 สล็อต

กรณี $x = 0$: ไม่มีผู้ใช้บริการคนใดเลยเข้าจอง สล็อตการจองจะอยู่ในสถานะว่าง และในสล็อตการจองถัดไปมีผู้ใช้บริการเหลืออยู่เท่าเดิม m คน ดังนั้นจำนวนผู้ใช้บริการโดยเฉลี่ยที่ประสบความสำเร็จของกรณีนี้หาได้จาก ผลคูณของความน่าจะเป็นที่เกิดเหตุการณ์ ($B[m,0,p[m,n]]$) กับจำนวนผู้ใช้บริการโดยเฉลี่ยที่ประสบความสำเร็จในสล็อตการจองถัดไป ($T[m,n-1,p[m,n-1]]$)

$$B[m,0,p[m,n]] \cdot T[m,n-1,p[m,n-1]] \tag{3.48}$$

กรณี $x = 1$: มีผู้ใช้บริการเพียงคนเดียวเข้าจอง ผู้ใช้บริการจะประสบความสำเร็จในการจอง และในสล็อตการจองถัดไปมีจำนวนผู้ใช้บริการเหลือ $m-1$ คน ดังนั้นจำนวนผู้ใช้บริการโดยเฉลี่ยที่ประสบความสำเร็จของกรณีนี้หาได้จากผลคูณของความน่าจะเป็นที่เกิดเหตุการณ์ ($B[m,1,p[m,n]]$) กับผลรวมของ 1 และจำนวนผู้ใช้บริการโดยเฉลี่ยที่ประสบความสำเร็จในสล็อต

การจองถัดไป $(1+T[m-1,n-1,p[m-1,n-1]])$ เมื่อ 1 เป็นจำนวนผู้ใช้บริการโดยเฉลี่ยที่ประสบความสำเร็จที่เพิ่มขึ้นเพราะมีผู้ใช้บริการประสบความสำเร็จในการจอง 1 คน

$$B[m,1,p[m,n]]\cdot(1+T[m-1,n-1,p[m-1,n-1]]) \tag{3.49}$$

กรณี $x>1$: มีผู้ใช้บริการมากกว่าหนึ่งคนเข้าจอง จึงเกิดการชนกันทำให้ผู้ใช้บริการทั้ง x คน ไม่ประสบความสำเร็จในการจอง และในสล็อตการจองถัดไปมีจำนวนผู้ใช้บริการเหลือ $m-x$ คน ดังนั้นจำนวนผู้ใช้บริการโดยเฉลี่ยที่ประสบความสำเร็จของกรณีนี้หาได้จากผลคูณของความน่าจะเป็นที่เกิดเหตุการณ์ $(B[m,x,p[m,n]])$ กับจำนวนผู้ใช้บริการโดยเฉลี่ยที่ประสบความสำเร็จใน สล็อตการจองถัดไป $(T[m-x,n-1,p[m-x,n-1]])$

$$B[m,x,p[m,n]]\cdot T[m-x,n-1,p[m-x,n-1]] \tag{3.50}$$

ดังนั้นในระบบที่ผู้ใช้บริการสามารถปรับค่าความน่าจะเป็นในการส่งแพ็กเกตการจอง $p[m,n]$ ตามจำนวนผู้ใช้บริการและสล็อตการจองที่เหลืออยู่ในแต่ละสล็อตที่กำลังพิจารณา จะหาจำนวนผู้ใช้บริการโดยเฉลี่ยที่ประสบความสำเร็จด้วย Recursive Formula ในรูปของ $T[m,n,p[m,n]]$ ได้คือ

$$\begin{aligned} T[m,n,p[m,n]] &= B[m,0,p[m,n]]\cdot T[m,n-1,p[m,n-1]] \\ &\quad + B[m,1,p[m,n]]\cdot(1+T[m-1,n-1,p[m-1,n-1]]) \\ &\quad + \sum_{x=2}^{m} B[m,x,p[m,n]]\cdot T[m-x,n-1,p[m-x,n-1]] \\ &= B[m,1,p[m,n]]+\sum_{x=0}^{m} B[m,x,p[m,n]]\cdot T[m-x,n-1,p[m-x,n-1]] \end{aligned} \tag{3.51}$$

เมื่อเงื่อนไขขอบเขตของสมการ (3.51) คือ

$$T[m,0,p[m,0]]=T[0,n,p[0,n]]=0 \tag{3.52}$$

ค่าความน่าจะเป็นที่เหมาะสมในการส่งแพ็กเกตการจอง $(p_{COP}[m,n])$ ในเฟรมแต่ละเฟรมคือ ค่า $p[m,n]$ ที่ทำให้อนุพันธ์ของสมการ (3.51) เทียบกับ $p[m,n]$ เป็นศูนย์ ซึ่งค่า $p_{COP}[m,n]$ ที่ได้จะทำให้ได้จำนวนผู้ใช้บริการโดยเฉลี่ยที่ประสบความสำเร็จสูงสุด $(T_{COP}[m,n])$

ความแตกต่างของ Recursive Formula ของวิธี COP และวิธี CFP คือ ค่าความน่าจะเป็นในการส่งแพ็กเกตการจอง ซึ่งวิธี COP กำหนดให้เป็นค่าที่เปลี่ยนตามจำนวนผู้ใช้บริการ และ

จำนวนสล็อตการจองที่มีอยู่ ($p[m,n]$) แต่วิธี CFP กำหนดให้เป็นค่าคงที่ (p) ทุกสล็อตการจอง ในแต่ละเฟรม

3.5 เทคนิคการแบ่งกลุ่มย่อยอย่างสุ่ม

เทคนิคนี้เป็นการเทคนิคที่พัฒนาต่อจากเทคนิคทั้งสองที่ผ่านมา (หัวข้อ 3.3 และ 3.4) โดยที่แนวคิดของเทคนิคนี้ได้จากการสังเกตว่า จำนวนผู้ใช้บริการโดยเฉลี่ยที่ประสบความสำเร็จของระบบที่มีผู้ใช้บริการและสล็อตการจองจำนวนน้อย มีแนวโน้มที่ดีจะกว่าระบบที่มีผู้ใช้บริการและสล็อตการจองจำนวนมาก ด้วยสัดส่วนของจำนวนผู้ใช้บริการต่อสล็อตการจองที่เท่ากัน ด้วยเหตุนี้จึงคาดว่าจะได้รับประโยชน์จากการแบ่งจำนวนสล็อตการจองเป็นครึ่งหนึ่ง และแบ่งจำนวนผู้ใช้บริการเป็นสองกลุ่มด้วยวิธีสุ่ม เมื่อผู้ใช้บริการในกลุ่มแรกเข้าจองในครึ่งแรกของสล็อตการจองและผู้ใช้บริการที่เหลือเข้าจองในครึ่งหลัง การที่ผู้ใช้บริการจะตัดสินใจเข้าจองใน สล็อตการจองกลุ่มแรกหรือกลุ่มหลังนั้นทำโดยหลักการง่าย ๆ เหมือนกับการโยนเหรียญ ถ้าผู้ใช้บริการสามารถแบ่งกลุ่มได้อย่างสมบูรณ์คือ จำนวนผู้ใช้บริการในแต่ละกลุ่มมีขนาดเท่ากันสมรรถนะของระบบจะเพิ่มขึ้น อย่างไรก็ตาม การแบ่งกลุ่มผู้ใช้บริการเป็นลักษณะอย่างสุ่ม จึงไม่สามารถบอกได้ว่ารูปแบบของกลุ่มที่ได้จะเป็นอย่างไร ในกรณีที่เลวร้ายที่สุดเกิดเมื่อ ครึ่งหนึ่งของสล็อตการจองถูกเข้าจองด้วยผู้ใช้บริการทั้งหมด ขณะที่สล็อตการจองอีกครึ่งที่เหลือไม่มีผู้ใช้บริการเข้าจอง ภายใต้เงื่อนไขนี้สมรรถนะโดยรวมจะลดลงอย่างแน่นอน ดังนั้นความไม่แน่นอนของการแบ่งกลุ่มด้วยแนวคิดนี้จะส่งผลที่ดีขึ้นหรือเลวลงยังไม่สามารถตอบได้ เพื่อที่จะตอบปัญหานี้จึงเสนอวิธี 2 วิธีที่ใช้เทคนิคนี้ซึ่งจะทำให้เห็นว่าสมรรถนะของระบบที่ใช้เทคนิคนี้เป็นอย่างไร โดยจะกล่าวต่อไปในหัวข้อย่อยข้างล่าง เทคนิคที่กล่าวมานี้จะเรียกว่า “*เทคนิคการแบ่งกลุ่มย่อยอย่างสุ่ม*”

3.5.1 วิธี Cascade Optimal Probability with Split (COP+SPL)

วิธีนี้เป็นการพัฒนาต่อจากวิธี COP โดยจะใช้เทคนิคการแบ่งกลุ่มย่อยอย่างสุ่มเข้ามาช่วย ดังนั้นวิธีนี้กำหนดให้ผู้ใช้บริการทุกคนจะต้องทำการเลือกกลุ่มอย่างสุ่มหนึ่งกลุ่ม หลังจากนั้นผู้ใช้บริการในแต่ละกลุ่มจะเข้าจองสล็อตการจองที่มีอยู่ในแต่ละกลุ่มด้วยวิธี COP จะเรียกวิธีนี้ว่า “*Cascade Optimal Probability with Split*” **หรือ** "*COP+SPL*" การหาสมรรถนะของวิธี COP+SPL สามารถทำได้ดังนี้

กำหนดพารามิเตอร์ต่าง ๆ คือ

g แทนจำนวนกลุ่ม ดังนั้น $\frac{n}{g}$ คือ จำนวนสล็อตการจองในแต่ละกลุ่ม

$T_{COP+SPL}[m,n,g]$ แทนจำนวนผู้ใช้บริการโดยเฉลี่ยที่ประสบความสำเร็จของวิธี COP+SPL เมื่อระบบมีผู้ใช้บริการ m คน จำนวน สล็อตการจอง n สล็อต และแบ่งกลุ่มเป็น g กลุ่ม

y แทนจำนวนผู้ใช้บริการที่ตัดสินใจเข้าจองในกลุ่มใดกลุ่มหนึ่ง

เนื่องจากเพื่อความสะดวกในการคำนวณ การกำหนดจำนวนกลุ่ม (g) สามารถกำหนดเป็นเท่าไรก็ได้ แต่ต้องทำให้จำนวนสล็อตในแต่ละกลุ่ม $\frac{n}{g}$ เป็นจำนวนเต็ม โดยการวิเคราะห์หาจำนวนกลุ่มที่เหมาะสมจะแสดงให้เห็นในบทถัดไป

เหตุการณ์ที่เกิดขึ้นเมื่อใช้วิธี COP+SPL คือ ผู้ใช้บริการแต่ละคนจะต้องเลือกกลุ่มใดกลุ่มหนึ่งอย่างสุ่ม เมื่อกำหนดให้จำนวนกลุ่มที่ต้องการแบ่งมีค่าเท่ากับ g กลุ่ม ความน่าจะเป็นที่ผู้ใช้บริการแต่ละคนจะเลือกกลุ่มใดกลุ่มหนึ่งจึงมีค่าเท่ากับ $\frac{1}{g}$ ดังนั้นความน่าจะเป็นที่มีผู้ใช้บริการ y คนจากทั้งหมด m คนเลือกสุ่มเลือกกลุ่มเดียวกันคือ

$$\binom{g}{1}\cdot B\left[m,y,\frac{1}{g}\right] = g\cdot B\left[m,y,\frac{1}{g}\right] \tag{3.53}$$

หลังจากนั้นผู้ใช้บริการทั้ง y คนจะแข่งขันกันเข้าจอง ซึ่งจะมีจำนวนสล็อตการจองอยู่ $\frac{n}{g}$ สล็อตด้วยวิธี COP ดังนั้นจำนวนผู้ใช้บริการโดยเฉลี่ยที่ประสบความสำเร็จในเหตุการณ์นี้หาได้จากผลคูณของความน่าจะเป็นที่จะเกิดเหตุการณ์ ($g\cdot B\left[m,y,\frac{1}{g}\right]$) กับจำนวนผู้ใช้บริการโดยเฉลี่ยที่ประสบความสำเร็จ ($T\left[y,\frac{n}{g},p_{COP}\left[y,\frac{n}{g}\right]\right]$) คือ

$$g\cdot B\left[m,y,\frac{1}{g}\right]\cdot T\left[y,\frac{n}{g},p_{COP}\left[y,\frac{n}{g}\right]\right] \tag{3.54}$$

โดยที่ $p_{COP}\left[y,\frac{n}{g}\right]$ คือค่าความน่าจะเป็นในการจองช่องสัญญาณของวิธี COP เมื่อมีผู้ใช้บริการ y คน และจำนวนสล็อตการจอง $\frac{n}{g}$ สล็อต

เมื่อรวมจำนวนผู้ใช้บริการโดยเฉลี่ยที่ประสบความสำเร็จตามสมการ (3.54) สำหรับค่า y ในทุกกรณีที่เป็นไปได้ ($y=0,1,2,\dots,m$) จะหาจำนวนผู้ใช้บริการโดยเฉลี่ยที่ประสบความสำเร็จ $T_{COP+SPL}[m,n,g]$ สำหรับระบบมีผู้ใช้บริการ m คน จำนวน สล็อตการจอง n สล็อต และแบ่งกลุ่มเป็น g กลุ่ม ได้คือ

$$T_{COP+SPL}[m,n,g] = \sum_{y=0}^{m} g \cdot B\left[m,y,\frac{1}{g}\right] \cdot T\left[y,\frac{n}{g},p_{COP}\left[y,\frac{n}{g}\right]\right] \tag{3.55}$$

$$= \sum_{y=0}^{m} g \cdot B\left[m,y,\frac{1}{g}\right] \cdot T_{COP}\left[y,\frac{n}{g}\right]$$

3.5.2 วิธี Cascade Fixed Probability with Split (CFP+SPL)

เนื่องจากวิธีที่ผ่านมา COP+SPL เป็นวิธีที่ใช้เทคนิคการแบ่งกลุ่มย่อยอย่างสุ่มสำหรับระบบที่ผู้ใช้บริการสามารถปรับค่าความน่าจะเป็นในการส่งแพ็กเกตการจองได้ทุกสล็อตการจอง ระบบจะต้องทราบจำนวนผู้ใช้บริการที่เข้าจองในแต่ละกลุ่ม ในความเป็นจริงแล้วเป็นไปได้ยากหรือเป็นไปไม่ได้ที่สถานีฐานจะสามารถรู้จำนวนผู้ใช้บริการในแต่ละกลุ่มและยังต้องรู้จำนวนผู้ใช้บริการ ณ สล็อตใด ๆ ในแต่ละกลุ่ม ผู้วิจัยจึงได้เสนอวิธีใหม่ซึ่งใช้เทคนิคการแบ่งกลุ่มย่อยอย่างสุ่มสำหรับระบบที่ผู้ใช้บริการปรับค่าความน่าจะเป็นในการส่งแพ็กเกตการจองได้เพียงครั้งเดียวต่อเฟรม โดยผู้ใช้บริการทุกคนทุกกลุ่มทุกสล็อตจะใช้ค่าความน่าจะเป็นในการจองค่าเดียวกัน เราจะเรียกวิธีนี้ว่า *"Cascade Fixed Probability with Split"* หรือ *"CFP+SPL"* สำหรับการสมรรถนะของวิธีนี้รวมถึงค่าความน่าจะเป็นที่เหมาะสมในการส่งแพ็กเกตการจอง สามารถทำได้ดังนี้

กำหนดพารามิเตอร์ต่าง ๆ ดังนี้

$T[m,n,g,p]$ แทนจำนวนผู้ใช้บริการโดยเฉลี่ยที่ประสบความสำเร็จ เมื่อระบบมีผู้ใช้บริการ m คน จำนวนสล็อตการจอง n สล็อต แบ่งกลุ่มเป็น g กลุ่ม และผู้ใช้บริการตัดสินใจเข้าจองด้วยค่าความน่าจะเป็น p

$T_{CFP+SPL}[m,n,g]$ แทนจำนวนผู้ใช้บริการโดยเฉลี่ยที่ประสบความสำเร็จของวิธี CFP+SPL เมื่อระบบมีผู้ใช้บริการ m คน จำนวนสล็อตการจอง n สล็อต และแบ่งกลุ่มเป็น g กลุ่ม

$p_{CFP+SPL}[m,n,g]$ แทนค่าความน่าจะเป็นที่เหมาะสมในการส่งแพ็กเกตการจองของวิธี CFP+SPL เมื่อระบบมีจำนวนผู้ใช้บริการ m คน จำนวนสล็อตการจอง n สล็อต และแบ่งกลุ่มเป็น g กลุ่ม

เหตุการณ์ที่เกิดขึ้นเมื่อใช้วิธี CFP+SPL จะคล้ายกับวิธี COP+SPL คือ ผู้ใช้บริการแต่ละคนจะต้องเลือกกลุ่มใดกลุ่มหนึ่งอย่างสุ่ม เมื่อกำหนดให้จำนวนกลุ่มที่ต้องการแบ่งมีค่าเท่ากับ g กลุ่ม ความน่าจะเป็นที่ผู้ใช้บริการแต่ละคนจะเลือกกลุ่มใดกลุ่มหนึ่งจึงมีค่าเท่ากับ $\frac{1}{g}$ ดังนั้นความน่าจะเป็นที่มีผู้ใช้บริการ y คนจากทั้งหมด m คนเลือกสุ่มเลือกกลุ่มเดียวกันคือ

$$\binom{g}{1} \cdot B\left[m,y,\frac{1}{g}\right] = g \cdot B\left[m,y,\frac{1}{g}\right] \tag{3.56}$$

หลังจากนั้นผู้ใช้บริการทั้ง y คนจะแข่งขันกันเข้าจอง ซึ่งจะมีจำนวนสล็อตการจองอยู่ $\frac{n}{g}$ สล็อต ดังนั้นจำนวนผู้ใช้บริการโดยเฉลี่ยที่ประสบความสำเร็จในเหตุการณ์นี้หาได้จากผลคูณของความน่าจะเป็นที่จะเกิดเหตุการณ์ ($g \cdot B\left[m, y, \frac{1}{g}\right]$) กับจำนวนผู้ใช้บริการโดยเฉลี่ยที่ประสบความสำเร็จ ($T\left[y, \frac{n}{g}, p\right]$) เมื่อผู้ใช้บริการแต่ละคนตัดสินใจเข้าจองด้วยความน่าจะเป็น p คือ

$$g \cdot B\left[m, y, \frac{1}{g}\right] \cdot T\left[y, \frac{n}{g}, p\right] \tag{3.57}$$

โดย $T\left[y, \frac{n}{g}, p\right]$ หาได้เหมือนกับวิธี CFP ตามสมการ (3.41) และ (3.42)

เมื่อรวมจำนวนผู้ใช้บริการโดยเฉลี่ยที่ประสบความสำเร็จตามสมการ (3.57) สำหรับค่า y ในทุกกรณีที่เป็นไปได้ ($y = 0, 1, 2, \ldots, m$) จะหาจำนวนผู้ใช้บริการโดยเฉลี่ยที่ประสบความสำเร็จ $T[m, n, g, p]$ สำหรับระบบที่มีผู้ใช้บริการ m คน จำนวน สล็อตการจอง n สล็อต แบ่งกลุ่มเป็น g กลุ่ม และผู้ใช้บริการตัดสินใจเข้าจองด้วยค่าความน่าจะเป็น p ได้คือ

$$\begin{aligned} T[m, n, g, p] &= \sum_{y=0}^{m} g \cdot B\left[m, y, \frac{1}{g}\right] \cdot T\left[y, \frac{n}{g}, p\right] \qquad (3.58) \\ &= \sum_{y=0}^{m} g \cdot B\left[m, y, \frac{1}{g}\right] \cdot \left(B[y, 1, p] + \sum_{x=0}^{y} B[y, x, p] \cdot T\left[y - x, \frac{n}{g} - 1, p\right] \right) \end{aligned}$$

ค่าความน่าจะเป็นที่เหมาะสมในการส่งแพ็กเกตการจอง ($p_{CFP+SPL}[m, n, g]$) ในเฟรมแต่ละเฟรมคือ ค่า p ที่ทำให้อนุพันธ์ของสมการ (3.58) เทียบกับ p เป็นศูนย์ ซึ่งค่า $p_{CFP+SPL}[m, n, g]$ ที่ได้จะทำให้ได้จำนวนผู้ใช้บริการโดยเฉลี่ยสูงสุดที่ประสบความสำเร็จ ($T_{CFP+SPL}[m, n, g]$)

3.6 เทคนิคการเลือกสล็อตการจองอย่างสุ่ม

วิธีก่อนหน้า 3 วิธี CFP, CAP, และ COP มีข้อกำหนดที่สำคัญอย่างหนึ่งร่วมกันคือ ผู้ใช้บริการจะเข้าจองสล็อตการจองเรียงตามลำดับสล็อตจากสล็อตแรกถึงสล็อตสุดท้าย รวมถึงวิธี COP+SPL และ CFP+SPL ในกรณีที่จำนวนสล็อตในแต่ละกลุ่มมากกว่าหนึ่ง ($\frac{n}{g}>1$) ก็กำหนดให้ผู้ใช้บริการในแต่ละกลุ่มเข้าจองสล็อตเรียงตามลำดับสล็อตในกลุ่ม เช่นกัน ซึ่งการจองเรียงตามลำดับสล็อตเป็นขั้นตอนควบคุมการเข้าถึงที่งานวิจัยส่วนใหญ่ในอดีตได้เสนอ วิธีในอดีตที่ใช้เทคนิคนี้จะกำหนดให้ผู้ใช้บริการสามารถเข้าจองในสล็อตการจองแต่ละสล็อตได้เรื่อย ๆ เรียงตามลำดับสล็อตจนกว่าจะประสบความสำเร็จในสล็อตใดสล็อตหนึ่ง เมื่อผู้ใช้บริการทราบผลการจองในแต่ละสล็อตทันที ดังนั้นผู้ใช้ที่ไม่ประสบความสำเร็จก็จะเข้าจองในสล็อตถัดไป นั่นคือผู้ใช้บริการสามารถตัดสินใจเข้าจองได้มากกว่าหนึ่งครั้งในแต่ละเฟรม แต่ในระบบสื่อสารไร้สายความเร็วสูง ผู้ใช้บริการไม่สามารถได้รับโอกาสนี้ คือ ผู้ใช้บริการเข้าจองพยายามเข้าจองได้เพียงครั้งเดียวในแต่ละเฟรม ภายใต้เงื่อนไขนี้เทคนิคการจองโดยพิจารณาลำดับของสล็อตอาจไม่ใช่เทคนิคที่เหมาะสมที่สุด ผู้ใช้บริการไม่จำเป็นต้องพิจารณาเรียงตามลำดับสล็อต ผู้ใช้บริการสามารถใช้เทคนิคง่าย ๆ ในการจองสล็อตโดยเลือกที่จะเข้าจองในสล็อตการจองสล็อตใดสล็อตหนึ่ง ซึ่งจะไม่ขึ้นกับการตัดสินใจของผู้ใช้บริการคนอื่น ดังนั้นจะเรียกเทคนิคนี้ว่า "*เทคนิคการเลือกสล็อตการจองอย่างสุ่ม*"

3.6.1 วิธี Uniform (UNI)

วิธีนี้เป็นวิธีที่ใช้เทคนิคการเลือกสล็อตการจองอย่างสุ่ม โดยกำหนดให้ผู้ใช้บริการทั้งหมด ณ เวลาเริ่มต้นของแต่ละเฟรม สุ่มเลือกสล็อตการจองสล็อตใดสล็อตหนึ่ง หลังจากจบช่วงการจองในแต่ละเฟรมสถานีฐานจะตรวจสอบผลการจองและจัดสรรสล็อตข่าวสารให้ผู้ใช้บริการผ่านทางช่องสัญญาณขาลง ผู้ใช้บริการที่ไม่ประสบความสำเร็จจะสุ่มเลือกสล็อตการจองในเฟรมถัดไป จะเห็นได้ว่าวิธีนี้มีคุณสมบัติที่น่าสนใจหลายอย่าง อย่างแรกคือ ระบบไม่จำเป็นต้องรู้จำนวนผู้ใช้บริการ ณ เวลาเริ่มต้นของแต่ละเฟรม อย่างที่สองคือ วิธีทั้งหมดที่ได้นำเสนอก่อนหน้า สล็อตการจองแรก ๆ จะต้องรองรับความต้องการการเข้าจองมากกว่าสล็อตท้าย ๆ แต่ด้วยวิธีนี้จะทำให้สล็อตการจองทุกสล็อตรองรับความต้องการการเข้าจองเท่าเทียมกัน (Uniform) ดังนั้นจะเรียกวิธีนี้ว่า "*Uniform*" หรือ "*UNI*" สำหรับการคำนวณหาจำนวนผู้ใช้บริการโดยเฉลี่ยที่ประสบความสำเร็จของระบบสามารถทำได้ดังนี้

กำหนดพารามิเตอร์ที่ใช้คือ

$T_{UNI}[m,n]$ แทนจำนวนผู้ใช้บริการโดยเฉลี่ยที่ประสบความสำเร็จของวิธี UNI เมื่อระบบมีผู้ใช้บริการ m คน และจำนวนสล็อตการจอง n สล็อต

เนื่องจากวิธีนี้ผู้ใช้บริการแต่ละคนจะต้องเลือกสล็อตการจองสล็อตใดสล็อตหนึ่ง ดังนั้นเมื่อมองเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นในสล็อตการจองใดสล็อตหนึ่งจากที่มีอยู่ n สล็อต พบว่าผู้ใช้บริการแต่ละคนจะตัดสินเข้าจองในสล็อตที่กำลังพิจารณานี้ด้วยความน่าจะเป็นเท่ากับ $\frac{1}{n}$ เมื่อพิจารณาสล็อตการจองนี้จะมีเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นได้ 3 เหตุการณ์คือ

กรณี $x=0$: ไม่มีผู้ใช้บริการคนใดเลยเข้าจอง สล็อตการจองจะอยู่ในสถานะว่าง นั่นหมายความว่าผู้ใช้บริการทั้งหมด m คนจะต้องสุ่มเข้าจองในสล็อตที่เหลือซึ่งมีอยู่ $n-1$ สล็อต ดังนั้นจำนวนผู้ใช้บริการโดยเฉลี่ยที่ประสบความสำเร็จของกรณีนี้หาได้จากผลคูณของความน่าจะเป็นที่เกิดเหตุการณ์ ($B\left[m,0,\frac{1}{n}\right]$) กับจำนวนผู้ใช้บริการโดยเฉลี่ยที่ประสบความสำเร็จเมื่อมีผู้ใช้บริการ m คน และสล็อตการจอง $n-1$ สล็อต ($T_{UNI}[m,n-1]$)

$$B\left[m,0,\frac{1}{n}\right]\cdot T_{UNI}[m,n-1] \tag{3.59}$$

กรณี $x=1$: มีผู้ใช้บริการเพียงคนเดียวเข้าจอง ผู้ใช้บริการจะประสบความสำเร็จในการจอง นั่นหมายความว่าผู้ใช้บริการ $m-1$ คนจะต้องสุ่มเข้าจองในสล็อตที่เหลือซึ่งมีอยู่ $n-1$ สล็อต ดังนั้นจำนวนผู้ใช้บริการโดยเฉลี่ยที่ประสบความสำเร็จของกรณีนี้หาได้จากผลคูณของความน่าจะเป็นที่เกิดเหตุการณ์ ($B\left[m,1,\frac{1}{n}\right]$) กับผลรวมของ 1 และจำนวนผู้ใช้บริการโดยเฉลี่ยที่ประสบความสำเร็จเมื่อมีผู้ใช้บริการ $m-1$ คน สล็อตการจอง $n-1$ สล็อต ($1+T_{UNI}[m-1,n-1]$)

$$B\left[m,1,\frac{1}{n}\right]\cdot\left(1+T_{UNI}[m-1,n-1]\right) \tag{3.60}$$

กรณี $x>1$: มีผู้ใช้บริการมากกว่าหนึ่งคนเข้าจอง จึงเกิดการชนกันทำให้ผู้ใช้บริการทั้ง x คนไม่ประสบความสำเร็จในการจอง นั่นหมายความว่าผู้ใช้บริการ $m-x$ คนจะต้องสุ่มเข้าจองในสล็อตที่เหลือซึ่งมีอยู่ $n-1$ สล็อต ดังนั้นจำนวนผู้ใช้บริการโดยเฉลี่ยที่ประสบความสำเร็จของกรณีนี้ หาได้จากผลคูณของความน่าจะเป็นที่เกิดเหตุการณ์ ($B\left[m,x,\frac{1}{n}\right]$) กับจำนวนผู้ใช้บริการโดยเฉลี่ยที่ประสบความสำเร็จเมื่อมีผู้ใช้บริการ $m-x$ คน และสล็อตการจอง $n-1$ สล็อต ($T_{UNI}[m-x,n-1]$)

$$B\left[m, x, \frac{1}{n}\right] \cdot T_{UNI}[m - x, n - 1] \tag{3.61}$$

ดังนั้นในระบบที่มีผู้ใช้บริการ m คน จำนวนสล็อตการจอง n สล็อต และผู้ใช้บริการแต่ละคนสุ่มเลือกสล็อตที่ต้องการจองหนึ่งสล็อต จะหาจำนวนผู้ใช้บริการโดยเฉลี่ยที่ประสบความสำเร็จ $T_{UNI}[m, n]$ ซึ่งจะอยู่ในรูป Recursive Formula ได้คือ

$$\begin{aligned} T_{UNI}[m, n] &= B\left[m, 0, \frac{1}{n}\right] \cdot T_{UNI}[m, n - 1] \\ &\quad + B\left[m, 1, \frac{1}{n}\right] \cdot \left(1 + T_{UNI}[m - 1, n - 1]\right) \\ &\quad + \sum_{x=2}^{m} B\left[m, x, \frac{1}{n}\right] \cdot T_{UNI}[m - x, n - 1] \\ &= B\left[m, 1, \frac{1}{n}\right] + \sum_{x=0}^{m} B\left[m, x, \frac{1}{n}\right] \cdot T_{UNI}[m - x, n - 1] \end{aligned} \tag{3.62}$$

เมื่อเงื่อนไขขอบเขตของสมการ (3.62) คือ

$$T_{UNI}[m, 0] = T_{UNI}[0, n] = 0 \tag{3.63}$$

3.7 เทคนิคการจำกัดจำนวนผู้ใช้บริการ

เนื่องจากวิธี UNI เป็นวิธีที่ไม่คำนึงถึงจำนวนผู้ใช้บริการที่มีอยู่ ดังนั้นสมรรถนะของระบบจะลดลงเมื่อจำนวนผู้ใช้บริการมีมากกว่าจำนวนสล็อตการจองอยู่มาก ($\frac{m}{n} >> 1$) ทั้งนี้เป็นเพราะว่า ผู้ใช้บริการจะต้องเลือกสล็อตการจอง 1 สล็อต จึงหลีกเลี่ยงการชนกันได้ยาก ตัวอย่างเช่นถ้ามีสล็อตการจองเพียง 2 สล็อต แต่มีผู้ใช้บริการที่ต้องการจองอยู่ 10 คน ผลการจองในสภาวะเช่นนี้แทบจะต้องเกิดการชนกันในสล็อตทั้งสองเสมอ การที่ผู้ใช้บริการประสบความสำเร็จมีได้เพียงกรณีเดียวและเป็นไปได้ด้วยโอกาสที่น้อยมากคือ ผู้ใช้บริการทั้ง 9 คนเข้าจองในสล็อตหนึ่งและผู้ใช้บริการอีกคนหนึ่งเข้าจองในอีกสล็อตหนึ่ง จำนวนผู้ใช้บริการที่ประสบความสำเร็จจึงมีได้อย่างมากที่สุดเพียง 1 คน ดังนั้นชัดเจนว่าวิธี UNI จะไม่มีประสิทธิภาพในสถานการณ์นี้ เพื่อที่จะไม่ให้เกิดเหตุการณ์เช่นนี้จำเป็นต้องหาอะไรบางอย่างมาจำกัดจำนวนผู้ใช้บริการที่ตัดสินใจเข้าจอง (Limited Access) คงเป็นการดีถ้าผู้ใช้บริการส่วนใหญ่ไม่เข้าจอง ดังนั้นผู้วิจัยจึงเสนอเทคนิคเพื่อแก้ปัญหานี้โดยผู้ใช้บริการจะต้องตัดสินใจก่อนว่าจะเข้าจองในช่วงการจองที่กำลังพิจารณาหรือไม่ด้วยค่าความน่าจะเป็น (p) ค่าหนึ่ง ขอเรียกเทคนิคนี้ว่า "*เทคนิคการจำกัดจำนวนผู้ใช้บริการ*" สำหรับค่า p ที่เหมาะสมจะกำหนดจากจำนวนผู้ใช้บริการและจำนวนสล็อตการจองที่มีอยู่

3.7.1 วิธี Uniform with Limited Access (UNI+LA)

วิธีนี้เป็นวิธีที่พัฒนาต่อจากวิธี UNI โดยใช้เทคนิคการจำกัดจำนวนผู้ใช้บริการเข้ามาช่วยเพื่อแก้ไขปัญหาที่จะเกิดขึ้นของวิธี UNI ในกรณีที่มีผู้ใช้บริการมากเกินไป วิธีนี้กำหนดให้ผู้ใช้บริการแต่ละคนตัดสินใจว่าจะเข้าจองในช่วงการจองที่กำลังพิจารณาหรือไม่ด้วยค่าความน่าจะเป็น p ถ้าผู้ใช้บริการตัดสินใจที่จะไม่เข้าจองจะไม่ทำอะไรและจะคอยจนถึงช่วงการจองในเฟรมถัดไป แต่ถ้าผู้ใช้ตัดสินเข้าจองผู้ใช้บริการจะดำเนินการต่อไปเหมือนกับวิธี UNI จะเรียกวิธีที่กล่าวมานี้ว่า "*Uniform with Limited Access*" หรือ "*UNI+LA*" เนื่องจากค่า p เป็นค่าที่สำคัญต่อสมรรถนะของระบบจึงจำเป็นที่จะต้องใช้ค่าที่เหมาะสม การหาสมรรถนะของวิธีนี้และค่า p ที่เหมาะสมในแต่ละเฟรมสามารถทำได้ดังนี้

กำหนดพารามิเตอร์ต่าง ๆ คือ

p แทนค่าความน่าจะเป็นในการตัดสินใจเข้าจองของผู้ใช้บริการในช่วงการจองที่กำลังพิจารณา (ณ เฟรมที่กำลังพิจารณา)

$T[m,n,p]$ แทนจำนวนผู้ใช้บริการโดยเฉลี่ยที่ประสบความสำเร็จ เมื่อระบบมีผู้ใช้บริการ m คน จำนวนสล็อตการจอง n สล็อต และผู้ใช้บริการแต่ละคนตัดสินใจว่าจะเข้าจอง ณ ช่วงการจองที่กำลังพิจารณาด้วยค่าความน่าจะเป็น p

$T_{UNI+LA}[m,n]$ แทนจำนวนผู้ใช้บริการโดยเฉลี่ยที่ประสบความสำเร็จของวิธี UNI+LA เมื่อระบบมีผู้ใช้บริการ m คน และจำนวนสล็อตการจอง n สล็อต

$p_{UNI+LA}[m,n]$ แทนค่าความน่าจะเป็นที่เหมาะสมในการจำกัดจำนวนของผู้ใช้บริการด้วยวิธี UNI+LA เมื่อระบบมีผู้ใช้บริการ m คน และจำนวนสล็อตการจอง n สล็อต

เหตุการณ์ที่เกิดเมื่อใช้วิธีนี้คือ ผู้ใช้บริการแต่ละคนจะต้องตัดสินใจว่าจะเข้าจองหรือไม่เข้าจองในช่วงการจองที่กำลังพิจารณา ดังนั้นความน่าจะเป็นที่มีผู้ใช้บริการ y คนจากทั้งหมด m คนตัดสินใจเข้าจองคือ

$$B[m,y,p] \tag{3.64}$$

หลังจากนั้นผู้ใช้บริการทั้ง y คนจะสุ่มเข้าจองในสล็อตการจองสล็อตใดสล็อตหนึ่งจากทั้งหมด n สล็อต ดังนั้นจำนวนผู้ใช้บริการโดยเฉลี่ยที่ประสบความสำเร็จในเหตุการณ์นี้หาได้จากผลคูณความน่าจะเป็นที่จะเกิดเหตุการณ์ ($B[m,y,p]$) กับจำนวนผู้ใช้บริการโดยเฉลี่ยที่ประสบความสำเร็จที่ได้จากวิธี UNI ($T_{UNI}[y,n]$) คือ

$$B[m,y,p]\cdot T_{UNI}[y,n] \tag{3.65}$$

เมื่อรวมจำนวนผู้ใช้บริการโดยเฉลี่ยที่ประสบความสำเร็จตามสมการ (3.65) สำหรับค่า y ในทุกกรณีที่เป็นไปได้ ($y=0,1,2,\ldots,m$) จะหาจำนวนผู้ใช้บริการโดยเฉลี่ยที่ประสบความสำเร็จ ($T[m,n,p]$) สำหรับระบบที่มีผู้ใช้บริการ m คน จำนวนสล็อตการจอง n สล็อต และผู้ใช้บริการแต่ละคนตัดสินใจว่าจะเข้าจอง ณ ช่วงการจองที่กำลังพิจารณาด้วยค่าความน่าจะเป็น p ได้คือ

$$T[m,n,p] = \sum_{y=0}^{m} B[m,y,p]\cdot T_{UNI}[y,n] \tag{3.66}$$

เมื่อ $T_{UNI}[y,n]$ หาได้จากสมการ (3.62) และ (3.63)

ค่าความน่าจะเป็นที่เหมาะสมในการจำกัดจำนวนผู้ใช้บริการ ($p_{UNI+LA}[m,n]$) คือ ค่า p ที่ทำให้อนุพันธ์ของสมการ (3.66) เทียบกับ p เป็นศูนย์ ซึ่งค่า $p_{UNI+LA}[m,n]$ ที่ได้จะทำให้ได้จำนวนผู้ใช้บริการโดยเฉลี่ยสูงสุดที่ประสบความสำเร็จ ($T_{UNI+LA}[m,n]$)

3.8 การประยุกต์ใช้วิธีที่เคยถูกนำเสนอ

เนื่องจากวิธีที่เคยถูกนำเสนอ 2 วิธีที่ได้กล่าวมาในบทที่ 2 คือ วิธี Pseudo-Bayesian และ Exponential Backoff ต่างเป็นวิธีที่ถูกเสนอขึ้นเพื่อใช้กับระบบที่สามารถละเลยผลของเวลาประวิงการแพร่กระจายครบรอบ นั่นหมายความว่าต้องเป็นระบบสื่อสารความเร็วต่ำ แต่ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นการนำเสนอเทคนิคการจองในระบบสื่อสารความเร็วสูง ดังนั้นเมื่อจะนำวิธีทั้งสองข้างต้นมาใช้กับระบบที่กำหนดเราจะต้องประยุกต์วิธีทั้งสองก่อน วิธีทั้งสองได้กำหนดว่าผู้ใช้บริการที่เข้าจองในสล็อตการจองสล็อตใดสล็อตหนึ่งจะทราบผลการจองภายในสล็อตนั้นและถ้าผู้ใช้บริการไม่ประสบความสำเร็จในการจอง จะสามารถเข้าจองในสล็อตการจองถัดไปได้ทันทีซึ่งไม่สามารถทำเช่นนี้ได้ในระบบสื่อสารความเร็วสูง ดังนั้นจะกำหนดให้ผู้ใช้บริการแต่ละคนสามารถเข้าจองได้เพียงครั้งในหนึ่งเฟรม เพราะผู้ใช้บริการไม่สามารถทราบผลการจองได้ทันภายในช่วงการจอง การวิเคราะห์หาสมรรถนะของวิธีทั้งสองบนข้อกำหนดดังกล่าวจะถูกแสดงให้เห็นในหัวข้อย่อยข้างล่างนี้

3.8.1 วิธี Applied Pseudo Bayesian (APB)

เมื่อประยุกต์วิธี Pseudo-Bayesian กับระบบข้อกำหนดดังกล่าวข้างต้นและกำหนดให้ผู้ใช้บริการสามารถปรับค่าความน่าจะเป็นในการส่งแพ็กเกตการจองได้ทุกสล็อต (เทคนิคการใช้ค่าความน่าจะเป็นแบบปรับค่าได้) จะทำให้ผู้ใช้บริการแต่ละคนเข้าจองในสล็อตการจองแต่ละสล็อตด้วยค่าความน่าจะเป็นในการส่งแพ็กเกตที่เท่ากันและเท่ากับ $1/m$ เมื่อ m เป็นจำนวนผู้ใช้บริการ ณ สล็อตการจองที่กำลังพิจารณา เป็นเพราะว่าจากสมการ (2.2) และ (2.3) กล่าวคือเนื่องจากในวิทยานิพนธ์นี้กำหนดให้สถานีฐานสามารถรู้จำนวนผู้ใช้บริการที่ต้องการเข้าจอง ดังนั้นตามสมการที่ (2.2) ค่าความน่าจะเป็นในการส่งแพ็กเกตการจองจะเท่ากับ $1/m$ นั้นเอง โดยสมการที่ (2.3) จะไม่ได้พิจารณา เพราะสมการนี้เป็นสมการเพื่อการประมาณจำนวนผู้ใช้บริการ นอกจากนี้สมการ (2.3) ยังเป็นสมการที่ได้มาจากการสมมติว่าทราฟฟิกของระบบที่เข้ามาเป็นแบบ Poisson Distribution ในวิทยานิพนธ์นี้ไม่กำหนดถึงพฤติกรรมของทราฟฟิก (จำนวนผู้ใช้บริการ) ที่เข้ามาว่าจะต้องเป็นแบบใด แต่ขอเพียงให้สถานีฐานสามารถรู้จำนวนผู้ใช้บริการได้ก็พอเพียงแล้ว ดังนั้นเพื่อความไม่สับสนกับวิธี Pseudo-Bayesian แบบที่เคยถูกเสนอ จะเรียกวิธีนี้เสียใหม่ว่า "*Applied Pseudo Bayesian*" หรือ "*APB*"

กำหนดพารามิเตอร์ที่ใช้คือ

$T_{APB}[m,n]$ แทนจำนวนผู้ใช้บริการโดยเฉลี่ยที่ประสบความสำเร็จของวิธี APB เมื่อระบบมีผู้ใช้บริการ m คน และจำนวนสล็อตการจอง n สล็อต

พิจารณาสล็อตการจองแรกจะมีเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นได้ 3 เหตุการณ์คือ

กรณี $x = 0$: ไม่มีผู้ใช้บริการคนใดเลยเข้าจอง สล็อตการจองจะอยู่ในสถานะว่าง และในสล็อตการจองถัดไปมีผู้ใช้บริการเหลืออยู่เท่าเดิม m คน ดังนั้นจำนวนผู้ใช้บริการโดยเฉลี่ยที่ประสบความสำเร็จของกรณีนี้หาได้จากผลคูณของความน่าจะเป็นที่เกิดเหตุการณ์ ($B\left[m,0,\frac{1}{m}\right]$) กับจำนวนผู้ใช้บริการโดยเฉลี่ยที่ประสบความสำเร็จในสล็อตการจองถัดไป ($T_{APB}[m,n-1]$)

$$B\left[m,0,\frac{1}{m}\right]\cdot T_{APB}[m,n\text{-}1] \tag{3.67}$$

กรณี $x = 1$: มีผู้ใช้บริการเพียงคนเดียวเข้าจอง ผู้ใช้บริการจะประสบความสำเร็จในการจอง และในสล็อตการจองถัดไปมีจำนวนผู้ใช้บริการเหลือ $m-1$ คน ดังนั้นจำนวนผู้ใช้บริการโดยเฉลี่ยที่ประสบความสำเร็จของกรณีนี้หาได้จากผลคูณของความน่าจะเป็นที่เกิดเหตุการณ์ ($B\left[m,1,\frac{1}{m}\right]$) กับผลรวมของ 1 และจำนวนผู้ใช้บริการโดยเฉลี่ยที่ประสบความสำเร็จในสล็อตการจองถัดไป $(1+T_{PB}[m\text{-}1,n\text{-}1])$ เมื่อ 1 เป็นจำนวนผู้ใช้บริการโดยเฉลี่ยที่ประสบความสำเร็จที่เพิ่มขึ้นเพราะมีผู้ใช้บริการประสบความสำเร็จในการจอง 1 คน

$$B\left[m,1,\frac{1}{m}\right]\cdot\left(1+T_{APB}[m\text{-}1,n\text{-}1]\right) \tag{3.68}$$

กรณี $x > 1$: มีผู้ใช้บริการมากกว่าหนึ่งคนเข้าจอง จึงเกิดการชนกันทำให้ผู้ใช้บริการทั้ง x คนไม่ประสบความสำเร็จในการจอง และในสล็อตการจองถัดไปมีจำนวนผู้ใช้บริการเหลือ $m-x$ คน ดังนั้นจำนวนผู้ใช้บริการโดยเฉลี่ยที่ประสบความสำเร็จของกรณีนี้หาได้จากผลคูณของความน่าจะเป็นที่เกิดเหตุการณ์ ($B\left[m,x,\frac{1}{m}\right]$) กับจำนวนผู้ใช้บริการโดยเฉลี่ยที่ประสบความสำเร็จในสล็อตการจองถัดไป ($T_{APB}[m\text{-}x,n\text{-}1]$)

$$B\left[m,x,\frac{1}{m}\right]\cdot T_{APB}[m\text{-}x,n\text{-}1] \tag{3.69}$$

ดังนั้นจำนวนผู้ใช้บริการโดยเฉลี่ยที่ประสบความสำเร็จ ($T_{APB}[m,n]$) ของวิธีนี้สามารถหาได้คือ

$$T_{APB}[m,n] = B\left[m,0,\frac{1}{m}\right]\cdot T_{APB}[m,n\text{-}1] \tag{3.70}$$

$$+\ B\left[m,1,\frac{1}{m}\right]\cdot\left(1+T_{APB}[m\text{-}1,n\text{-}1]\right)$$

$$+\ \sum_{x=2}^{m} B\left[m,x,\frac{1}{m}\right]\cdot T_{APB}[m\text{-}x,n\text{-}1]$$

$$=\ B\left[m,1,\frac{1}{m}\right]+\sum_{x=0}^{m} B\left[m,x,\frac{1}{m}\right]\cdot T_{APB}[m\text{-}x,n\text{-}1]$$

เมื่อเงื่อนไขขอบเขตของสมการ (3.70) คือ

$$T_{APB}[m,0] = T_{APB}[0,n] = 0 \tag{3.71}$$

3.8.2 วิธี Applied Exponential Backoff (AEB)

เนื่องจากวิธี Exponential Backoff เป็นวิธีที่จะทำการปรับค่าความน่าจะเป็นในการส่งแพ็กเกตการจอง (p) ด้วยสถานะที่เกิดขึ้นในสล็อตการจองก่อนหน้า ดังนั้นวิธีประยุกต์ของ Exponential Backoff กำหนดให้ผู้ใช้บริการแต่ละคนเข้าจองช่องสัญญาณได้เพียงคนละหนึ่งครั้งในแต่ละเฟรม แต่ผู้ใช้บริการสามารถปรับค่าความน่าจะเป็นในการส่งแพ็กเกตการจองได้ (เทคนิคการใช้ค่าความน่าจะเป็นแบบปรับค่าได้) โดยการปรับค่าความน่าจะเป็นในการส่งแพ็กเกตเป็นไปตามเงื่อนไขของวิธี Exponential Backoff คือเมื่อสล็อตการจองก่อนหน้ามีสถานะว่าง สถานะประสบความสำเร็จ และสถานะการชน ค่า p ในสล็อตการจองถัดไปจะเพิ่มขึ้น q เท่า, คงที่, และลดลง q เท่า ตามลำดับ แต่อย่างไรก็ตามสำหรับกรณีที่มีการเพิ่มค่า p เมื่อเพิ่มแล้วจะต้องไม่เกิน 1 เพื่อไม่ให้สับสนจึงขอเรียกวิธีตามเงื่อนไขข้างต้นว่า "*Applied Exponential Backoff*" หรือ "*AEB*" การหาสมรรถนะของวิธี AEB สามารถทำได้ดังนี้

กำหนดพารามิเตอร์ที่ใช้คือ

$T_{AEB}[m,n,p]$ แทนจำนวนผู้ใช้บริการโดยเฉลี่ยที่ประสบความสำเร็จของวิธี AEB เมื่อระบบมีผู้ใช้บริการ m คน จำนวน สล็อตการจอง n สล็อต และผู้ใช้บริการตัดสินใจเข้าจอง ณ สล็อตการจองที่กำลังพิจารณาด้วยค่าความน่าจะเป็น p

พิจารณาสล็อตการจองแรกจะมีเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นได้ 3 เหตุการณ์คือ

กรณี $x = 0$: ไม่มีผู้ใช้บริการคนใดเลยเข้าจอง สล็อตการจองจะอยู่ในสถานะว่าง และในสล็อตการจองถัดไปมีผู้ใช้บริการเหลืออยู่เท่าเดิม m คน ดังนั้นจำนวนผู้ใช้บริการโดยเฉลี่ยที่ประสบความสำเร็จของกรณีนี้หาได้จากผลคูณของความน่าจะเป็นที่เกิดเหตุการณ์ ($B[m,0,p]$) กับจำนวนผู้ใช้บริการโดยเฉลี่ยที่ประสบความสำเร็จในสล็อตการจองถัดไป ($T_{AEB}[m,n\text{-}1,\min\{1,q\cdot p\}]$)

$$B[m,0,p]\cdot T_{AEB}[m,n\text{-}1,\min\{1,q\cdot p\}] \qquad (3.72)$$

กรณี $x = 1$: มีผู้ใช้บริการเพียงคนเดียวเข้าจอง ผู้ใช้บริการจะประสบความสำเร็จในการจอง และในสล็อตการจองถัดไปมีจำนวนผู้ใช้บริการเหลือ $m-1$ คน ดังนั้นจำนวนผู้ใช้บริการโดยเฉลี่ยที่ประสบความสำเร็จของกรณีนี้หาได้จากผลคูณของความน่าจะเป็นที่เกิดเหตุการณ์ ($B[m,1,p]$) กับผลรวมของ 1 และจำนวนผู้ใช้บริการโดยเฉลี่ยที่ประสบความสำเร็จในสล็อตการจองถัดไป

$\left(1+T_{AEB}[m\text{-}1,n\text{-}1,p]\right)$ เมื่อ 1 เป็นจำนวนผู้ใช้บริการโดยเฉลี่ยที่ประสบความสำเร็จที่เพิ่มขึ้นเพราะมีผู้ใช้บริการประสบความสำเร็จในการจอง 1 คน

$$B[m,1,p]\cdot\left(1+T_{AEB}[m\text{-}1,n\text{-}1,p]\right) \tag{3.73}$$

กรณี $x>1$: มีผู้ใช้บริการมากกว่าหนึ่งคนเข้าจอง จึงเกิดการชนกันทำให้ผู้ใช้บริการทั้ง x คนไม่ประสบความสำเร็จในการจอง และในสล็อตการจองถัดไปมีจำนวนผู้ใช้บริการเหลือ $m-x$ คน ดังนั้นจำนวนผู้ใช้บริการโดยเฉลี่ยที่ประสบความสำเร็จของกรณีนี้หาได้จากผลคูณของความน่าจะเป็นที่เกิดเหตุการณ์ ($B[m,x,p]$) กับจำนวนผู้ใช้บริการโดยเฉลี่ยที่ประสบความสำเร็จในสล็อตการจองถัดไป ($T_{AEB}\left[m\text{-}x,n\text{-}1,\frac{p}{q}\right]$)

$$B[m,x,p]\cdot T_{AEB}\left[m\text{-}x,n-1,\frac{p}{q}\right] \tag{3.74}$$

สามารถหาจำนวนผู้ใช้บริการโดยเฉลี่ยที่ประสบความสำเร็จในรูปของ Recursive Formula ได้ดังนี้

$$\begin{aligned} T_{AEB}[m,n,p] = {} & B[m,0,p]\cdot T_{AEB}[m,n\text{-}1,\min\{1,q\cdot p\}] \\ & + B[m,1,p]\cdot\left(1+T_{AEB}[m\text{-}1,n\text{-}1,p]\right) \\ & + \sum_{x=2}^{m} B[m,x,p]\cdot T_{AEB}\left[m\text{-}x,n\text{-}1,\frac{p}{q}\right] \end{aligned} \tag{3.75}$$

เมื่อเงื่อนไขขอบเขตของสมการ (3.75) คือ

$$T_{AEB}[m,0]=T_{AEB}[0,n]=0 \tag{3.76}$$

จากสมการ (3.75) จะเห็นได้ว่าค่าความน่าจะเป็นในการส่งแพ็กเกตการจอง (p) จะเปลี่ยนไปตามสถานการณ์ที่เกิดขึ้น สำหรับค่า p เริ่มต้นที่เหมาะสมจะถูกกำหนดให้เท่ากับ $\frac{1}{m}$ ส่วนค่า q ที่เหมาะสมจะกำหนดตาม [34] ซึ่งกำหนดให้เท่ากับ 2