

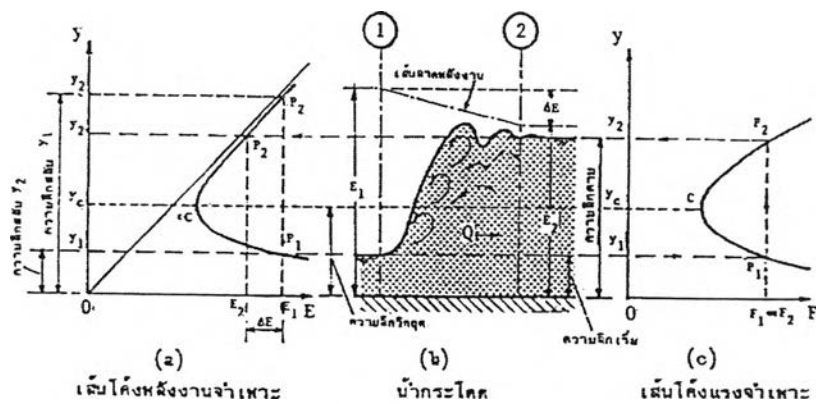


## บทที่ 2

### หลักการและทฤษฎีที่ใช้ในการศึกษา

#### 2.1 น้ำกระโดด (Hydraulic Jump)

น้ำกระโดด (hydraulic jump) คือปรากฏการณ์ของน้ำที่เปลี่ยนแปลงการไหลอย่างรวดเร็วจากสภาวะเหนือวิกฤต (supercritical flow) เป็นสภาวะใต้วิกฤต (subcritical flow) หรืออาจกล่าวได้ว่า “เป็นปรากฏการณ์ที่มวลน้ำซึ่งไหลด้วยความเร็วสูงแล้วเปลี่ยนเป็นความเร็วต่ำอย่างกะทันหัน ทำให้เกิดพื้นที่หน้าตัดที่ตั้งฉากกับทิศทางของการไหลใหญ่ขึ้นและระดับน้ำสูงขึ้น” ซึ่งปรากฏการณ์ดังกล่าวทำให้มีการเปลี่ยนแปลงพลังงานเกิดขึ้น คือ จากพลังงานจลน์ (kinetic energy) และทำให้เกิดการสูญเสียพลังงานขึ้น



รูปที่ 2-1 การวิเคราะห์ปรากฏการณ์น้ำกระโดดด้วยพลังงานจำเพาะและแรงจำเพาะ

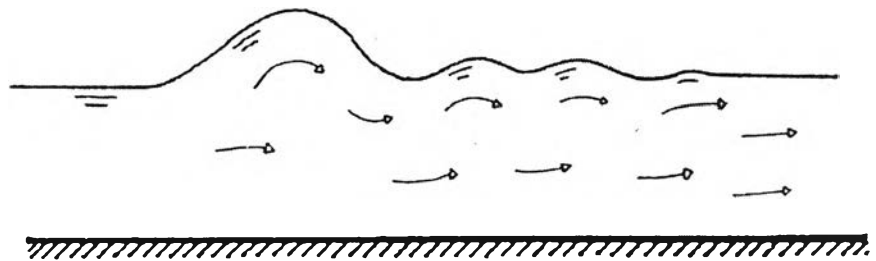
- เป็นผลของการเกิดน้ำกระโดด (hydraulic jump) โดยการเปรียบเทียบความสัมพันธ์ระหว่างพลังงานจำเพาะ (specific energy) กับความลึกของการไหล จะเห็นว่าการสูญเสียพลังงานเกิดขึ้น
- เป็นรูปน้ำกระโดด (hydraulic jump) ที่เกิดขึ้นบนพื้นแนวราบ

## 2.2 ชนิดของน้ำกระโดด

น้ำกระโดดที่เกิดบนพื้นราบมีหลายรูปแบบ แต่ละแบบได้แบ่งตามฟรูดนัมเบอร์( $F_1$ ) ซึ่ง USBR (1958) ได้ทำการศึกษาค้นคว้าและเรียกชื่อน้ำกระโดดตามรูปแบบต่างๆกันดังนี้คือ

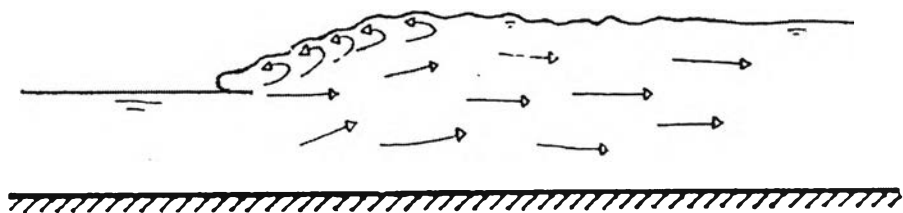
2.1 เมื่อ  $F_1 = 1.0$  การไหลของน้ำจะอยู่ที่ความลึกวิกฤต (critical depth) ซึ่งจะไม่เกิดน้ำกระโดด เปรียบการไหลของน้ำอยู่ที่จุด C (รูป 2-1 (a)) ตามแผนภาพพลังงานจำเพาะ (specific energy diagram)

2.2 เมื่อ  $F_1 = 1.0$  ถึง 1.7 ความลึกของ  $y_1$  และ  $y_2$  จะแตกต่างกันเล็กน้อย จะเกิดความปั่นป่วนบนผิวน้ำเล็กน้อย เป็นเพียงปรากฏการณ์บอกให้ทราบว่า การไหลของน้ำพ้นจุดวิกฤตแล้ว เรียกน้ำกระโดดชนิดนี้ว่า undular jump



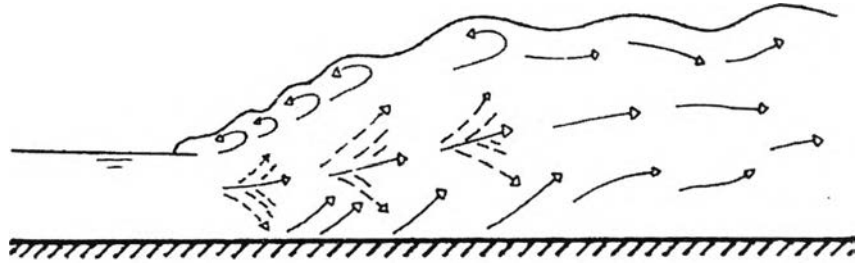
รูปที่ 2-2 Undular Jump

2.3 เมื่อ  $F_1 = 1.7$  ถึง 2.5 ผิวน้ำราบเรียบ และหน้าตัดความเร็วของน้ำมีความเร็วสม่ำเสมอ เรียกน้ำกระโดดชนิดนี้ว่า weak jump



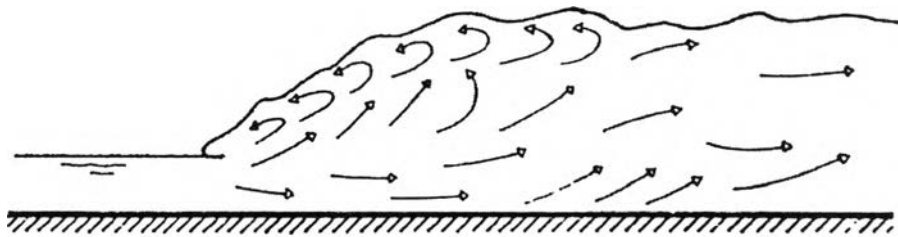
รูปที่ 2-3 Weak Jump

2.4 เมื่อ  $F_1 = 2.5$  ถึง  $4.5$  จะเกิด jet oscillates เกิดคลื่นขนาดใหญ่ซึ่งเกิดขึ้นทั่วไปในคลอง และสามารถเดินทางได้ในระยะทางไกลตามแนวคลอง โดยทำความเสียหายแก่คลองดินและหินเรียง เรียกว่ากระโดดชนิดนี้ว่า oscillating jump



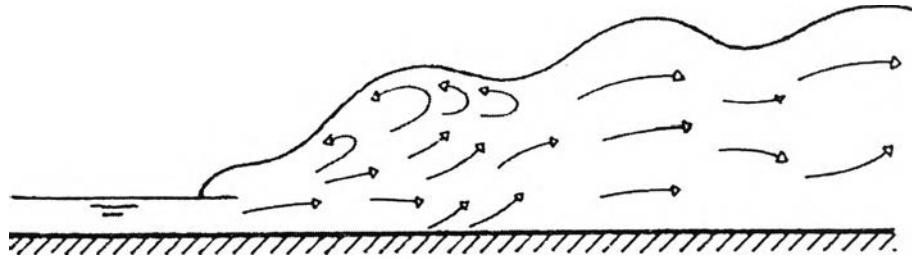
รูปที่ 2-4 Oscillating Jump

2.5 เมื่อ  $F_1 = 4.5$  ถึง  $9.0$  จะเกิด steady jump ซึ่งน้ำกระโดดรูปแบบนี้สามารถทำให้เกิดการสูญเสียพลังงานของน้ำ 40 – 70 %



รูปที่ 2-5 Steady Jump

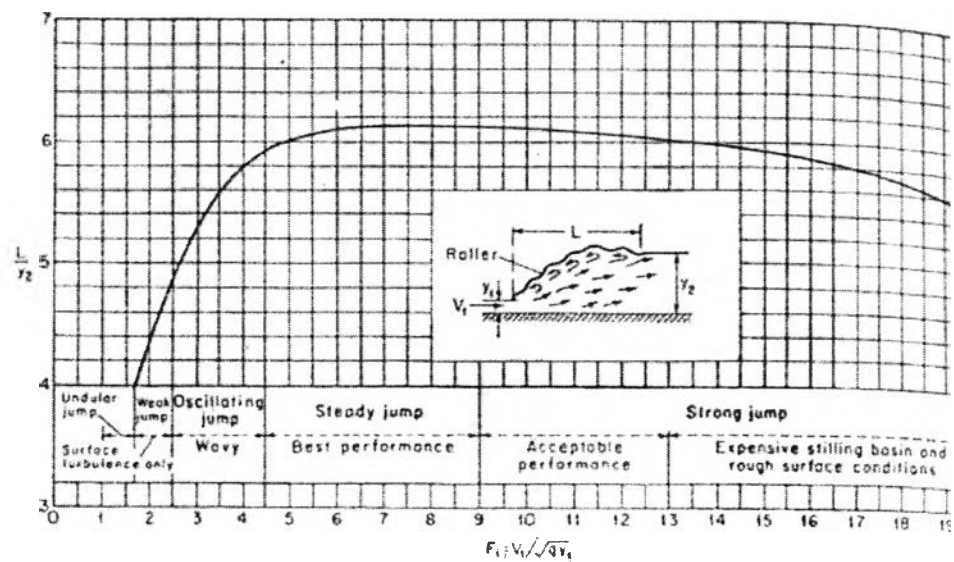
2.6 เมื่อ  $F_1$  มากกว่า  $9.0$  จะเกิด strong jump จะเกิดคลื่นกระจายไปยังท้ายน้ำ ผิวหน้าไม่เรียบ การสูญเสียพลังงานจะมากถึง 85 % แต่ควรหลีกเลี่ยงการออกแบบอ่างสลายพลังงานแบบนี้ เพราะจะทำให้ไม่ประหยัด



รูปที่ 2-6 Strong Jump

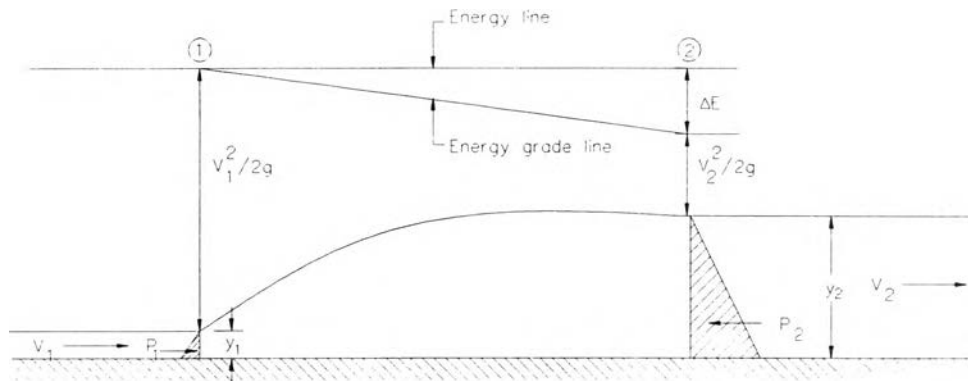
### 2.3 ความยาวน้ำกระโดด (length of hydraulic jump, $L_j$ )

ความยาวของน้ำกระโดด โดยวัดจากจุดเริ่มต้นที่เกิดน้ำกระโดด ถึงจุดหลังน้ำกระโดด การพิจารณาจุดหลังน้ำกระโดด ให้พิจารณาที่จุดปลายระลอกสุดท้ายของน้ำกระโดด ที่พบ การหาความยาวน้ำกระโดด ไม่สามารถหาจากทฤษฎีได้ โดยได้จากการทดลองในห้องปฏิบัติการ



รูปที่ 2-7 ความยาวของน้ำกระโดดในรูปของ sequent depth บนพื้นราบ โดย USBR (1958)

## 2.4 การเกิดน้ำกระโดดบนพื้นราบ (hydraulic jump in horizontal rectangular channel)



รูปที่ 2-8 น้ำกระโดดบนพื้นราบ

พิจารณาทางน้ำรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า

เนื่องจากการสูญเสียพลังงานจึงใช้สมการโมเมนต์ัม

$$\Sigma(F+M) = 0$$

$$P_1 - P_2 = \rho q (V_2 - V_1)$$

$$\frac{\rho y_1^2}{2} + \frac{\rho y_2^2}{2} = \rho g \left( \frac{q}{y_2} - \frac{q}{y_1} \right)$$

$$\frac{q^2}{gy_1} - \frac{y_1^2}{2} = \frac{q^2}{gy_2} - \frac{y_2^2}{2}$$

$$\frac{q^2}{g} \left( \frac{1}{y_1} - \frac{1}{y_2} \right) = \frac{1}{2} (y_2^2 - y_1^2)$$

$$\frac{q^2}{g} \left( \frac{y_2 - y_1}{y_1 y_2} \right) = \frac{1}{2} (y_2 - y_1)(y_2 + y_1)$$

$$\frac{q^2}{g} = \frac{1}{2} (y_2 y_1)(y_2 + y_1) \quad (2-1)$$

จากสมการที่ (2-1) สามารถเขียนได้ว่า

$$y_2^2 + y_1 y_2 - \frac{2q^2}{gy_1} = 0$$

เป็น quadratic equation หาค่า  $y_2$  ได้

$$y_2 = \frac{y_1}{2} \left( -1 \pm \sqrt{1 + \frac{8q^2}{gy_1^3}} \right)$$

$$y_2 = \frac{y_1}{2} \left( -1 \pm \sqrt{1 + \frac{8V_1^2}{gy_1}} \right)$$

จากสมการการไหลต่อเนื่อง (continuity equation) และ  $F_1 = \frac{V_1}{\sqrt{gy_1}}$ ,  $F_2 = \frac{V_2}{\sqrt{gy_2}}$  จะได้

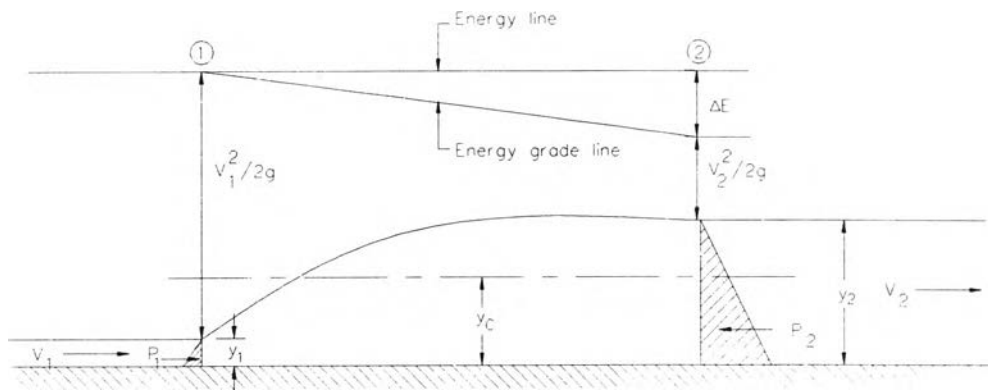
$$\frac{y_2}{y_1} = \frac{1}{2} (\sqrt{1 + 8F_1^2} - 1) \quad (2-2)$$

หรือ

$$\frac{y_1}{y_2} = \frac{1}{2}(\sqrt{1 + 8F_2^2} - 1) \quad (2-3)$$

โดยที่	$y_1$	=	ความลึกการไหลก่อนเกิดน้ำกระโดด
	$y_2$	=	ความลึกการไหลหลังเกิดน้ำกระโดด
	$V_1$	=	ความเร็วการไหลก่อนการเกิดน้ำกระโดด
	$V_2$	=	ความเร็วการไหลหลังการเกิดน้ำกระโดด
	$F_1$	=	ฟรูดนัมเบอร์ก่อนการเกิดน้ำกระโดด
	$F_2$	=	ฟรูดนัมเบอร์หลังการเกิดน้ำกระโดด
	$\Delta E$	=	พลังงานที่สูญเสีย
	$q$	=	อัตราการไหลต่อหน่วยความกว้าง
	$P_1$	=	แรงที่กระทำต่อหน้าตัดที่ 1
	$P_2$	=	แรงที่กระทำต่อหน้าตัดที่ 2
	$\rho$	=	ความหนาแน่นของน้ำ
	$\gamma$	=	หน่วยน้ำหนักจำเพาะของน้ำ
	$g$	=	อัตราเร่งของแรงโน้มถ่วงของโลก

## 2.5 การสลายพลังงานโดยน้ำกระโดด (energy dissipator by hydraulic jump)



รูปที่ 2-9 น้ำกระโดดบนพื้นราบ

จากสมการพลังงาน (energy equation)

$$\Delta E = E_1 - E_2$$

$$y_1 + \frac{V_1^2}{2g} = y_2 + \frac{V_2^2}{2g} + \Delta E$$

$$\Delta E = (y_1 - y_2) + \left( \frac{V_1^2 - V_2^2}{2g} \right) \quad (2-4)$$

จากสมการการไหลต่อเนื่อง (continuity equation)

$$q = V_1 y_1 = V_2 y_2$$



$$\Delta E = (y_1 - y_2) + \frac{1}{2g} \left( \frac{q^2}{y_1^2} - \frac{q^2}{y_2^2} \right) \quad (2-5)$$

จากสมการ โมเมนตัม (momentum equation)

$$\frac{1}{2} \rho y_1^2 - \frac{1}{2} \rho y_2^2 = \frac{\gamma}{g} q (y_2 - y_1)$$

$$\frac{1}{2} \rho y_1^2 - \frac{1}{2} \rho y_2^2 = \frac{\gamma}{g} q \left( \frac{q}{y_2} - \frac{q}{y_1} \right)$$

จะได้

$$\frac{q^2}{g} = \frac{1}{2} y_1 y_2 (y_1 + y_2) \quad (2-6)$$

แทนสมการที่ (2-6) ลงในสมการที่ (2-5)

$$\Delta E = (y_1 - y_2) + \frac{1}{4y_1 y_2} (y_2^2 - y_1^2) (y_1 + y_2)$$

$$\Delta E = \frac{y_1 y_2^2 - y_1^3 + y_2^3 - y_1^2 y_2 + 4y_1^2 y_2 - 4y_2^2 y_1}{4y_1 y_2}$$

$$\Delta E = \frac{y_2^3 + 3y_1^2y_2 - 3y_2^2y_1 - y_1^3}{4y_1y_2}$$

$$\Delta E = \frac{(y_2 - y_1)^3}{4y_1y_2} \quad (2-7)$$

กำหนดให้  $y_0 = \frac{y_2}{y_1}$

ดังนั้น

$$\Delta E = \frac{y_2^3 - 3y_2^2y_1 + 3y_2y_1^2 - y_1^3}{4y_1y_2}$$

$$\Delta E = \frac{y_2^2}{4y_1} - \frac{3y_2}{4} + \frac{3y_1}{4} - \frac{y_1^2}{4y_2}$$

จากสมการข้างต้น การทำให้สมการข้างต้นอยู่ในเทอมของ  $y_0$  จึงต้องหารตลอดด้วย  $y_1$  ดังนั้นสมการข้างต้นจึงกลายเป็น

$$\frac{\Delta E}{y_1} = \frac{y_2^2}{4y_1^2} - \frac{3y_2}{4y_1} + \frac{3y_1}{4y_1} - \frac{y_1^2}{4y_2y_1}$$

$$\frac{\Delta E}{y_1} = \frac{y_0^2}{4} - \frac{3y_0}{4} + \frac{3}{4} - \frac{1}{4y_0}$$

$$\frac{\Delta E}{y_1} = \frac{1}{4y_0} (y_0^3 - 3y_0^2 + 3y_0 - 1)$$

$$\frac{\Delta E}{y_1} = \frac{(y_0 - 1)^3}{4y_0} \quad (2-8)$$

จากสมการที่ (2-2) ได้

$$\frac{y_2}{y_1} = y_0 = \frac{1}{2}(\sqrt{1+8F_1^2} - 1) \quad (2-2)$$

ดังนั้นสมการที่ (2-8) จึงกลายเป็น (โดยทำ  $\frac{\Delta E}{y_1}$  ให้อยู่ในเทอมของ  $F_1$ )

$$\begin{aligned} \frac{\Delta E}{y_1} &= \frac{\left(\frac{1}{2}(\sqrt{1+8F_1^2} - 1)\right)^3}{4\left(\frac{1}{2}(\sqrt{1+8F_1^2} - 1)\right)} \\ \frac{\Delta E}{y_1} &= \frac{\left(\frac{1}{2}(\sqrt{1+8F_1^2} - \frac{1}{2} - 1)\right)^3}{2\sqrt{1+8F_1^2} - 2} \\ \frac{\Delta E}{y_1} &= \frac{\frac{1}{8}(\sqrt{1+8F_1^2} - \frac{1}{2} - 1)^3}{2(\sqrt{1+8F_1^2} - 1)} \\ \frac{\Delta E}{y_1} &= \frac{1}{16} \frac{(\sqrt{1+8F_1^2} - \frac{1}{2} - 1)^3}{(\sqrt{1+8F_1^2} - 1)} \end{aligned} \quad (2-9)$$

สมการที่ใช้หารการสูญเสียพลังงานอีกสมการหนึ่งคือ relative loss ของน้ำกระโดด ซึ่งเขียนออกมาเป็นรูปสมการได้ดังนี้

$$\frac{\Delta E}{E_1} = \frac{\frac{V_1^2}{2g} + y_1 - \frac{V_2^2}{2g} - y_2}{\frac{V_1^2}{2g} + y_1}$$

จากสมการ 2-8 เป็น

$$\frac{\Delta E}{y_1} = \frac{(y_0 - 1)^3}{4y_0} \quad (2-8)$$

ดังนั้นการวิเคราะห์ให้สมการของ relative loss อยู่ในเทอม  $y_0$  จึงเป็น

$$\frac{\Delta E}{E_1} = \frac{y_1(y_0 - 1)^3}{4y_0\left(\frac{V_1^2}{2g} + y_1\right)} \quad (2-10)$$

จากสมการ

$$\frac{V_1^2}{g} = \frac{1}{2}(y_2 + y_1)\frac{y_2}{y_1} \quad (2-11)$$

ดังนั้นสมการที่ (2-10) จึงเป็น

$$\frac{\Delta E}{E_1} = \frac{y_1(y_0 - 1)^3}{4y_0 \frac{1}{4} \frac{y_2}{y_1} (y_2 + y_1) + y_1}$$

$$\frac{\Delta E}{E_1} = \frac{(y_0 - 1)^3}{4y_0 \left( \frac{1}{4} \frac{y_2^2}{y_1^2} + \frac{1}{4} \frac{y_2}{y_1} + 1 \right)}$$

$$\frac{\Delta E}{E_1} = \frac{(y_0 - 1)^3}{4y_0 \left( \frac{1}{4} y_0^2 + \frac{1}{4} y_0 + 1 \right)}$$

$$\frac{\Delta E}{E_1} = \frac{(y_0 - 1)^3}{y_0(y_0^2 + y_0 + 4)} \quad (2-12)$$

$$\frac{\Delta E}{E_1} = \frac{(E_1 - E_2)}{E_1}$$

$$\frac{\Delta E}{E_1} = 1 - \frac{E_2}{E_1} \quad (2-13)$$

อัตราส่วนของพลังงานจำเพาะหลังการเกิดน้ำกระโดด และก่อนเกิดน้ำกระโดดถูกเรียกว่า ประสิทธิภาพของน้ำกระโดด ดังนั้นการหาค่า  $\frac{E_2}{E_1}$  ให้อยู่ในเทอมของ  $F_1$  ก็สามารถหาความสัมพันธ์ระหว่าง  $\frac{\Delta E}{E_1}$  ที่อยู่ในเทอมของ  $F_1$  ได้เช่นกัน

จากสมการที่ (2-12) ได้

$$\frac{\Delta E}{E_1} = \frac{(y_0 - 1)^3}{y_0(y_0^2 + y_0 + 4)} \quad (2-12)$$

ดังนั้น

$$\begin{aligned} \frac{E_2}{E_1} &= 1 - \frac{(y_0 - 1)^3}{y_0(y_0^2 + y_0 + 4)} \\ \frac{E_2}{E_1} &= \frac{y_0^3 + y_0^2 + 4y_0 - y_0^3 + 3y_0^2 - 3y_0 + 1}{y_0(y_0^2 + y_0 + 4)} \\ \frac{E_2}{E_1} &= \frac{4y_0^2 + y_0 + 1}{y_0(y_0^2 + y_0 + 4)} \quad (2-14) \\ \frac{E_2}{E_1} &= \frac{(y_0 + 1)(4y_0^2 + y_0 + 1)}{y_0(y_0 + 1)(y_0^2 + y_0 + 4)} \\ \frac{E_2}{E_1} &= \frac{4y_0^3 + 5y_0^2 + 2y_0 + 1}{2y_0(y_0 + 1)(y_0^2 + y_0 + 4)} \\ \frac{E_2}{E_1} &= \frac{(8y_0^3 + 12y_0^2 + 6y_0 + 1) - 2y_0^2 - 2y_0 + 1}{2y_0(y_0 + 1)(y_0^2 + y_0 + 4)} \\ \frac{E_2}{E_1} &= \frac{(2y_0 + 1)^3 - 2y_0(y_0 + 1) + 1}{2y_0(y_0 + 1)y_0(y_0 + 1) + 4} \quad (2-15) \end{aligned}$$

จากสมการที่ (2-2)

$$y_0 = \frac{1}{2}(\sqrt{1 + 8F_i^2} - 1) \quad (2-2)$$

แทนค่าสมการ (2-2) ลงในสมการ (2-15)

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{(\sqrt{1+8F_1^2} - 1 + 1)^3 - (\sqrt{1+8F_1^2} - 1)\left(\frac{1}{2}(\sqrt{1+8F_1^2} - 1) + 1\right) + 1}{(\sqrt{1+8F_1^2} - 1)\left(\frac{1}{2}(\sqrt{1+8F_1^2} - 1) + 1\right)\left(\frac{1}{2}(\sqrt{1+8F_1^2} - 1)\right)\left(\frac{1}{2}(\sqrt{1+8F_1^2} - 1) + 1\right) + 4}$$

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{(1+8F_1^2)^{\frac{3}{2}} - (\sqrt{1+8F_1^2} - 1)\left(\frac{1}{2}(\sqrt{1+8F_1^2} + \frac{1}{2}) + 1\right) + 1}{(\sqrt{1+8F_1^2} - 1)\left(\frac{1}{2}\sqrt{1+8F_1^2} + \frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\sqrt{1+8F_1^2} - \frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\sqrt{1+8F_1^2} - \frac{1}{2} + 1\right) + 4}$$

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{(1+8F_1^2)^{\frac{3}{2}} - \frac{1}{2}(1+8F_1^2 - 1) + 1}{\frac{1}{2}(1+8F_1^2 - 1)\left(\frac{1}{2}\sqrt{1+8F_1^2} - \frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\sqrt{1+8F_1^2} + \frac{1}{2} + 1\right) + 4}$$

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{(1+8F_1^2)^{\frac{3}{2}} - 4F_1^2 + 1}{4F_1^2\left(\frac{1}{4}(1+8F_1^2) - \frac{1}{4} + 4\right)}$$

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{(1+8F_1^2)^{\frac{3}{2}} - 4F_1^2 + 1}{F_1^2(1+8F_1^2 - 1 + 16)}$$

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{(1+8F_1^2)^{\frac{3}{2}} - 4F_1^2 + 1}{F_1^2(1+8F_1^2 - 1 + 16)}$$

(2-16)

จากสมการที่ (2-13)

$$\frac{\Delta E}{E_1} = 1 - \frac{E_2}{E_1} \quad (2-13)$$

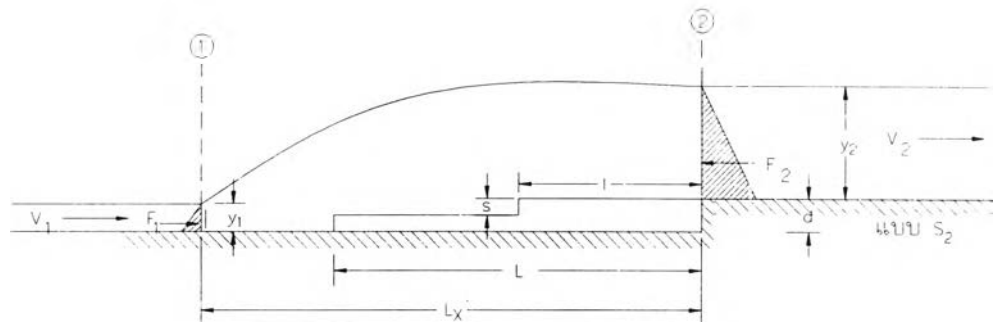
แทนค่าสมการ (2-16) ลงในสมการ (2-13)

$$\frac{\Delta E}{E_1} = 1 - \frac{(1 + 8F_1^2)^{\frac{3}{2}} - 4F_1^2 + 1}{F_1^2(1 + 8F_1^2 - 1 + 16)} \quad (2-17)$$

โดยที่	$y_1$	=	ความลึกการไหลก่อนเกิดน้ำกระโดด
	$y_2$	=	ความลึกการไหลหลังเกิดน้ำกระโดด
	$y_c$	=	ความลึกการไหลวิกฤต
	$y_0$	=	อัตราส่วนระหว่างความลึกการไหลหลังเกิดน้ำกระโดดต่อ ความลึกการไหลก่อนเกิดน้ำกระโดด
	$F_1$	=	ค่าฟรูดนัมเบอร์ก่อนเกิดน้ำกระโดด
	$V_1$	=	ความเร็วการไหลก่อนการเกิดน้ำกระโดด
	$V_2$	=	ความเร็วการไหลหลังการเกิดน้ำกระโดด
	$\Delta E$	=	พลังงานที่สูญเสีย
	$q$	=	อัตราการไหลต่อหน่วยความกว้าง
	$\rho$	=	ความหนาแน่นของน้ำ
	$\gamma$	=	หน่วยน้ำหนักจำเพาะของน้ำ
	$g$	=	อัตราเร่งของแรงโน้มถ่วงของโลก



2.6 การสลายพลังงานของแอ่งสลายพลังงานแบบขั้นบันไดบนพื้นเอียงขึ้น



รูปที่ 2-10 น้ำกระโดดบนแอ่งสลายพลังงานแบบขั้นบันไดบนพื้นเอียงขึ้น

พิจารณาการเกิดน้ำกระโดดในแอ่งสลายพลังงานแบบขั้นบันไดบนพื้นเอียงขึ้น แบบ  $S_2$

จากสมการพลังงาน (energy equation)

$$E_1 = E_2 + \Delta E$$

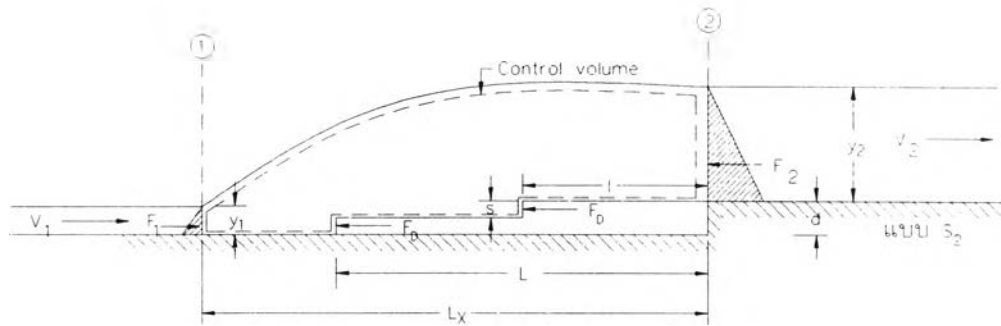
$$y_1 + \frac{V_1^2}{2g} = d + y_2 + \frac{V_2^2}{2g} + \Delta E$$

$$\Delta E = (y_1 - y_2 - d) + \left(\frac{V_1^2 - V_2^2}{2g}\right) \quad (2-18)$$

- โดยที่  $y_1$  = ความลึกการไหลก่อนเกิดน้ำกระโดด
- $y_2$  = ความลึกการไหลหลังเกิดน้ำกระโดด

$V_1$	=	ความเร็วการไหลก่อนการเกิดน้ำกระโดด
$V_2$	=	ความเร็วการไหลหลังการเกิดน้ำกระโดด
$\Delta E$	=	พลังงานที่สูญเสีย
$L$	=	ความยาวของแอ่งสลายพลังงาน
$s$	=	ความสูงของชั้นบันได
$l$	=	ความยาวของชั้นบันได
$d$	=	ความสูงของแอ่งสลายพลังงาน
$L_x$	=	ความยาวของน้ำกระโดดจากจุดเริ่มต้นเกิดน้ำกระโดดถึง จุดสิ้นสุดแอ่งสลายพลังงาน
$q$	=	อัตราการไหลต่อหน่วยความกว้าง
$\rho$	=	ความหนาแน่นของน้ำ
$\gamma$	=	หน่วยน้ำหนักจำเพาะของน้ำ
$g$	=	อัตราเร่งของแรงโน้มถ่วงของโลก

## 2.7 การวิเคราะห์สัมประสิทธิ์แรงลากดึง (Drag coefficient)



รูปที่ 2-11 ปริมาตรควบคุม (control volume) บริเวณแอ่งสลายพลังงาน  
 พิจารณาการเกิดน้ำกระโดดในแอ่งสลายพลังงานแบบขั้นบันไดบนพื้นเอียงขึ้น แบบ  $S_2$   
 จากสมการโมเมนตัม

$$\sum (F + M) = 0$$

$$F_1 - F_2 - F_D = \rho g(V_2 - V_1)$$

$$\left(\frac{\gamma y_1^2}{2} - \frac{\gamma y_2^2}{2} + F_D\right) = \rho q \left(\frac{q}{y_2} - \frac{q}{y_1}\right)$$

$$F_D = \frac{\gamma}{2}(y_1^2 - y_2^2) - \rho q^2 \left(\frac{1}{y_2} - \frac{1}{y_1}\right)$$

$$\frac{F_D}{\gamma} = \frac{1}{2}(y_1^2 - y_2^2) - q^2 / g \left(\frac{1}{y_2} - \frac{1}{y_1}\right) \quad (2-19)$$

จากค่าแรงลากดึงที่กระทำต่ออ่างสลายพลังงาน

$$F_D = C_D A \rho \frac{V_1^2}{2}$$

เมื่อคิดอัตราการไหลต่อหน่วยความกว้าง

$$F_D = \frac{C_D d \rho q^2}{2y_1^2}$$

$$\frac{F_D}{\gamma} = \frac{C_D dq^2}{2gy_1^2} \quad (2-20)$$

จากสมการ 2-9 เท่ากับ 2-10 ดังนั้น

$$\frac{C_D dq^2}{2gy_1^2} = \frac{1}{2}(y_1^2 - y_2^2) - q^2 / g \left( \frac{1}{y_2} - \frac{1}{y_1} \right)$$

$$C_D = \left( \frac{2y_1^2 g}{dq^2} \right) \left( \frac{1}{2}(y_1^2 - y_2^2) - q^2 / g \left( \frac{1}{y_2} - \frac{1}{y_1} \right) \right) \quad (2-21)$$

โดยที่  $C_D$  = สัมประสิทธิ์แรงลากดึง (drag coefficient)

$y_1$  = ความลึกการไหลก่อนเกิดน้ำกระโดด

$y_2$  = ความลึกการไหลหลังเกิดน้ำกระโดด

$V_1$  = ความเร็วการไหลก่อนการเกิดน้ำกระโดด

$V_2$  = ความเร็วการไหลหลังการเกิดน้ำกระโดด

$q$	=	อัตราการไหลต่อหน่วยความกว้าง
$d$	=	ความสูงของแอ่งสลายพลังงาน
$L$	=	ความยาวของแอ่งสลายพลังงาน
$s$	=	ความสูงของชั้นบันได
$l$	=	ความยาวของชั้นบันได
$L_x$	=	ความยาวของน้ำกระโดดจากจุดเริ่มต้นเกิดน้ำกระโดดถึง จุดสิ้นสุดแอ่งสลายพลังงาน
$\rho$	=	ความหนาแน่นของน้ำ
$\gamma$	=	หน่วยน้ำหนักจำเพาะของน้ำ
$g$	=	อัตราเร่งของแรงโน้มถ่วงของโลก
$F_D$	=	แรงลากดึง

### 2.8 การวิเคราะห์มิติ(Dimensional Analysis)

การวิเคราะห์มิติเป็นเครื่องมือที่สำคัญในการจัดรูปแบบของเครื่องมือเพื่อหาข้อมูลและใช้เวลา น้อยที่สุดสำหรับการทดลอง ทั้งนี้เนื่องจากการวิเคราะห์มิติ จะได้พจน์ที่ไม่มีมิติ (dimensionless term) ซึ่งเป็นกลุ่มของตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับการไหลมากที่สุด

การวิเคราะห์มิติและความเข้าใจเกี่ยวกับพฤติกรรมของไหล ยังเป็นประโยชน์อย่างสูงในการ รวบรวมข้อมูล จากการศึกษาทดลองทางชลศาสตร์ ผลที่ได้จากการทดลองจะมีความหมายยิ่งขึ้นและนำไปสู่ การค้นพบใหม่ๆเมื่อข้อมูลนั้นถูกแสดงอย่างรัดกุมและเป็นกลุ่มตัวแปรในเทอมไร้มิติ

เพื่อให้การวิเคราะห์เกี่ยวกับปรากฏการณ์การไหลเป็นอย่างสะดวกและรวดเร็ว ปริมาณฟิสิกส์ แสดงในรูปของมิติพื้นฐาน(basic dimension) ตามกฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน

มวล	แทนด้วย	M
ระยะทาง	แทนด้วย	L
เวลา	แทนด้วย	T

จากกฎข้อสองของนิวตัน  $F = ma$

หามิติของแรงในรูปของมิติพื้นฐาน M,L,T ได้ดังนี้

$$F = MLT^{-2}$$

การแก้ปัญหาทางชลศาสตร์ของไหล โดยทั่วไปแล้วเป็นไปได้ทั้งการพัฒนาทางทฤษฎีและใช้ การทดลอง การแสดงผลลัพธ์ที่ได้โดยการรวบรวมตัวแปรต่างๆ เข้าด้วยกันในรูปของเทอมไร้มิติ เป็น การลดตัวแปรที่ไม่สำคัญลง แนวทางการสังเคราะห์กลุ่มเทอมไร้มิติสำหรับกลุ่มเทอมหนึ่งนั้น หาโดย วิธี Buckingham's  $\pi$  Theorem

ทฤษฎีนี้คิดโดย Buckingham (1914) โดยกำหนดให้เทอมที่ไม่มีมิติแทนด้วย  $\pi$  มีใจความว่า ในปรากฏการณ์ทางกายภาพ ที่มีปริมาณทางฟิสิกส์ที่เกี่ยวข้องกับปรากฏการณ์ดังกล่าว  $n$  ตัว และใน ปริมาณดังกล่าวมีมิติพื้นฐานสูงสุด  $m$  ตัวดังนั้นสามารถที่จะหาพจน์ที่ไม่มีมิติได้จำนวน  $(n-m)$  พจน์

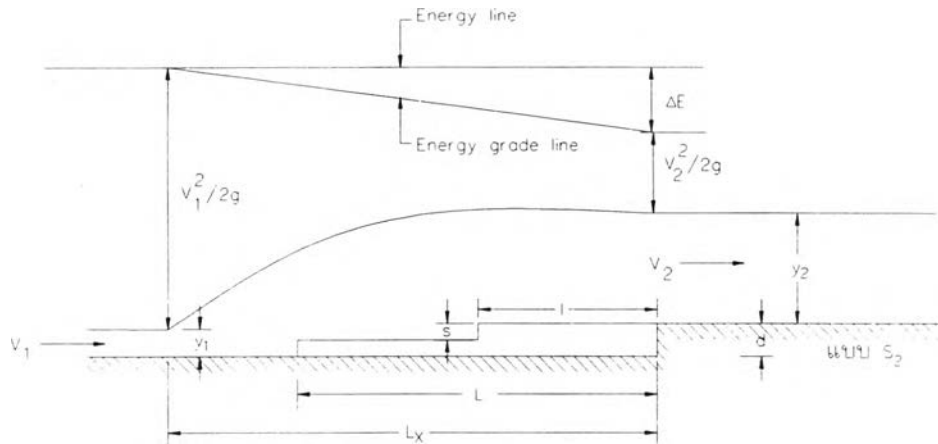
ในการศึกษาเรื่องการสลายพลังงานของแองสลายพลังงานแบบชั้นบันไดบนพื้นเอียงชัน โดย สมมุติฐานที่ว่า การไหลของน้ำเป็นการไหลแบบคงที่ (steady flow) ตัวแปรต่างๆ ที่มีอิทธิพลต่อการ สลายพลังงาน มีดังนี้

1. ตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับคุณลักษณะของของไหล (fluid characteristic)
  - ความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลก (acceleration due to gravity,  $g$ )
2. ตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับคุณลักษณะของอ่างสลายพลังแบบชั้นบันไดบนพื้นเอียงขึ้น (basin characteristic)
  - ขนาดความยาวชั้นบันได ( $l$ )
  - ขนาดความสูงชั้นบันได ( $s$ )
3. ตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับคุณลักษณะการไหลของน้ำ (flow characteristic)
  - ความลึกการไหลที่จุดเริ่มต้นน้ำกระโดด ( $y_1$ )
  - ความลึกการไหลที่จุดสิ้นสุดน้ำกระโดด ( $y_2$ )
  - อัตราการไหลของปริมาณน้ำ ( $q$ )

ในการวิเคราะห์ตัวแปรที่กล่าวมาข้างต้นโดยตั้งสมมุติฐานและข้อจำกัด ดังนี้

- 1) ของไหลเป็นของไหลที่ไม่ยุบตัว (incompressible fluid)
- 2) การไหลของน้ำเป็นการไหลแบบไม่เปลี่ยนแปลงตามเวลา
- 3) ค่าสัมประสิทธิ์ของพลังงานและโมเมนตัมแต่ละตัวมีค่าเดียว โดยมีค่าเท่ากับ 1
- 4) ค่าความเสียดทานของพื้นและผนังไม่ได้นำมาคิดในการทดลอง
- 5) จุดเริ่มต้นและจุดสุดท้ายของน้ำกระโดดเป็นไปตามความดันน้ำสถิต (hydrostatic pressure)
- 6) การไหลของน้ำเป็นแบบขนาน (parallel flow)
- 7) การสูญเสียพลังงานเนื่องจากฟองอากาศ (air entrainment) ไม่ได้นำมาคิด

การวิเคราะห์ความสัมพันธ์ตัวแปรไร้มิติระหว่างอัตราส่วน  $\Delta E/y_1$ ,  $l/y_1$  และ  $s/y_1$  ของ แอ่ง  
สลายพลังงานแบบขั้นบันไดบนพื้นเอียงขึ้น



รูปที่ 2-12 การวิเคราะห์ความสัมพันธ์ตัวแปรไร้มิติระหว่างอัตราส่วน  $\Delta E/y_1$ ,  $l/y_1$  และ  $s/y_1$  ของแอ่ง  
สลายพลังงานแบบขั้นบันไดบนพื้นเอียงขึ้น

ตัวแปรที่นำมาใช้ในการพิจารณาความสัมพันธ์ของการสลายพลังงาน ( $\Delta E$ ) ของแอ่งสลาย  
พลังงานแบบขั้นบันไดบนพื้นเอียงขึ้น ขึ้นกับตัวแปรดังต่อไปนี้

$$\Delta E = f(y_1, q, g, l, s)$$

การสลายพลังงานของแอ่งสลายพลังงานแบบขั้นบันไดบนพื้นเอียงขึ้น เกี่ยวข้องกับหน่วย  
พื้นฐาน 2 หน่วย คือ ความยาว (length) และ เวลา (time) ดังนั้นตัวแปรอิสระ 5 ตัว สามารถลดรูป  
เป็นกลุ่มตัวแปรไร้มิติได้ 2 กลุ่ม ตามทฤษฎีวิเคราะห์มิติ โดยใช้ตัวแปร  $q$  และ  $y_1$  เป็นตัวแปรซ้ำ เมื่อ  
พิจารณาแอ่งสลายพลังงานรูปแบบ  $S_2$  จากการวิเคราะห์มิติ (dimension analysis) ในรูปของตัวแปร  
ไร้หน่วย (dimension parameter) พบว่าอัตราส่วนของการสลายพลังงานของน้ำกระโดดในแอ่งสลาย  
พลังงานแบบ  $S_2$  ( $\Delta E$ ) ต่อความลึกการไหลก่อนเกิดน้ำกระโดด ( $y_1$ ) มีความสัมพันธ์กับตัวแปรที่อยู่ใน  
เทอมอัตราส่วนความยาวของขั้นบันได ( $l$ ) ต่อความลึกการไหลก่อนเกิดน้ำกระโดด ( $y_1$ ) และ  
มีความสัมพันธ์กับตัวแปรที่อยู่ในเทอมของอัตราส่วนความสูงของขั้นบันได ( $s$ ) ต่อความลึกการไหลก่อน  
เกิดน้ำกระโดด ( $y_1$ )

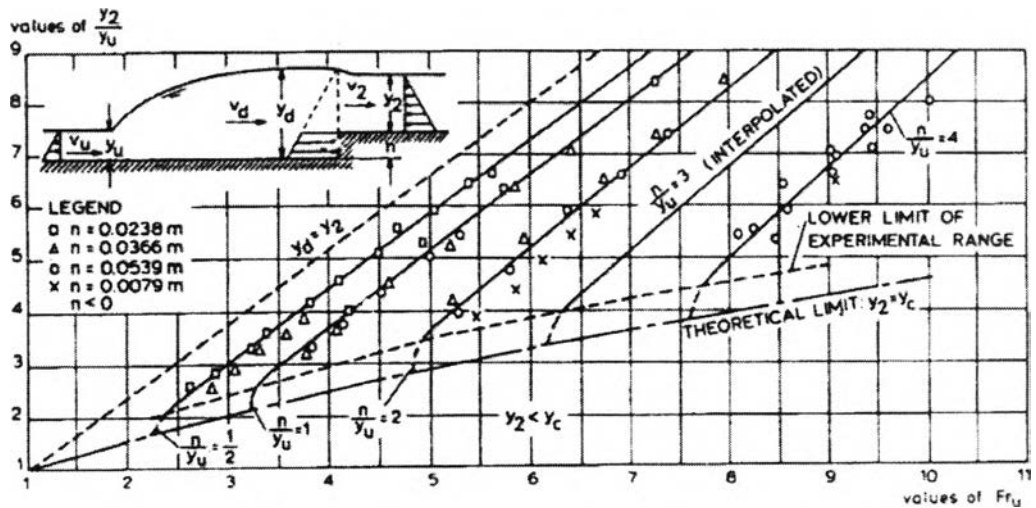


	$\frac{\Delta E}{y_1}$	=	$f\left(\frac{l}{y_1}, \frac{s}{y_1}\right)$
โดยที่	$\Delta E$	=	พลังงานที่สลายไปในแอ่งสลายพลังงาน
	$y_1$	=	ความลึกการไหลก่อนเกิดน้ำกระโดด
	$y_2$	=	ความลึกการไหลหลังเกิดน้ำกระโดด
	$V_1$	=	ความเร็วการไหลก่อนการเกิดน้ำกระโดด
	$V_2$	=	ความเร็วการไหลหลังการเกิดน้ำกระโดด
	$q$	=	อัตราการไหลต่อหน่วยความกว้าง
	$d$	=	ความสูงของแอ่งสลายพลังงาน
	$L$	=	ความยาวของแอ่งสลายพลังงาน
	$s$	=	ความสูงของชั้นบันได
	$l$	=	ความยาวของชั้นบันได
	$L_x$	=	ความยาวของน้ำกระโดดจากจุดเริ่มต้นเกิดน้ำกระโดดถึงจุดสิ้นสุดแอ่งสลายพลังงาน
	$\rho$	=	ความหนาแน่นของน้ำ
	$\gamma$	=	หน่วยน้ำหนักจำเพาะของน้ำ
	$g$	=	อัตราเร่งของแรงโน้มถ่วงของโลก

2.9 การศึกษาที่ผ่านมา

ปรากฏการณ์ของน้ำกระโดดเป็นที่ยอมรับแล้วว่าน้ำกระโดดเป็นวิธีการลดพลังงานที่สะดวก และประหยัดมากวิธีหนึ่ง น้ำกระโดดได้ถูกค้นพบโดย Bidone (1818) โดยได้ทำการทดลองในประเทศ อิตาลี และ Be'langer (1828) ได้ประยุกต์หลักการโมเมนตัมในการวิเคราะห์น้ำกระโดด และทฤษฎี โมเมนตัมนี้ได้ถูกยืนยันโดย Bresse (1860) และได้มีนักวิจัยทำศึกษาค้นคว้าด้านน้ำกระโดดอย่างต่อเนื่องดังนี้ Darcy และ Bazin (1865), Ferriday (1895), Gibson (1913), Kennison (1916), Woodward (1917), Koch และ Carstanjen (1926), Lindquist (1927), Safranez (1927), Einwachter (1933), Smetana (1934), Bakheteff และ Matzke (1936), Escande (1938), Citrini (1939), Nebbia (1940), Kindsvatater (1944), Baisdell (1948)

Forster และ Skrinde (1950) ได้ศึกษาการเกิดน้ำกระโดดซึ่งควบคุมโดยการยกพื้น การทดลองพิจารณาการเกิดน้ำตั้งแต่จุดเริ่มเกิดน้ำกระโดดถึงจุดที่มีการยกพื้นเป็นระยะทางเท่ากับ  $X$  ซึ่งมีความสัมพันธ์กับค่าการยกพื้น ( $h$ ) และ ระดับน้ำหลังเกิดน้ำกระโดด ( $y_2$ ) ดังนี้  $X = 5h + y_2$  และได้กราฟ ความสัมพันธ์ของ  $F$  ,  $y_2/y_u$  และ  $h/y_u$  ดังแสดงในกราฟ



รูปที่ 2-13 ความสัมพันธ์ระหว่างอัตราส่วน  $F$  ,  $y_2/y_u$  และ  $h/y_u$  เมื่อมีการยกพื้น (abrupt rise)

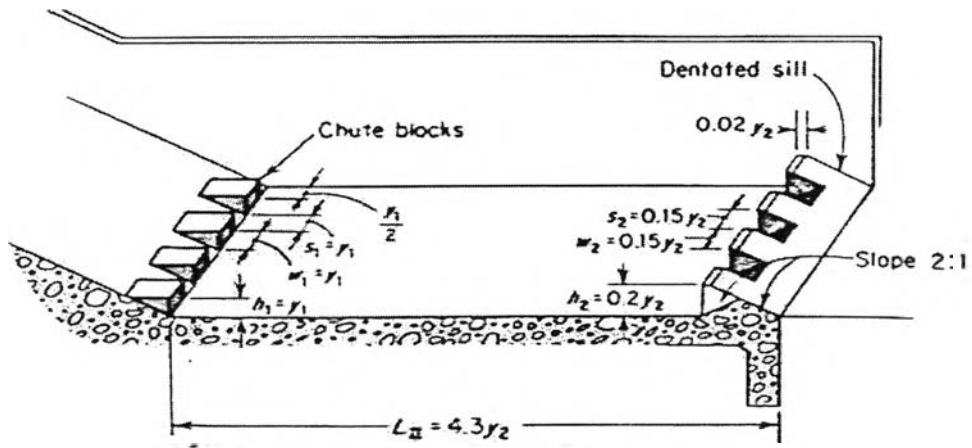
USBR (1958) ได้ศึกษาอ่างสลายพลังงาน (stilling basin) เป็นแบบมาตรฐานที่ใช้กันโดยทั่วไปโดยได้จากการศึกษาแบบจำลอง (hydraulic model) และได้พัฒนาปรับปรุงจนสามารถใช้งานได้ดี การออกแบบจะขึ้นอยู่กับค่าฟรูดนัมเบอร์ (Froude Number) และค่าความเร็วของน้ำที่เข้าสู่อ่างสลายพลังงาน ที่นิยมใช้กันทั่วไปมีดังนี้

1. USBR basin I เป็นอ่างสลายพลังงานที่ทำขึ้นโดยไม่มีชิ้นส่วนพิเศษแต่อย่างใดโดยความยาวเท่ากับความยาวน้ำกระโดด แบบนี้มีข้อเสีย คือ ยาวเกินไปทำให้มีราคาแพง และขาดตัวควบคุมน้ำกระโดดอีกด้วย

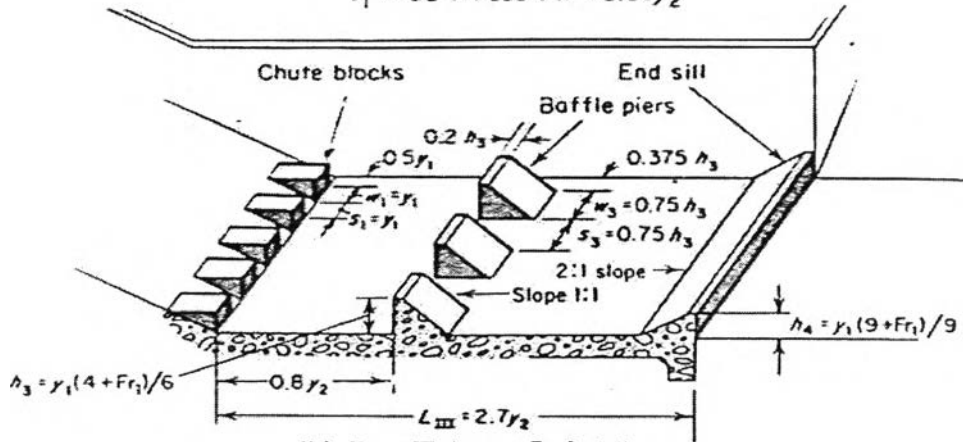
2. USBR basin II ใช้กับอาคารระบายน้ำล้นของเขื่อนสูง ชิ้นส่วนพิเศษ คือ chute blocks และ dentated sills  $F_1 > 4.5$  (Incoming Froude Number) Tail water depth ควรมากกว่าระดับน้ำหลังเกิดน้ำกระโดด ( $y_2$ ) ประมาณ 5% เพื่อความปลอดภัยในการควบคุมการกระโดดให้ได้ผลดี

3. USBR basin III ใช้กับอาคารเล็กๆ เช่น อาคารลดระดับในคลองในอาคารส่งน้ำเล็กๆ หรืออาคารระบายน้ำที่ไม่สูงมาก มีชิ้นส่วนพิเศษ คือ chute blocks, floor blocks (baffle piers) และ end sills  $F_1 > 4.5$ ;  $V_1 < 50$  ฟุต/วินาที

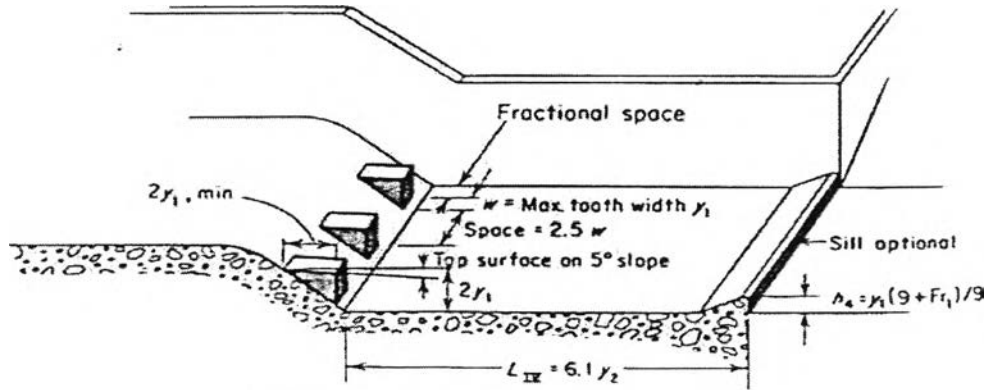
4. USBR basin IV ใช้กับอาคารที่มีค่าฟรูดนัมเบอร์ระหว่าง 2.5 ถึง 4.5 ซึ่งมักเกิดในคลองและเขื่อนระบายน้ำ อ่างสลายพลังงานแบบนี้สามารถลดคลื่นได้มาก มีหลายแบบให้เลือก เช่น ทำเป็นแพลลอน้ำ แพจจะโยนตัวขึ้นลงตามคลื่น คลื่นลอยได้แพจะลดความสูงลง อีกแบบหนึ่งเป็น wave suppressors น้ำจะลอดใต้อาคารลดคลื่นได้มาก



(a) Type II basin  $Fr_1 \geq 4.5$   
 $v_1 \geq 60$  ft/sec  $TW = 0.97y_2$



(b) Type III basin  $Fr_1 \geq 4.5$   
 $v_1 < 60$  ft/sec  $TW = 0.83y_2$



(c) Type IV basin  $2.5 < Fr_1 < 4.5$   
 $TW = y_2$

รูปที่ 2-14 USBR. stilling basin

Silvester (1964) ได้ทำการศึกษาหน้ากระโดดในรางน้ำระนาบหลายแบบ เช่น สี่เหลี่ยมผืนผ้า สามเหลี่ยมพาลาบอลอริก สี่เหลี่ยมคางหมู และวงกลม จากการทดลองได้พบว่า รางน้ำรูปสี่เหลี่ยมคางหมูสามารถทำลายพลังงานได้ดีกว่ารูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าในสภาวะเหนือน้ำเหมือนกัน นอกจากนี้ยังได้พบอีกว่า รางน้ำสามเหลี่ยมสามารถทำลายพลังงานได้มากที่สุด ในขณะที่รางน้ำอีก 3 ชนิดสามารถทำลายพลังงานได้มากกว่ารางน้ำรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าประมาณ 12.5 %

Wacharamanee (1967) ได้ศึกษาการเกิดน้ำกระโดดทรงกลม (circular hydraulic jump) โดยปล่อยให้ปริมาณน้ำไหลจากท่อตามแนวตั้งมากระทบพื้นราบ แล้วใช้ฝาย (weir) โดยบังคับปริมาณท้ายน้ำบนพื้นราบ จากการทดลองนี้เขาได้พบว่าทฤษฎีที่เขาวิเคราะห์ออกมาได้ให้ผลที่แตกต่างจากการทดลองมาก อย่างไรก็ตามก็ยังสามารถวิเคราะห์ต่อไปอีกว่า การที่ผลการทดลองและทฤษฎีแตกต่างกันมากอาจเป็นผลเนื่องจากความกุดตันด้านข้างซึ่งได้ตัดทิ้งไปในการวิเคราะห์

Hurtung และ Csallner (1967) ได้เสนอลักษณะของแอ่งสลายพลังงานแบบพื้นเอียงขึ้น โดยบริเวณพื้นเอียงมีสภาพพื้นแบบไม่เรียบ โดยจากการทดสอบสามารถสรุปได้ ความยาวของน้ำกระโดด ( $X$ ) ที่เกิดในแอ่งสลายพลังงานในลักษณะนี้ มีค่าคือ  $X = 4.5 \cdot y_2$  โดย  $y_2$  เป็นลึกการไหลหลังจากเกิดน้ำกระโดดบนพื้นราบ



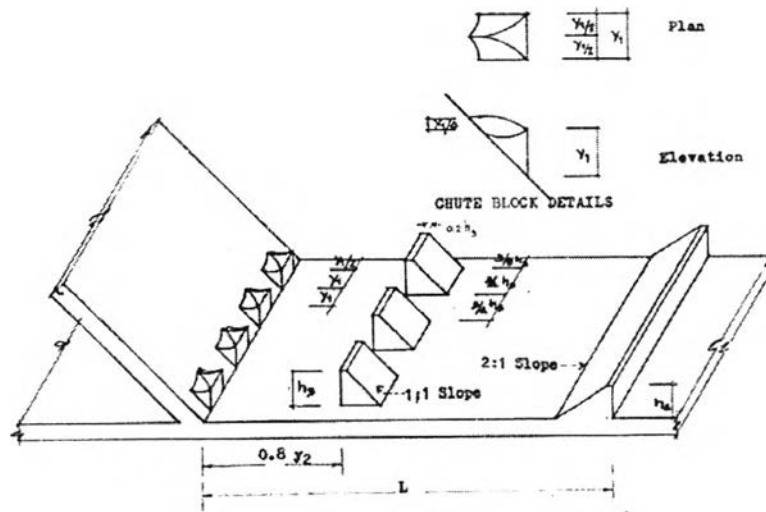
รูปที่ 2-15 ลักษณะของแอ่งสลายพลังงานแบบพื้นเอียงขึ้น

Admad (1967) ได้ทำการการเกิดน้ำกระโดดทรงกลมเช่นเดียวกับ Wacharamanee(1967) โดยนำเอาผลความกดดันด้านข้างมาวิเคราะห์ และยังได้ตั้งสมมุติฐานอีกว่า การเกิดน้ำกระโดดนี้เป็น การเกิดแบบ linear จากการทดลองนี้พบว่า ระหว่างทฤษฎีกับการทดลองนั้นยังให้ผลที่แตกต่างกันอยู่ บ้าง ซึ่งผลที่แตกต่างนี้สรุปว่า การทดลองยังมีความคลาดเคลื่อนในการวัดอยู่ ซึ่งการวัดค่าความลึก ของน้ำเมื่อเกิดน้ำกระโดดนั้นจะวัดให้ได้ละเอียดนั้นยากมาก เนื่องจากขณะเกิดน้ำกระโดด ลักษณะ ของผิวน้ำมีลักษณะเป็นคลื่น

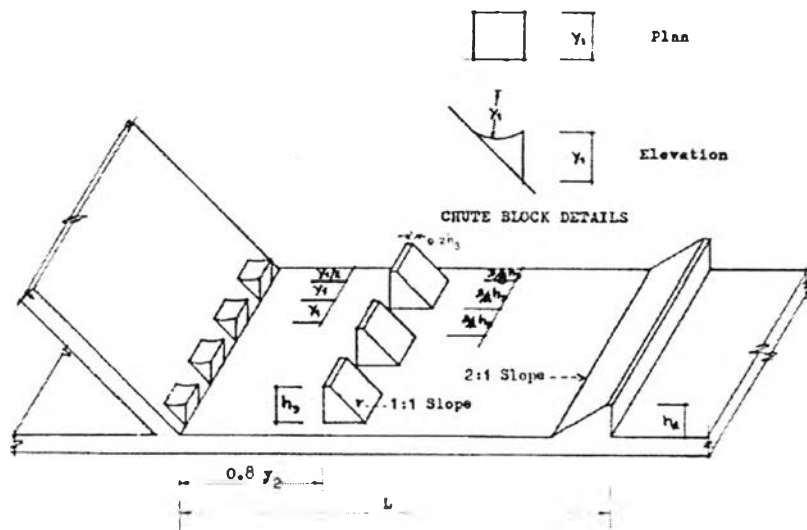
Rajaratnam และ Subramanya (1967) ได้ทำการวิจัยการเกิดน้ำกระโดด โดยลดระดับพื้น ด้านท้ายน้ำให้ต่ำกว่าระดับพื้นทางด้านเหนือน้ำ และในการทดลองมีลักษณะแคบในส่วนเหนือน้ำ กว้างในส่วนท้ายน้ำ จากการทดลองได้ให้ชื่อการเกิดน้ำกระโดดว่าเป็น R-jump และ S-jump R-jump เป็นการเกิดน้ำกระโดด ในพื้นที่คลองต่างระดับและต่างความกว้าง ซึ่งเมื่อเราเพิ่มระดับท้ายน้ำให้สูงขึ้นเรื่อยๆโดยฝ่าย ตำแหน่งที่เกิดน้ำกระโดดจะเคลื่อนที่เข้าใกล้เหนือน้ำมากขึ้นทุกที จนกระทั่งไม่มีระดับ เหนือน้ำให้เห็น การเกิดน้ำกระโดดเช่นนี้ได้ให้ชื่อว่า S-jump นั่นเอง

Arbhabhirama และ Abella (1971) ได้ทำการวิจัยการเกิดน้ำกระโดดในคลองที่มีลักษณะ แคบในส่วนเหนือน้ำและกว้างในส่วนท้ายน้ำ โดยได้พิจารณาการไหลของน้ำแบบ radial และตั้ง สมมุติฐานว่า รูปแบบของการเกิดน้ำกระโดดมีลักษณะเป็นวงรี จากการทดลองได้พบว่า ผลของการ ทดลองได้พบว่า ผลการทดลองได้ผลใกล้เคียงกับทฤษฎีที่วิเคราะห์ได้มาก อย่างไรก็ตาม การทดลอง ได้กระทำในช่วงที่จำกัด กล่าวคือได้ทำให้ความกว้างของเหนือน้ำและท้ายน้ำมีความกว้างที่แตกต่าง กันตั้งแต่  $5^{\circ}$  จนถึง  $13^{\circ}$  เท่านั้น ซึ่งต่อมา Abdul(1973) ได้ทำการทดลองเช่นเดียวกันนี้อีก แต่ได้เพิ่ม ช่วงผลต่างของความกว้างเหนือน้ำและท้ายน้ำออกไปอีก ให้มีความแตกต่าง  $13^{\circ}.30'$  จนถึง  $27^{\circ}$

สมพงษ์ นิยมสกุล (1978) ได้ทำวิจัยเพื่อหารูปแบบของ Chute block ในการสลายพลังงานเมื่อ ทำการวิจัยในแอ่งน้ำนิ่งแบบที่ 3 ของ USBR.(1958) จำนวน 2 รูปแบบ ผลการวิจัยพบว่าที่ฟูดนมเบอ เดียวกัน รูปแบบของ chute block ที่กำหนดขึ้นใหม่สามารถลดพลังงานของมวลน้ำในแอ่งน้ำนิ่ง ได้ มากกว่าแบบของ USBR.(1958) ประมาณ 8-15 %



รูปที่ 2-16 USBR type III เมื่อปรับเปลี่ยน chute block แบบที่ 1

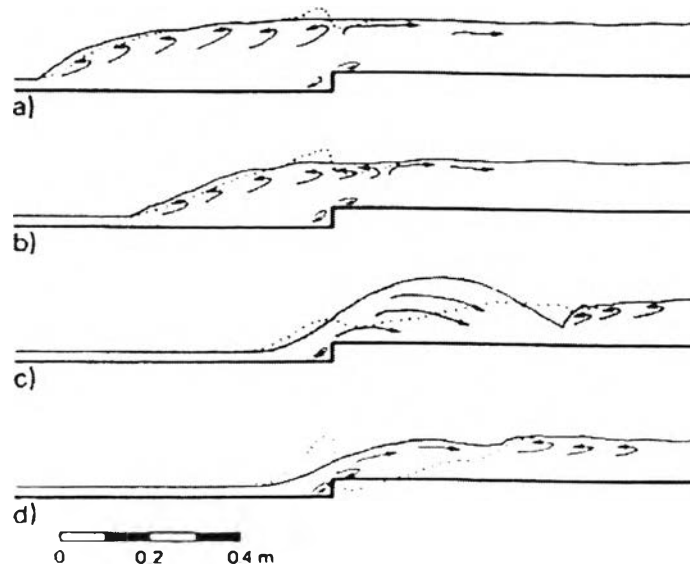


รูปที่ 2-17 USBR type III เมื่อปรับเปลี่ยน chute block แบบที่ 2

สมบูรณ วัฒนาศูวรรณ (1979) ได้ทำการวิจัยในการศึกษาการเกิดน้ำกระโดดของทางน้ำรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีท้องเป็นรูปคลื่น ผลการวิจัยพบว่าที่ฟลูตนมเบอเดียวกัน การเกิดน้ำกระโดดเหนือท้องน้ำที่เป็นคลื่นจะทำให้พลังงานสูญเสียมากกว่าการเกิดน้ำกระโดดเหนือท้องน้ำที่ราบเรียบและระยะห่างของตัวคลื่นมีผลต่อตำแหน่งที่เกิดน้ำกระโดด

ธงชัย บุญสม (1984) ได้ศึกษาในการสลายพลังงานโดยใช้มวลน้ำสลายพลังงานของตัวเอง โดยการวิจัยมีการฝังท่อพลาสติก(PVC.) ขนาดต่างๆ จากทางเหนือน้ำต่อมาฝังอยู่ใน floor block โดยทำการวิจัยในแ่งน้ำนิ่งแบบที่ 3 ของ USBR.(1958) ผลการวิจัยพบว่า สามารถสลายพลังงานได้มากกว่าแ่งน้ำแบบปกติ

Hager และ Bretz (1986) ได้ศึกษาประเภทของน้ำกระโดด โดยได้ศึกษาเมื่อมีการยกพื้นขึ้น (step) ซึ่งได้แบ่งประเภทน้ำกระโดดออกเป็น 4 ประเภท คือ แบบ A-jump โดยลักษณะน้ำกระโดดจะเกิดขึ้นบริเวณด้านหน้าและสิ้นสุดที่บริเวณที่ยกพื้น แบบ B-jump โดยลักษณะของน้ำกระโดดจะเกิดขึ้นทั้งบริเวณด้านหน้าและด้านท้ายพื้นที่ยกขึ้น ซึ่งระดับท้ายน้ำ(tail water depth) จะต่ำกว่าแบบ A-jump และแบบ Aerated และแบบ Non-Aerated ซึ่งทั้งสองแบบนี้จะขึ้นอยู่กับความลัมพันธ์ของ S(step height ) หรือเท่ากับอัตราส่วนของความสูงการยกพื้น กับความลึกการไหลก่อนเกิดน้ำกระโดด



รูปที่ 2-18 ประเภทของน้ำกระโดดบนพื้นยกขึ้น a) A-jump, b) B-jump, c) Aerated  
d) Non-Aerated



Yang (1994) ได้ทำการศึกษาการสลายพลังงานรูปแบบใหม่ โดยการออกแบบประยุกต์ใช้ slotted - bucket และ ski - jump รวมกัน ซึ่งจากการทดลองด้วยแบบจำลองกายภาพทางชลศาสตร์ ทำให้สามารถลดขนาดของแ่งน้ำนิ่งให้สั้นลงได้ ซึ่งจะสามารถทำให้ช่วยลดค่าก่อสร้างลงได้ โดยการลดพลังงานลักษณะนี้ เหมาะกับ หัวความดันรวมทั้งหมด(total head) ที่ 50-80 เมตรและอยู่ในฟรุตนัมเบอร์ช่วงระหว่าง 5.2-7.2

Ohtsu, Yasuda และ Hashiba (1996) ได้ศึกษาถึงการเกิดน้ำกระโดดในเงื่อนไขเมื่อมีการไหลข้าม สันตั้งตรง(sill) โดยมีเงื่อนไขการเริ่มเกิดน้ำกระโดดจากการเพิ่มความสูงของสันตั้งตรง หรือการเพิ่มความลึกด้านท้ายน้ำ โดยการเกิดน้ำกระโดดทั้ง 2 แบบ เกิดจากผลกระทบของความกว้างคลองในการศึกษาของคลองที่กว้างมาก ผลลัพธ์ที่ได้จากการวิจัยมีค่าที่ใกล้เคียงกับการวิเคราะห์ด้วยสมการของโมเมนตัม

Armenio, Tosacno และ Fiorotto (2000) ได้ศึกษาการแปรผันของความดันของบริเวณช่วงพื้นของน้ำกระโดด เนื่องจากผลของการลดลงของพื้น โดยเป็นการลดลงของพื้นแบบทันทีทันใด และเป็นการลดลงของพื้นแบบโค้ง จากการศึกษารูปแบบของน้ำกระโดด ในกรณี B-jump และ wave jump ทั้งสองกรณีที่มีการลดพื้น โดยฟรุตนัมเบอร์อยู่ในช่วงระหว่าง 6.0-9.5 จะเห็นได้ว่าผลของพื้นที่ลดลงแบบทันทีทันใดมีการแปรผันของความดันที่น้อยกว่าพื้นที่ลดลงแบบโค้ง

Ferreri และ Nasello (2002) ได้ศึกษาการเกิดน้ำกระโดดในคลองรูปสี่เหลี่ยมที่มีการลดลงของพื้นที่พร้อมทั้งมีการขยายออกของคลอง จากการศึกษาการขยายออกของหน้าตัดที่เหมาะสมกับการลดลงของพื้นที่ จากการทดลองที่ 3 ค่าที่แตกต่างกันของอัตราส่วนของความกว้างด้านท้ายน้ำกับความกว้างด้านเหนือหน้า จากการทดลองที่ค่าฟรุตนัมเบอร์ที่การไหลเหนือวิกฤต(supercritical) จะทำให้ความลึกท้ายน้ำเพิ่มขึ้นและเกิดน้ำกระโดดหลายแบบคือ B-min jump, B-jump, undulated jump, wave jump, A-jump โดยค่ารูปแบบที่เปลี่ยนแปลงนี้ขึ้นกับค่าของ ขนาดของคลองด้านเหนือหน้า/ขนาดของคลองด้านท้ายน้ำ, ฟรุตนัมเบอร์, ความลึกน้ำด้านเหนือหน้า/ลึกที่ลดลงของคลอง