



บทที่ 2

ปริทรรศน์วรรณกรรม

2.1 ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับโลหะเงิน

2.1.1 สมบัติทางกายภาพของเงิน ทองแดงและดีบุก

สำหรับในงานวิจัยนี้ธาตุที่จะใช้ผสมในโลหะเงินคือ ทองแดงและดีบุก ซึ่งจะแสดงสมบัติทางกายภาพไว้ในตารางที่ 2.1

ตารางที่ 2.1 สมบัติทางกายภาพของโลหะที่ใช้ผสมในโลหะเงินสเตอร์ลิง

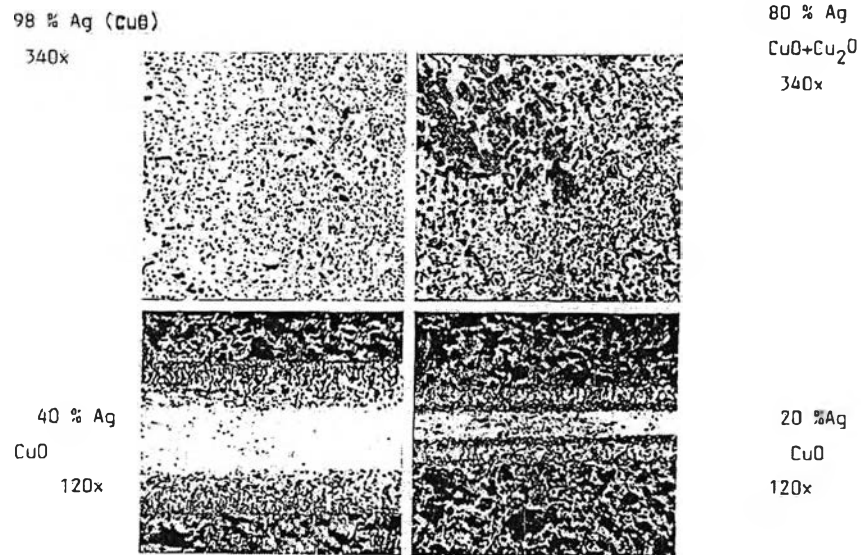
ธาตุ	สัญลักษณ์	เลขอะตอม	น้ำหนักอะตอม	โครงสร้างผลึกที่ 20 °C	ความถ่วงจำเพาะ	ความหนาแน่นที่ 20 °C (kg/m ³)	จุดหลอมเหลว (°C)	จุดเดือด (°C)
เงิน	Ag	47	107.87	FCC	10.5	10500	960	2195
ทองแดง	Cu	29	63.54	FCC	8.96	8960	1083	2600
ดีบุก	Sn	50	118.69	BCT	7.29	7290	231.9	2270

2.1.2 การเกิดคอปเปอร์ออกไซด์ที่ผิวโลหะผสมเงิน-ทองแดง

เมื่อโลหะเงินผสมทองแดงถูกกระทำทางกระบวนการความร้อน จะเกิดออกไซด์ที่ผิวของโลหะ ซึ่งสามารถขจัดออกได้โดยการจุ่มลงในสารละลายของกรดกำมะถัน 7% โดยปริมาตร เรียกว่า Pickling การเกิดออกไซด์จะขึ้นอยู่กับโลหะผสมและสภาวะในการอบ ซึ่งออกไซด์ของทองแดงจะมี 2 ชนิด คือ CuO (cupric oxide) จะมีสีเทาดำและ Cu₂O (cuprous oxide) จะมีสีชมพูอมแดง ปฏิกิริยาออกซิเดชัน จะเกิดขึ้นขณะให้ความร้อนแก่โลหะที่อุณหภูมิประมาณ 600-800°C ในสภาวะบรรยากาศ รูปที่ 2.1 แสดงให้เห็นชั้นของออกไซด์ที่ผิวนอก ถัดจากผิวนอกเข้ามาข้างในชั้นออกไซด์จะละเอียด และลึกเข้ามาข้างในจะไม่มีออกไซด์เกิดขึ้น ซึ่งจะเห็นได้ชัดเจนว่าที่ผิวนอกจะเป็น copper-rich ส่วนข้างในจะเป็น silver-rich

ชั้นคอปเปอร์ออกไซด์ที่เกิดขึ้นที่ผิวนอก มีสาเหตุมาจากการแพร่ของทองแดงมาที่ผิวแล้วเกิดการออกซิไดซ์ ดังนั้นเมื่อกระบวนการทางความร้อนยุติ จะเห็น gradient ของทองแดงเพิ่มขึ้น

เมื่ออยู่ใกล้ผิวหน้าเนื่องจากแพร่ของทองแดง(copper enrichment) และข้างในจะเกิด silver-rich เนื่องจากมีปริมาณของทองแดงมีน้อย



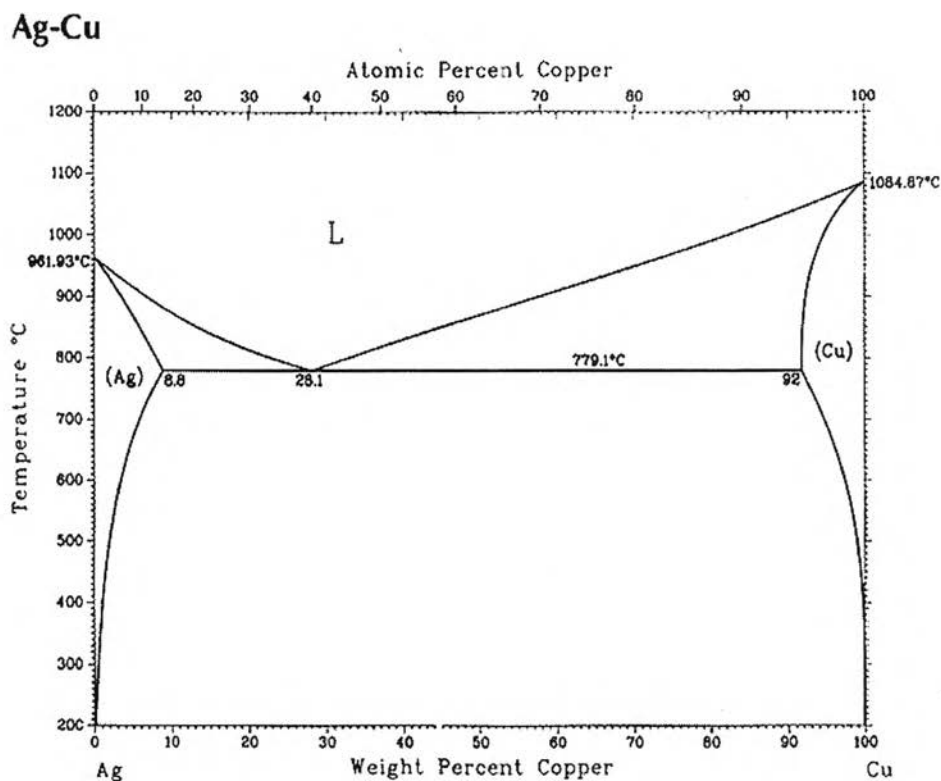
รูปที่ 2.1 ชั้นออกไซด์ในโลหะผสมเงิน-ทองแดง หลังอบที่ 750 °C ในสภาวะบรรยากาศ(6)

2.1.3 แผนภูมิสมดุลเฟสระบบเงิน-ทองแดง

จากรูปที่ 2.2 แผนภูมิสมดุลเฟสระบบเงิน-ทองแดง พบว่าทองแดงสามารถละลายในเงินให้สารละลายของแข็งแอลฟาเฟส(α phase)ได้สูงสุด 8.8%โดยน้ำหนัก ที่อุณหภูมิ 779.1 °C และที่อุณหภูมินี้จะเกิดปฏิกิริยายูเทคติกซึ่งจะมีส่วนผสมของทองแดง 28.1%โดยน้ำหนัก ความสามารถในการละลายของทองแดงในสารละลายของแข็งแอลฟาเฟสจะลดลงเมื่ออุณหภูมิลดลง ส่วนเงินจะสามารถละลายในทองแดงให้สารละลายของแข็งเบต้า(β phase)ได้สูงสุด 8%โดยน้ำหนัก ที่อุณหภูมิต้องโลหะผสมเงินและทองแดงจะประกอบไปด้วยเฟส 2 เฟส คือ แอลฟาเฟสและเบต้าเฟส

โลหะเงินสเตอร์ลิงที่ถูกหล่อขึ้นภายใต้สภาวะสมดุล เมื่อปล่อยให้เกิดการแข็งตัวเฟสที่เกิดขึ้นจะประกอบด้วยสารละลายของแข็ง(Primary Solid Solution) ที่เป็นเนื้อเดียวกัน แต่โดยปกติการแข็งตัวของงานหล่อจะไม่อยู่ในสภาวะสมดุล นั่นคือโครงสร้างภายหลังจากที่ได้จะประกอบด้วยสารละลายของแข็ง Primary Silver-rich(α phase) ซึ่งเริ่มเกิดที่อุณหภูมิประมาณ 896 °C ในลักษณะ

การแข็งตัวแบบกิ่งไม้(Dendritic Solidification) ส่วนของเหลวที่เหลืออยู่ขณะเกิดการแข็งตัวจะมี ส่วนผสมของทองแดงสูงกว่าของเหลวเริ่มต้น ต่อมา ก็จะเกิดโครงสร้างยูเทคติกที่ประกอบด้วย เฟสอัลฟาผสมกับ เฟสเบต้า ที่แทรกอยู่ระหว่างกิ่งต่างๆของเดนไดรท์ที่อุณหภูมิ 796°C ดังนั้นเฟสที่เกิดขึ้นทั้งหมดของโลหะเงินสเตอร์ลิงหล่อที่อุณหภูมิห้องจะประกอบไปด้วยสารละลายของแข็ง Primary Silver-rich และโครงสร้างยูเทคติกของโลหะเงินและทองแดง

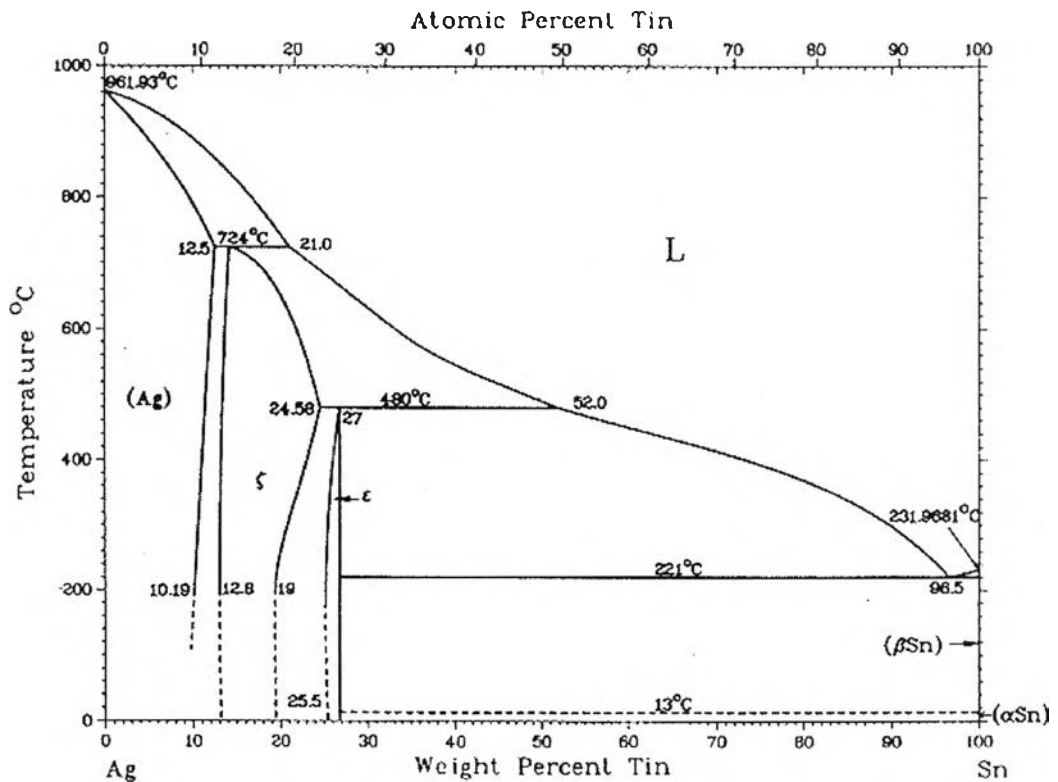


รูปที่ 2.2 แผนภูมิสมดุลเฟสระบบเงิน-ทองแดง(7)

2.1.4 แผนภูมิสมดุลเฟสระบบเงิน-ดีบุก

รูปที่ 2.3 แสดงแผนภูมิสมดุลเฟสระบบเงิน-ดีบุก จากรูปจะพบว่าความสามารถในการละลายได้สูงสุดของดีบุกในเงินคือ 12.5%โดยน้ำหนักที่อุณหภูมิ 724°C สารละลายของแข็งที่ได้มีระบบผลึกแบบ FCC และความสามารถในการละลายจะลดลงเมื่ออุณหภูมิลดลง

Ag-Sn



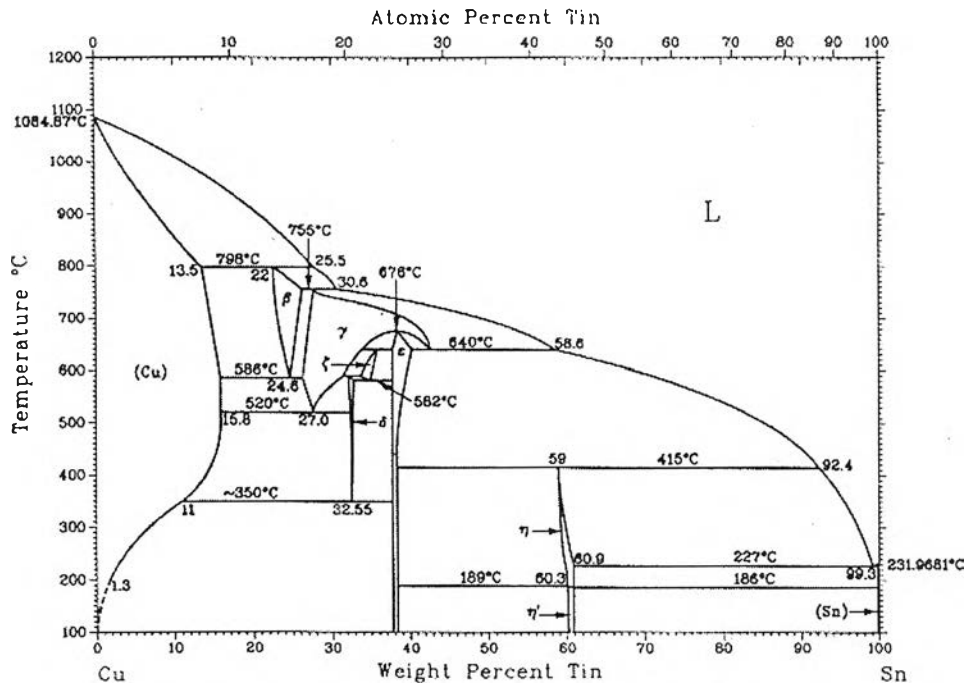
รูปที่ 2.3 แผนภูมิสมดุลเฟสระบบเงิน-ดีบุก(8)

2.1.5 แผนภูมิสมดุลเฟสระบบทองแดง-ดีบุก

รูปที่ 2.4 แสดงแผนภูมิเฟสระบบทองแดง-ดีบุก พบว่าดีบุกสามารถละลายในทองแดงได้สูงสุด 13.5%โดยน้ำหนัก ได้สารละลายของแข็งเฟสอัลฟา(α phase) ที่อุณหภูมิ 798 °C และความสามารถในการละลายจะเพิ่มเป็น 15.8%โดยน้ำหนัก ที่อุณหภูมิ 586 °C จากนั้นอัตราการละลายของดีบุกในเฟสอัลฟาจะลดลงเป็น 11%โดยน้ำหนัก ที่อุณหภูมิ 350 °C และลดลงอีกเหลือ 1.2%โดยน้ำหนัก ที่อุณหภูมิ 200 °C

สำหรับในงานวิจัยนี้จะใช้ธาตุดีบุกที่อยู่ในรูปโลหะผสมระหว่างทองแดงกับดีบุกในอัตราส่วน 11%Sn:89%Cuโดยน้ำหนัก

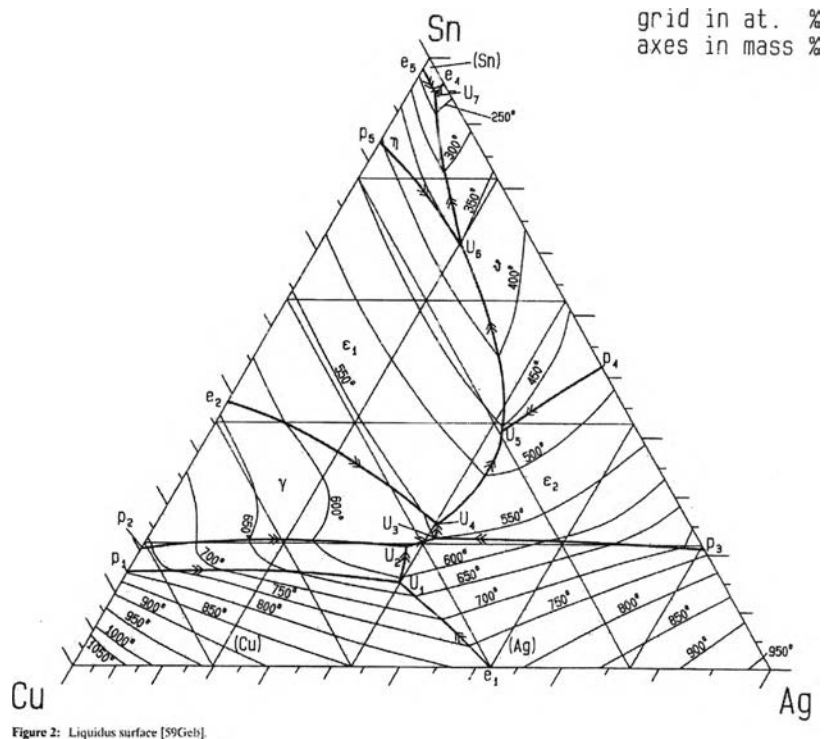
Cu-Sn



รูปที่ 2.4 แผนภูมิสมดุลเฟสระบบทองแดง-ดีบุก(9)

2.1.6 แผนภูมิสมดุล Liquidus line ระบบเงิน-ทองแดง-ดีบุก

จากรูปที่ 2.5 โลหะผสมเงิน-ทองแดง-ดีบุก ที่จะใช้ในการทดลองสำหรับงานวิจัยนี้ จะมีส่วนผสมอยู่ในช่วงมุมขวาล่างของแผนภูมิสมดุลเฟส

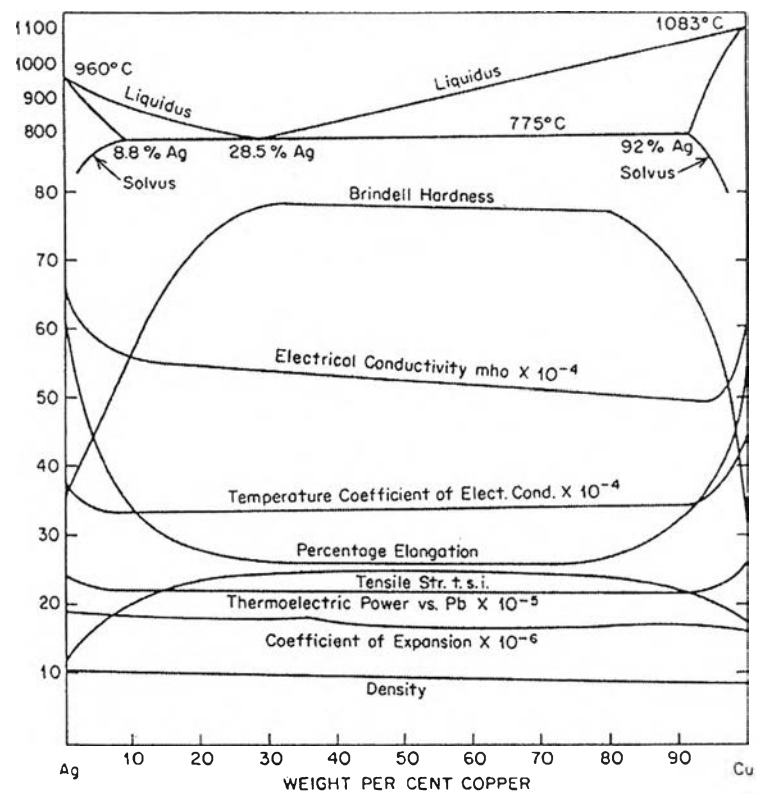


รูปที่ 2.5 แผนภูมิสมมูล Liquidus line ระบบเงิน-ทองแดง-ดีบุก(10)

2.1.7 สมบัติทางกลของโลหะผสมเงิน-ทองแดง

โลหะผสมเงินและทองแดงที่นิยมใช้ในทางการค้าอย่างกว้างขวาง คือ โลหะเงินสเตอร์ลิง ซึ่งมีส่วนผสมของเงินบริสุทธิ์อย่างน้อยที่สุด 92.5%โดยน้ำหนัก และที่เหลือจะเป็นทองแดง 7.5 %โดยน้ำหนัก เนื่องจากทองแดงมีผลต่อความแข็งแรงของโลหะเงินมากกว่าธาตุอื่นๆ

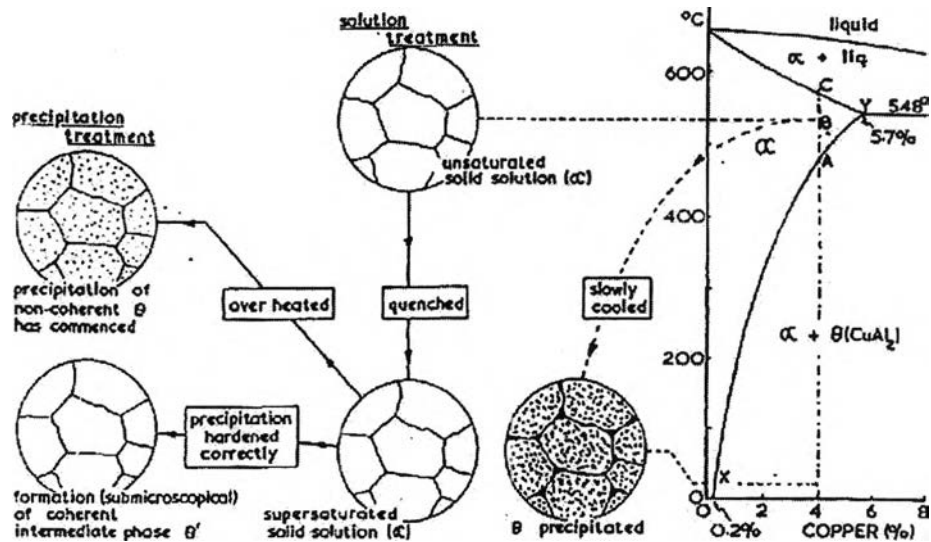
รูปที่ 2.6 แสดงสมบัติต่างของโลหะผสมเงิน-ทองแดง จะเห็นว่าเมื่อปริมาณทองแดงที่อยู่ในเงินเพิ่มสูงขึ้น จะทำให้โลหะผสมมีค่าความแข็งแบบบริเนลล์(Brinell Hardness)เพิ่มขึ้น ค่าความต้านทานแรงดึง(Tensile Strength) สูงขึ้น แต่เปอร์เซ็นต์การยืดตัว(%Elongation)จะลดลง



รูปที่ 2.6 สมบัติทางกลของโลหะเงิน-ทองแดง(11)

2.2 กลไกการเพิ่มความแข็ง(Hardening Mechanisms)

วิธีที่จะทำให้เงินสเตอร์ลิงมีความแข็งแรงสูงมากขึ้น แต่ยังคงรักษารูปร่างเดิมของชิ้นงานไว้ได้ คือ การเพิ่มความแข็งโดยการตกตะกอน (Precipitation hardening) โดยการอบชุบทางความร้อน (Heat treatment) ในลักษณะต่างๆ จะทำให้ได้โครงสร้างและสมบัติที่แตกต่างกันไป กลไกการเพิ่มความแข็งแรงแบบการบ่มด้วยความร้อน หรือการเพิ่มความแข็งแรงด้วยการตกตะกอนนี้ประกอบด้วยขั้นตอนการดำเนินการ 3 ขั้นตอนดังนี้



รูปที่ 2.7 กลไกและโครงสร้างการเย็นตัวของการอบชุบแบบตกตะกอนของโลหะอะลูมิเนียม-ทองแดง
(12)

1. การอบให้เป็นสารละลายของแข็งเนื้อเดียว (Solutionization treatment) จุดประสงค์ของขั้นตอนนี้คือทำให้เฟสที่สอง (θ -phase) ที่อยู่ตามขอบเกรนของเฟสที่หนึ่ง (α -phase) ละลายกลับเข้าไปในเกรนของเฟสแอลฟา (α) ทั้งหมด โดนการปฏิบัติในขั้นตอนนี้คือการอบด้วยความร้อนให้อุณหภูมิการอบสูงกว่าอุณหภูมิขีดจำกัดของการละลาย (Solvus temperature) ดังนั้นเนื้อโลหะที่ได้จากการอบจะมีเฟสเดียวและเป็นเฟสสารละลายของแข็งอิ่มตัวอย่างสมบูรณ์ (Saturated solid solution) ที่อุณหภูมิดังกล่าว

2. การชุบอย่างรวดเร็ว (Quenching) ในขั้นตอนนี้เป็นการนำโลหะออกจากเตาอบที่อุณหภูมิในขั้นตอนที่ 1 แล้วรีบจุ่มลงตัวกลางซึ่งอาจจะเป็นน้ำหรือน้ำมัน เพื่อให้โลหะเย็นตัวอย่างรวดเร็วเป็นการยับยั้งการแพร่ของอะตอมธาตุผสมไม่ให้เกิดใหม่ที่ขอบเกรนหรือเป็นการขัดขวางไม่ให้โลหะผสมเปลี่ยนแปลงไปตามแผนภูมิสมดุล ในขั้นตอนนี้จะได้สารละลายของแข็งอิ่มตัวอย่างยิ่งยวด (Super saturated solid solution)

3. การบ่มเพิ่มความแข็ง (Aging) เนื่องจากโลหะในขั้นตอนที่ 2 เป็นสารละลายของแข็งอิ่มตัวอย่างยิ่งยวด (Super saturated solid solution) ซึ่งจะไม่เสถียร เมื่อทำการอบที่อุณหภูมิที่เหมาะสมจะทำให้เฟส θ' ตกตะกอนในเฟสแอลฟา (α) ซึ่งจะเป็นตัวขัดขวางการเคลื่อนที่ของดิสโลเคชันส่งผลให้

วัสดุมีความแข็งและความแข็งแรงเพิ่มขึ้น แต่หากบ่มนานเกินไป (Over aging) จะทำให้ขนาดของเฟส θ' ใหญ่ขึ้นจนค่อยๆ เปลี่ยนไปเป็นเฟส θ ทำให้ความแข็งและความแข็งแรงลดลงได้

ในกรณีของโลหะเงินสเตอริลิ่งผสมทองแดงจะได้เฟสเบต้าที่เป็นเฟสที่มีทองแดงสูง (Cu-rich phase) ตกตะกอนแยกตัวออกจากเฟสแอลฟา (Ag-rich phase) เนื่องจากความสามารถในการละลายของทองแดงจะลดลงเมื่ออุณหภูมิลดลงและหากทำการชุบแข็งอย่างรวดเร็วขณะโลหะกำลังแข็งตัว จะสามารถยับยั้งการตกตะกอนของทองแดงได้ โดย Cu-rich phase ที่ได้จะมีขนาดเล็กมาก และสามารถละลายกลับเข้าไปในสารละลายได้เมื่อให้ความร้อนเหนืออุณหภูมิโซลิวส์ที่ประมาณ 745°C โดยกระบวนการเพิ่มความแข็งโดยการตกตะกอนของเงินสเตอริลิ่ง อธิบายได้ดังนี้

1. การทำให้เป็นโลหะเนื้อเดียว (Solutionizing) ที่อุณหภูมิสูงกว่า 745°C
2. เมื่อชุบอย่างรวดเร็วจนถึงอุณหภูมิห้อง จะช่วยป้องกันการตกตะกอนของ Cu-rich phase ทำให้เงินสเตอริลิ่งมีความแข็งสูงขึ้น เพราะถ้าหากโลหะเย็นตัวช้า โลหะที่ตกตะกอนจะมีขนาดใหญ่ ไม่สามารถช่วยเพิ่มความแข็งได้
3. การให้ความร้อนแก่เงินสเตอริลิ่งอีกครั้ง เรียกว่าการบ่มเพิ่มความแข็ง (Aging) สำหรับเงินสเตอริลิ่งมักบ่มเพิ่มความแข็งที่อุณหภูมิประมาณ 300°C โดยจะเกิดการตกตะกอนของ Cu-rich ที่มีขนาดเล็กมาก สามารถเพิ่มความแข็งได้

จากการศึกษาพบว่าเงินสเตอริลิ่งสามารถเพิ่มความแข็งโดยการตกตะกอนได้ โดยให้ความร้อนแก่เงินสเตอริลิ่งที่อุณหภูมิ 750°C เป็นเวลา $\frac{1}{2}$ - 1 ชั่วโมง แล้วชุบแข็งในน้ำ (Water quench) หลังจากนั้นบ่มเพิ่มความแข็งที่อุณหภูมิ 300°C เป็นเวลา 2 ชั่วโมง จะได้เงินสเตอริลิ่งที่มีความแข็งสูงถึง 145 HB(13)

2.3 สมบัติของสปริง

ของแข็งที่เปลี่ยนรูปเมื่อได้รับแรงกระทำภายนอกมีแนวโน้มที่จะกลับคืนสู่รูปร่างเดิม ลักษณะที่กล่าวมานี้เป็นสมบัติพื้นฐานของสปริง

คุณสมบัติของสปริงจะมีความสัมพันธ์โดยตรงกับคุณสมบัติของโลหะที่นำมาทำสปริง (14) เพราะฉะนั้นจึงมีสมบัติทางกลต่างๆ ของวัสดุที่เกี่ยวข้องกับสมบัติของสปริง ดังนี้

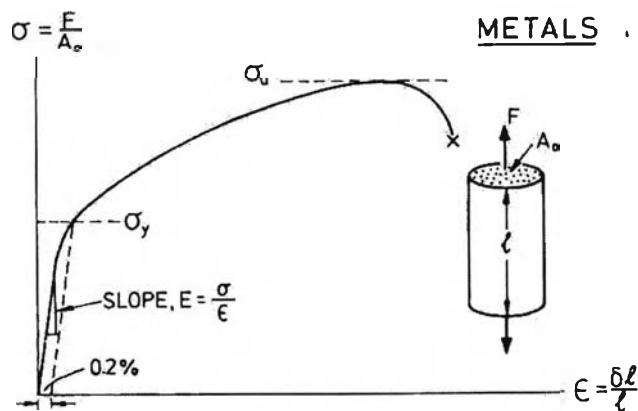
1. ค่ามอดุลัสยืดหยุ่น(Modulus of Elasticity :มีหน่วยเป็น GPa หรือ GN/m^2) คืออัตราส่วนของความเค้น-ความเครียด(Stress-Strain) ในบริเวณที่ต่ำกว่าพิกัดสัดส่วน(Proportional Limit) บนกราฟความเค้น-ความเครียด ความชันของเส้นตรงคือค่า Stiffness หรือ Springiness โดยที่ Stiffness คือความสามารถของวัสดุที่ยังคงรักษารูปร่างเดิมไว้เมื่อถูกกระทำด้วยภาระ ถ้าภาระเป็นแบบแรงดึงหรือแรงอัดจะเรียกว่า Young's modulus หรือ Modulus of Elasticity(E) ดังรูปที่ 2.8 ถ้าเป็นแรงเฉือนจะเรียกว่า Modulus of Rigidity หรือ Shear Modulus(G) ค่าความยืดหยุ่นทั้ง 2 นี้จะสัมพันธ์กับอัตราส่วนปัวของดังนี้

$$G = E / 2(1+\nu) \quad (2.1)$$

ค่ามอดุลัสยืดหยุ่นจะถูกนำมาใช้ในการออกแบบคานและสปริง ซึ่งต้องการค่า Yield Strength (σ_y) ที่สูงและค่ามอดุลัสยืดหยุ่นต่ำ

ดังนั้นวัสดุที่เหมาะสมสำหรับทำสปริงจะต้องมีค่า σ_y^2/E (15) ที่สูงมากโดยไม่คำนึงถึงรูปร่างและวิธีการให้ภาระ ดูค่าเปรียบเทียบได้จากตารางที่ 2.2

ค่ามอดุลัสยืดหยุ่นจะเปลี่ยนแปลงตามทิศทางของเกรน, ส่วนผสมทางเคมี, เฟอร์เซ็นต์ของการรีดเย็นและอุณหภูมิที่แตกต่างกัน



รูปที่ 2.8 กราฟความเค้น-ความเครียดของโลหะ(16)

2. ความเค้นจุดคราก σ_y (Yield stress หรือ Yield strength : มีหน่วยเป็น MPa หรือ MN/m^2) นี้จะเป็นจุดแบ่งระหว่างพฤติกรรมการคืนรูปกับพฤติกรรมการคงรูปและในกรณีของโลหะจะเป็นค่าความแข็งแรงสูงสุดที่เราจะใช้ประโยชน์ได้โดยไม่เกิดการเสียหาย วัสดุหลายชนิดเช่น อะลูมิเนียม ทองแดงจะไม่แสดงจุดครากอย่างชัดเจน แต่เรามีวิธีที่จะหาได้โดยกำหนดความเครียดที่ 0.10-0.20% ของความยาวกำหนดเดิม (Original Gage Length) แล้วลากเส้นขนานกับกราฟช่วงแรกไปจนตัดเส้นกราฟที่โค้งไปทางด้านขวา ค่าความเค้นที่จุดตัดนี้จะนำมาใช้แทนค่าความเค้นจุดครากได้ ความเค้นที่จุดนี้บางครั้งเรียกว่า ความเค้นพิสูจน์ (Proof stress) หรือความเค้น 0.1 หรือ 0.2% offset ดังแสดงในรูปที่ 2.8

ตารางที่ 2.2 การเปรียบเทียบค่า σ_y^2/E สำหรับวัสดุที่เหมาะสมและไม่เหมาะสมสำหรับทำสปริง

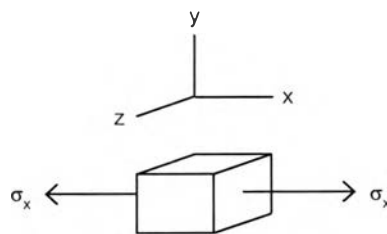
วัสดุที่เหมาะสมสำหรับทำสปริง			วัสดุที่ไม่เหมาะสมสำหรับทำสปริง				
วัสดุ	E (GNm^{-2})	σ_y (MN^{-2})	σ_y^2/E (MJm^{-3})	วัสดุ	E (GNm^{-2})	σ_y (MN^{-2})	σ_y^2/E (MJm^{-3})
Brass (cold-rolled)	120	638	3.38	Copper	124	60	0.029
Stainless steel (cold-rolled)	200	1000	5.00	Stainless ausenitic steel	190-200	286-500	0.43-1.25
Beryllium copper	120	1380	15.9				

3. ความแข็ง ความแข็งเป็นความต้านทานการเจาะทะลุ (Penetration) หรือการเสียดสี (Abrasive) ของวัสดุ ความแข็งของวัสดุจะเกี่ยวข้องกับการจับตัวของอะตอมและโมเลกุลภายในเนื้อวัสดุเช่นเดียวกันกับความแข็งแรง ดังนั้นความแข็งมักจะเพิ่มเมื่อวัสดุมีความแข็งแรงสูงขึ้น ค่าความแข็งจะขึ้นกับชนิดของวัสดุ, ส่วนผสมทางเคมีและการกระทำทางกระบวนการทางความร้อน(Heat

treatment) การทดสอบความแข็งมีอยู่หลายวิธี แต่ในงานวิจัยนี้จะใช้การทดสอบความแข็งแบบวิคเกอร์ (Vickers Hardness test)

2.4 ค่าที่จะนำมาพิจารณาความเป็นสปริง

ค่าที่จะนำมาเป็นตัวบ่งชี้ถึงความเหมาะสมของวัสดุที่จะนำมาทำสปริง คือ ค่า σ_y^2/E เนื่องจากสปริงเป็นชิ้นส่วนที่เมื่อได้รับแรงกระทำแล้วจะเกิดการเปลี่ยนแปลงรูปร่าง (Deformation) แต่เมื่อเอาแรงออกก็สามารถกลับสู่รูปร่างเดิมได้ ดังนั้นสมบัติที่สำคัญของสปริงก็คือพลังงานเชิงอีลาสติกสะสม (Storing elastic energy) โดยพลังงานถูกนิยามให้หมายถึงความสามารถในการทำงาน ซึ่งงานก็ถูกให้คำจำกัดความว่า คือผลคูณของแรงกับระยะทางในแนวเดียวกับแรงที่เคลื่อนที่ไป เมื่อนำเอาแนวคิดนี้มาพิจารณากับพลังงานที่เกิดในก้อนวัสดุซึ่งเสียรูปหรือยืดหยุ่นจะได้ว่า แรงที่กระทำกับก้อนวัสดุหาได้จากการเอาความเค้นคูณกับพื้นที่ที่มันกระทำอยู่ ส่วนการเสียรูปของก้อนวัสดุในลักษณะการยืดหรือหดหรือเบี้ยวเฉกจะทำให้แรงที่กระทำกับก้อนวัสดุนี้เคลื่อนที่เป็นระยะทางอันหนึ่ง ผลคูณของแรงและระยะทางที่เกิดขึ้นในเนื้อวัสดุนี้เราเรียกว่างานภายใน (Internal work) ซึ่งเกิดขึ้นมาจากการที่แรงภายนอกกระทำกับก้อนวัสดุแล้วทำให้เกิดการเสียรูปขึ้นนั่นเอง เราจินตนาการเอาว่างานภายในจำนวนนี้ถูกก้อนวัสดุเก็บไว้ในลักษณะงานภายในเนื่องจากการเสียรูปเชิงอีลาสติก (Internal elastic energy of doformation) หรือบ่อยครั้งที่เรียกว่า พลังงานเครียดเชิงอีลาสติก (Elastic strain energy)



รูปที่ 2.9 อนุวัสดุซึ่งอยู่ภายใต้การกระทำของความเค้น σ_x (17)

การหาพลังงานเครียดอีลาสติกจากความเค้นในแนวแกน พิจารณาอนุวัสดุดังแสดงในรูป 2.9 ซึ่งอยู่ภายใต้การกระทำของความเค้น σ_x แรงที่กระทำต่อผิวทางขวามือและทางซ้ายมือ คือ $\sigma_x dy dz$

เนื่องจากแรงนี้ทำให้วัสดุยืดออกเป็นระยะทาง $\epsilon_x dx$ ถ้าวัสดุเป็นชนิดอิลาสติกเชิงเส้น ความสัมพันธ์ระหว่าง σ_x กับ ϵ_x ต้องเป็นไปตามกฎของโรเบิร์ตฮุก ถ้ากำหนดว่าสภาพเดิมของวัสดุไม่มีความเค้นก็กล่าวได้ว่าแรงเฉลี่ยที่กระทำกับอนุตั้งแต่เริ่มต้นจนกระทั่งถึงค่าที่คำนวณก็จะเป็น $\sigma_x dy dz / 2$ แรงเฉลี่ยนี้คูณกับระยะยืดก็จะเป็นงานที่กระทำต่ออนุวัสดุ ถ้าวัสดุเป็นชนิดอิลาสติกพลังงานจะถูกเก็บไว้ในลักษณะของพลังงานเครียดอิลาสติกที่พร้อมจะถ่ายคืนออกไปได้ ดังนั้นพลังงานเครียดเชิงอิลาสติก U สำหรับอนุที่มีความเค้นกระทำในแนวเดียว คือ

$$\begin{aligned} dU &= \text{แรงเฉลี่ย} \times \text{ระยะยืด} \\ &= \left[\sigma_x dy dz / 2 \right] \left[\epsilon_x dx \right] \\ &= \sigma_x \epsilon_x dx dy dz / 2 \\ &= \sigma_x \epsilon_x dV / 2 \end{aligned} \quad (2.2)$$

เมื่อ dV เป็นปริมาตรของอนุวัสดุ

ถ้ากำหนดให้ u เป็นพลังงานเครียดต่อหน่วยปริมาตร หรือเป็นความหนาแน่นของพลังงานเครียด (Strain energy density) ฉะนั้น

$$\begin{aligned} u &= dU/dV \\ &= \sigma_x \epsilon_x / 2 \end{aligned} \quad (2.3)$$

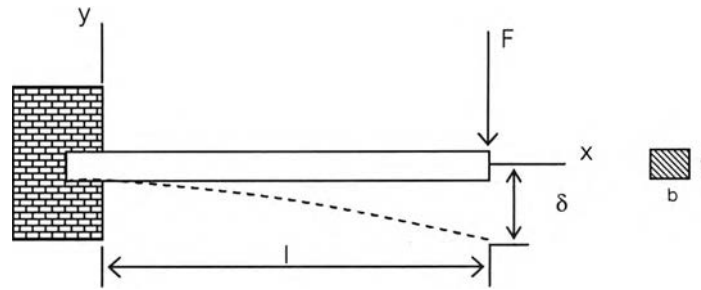
เนื่องจากความเค้นกระทำในแนวเดียว ฉะนั้นเมื่อใช้กฎของโรเบิร์ตฮุก $\epsilon_x = \sigma_x/E$ และ $\sigma_x = \sigma$ ทำให้เขียนสมการ (2.3) ได้เป็น

$$u = dU/dV = \sigma^2/2E \quad (2.4)$$

สำหรับสปริงเราต้องการค่าตามสมการ (2.4) ที่สูง และเพื่อไม่ให้สปริงเกิดความเสียหายค่าความเค้นที่ใช้ได้ต้องไม่เกินค่าความเค้นจุดคราก σ_y นั่นคือ $\sigma \leq \sigma_y$ ดังนั้นเราจะได้ค่าพลังงานสูงสุดคือ

$$u = \sigma_y^2/2E \quad (2.5)$$

การเลือกวัสดุที่เหมาะสมสำหรับลึนสปริงสามารถกระทำได้อีกวิธี คือ เมื่อทราบขนาดของลึนสปริง ลึนสปริงสำหรับในงานวิจัยนี้มีลักษณะเหมือนคาน cantilever ดังรูปที่ 2.10 ดังนั้นระยะแอ่นของคานที่ได้เมื่อมีแรง F มากระทำคือ



รูปที่ 2.10 รูปคาน cantilever

$$\delta = \frac{4Fl^3}{Ebt^2} \quad (2.6)$$

ค่าความเค้นสูงสุดที่ผิวของคานคือ

$$\sigma_y < \frac{6Fl}{bt^2} \quad (2.7)$$

จากสมการ (2.6) และ (2.7) เมื่อกำจัด F ออกไปจะได้

$$\frac{\sigma_y}{E} > \frac{3\delta t}{2l^2} \quad (2.8)$$

เมื่อแทนค่า t , l และ δ ลงในสมการ (2.8) แล้วนำค่า σ_y/E ที่คำนวณได้จากสมการนี้ไปเปรียบเทียบกับค่าที่คำนวณได้จากการทดลอง โดยวัสดุที่เหมาะสมสำหรับทำลึ้นสปริงจะต้องมีค่า σ_y/E สูงกว่าค่าที่คำนวณได้จากสมการจึงจะดีที่สุดเนื่องจากจะต้องเผื่อค่า safety factor ด้วย