

บทที่ 5

สถิติการใช้การควบคุมแบบคาสเคดหลายตัวแปรกับหอกลิ้น

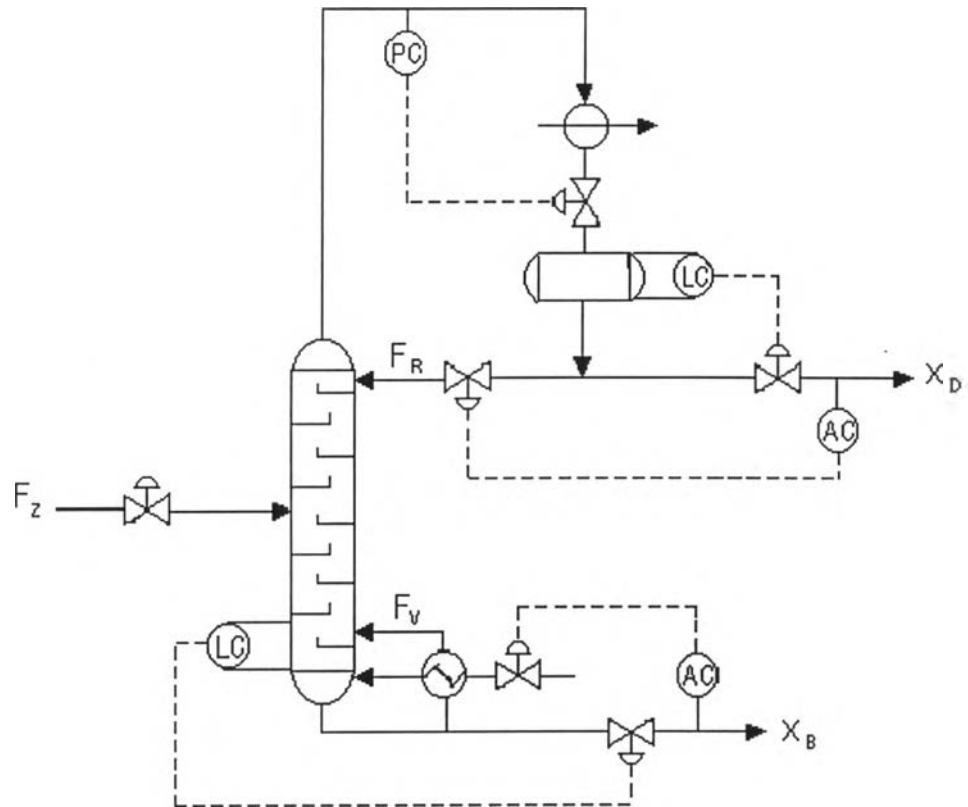
บทนี้จะเป็นการนำเอาตัวควบคุมเอาตัวควบคุมที่ออกแบบได้จากบทที่ 4 มาทดลองใช้กับ

หอกลิ้น โดยเลือกตัวอย่างหอกลิ้นที่จะทำการทดสอบมา 2 ตัวอย่างและทำการเปรียบเทียบผลกับตัวควบคุมอื่นเกณฑ์ในการเปรียบเทียบได้แก่การมีโอเวอร์ชูต (overshoot) และค่าไอเออี (IAE) ในการเปรียบเทียบสมรรถนะของตัวควบคุมแต่ละตัวเพราะเป็นระบบที่มีค่าความผิดพลาด (Error) น้อย และเนื่องจากมีตัวแปรควบคุม 2 ตัวคือ y_1 และ y_2 ดังนั้นในการเปรียบเทียบค่า ไอเออี ระหว่างตัวควบคุมในกรณีที่มีค่าไอเออี มากกว่าและ y_2 ไอเออี ต่ำกว่าก็จะใช้ผลรวมของ y_1 และ y_2 ในการเปรียบเทียบ

5.1 ตัวอย่างที่ 1

นำมาจากตัวอย่างที่ 21.2 ในหนังสือ Thomas E. Marlin หน้า 685 ซึ่งเป็นหอกลิ้นสำหรับแยกของผสมที่มีสาร 2 ชนิดโดยมีสารหนึ่งเป็นผลิตภัณฑ์ก้นหอยและอีกสารหนึ่งเป็นผลิตภัณฑ์ยอดหอย ซึ่งล้วนแต่เป็นผลิตภัณฑ์ที่สำคัญทั้งคู่ ดังนั้นในระบบนี้มีตัวแปรที่ต้องควบคุมอยู่ 2 ตัวคือสัดส่วนโมลของผลิตภัณฑ์ที่ยอดหอยคือ X_D สัดส่วนโมลของผลิตภัณฑ์ที่ก้นหอยคือ X_B และมีตัวแปรปรับอยู่ 2 ตัวคืออัตราการไหลของรีฟลักซ์ (reflux flow: F_R) และอัตราการระเหยของหม้อต้มซ้ำ (Reboiled vapor: F_V) โดยจะควบคุม X_D โดยการปรับ F_R และควบคุม X_B โดยการปรับ F_V ซึ่งเรียกว่าแบบคูลพลังงาน และมีตัวแปรรบกวนที่สำคัญคือการเปลี่ยนแปลงขององค์ประกอบของสายป้อน (feed composition)

หอกลิ้นมีลักษณะดังรูป 5.1



รูปที่ 5.1 แสดงส่วนประกอบของหอกกลั่น

การสร้างแบบจำลองที่อยู่ในรูปทรานเฟอร์ฟังก์ชันแสดงได้ดังนี้

$$\begin{pmatrix} X_D \\ X_B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{0.0747e^{-3s}}{12s+1} & \frac{-0.0667e^{-2s}}{15s+1} \\ \frac{0.1173e^{-3.3}}{11.75s+1} & \frac{-0.1253e^{-2s}}{10.2s+1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F_R \\ F_V \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{0.70e^{-5s}}{14.4s+1} \\ \frac{1.3e^{-3s}}{12s+1} \end{pmatrix} X_F \quad (5.1)$$

ทำการออกแบบตัวควบคุมแบบคาสเคดหลายตัวแปรตามหัวข้อ 4.2 และทำการคำนวณหาค่าต่างๆของตัวอย่างที่ 1 ได้ ดังนี้

ในการหาค่า τ_r ตอนแรกโดยใช้วิธีเคนโคน (caincone methode) หาค่าได้ $\tau_{r,11} = 6.75$ และ $\tau_{r,22} = 5.71$

จากการใช้วิธีลองผิดลองถูก (trial and error) จะได้ค่า $\tau_{r,11} = 3.375$, $\tau_{r,22} = 2.855$

$$Pa = \begin{pmatrix} e^{-3s} & 0 \\ 0 & e^{-2s} \end{pmatrix} \quad (5.2)$$

$$Pm = \begin{pmatrix} \frac{0.0747}{12s+1} & \frac{-0.0667}{15s+1} \\ \frac{0.1173e^{-1.3s}}{11.75s+1} & \frac{-0.1253}{10.2s+1} \end{pmatrix} \quad (5.3)$$

$$D(s) = \begin{pmatrix} (12s+1)(11.75s+1) & 0 \\ 0 & (15s+1)(10.2s+1) \end{pmatrix} \quad (5.4)$$

$$N(s) = \begin{pmatrix} 0.074(11.75s+1)e^{-3s} & -0.0667(10.2s+1)e^{-2s} \\ 0.1173(12s+1)e^{-3.3s} & -1.1253(15s+1)e^{-2s} \end{pmatrix} \quad (5.5)$$

$$Ksp = \begin{pmatrix} 47.59 & 0 \\ 0 & -28.51 \end{pmatrix} \quad (5.6)$$

$$K = \begin{pmatrix} (30.3s+2.56) & (-109.29s^2 - 43.09s - 3.17) \\ (-114.58s^2 - 49.68s - 3.35)e^{-1.3s} & (38.59s+2.57) \end{pmatrix} \quad (5.7)$$

$$Sm = \begin{pmatrix} \frac{0.021}{3.37s+1} & 0 \\ 0 & \frac{-0.035}{2.85s+1} \end{pmatrix} \quad (5.8)$$

การใช้ตัวควบคุมแบบไอเอ็มซีหลายตัวแปร (Multi IMC-Morari)

จากการหาค่า τ_r ในตอนแรกใช้วิธีเคนโคนหาค่าจะได้ $\tau_{r,11} = 6.75$, $\tau_{r,22} = 5.71$

จากนั้นใช้วิธีลองผิดลองถูกจะได้ค่า $\tau_r 11 = 8.6$, $\tau_r 22 = 8.0$

ในการใช้ตัวควบคุมป้อนกลับแบบพีไอดีที่มีอินพุตเดียวและเอาต์พุตเดียว (SISO-PID) จะมีค่าดังนี้

ตารางที่ 5.1 แสดงค่าเกณฑ์ของตัวควบคุมและค่าคงที่เวลาอินทิกรัล (K_C, τ_I) ของตัวควบคุมป้อนกลับแบบพีไอดีที่มีอินพุตเดียวและเอาต์พุตเดียว

ตัวแปรควบคุม	ค่าเกณฑ์ของตัวควบคุม, K_C	ค่าคงที่เวลาอินทิกรัล, τ_I
X_D	10.4	4.0
X_B	-6.8	6.1

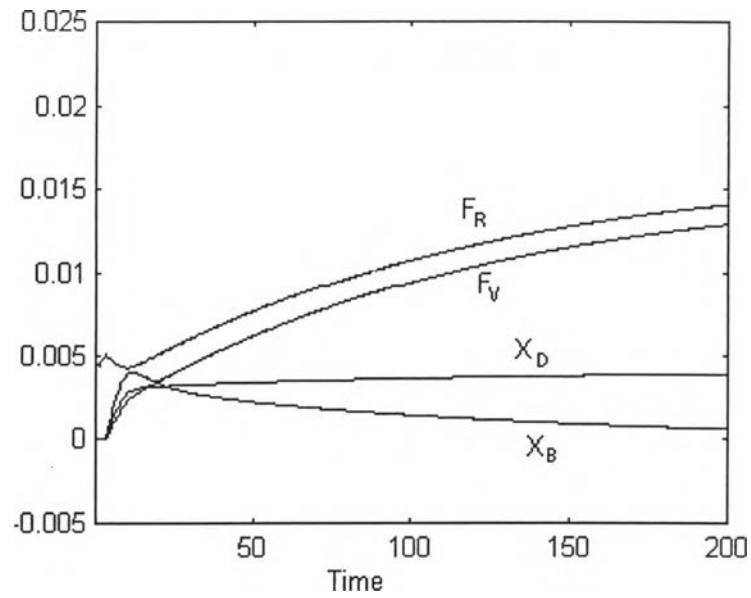
ในการใช้ตัวควบคุมป้อนกลับแบบพีไอดีที่มีอินพุตหลายตัวและเอาต์พุตหลายตัว (MIMO-PID) จะมีค่าต่างๆดังนี้

ตารางที่ 5.2 แสดงค่าเกณฑ์และค่าคงที่เวลาอินทิกรัล (K_C, τ_I) ของตัวควบคุมป้อนกลับแบบพีไอดีที่มีอินพุตหลายตัวและเอาต์พุตหลายตัว (MIMO-PID)

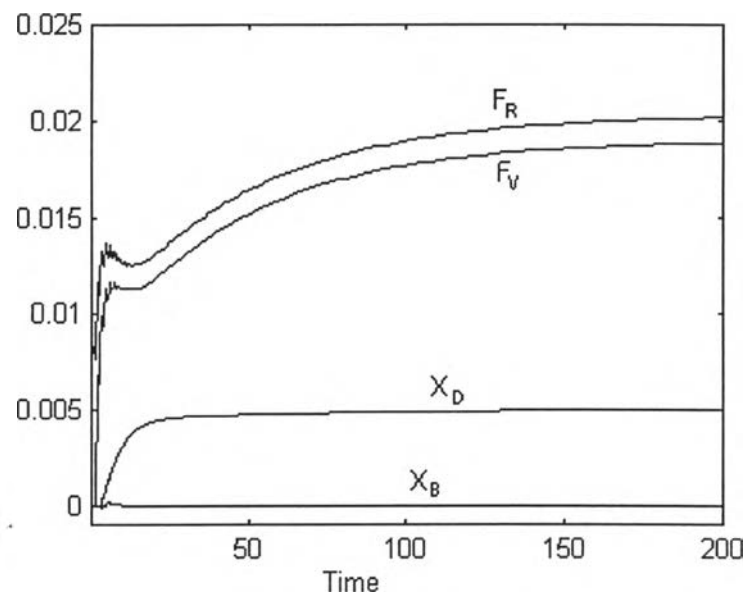
ตัวแปรควบคุม	ค่าเกณฑ์ของตัวควบคุม, K_C	ค่าคงที่เวลาอินทิกรัล, τ_I
X_D	10.4	9.0
X_B	-6.8	6.1

ทำการเปรียบเทียบสมรรถนะของตัวควบคุมที่ได้แต่ละชนิด โดยมีกรณีที่ทำการศึกษา 2 กรณีคือ มีการเปลี่ยนแปลงเซ็ทพอยท์ (setpoint change) และมีการเปลี่ยนแปลงของตัวแปรบกรวน(load change)

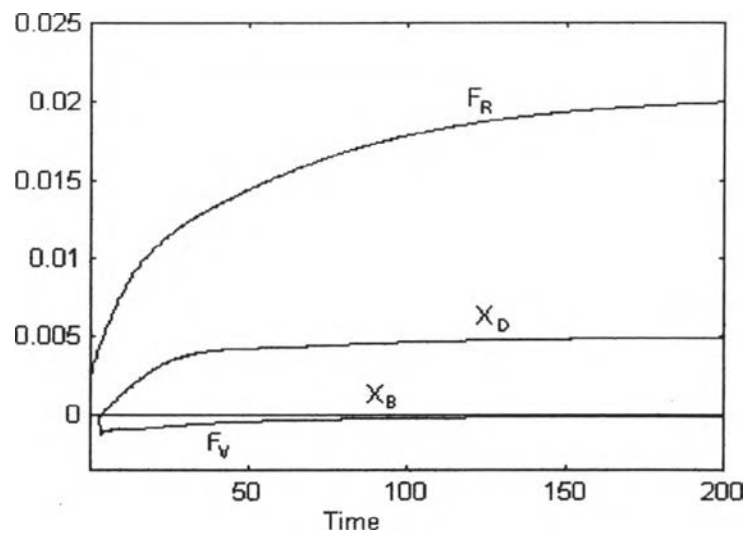
ผลการเลียนแบบกระบวนการของกรณีที่ 1 มีการเปลี่ยนแปลงเซ็ทพอยท์ $X_D = 0.005$, $X_B = 0$



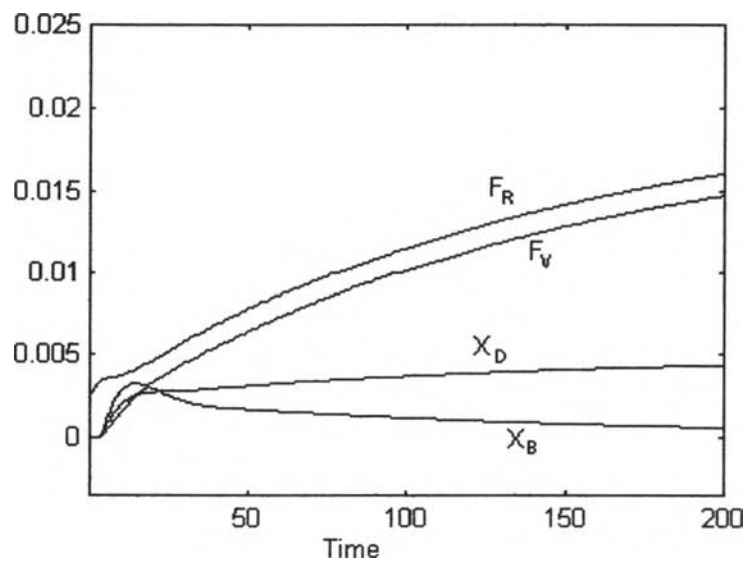
รูปที่ 5.2 กราฟแสดงผลการควบคุมของตัวควบคุม ไอเอ็มซีหลายตัวแปร (Multi IMC Morari)



รูปที่ 5.3 กราฟแสดงผลการควบคุมของตัวควบคุมแบบคาสเคดหลายตัวแปร



รูปที่ 5.4 กราฟแสดงผลการควบคุมของตัวควบคุมป้อนกลับแบบพีไอดีที่มีอินพุตเดียวและเอาต์พุตเดียว (SISO-PID)



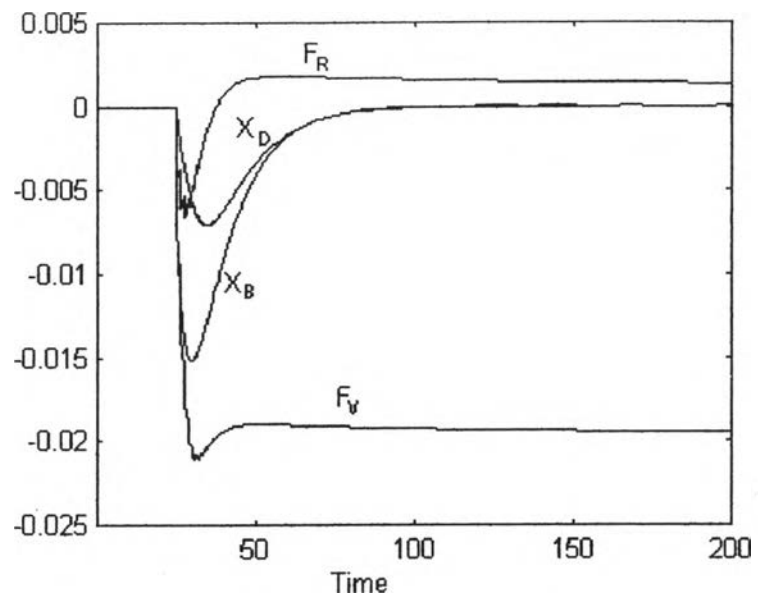
รูปที่ 5.5 กราฟแสดงผลการควบคุมของตัวควบคุมป้อนกลับแบบพีไอดีที่มีหลายอินพุตและหลายเอาต์พุต (SISO-PID)

ผลการควบคุมที่ได้จากตัวควบคุมแบบคาสเคดหลายตัวแปรรูปที่ 5.3 และผลการควบคุมของตัวควบคุมป้อนกลับแบบพีไอดีที่มีอินพุตเดียวและเอาต์พุตเดียวรูปที่ 5.4 จะให้ผลการควบคุมที่ดีกว่าตัวแปรควบคุม X_D เข้า ค่าเซ็ทพอยท์ 0.0005 ได้เร็วตัวแปรควบคุม X_B จะเบี่ยงเบนออกจากค่า 0 เพียงเล็กน้อย ส่วนผลการควบคุมของตัวควบคุมป้อนกลับแบบพีไอดีที่มีหลายอินพุตและหลายเอาต์พุตรูปที่ 5.5 และผลการควบคุมของตัวควบคุมไอเอ็มซีหลายตัวแปรรูปที่ 5.2 จะให้ผลการควบคุมที่แยกว่าตัวแปรควบคุม X_D เข้า ค่าเซ็ทพอยท์ 0.0005 ได้ช้ากว่าตัวแปรควบคุม X_B จะเบี่ยงเบนออกจากค่า 0 มากและการวัดค่า ไอเออี ของตัวควบคุมแต่ละชนิดตารางที่ 5.3 จะเห็นว่าตัวควบคุมแบบคาสเคดหลายตัวแปรจะให้ค่าผลรวมของ ไอเออี น้อยที่สุด ตัวควบคุมป้อนกลับแบบพีไอดีที่มีอินพุตเดียวและเอาต์พุตเดียวจะให้ค่าผลรวมของ ไอเออี น้อยเป็นอันดับ 2 ตัวควบคุมป้อนกลับแบบพีไอดีที่มีหลายอินพุตและหลายเอาต์พุตจะให้ค่าผลรวมของ ไอเออี น้อยอันดับ 3 ตัวควบคุมไอเอ็มซีหลายตัวแปรจะให้ค่าผลรวมของ ไอเออี มากที่สุด

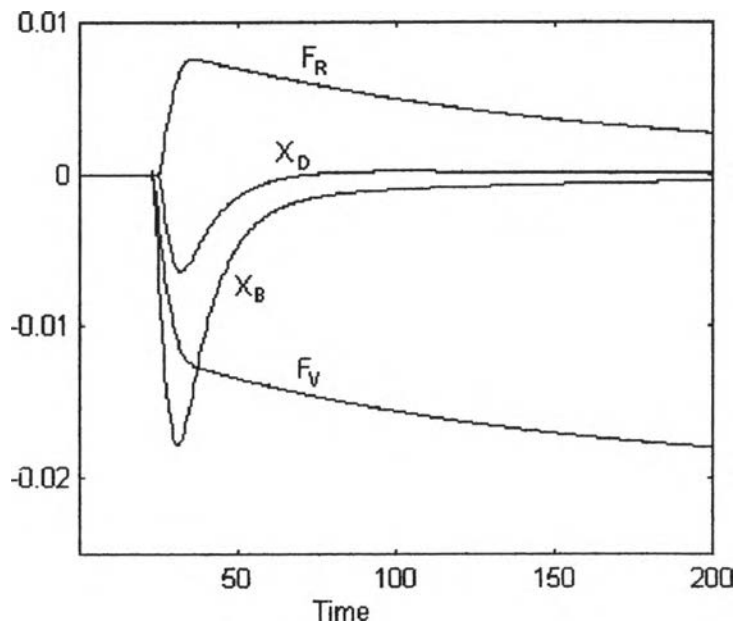
ตารางที่ 5.3 แสดงการเปรียบเทียบค่าไอเออี (IAE) ของตัวควบคุมแต่ละชนิดเมื่อมีการเปลี่ยนแปลงเซ็ทพอยท์ $X_D = 0.005$, $X_B = 0$

ชนิดของตัวควบคุม	ไอเออี (IAE)		
	X_D	X_B	$X_D + X_B$
Multi variable cascade	0.0737	0.0011	0.0748
Multi IMC Morari	0.3076	0.3117	0.6193
SISO-PID	0.1531	0.0005	0.1536
MIMO-PID	0.3017	0.2602	0.5619

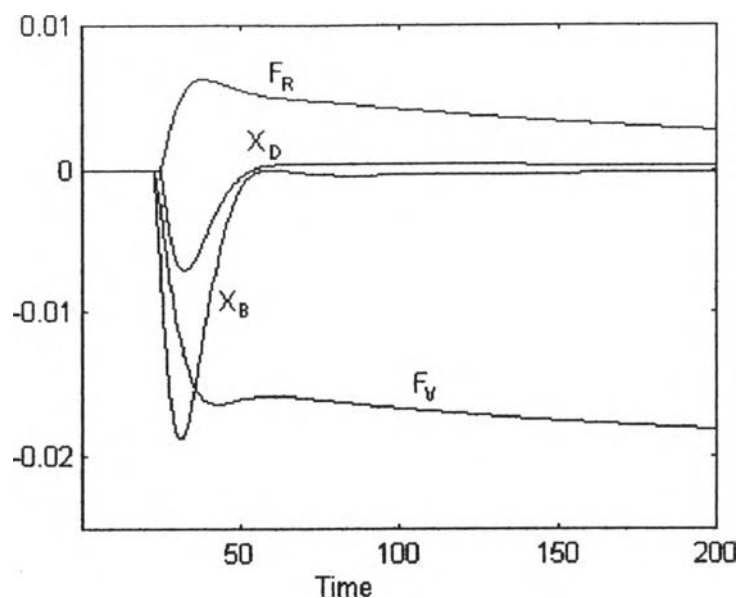
ผลการเลียนแบบกระบวนการเมื่อมีการเปลี่ยนแปลงของตัวแปรรบกวน $X_r = -0.04$



รูปที่ 5.6 กราฟแสดงผลการควบคุมของตัวควบคุมคาสเคดหลายตัวแปร



รูปที่ 5.7 กราฟแสดงผลการควบคุมของตัวควบคุมไอเอ็มซีหลายตัวแปร (Multi IMC Morari)



รูปที่ 5.8 กราฟผลการควบคุมที่ไอดีที่มีอินพุทหลายตัวและเอาต์พุทหลายตัว (MIMO-PID)

ผลการควบคุมที่ได้จากตัวควบคุมแบบคาสเคดหลายตัวแปรรูปที่ 5.6 ผลการควบคุมของตัวควบคุมป้อนกลับแบบที่ไอดีที่มีหลายอินพุทและหลายเอาต์พุทรูปที่ 5.8 และผลการควบคุมของตัวควบคุมไอเอ็มซีหลายตัวแปรรูปที่ 5.7 จะแสดงผลการควบคุมเมื่อมีการเปลี่ยนแปลงของโหลดขนาด -0.04 เข้ามารบกวนส่งผลให้ตัวแปรควบคุม X_D ตัวแปรควบคุม X_B จะเบี่ยงเบนออกจากค่า 0 จากกราฟไม่สามารถบอกความแตกต่างของตัวควบคุมแต่ละชนิดได้ชัดเจนต้องอาศัยการวัดค่า ไอเออี ในการเปรียบเทียบและจากตารางที่ 5.4 จะเห็นว่าตัวควบคุมแบบคาสเคดหลายตัวแปรจะให้ค่าผลรวมของ ไอเออี น้อยที่สุด ตัวควบคุมป้อนกลับแบบที่ไอดีที่มีหลายอินพุทและหลายเอาต์พุทจะให้ค่าผลรวมของ ไอเออี น้อยเป็นอันดับ 2 ตัวควบคุมไอเอ็มซีหลายตัวแปรจะให้ค่าผลรวมของ ไอเออี มากที่สุด

ตารางที่ 5.4 แสดงการเปรียบเทียบค่า IAE ของตัวควบคุมแต่ละชนิดเมื่อมีการเปลี่ยนแปลงของโหลด

$$X_r = -0.04$$

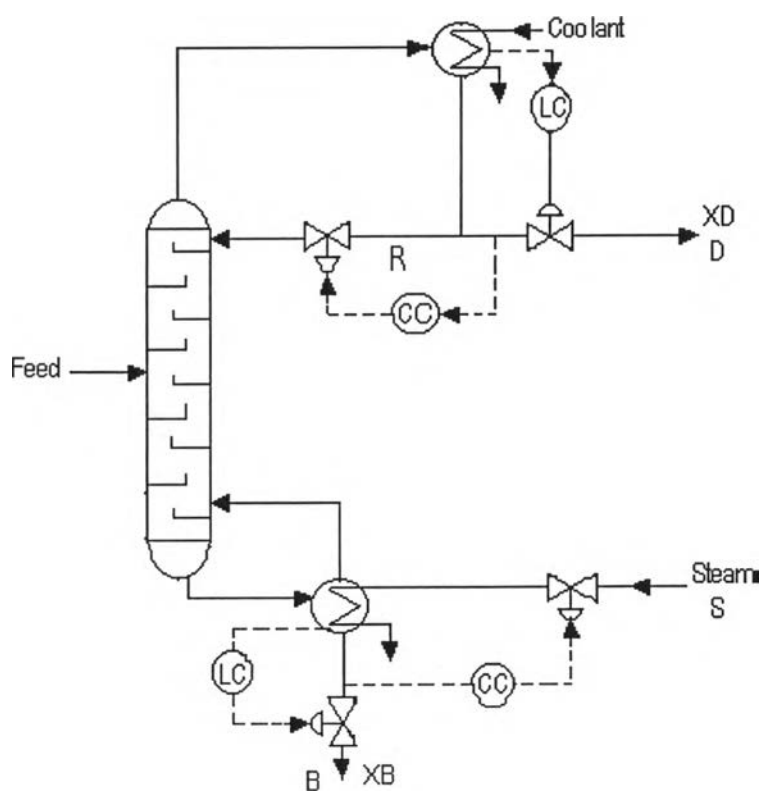
ชนิดของตัวควบคุม	ไอเออี (IAE)		
	X_D	X_B	$X_D + X_B$
Multi variable cascade	0.1168	0.2031	0.3199
Multi IMC Morari	0.1247	0.4470	0.5717
MIMO-PID	0.1465	0.3238	0.4703

5.2 ตัวอย่างที่ 2

นำมาศึกษานำมาจากหนังสือ Process dynamics and control ของ Dale E. Seborg ตัวอย่างที่

19.1 หน้า 448 ซึ่งเป็นผลการทดลองของ Wood and Berry ได้จากหอกั่นแบบ ไฟลัดสเกลซึ่งมี

ลักษณะดังรูปที่ 5.9



รูปที่ 5.9 แสดงโครงสร้างของหอกั่นของ Wood and Berry

และสร้างแบบจำลองในรูปทรานส์เฟอร์ฟังก์ชันดังนี้

$$\begin{pmatrix} X_D(s) \\ X_B(s) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{12.8e^{-s}}{16.7s+1} & \frac{-18.9e^{-3s}}{16.7s+1} \\ \frac{6.6e^{-7s}}{16.7s+1} & \frac{-19.4e^{-3s}}{14.4s+1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} R(s) \\ S(s) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{3.8e^{-8}}{14.9s+1} \\ \frac{4.9e^{-3s}}{13.2s+1} \end{pmatrix} L(s) \quad (5.9)$$

เป็นการควบคุมผลิตภัณฑ์ยอดห่อ $X_D(s)$ โดยการปรับอัตราส่วนรีฟลักซ์ $R(s)$ และควบคุมผลิตภัณฑ์ก้นห่อ $X_B(s)$ โดยการปรับอัตราการไหลเข้าของไอน้ำสู่ม้อต้มซ้ำ $S(s)$ และมีการรบกวนจากตัวแปรรบกวนคือ $L(s)$ ซึ่งเป็นระบบอินพุทหลายตัวและเอาต์พุทหลายตัวและมีการเกิดอินเตอร์แอกชันต่อกัน

จากการใช้ตัวควบคุมแบบคาสเคดหลายตัวแปรสามารถจะคำนวณค่าต่างๆได้ ดังนี้

ในการหาค่า τ_r ในตอนแรกใช้วิธีโคเนเคนหาค่าได้ $\tau_{r,11}=9.23$, $\tau_{r,22}=8.07$

จากนั้นใช้วิธีลองผิดลองถูกจะได้ค่า $\tau_{r,11}=4.6175$, $\tau_{r,22}=4.035$

$$P_n = \begin{pmatrix} e^{-s} & 0 \\ 0 & e^{-3s} \end{pmatrix} \quad (5.10)$$

$$P_m = \begin{pmatrix} \frac{12.8}{16.7s+1} & \frac{-18.9}{21s+1} e^{-2s} \\ \frac{6.6}{10.9s+1} e^{-4s} & \frac{-19.4}{14.4s+1} \end{pmatrix} \quad (5.11)$$

$$D(s) = \begin{pmatrix} (16.7s+1)(10.9s+1) & 0 \\ 0 & (21s+1)(14.4s+1) \end{pmatrix} \quad (5.12)$$

$$N(s) = \begin{pmatrix} 12.8(10.9s+1)e^{-s} & -18.9(14.4s+1)e^{-3s} \\ 6.6(16.7s+1)e^{-7s} & -19.4(21s+1)e^{-3s} \end{pmatrix} \quad (5.13)$$

$$K_{sp} = \begin{pmatrix} 0.283 & 0 \\ 0 & -0.184 \end{pmatrix} \quad (5.14)$$

$$K(s) = \begin{pmatrix} 28.5s + 2.6 & (-355s^2 - 101.6s - 5.34)e^{-2s} \\ (-81.8s^2 - 25.17s - 1.2)e^{-4s} & 53.9s + 2.6 \end{pmatrix} \quad (5.15)$$

$$Sm(s) = \begin{pmatrix} \frac{3.54}{4.62s + 1} & 0 \\ 0 & \frac{5.43}{4.03s + 1} \end{pmatrix} \quad (5.16)$$

จากการใช้ตัวควบคุมไอเอ็มซีหลายตัวแปร (Multi IMC-Morari)

ในการหาค่า τ_r ในตอนแรกใช้วิธีโคเนเคนหาค่าได้ $\tau_r, 11=9.23$, $\tau_r, 22=8.07$

จากนั้นใช้วิธีลองผิดลองถูกจะได้ค่า $\tau_r, 11 = 5.0$, $\tau_r, 22 = 6.0$

ในการใช้ตัวควบคุมพีไอดีที่มีอินพุตตัวเดียวและเอาต์พุตตัวเดียวจะมีค่าต่างๆดังนี้

ตารางที่ 5.5 แสดงค่าเกนและค่าคงที่เวลาอินทิกรัล (K_c, τ_i) ของตัวควบคุมพีไอดีที่มีอินพุตตัวเดียวและเอาต์พุตตัวเดียว (SISO-PID)

ตัวแปรควบคุม	ค่าเกนของตัวควบคุม, K_c	ค่าคงที่เวลาอินทิกรัล, τ_i
X_D	0.945	3.26
X_B	-0.196	9.00

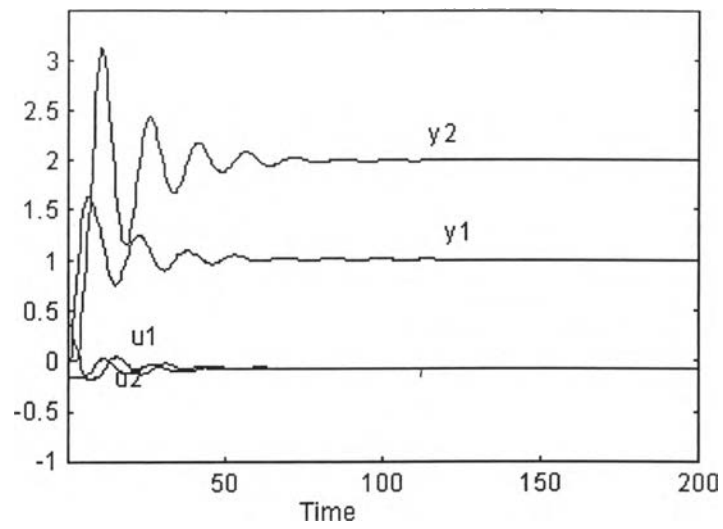
ในการใช้ตัวควบคุมแบบพีไอดีหลายตัวแปร (MIMO-PID) จะมีค่าต่างๆดังนี้

ตารางที่ 5.6 แสดงค่าเกนและค่าคงที่เวลาอินทิกรัล (K_c, τ_i) ของตัวควบคุมพีไอดีที่มีอินพุตตัวเดียวและเอาต์พุตตัวเดียว (MIMO-PID)

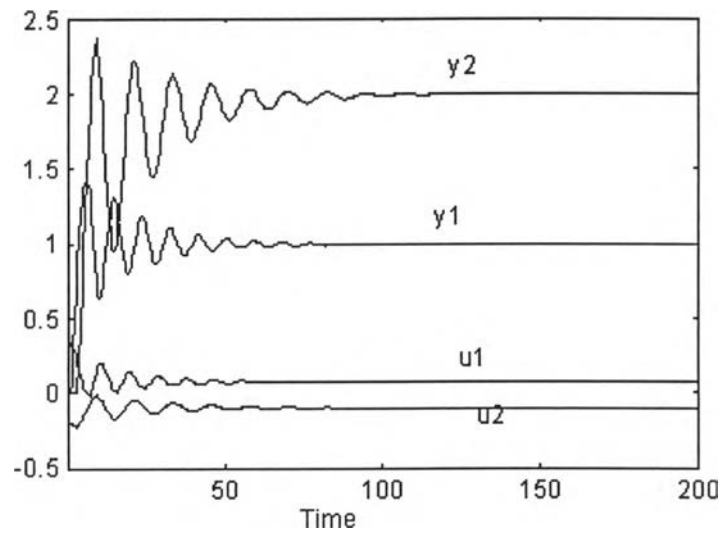
ตัวแปรควบคุม	ค่าเกนของตัวควบคุม, K_c	ค่าคงที่เวลาอินทิกรัล, τ_i
X_D	0.945	3.26
X_B	-0.196	9.00

ทำการเปรียบเทียบเทียบสมรรถนะของตัวควบคุมแต่ละชนิดโดยแบ่งเป็น 2 กรณีคือมีการเปลี่ยนแปลงเซ็ทพอยท์ (setpoint change) กับมีการเปลี่ยนแปลงของตัวแปรรบกวน (Load change)

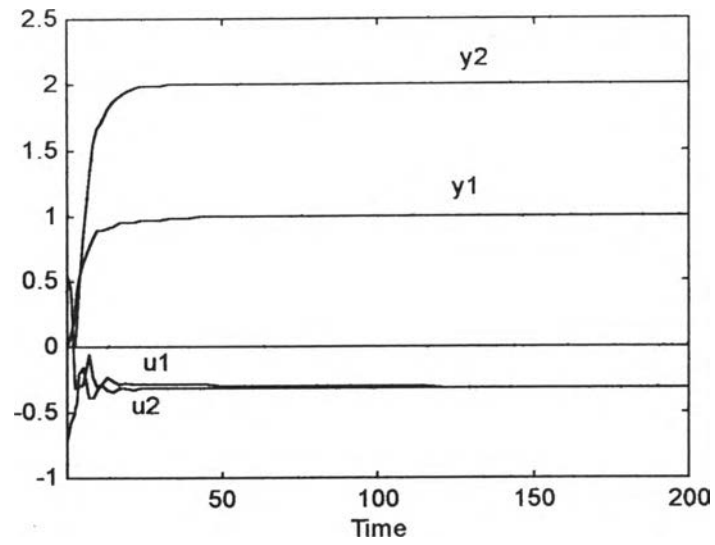
กรณีที่ 1 มีการเปลี่ยนแปลงเซ็ทพอยท์ กำหนดให้ $y_1(X_D) = 1$, $y_2(X_B) = 2$ ได้ผลการทดลองดังรูป



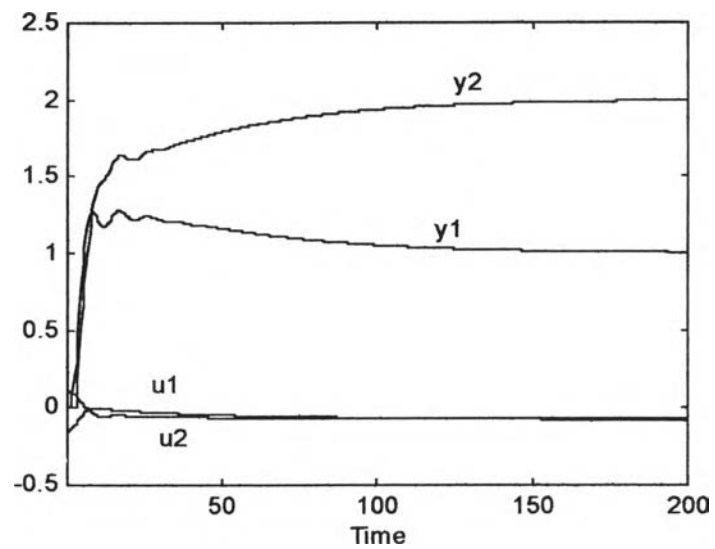
รูปที่ 5.10 กราฟแสดงผลการควบคุมของตัวควบคุมพีไอดีที่มีอินพุทหลายตัวและเอาต์พุทหลายตัว (MIMO-PID)



รูปที่ 5.11 กราฟแสดงผลการควบคุมของตัวควบคุมพีไอดีที่มีอินพุทตัวเดียวและเอาต์พุทตัวเดียว (SISO-PID)



รูปที่ 5.12 กราฟแสดงผลการควบคุมของตัวควบคุมแบบ คาสเคดหลายตัวแปร



รูปที่ 5.13 กราฟแสดงผลการควบคุมของตัวควบคุมไอเอ็มซีชนิดหลายตัวแปร Multi IMC Morari

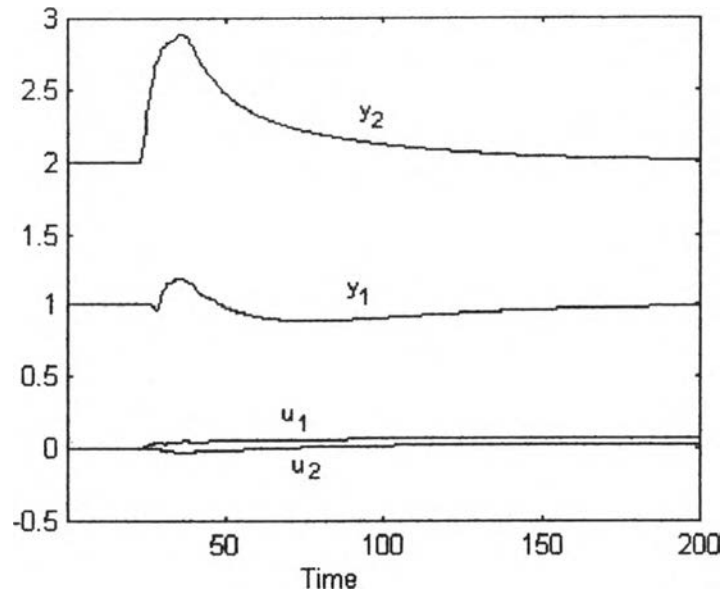
ผลการการควบคุมของตัวควบคุมแบบ พีไอดี ที่มีอินพุทหลายตัวและเอาต์พุทหลายตัวรูปที่ 5.10 และตัวควบคุมแบบ พีไอดี ที่มีอินพุทตัวเดียวและเอาต์พุทตัวเดียวรูปที่ 5.11 จะมีลักษณะคล้าย กันคือตัวแปรควบคุม y_1 และ y_2 จะเข้าสู่เซ็ทพ้อยท์ได้เร็วแต่มีโอเวอร์ชูตมากแต่ตัวควบคุมแบบ พีไอดี ที่มีอินพุทหลายตัวและเอาต์พุทหลายตัวจะมีการแกว่งขึ้นลง (oscillation) น้อยกว่าตัวควบคุมแบบ พีไอดี ที่มีอินพุทตัวเดียวและเอาต์พุทตัวเดียวและผลการการควบคุมของตัวควบคุมแบบ ไอเอ็มซีหลายตัวแปรรูปที่ 5.13 จะมีโอเวอร์ชูตน้อยแต่จะเข้าสู่เซ็ทพ้อยท์ได้ช้าส่วนผลการการควบคุมของตัวควบคุมแบบ คาสเคดหลายตัวแปรรูปที่ 5.12 จะมีโอเวอร์ชูตน้อยและเข้าสู่เซ็ทพ้อยท์ได้เร็ว และการวัดค่า ไอเออี ของตัวควบคุมแต่ละชนิดตารางที่ 5.7 จะเห็นว่าตัวควบคุมแบบคาสเคดหลายตัวแปรจะให้ค่าผลรวมของ ไอเออี น้อยที่สุด ตัวควบคุมป้อนกลับแบบพีไอดีที่มีอินพุทเดียวและเอาต์พุทเดียวจะให้ค่าผลรวมของ ไอเออี น้อยเป็นอันดับ 2 ตัวควบคุมป้อนกลับแบบพีไอดีที่มีหลายอินพุทและหลายเอาต์พุทจะให้ค่าผลรวมของ ไอเออี น้อยอันดับ 3 ตัวควบคุมไอเอ็มซีหลายตัวแปรจะให้ค่าผลรวมของ ไอเออี มากที่สุด

ตารางที่ 5.7 แสดงการเปรียบเทียบค่าไอเออีของตัวควบคุมแต่ละชนิดเมื่อมีการเปลี่ยนแปลงเซ็ทพ้อยท์ $y_1 = 1$, $y_2 = 2$

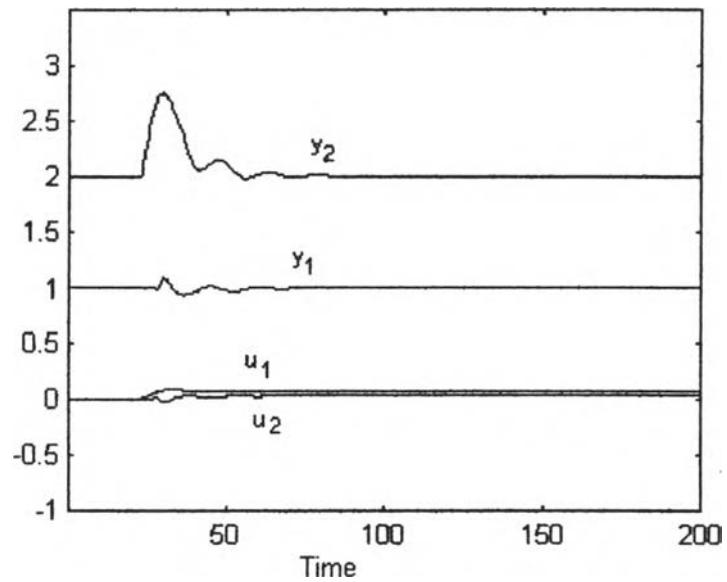
ชนิดของตัวควบคุม	ไอเออี (IAE)		
	y_1	y_2	$y_1 + y_2$
Multi variable cascade	5.959	14.323	20.282
Multi IMC Morari	20.186	35.166	55.352
SISO-PID	7.946	23.866	31.812
MIMO-PID	9.567	26.367	35.934

ผลการเขียนแบบกระบวนการของกรณีที่ 2 เมื่อมีการเปลี่ยนแปลงของค้ำแปรรบกวน (Load change)

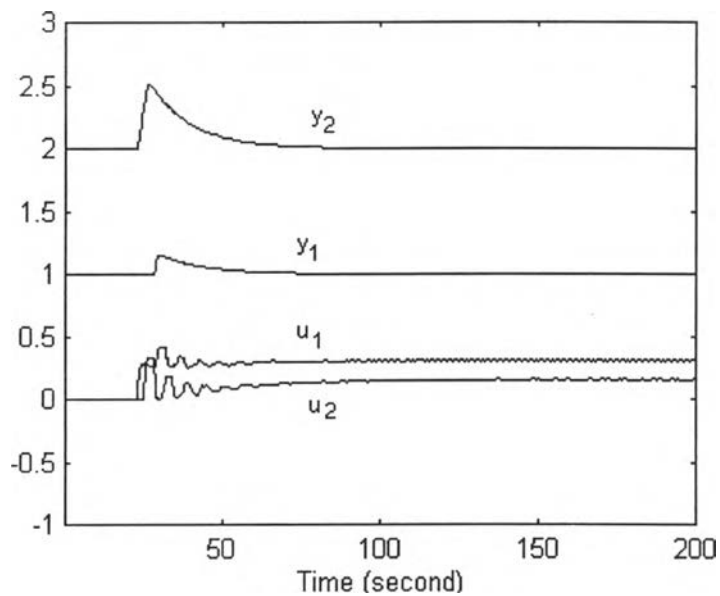
$$L(s) = 0.5$$



รูปที่ 5.14 กราฟแสดงผลการควบคุมของตัวควบคุมไอเอ็มซีแบบหลายค้ำแปร (Multi IMC Mrari)



รูปที่ 5-15 กราฟแสดงผลการควบคุมของตัวควบคุมพีไอดีที่มีอินพุทหลายค้ำแปรและเอาท์พุทหลายค้ำแปร MIMO-PID



รูปที่ 5.16 กราฟแสดงผลการควบคุมของตัวควบคุมแบบคาสเคดหลายตัวแปร

ผลการควบคุมเมื่อมีการเปลี่ยนแปลงของโพลขนาด 0.5 เข้ามารบกวนจะส่งผลให้ตัวแปรควบคุม y_1 ตัวแปรควบคุม y_2 จะเบี่ยงเบนออกจากค่า 0 ผลการควบคุมของตัวควบคุมแบบคาสเคดหลายตัวแปรรูปที่ 5.16 ผลการควบคุมของตัวควบคุมป้อนกลับแบบพีไอดีที่มีหลายอินพุทและหลายเอาต์พุทรูปที่ 5.15 จะมีการเบี่ยงเบนออกจากค่า 0 น้อยกว่าของตัวควบคุมไอเอ็มซีหลายตัวแปรรูปที่ 5.14 ในการเปรียบเทียบค่า ไอเออี จากตารางที่ 5.8 จะเห็นว่าตัวควบคุมแบบคาสเคดหลายตัวแปรจะให้ค่าผลรวมของ ไอเออี น้อยที่สุด ตัวควบคุมป้อนกลับแบบพีไอดีที่มีหลายอินพุทและหลายเอาต์พุทจะให้ค่าผลรวมของ ไอเออี น้อยเป็นอันดับ 2 ตัวควบคุมไอเอ็มซีหลายตัวแปรจะให้ค่าผลรวมของ ไอเออี มากที่สุด

ตารางที่ 5.8 แสดงการเปรียบเทียบค่าไอเออี (IAE) ของตัวควบคุมแต่ละชนิดเมื่อมีการเปลี่ยนแปลงของตัวแปรรบกวน $L(s) = 0.5$

ชนิดของตัวควบคุม	ไอเออี (IAE)		
	y1	y2	y1+y2
Multi variable cascade	2.5154	8.0499	10.5653
Multi IMC Morari	7.655	30.261	37.916
MIMO-PID	1.537	10.153	11.690

5.4 การเปรียบเทียบความทนทาน (Robusness) ของตัวควบคุมคาสเคดหลายตัวแปรกับตัวควบคุมอื่น

เป็นการวัดความสามารถของตัวควบคุมเมื่อค่าพารามิเตอร์ (parameter) ของแบบจำลอง (model)

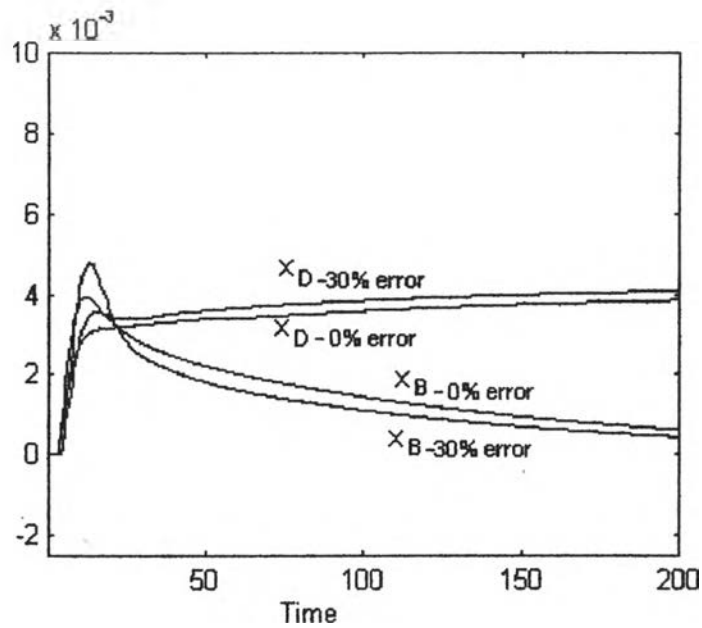
มีความคลาดเคลื่อน (error) โดยทำการศึกษาที่ 5%,10%,20%,30% ของความคลาดเคลื่อนของ

พารามิเตอร์แต่ละตัวและกรณีที่พารามิเตอร์ทุกตัวมีความคลาดเคลื่อน 30 เปอร์เซ็นต์โดยใช้ตัวอย่างเดิม

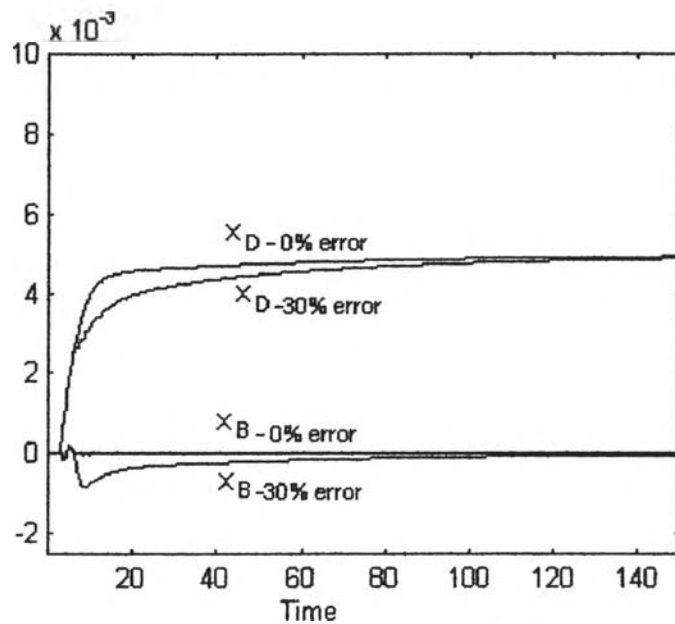
คือ ตัวอย่างที่ 5.1 และตัวอย่างที่ 5.2 ในการศึกษาผลการเปรียบเทียบความทนทานที่ได้จากตัวอย่าง 5.1

ตารางที่ 5.9 แสดงค่าไอเออี (IAE) เมื่อค่าพารามิเตอร์ของแบบจำลองมีความคลาดเคลื่อน 5, 10, 20,30 เปอร์เซ็นต์ของตัวควบคุมคาสเคดหลายตัวแปร

เปอร์เซ็นต์ความผิดพลาดของพารามิเตอร์ (เปอร์เซ็นต์)	ค่าไอเออี (IAE)					
	ค่าเกน (K)		ค่าคงที่เวลา (T)		เดดไทม์ (θ)	
	y1	y2	y1	y2	y1	y2
5	0.069	0.0009	0.0668	0.0008	0.0687	0.0035
10	0.071	0.0012	0.0669	0.0010	0.0706	0.0063
20	0.076	0.0013	0.0670	0.0013	0.0745	0.0123
30	0.080	0.0014	0.0671	0.0016	0.0785	0.0187



รูปที่ 5.17 กราฟผลการเปรียบเทียบเมื่อ พารามิเตอร์ไม่มีความคลาดเคลื่อนและมีความคลาดเคลื่อน 30 เปอร์เซ็นต์ของตัวควบคุมไอเอ็มซีแบบหลายตัวแปร (Multi IMC-Morari)



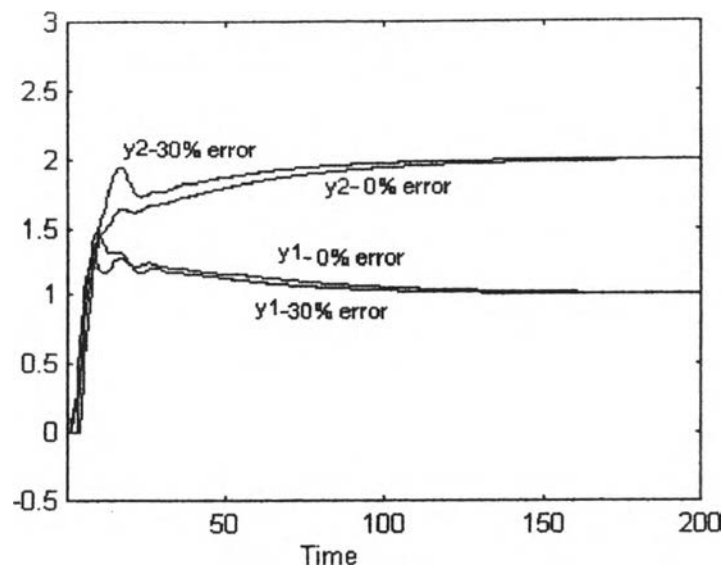
รูปที่ 5.18 กราฟผลการเปรียบเทียบเมื่อ พารามิเตอร์ไม่มีความคลาดเคลื่อนและมีความคลาดเคลื่อน 30 เปอร์เซ็นต์ของตัวควบคุมคาสเคดหลายตัวแปร

กราฟผลการเปรียบเทียบรูปที่ 5.17 ของตัวควบคุม ไอเอ็มซีแบบหลายตัวแปรระหว่างพารามิเตอร์ที่มีความคลาดเคลื่อน 30 เปอร์เซ็นต์กับกรณีปกติคือไม่มีความคลาดเคลื่อนเลขจากรูปจะเห็นว่าเส้นกราฟทั้งสองแยกกันค่อนข้างชัดเจนคือมีการเบี่ยงเบนไปจากปกติค่อนข้างมากแต่ยังมีความเสถียรภาพของตัวแปรควบคุมอยู่คือระบบยังสามารถควบคุมได้เมื่อพารามิเตอร์ที่มีความคลาดเคลื่อน 30 เปอร์เซ็นต์โดยใช้ตัวควบคุม ไอเอ็มซีแบบหลายตัวแปรส่วนรูปที่ 5.18 ของตัวควบคุม แบบคาสเคดหลายตัวแปรระหว่างพารามิเตอร์ที่มีความคลาดเคลื่อน 30 เปอร์เซ็นต์กับกรณีปกติคือไม่มีความคลาดเคลื่อนเลขจากรูปจะเห็นว่าเส้นกราฟทั้งสองแยกกันเล็กน้อยเพียงบางส่วนคือมีการเบี่ยงเบนไปจากปกติเล็กน้อยคือระบบยังสามารถควบคุมได้ดีเมื่อพารามิเตอร์ที่มีความคลาดเคลื่อน 30 เปอร์เซ็นต์โดยใช้ตัวควบคุม แบบคาสเคดหลายตัวแปร

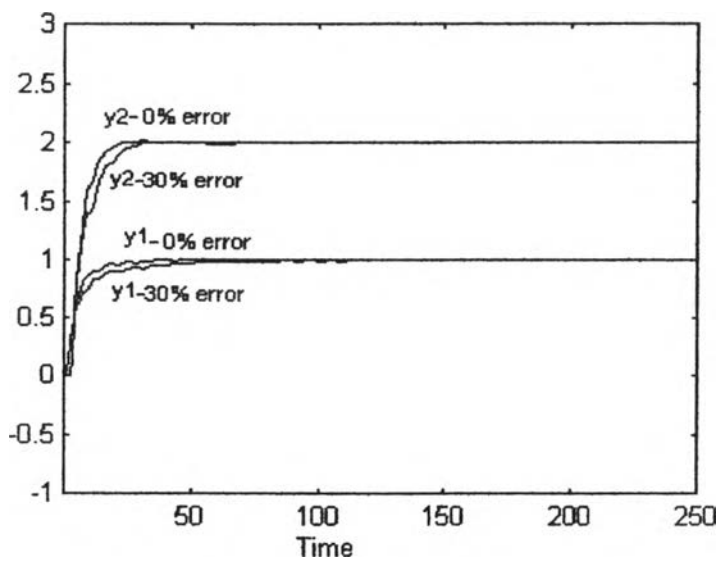
ผลการเปรียบเทียบความทนทาน (Robusness) ที่ได้จากตัวอย่าง 5.2

ตารางที่ 5.10 แสดงค่าไอเออี (IAE) เมื่อค่าพารามิเตอร์ของแบบจำลองมีความคลาดเคลื่อน 5,10,20 และ 30 เปอร์เซ็นต์ของตัวควบคุมคาสเคดหลายตัวแปร

ค่าเปอร์เซ็นต์ความผิดพลาดของพารามิเตอร์ (เปอร์เซ็นต์)	ค่าไอเออี(IAE)					
	ค่าคงที่เกน (K)		ค่าคงที่เวลา (T)		เดดไทม์ (θ)	
	y1	y2	y1	y2	y1	y2
5	6.0089	14.701	6.0853	14.258	6.2863	14.650
10	6.0701	14.960	6.1060	14.188	6.6133	14.963
20	6.1816	15.534	6.1098	14.142	7.4502	15.693
30	6.2608	16.122	6.2686	14.129	8.1245	16.346



รูปที่ 5.19 กราฟผลการเปรียบเทียบเมื่อ พารามิเตอร์ไม่มีความคลาดเคลื่อนและมีความคลาดเคลื่อน 30 เปอร์เซ็นต์ ของตัวควบคุมไอเอ็มซีหลายตัวแปร (Multi IMC-Morari)



รูปที่ 5.20 กราฟผลการเปรียบเทียบเมื่อ พารามิเตอร์ไม่มีความคลาดเคลื่อนและมีความคลาดเคลื่อน 30 เปอร์เซ็นต์ของตัวควบคุมคาสเคดหลายตัวแปร

กราฟผลการเปรียบเทียบรูปที่ 5.19 ของตัวควบคุม ไอเอ็มซีแบบหลายตัวแปรระหว่างพารามิเตอร์ที่มีความคลาดเคลื่อน 30 เปอร์เซ็นต์กับกรณีปกติคือ ไม่มีความคลาดเคลื่อนเลยจากรูปจะเห็นว่าเส้นกราฟทั้งสองแยกกันมากกว่ารูปที่ 5.20 ของตัวควบคุม แบบคาสเคดหลายตัวแปรคือมีการเบี่ยงเบนไปจากปกติมากกว่าของตัวควบคุม แบบคาสเคดหลายตัวแปรและยังมีความเสถียรภาพของตัวแปรควบคุมคืออยู่คือระบบยังสามารถควบคุมได้เมื่อพารามิเตอร์ที่มีความคลาดเคลื่อน 30 เปอร์เซ็นต์โดยใช้ตัวควบคุม ไอเอ็มซีแบบหลายตัวแปรและตัวควบคุม แบบคาสเคดหลายตัวแปร

5.5 การนำตัวควบคุมแบบหลายตัวแปรไปใช้กับระบบ (3×3)

การนำระบบคาสเคดหลายตัวแปรไปใช้กับระบบ (3×3) นั้นก็จะคล้ายกันกับระบบ (2×2) จะเริ่มจากบล็อกไดอะแกรมรูปที่ 4.8 ได้เลยและจะต้องเขียนและคำนวณเมทริกซ์ใหม่ได้ดังนี้

ถ้าเรามีกระบวนการ (process)

$$P = \begin{pmatrix} \frac{k_{11} e^{-\theta_{11}s}}{\tau_{11}s + 1} & \frac{k_{12} e^{-\theta_{12}s}}{\tau_{12}s + 1} & \frac{k_{13} e^{-\theta_{13}s}}{\tau_{13}s + 1} \\ \frac{k_{21} e^{-\theta_{21}s}}{\tau_{21}s + 1} & \frac{k_{22} e^{-\theta_{22}s}}{\tau_{22}s + 1} & \frac{k_{23} e^{-\theta_{23}s}}{\tau_{23}s + 1} \\ \frac{k_{31} e^{-\theta_{31}s}}{\tau_{31}s + 1} & \frac{k_{32} e^{-\theta_{32}s}}{\tau_{32}s + 1} & \frac{k_{33} e^{-\theta_{33}s}}{\tau_{33}s + 1} \end{pmatrix}$$

คำนวณเมทริกซ์อื่นๆ ได้ดังนี้

$$P_a = \begin{pmatrix} e^{-\theta_{11}s} & 0 & 0 \\ 0 & e^{-\theta_{22}s} & 0 \\ 0 & 0 & e^{-\theta_{33}s} \end{pmatrix} \quad (5.17)$$

$$P_m = \begin{pmatrix} \frac{k_{11}}{\tau_{11}s+1} & \frac{k_{12} e^{-(\Theta_{12}-\Theta_{11})s}}{\tau_{12}s+1} & \frac{k_{13} e^{-(\Theta_{13}-\Theta_{11})s}}{\tau_{13}s+1} \\ k_{21} e^{-(\Theta_{21}-\Theta_{22})s} & \frac{k_{22}}{\tau_{22}s+1} & \frac{k_{23} e^{-(\Theta_{23}-\Theta_{22})s}}{\tau_{23}s+1} \\ \frac{k_{31} e^{-(\Theta_{31}-\Theta_{33})s}}{\tau_{31}s+1} & \frac{k_{32} e^{-(\Theta_{32}-\Theta_{33})s}}{\tau_{32}s+1} & \frac{k_{33}}{\tau_{33}s+1} \end{pmatrix} \quad (5.18)$$

$$D = \begin{pmatrix} (\tau_{11}s+1)(\tau_{21}s+1)(\tau_{31}s+1) & 0 & 0 \\ 0 & (\tau_{12}s+1)(\tau_{22}s+1)(\tau_{32}s+1) & 0 \\ 0 & 0 & (\tau_{13}s+1)(\tau_{23}s+1)(\tau_{33}s+1) \end{pmatrix} \quad (5.19)$$

$$N = \begin{pmatrix} k_{11}(\tau_{21}s+1)(\tau_{31}s+1)e^{-\Theta_{11}s} & k_{12}(\tau_{22}s+1)(\tau_{32}s+1)e^{-\Theta_{12}s} & k_{13}(\tau_{23}s+1)(\tau_{33}s+1)e^{-\Theta_{13}s} \\ k_{21}(\tau_{11}s+1)(\tau_{31}s+1)e^{-\Theta_{21}s} & k_{22}(\tau_{12}s+1)(\tau_{32}s+1)e^{-\Theta_{22}s} & k_{23}(\tau_{13}s+1)(\tau_{33}s+1)e^{-\Theta_{23}s} \\ k_{31}(\tau_{11}s+1)(\tau_{21}s+1)e^{-\Theta_{31}s} & k_{32}(\tau_{12}s+1)(\tau_{22}s+1)e^{-\Theta_{32}s} & k_{33}(\tau_{13}s+1)(\tau_{23}s+1)e^{-\Theta_{33}s} \end{pmatrix} \quad (5.20)$$

$$K_{sp} = \begin{pmatrix} \frac{\tau_{11}}{k_{11}\epsilon_{11}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\tau_{22}}{k_{22}\epsilon_{22}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\tau_{33}}{k_{33}\epsilon_{33}} \end{pmatrix} \quad (5.21)$$

$$S_m = \begin{pmatrix} \frac{k_{11}\epsilon_{11}/\tau_{11}}{\epsilon_{11}s+1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{k_{22}\epsilon_{22}/\tau_{22}}{\epsilon_{22}s+1} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{k_{33}\epsilon_{33}/\tau_{33}}{\epsilon_{33}s+1} \end{pmatrix} \quad (5.22)$$

$$K = \begin{pmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} \end{pmatrix} \quad (5.23)$$

$$K_{11} = (k_{11}k_{SP11}\tau_{21}\tau_{31} - \tau_{21}\tau_{31})s^2 + (k_{11}k_{SP11}(\tau_{21} + \tau_{31} + \varepsilon_{11}) - (\tau_{21} + \tau_{31} + \tau_{11}))s + (k_{11}k_{SP11} - 1)$$

$$K_{12} = k_{12}k_{SP11}(\varepsilon_{11}\tau_{22}\tau_{32}s^3 + (\varepsilon_{11}\tau_{22} + \varepsilon_{11}\tau_{32} + \tau_{32}\tau_{22})s^2 + (\tau_{22} + \tau_{32} + \varepsilon_{11})s + 1)e^{-(\Theta_{12} - \Theta_{11})}$$

$$K_{13} = k_{13}k_{SP11}(\varepsilon_{11}\tau_{23}\tau_{33}s^3 + (\varepsilon_{11}\tau_{23} + \varepsilon_{11}\tau_{33} + \tau_{23}\tau_{33})s^2 + (\tau_{23} + \tau_{33} + \varepsilon_{11})s + 1)e^{-(\Theta_{13} - \Theta_{11})}$$

$$K_{21} = k_{21}k_{SP22}(\varepsilon_{22}\tau_{11}\tau_{31}s^3 + (\varepsilon_{22}\tau_{11} + \varepsilon_{22}\tau_{31} + \tau_{11}\tau_{31})s^2 + (\tau_{11} + \tau_{31} + \varepsilon_{22})s + 1)e^{-(\Theta_{21} - \Theta_{22})}$$

$$K_{22} = (k_{22}k_{SP22}\tau_{12}\tau_{32} - \tau_{12}\tau_{32})s^2 + (k_{22}k_{SP22}(\tau_{12} + \tau_{32} + \varepsilon_{22}) - (\tau_{12} + \tau_{32} + \tau_{22}))s + (k_{22}k_{SP22} - 1)$$

$$K_{23} = k_{23}k_{SP22}(\varepsilon_{22}\tau_{13}\tau_{33}s^3 + (\varepsilon_{22}\tau_{13} + \varepsilon_{22}\tau_{33} + \tau_{13}\tau_{33})s^2 + (\tau_{13} + \tau_{33} + \varepsilon_{22})s + 1)e^{-(\Theta_{23} - \Theta_{22})}$$

$$K_{31} = k_{31}k_{SP33}(\varepsilon_{33}\tau_{11}\tau_{21}s^3 + (\varepsilon_{33}\tau_{11} + \varepsilon_{33}\tau_{21} + \tau_{11}\tau_{21})s^2 + (\tau_{11} + \tau_{21} + \varepsilon_{33})s + 1)e^{-(\Theta_{31} - \Theta_{33})}$$

$$K_{32} = k_{32}k_{SP33}(\varepsilon_{33}\tau_{12}\tau_{22}s^3 + (\varepsilon_{33}\tau_{12} + \varepsilon_{33}\tau_{22} + \tau_{12}\tau_{22})s^2 + (\tau_{12} + \tau_{22} + \varepsilon_{33})s + 1)e^{-(\Theta_{32} - \Theta_{33})}$$

$$K_{33} = (k_{33}k_{SP33}\tau_{13}\tau_{23} - \tau_{13}\tau_{23})s^2 + (k_{33}k_{SP33}(\tau_{13} + \tau_{23} + \varepsilon_{33}) - (\tau_{13} + \tau_{23} + \tau_{33}))s + (k_{33}k_{SP33} - 1)$$

5.5.1 ตัวอย่างระบบ (3x3)

ตัวอย่างระบบ (3x3) เป็นทรานส์เฟอร์ฟังก์ชันที่นำมาจาก *J. Proc. Cont. 1994, Volume 4, Number 3* หน้า 115-120 เป็นผลงานวิจัยของ A. P. Loh and V. U. Vasnani หัวข้อวิจัย Describing function matrix for multivariable systems and its use in multiloop PI design ซึ่งมีข้อมูลดังนี้

$$G(s) = \begin{pmatrix} \frac{119e^{-5s}}{21.7s+1} & \frac{153e^{-5s}}{337s+1} & \frac{-2.1e^{-5s}}{10s+1} \\ \frac{37e^{-5s}}{500s+1} & \frac{76.7e^{-5s}}{28s+1} & \frac{-5.0e^{-5s}}{10s+1} \\ \frac{93e^{-5s}}{500s+1} & \frac{-66.7e^{-5s}}{166s+1} & \frac{-103.3e^{-5s}}{23s+1} \end{pmatrix}$$

จากผลงานวิจัยดังกล่าวใช้วิธีการจูนตัวควบคุมแบบ พีไอดี โดยวิธีของ Ziegler-Nichols ซึ่งแสดงไว้ดังนี้ คาบการแกว่งสุดขูด (ultimate period of the osillations) เท่ากับ 18.117 วินาที

เกนสุดขูด (ultimate gains) เท่ากับ 0.0453, 0.0838 และ -0.0650 เป็นของลูฟที่ 1, 2 และ 3 ตามลำดับ

ในการใช้ตัวควบคุมแบบคาสเคดหลายตัวแปรสามารถจะคำนวณเมทริกซ์ต่างๆตามสมการที่ 5.17 ถึง 5.23 และจากการจูนตัวควบคุมแบบคาสเคดหลายตัวแปร โดยวิธี Ciancone corelation ร่วมกับวิธีการลองผิดลองถูก (trial and error) หาค่าพิวเตอร์ใหม่คอนสแต้นท์จะได้ $\epsilon_{11} = 6.093$, $\epsilon_{22} = 7.825$, $\epsilon_{33} = 6.451$ จากการคำนวณจะได้เมทริกซ์ต่างๆดังนี้

$$P_a = \begin{pmatrix} e^{-5s} & 0 & 0 \\ 0 & e^{-5s} & 0 \\ 0 & 0 & e^{-5s} \end{pmatrix}$$

$$P_m = \begin{pmatrix} \frac{119}{21.7s+1} & \frac{153}{337s+1} & \frac{-2.1}{10s+1} \\ \frac{37}{500s+1} & \frac{76.7}{28s+1} & \frac{-5.0}{10s+1} \\ \frac{93}{500s+1} & \frac{-66.7}{166s+1} & \frac{-103.3}{23s+1} \end{pmatrix}$$

$$D = \begin{pmatrix} (21.7s+1)(500s+1)(500s+1) & 0 & 0 \\ 0 & (337s+1)(28s+1)(166s+1) & 0 \\ 0 & 0 & (10s+1)(10s+1)(23s+1) \end{pmatrix}$$

$$N = \begin{pmatrix} 119(500s+1)(500s+1)e^{-5s} & 153(28s+1)(166s+1)e^{-5s} & -2.1(10s+1)(23s+1)e^{-5s} \\ 37(21.7s+1)(500s+1)e^{-5s} & 76.7(337s+1)(166s+1)e^{-5s} & -5(10s+1)(23s+1)e^{-5s} \\ 93(21.7s+1)(500s+1)e^{-5s} & -66.7(337s+1)(28s+1)e^{-5s} & -103.3(10s+1)(10s+1)e^{-5s} \end{pmatrix}$$

$$K_{sp} = \begin{pmatrix} 0.0299 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0466 & 0 \\ 0 & 0 & -0.0345 \end{pmatrix}$$

$$S_m = \begin{pmatrix} \frac{33.4105}{6.093s+1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{21.4349}{7.825s+1} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-28.9689}{6.45s+1} \end{pmatrix}$$

$$K = \begin{pmatrix} 640439s^2 + 2561s + 2.55 & 129679s^3 + 26697s^2 + 916s + 4.58 & -88s^3 - 27s^2 - 2.46s - 0.06 \\ 146552s^3 + 25775s^2 + 914s + 1.73 & 144233s^2 + 1296s + 2.58 & -419s^3 - 133s^2 - 9.52s - 0.23 \\ -224667s^3 - 45634s^2 - 1695s - 3.21 & 140133s^3 + 27146s^2 + 855s + 2.3 & 256s^2 + 51s + 2.58 \end{pmatrix}$$

ในการทดลองการเลียนแบบกระบวนการแบบการเปลี่ยนแปลงเซ็ทพอยท์ (setpoint change) ของตัวควบคุมทั้งสองแบ่งออกเป็นแบบต่างๆดังนี้

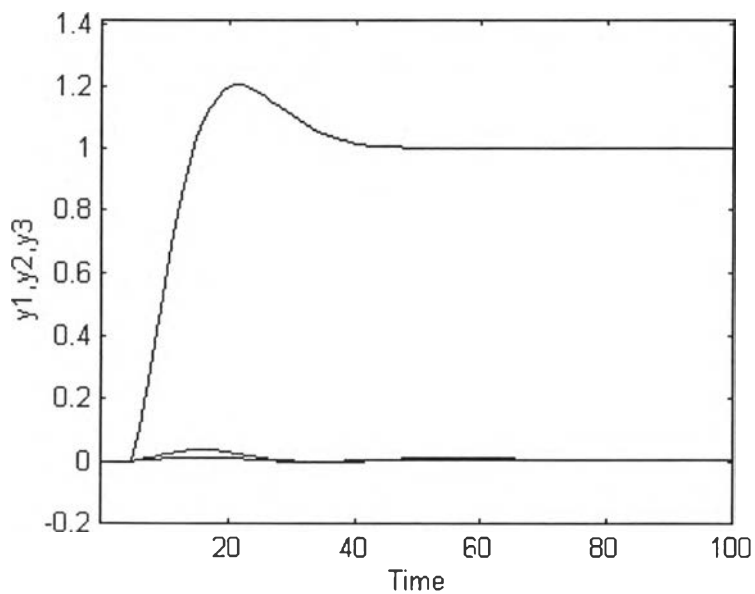
แบบที่ 1 ใช้สัญญาณ [1 0 0]' คือหมายถึง $y_1 = 1, y_2 = 0, y_3 = 0$

แบบที่ 2 ใช้สัญญาณ [0 1 0]' คือหมายถึง $y_1 = 0, y_2 = 1, y_3 = 0$

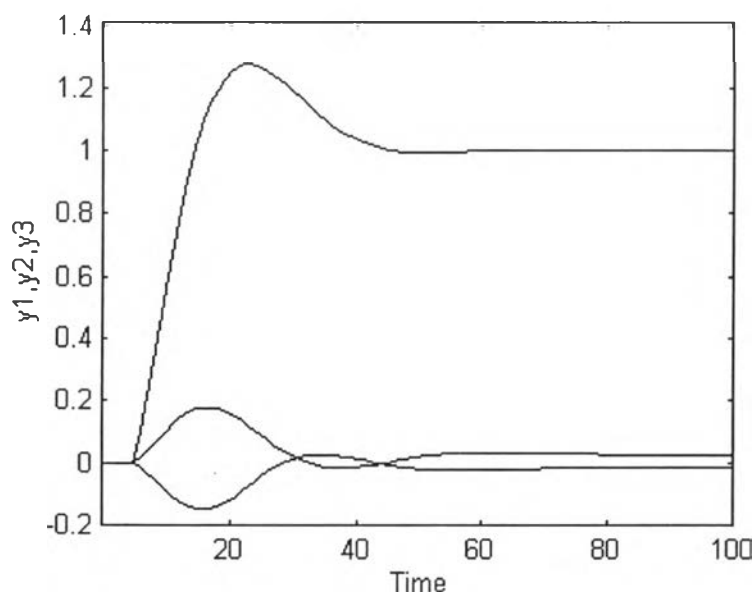
แบบที่ 3 ใช้สัญญาณ [0 0 1]' คือหมายถึง $y_1 = 0, y_2 = 0, y_3 = 1$

แบบที่ 4 ใช้สัญญาณ [1 1 1]' คือหมายถึง $y_1 = 1, y_2 = 1, y_3 = 1$

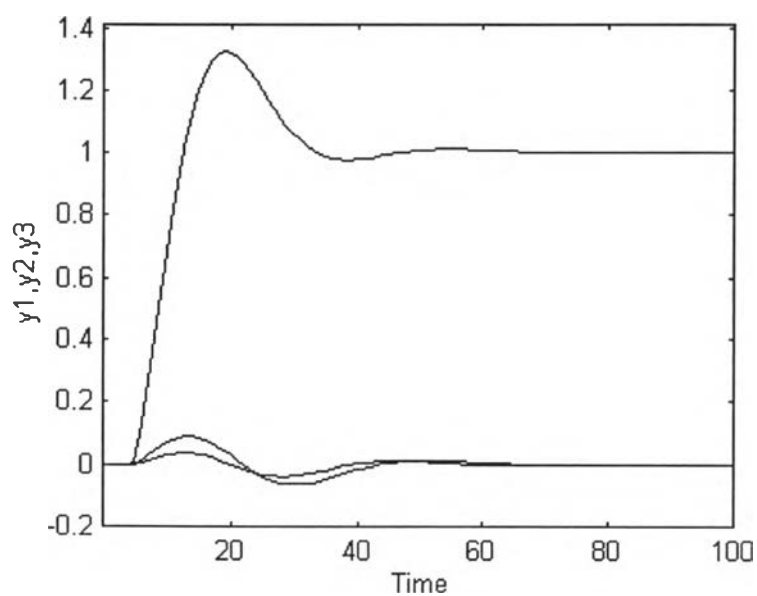
ผลการควบคุมโดยใช้ตัวควบคุมแบบพีไอดี (PID) ดังรูปที่ 5.21-5.24



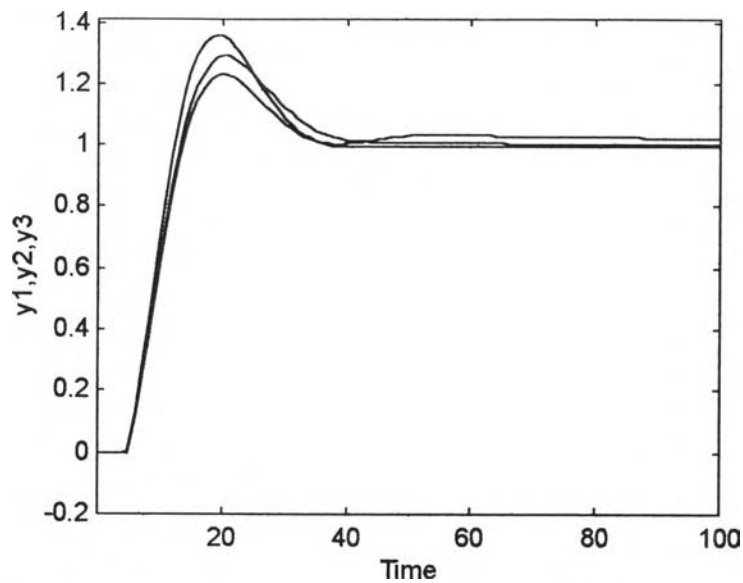
รูปที่ 5.21 ผลการควบคุมของตัวควบคุม พีไอดี เมื่อเซ็ทพอยท์เท่ากับ [1 0 0]'



รูปที่ 5.22 ผลการควบคุมของตัวควบคุม พีไอดี เมื่อเซ็ทพอยท์เท่ากับ $[0 \ 1 \ 0]^T$



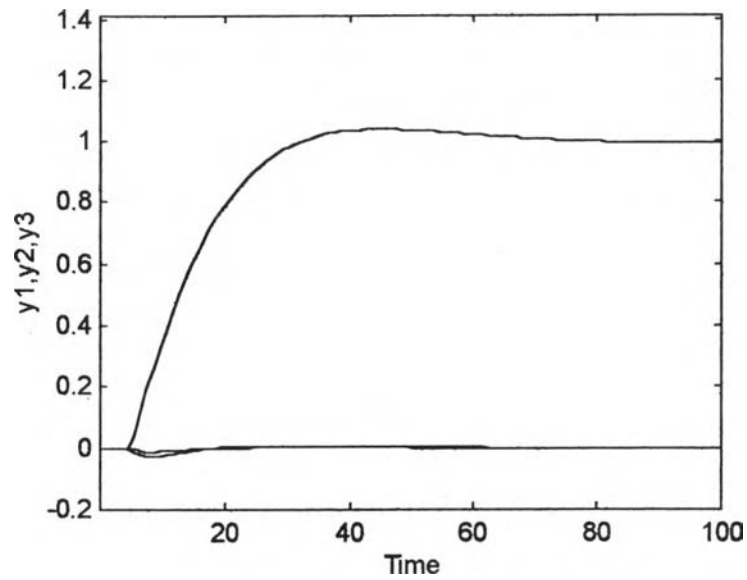
รูปที่ 5.23 ผลการควบคุมของตัวควบคุม พีไอดี เมื่อเซ็ทพอยท์เท่ากับ $[0 \ 0 \ 1]^T$



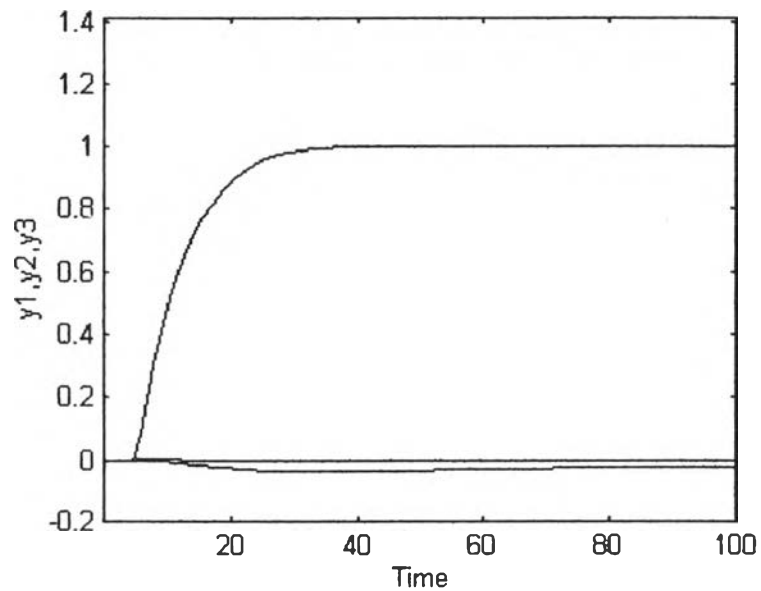
รูปที่ 5.24 ผลการควบคุมของตัวควบคุม พีไอดี เมื่อเซ็ทพอยท์เท่ากับ $[1 \ 1 \ 1]^T$

รูปที่ 5.21, 5.22, 5.23 เป็นการควบคุมตัวแปรควบคุมเพียงตัวเดียวของตัวควบคุม พีไอดี โดยการควบคุมตัวแปร y_1, y_2, y_3 ตามลำดับ รูปที่ 5.24 เป็นการควบคุมตัวแปรควบคุมทั้งสามตัวพร้อมๆ กันของตัวควบคุม พีไอดี โดยการควบคุมตัวแปร y_1, y_2, y_3 พร้อมกันๆ ผลการควบคุมที่ได้จะให้รูปภาพที่เหมือนกันคือตัวแปรควบคุมจะเข้าเซ็ทพอยท์ได้เร็วแต่จะเกิดมีโอเวอร์ชูตมากด้วย

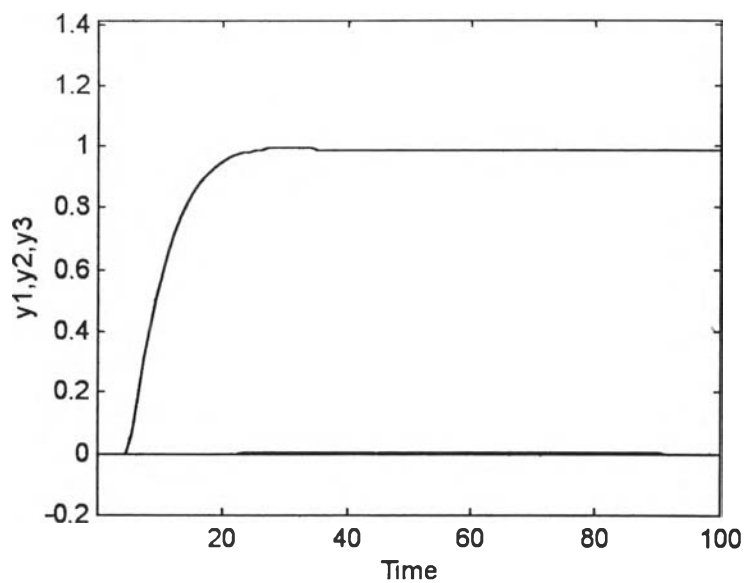
ผลการควบคุมโดยใช้ตัวควบคุมแบบคาสเคดหลายตัวแปรดังรูปที่ 5.25-5.28



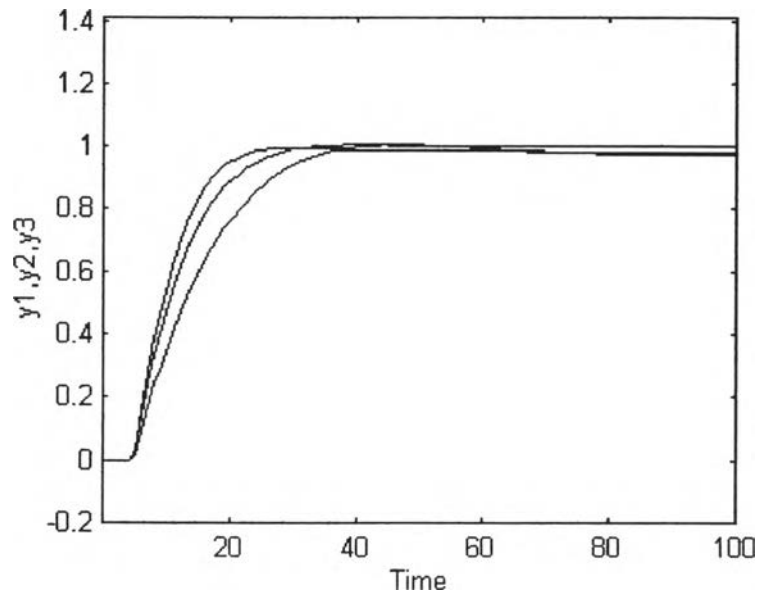
รูปที่ 5.25 ผลการควบคุมของตัวควบคุม คาสเคดหลายตัวแปรเมื่อเซ็ทพอยท์เท่ากับ $[1 \ 0 \ 0]^T$



รูปที่ 5.26 ผลการควบคุมของตัวควบคุม คาสเคดหลายตัวแปรเมื่อเซ็ทพอยท์เท่ากับ $[0 \ 1 \ 0]^T$



รูปที่ 5.27 ผลการควบคุมของตัวควบคุม คาสเคดหลายตัวแปรเมื่อเซ็ทพอยท์เท่ากับ $[0 \ 0 \ 1]^t$



รูปที่ 5.28 ผลการควบคุมของตัวควบคุม คาสเคดหลายตัวแปรเมื่อเซ็ทพอยท์เท่ากับ $[1 \ 1 \ 1]^t$

รูปที่ 5.25, 5.26, 5.27 เป็นการควบคุมตัวแปรควบคุมเพียงตัวเดียวของตัวควบคุม คาสเคดหลายตัวแปร โดยการควบคุมตัวแปร y_1, y_2, y_3 ตามลำดับ รูปที่ 5.28 เป็นการควบคุมตัวแปรควบคุมทั้งสามตัวพร้อมๆกันของตัวควบคุม คาสเคดหลายตัวแปร โดยการควบคุมตัวแปร y_1, y_2, y_3 พร้อมกันๆ ผลการควบคุมที่ได้จะให้รูปภาพที่เหมือนกันคือตัวแปรควบคุมจะเข้าเซ็ทพอยท์ได้ช้ากว่าของตัวควบคุมพีไอดีเล็กน้อยแต่จะไม่มีโอเวอร์ชูตหรือมีน้อยมาก

ในการเปรียบเทียบสมรรถนะของตัวควบคุมทั้งสองจะใช้รูปที่ 5.24 กับรูปที่ 5.28 ซึ่งเป็นการควบคุมตัวแปรทั้งสามตัวพร้อมๆกัน โดยการวัดค่าไอเออีของตัวแปรควบคุมแต่ละตัวแปร y_1, y_2, y_3 ตามลำดับซึ่งได้ผลการเปรียบเทียบดังตารางที่ 5.11

ตารางที่ 5.11 แสดงค่าไอเออี (IAE) ของตัวควบคุมทั้งสองเมื่อเซ็ทพอยท์เท่ากับ $[1 \ 1 \ 1]^T$

ชนิดของตัวควบคุม	ไอเออี (IAE)			
	y_1	y_2	y_3	$y_1 + y_2 + y_3$
แบบคาสเคดหลายตัวแปร	15.736	12.066	11.626	39.428
แบบ พีไอดี (PID)	14.707	13.381	12.359	40.447

จากตาราง 5.11 ตัวควบคุมแบบคาสเคดหลายตัวแปรให้ค่า ไอเออีของ y_1 สูงกว่าของตัวควบคุม พีไอดี แต่ให้ค่า ไอเออีของ y_2, y_3 ต่ำกว่าของตัวควบคุม พีไอดี ซึ่งเมื่อรวมผลทั้งสามตัวแล้วตัวควบคุมแบบคาสเคดหลายตัวแปรให้ค่า ผลรวมของ ไอเออีต่ำกว่าของตัวควบคุมพีไอดี