การหาสมการคล็อคต์ชเรอดิงเงอร์ โดยตรงจากสมการชเรอดิงเงอร์ และการประยุกต์



นาย สุธี บุญช่วย

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรดุษฎีบัณฑิต สาขาวิชาฟิสิกส์ ภาควิชาฟิสิกส์ คณะวิทยาศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ปีการศึกษา 2548 ISBN 974-53-2975-4 ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

DERIVATION OF THE CLOCKED SCHROEDINGER EQUATION BY USING DIRECTLY THE SCHROEDINGER EQUATION AND APPLICATIONS

Mr. Sutee Boonchui

A Dissertation Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Doctor of Philosophy Program in Physics

Department of Physics

Faculty of Science

Chulalongkorn University

Academic year 2005

ISBN 974-53-2975-4

| Thesis Title | DERIVATION OF THE CLOCKED SCHROEDINGER | |
|--|---|--|
| | EQUATION BY USING DIRECTLY THE SCHROEDINGER | |
| | EQUATION AND APPLICATIONS | |
| Ву | Mr. Sutee Boonchui | |
| Thesis Advisor | Associate Professor Wichit Sritrakool, Ph.D. | |
| Thesis Co-advisor | Professor Virulh Sa-yakanit, F.D. | |
| Accepted by the Faculty of Science School, Chulalongkorn University in Partial Fulfillment of the Requirements for the Doctor's Degree | | |
| 1 | Dean of the Faculty of Science | |
| | (Professor Piamsak Menasveta, Ph.D.) | |
| THESIS COMMITTEE | (Assistant Professor Pisistha Ratanavararak, Ph.D.) | |
| | Wichit Sritrakool Thesis Advisor | |
| | (Associate Professor Wichit Sritrakool, Ph.D.) | |
| | V Sayin Thesis Co-advisor | |
| | (Professor Virulh Sa-yakanit, F.D.) | |
| | Sulfat Yohan Member | |
| | (Professor Suthat Yoksan, Ph.D.) | |
| | C. C. Member | |
| | (Chatchai Srinitiwarawong, Ph.D.) | |
| | Noham Pholomagethissled Member | |

(Nakorn Phaisangittisakul, Ph.D.)

สุธี บุญช่วย: การหาสมการคล็อคต์ชเรอดิงเงอร์ โดยตรงจากสมการชเรอดิงเงอร์ และการ ประยุกต์ (DERIVATION OF THE CLOCKED SCHROEDINGER EQUATION BY USING DIRECTLY THE SCHROEDINGER EQUATION AND APPLICATIONS) อ. ที่ปรึกษา: รองศาสตราจารย์ ดร. วิชิต ศรีตระกูล และ อ. ที่ปรึกษาร่วม: ศาสตราจารย์. ดร. วิรุฬห์ สายคณิต, 61 หน้า ISBN 974-53-2975-4

สมการคล็อคต์ชเรอดิงเงอร์ถูกเสนอด้วยโซโคลอบสคิ โดยใช้วิธีการอินทิเกรตตามวิถีที่มี เงื่อนไขบังคับในการพิสูจน์ (Phys. Rev. A 52, R5, 1995) โซโคลอบสคิ กล่าวอ้างว่า สมการ คล็อคต์ชเรอดิงเงอร์ไม่สามารถพิสูจน์ได้โดยตรงจากสมการชเรอดิงเงอร์ ในวิทยานิพนธ์นี้ เราได้ แสดงการพิสูจน์สมการคล็อคต์ชเรอดิงเงอร์จากสมการชเรอดิงเงอร์ โดยได้พิสูจน์ใน 2 วิธีการคือ (1) การแทนพังก์ชันคลื่นโดยตรงลงในสมการชเรอดิงเงอร์และ (2) การลดรูปเชิงประกอบระบบที่ ประกอบด้วย ระบบที่เราสนใจและระบบของเครื่องวัดหรือตัวระบุบ เช่นเดียวกับนิยามของพ่อน นอยแมนน์ สำหรับการประยุกต์ เราได้เตรียมสถานะของระบบในชเรอดิงเงอร์พิกเชอร์จากสถานะ เอนแทงเกิลเมนท์ และสมการอนุพันธ์สำหรับหาแอมพิจูดความน่าจะเป็นของระบบควอนตัมใดๆ ที่เป็นฟังก์ชันของเวลาจากสมการชเรอดิงเงอร์ที่ไม่ขึ้นกับเวลาและ เราได้ใช้แบบจำลอง เจนส์-คัม มิงส์ สำหรับแสดงตัวอย่าง

ภาควิชา ฟิสิกส์ สาขาวิชา ฟิสิกส์ ปีการศึกษา 2548 ลายมือชื่อนิสิต ผู้ธั มุญช่องย ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษาร่วม 👉 ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษาร่วม

##467 38354 23 : MAJOR PHYSICS

KEY WORD: THE CLOCKED SCHROEDINGER / THE QUANTUM-CLASSICAL BOUNDARY

/ THE WEAK MEASUREMENT / FEYNMAN PATH / TRAVERSAL TIME

SUTEE BOONCHUI: DERIVATION OF THE CLOCKED SCHROEDINGER EQUATION

BY USING DIRECTLY THE SCHROEDINGER EQUATION AND APPLICATIONS.

THESIS ADVISOR: ASSOC. PROF. WICHIT SRITRAKOOL, Ph.D., THESIS CO-

ADVISOR: PROF. VIRULH SA-YAKANIT. F.D., 61 pp. ISBN 974-53-2975-4.

The clocked Schroedinger equation was proposed by Sokolovski using the Feynman

path integrals with constraint (Phys. Rev. A 52, R2, 1995). Sokolovski pointed out that the

clocked Schroedinger equation (clocked SE) cannot be derived directly from the

Schroedinger equation (SE). In this thesis, we show that the clocked Schroedinger equation

can be derived by starting from the ordinary Schroedinger equation. We derive the clocked

SE by two methods: (i) substitution of the wave function into the ordinary SE and (ii)

reduction of a composite system, composed of the observed system and the apparatus

system or the pointer, as defined by von Neumann. For applications, we provide the ket

state in the Schroedinger picture from the entangled state and the differential equation for

solving the probability amplitude of a quantum system as a function of time from the time-

independent SE. We use the Jaynes-Cummings model for an example.

Department of Physics

Field of study: Physics

Academic year 2005

Student's signature Scoty Bosnchusy

Advisor's signature Wichit Sritiskool

Co-advisor's signature Vilmh Sayut

Acknowledgements

I would like to express my deep gratitude to my advisor associate Professor Wichit Sritrkool and co-advisor Professor Virulh Sa-yakanit for valuable advice and assistance in every aspect. My special thanks also go to the Theoretical Quantum Dynamics group of Freiburg University in Germany, especially to Professor John S. Briggs and Dr. Walter T. Strunz for providing me with great and valuable experiences during my stay in Freiburg.

Contents

| Abstract in Thai | iv |
|--|-----|
| Abstract in English | |
| Acknowledgements | V |
| Contents | vii |
| List of Figures | ix |
| Table of Symbols | X |
| Chapter | |
| Chapter 1 Introduction | 1 |
| 1.1 The tunneling time | 1 |
| 1.2 Outline of thesis | 3 |
| Chapter 2 Introduction of the Tunneling Time | 5 |
| 2.1 Order of magnitude of the tunneling time | 5 |
| 2.2 Tunneling and the uncertainty principle | 6 |
| 2.3 Time delay in tunneling. | |
| 2.4 Dwell time | 11 |
| 2.5 Larmor precession and the traversal time | 13 |
| 2.6 The clocked Schroedinger equation | 16 |
| Chapter 3 The Quantum-Classical Boundary | 20 |
| 3.1 The classical limit for a heavy mass | 20 |

| Chapter 4 Derivation of the Clocked SE Using the Normal SE | 25 |
|--|----|
| 4.1 Straightforward substitution | 25 |
| 4.2 The reduction of the composite system | 28 |
| | |
| Chapter 5 Applications | 35 |
| 5.1 The ket state in the Schroedinger picture | 35 |
| 5.2 The entangled wave function in classical limit | 37 |
| 5.3 The Jaynes-Cummings model | 40 |
| Chapter 6 Conclusion | 41 |
| 6.1 Derivation of the clocked SE using the normal SE | 41 |
| 6.2 Applications | 46 |
| References | 48 |
| Appendices | 51 |
| Appendix A: Feynman average | 52 |
| Appendix B: A theorem of differential calculus | 54 |
| Appendix C: The continuous condition | 56 |
| Appendix D: Eliminating the apparatus degree of freedom | 57 |
| Appendix E: To reduce the total propagator | 59 |
| Vitae | 61 |

List of Figures

| Figure | | page |
|--------|---|------|
| 2.1 | A particle moves in the potential $V(x)$ which has the height | |
| | of the barrier greater than the total energy of the particle. | 6 |
| 2.2 | The free particle which has the total energy E moves in | |
| | one-dimensional space. | 9 |
| 2.3 | The particle is in the barrier $V(x)$. In the region [-a, a], the potential $V(x)$ | |
| | greater than the total energy of the particle. | 10 |
| 2.4 | The homogeneous magnetic field in the interval (-a, a). | 13 |
| 2.5 | The spin orientation of the particle is at the final point a. | 15 |
| 2.6 | The two-level atom has two states $ +\rangle$ (the upper state) | |
| | and $ -\rangle$ (lower state). | 41 |

List of Symbols

a.b.c... complex number

A. B. C, ... operator

 $\Theta_{\Omega}[x]$ step function which equals 1 if $x \in \Omega$ and 0 otherwise

 t_{Ω}^{cl} traversal time

 $\eta(E)$ phase shift

 au_c classical time delay

 au_q quantum mechanical time delay

 au_D dwell time

 $\phi_{//}$ angle of rotation in xy-plane

 ϕ_{\perp} angle of rotation in vertical xy-plane

 τ time which the particle have spent in

the given region prior to time t

 $\psi(x, t | \tau)$ traversal time

 $\mathbf{V}_{int}(t)$ weak measurement interaction

F[x, ...x] a physical quantity which is a functional along a path x(t)

 $\langle F \rangle_T$ the time average of a quantity F[x, x]

 \mathbf{H}_0 Hamiltonian of the observed particle

 \mathbf{H}_{y} Hamiltonian of the test particle

H_A Hamiltonian of the apparatus

H_S Hamiltonian of the quantum system

H, Hamiltonian of the environment system

 \mathbf{V}_I coupling interaction between quantum system

and environment system

W(R) Hamilton's characteristic function for

the environment system

H_{JC} Hamiltonian of the Jaynes-Cummings model

 \mathbf{H}_F Hamiltonian of the quantized field

 ${
m V}_{FS}$ coupling interaction between quantized

field and two-level atom

n number of particles in the barrier

 N_C normalization constant