บทที่ 2
ทฤษฎีสถิติที่ใช้ในการวิจัย

การวิจัยในครั้งนี้ ได้เสนอตัวประมาณการถดถอยพหุคูณเชิงเส้น 5 ตัวในการประมาณค่าพารามิเตอร์ คือ ตัวประมาณกำลังสองน้อยสุด(Least Squares Estimator : LS) ตัวประมาณค่าสัมบูรณ์น้อยสุด(Least Absolute Value Estimator : LAV) ตัวประมาณริดจ์ (Ridge Estimator : RID) ตัวประมาณริดจ์ที่มีค่าสัมบูรณ์น้อยสุด(Ridge Least Absolute Value Estimator : RLAV) และตัวประมาณริดจ์ที่มีการถ่วงน้ำหนัก(Weighted Ridge Estimator : WRID) ซึ่งรายละเอียดของตัวประมาณแต่ละตัวเป็นดังนี้

2.1 ตัวประมาณการถดถอย

2.1.1 ตัวประมาณกำลังสองน้อยสุด

การประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยตัวประมาณกำลังสองน้อยสุดใช้หลักการประมาณค่าพารามิเตอร์ที่ทำให้ผลรวมของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง(Sum Squares Error : SSE) มีค่าน้อยที่สุด

จากรูปแบบสมการถดถอยเชิงเส้นพหุคูณ

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \beta_3 x_{i3} + \varepsilon_i \quad ; i = 1,2,\dots,n$$

หรือเขียนในรูปเมทริกซ์ ได้ดังนี้

$$\underset{\sim}{y} = X \underset{\sim}{\beta} + \underset{\sim}{\varepsilon}$$

เมื่อ $\underset{\sim}{y}$ แทน เวกเตอร์ของตัวแปรตามที่มีขนาด (n x 1)

X แทน เมทริกซ์ของตัวแปรอิสระที่มีขนาด(n x q)

$\underset{\sim}{\beta}$ แทน เวกเตอร์ของสัมประสิทธิ์ถดถอยที่มีขนาด (q x 1)

$\underset{\sim}{\varepsilon}$ แทน เวกเตอร์ของความคลาดเคลื่อนที่มีขนาด (n x 1) n แทน ขนาดตัวอย่าง

และ q แทน จำนวนพารามิเตอร์ในตัวแบบ = 4

โดยมีข้อกำหนดว่า rank ของเมทริกซ์ X เท่ากับ q ; (q < n) ความคลาดเคลื่อนเป็นตัวแปรสุ่มที่เป็นอิสระกันและมีการแจกแจงเดียวกันที่มีค่าเฉลี่ย $E(\underset{\sim}{\varepsilon}) = \underset{\sim}{0}$ และเมทริกซ์ความแปรปรวน - ความแปรปรวนร่วม $E\left(\underset{\sim}{\varepsilon}\underset{\sim}{\varepsilon}'\right) = \sigma^2 I$

ให้ $\underset{\sim}{\hat{\beta}}_{LS}$ เป็น เวกเตอร์ของตัวประมาณแบบกำลังสองน้อยสุดของค่าพารามิเตอร์ $\underset{\sim}{\beta}$

และ $\underset{\sim}{e}$ เป็น เวกเตอร์ของส่วนเหลือ(Residuals) ที่เป็นตัวประมาณของความคลาดเคลื่อน $\underset{\sim}{\varepsilon}$

เมื่อแทนที่ $\underset{\sim}{\beta}$ ด้วย $\underset{\sim}{\hat{\beta}}_{LS}$ และแทนที่ $\underset{\sim}{\varepsilon}$ ด้วย $\underset{\sim}{e}$ ในตัวแบบเชิงเส้น จะได้

$$\underset{\sim}{y} = X\underset{\sim}{\hat{\beta}}_{LS} + \underset{\sim}{e}$$

และ

$$\underset{\sim}{e} = \underset{\sim}{\hat{\varepsilon}} = \underset{\sim}{y} - X\underset{\sim}{\hat{\beta}}_{LS}$$

พิจารณา ผลบวกของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง

$$\begin{aligned}
\text{SSE} &= \left(\underset{\sim}{e}'\underset{\sim}{e}\right) \\
&= \left(\underset{\sim}{y} - X\underset{\sim}{\hat{\beta}}_{LS}\right)'\left(\underset{\sim}{y} - X\underset{\sim}{\hat{\beta}}_{LS}\right) \\
&= \underset{\sim}{y}'\underset{\sim}{y} - \underset{\sim}{y}'X\underset{\sim}{\hat{\beta}}_{LS} - \underset{\sim}{\hat{\beta}}_{LS}'X'\underset{\sim}{y} + \underset{\sim}{\hat{\beta}}_{LS}'X'X\underset{\sim}{\hat{\beta}}_{LS} \\
&= \underset{\sim}{y}'\underset{\sim}{y} - 2\underset{\sim}{\hat{\beta}}_{LS}'X'\underset{\sim}{y} + \underset{\sim}{\hat{\beta}}_{LS}'X'X\underset{\sim}{\hat{\beta}}_{LS}
\end{aligned}$$

หาค่าของ $\underset{\sim}{\hat{\beta}}_{LS}$ ที่ทำให้ผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อนมีค่าต่ำสุด โดยการหาอนุพันธ์(Differentiate) ของ SSE เทียบกับ $\underset{\sim}{\hat{\beta}}_{LS}$ แล้วกำหนดให้เท่ากับ $\underset{\sim}{0}$ จะได้

$$\frac{\partial}{\partial\underset{\sim}{\hat{\beta}}_{LS}}\left(\underset{\sim}{y}'\underset{\sim}{y} - 2\underset{\sim}{\hat{\beta}}_{LS}'X'\underset{\sim}{y} + \underset{\sim}{\hat{\beta}}_{LS}'X'X\underset{\sim}{\hat{\beta}}_{LS}\right) = \underset{\sim}{0}$$

$$-2X'\underset{\sim}{y}+2X'X\underset{\sim}{\hat{\beta}_{LS}} = \underset{\sim}{0}$$

$$(X'X)\underset{\sim}{\hat{\beta}_{LS}} = X'\underset{\sim}{y}$$

ดังนั้น $$\hat{\beta}_{\sim LS} = (X'X)^{-1}.X'\underset{\sim}{y} \qquad (2.1)$$

2.1.2 ตัวประมาณค่าสัมบูรณ์น้อยสุด

การประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบการถดถอยพหุคูณ ด้วยตัวประมาณค่าสัมบูรณ์น้อยสุด จะใช้เทคนิคโปรแกรมเชิงเส้น(Linear Programming Technique) ในการประมาณค่าพารามิเตอร์ที่ทำให้ผลรวมของค่าสัมบูรณ์ของความคลาดเคลื่อนมีค่าต่ำสุด

จากรูปแบบสมการถดถอยเชิงเส้นพหุคูณ

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \beta_3 x_{i3} + \varepsilon_i \qquad ;i = 1,2,\ldots,n$$

ให้ $\underset{\sim}{\hat{\beta}}$ เป็น ตัวประมาณแบบค่าสัมบูรณ์น้อยสุดของค่าพารามิเตอร์ $\underset{\sim}{\beta}$

และ e_i เป็น ตัวประมาณของค่าความคลาดเคลื่อน ε_i

เมื่อ แทนที่ $\underset{\sim}{\beta}$ ด้วย $\underset{\sim}{\hat{\beta}}$ และ แทนที่ ε_i ด้วย e_i ในสมการ จะได้

$$y_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_{i1} + \hat{\beta}_2 x_{i2} + \hat{\beta}_3 x_{i3} + e_i$$

ดังนั้น $$e_i = y_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 x_{i1} - \hat{\beta}_2 x_{i2} - \hat{\beta}_3 x_{i3}$$

ต้องการหาค่า $\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2, \hat{\beta}_3$ ที่ทำให้ผลรวมของค่าสัมบูรณ์ของความคลาดเคลื่อนมีค่าต่ำสุด

นั่นคือ $$\text{Minimize} \quad \sum_{i=1}^{n} |e_i| \qquad (2.2)$$

ภายใต้เงื่อนไข: $$e_i = y_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 x_{i1} - \hat{\beta}_2 x_{i2} - \hat{\beta}_3 x_{i3}$$

จากสมการ (2.2) แปลงให้อยู่ในรูปโปรแกรมเชิงเส้นได้ดังนี้

กำหนดให้ $$Z = \sum_{i=1}^{n} |e_i|$$

เนื่องจาก e_i ไม่มีข้อจำกัดด้านเครื่องหมาย จะได้ว่า

$$e_i = e_i^+ - e_i^- \qquad ; e_i^+, e_i^- \geq 0$$

โดยนิยาม

$$e_i^+ = \begin{cases} e_i & , e_i \geq 0 \\ 0 & , e_i < 0 \end{cases}$$

และ $$e_i^- = \begin{cases} 0 & , e_i \geq 0 \\ -e_i & , e_i < 0 \end{cases}$$

เพราะฉะนั้น จะได้ว่า $(e_i^+).(e_i^-) = 0$

นั่นคือ อย่างน้อย 1 ตัวใน e_i^+ และ e_i^- จะมีค่าเท่ากับ 0 เสมอ

ดังนั้น $$|e_i| = e_i^+ + e_i^-$$

ให้ $u_i = e_i^+$

และ $v_i = e_i^-$

เนื่องจาก พารามิเตอร์ $\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2, \hat{\beta}_3$ ไม่มีข้อจำกัดด้านเครื่องหมาย จึงสามารถเขียนได้ในรูป

$$\hat{\beta}_0 = \hat{\beta}_0^+ - \hat{\beta}_0^-$$

$$\hat{\beta}_1 = \hat{\beta}_1^+ - \hat{\beta}_1^-$$

$$\hat{\beta}_2 = \hat{\beta}_2^+ - \hat{\beta}_2^-$$

และ $$\hat{\beta}_3 = \hat{\beta}_3^+ - \hat{\beta}_3^-$$

โดยที่ $\hat{\beta}_0^+, \hat{\beta}_0^-, \hat{\beta}_1^+, \hat{\beta}_1^-, \hat{\beta}_2^+, \hat{\beta}_2^-, \hat{\beta}_3^+, \hat{\beta}_3^- \geq 0$

ดังนั้น สามารถแปลงปัญหา (2.2) ได้เป็น

$$\text{Minimize } Z = \sum_{i=1}^{n} (u_i + v_i)$$

ภายใต้เงื่อนไข:

$$\left(\hat{\beta}_0^+ - \hat{\beta}_0^-\right) + \left(\hat{\beta}_1^+ - \hat{\beta}_1^-\right)x_{i1} + \left(\hat{\beta}_2^+ - \hat{\beta}_2^-\right)x_{i2} + \left(\hat{\beta}_3^+ - \hat{\beta}_3^-\right)x_{i3} + u_i - v_i = y_i$$

$$u_i, v_i \geq 0 \quad ; i = 1,2,\ldots,n$$

$$\hat{\beta}_0^+, \hat{\beta}_0^-, \hat{\beta}_1^+, \hat{\beta}_1^-, \hat{\beta}_2^+, \hat{\beta}_2^-, \hat{\beta}_3^+, \hat{\beta}_3^- \geq 0$$

หรือหาค่าต่ำสุดของ

$$Z = (u_1 + \ldots + u_n + v_1 + \ldots + v_n) + 0\left(\hat{\beta}_0^+ - \hat{\beta}_0^-\right) + 0\left(\hat{\beta}_1^+ - \hat{\beta}_1^-\right) + 0\left(\hat{\beta}_2^+ - \hat{\beta}_2^-\right) + 0\left(\hat{\beta}_3^+ - \hat{\beta}_3^-\right)$$

ภายใต้เงื่อนไข:

$$\begin{aligned}
\left(\hat{\beta}_0^+ - \hat{\beta}_0^-\right) + \left(\hat{\beta}_1^+ - \hat{\beta}_1^-\right)x_{11} + \left(\hat{\beta}_2^+ - \hat{\beta}_2^-\right)x_{12} + \left(\hat{\beta}_3^+ - \hat{\beta}_3^-\right)x_{13} + u_1 - v_1 &= y_1 \\
\left(\hat{\beta}_0^+ - \hat{\beta}_0^-\right) + \left(\hat{\beta}_1^+ - \hat{\beta}_1^-\right)x_{21} + \left(\hat{\beta}_2^+ - \hat{\beta}_2^-\right)x_{22} + \left(\hat{\beta}_3^+ - \hat{\beta}_3^-\right)x_{23} + u_2 - v_2 &= y_2 \\
\vdots \qquad\qquad & \qquad \vdots \\
\left(\hat{\beta}_0^+ - \hat{\beta}_0^-\right) + \left(\hat{\beta}_1^+ - \hat{\beta}_1^-\right)x_{n1} + \left(\hat{\beta}_2^+ - \hat{\beta}_2^-\right)x_{n2} + \left(\hat{\beta}_3^+ - \hat{\beta}_3^-\right)x_{n3} + u_n - v_n &= y_n
\end{aligned}$$

$$u_i, v_i \geq 0 \quad ; i = 1,2,\ldots,n$$

$$\hat{\beta}_0^+, \hat{\beta}_0^-, \hat{\beta}_1^+, \hat{\beta}_1^-, \hat{\beta}_2^+, \hat{\beta}_2^-, \hat{\beta}_3^+, \hat{\beta}_3^- \geq 0$$

และหาค่า $\hat{\beta}_0^+, \hat{\beta}_0^-, \hat{\beta}_1^+, \hat{\beta}_1^-, \hat{\beta}_2^+, \hat{\beta}_2^-, \hat{\beta}_3^+, \hat{\beta}_3^-$ โดยใช้วิธีการซิมเพล็กซ์(Simplex Method) ซึ่งได้แสดงรายละเอียดวิธีคำนวณ และขั้นตอนต่าง ๆ ของวิธีการซิมเพล็กซ์ไว้ในภาคผนวก ฉ. (หน้า 369)

2.1.3 ตัวประมาณริดจ์

ในกรณีที่ตัวแปรอิสระในสมการถดถอยมีสหสัมพันธ์กันอย่างสูงนั้น ตัวประมาณกำลังสองน้อยสุดจะให้ค่าประมาณที่ขาดความแม่นยำ(imprecise) ลักษณะของสหสัมพันธ์อาจจะเป็นคู่ของตัวแปร หรือ อาจเป็นลักษณะที่ตัวแปรอิสระตัวหนึ่ง เป็นผลรวมเชิงเส้น (linear combination) ของตัวแปรอิสระตัวอื่น ๆ ในสมการถดถอย ซึ่งในสถานการณ์เช่นนี้ จะมีตัวแปรอิสระอย่างน้อย 1 ตัวที่มีค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานสูง ซึ่งจะส่งผลให้การทดสอบสมมติฐานโดยใช้การทดสอบที(t - test) ของสัมประสิทธิ์การถดถอยของตัวแปรดังกล่าว มีโอกาสผิดพลาดสูง

Hoerl(1962) เป็นผู้คิดค้นตัวประมาณการถดถอยริดจ์ขึ้นมาใช้เป็นครั้งแรก โดยในขั้นแรกนั้น การนำเทคนิคการถดถอยริดจ์มาใช้เพื่อทดสอบว่า การเปลี่ยนแปลงค่าของตัวแปรอิสระเพียงเล็กน้อยมีผลในการเปลี่ยนแปลงค่าประมาณของสัมประสิทธิ์การถดถอยอย่างไร และพบว่าในกรณีที่ข้อมูลมีพหุสัมพันธ์ การเปลี่ยนแปลงค่าของตัวแปรอิสระเพียงเล็กน้อยจะส่งผลให้ค่าประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยเปลี่ยนไปอย่างมาก

ต่อมา Hoerl และ Kennard (1970) ได้ศึกษาหาตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ในตัวแบบการถดถอยพหุคูณเชิงเส้น ที่ให้ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองต่ำกว่าตัวประมาณกำลังสองน้อยสุด เมื่อข้อมูลเกิดพหุสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ โดยตัวประมาณนี้ สร้างจากหลักการนำค่าคงที่ค่าหนึ่งที่มากกว่าศูนย์(k) มาบวกกับสมาชิกทุกตัวในแนวทแยงมุมของเมทริกซ์ $X'X$ จะทำให้ เมทริกซ์ $X'X$ ลดสภาพความเป็นเมทริกซ์ที่ไม่ดี (ill – condition) ลงได้ ก่อนจะหาอินเวอร์สของเมทริกซ์ดังกล่าว

สมการปกติ(Normal Equation) ของตัวประมาณการถดถอยริดจ์ สามารถเขียนได้ในรูปแบบดังนี้

$$(X'X + kI)\underset{\sim RID}{\hat{\beta}} = X'\underset{\sim}{y}$$

ดังนั้น ตัวประมาณการถดถอยริดจ์(Ridge Regression Estimater) เขียนได้ในรูป

$$\underset{\sim RID}{\hat{\beta}} = (X'X + kI)^{-1}.X'\underset{\sim}{y} \qquad ;k > 0 \tag{2.5}$$

เมื่อ k เป็น ค่าคงที่ หรือเรียกว่าเป็น พารามิเตอร์ที่เอนเอียง(biasing parameter)

I เป็น เมทริกซ์เอกลักษณ์(Identity Matrix) ที่มีขนาด (q x q)

ตัวประมาณการถดถอยริดจ์เป็นตัวประมาณที่เอนเอียง แต่จะมีค่าความแปรปรวนน้อยกว่าตัวประมาณกำลังสองน้อยสุด

ในการวิเคราะห์การถดถอยพหุคูณ เมื่อข้อมูลมีพหุสัมพันธ์นั้น การเลือกค่า k ที่เหมาะสม จะสามารถทำให้ตัวประมาณริดจ์มีค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองต่ำกว่าตัวประ

มาณกำลังสองน้อยสุดได้ แต่ในหลายกรณีเราไม่ทราบว่า ค่า k ที่เหมาะสมควรเป็นเท่าไร ซึ่งมีนักวิจัยได้เสนอวิธีการหาค่า k ที่เหมาะสมหลายวิธีด้วยกัน โดยเริ่มแรก Hoerl และ Kennard(1970) ใช้เทคนิคการหาค่า k โดยพิจารณาจากกราฟ(Graphical Technique) หรือเรียกว่า Ridge Trace แต่เป็นวิธีการที่อาจให้คำตอบไม่แน่นอน ขึ้นอยู่กับการเลือกกำหนดของผู้ใช้ จึงมีผู้คิดค้นวิธีการหาค่า k ที่เหมาะสมโดยไม่ใช้กราฟ(Nongraphical Technique) ไว้หลายวิธี ซึ่ง Gibbons(1981) ได้ทำการวิจัยเพื่อเปรียบเทียบวิธีการต่าง ๆ ในการหาค่า k ที่เหมาะสม ผลการวิจัยพบว่า โดยภาพรวม วิธีการประมาณค่า k ที่คิดค้นโดย Hoerl , Kennard และ Bladwin(1975) ซึ่งแทนด้วย k_{HKB} เป็นวิธีการหนึ่งที่มีประสิทธิภาพที่ดีในการประมาณค่า และเป็นวิธีที่ผู้วิจัยได้นำมาศึกษาเปรียบเทียบในการวิจัยครั้งนี้ ซึ่งเขียนได้ในรูปแบบ ต่อไปนี้

$$k_{HKB} = \frac{qs^2}{\hat{\underset{\sim}{\beta}}_{LS}' \hat{\underset{\sim}{\beta}}_{LS}} \tag{2.6}$$

เมื่อ $s^2 = \dfrac{\left(\underset{\sim}{y} - X\hat{\underset{\sim}{\beta}}_{LS}\right)'\left(\underset{\sim}{y} - X\hat{\underset{\sim}{\beta}}_{LS}\right)}{n-q}$ เป็น ตัวประมาณพารามิเตอร์ σ^2

2.1.4 ตัวประมาณริดจ์ที่มีความแกร่ง

ในการวิเคราะห์การถดถอยพหุคูณเชิงเส้นนั้น เมื่อข้อมูลมีพหุสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระและมีค่าผิดปกติขึ้นพร้อมกัน ในกรณีเช่นนี้ ตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมน่าจะเป็นตัวประมาณที่ได้จากการผสมผสานระหว่างตัวประมาณที่ใช้แก้ปัญหาพหุสัมพันธ์และตัวประมาณที่ใช้แก้ปัญหาที่มีค่าผิดปกติเกิดขึ้น ซึ่งในหัวข้อนี้จะกล่าวถึง ตัวประมาณบางตัวที่ได้จากการผสมผสานระหว่างตัวประมาณการถดถอยริดจ์และตัวประมาณการถดถอยที่มีความแกร่ง ซึ่งเรียกตัวประมาณดังกล่าวว่า ตัวประมาณริดจ์ที่มีความแกร่ง(Robust Ridge Estimator) ซึ่งได้แก่ ตัวประมาณริดจ์ที่มีการถ่วงน้ำหนัก(Weighted Ridge Estimator : WRID) และ ตัวประมาณริดจ์ที่มีค่าสัมบูรณ์ต่ำสุด(Ridge Least Absolute Value Estimator : RLAV) และจะเป็นตัวประมาณที่นำมาใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ซึ่งมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

2.1.4.1 ตัวประมาณริดจ์ที่มีการถ่วงน้ำหนัก

Askin และ Montgomery(1980) ได้กล่าวถึงตัวประมาณที่มีความแกร่งว่า เป็นตัวประมาณที่ได้จากเทคนิคการวิเคราะห์การถดถอยที่มีความแกร่ง แต่จะมีความเอนเอียง โดยเทคนิคดังกล่าว ได้นำมาสร้างตัวประมาณกำลังสองน้อยสุดแบบถ่วงน้ำหนัก และต่อมา จึงได้สร้างตัวประมาณริดจ์ที่มีความแกร่ง โดยสร้างจากตัวประมาณริดจ์กับตัวประมาณกำลังสองน้อยสุดแบบถ่วงน้ำหนัก ซึ่งเรียกว่า ตัวประมาณริดจ์ที่มีการถ่วงน้ำหนัก(Weighted Ridge Estimator : WRID) ซึ่งมีรูปแบบตัวประมาณดังนี้

$$\underset{\sim}{\hat{\beta}}_{WRID} = (X'WX + kI)^{-1} X'W \underset{\sim}{y} \tag{2.7}$$

เมื่อ W แทน เมทริกซ์ทแยงมุมที่มี w_{ii} เป็นสมาชิกในแนวทแยงมุม

w_{ii} แทน ค่าของน้ำหนัก(weight)ของแต่ละค่าสังเกต โดยมีจุดมุ่งหมายในการลดน้ำหนักของค่าสังเกตที่เป็นค่าผิดปกติ

ซึ่งการวิจัยในครั้งนี้ จะเลือกใช้ค่าของน้ำหนัก $w_{ii} = \dfrac{1}{|e_i|}$ ซึ่งเสนอโดย Pfaffenberger และ Dielman (1990)

เมื่อ e_i แทน ส่วนเหลือจากการใช้ตัวประมาณค่าสัมบูรณ์น้อยสุด(LAV) ในการประมาณค่าตัวแปรตาม y

และ เลือกใช้วิธีการประมาณค่า k ที่คิดค้นโดย Hoerl , Kennard และ Bladwin (1975) โดยอิงพื้นฐานจากตัวประมาณกำลังสองน้อยสุด(LS) ซึ่งแทนด้วย k_{HKB} และมีรูปแบบดังนี้

$$k_{HKB} = \frac{qs^2}{\underset{\sim}{\hat{\beta}}_{LS}' \underset{\sim}{\hat{\beta}}_{LS}}$$

เมื่อ $s^2 = \dfrac{\left(\underset{\sim}{y} - X\underset{\sim}{\hat{\beta}}_{LS}\right)'\left(\underset{\sim}{y} - X\underset{\sim}{\hat{\beta}}_{LS}\right)}{n-q}$ เป็น ตัวประมาณพารามิเตอร์ σ^2

2.1.4.2 ตัวประมาณริดจ์ที่มีค่าสัมบูรณ์น้อยสุด

Pfaffenberger และ Dielman (1984,1985) ได้สร้างตัวประมาณการถดถอยริดจ์ที่มีความแกร่ง โดยสร้างจากตัวประมาณการถดถอยริดจ์ และตัวประมาณค่าสัมบูรณ์น้อยสุด ซึ่งเรียกตัวประมาณดังกล่าวว่า ตัวประมาณริดจ์ที่มีค่าสัมบูรณ์น้อยสุด(Ridge Least Absolute Value Estimator : RLAV) ซึ่งมีรูปแบบตัวประมาณดังนี้

$$\underset{\sim RLAV}{\hat{\beta}} = \left(X'X + k^{*}I\right)^{-1} X' \underset{\sim}{y} \tag{2.8}$$

โดยค่า k^{*} ได้จากวิธีการประมาณค่า k ที่คิดค้นโดย Hoerl , Kennard และ Bladwin (1975) แต่อิงพื้นฐานจากตัวประมาณค่าสัมบูรณ์น้อยสุด(LAV) แทนการอิงพื้นฐานจากตัวประมาณกำลังสองน้อยสุด(LS) ซึ่งแทนด้วย k^{*} และมีรูปแบบดังนี้

$$k^{*} = \frac{q s_{LAV}^{\;2}}{\underset{\sim LAV}{\hat{\beta}}{}' \underset{\sim LAV}{\hat{\beta}}} \tag{2.9}$$

เมื่อ $s_{LAV}^{\;2} = \dfrac{\left(\underset{\sim}{y} - X \underset{\sim LAV}{\hat{\beta}}\right)'\left(\underset{\sim}{y} - X \underset{\sim LAV}{\hat{\beta}}\right)}{n-q}$ เป็น ตัวประมาณพารามิเตอร์ σ^{2}