

การกรองชนิดแม่เหล็กแบบตามขวางในการไหลแบบโพเทินเซียล



วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาฟิสิกส์ ภาควิชาฟิสิกส์

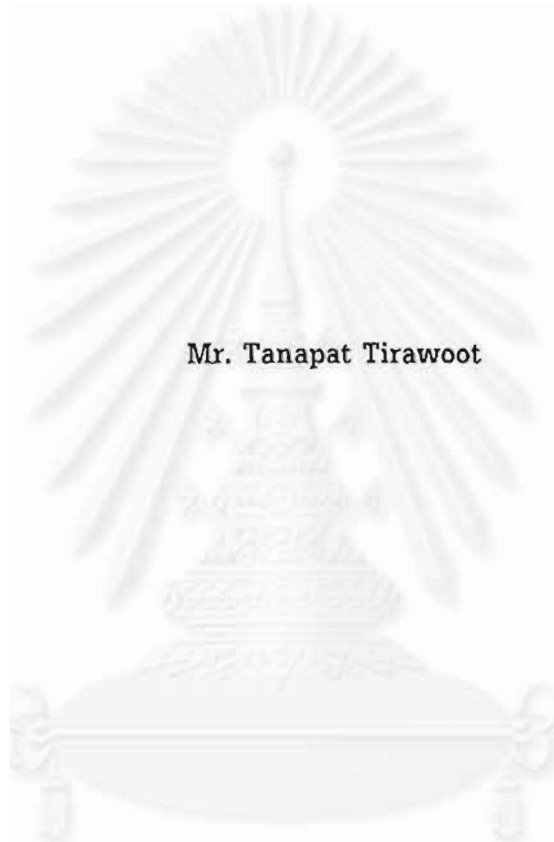
บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ปีการศึกษา 2542

ISBN 974-332-904-8

ลิขสิทธิ์ของบัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

TRANSVERSE MODE MAGNETIC FILTRATION IN POTENTIAL FLOW



A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements

For the Degree of Master of Science in Physics

Department of Physics

Graduated School

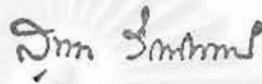
Chulalongkorn University

Academic Year 1999

ISBN 974-332-904-8

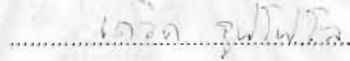
หัวข้อวิทยานิพนธ์ การกรองชนิดแม่เหล็กแบบตามขวางในการไหลแบบโพเทินเซิล
โดย นายธนวัฒน์ ธีระวุฒิ
ภาควิชา ฟิสิกส์
อาจารย์ที่ปรึกษา รองศาสตราจารย์ ดร. มยุรี เนตรนภิส

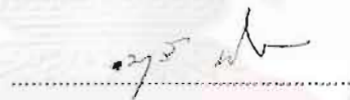
บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้บัณฑิตวิทยาลัยเป็นส่วนหนึ่งของการ
ศึกษาตามหลักสูตรปริญญามหาบัณฑิต

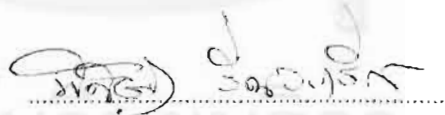



..... คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย
(รองศาสตราจารย์ ดร. สุชาดา กิระนันท์)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

..... ประธานกรรมการ
(รองศาสตราจารย์ ดร. เดวิด รุฟโพล)

..... อาจารย์ที่ปรึกษา
(รองศาสตราจารย์ ดร. มยุรี เนตรนภิส)

..... กรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. ทิศิษฐ์ รัตนวรณัฏฐ์)

..... กรรมการ
(อาจารย์ ดร. ทธเทพ นิคามณีพงษ์)

ชนพัฒน์ นิระขุฑูมิ : การกรองชนิดแม่เหล็กแบบตามขวางในการไหลแบบโพเทนเชียล (TRANSVERSE MODE MAGNETIC FILTRATION IN POTENTIAL FLOW) อ. ที่ปรึกษา : รศ. ดร. มยุรี เนตรนิสิต , 113 หน้า. ISBN 974-332-904-8.

ได้ศึกษาการกรองชนิดแม่เหล็กเพื่อใช้เป็นแนวทางในการออกแบบตัวกรองให้ได้ประสิทธิภาพตามต้องการ โดยใช้ตัวจับเป็นสารพาราแมกเนติกรูปทรงกลมหลายตัวกระจายกันอย่างสม่ำเสมอในตัวกรองซึ่งวางอยู่ในสนามแม่เหล็กภายนอกสม่ำเสมอ อนุภาคพาราแมกเนติกหรือไดอะแมกเนติกที่จะกรองมีขนาดเล็กมากแต่มากกว่าหนึ่งไมครอน ปะปนอยู่ในของไหลที่มีการไหลเป็นแบบโพเทนเชียล โดยศึกษาการกรองในแบบตามขวางคือให้ทิศทางการเคลื่อนที่ของสนามแม่เหล็กภายนอกตั้งฉากกับทิศของความเร็วตั้งต้นของของไหล และการกรองแบบตามยาวคือให้ทิศของสนามแม่เหล็กภายนอกขนานกับทิศของความเร็วตั้งต้นของของไหล ใช้ทฤษฎีตัวกลางยังผลแบบฮาซินจำลองผลกระทบอันเนื่องมาจากการมีตัวจับหลายตัวในการหาสนามแม่เหล็กและสนามความเร็วรอบตัวจับใดๆ และใช้วิธีรังกัดอันดับที่ 4 ในการแก้สมการการเคลื่อนที่เพื่อคำนวณเส้นทางการเคลื่อนที่ของอนุภาคซึ่งนำไปหารศมีการจับและพื้นที่การจับของอนุภาค พร้อมทั้งทำโปรแกรมสำหรับการคำนวณดังกล่าวเพื่อใช้ในการคำนวณหาประสิทธิภาพของตัวกรอง

จากการวิจัยพบว่า ค่าอัตราส่วนการบรรจุตัวจับเป็นแฟลคเตอร์สำคัญต่อค่าพื้นที่การจับอนุภาคและกำหนดขนาดของสนามแม่เหล็กภายนอก (H_0) ที่เหมาะสมในการใช้งาน สำหรับช่วงอัตราส่วนการบรรจุค่าน้อยขนาดของพื้นที่การจับจะสูงสุดได้ก็ต้องใช้ขนาดของ H_0 ที่มีค่ามากด้วย ถ้าพื้นที่การจับยังไม่สูงสุด การเพิ่มขนาดของ H_0 จะทำให้พื้นที่การจับเพิ่มขึ้นและประสิทธิภาพของการกรองจะมีค่าเพิ่มตามการเพิ่มของพื้นที่การจับและเกือบถึง 100% เมื่อพื้นที่การจับสูงสุด สำหรับที่อัตราส่วนการบรรจุค่ามาก กลไกต่างๆจะเหมือนกันกับที่อัตราส่วนค่าน้อยแต่จะใช้ขนาดของ H_0 น้อยลงเพื่อให้ขนาดของพื้นที่การจับสูงสุดและพื้นที่การจับสูงสุดที่อัตราส่วนบรรจุค่ามากมีขนาดน้อยกว่าพื้นที่การจับสูงสุดเมื่ออัตราส่วนบรรจุค่าน้อย ประสิทธิภาพสำหรับการกรองอนุภาคแบบพาราแมกเนติกในการกรองแบบตามขวางจะมีค่ามากกว่าในการกรองแบบตามยาว แต่สำหรับอนุภาคแบบไดอะแมกเนติก ประสิทธิภาพในการกรองแบบตามขวางจะดีกว่าในช่วงที่พื้นที่การจับน้อยกว่าพื้นที่การจับสูงสุดมาก แต่เมื่อพื้นที่การจับมากขึ้น การกรองแบบตามยาวจะให้ประสิทธิภาพดีกว่า เมื่อเปรียบเทียบกับ การกรองชนิดแม่เหล็กแบบตามขวางในการไหลแบบโพเทนเชียลกับการไหลแบบแลมินาร์ ไม่พบข้อแตกต่างที่มีนัยสำคัญของลักษณะทั่วไปของผลการศึกษาทั้งสองแบบ

ภาควิชา ฟิลิสิกส์
สาขาวิชา ฟิลิสิกส์
ปีการศึกษา ๒๕๔๕

ลายมือชื่อนิสิต ชนพัฒน์ นิระขุฑูมิ
ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา มยุรี เนตรนิสิต
ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา -

3970648923 : MAJOR PHYSICS

KEY WORD: MAGNETIC FILTRATION / MAGNETIC SEPARATION

TANAPAT TIRAWOOT : TRANSVERSE MODE MAGNETIC FILTRATION IN POTENTIAL FLOW

THESIS ADVISOR : ASSOC. PROF. MAYUREE NATENAPIT, Ph.D. 113 pp. ISBN 974-332-804-8.

Magnetic filtration was studied for designing an effective magnetic filter. The magnetic filter is composed of randomly distributed collector spheres of paramagnetic material. An external uniform magnetic field is applied to the filter for magnetizing the collector spheres. The particles that will be captured are carried by the fluid flow, which is described by potential flow. If the external uniform magnetic field (\vec{H}_0) is applied perpendicular to the initial fluid flow (\vec{v}_0), this is called the transverse mode of magnetic filtration. For the longitudinal mode \vec{H}_0 and \vec{v}_0 are parallel. The particle sizes to be considered are very small but not less than one micron. The magnetic field and the velocity flow field around each collector sphere predicted by using Hashin's effective medium treatment method including the effects of all neighboring spheres were applied to calculate magnetic and drag forces. The system of equations of motion was solved by the fourth order Runge-Kutta method to determine the particle trajectories. The capture radius and capture area were obtained by using a computer program that was created and used to predict the filter efficiency.

The investigation shows that the particle packing fraction is an important factor in limiting the capture area and specifying the magnitude of the external magnetic field (H_0) to be applied for a practical process. For the dilute range of packing fractions, one requires a very high H_0 for the capture area to reach a maximum value. If the capture area is far below the maximum value, increasing H_0 increases the capture area and efficiency of the filter, approaching 100% for a high enough external field. For a high packing fraction, the mechanisms are similar but the values of maximum capture areas and the required external field are lower. The efficiency of transverse mode filtration is greater than that of longitudinal mode for filtration of paramagnetic particles. For the case of diamagnetic particulates the transverse mode filtration efficiency is also greater than that of the longitudinal mode only when the capture area is very much less than the maximum value. However, for higher capture areas the efficiency of longitudinal mode filtration is better. Comparison of results in this research based on potential flow to those of transverse mode filtration in laminar flow does not show significant differences in general behavior.

ภาควิชา..... ศิวรักษ์

สาขาวิชา..... ฟิสิกส์

ปีการศึกษา..... ๒๕๕๕

ลายมือชื่อนิติศ..... อรรถวิวัฒน์ อธิระวดี

ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา..... มยุรี น.

ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษาร่วม..... -



กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยความช่วยเหลืออย่างดียิ่งของ รองศาสตราจารย์ ดร. มยุรี เนตรนภิส อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ซึ่งท่านได้ให้คำแนะนำและข้อคิดเห็นต่างๆ และขอขอบคุณภาควิชา พิสิกส์ที่อำนวยความสะดวกในการจัดหาเครื่องมือต่างๆในการทำงานวิจัย ซึ่งทำให้ผู้วิจัยสามารถทำงานวิจัย ได้อย่างสะดวกเป็นอย่างมาก

ท้ายนี้ ผู้วิจัยใคร่ขอกราบขอบพระคุณ บิดา-มารดา ซึ่งสนับสนุนทั้งกำลังเงินและกำลังใจแก่ผู้วิจัย ตลอดมา



สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ	จ
กิตติกรรมประกาศ	ฉ
สารบัญ	ช
สารบัญรูป	ฅ
คำอธิบายสัญลักษณ์	ด
บทที่	
1 บทนำ	1
2 การกรองชนิดแม่เหล็กและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	3
2.1 การกรองชนิดแม่เหล็ก	3
2.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	8
2.3 งานวิจัยส่วนที่จะทำ	11
3 สนามแม่เหล็กและสนามความเร็ว	12
3.1 สนามแม่เหล็กและแบบจำลองของฮาซัน	12
3.2 สนามความเร็ว	17
4 แรงและสมการการเคลื่อนที่	18
4.1 แรงที่กระทำต่ออนุภาค	18
4.2 แรงแม่เหล็ก	18
4.3 แรงเนื่องจากความหนืด	22
4.4 สมการการเคลื่อนที่	23
5 การจับอนุภาคและประสิทธิภาพของตัวกรอง	25
5.1 การจับอนุภาค	25
5.2 ประสิทธิภาพของตัวกรอง	25

สารบัญ (ต่อ)

บทที่	หน้า
6 ผลการคำนวณและการวิเคราะห์	30
6.1 การกรองสำหรับอนุภาคแบบพาราแมกเนติก	30
6.2 การกรองสำหรับอนุภาคแบบไดอะแมกเนติก	35
7 สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ	95
7.1 สรุปทั่วไป	95
7.2 สรุปการกรองอนุภาคแบบพาราแมกเนติก	96
7.3 สรุปการกรองอนุภาคแบบไดอะแมกเนติก	96
7.4 ข้อเสนอแนะ	97
รายการอ้างอิง	98
ภาคผนวก	
ก การหาค่าแม่เหล็กในบริเวณต่างๆของทรงกลมประกอบ.....	100
ข ขั้นตอนการทำงานของโปรแกรมที่ใช้คำนวณ	104
ประวัติผู้วิจัย	113

สารบัญรูป

รูปที่	หน้า
2.1 การทำงานของตัวกรองชนิดแม่เหล็ก	4
2.2 เส้นแรงแม่เหล็กบริเวณรอบๆตัวจับที่อยู่ในสนามแม่เหล็กภายนอก ความเข้มสม่ำเสมอ (\vec{H}_0)	7
2.3 ทิศทางของสนามแม่เหล็กภายนอก (\vec{H}_0) และความเร็วตั้งต้นของของไหล สำหรับตัวจับทรงกลม	9
2.4 ทิศทางของสนามแม่เหล็กภายนอก (\vec{H}_0) และความเร็วตั้งต้นของของไหล สำหรับตัวจับทรงกระบอก	10
3.1 ทรงกลมประกอบเพื่อใช้หาสนามแม่เหล็กบริเวณต่างๆตามแบบจำลองของฮาซิน	13
4.1 แสดงทิศทางของ \vec{H}_0 และ \vec{v}_0 ที่ใช้คำนวณการเคลื่อนที่ของอนุภาค กรณีแบบตามขวาง	21
5.1 รัศมีการจับ (r_c) และมุม ϕ_0 สำหรับการจับอนุภาคแบบตามขวาง พารามิเตอร์ที่ใช้คือ $v_{ma} = 828 \text{ s}^{-1}$, $v_{0a} = 20 \text{ s}^{-1}$, $k_s = 0.53$, $\gamma = 0.1$ และ $\phi_0 = 17^\circ$	26
5.2 ตัวกรองพื้นที่หน้าตัด A ความยาว L	27
6.1 ก ภาพสามมิติของเส้นทางเดินของอนุภาคแบบพาราแมกเนติก โดยมุมเริ่มต้น $\phi_0 = 0^\circ$ $v_{ma} = 828 \text{ s}^{-1}$, $v_{0a} = 20 \text{ s}^{-1}$, $k_s = 0.53$ และ $\gamma = 0.1$ รัศมีการจับ $r_c = 4.15a$	40
6.1 ข ภาพฉายของเส้นทางเดินของอนุภาคจากรูปที่ 6.1 ก	41
6.2 ก ภาพสามมิติของเส้นทางเดินของอนุภาคแบบพาราแมกเนติก โดยมุมเริ่มต้น $\phi_0 = 30^\circ$ $v_{ma} = 828 \text{ s}^{-1}$, $v_{0a} = 20 \text{ s}^{-1}$, $k_s = 0.53$ และ $\gamma = 0.1$ รัศมีการจับ $r_c = 3.85a$	42
6.2 ข ภาพฉายของเส้นทางเดินของอนุภาคจากรูปที่ 6.2 ก	43
6.3 ก ภาพสามมิติของเส้นทางเดินของอนุภาคแบบพาราแมกเนติก โดยมุมเริ่มต้น $\phi_0 = 60^\circ$ $v_{ma} = 828 \text{ s}^{-1}$, $v_{0a} = 20 \text{ s}^{-1}$, $k_s = 0.53$ และ $\gamma = 0.1$ รัศมีการจับ $r_c = 2.90a$	44
6.3 ข ภาพฉายของเส้นทางเดินของอนุภาคจากรูปที่ 6.3 ก	45

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
6.4 ก ภาพสามมิติของเส้นทางเดินของอนุภาคแบบพาราแมกเนติก โดยมุมเริ่มต้น $\phi_0 = 90^\circ$ $v_{ma} = 828 \text{ s}^{-1}$, $v_{0a} = 20 \text{ s}^{-1}$, $k_s = 0.53$ และ $\gamma = 0.1$ รัศมีการจับ $r_c = 0a$	46
6.4 ข ภาพฉายของเส้นทางเดินของอนุภาคจากรูปที่ 6.4 ก	47
6.5 ก ภาพสามมิติของเส้นทางเดินของอนุภาคแบบพาราแมกเนติก โดยมุมเริ่มต้น $\phi_0 = 0^\circ$ $v_{ma} = 828 \text{ s}^{-1}$, $v_{0a} = 20 \text{ s}^{-1}$, $k_s = 0.53$ และ $\gamma = 0.4$ รัศมีการจับ $r_c = 2.45a$	48
6.5 ข ภาพฉายของเส้นทางเดินของอนุภาคจากรูปที่ 6.5 ก	49
6.6 ก ภาพสามมิติของเส้นทางเดินของอนุภาคแบบพาราแมกเนติก โดยมุมเริ่มต้น $\phi_0 = 30^\circ$ $v_{ma} = 828 \text{ s}^{-1}$, $v_{0a} = 20 \text{ s}^{-1}$, $k_s = 0.53$ และ $\gamma = 0.4$ รัศมีการจับ $r_c = 2.45a$	50
6.6 ข ภาพฉายของเส้นทางเดินของอนุภาคจากรูปที่ 6.6 ก	51
6.7 ก ภาพสามมิติของเส้นทางเดินของอนุภาคแบบพาราแมกเนติก โดยมุมเริ่มต้น $\phi_0 = 60^\circ$ $v_{ma} = 828 \text{ s}^{-1}$, $v_{0a} = 20 \text{ s}^{-1}$, $k_s = 0.53$ และ $\gamma = 0.4$ รัศมีการจับ $r_c = 2.45a$	52
6.7 ข ภาพฉายของเส้นทางเดินของอนุภาคจากรูปที่ 6.7 ก	53
6.8 ก ภาพสามมิติของเส้นทางเดินของอนุภาคแบบพาราแมกเนติก โดยมุมเริ่มต้น $\phi_0 = 90^\circ$ $v_{ma} = 828 \text{ s}^{-1}$, $v_{0a} = 20 \text{ s}^{-1}$, $k_s = 0.53$ และ $\gamma = 0.4$ รัศมีการจับ $r_c = 0a$	54
6.8 ข ภาพฉายของเส้นทางเดินของอนุภาคจากรูปที่ 6.8 ก	55
6.9 พื้นที่การจับของอนุภาคแบบพาราแมกเนติกที่ค่า γ ต่างกันสามค่าคือ $\gamma = 0.1$, 0.4 และ 0.7 ใช้ $v_{ma} = 828 \text{ s}^{-1}$, $v_{0a} = 20 \text{ s}^{-1}$, $k_s = 0.53$	56
6.10 พื้นที่การจับของอนุภาคแบบพาราแมกเนติกที่ค่า v_{ma} ต่างกันสามค่าคือ $v_{ma} = 80, 828$ และ 2000 ใช้ $\gamma = 0.3$, $v_{0a} = 20 \text{ s}^{-1}$, $k_s = 0.53$	67
6.11 กราฟระหว่างพื้นที่การจับกับ γ ของอนุภาคแบบพาราแมกเนติก โดยใช้ v_{ma} ต่างกันสามค่าคือ $v_{ma} = 80, 828$ และ 2000 s^{-1} , $v_{0a} = 20 \text{ s}^{-1}$, $k_s = 0.53$	58

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
6.12 กราฟระหว่างพื้นที่การจับกับ $ v_{ma}/v_{0a} ^2$ ของอนุภาคแบบพาราแมกเนติกโดยใช้ γ ต่างกันสามค่าคือ $\gamma = 0.1, 0.3$ และ 0.5 ใช้ $v_{0a} = 20 \text{ s}^{-1}$, $k_s = 0.53$	59
6.13 กราฟระหว่างพื้นที่การจับกับ γ ของอนุภาคแบบพาราแมกเนติกโดยใช้ $k_s = 0.1$ และ 0.9 ที่ค่า v_{ma} ต่างกันสองค่าคือ $v_{ma} = 80$ และ $v_{ma} = 828 \text{ s}^{-1}$, $v_{0a} = 20 \text{ s}^{-1}$	60
6.14 กราฟระหว่างพื้นที่การจับกับ $ v_{ma}/v_{0a} ^2$ ของอนุภาคแบบพาราแมกเนติกโดยใช้ $k_s = 0.1$ และ 0.9 ที่ค่า γ ต่างกันสองค่าคือ $\gamma = 0.1$ และ 0.4 , $v_{0a} = 20 \text{ s}^{-1}$	61
6.15 กราฟระหว่างประสิทธิภาพกับ γ ของอนุภาคแบบพาราแมกเนติกโดยใช้ v_{ma} ต่างกันสามค่าคือ $v_{ma} = 80, 828$ และ 2000 s^{-1} , $v_{0a} = 20 \text{ s}^{-1}$, $k_s = 0.53$ $La = 20$	62
6.16 กราฟระหว่างประสิทธิภาพกับ $ v_{ma}/v_{0a} ^2$ ของอนุภาคแบบพาราแมกเนติกโดยใช้ γ ต่างกันสามค่าคือ $\gamma = 0.1, 0.3$ และ 0.5 , $v_{0a} = 20 \text{ s}^{-1}$, $k_s = 0.53$ $La = 20$	63
6.17 กราฟระหว่างพื้นที่การจับกับ γ ของอนุภาคแบบพาราแมกเนติก โดยเปรียบเทียบ การกรองแบบตามขวางและการกรองแบบตามยาว ใช้ค่า $v_{ma} = 828 \text{ s}^{-1}$, $v_{0a} = 20 \text{ s}^{-1}$, $k_s = 0.53$	64
6.18 กราฟระหว่างพื้นที่การจับกับ γ ของอนุภาคแบบพาราแมกเนติก โดยเปรียบเทียบ การกรองแบบตามขวางและการกรองแบบตามยาว ใช้ค่า $v_{ma} = 2000 \text{ s}^{-1}$, $v_{0a} = 20 \text{ s}^{-1}$, $k_s = 0.53$	65
6.19 กราฟระหว่างพื้นที่การจับกับ $ v_{ma}/v_{0a} ^2$ ของอนุภาคแบบพาราแมกเนติก โดย เปรียบเทียบการกรองแบบตามขวางและการกรองแบบตามยาว ใช้ γ ต่างกันสองค่า คือ $\gamma = 0.1$ และ $\gamma = 0.4$, $v_{0a} = 20 \text{ s}^{-1}$, $k_s = 0.53$	66
6.20 ก ภาพสามมิติของเส้นทางเดินของอนุภาคแบบไดอะแมกเนติก โดยมุมเริ่มต้น $\phi_0 = 0^\circ$ $v_{ma} = -828 \text{ s}^{-1}$, $v_{0a} = 20 \text{ s}^{-1}$, $k_s = 0.53$ และ $\gamma = 0.1$ รัศมีการจับ $r_c = 2.50a$	67
6.20 ข ภาพฉายของเส้นทางเดินของอนุภาคจากรูปที่ 6.20 ก.....	68

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
6.21 ก ภาพสามมิติของเส้นทางเดินของอนุภาคแบบไดอะแมกเนติก โดยมุมเริ่มต้น $\phi_0 = 30^\circ$ $v_{ma} = -828 \text{ s}^{-1}$, $v_{0a} = 20 \text{ s}^{-1}$, $k_s = 0.53$ และ $\gamma = 0.1$ รัศมีการจับ $r_c = 2.90a$	69
6.21 ข ภาพฉายของเส้นทางเดินของอนุภาคจากรูปที่ 6.21 ก	70
6.22 ก ภาพสามมิติของเส้นทางเดินของอนุภาคแบบไดอะแมกเนติก โดยมุมเริ่มต้น $\phi_0 = 60^\circ$ $v_{ma} = -828 \text{ s}^{-1}$, $v_{0a} = 20 \text{ s}^{-1}$, $k_s = 0.53$ และ $\gamma = 0.1$ รัศมีการจับ $r_c = 3.50a$	71
6.22 ข ภาพฉายของเส้นทางเดินของอนุภาคจากรูปที่ 6.22 ก	72
6.23 ก ภาพสามมิติของเส้นทางเดินของอนุภาคแบบไดอะแมกเนติก โดยมุมเริ่มต้น $\phi_0 = 90^\circ$ $v_{ma} = -828 \text{ s}^{-1}$, $v_{0a} = 20 \text{ s}^{-1}$, $k_s = 0.53$ และ $\gamma = 0.1$ รัศมีการจับ $r_c = 3.80a$	73
6.23 ข ภาพฉายของเส้นทางเดินของอนุภาคจากรูปที่ 6.23 ก	74
6.24 ก ภาพสามมิติของเส้นทางเดินของอนุภาคแบบไดอะแมกเนติก โดยมุมเริ่มต้น $\phi_0 = 0^\circ$ $v_{ma} = -828 \text{ s}^{-1}$, $v_{0a} = 20 \text{ s}^{-1}$, $k_s = 0.53$ และ $\gamma = 0.4$ รัศมีการจับ $r_c = 1.85a$	75
6.24 ข ภาพฉายของเส้นทางเดินของอนุภาคจากรูปที่ 6.24 ก	76
6.25 ก ภาพสามมิติของเส้นทางเดินของอนุภาคแบบไดอะแมกเนติก โดยมุมเริ่มต้น $\phi_0 = 30^\circ$ $v_{ma} = -828 \text{ s}^{-1}$, $v_{0a} = 20 \text{ s}^{-1}$, $k_s = 0.53$ และ $\gamma = 0.4$ รัศมีการจับ $r_c = 2.10a$	77
6.25 ข ภาพฉายของเส้นทางเดินของอนุภาคจากรูปที่ 6.25 ก	78
6.26 ก ภาพสามมิติของเส้นทางเดินของอนุภาคแบบไดอะแมกเนติก โดยมุมเริ่มต้น $\phi_0 = 60^\circ$ $v_{ma} = -828 \text{ s}^{-1}$, $v_{0a} = 20 \text{ s}^{-1}$, $k_s = 0.53$ และ $\gamma = 0.4$ รัศมีการจับ $r_c = 2.45a$	79
6.26 ข ภาพฉายของเส้นทางเดินของอนุภาคจากรูปที่ 6.26 ก	80
6.27 ก ภาพสามมิติของเส้นทางเดินของอนุภาคแบบไดอะแมกเนติก โดยมุมเริ่มต้น $\phi_0 = 90^\circ$ $v_{ma} = -828 \text{ s}^{-1}$, $v_{0a} = 20 \text{ s}^{-1}$, $k_s = 0.53$ และ $\gamma = 0.4$ รัศมีการจับ $r_c = 2.45a$	81
6.27 ข ภาพฉายของเส้นทางเดินของอนุภาคจากรูปที่ 6.27 ก	82
6.28 พื้นที่การจับของอนุภาคแบบไดอะแมกเนติก ที่ค่า γ ต่างกันสามค่าคือ $\gamma = 0.1$, 0.4 และ 0.7 ให้ $v_{ma} = -828 \text{ s}^{-1}$, $v_{0a} = 20 \text{ s}^{-1}$, $k_s = 0.53$	83

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
6.29	พื้นที่การจับของอนุภาคแบบไดอะแมกเนติกที่ค่า v_{ma} ต่างกันสามค่าคือ $v_{ma} = -80, -828$ และ -2000 ใช้ $\gamma = 0.3, v_{0a} = 20 \text{ s}^{-1}, k_s = 0.53$84
6.30	กราฟระหว่างพื้นที่การจับกับ γ ของอนุภาคแบบไดอะแมกเนติก โดยใช้ v_{ma} ต่างกันสามค่าคือ $v_{ma} = -80, -828$ และ $-2000 \text{ s}^{-1}, v_{0a} = 20 \text{ s}^{-1}, k_s = 0.53$85
6.31	กราฟระหว่างพื้นที่การจับกับ $ v_{ma}/v_{0a} ^{1/2}$ ของอนุภาคแบบไดอะแมกเนติกโดยใช้ γ ต่างกันสามค่าคือ $\gamma = 0.1, 0.3$ และ 0.5 ใช้ $v_{0a} = 20 \text{ s}^{-1}, k_s = 0.53$86
6.32	กราฟระหว่างพื้นที่การจับกับ γ ของอนุภาคแบบไดอะแมกเนติกโดยใช้ $k_s = 0.1$ และ 0.9 ที่ค่า v_{ma} ต่างกันสองค่าคือ $v_{ma} = -80$ และ $v_{ma} = -828 \text{ s}^{-1}, v_{0a} = 20 \text{ s}^{-1}$87
6.33	กราฟระหว่างพื้นที่การจับกับ $ v_{ma}/v_{0a} ^{1/2}$ ของอนุภาคแบบไดอะแมกเนติกโดยใช้ $k_s = 0.1$ และ 0.9 ที่ค่า γ ต่างกันสองค่าคือ $\gamma = 0.1$ และ $0.4, v_{0a} = 20 \text{ s}^{-1}$88
6.34	กราฟระหว่างประสิทธิภาพกับ γ ของอนุภาคแบบไดอะแมกเนติกโดยใช้ v_{ma} ต่างกันสามค่าคือ $v_{ma} = -80, -828$ และ $-2000 \text{ s}^{-1}, v_{0a} = 20 \text{ s}^{-1}, k_s = 0.53, La = 20$89
6.35	กราฟระหว่างประสิทธิภาพกับ $ v_{ma}/v_{0a} ^{1/2}$ ของอนุภาคแบบไดอะแมกเนติกโดยใช้ γ ต่างกันสามค่าคือ $\gamma = 0.1, 0.3$ และ $0.5, v_{0a} = 20 \text{ s}^{-1}, k_s = 0.53, La = 20$90
6.36	กราฟระหว่างพื้นที่การจับกับ γ ของอนุภาคแบบไดอะแมกเนติก โดยเปรียบเทียบการกรองแบบตามขวางและการกรองแบบตามยาว ใช้ค่า $v_{ma} = -828 \text{ s}^{-1}, v_{0a} = 20 \text{ s}^{-1}, k_s = 0.53$91
6.37	กราฟระหว่างพื้นที่การจับกับ γ ของอนุภาคแบบไดอะแมกเนติก โดยเปรียบเทียบการกรองแบบตามขวางและการกรองแบบตามยาว ใช้ค่า $v_{ma} = -2000 \text{ s}^{-1}, v_{0a} = 20 \text{ s}^{-1}, k_s = 0.53$92
6.38	กราฟระหว่างพื้นที่การจับกับ $ v_{ma}/v_{0a} ^{1/2}$ ของอนุภาคแบบไดอะแมกเนติก โดยเปรียบเทียบการกรองแบบตามขวางและการกรองแบบตามยาว ใช้ γ ต่างกันสองค่าคือ $\gamma = 0.1$ และ $\gamma = 0.4, v_{0a} = 20 \text{ s}^{-1}, k_s = 0.53$93

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
6.39 กราฟระหว่างพื้นที่การจับกับ γ เปรียบเทียบกับระหว่างอนุภาคแบบพาราแมกเนติก และอนุภาคแบบไดอะแมกเนติก โดยใช้ $ v_{ma} = 80, 828$ และ $2000s^{-1}$, $v_{0a} = 20s^{-1}$, $k_s = 0.53$94	



คำอธิบายสัญลักษณ์

สัญลักษณ์	ความหมาย	หน่วย (S.I.)
a	รัศมีของตัวจับ	m
b	รัศมีของทรงกลมประกอบ	m
r	ระยะตามแนวรัศมีจากจุดศูนย์กลางของทรงกลมประกอบ	m
r_p	รัศมีของอนุภาค	m
η	สัมประสิทธิ์ความหนืดของของไหล	$N \cdot s \cdot m^{-2}$
v_0	อัตราเร็วเริ่มต้นของของไหล	$m \cdot s^{-1}$
H_0	ขนาดของสนามแม่เหล็กภายนอก	$C \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}$
μ_0	สภาพให้ซึมได้ทางแม่เหล็กของสุญญากาศ	$N \cdot s^2 \cdot C^{-2}$
μ_{eff}	สภาพให้ซึมได้ทางแม่เหล็กของของไหลยังผล	$N \cdot s^2 \cdot C^{-2}$
μ_f	สภาพให้ซึมได้ทางแม่เหล็กของของไหล	$N \cdot s^2 \cdot C^{-2}$
μ_c	สภาพให้ซึมได้ทางแม่เหล็กของตัวจับ	$N \cdot s^2 \cdot C^{-2}$
χ_p	สภาพรับไว้ได้ทางแม่เหล็กของอนุภาค	ไม่มีหน่วย
χ_f	สภาพรับไว้ได้ทางแม่เหล็กของของไหล	ไม่มีหน่วย
L	ความยาวของตัวกรอง	m
ϕ_0	มุมเริ่มต้นที่อนุภาควิ่งเข้ามา	เรเดียน
r_c	รัศมีการจับอนุภาคของตัวจับ	a
A_c	พื้นที่การจับ	a^2
γ^3	$\frac{a^3}{b^3}$	ไม่มีหน่วย
r_0	$\frac{r}{a}$	ไม่มีหน่วย
ν	$\frac{\mu_c}{\mu_f}$	ไม่มีหน่วย
ν'	$\frac{\mu_{eff}}{\mu_f}$	ไม่มีหน่วย

คำอธิบายสัญลักษณ์ (ต่อ)

สัญลักษณ์	ความหมาย	หน่วย (S.I.)
χ	$\chi_p - \chi_f$	ไม่มีหน่วย
k_s	$\frac{\nu - 1}{\nu + 2}$	ไม่มีหน่วย
A_s	$\frac{2}{2 + \gamma^3}$	ไม่มีหน่วย
A	$\frac{2 + \nu}{2 + \gamma^3 + \nu(1 - \gamma^3)}$ หรือ $\frac{1}{1 - \gamma^3 k}$	ไม่มีหน่วย
v_{na}	$\frac{2\chi\mu_0 k_s H_0^2 r_p^2}{3\eta a^2}$	s^{-1}
v_{0n}	$\frac{v_0}{a}$	s^{-1}
L	$\frac{L}{a}$	ไม่มีหน่วย
ε	ประสิทธิภาพ	ไม่มีหน่วย



การกรองอนุภาคที่แขวนลอยอยู่ในของไหลโดยใช้สนามแม่เหล็กได้ถูกนำไปประยุกต์ใช้ในงานหลายอย่าง เช่น ใช้ในงานวิจัยทางชีวภาพ (Coe, Gerber และ Wilts, 1998), การกรองเลือด (Richards, Roath, Smith และ Watson, 1996), ใช้ในการกรองน้ำ (Franz และ Franzreb, 1998), ใช้ในอุตสาหกรรม เช่น การกำจัดกัมมันตออกจากถ่าน (Lal, 1988) หรือ ใช้ในงานทางด้านนิวเคลียร์ (Boorman, 1987; Williams และ Leslie, 1981) เป็นต้น

การทำวิจัยเกี่ยวกับการกรองโดยใช้สนามแม่เหล็กสามารถใช้เป็นแนวทางในการออกแบบตัวกรองให้มีประสิทธิภาพได้เหมาะสมตามความต้องการ แต่งานวิจัยทางทฤษฎีส่วนใหญ่จะพิจารณาในกรณีสองมิติเป็นหลัก ดังนั้นงานวิจัยชิ้นนี้จึงทำในลักษณะสามมิติเพื่อให้ได้ผลที่สมบูรณ์และสามารถนำมาเปรียบเทียบข้อดีข้อเสียของการกรองแต่ละแบบได้ ซึ่งจะทำให้การเลือกใช้หรือการออกแบบตัวกรองสำหรับงานต่างๆมีประสิทธิภาพตรงตามความต้องการยิ่งขึ้น

ส่วนสำคัญของตัวกรองคือตัวจับ ซึ่งทำหน้าที่จับอนุภาคที่ปะปนอยู่ในของไหลที่จะกรอง และต้องมีสนามแม่เหล็กภายนอกสม่ำเสมอแก่ตัวกรองเพื่อทำให้เกิดแรงแม่เหล็กดูดอนุภาคให้มาติดกับตัวจับ ของไหลที่จะพิจารณาในงานวิจัยนี้คือของไหลที่มีการไหลเป็นการไหลแบบศักย์ (potential flow) ซึ่งจะนิยามในบทที่ 2 ให้ทิศทางการไหลตั้งต้นเข้ามาในทิศตั้งฉากกับทิศของสนามแม่เหล็กภายนอก โดยอนุภาคแขวนลอยที่พิจารณามีขนาดเล็กมากแต่ขนาดของรัศมีมากกว่า 1 ไมครอน เพื่อที่จะได้ไม่ต้องพิจารณาถึงกระบวนการแพร่ (diffusion) ของอนุภาคและอนุภาคจะเป็นสารแม่เหล็กชนิดพาราแมกเนติก (paramagnetic) หรือ ไดอะแมกเนติก (diamagnetic) ก็ได้ ส่วนตัวจับนั้นให้เป็นลักษณะทรงกลมหลายตัวกระจายกันอย่างสุ่ม ตัวจับจะเป็นสารชนิดพาราแมกเนติก ซึ่งจะศึกษาการเคลื่อนที่ของอนุภาคในลักษณะเป็นสามมิติ

การดำเนินงานวิจัยจะเริ่มจากบทที่ 3 เป็นการทบทวนทฤษฎีตัวกลางยังผลสำหรับอธิบายสนามแม่เหล็กรอบๆตัวจับ เนื่องจากตัวจับมีอยู่หลายตัวทฤษฎีนี้อ้างอิงถึงแบบจำลองของ Hashin (Hashin, 1968) เพื่อหาสนามแม่เหล็ก จากนั้นจึงหาสมการความเร็วของของไหลรอบๆตัวจับซึ่งก็อ้างอิงตามแบบจำลองของ Hashin อีกเช่นกัน ในบทที่ 4 สมการของสนามแม่เหล็กและสมการความเร็วของของไหลที่ได้ได้นำไปใช้หาสมการของแรงแม่เหล็กที่กระทำต่ออนุภาคและแรงเนื่องจากความหนืดของของไหลที่กระทำต่ออนุภาค จากนั้นจึงหาสมการการเคลื่อนที่ของอนุภาค และหาเส้นทางการเคลื่อนที่ของอนุภาคโดยการแก้ปัญหาด้วยวิธีเชิงตัวเลข บทที่ 5 อธิบายรัศมีการจับอนุภาค (capture radius) และสมการที่ใช้ในการคำนวณหาประสิทธิภาพของตัวกรอง ซึ่งจากเส้นทางการเคลื่อนที่ของอนุภาคจะทำให้ทราบว่าอนุภาคถูกจับหรือไม่อย่างไรและได้พื้นที่การจับอนุภาค (capture area) ซึ่งจะนำไปพิจารณาหาประสิทธิภาพของระบบนี้ได้ต่อไป

การวิเคราะห์ประสิทธิภาพของระบบโดยเปลี่ยนพารามิเตอร์ต่างๆจะทำให้ทราบว่า ถ้าต้องการใช้การกรองในลักษณะนี้ควรจะทำอย่างไรจึงจะได้ผลดีและไม่เป็นการสิ้นเปลือง ซึ่งจะช่วยในการออกแบบระบบการกรองให้เหมาะสมกับงานที่ต้องการ



การกรองชนิดแม่เหล็กและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การกรองชนิดแม่เหล็กก็คือการกรองโดยอาศัยสนามแม่เหล็กนั่นเอง ในบทนี้จะพูดถึงรายละเอียดต่างๆเกี่ยวกับการกรองชนิดแม่เหล็ก รวมไปถึงงานวิจัยต่างๆที่เกี่ยวข้องกับการกรองชนิดแม่เหล็ก

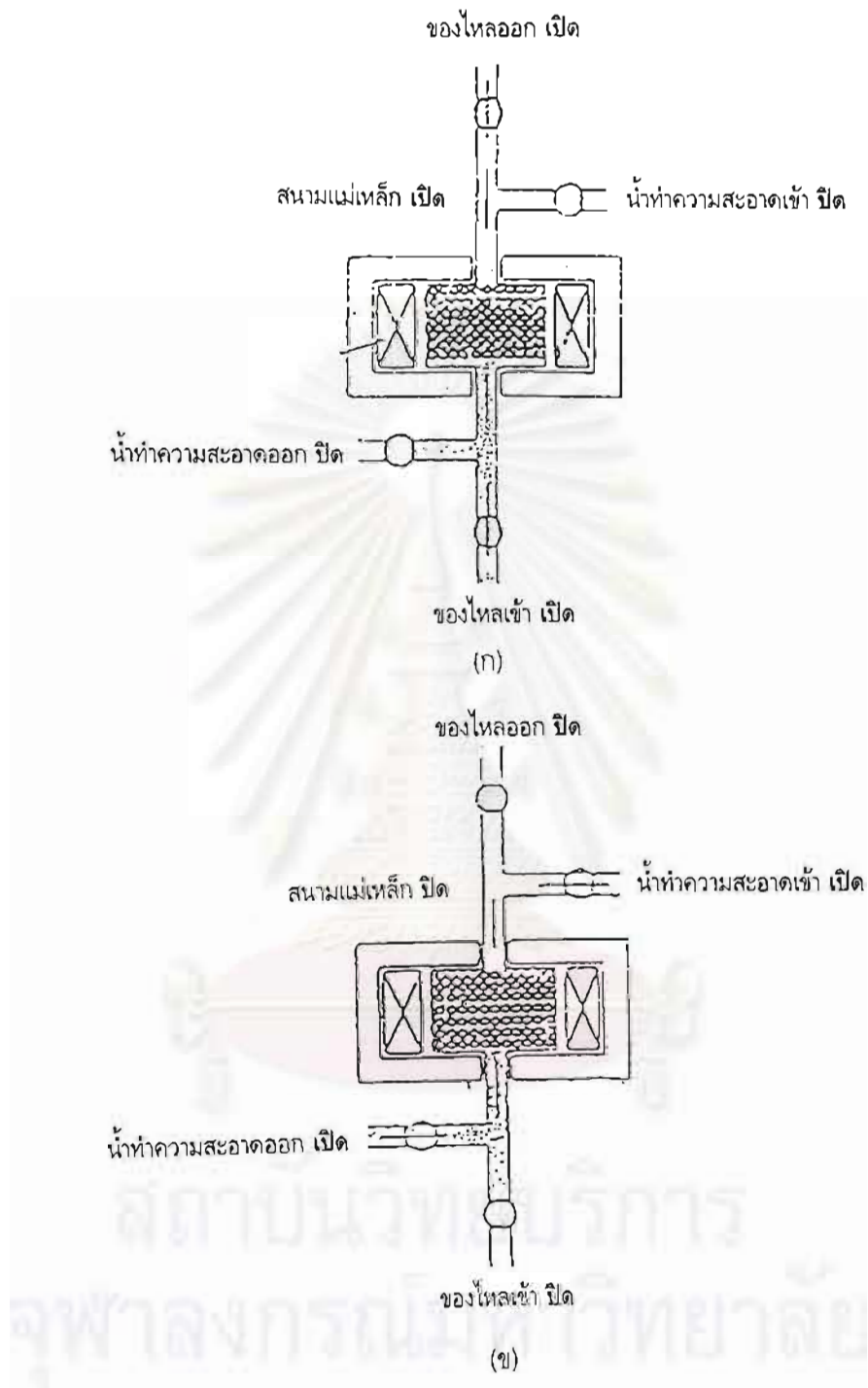
2.1 การกรองชนิดแม่เหล็ก (magnetic filtration)

การประยุกต์เอาสนามแม่เหล็กมาใช้ในการแยกสารแม่เหล็กออกจากสารที่ไม่ใช่แม่เหล็กนั้น ได้มีใช้กันมานานแล้ว ซึ่งวิธีการในช่วงแรกๆก็อาจไม่มีอะไรซับซ้อนมากมายนัก มาในปัจจุบัน ได้มีการประยุกต์ใช้ที่หลากหลายมากขึ้น ซึ่งการประยุกต์ที่สนใจในงานวิจัยชิ้นนี้คือ การใช้สนามแม่เหล็กเพื่อกรองเอาอนุภาคที่ปะปนอยู่ในของไหลออกมาจากของไหลนั้น ซึ่งในที่นี้ใช้คำว่า การกรองชนิดแม่เหล็กนั่นเอง

หลักการทางโดยทั่วไปของการกรองชนิดแม่เหล็ก

การออกแบบเครื่องกรองเพื่อการใช้งานนั้น ได้มีการออกแบบแตกต่างกันไปตามลักษณะการใช้งานที่ต้องการ แต่หลักการโดยทั่วไปก็จะเหมือนกันหรือคล้ายๆกัน ส่วนประกอบสำคัญที่ใช้ในการกรองจะเรียกว่า ตัวกรอง ตัวกรองก็คืออุปกรณ์ส่วนที่รับของไหลเข้ามากรอง และปล่อยของไหลที่ผ่านการกรองแล้วออกไปนั่นเอง ภายในตัวกรองจะบรรจุไว้ด้วยตัวจับซึ่งก็คือส่วนที่จะเป็นตัวดักหรือกรองอนุภาคที่ต้องการจะกรอง ซึ่งการที่ตัวจับสามารถจับอนุภาคได้ก็เพราะมีสนามแม่เหล็กจากภายนอกมาทำให้ตัวจับสามารถจับอนุภาคได้ นอกจากนี้ เครื่องกรองยังต้องมีระบบทำความสะอาดตัวกรองด้วย เพราะเมื่อการกรองผ่านไประยะเวลาหนึ่ง ประสิทธิภาพของตัวกรองย่อมลดลงเนื่องจากมีอนุภาคถูกจับที่ตัวจับมากเกินไป และทำให้ของไหลผ่านได้ไม่สะดวก ระบบทำความสะอาดจะชะล้างอนุภาคที่ถูกจับโดยตัวจับออกไป และตัวกรองจะได้เริ่มต้นกรองใหม่ได้อีกครั้ง

ตัวอย่างหนึ่งของตัวกรองชนิดแม่เหล็กที่ใช้งานกันจริงๆ ดังเช่นรูปที่ 2.1 (Gerber และ Birss, 1983) ซึ่งเป็นตัวกรองชนิดแม่เหล็กโดยใช้ตัวจับภายในเป็นลักษณะเส้นลวดหลายเส้น การทำงานของตัวกรองนี้จะเริ่มจากของไหลถูกบีบขึ้นไปในตัวกรอง (รูป 2.1 ก) ซึ่งมีสนามแม่เหล็กภายนอก อนุภาคที่แขวนลอยในของไหลจะถูกตัวจับซึ่งเป็นเส้นลวดจับเอาไว้ อนุภาคที่ไม่เป็นสารแม่เหล็กและของไหลที่เป็นตัวพาอนุภาคก็จะออกไปทางด้านบน เมื่อตัวกรองจับอนุภาคได้เยอะมากแล้ว ของไหลจะถูกปิดไม่ให้ไหลเข้า (รูป 2.1 ข) สนามแม่เหล็กที่ให้แก่ตัวกรองก็จะถูกทำให้ลดลงจนกระทั่งเป็นศูนย์ และอนุภาคที่ถูกจับเอาไว้ก็จะถูกชะล้างออกไปโดยระบบชะล้าง ซึ่งจะฉีดของเหลวเข้าไปในตัวกรองเพื่อพาเอาอนุภาคที่ถูกกรองออกมา จากนั้นก็จะเริ่มวงจรเดิมต่อไป



รูปที่ 2.1 แสดงการทำงานของตัวกรองชนิดแม่เหล็ก

(ก) การกรองอนุภาค

(ข) การชำระล้างอนุภาคที่ถูกกรองออกจากตัวกรอง

สารแม่เหล็ก

สารแม่เหล็กสามารถแบ่งใหญ่ๆได้เป็น 3 ชนิดคือ สารพาราแมกเนติก (paramagnetic) สารไดอะแมกเนติก (diamagnetic) และ สารเฟอร์โรแมกเนติก (ferromagnetic)

สารพาราแมกเนติกโดยธรรมชาติจะไม่มีเมนต์แม่เหล็ก (magnetic moment) สุทธิอยู่เล็กน้อย เมื่อให้สนามแม่เหล็กภายนอกเข้าไป จะทำให้แมกเนติกโมเมนต์ภายในเรียงตัวในแนวเดียวกันกับสนามแม่เหล็กภายนอก ซึ่งทำให้เกิดสนามแม่เหล็กเพิ่มเติมกับสนามแม่เหล็กภายนอก

สารไดอะแมกเนติก ไม่มีแมกเนติกโมเมนต์สุทธิเลย เมื่อให้สนามแม่เหล็กภายนอกเข้าไป จะทำให้เกิดการเหนี่ยวนำแม่เหล็กขึ้นภายในอะตอม ซึ่งการเหนี่ยวนำย่อมสร้างสนามแม่เหล็กในทิศทางที่จะต้านสนามแม่เหล็กภายนอก จึงทำให้เกิดสนามแม่เหล็กในทิศตรงข้ามกับสนามภายนอก สนามแม่เหล็กรวมจึงลดลง

สารเฟอร์โรแมกเนติกมีแมกเนติกโมเมนต์สุทธิอยู่เป็นกลุ่ม ซึ่งมีทิศทางต่างๆกันไป เรียกบริเวณที่มีแมกเนติกโมเมนต์ชี้ในทิศเดียวกันว่าโดเมนแม่เหล็ก (magnetic domain) เมื่อให้สนามแม่เหล็กภายนอกจะทำให้แต่ละโดเมนพยายามที่จะเรียงตัวให้ทิศของแมกเนติกโมเมนต์ขนานไปกับสนามภายนอก ดังนั้นก็จะทำให้สนามแม่เหล็กรวมเพิ่มขึ้น และจะเพิ่มขึ้นมากกว่ากรณีของสารพาราแมกเนติกมาก

สารพาราแมกเนติกและไดอะแมกเนติก เป็นสารที่มีสภาพแม่เหล็กอย่างอ่อน ความแรงของสารทั้งสองชนิดจะแปรผันตรงกับสนามแม่เหล็กภายนอก ส่วนสารเฟอร์โรแมกเนติกนั้น เป็นสารที่มีสภาพแม่เหล็กแรงและถ้าโดเมนทั้งหมดเรียงตัวในแนวขนานกับสนามภายนอกแล้ว ก็จะไม่สามารถทำให้ความเป็นแม่เหล็กเพิ่มขึ้นได้อีกต่อไป

ตัวจับ

ลักษณะของตัวจับโดยทั่วไปจะมีอยู่ 2 รูปแบบคือ เป็นแบบทรงกลมและแบบทรงกระบอก จากรูปที่ 2.1 ตัวจับเป็นเส้นลวด ซึ่งก็คือทรงกระบอกนั่นเอง ขนาดของตัวจับในรูปจะมีเส้นผ่านศูนย์กลางประมาณ 100 ไมครอน ตัวจับที่ใช้อาจจะเป็นสารพาราแมกเนติกหรือเฟอร์โรแมกเนติกก็ได้

สนามแม่เหล็กภายนอก

สนามแม่เหล็กภายนอกในตัวกรองมีไว้เพื่อทำให้ตัวจับเกิดอำนาจแม่เหล็กขึ้นนั่นเอง ถ้าไม่มีตัวจับอยู่ในตัวกรอง สนามแม่เหล็กก็จะถือว่าเป็นสนามแม่เหล็กสม่ำเสมอ (uniform magnetic field) ทั้งนี้เนื่องจากว่าขนาดของอนุภาคแขวนลอยนั้นเล็กมากเมื่อเทียบกับตัวกรอง อนุภาคแขวนลอยเหล่านั้นย่อมมองเห็นว่าสนามแม่เหล็กเป็นสนามคงที่ สม่ำเสมอ ถ้าเป็นดังนี้ก็จะไม่มีการจับอนุภาคเกิดขึ้น เนื่องจากว่าการจับอนุภาคก็คือการที่มีแรงมากกระทำให้อนุภาคมาติดกับตัวจับนั่นเอง ซึ่งแรงนี้ขึ้นอยู่กับสนามแม่เหล็กที่มีการเปลี่ยนแปลงต่อระยะทาง (gradient magnetic field) ($\vec{F}_M \propto \vec{\nabla}H^2$) ถ้าไม่มีตัวจับ สนามแม่เหล็กคงที่ก็

ย่อมไม่มีแรงกระทำต่ออนุภาค เมื่อมีตัวจับอยู่ในตัวกรงก็จะทำให้สนามแม่เหล็กมีการเปลี่ยนแปลงต่อระยะทาง ถ้าการเปลี่ยนแปลงต่อระยะทางนี้มีค่ามากก็จะเรียกว่า สนามแม่เหล็กมีการเปลี่ยนแปลงต่อระยะทางสูง (high gradient magnetic field) ซึ่งก็ย่อมทำให้เกิดแรงกระทำต่ออนุภาคที่อยู่ในบริเวณนี้ ลักษณะของสนามแม่เหล็กบริเวณรอบตัวจับทรงกลมดังแสดงในรูปที่ 2.2

ชนิดของของไหล

การไหลของของไหลในธรรมชาติที่แตกต่างกันมากสองแบบใหญ่ๆคือ การไหลแบบแลมินาร์ (laminar flow) และการไหลแบบปั่นป่วน (turbulent flow)

การไหลแบบแลมินาร์ คือ ของไหลจะไหลเป็นแผ่นเรียบๆ เป็นชั้นๆ ไม่มีการรบกวนการไหลของชั้นอื่นๆ มักจะเป็นการไหลแบบช้าๆ

การไหลแบบปั่นป่วน คือ การไหลแบบที่ดูยุ่งเหยิงสับสน ซึ่งการไหลแบบนี้ทำนายได้ยาก มักจะเป็นของไหลที่ไหลเร็ว

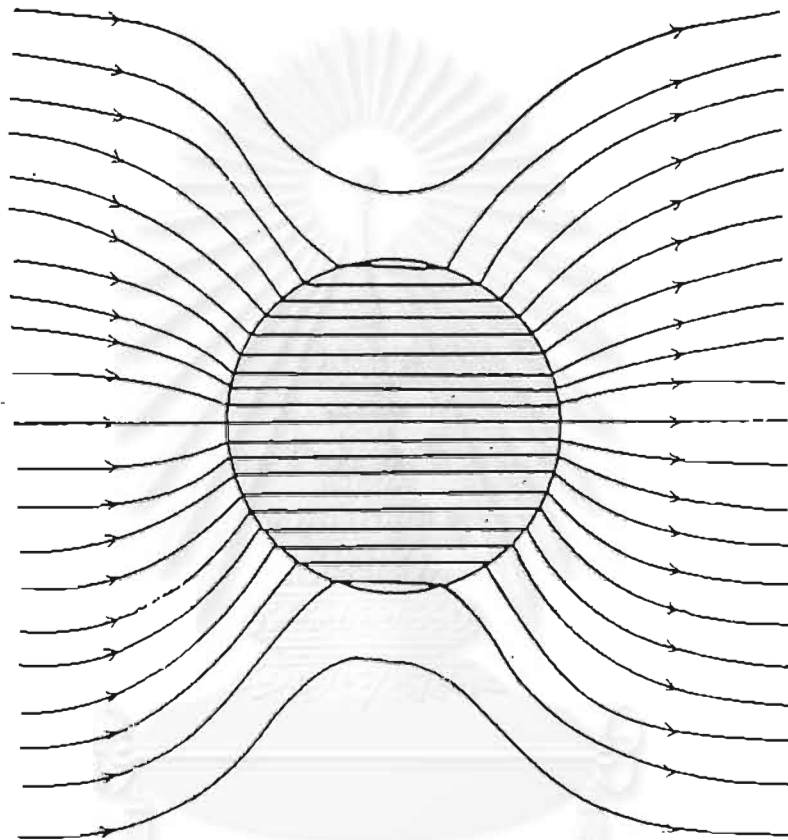
การไหลทั้งสองแบบสามารถแบ่งแยกได้ด้วยพารามิเตอร์ (parameter) ตัวหนึ่งคือ เลขเรย์โนลด์ (Reynold number, Re) ซึ่งเป็นพารามิเตอร์ที่ขึ้นกับความหนาแน่นของของไหล ความเร็วของของไหล ความหนืดและลักษณะรูปร่างของอนุภาคที่ขวางกั้นของไหล เช่น กรณีของไหลความหนืด η ความหนาแน่น ρ ความเร็ว v ไหลผ่านทรงกลมรัศมี a ค่า $Re = \frac{\rho va}{\eta}$ (Landau และ Lifshitz, 1963 อ้างถึงใน Natenapit, 1993) ถ้า $Re < 1$ จะเป็นการไหลแบบแลมินาร์ ถ้า Re มีค่ามากๆ การไหลจะเป็นแบบปั่นป่วน ถ้าของไหลมีค่า Re อยู่ระหว่างการไหลแบบแลมินาร์และการไหลแบบปั่นป่วน เรียกว่าของไหลอยู่ในช่วงเปลี่ยนแปลง (transition)

ถ้าคิดว่าของไหลเป็นของไหลที่อัดไม่ได้ (incompressible) และไม่หมุน (irrotational) ซึ่งเป็นกรณีของไหลในอุดมคติ จะเรียกรูปการไหลแบบนี้ว่า การไหลแบบศักย์ (potential flow) ซึ่งจะมีค่า $Re > 1$ (Moyer, Natenapit และ Araj, 1984)

ในงานวิจัยทั่วไปจะพิจารณาระบบของไหลที่เป็นแบบแลมินาร์หรือแบบศักย์ สำหรับงานวิจัยนี้จะพิจารณาเฉพาะการไหลแบบศักย์

อนุภาคที่จะกรง

อนุภาคที่จะกรงจะเป็นสารแม่เหล็กหรือไม่ใช่สารแม่เหล็กก็ได้ ถ้าไม่ใช่สารแม่เหล็กก็ต้องทำให้เกิดสภาพแม่เหล็กก่อน โดยเติมสารบางตัวที่เป็นสารแม่เหล็กที่อยู่ในรูปพาราแมกเนติกคอลลอยด์ลงไป



รูปที่ 2.2 แสดงเส้นแรงแม่เหล็กบริเวณรอบๆตัวจับที่อยู่ในสนามแม่เหล็กภายนอกความเข้มสม่ำเสมอ

ไหล และเมื่อเติมลงไปแล้วมันจะไปจับกับอนุภาคของสารที่ต้องการกรอง เมื่อสารที่ต้องการจะกรองผ่านเข้ามาในตัวจับก็จะถูกดูดติดกับตัวจับไปด้วย (Moyer และคณะ, 1984)

รูปแบบของการกรอง

ได้มีการแยกประเภทรูปแบบของตัวกรองโดยพิจารณาจากทิศของสนามแม่เหล็กภายนอก (\vec{H}_0) กับทิศของของไหลตั้งต้นที่ไหลเข้าไปในตัวกรอง (\vec{v}_0) ถ้าทิศของสนามแม่เหล็กภายนอกขนานกับทิศทางของของไหลเรียกว่า การกรองแบบตามยาว (longitudinal mode) ถ้าทิศของสนามแม่เหล็กตั้งฉากกับทิศทางของของไหลจะเรียกว่า การกรองแบบตามขวาง (transverse mode) ภาพแสดงทิศทางของ \vec{H}_0 และ \vec{v}_0 ในการกรองแบบตามยาวและการกรองแบบตามขวางสำหรับตัวจับรูปทรงกลมดังแสดงในรูปที่ 2.3

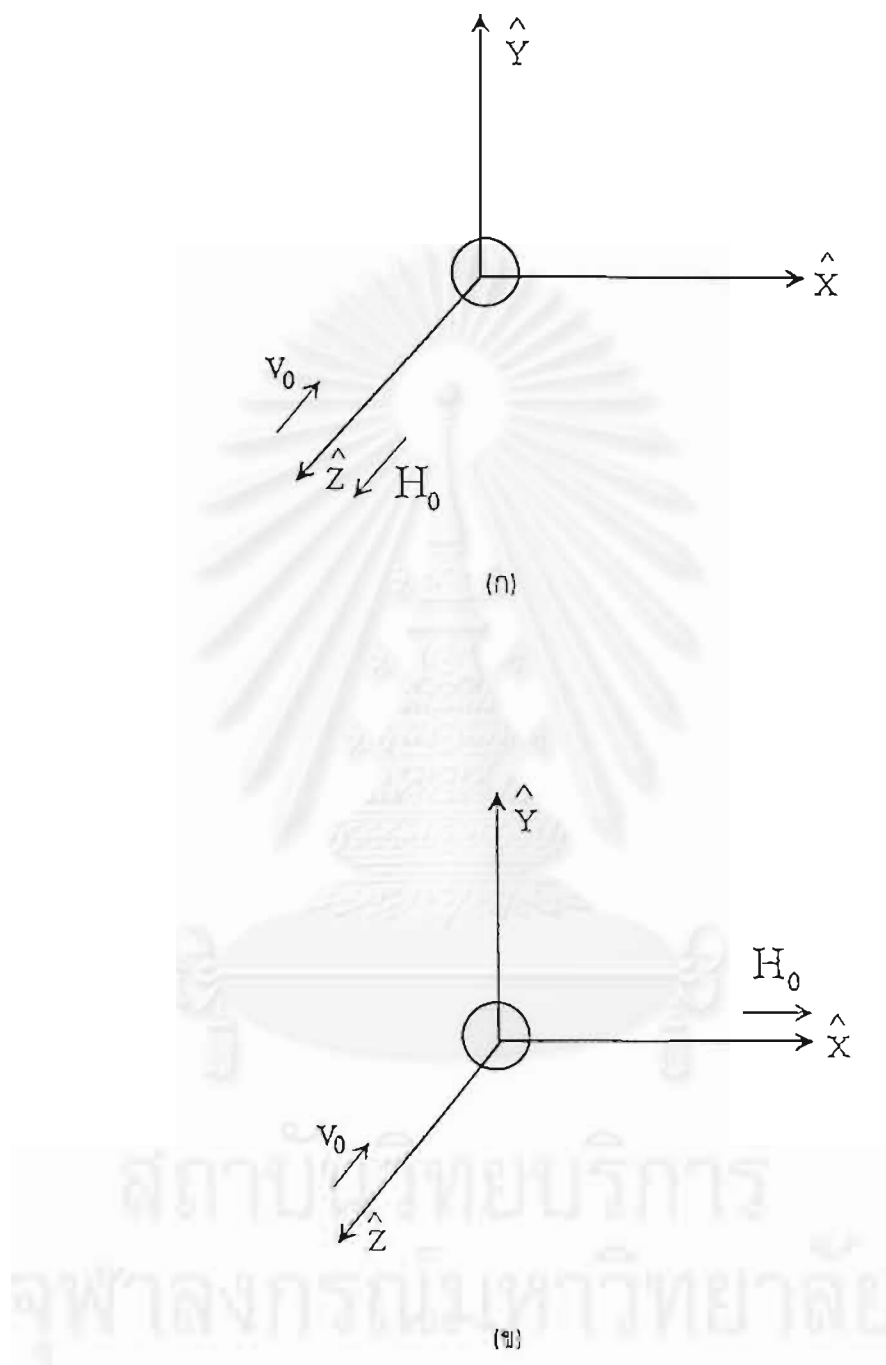
สำหรับตัวจับรูปทรงกระบอกนั้น จะมีการกรองแบบตามแกน (axial mode) เพิ่มขึ้นไปอีก ภาพสำหรับการกรองทั้งสามรูปแบบของตัวจับแบบทรงกระบอก ดังแสดงในรูปที่ 2.4

พิจารณาตัวจับแบบทรงกลม การกรองแบบตามยาวทั้งสนามแม่เหล็กและสนามความเร็วของของไหลรอบตัวจับมีสมมาตรร่วมกันรอบแกนซึ่งขนานกับ \vec{H}_0 หรือ \vec{v}_0 เพราะฉะนั้น ในพิกัดทรงกลม (spherical coordinate) ก็จะใช้เพียงแค่พิกัด r กับ θ ก็เพียงพอแล้ว นั่นคือเป็นปัญหาแบบสองมิติเท่านั้น กรณีการกรองแบบตามขวางไม่มีแกนสมมาตรร่วมของสนามแม่เหล็กและความเร็วของของไหล ดังนั้นในการกรองตามขวางนี้ จึงต้องพิจารณาปัญหาเป็นแบบสามมิติจึงจะได้ผลออกมาสมบูรณ์

2.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

Birss, Gerber และ Howard (1980) ได้ศึกษาการจับอนุภาคแม่เหล็กที่อยู่ในของไหลโดยใช้ตัวจับเป็นทรงกลมเดี่ยว ตัวจับเป็นสารชนิดเฟอร์โรแมกเนติกและถูกแม่เหล็ก (magnetized) ถึงจุดอิ่มตัว (saturation) โดยสนามแม่เหล็กภายนอก ซึ่งของไหลที่พิจารณานั้น ใช้การประมาณว่าไม่มีความหนืดและอนุภาคที่อยู่ในของไหลให้เป็นทั้งสารพาราแมกเนติกและไดอะแมกเนติก จากการศึกษาพบว่า รัศมีการจับของอนุภาคนั้นจะแปรผันโดยตรงกับอัตราส่วนขนาดความเร็วเนื่องจากแรงแม่เหล็กต่อความเร็วตั้งต้นของของไหล ($\frac{v_{ma}}{v_{0a}}$) เมื่ออัตราส่วนนี้มีค่ามาก แต่ถ้าอัตราส่วนนี้มีค่าน้อย รัศมีการจับของอนุภาคไดอะแมกเนติกจะเบนไปจากเส้นตรงและจะไม่เกิดการจับของอนุภาคไดอะแมกเนติกที่อัตราส่วนนี้ ($\frac{v_{ma}}{v_{0a}}$) มีค่าน้อยกว่า 1.75 ซึ่งกรณีนี้ที่ศึกษาเป็นการกรองแบบตามยาว นอกจากนี้ ยังได้ศึกษาถึงบริเวณที่เกิดการจับอนุภาคพบว่ามีบริเวณที่เกิดการจับอนุภาคบนผิวตัวจับ จะแบ่งได้เป็น 2 บริเวณ โดยอนุภาคทั้งสองชนิดจะถูกจับที่ต่างบริเวณกัน

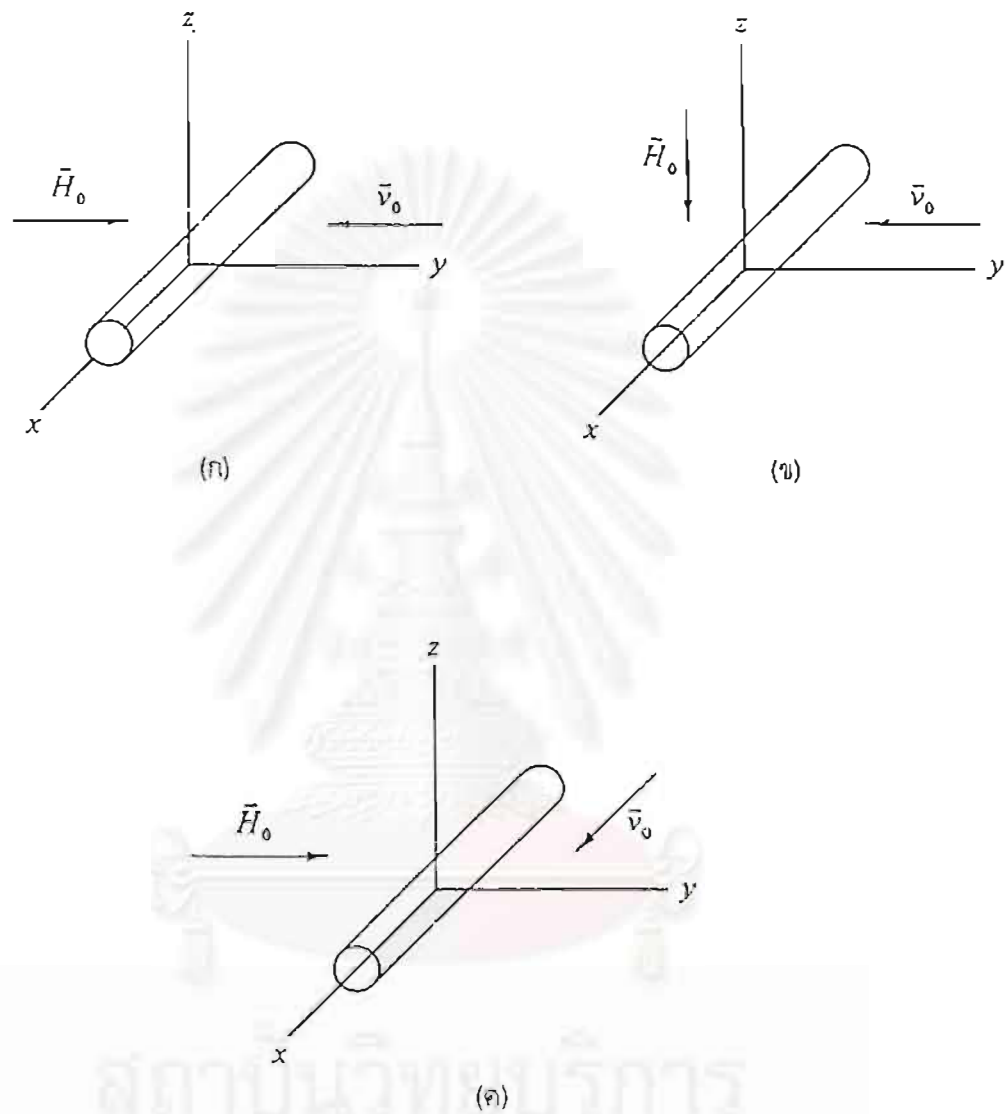
Moyer และคณะ (1984) ได้ศึกษาการกรองชนิดแม่เหล็กโดยใช้ตัวจับทรงกลมหลายตัวกระจายกันอย่างสุ่ม จับอนุภาคแม่เหล็กที่ปะปนในของไหลที่ใช้การประมาณว่าไม่มีความหนืดหรือเป็นการไหลแบบศักย์



รูปที่ 2.3 แสดงทิศทางของสนามแม่เหล็กภายนอก (\vec{H}_0) และความเร็วตั้งต้นของของไหลสำหรับตัวจับทรงกลม

(ก) การกรองแบบตามยาว ($\vec{v}_0 \parallel \vec{H}_0$)

(ข) การกรองแบบตามขวาง ($\vec{v}_0 \perp \vec{H}_0$)



รูปที่ 2.4 แสดงทิศทางของสนามแม่เหล็กภายนอก (\vec{H}_0) และความเร็วตั้งต้นของของไหลสำหรับตัวจับทรงกระบอก

- (ก) การกรองแบบตามยาว (ข) การกรองแบบตามขวาง
 (ค) การกรองแบบตามแกน (\vec{v}_0 ขนานกับแกนของทรงกระบอก)

นั่นเอง เนื่องจากว่าตัวจับเป็นชนิดหลายตัว จึงใช้แบบจำลองของฮาชิน (Hashin's model) ในการหาสนามแม่เหล็กและสนามความเร็ว และได้ศึกษาการกรองแบบตามยาว ในส่วนแบบตามขวางได้ศึกษาเฉพาะในระนาบสมมาตรหลัก (main symmetry plane) (ระนาบ \bar{H}_0, \bar{v}_0) จากการวิเคราะห์พบว่าลักษณะทางเดิน (path) ของอนุภาคพาราแมกเนติกในการกรองแบบตามยาว จะคล้ายคลึงกับทางเดินของอนุภาคไดอะแมกเนติกในการกรองแบบตามขวาง และในทางกลับกัน ทางเดินของอนุภาคไดอะแมกเนติกในการกรองแบบตามยาว จะคล้ายคลึงกับทางเดินของอนุภาคพาราแมกเนติกในการกรองแบบตามขวาง สำหรับรัศมีการจับอนุภาคพบว่าที่ค่าอัตราส่วนระหว่างสนามแม่เหล็กภายนอกกับอัตราเร็วตั้งต้นของของไหลมีค่าน้อยๆและค่าสัดส่วนการบรรจุตัวจับอนุภาค (packing fraction, γ) มีค่าน้อยๆ รัศมีการจับจะแปรผันตรงกับอัตราส่วนนี้ ($\frac{v_{ma}}{v_{0a}}$) แต่ถ้า γ มีค่ามากขึ้น รัศมีการจับจะเกิดการอึดตัวขึ้น นั่นคือไม่ว่าจะเพิ่มค่า $\frac{v_{ma}}{v_{0a}}$ ไปมากสักแค่ไหน รัศมีการจับก็จะยังคงที่ ซึ่งอธิบายได้ว่าเป็นผลมาจากการที่มีตัวจับหลายตัว นอกจากนี้ ยังได้ศึกษาประสิทธิภาพของการกรองชนิดนี้ด้วย

จิตกร ผลโยธ (1996) ได้ศึกษาการกรองชนิดแม่เหล็กแบบตามขวางในของไหลที่มีการไหลแบบแลมินาร์ โดยใช้ตัวจับเป็นทรงกลมกระจายกันอย่างสม่ำเสมอในตัวกรอง ใช้แบบจำลองของฮาชินในการคำนวณสนามแม่เหล็กและใช้แบบจำลองของฮับเปล (Happel's model) ในการคำนวณหาสนามความเร็วโดยศึกษาการเคลื่อนที่ของอนุภาคในสามมิติ ผลการวิจัยพบว่า ประสิทธิภาพของการกรองจะเพิ่มขึ้นเมื่อเพิ่มสนามแม่เหล็ก ซึ่งเมื่อถึงจุดหนึ่งจะเกิดการอึดตัว และการกรองอนุภาคพาราแมกเนติกจะมีประสิทธิภาพในการกรองมากกว่าอนุภาคไดอะแมกเนติก

2.3 งานวิจัยส่วนที่ห้า

งานวิจัยส่วนที่ห้า เป็นการศึกษาการจับอนุภาคที่แขวนลอยในของไหล ซึ่งมีการไหลเป็นแบบศักย์ ขนาดของอนุภาคให้มีขนาดเล็กระดับไมครอนแต่ไม่น้อยกว่า 1 ไมครอน ตัวจับให้เป็นสารแม่เหล็กชนิดพาราแมกเนติก รูปทรงกลม ถูกแมกนีโตซีโดยสนามแม่เหล็กภายนอกสม่ำเสมอ \bar{H}_0 รูปแบบของการกรองให้เป็นแบบตามขวาง สนามแม่เหล็กที่ใช้เป็นสนามแม่เหล็กแบบยังผล (Natenapit, 1993) ตามแบบจำลองของ Hashin (Hashin, 1968) และสนามความเร็วยังผล (Moyer และคณะ, 1984) ซึ่งจะทำการศึกษาพื้นที่การจับอนุภาคของตัวจับและประสิทธิภาพของตัวกรอง นอกจากนั้น ผลที่ได้จะนำไปเปรียบเทียบกับรูปแบบการกรองแบบตามยาวซึ่ง Moyer และคณะ (1984) ได้ศึกษาไว้ก่อนหน้านี้ และเปรียบเทียบกับผลการวิจัยกรณีแบบตามขวางสำหรับการไหลแบบแลมินาร์ของจิตกร ผลโยธ (1996)

บทที่ 3

สนามแม่เหล็กและสนามความเร็ว

ในการศึกษาการจับของอนุภาคโดยตัวจับนั้น เราจำเป็นต้องทราบแรงที่กระทำต่ออนุภาคว่าเป็นอย่างไร ซึ่งเมื่อเราทราบแรงที่กระทำต่ออนุภาคแล้ว ก็ย่อมที่จะหาสมการการเคลื่อนที่ของอนุภาคได้ แรงหลักๆที่กระทำต่ออนุภาคในกรณีนี้คือ แรงเนื่องจากสนามแม่เหล็กและแรงเนื่องจากความหนืดของของไหล ซึ่งการที่จะหาแรงทั้งสองได้นั้น จำเป็นที่จะต้องทราบสนามแม่เหล็กและสนามความเร็วรอบๆตัวจับเสียก่อน ในบทนี้จะเป็นการหาสนามแม่เหล็กและสนามความเร็วบริเวณรอบๆตัวจับ

เนื่องจากตัวกรองที่ศึกษาเป็นลักษณะตัวกรองที่มีตัวจับหลายตัว สนามแม่เหล็กและสนามความเร็วรอบๆตัวจับใดๆ ย่อมถูกรบกวนเนื่องจากตัวจับอื่นๆด้วย ดังนั้น จึงต้องหาแบบจำลองที่จะจำลองผลการรบกวนเนื่องจากตัวจับอื่นๆไว้ด้วย ซึ่งในที่นี้ได้ใช้แบบจำลองของฮาชินในการหาสมการของสนามทั้งสอง

3.1 สนามแม่เหล็กและแบบจำลองของฮาชิน

เพราะว่าตัวกรองที่พิจารณา มีตัวจับเป็นทรงกลมซึ่งเป็นสารพาราแมกเนติก กระจายกันอย่างสุ่มภายในตัวกรอง ดังนั้นจึงใช้แบบจำลองของฮาชิน (Hashin, 1968) เพื่อหาสนามแม่เหล็กบริเวณรอบๆตัวจับดังนี้

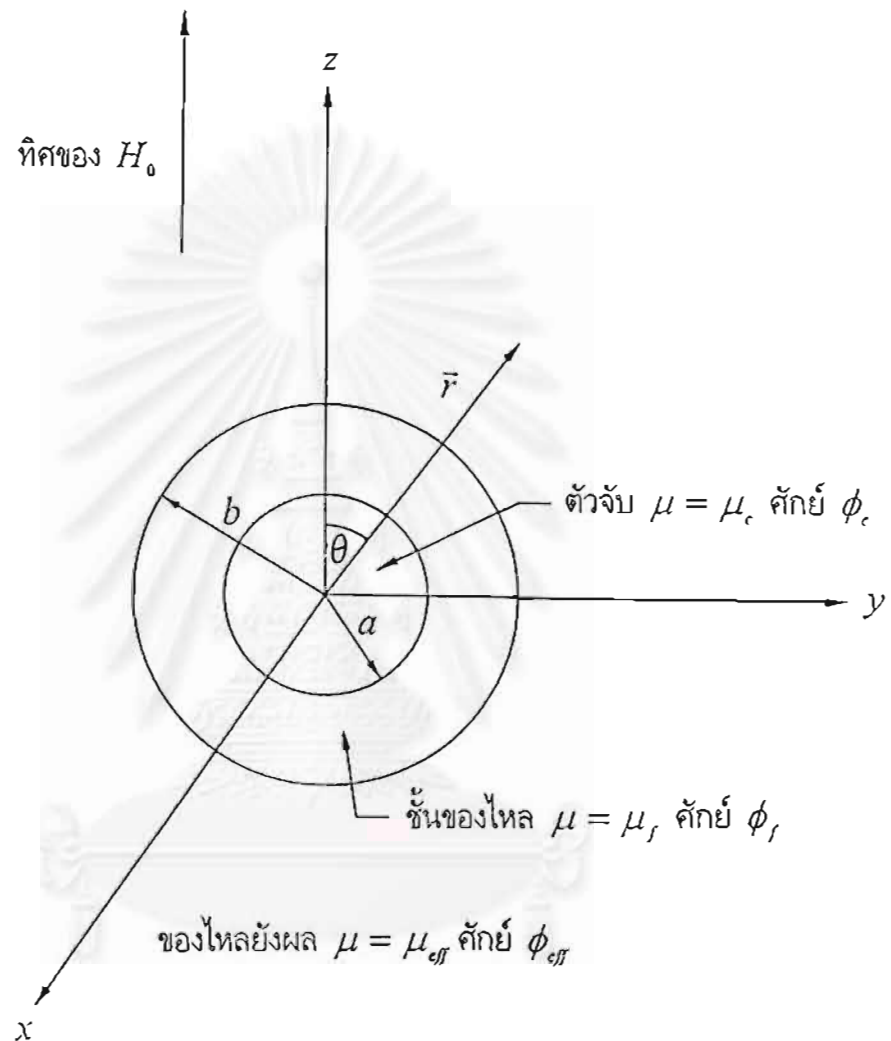
ให้ตัวจับมีค่าสภาพให้ซึมได้ (permeability) μ_c มีรัศมี a ถูกล้อมรอบด้วยของไหลซึ่งเป็นลักษณะทรงกลมมีรัศมีภายนอก b มีสภาพให้ซึมได้ μ_f เรียกของไหลที่ล้อมรอบนี้ว่าชั้นของไหล (fluid shell) ทรงกลมที่ได้นี้เรียกว่าทรงกลมประกอบ (composite sphere) และให้ $\gamma^3 = \frac{a^3}{b^3}$ เป็นอัตราส่วนของปริมาตรของตัวจับต่อปริมาตรของทรงกลมประกอบ และให้อัตราส่วนนี้มีค่าเท่ากับอัตราส่วนของปริมาตรตัวจับทั้งหมดที่มีในตัวกรองต่อปริมาตรของตัวกรอง ให้ทรงกลมประกอบถูกจุ่มอยู่ในของไหลสมมุติซึ่งมีขนาดเป็นอนันต์และมีสภาพให้ซึมได้เท่ากับสภาพให้ซึมได้ยังผล (effective permeability) ของตัวกรอง μ_{eff} เรียกของไหลสมมุติที่ว่า ของไหลยังผล (effective fluid) และให้สนามแม่เหล็กภายนอกสม่ำเสมอ \vec{H}_0 แก่ตัวกรอง โดยมีทิศของสนามแม่เหล็กในแนวแกน z ดังรูปที่ 3.1

สมการแม่เหล็กสถิตย์ (magnetostatics) สำหรับระบบมหทรรศน์ (macroscopic) คือ

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \frac{4\pi}{c} \vec{j} \quad (3.1)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (3.2)$$

โดย \vec{H} คือ สนามแม่เหล็ก



รูปที่ 3.1 ทรงกลมประกอบเพื่อให้หาสนามแม่เหล็กบริเวณต่างๆตามแบบจำลองของฮาซิน

\vec{B} คือ สนามเหนี่ยวนำแม่เหล็ก (magnetic induction หรือ magnetic flux density)

\vec{J} คือ ความหนาแน่นกระแส (current density)

c คือ อัตราเร็วของแสงในสุญญากาศ

ถ้าบริเวณที่สนใจไม่มีกระแส เพราะฉะนั้นจะได้ว่า $\vec{J} = 0$ ซึ่งทำให้ได้ $\vec{\nabla} \times \vec{H} = 0$ และสำหรับสารพาราแมกเนติกจะได้ $\vec{B} = \mu\vec{H}$ ซึ่งทำให้สามารถเขียนได้ว่า

$$\vec{H} = -\vec{\nabla}\Phi_M \quad (3.3)$$

โดย Φ_M เรียกว่า ศักย์สเกลาร์แม่เหล็ก (magnetic scalar potential)

จากสมการ (3.2) และ (3.3) จะได้

$$\nabla^2\Phi_M = 0 \quad (3.4)$$

ซึ่งเป็นสมการของลาปลาซ

แบ่ง Φ_M ออกเป็นสามบริเวณดังนี้ Φ_{eff} คือ ศักย์บริเวณของไหลยังผล Φ_f คือ ศักย์บริเวณชั้นของไหล และ Φ_c คือ ศักย์ภายในตัวจับ ซึ่งศักย์แต่ละบริเวณจะสอดคล้องกับสมการดังนี้

$$\nabla^2\Phi_{eff} = 0, \quad (b \leq r \leq \infty) \quad (3.5a)$$

$$\nabla^2\Phi_f = 0, \quad (a \leq r \leq b) \quad (3.5b)$$

$$\nabla^2\Phi_c = 0, \quad (0 \leq r \leq a) \quad (3.5c)$$

ซึ่งจะมีเงื่อนไขขอบเขตดังต่อไปนี้

1) สนามแม่เหล็กบริเวณที่ไกลจากตัวจับมากๆจะมีค่าเท่ากับสนามแม่เหล็กภายนอกสม่ำเสมอ \vec{H}_0 ดังนั้น จะได้

$$\Phi_{eff}(r, \theta) = -H_0 r \cos \theta \quad (3.6)$$

2) สนามแม่เหล็กในแนวขนานบริเวณรอยต่อ มีค่าต่อเนื่อง จะได้

$$H_{eff||}(b, \theta) = H_{f||}(b, \theta) \quad (3.7)$$

$$H_{f||}(a, \theta) = H_{c||}(a, \theta) \quad (3.8)$$

โดยสมการแรก (3.7) เป็นความสัมพันธ์บริเวณรอยต่อระหว่างของไหลยังผลกับชั้นของไหล และสมการถัดมา

(3.8) เป็นความสัมพันธ์บริเวณรอยต่อระหว่างชั้นของไหลกับตัวจับ ตามลำดับ

3) สหามเหนี่ยวนำแม่เหล็กในแนวตั้งฉากบริเวณรอยต่อ มีค่าต่อเนื่อง จะได้

$$B_{eff}(b, \theta) = B_{f\perp}(b, \theta) \quad (3.9)$$

$$B_{f\perp}(a, \theta) = B_{c\perp}(a, \theta) \quad (3.10)$$

โดยสมการแรก (3.9) เป็นความสัมพันธ์บริเวณรอยต่อระหว่างของไหลยังผลกับชั้นของไหล และสมการถัดมา (3.10) เป็นความสัมพันธ์บริเวณรอยต่อระหว่างชั้นของไหลกับตัวจับ ตามลำดับ

จากเงื่อนไขขอบเขตทั้งสามข้อนี้ ทำให้สามารถแก้สมการลาปลาซ หาค่าศักย์ของแต่ละบริเวณได้ (ภาคผนวก ก) จากศักย์ที่ได้ นำมาหาค่าสนามแม่เหล็กในแต่ละบริเวณ ได้ผลดังนี้

$$\vec{H}_{eff} = \left(H_0 + \frac{2A_1}{r^3} \right) \cos \theta \hat{r} - \left(H_0 - \frac{A_1}{r^3} \right) \sin \theta \hat{\theta} \quad (3.11)$$

$$\vec{H}_f = \left(\frac{2B_1}{r^3} - C_1 \right) \cos \theta \hat{r} - \left(\frac{B_1}{r^3} + C_1 \right) \sin \theta \hat{\theta} \quad (3.12)$$

$$\vec{H}_c = -D_1 (\cos \theta \hat{r} - \sin \theta \hat{\theta}) \quad (3.13)$$

โดย $A_1 = \frac{H_0 a^3}{\gamma^3 I} [\gamma^3 (\nu^* + 2)(\nu - 1) - (\nu^* - 1)(\nu + 2)]$

$$B_1 = \frac{3H_0 a^3 \nu^* (\nu - 1)}{I}$$

$$C_1 = -\frac{3H_0 \nu^* (\nu + 2)}{I}$$

$$D_1 = -\frac{9H_0 \nu^*}{I}$$

เมื่อ $\nu^* = \frac{\mu_{eff}}{\mu_f}$, $\nu = \frac{\mu_c}{\mu_f}$ และ $I = (\nu + 2)(2\nu^* + 1) - 2\gamma^3(\nu - 1)(\nu^* - 1)$

จะเห็นว่าค่าสัมประสิทธิ์จะติดค่า $\frac{\mu_{eff}}{\mu_f}$ อยู่ ซึ่งค่า μ_{eff} ตามนิยามของทฤษฎีฮินเชินเป็นดังนี้

$$\langle B_i \rangle = \mu_{eff} \langle H_i \rangle \quad (3.14)$$

โดย $\langle B_i \rangle$ และ $\langle H_i \rangle$ เป็นค่าเฉลี่ยโดยปริมาตร (volume average) ของ B_i และ H_i ตามลำดับ ตัว i หมายถึง พิกัดคาร์ทีเซียน (Cartesian coordinates) มีค่าเป็น 1, 2 หรือ 3

สมการ (3.14) สามารถเขียนได้อีกรูปแบบหนึ่งคือ

$$\langle B_i \rangle = \langle B_{ci} \rangle V_c + \langle B_{fi} \rangle V_f \quad (3.15)$$

ซึ่ง

$$\langle B_{ci} \rangle = \mu_{ci} \langle H_{ci} \rangle \quad (3.16a)$$

$$\langle B_{fi} \rangle = \mu_{fi} \langle H_{fi} \rangle \quad (3.16b)$$

ซึ่ง $\langle B_{ci} \rangle$, $\langle B_{fi} \rangle$ คือ ค่าเฉลี่ยโดยปริมาตรของ \vec{B} ของตัวจับและของของไหลในแกน i ตามลำดับ และ $\langle H_{ci} \rangle$, $\langle H_{fi} \rangle$ ก็คือ ค่าเฉลี่ยโดยปริมาตรของ \vec{H} ของตัวจับและของของไหลในแกน i ตามลำดับ และ $\langle H_i \rangle$ ก็สามารถเขียนได้เป็น

$$\langle H_i \rangle = \langle H_{ci} \rangle V_c + \langle H_{fi} \rangle V_f \quad (3.17)$$

จากสมการ (3.15)-(3.17) สามารถเขียนสมการ (3.14) พร้อมกับจัดรูปสมการได้

$$\mu_{eff} = \mu_f + (\mu_c - \mu_f) \frac{\langle H_{ci} \rangle V_c}{\langle H_i \rangle} \quad (3.18)$$

ซึ่งค่าเฉลี่ยของ \vec{H} ในแกน z มีค่าเท่ากับค่าของสนามแม่เหล็กภายนอก เขียนได้เป็น

$$\langle H_z \rangle = H_0 \quad (3.19)$$

และ

$$\langle H_{rz} \rangle = -D_1 \quad (3.20)$$

แทนค่าจากสมการ (3.19) และ (3.20) ลงในสมการ (3.18) ก็จะได้สมการควอดราติก (quadratic equation) สำหรับ v^* และมีผลเฉลย (solution) คือ

$$v^* = \frac{\mu_{eff}}{\mu_f} = 1 + \frac{3\gamma^3(v-1)}{3 + (v-1)(1-\gamma^3)} \quad (3.21)$$

แทนสมการ (3.21) ลงไปในสมการของค่าคงที่ต่างๆ ก็จะได้สมการของสนามแม่เหล็กที่สมบูรณ์ได้ สนามแม่เหล็กในชั้นของไหลคือ (Moyer และคณะ, 1984)

$$\vec{H}_f(r, \theta) = AH_0 \left[\left(1 + \frac{2k_s}{r_a^3} \right) \cos \theta \hat{r} - \left(1 - \frac{k_s}{r_a^3} \right) \sin \theta \hat{\theta} \right] \quad (3.22)$$

สำหรับบริเวณ $1 < r_a < \frac{1}{\gamma}$

เมื่อ $r_0 = \frac{r}{a}$ เป็นการวัดระยะทางในหน่วยของรัศมีของตัวจับ

$$k_s = \frac{\nu - 1}{\nu + 2}$$

$$A = \frac{2 + \nu}{2 + \gamma^3 + \nu(1 - \gamma^3)}$$

$$\gamma = \frac{a}{b}$$

3.2 สนามความเร็ว

เงื่อนไขสำหรับของไหลที่มีการไหลแบบศักย์คือ เป็นของไหลที่อัดไม่ได้และไม่หมุน ซึ่งจะได้สมการดังนี้

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{v} = 0 \quad (3.23)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{v} = 0 \quad (3.24)$$

ทำให้สามารถเขียนได้ว่า $\nabla^2 \varphi = 0$ ซึ่งเป็นสมการของลาปลาซ และ φ คือ ศักย์ความเร็ว (velocity potential) ดังนั้น สามารถที่จะใช้แบบจำลองของฮาซิงหาสนามความเร็วของของไหลในบริเวณชั้นของไหลในทรงกลมประกอบได้เช่นกัน ซึ่งสมการสนามความเร็วของของไหลจะได้ (Moyer และคณะ, 1984)

$$\vec{v}_f = A_s v_0 \left[\left(1 - \frac{1}{r_a^3} \right) \cos \theta \hat{r} - \left(1 + \frac{1}{2r_a^3} \right) \sin \theta \hat{\theta} \right], \quad 1 < r_a < \frac{1}{\gamma} \quad (3.25)$$

โดยที่ $A_s = \frac{2}{2 + \gamma^3}$

v_0 = อัตราเร็วเริ่มต้นของของไหล มีทิศไปตามแกน z

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 4

แรงและสมการการเคลื่อนที่

สมการการเคลื่อนที่ของอนุภาคสามารถหาได้โดยการใช้กฎข้อที่สองของนิวตัน เมื่อได้สมการการเคลื่อนที่แล้วก็หาตำแหน่งอนุภาคที่เวลาใดๆได้ ในบทนี้จะแสดงการหาสมการการเคลื่อนที่ของอนุภาคที่เข้ามาในตัวกรอง

4.1 แรงที่กระทำต่ออนุภาค

การที่จะหาสมการการเคลื่อนที่ได้นั้น เราต้องทราบแรงที่มากกระทำก่อน ซึ่งในกรณีนี้ แรงที่มากกระทำต่ออนุภาคมีอยู่ด้วยกันหลายแรง เช่น แรงแม่เหล็ก แรงเนื่องจากความหนืด (drag force) แรงเนื่องจากความโน้มถ่วง แรงทางไฟฟ้า สำหรับแรงโน้มถ่วงนั้น สามารถตัดทิ้งได้เนื่องจากว่าอนุภาคที่พิจารณา มีขนาดเล็กมาก (น้อยกว่า 200 ไมครอน) ส่วนแรงทางไฟฟ้าเป็นแรงที่มีระยะสั้นมากจึงสามารถตัดทิ้งไปได้เช่นกัน เหลือแรงที่เป็นหลัก 2 แรงคือ แรงแม่เหล็กและแรงเนื่องจากความหนืด (Gerber และ Birss, 1983) ซึ่งจะทำให้ได้สมการ

$$\vec{F}_M + \vec{F}_D = m\vec{a} \quad (4.1)$$

โดย \vec{F}_M, \vec{F}_D คือ แรงแม่เหล็กและแรงเนื่องจากความหนืด ตามลำดับ

m คือ มวลของอนุภาค

\vec{a} คือ ความเร่งของอนุภาค

4.2 แรงแม่เหล็ก

แรงเนื่องจากสนามแม่เหล็กสามารถหาได้จาก (Gerber และ Birss, 1983)

$$\vec{F}_M = \vec{\nabla}U \quad (4.2)$$

โดย U คือ พลังงานแม่เหล็ก (magnetic energy)

พลังงานแม่เหล็กในปริมาตรใดๆนิยามโดย

$$U = \frac{1}{2} \int \vec{H} \cdot \vec{B} dV \quad (4.3)$$

พิจารณาปริมาตร V_p เล็กๆ ในของไหล ซึ่งมีค่า $\mu = \mu_f$ และให้ของไหลเป็นตัวกลางไอโซโทโรปิกเชิงเส้น (linear isotropic media) นั่นคือ จะมีความสัมพันธ์ $\vec{B} = \mu_f \vec{H}$ ดังนั้นจะได้พลังงานแม่เหล็กในปริมาตร V_p คือ

$$U = \frac{1}{2} \int \mu_f H^2 dV_p \quad (4.4)$$

เนื่องจาก V_p เล็กมากๆ จึงถือได้ว่า H^2 คงที่ภายในปริมาตรนี้ ดังนั้นจะได้

$$U = \frac{1}{2} \mu_f V_p H^2 \quad (4.5)$$

ถ้าให้ปริมาตร V_p นี้ถูกแทนที่ด้วยอนุภาคซึ่งมีค่า $\mu = \mu_p$ พลังงานแม่เหล็กซึ่งเป็นพลังงานที่สะสมอยู่ในตัวอนุภาคเองจะเป็น

$$U = \frac{1}{2} \mu_p V_p H^2 \quad (4.6)$$

เนื่องจากว่าอนุภาคแขวนลอยอยู่ในของไหล ดังนั้น พลังงานแม่เหล็กของอนุภาคย่อมลดลง ซึ่งอาจเปรียบได้กับการจมของวัตถุในน้ำกับการตกของวัตถุในอากาศ วัตถุจะจมลงในน้ำช้ากว่าการตกในอากาศ เพราะน้ำมีความหนาแน่นมากกว่าอากาศ สำหรับกรณีนี้ก็เช่นเดียวกัน ค่า μ เปรียบได้กับความหนาแน่นของน้ำนั่นเอง ดังนั้น พลังงานแม่เหล็กของอนุภาคจึงเป็น

$$U = \frac{1}{2} (\mu_p - \mu_f) V_p H^2 \quad (4.7)$$

ดังนั้น แรงแม่เหล็กที่กระทำต่ออนุภาคคือ

$$\vec{F}_M = \frac{1}{2} (\mu_p - \mu_f) V_p \nabla H^2 \quad (4.8)$$

จาก $\mu_p = \mu_0 (1 + \chi_p)$ และ $\mu_f = \mu_0 (1 + \chi_f)$ จึงเขียนแรงแม่เหล็กใหม่ได้ดังนี้

$$\vec{F}_M = \frac{1}{2} \mu_0 \chi V_p \nabla H^2 \quad (4.9)$$

โดย $\chi = \chi_p - \chi_f$

ถ้า $\chi > 0$ เรียกว่า อนุภาคเป็นแบบพาราแมกเนติก ถ้า $\chi < 0$ เรียกว่า อนุภาคเป็นแบบไดอะแมกเนติก

จากสมการของแรงแม่เหล็ก จะเห็นว่าถ้าทราบ ∇H^2 ก็จะหาแรงที่กระทำต่ออนุภาคได้ จากสมการที่ (3.22) จะได้ H^2 ในบริเวณชั้นของไหลดังนี้

$$H^2 = A^2 H_0^2 \left[\left(1 + \frac{2k_s}{r_a^3} \right)^2 \cos^2 \theta + \left(1 - \frac{k_s}{r_a^3} \right)^2 \sin^2 \theta \right] \quad (4.10)$$

เนื่องจาก งานวิจัยนี้ศึกษาการกรองในรูปแบบตามขวาง ซึ่งจะให้ของไหลที่ตั้งต้นไหลเข้าสู่ตัวกรอง (\vec{v}_0) อยู่ในแนวแกน z และ ทิศของสนามแม่เหล็กภายนอก (\vec{H}_0) อยู่ในแนวแกน x แต่ \vec{H} ที่ได้จากสมการ (3.30) นั้น เป็นกรณีที่ทำให้ \vec{H}_0 อยู่ในแนวแกน z ดังนั้น H^2 ที่ได้จึงเป็นฟังก์ชันที่ขึ้นกับมุม θ ซึ่งเป็นมุมที่วัดเทียบกับแกน z เพราะฉะนั้นจึงต้องแปลงให้เป็นกรณีที่อยู่ในแนวแกน x แทน การแปลงสามารถทำได้โดยการหมุนฟังก์ชันหรือหมุนแกนพิกัดก็ได้ ในที่นี้จะใช้วิธีการหมุนแกน รูปที่ 4.1 แสดงทิศทางของ \vec{H}_0 และ \vec{v}_0 ที่ต้องการ

ให้พิกัดเดิมที่ H^2 สมมาตรรอบแกน z คือ x, y, z และพิกัดใหม่ซึ่งได้จากการหมุนแกน x มาแทนที่แกน z คือ x', y', z' ซึ่งใช้การหมุนรอบแกน y ในทิศทางตามเข็มนาฬิกาเป็นมุม 90° ก็จะได้ดังที่ต้องการ โดยสมการการหมุนเป็นดังนี้

$$\begin{bmatrix} x' \\ z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ z \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

จากสมการ (4.11) สามารถหาความสัมพันธ์ดังต่อไปนี้

$$x = x' \cos \alpha - z' \sin \alpha$$

$$y = y'$$

$$z = x' \sin \alpha + z' \cos \alpha$$

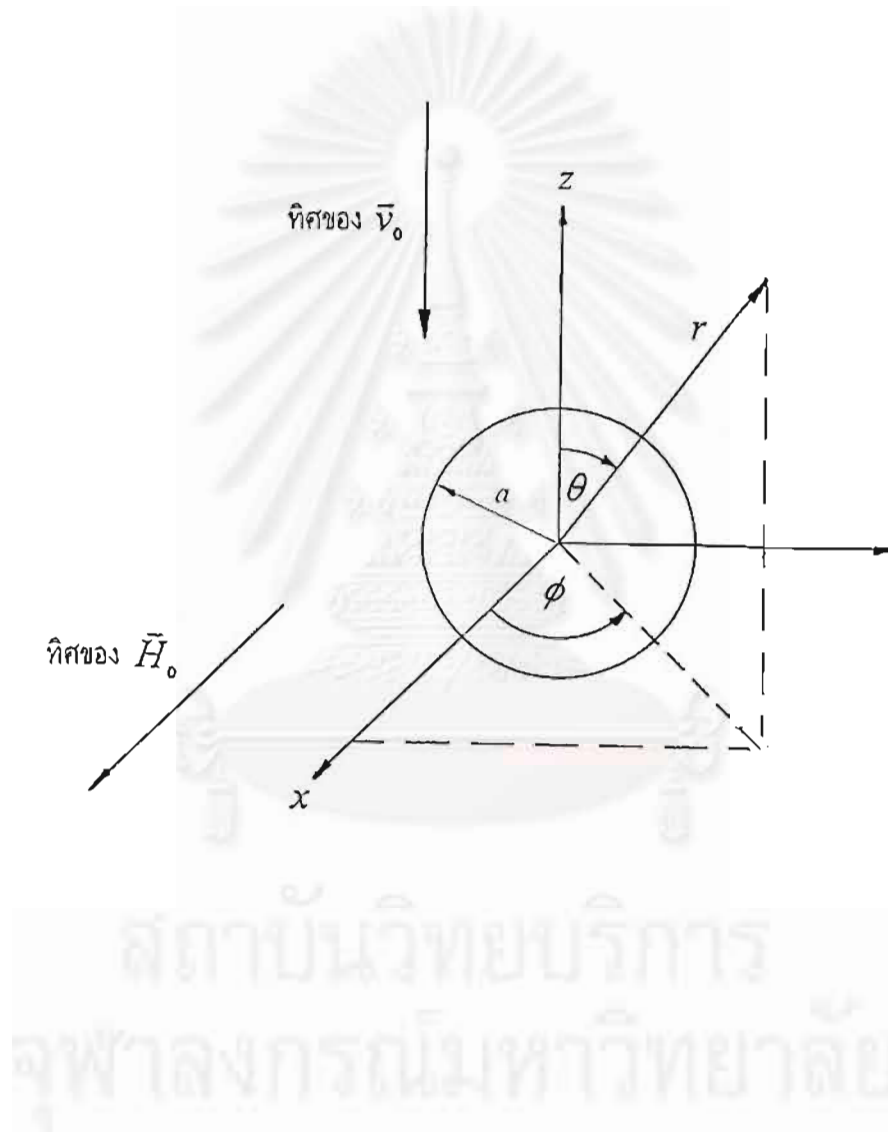
ให้ $\alpha = 90^\circ$ ซึ่งเมื่อแปลงให้เป็นพิกัดทรงกลมแล้ว จะได้ความสัมพันธ์

$$\cos \theta = \sin \theta' \cos \phi' \quad (4.12)$$

$$\sin \theta = \sqrt{1 - \sin^2 \theta' \cos^2 \phi'} \quad (4.13)$$

โดย θ' และ ϕ' คือ พิกัดในแกนใหม่

แทน $\cos \theta$ และ $\sin \theta$ ที่ได้ลงในสมการสนามแม่เหล็ก (4.10) และตัดเครื่องหมายโพรม์ (') ออกไปซึ่งจะได้ทิศของ \vec{H}_0 ดังรูป 4.1 และ H^2 ซึ่งสมมาตรรอบแกน x คือ



รูปที่ 4.1 แสดงทิศทางของ \vec{H}_0 และ \vec{v}_0 ที่ใช้คำนวณการเคลื่อนที่ของอนุภาคกรณีแบบตามขวาง

$$H^2 = A^2 H_0^2 \left[\left(\frac{6k_s}{r_a^3} + \frac{3k_s^2}{r_a^6} \right) \sin^2 \theta \cos^2 \phi + \left(1 - \frac{k_s}{r_a^3} \right)^2 \right] \quad (4.14)$$

เมื่อแทนค่า H^2 ที่ได้ลงในสมการของแรงแม่เหล็ก ก็จะได้สมการสำหรับแรงแม่เหล็กออกมา แต่เพื่อความสะดวก เขียน ∇H^2 และแยกออกเป็นแต่ละองค์ประกอบ โดยองค์ประกอบของ ∇ ในพิกัดทรงกลมคือ

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \phi} \hat{\phi}$$

ดังนั้นจะได้ ∇H^2 ในแต่ละองค์ประกอบคือ

$$\frac{\partial H^2}{\partial r} = A^2 H_0^2 \left[-18 \left(\frac{k_s}{ar_a^4} + \frac{k_s^2}{ar_a^7} \right) \sin^2 \theta \cos^2 \phi + 6 \left(\frac{k_s}{ar_a^4} - \frac{k_s^2}{ar_a^7} \right) \right]$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial H^2}{\partial \theta} = A^2 H_0^2 \left(\frac{6k_s}{ar_a^4} + \frac{3k_s^2}{ar_a^7} \right) \sin 2\theta \cos^2 \phi$$

$$\frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial H^2}{\partial \phi} = -A^2 H_0^2 \left(\frac{6k_s}{ar_a^4} + \frac{3k_s^2}{ar_a^7} \right) \sin \theta \sin 2\phi$$

และแทนสมการทั้งสามนี้ลงไปในสมการของแรงแม่เหล็ก (4.9) จะได้สมการของแรงแม่เหล็กในแต่ละองค์ประกอบดังนี้

$$F_{Mr} = \frac{2\pi}{3} r_p^3 \mu_0 \chi A^2 H_0^2 \left[-18 \left(\frac{k_s}{ar_a^4} + \frac{k_s^2}{ar_a^7} \right) \sin^2 \theta \cos^2 \phi + 6 \left(\frac{k_s}{ar_a^4} - \frac{k_s^2}{ar_a^7} \right) \right] \quad (4.15)$$

$$F_{M\theta} = \frac{2\pi}{3} r_p^3 \mu_0 \chi A^2 H_0^2 \left(\frac{6k_s}{ar_a^4} + \frac{3k_s^2}{ar_a^7} \right) \sin 2\theta \cos^2 \phi \quad (4.16)$$

$$F_{M\phi} = -\frac{2\pi}{3} r_p^3 \mu_0 \chi A^2 H_0^2 \left(\frac{6k_s}{ar_a^4} + \frac{3k_s^2}{ar_a^7} \right) \sin \theta \sin 2\phi \quad (4.17)$$

โดย F_{Mr} , $F_{M\theta}$ และ $F_{M\phi}$ คือ องค์ประกอบของแรงแม่เหล็กในแกน r , θ และ ϕ ตามลำดับ

4.3 แรงเนื่องจากความหนืด

จากกฎของสโตกส์ (Stokes' law) แรงเนื่องจากความหนืดของของไหลที่กระทำต่ออนุภาคทรงกลมซึ่งเคลื่อนที่อยู่ในของไหลนั้น คือ

$$\vec{F}_D = -6\pi r_p \eta \vec{v}_p$$

โดย η คือ สัมประสิทธิ์ความหนืดของของไหล

\vec{v}_p คือ ความเร็วของอนุภาค

เนื่องจากว่า อนุภาคเคลื่อนที่อยู่ในของไหล ซึ่งเคลื่อนที่ด้วยความเร็ว \vec{v}_f ดังนั้นแรงเนื่องจากของไหลที่กระทำต่ออนุภาคจึงเขียนได้เป็น

$$\vec{F}_D = -6\pi r_p \eta (\vec{v}_p - \vec{v}_f) \quad (4.18)$$

โดย $\vec{v}_p = \frac{dr}{dt} \hat{r} + r \frac{d\theta}{dt} \hat{\theta} + r \sin \theta \frac{d\phi}{dt} \hat{\phi}$

แทน \vec{v}_f ที่ได้จากสมการ (3.33) ลงไปในสมการ (4.18) และเขียนกระจายองค์ประกอบของแรง จะได้

$$F_{Dr} = -6\pi r_p \eta \left[\frac{dr}{dt} - A_s v_0 \left(1 - \frac{1}{r_a^3} \right) \cos \theta \right] \quad (4.19)$$

$$F_{D\theta} = -6\pi r_p \eta \left[r \frac{d\theta}{dt} + A_s v_0 \left(1 + \frac{1}{2r_a^3} \right) \sin \theta \right] \quad (4.20)$$

$$F_{D\phi} = -6\pi r_p \eta r \sin \theta \frac{d\phi}{dt} \quad (4.21)$$

โดย $F_{Dr}, F_{D\theta}$ และ $F_{D\phi}$ คือ องค์ประกอบของแรงตามแนวแกน r, θ และ ϕ ตามลำดับ

4.4 สมการการเคลื่อนที่

จากสมการ (4.1) ถ้าให้อนุภาคมีขนาดเล็กมากๆ จะสามารถตัดศัพท์ $m\ddot{a}$ ออกไปได้ (Gerber และ Birss, 1983) ดังนั้นจะได้ความสัมพันธ์ดังนี้

$$\vec{F}_M + \vec{F}_D \approx 0 \quad (4.22)$$

การประมาณในลักษณะนี้อาจมองได้ว่าระยะเวลาในการเข้าสู่ความเร็วสุดท้าย (terminal velocity) ของอนุภาครวดเร็วมาก โดยประมาณว่าแรงแม่เหล็กในบริเวณที่แคบมากๆ มีค่าคงที่ ทำให้สามารถตัด $m\ddot{a}$ ออกได้

แทนแรงแม่เหล็ก (สมการ 4.15-4.17) และแรงเนื่องจากความหนืด(สมการ 4.19-4.21) ลงในสมการ (4.22) โดยแยกพิจารณาแต่ละองค์ประกอบ ซึ่งจะทำให้ได้สมการการเคลื่อนที่ในแต่ละแกนได้

พิจารณาในแนวแกน r เมื่อแทนแรงทั้งสองในสมการ (4.22) แล้ว จะได้

$$\frac{2\pi}{3} r_p^3 \mu_0 \chi A^2 H_0^2 \left[-18 \left(\frac{k_s}{ar_a^4} + \frac{k_s^2}{ar_a^7} \right) \sin^2 \theta \cos^2 \phi + 6 \left(\frac{k_s}{ar_a^3} - \frac{k_s^2}{ar_a^7} \right) \right] - 6\pi r_p \eta \left[\frac{dr}{dt} - A_s v_0 \left(1 - \frac{1}{r_a^3} \right) \cos \theta \right] = 0 \quad (4.21)$$

เห็นว่ามีพจน์ $\frac{dr}{dt}$ อยู่ นั่นคือ สมการการเคลื่อนที่ที่เป็นสมการดิฟเฟอเรนเชียลอันดับที่ 1 สำหรับสมการในแนวแกน θ และ ϕ ก็เป็นสมการดิฟเฟอเรนเชียลอันดับที่ 1 เช่นกัน เมื่อจัดรูปสมการและเขียนสมการการเคลื่อนที่ทั้ง 3 แนว สำหรับบริเวณภายในชั้นของไหลจะได้ดังนี้

$$\frac{dr_a}{dt} = A_s v_{0a} \left(1 - \frac{1}{r_a^3} \right) \cos \theta - A^2 v_{ma} r_a^{-4} \left[3 \sin^2 \theta \cos^2 \phi \left(1 + \frac{k_s}{r_a^3} \right) + \left(\frac{k_s}{r_a^3} - 1 \right) \right] \quad (4.23)$$

$$\frac{d\theta}{dt} = -\frac{A_s v_{0a}}{r_a} \left(1 + \frac{1}{2r_a^3} \right) \sin \theta + \frac{v_{ma} A^2}{r_a^5} \left(1 + \frac{k_s}{2r_a^3} \right) \sin 2\theta \cos^2 \phi \quad (4.24)$$

$$\frac{d\phi}{dt} = -\frac{A^2 v_{ma}}{r_a^5} \left(1 + \frac{k_s}{2r_a^3} \right) \sin 2\phi \quad (4.25)$$

โดย $1 < r_a < \frac{1}{\gamma}, \quad \gamma = \frac{a}{b}$

$$A = \frac{2 + \nu}{2 + \gamma^3 + \nu(1 - \gamma^3)} = \frac{1}{1 - \gamma^3 k_s}, \quad A_s = \frac{2}{2 + \gamma^3}, \quad v_{ma} = \frac{2\chi\mu_0 k_s H_0^2 r_p^2}{3\eta a^2}$$

เมื่อ

$$k_s = \frac{\nu - 1}{\nu + 2} \quad \text{และ} \quad \nu = \frac{\mu_c}{\mu_f}, \quad v_{0a} = \frac{v_0}{a}$$

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

การจับอนุภาคและประสิทธิภาพของตัวกรอง

จากสมการการเคลื่อนที่ เราสามารถแก้สมการหาตำแหน่ง ณ เวลาต่างๆของอนุภาคได้ด้วยการวิเคราะห์เชิงตัวเลข (numerical analysis) โดยใช้วิธี Runge-Kutta อันดับที่ 4 ซึ่งผลที่ได้ก็ทำให้สามารถเขียนเส้นทางเดินของอนุภาคและได้รัศมีการจับของอนุภาคซึ่งจะนำไปคำนวณหาประสิทธิภาพของตัวกรองต่อไป

5.1 การจับอนุภาค

ในการจับอนุภาคของตัวจับนั้น ตัวจับไม่สามารถจับอนุภาคทุกตัวที่เข้ามา จะจับได้เฉพาะอนุภาคที่อยู่ห่างจากแกนสมมาตรของความเร็วของของไหล (แกน z) ไม่เกินระยะทางขนาดหนึ่ง เรียกระยะทางตั้งฉากมากที่สุดที่อนุภาคตั้งต้นไหลเข้ามาแล้วยังคงถูกจับนี้ว่า รัศมีการจับ (r_c) (ดังแสดงในรูปที่ 5.1) ซึ่งวัดในหน่วยของ a เช่น ถ้าให้ของไหลมีความเร็วตั้งต้นไหลเข้าสู่ตัวจับในแกน z อนุภาคที่มีจุดตั้งต้นอยู่ห่างจากแกน z ไม่เกินระยะ r_c จะถูกจับโดยตัวจับ แต่อนุภาคที่ตั้งต้นเข้ามาอยู่ห่างจากแกน z มากกว่าระยะ r_c จะไม่ถูกจับ สำหรับการกรองแบบตามยาวนั้น ทั้งสนามแม่เหล็กภายนอกและสนามความเร็วตั้งต้นของของไหลมีทิศทางขนานกัน (ขนานกับแกน z) ดังนั้นสามารถจับตัวจับต่างก็มีสมมาตรรอบแกน z ทำให้รัศมีการจับในการกรองแบบตามยาวมีสมมาตรรอบแกน z ด้วยเช่นกัน นั่นคือ พื้นที่การจับอนุภาค (capture area) จะเป็นพื้นที่รูปวงกลม ส่วนในการกรองแบบตามขวางนั้น สนามแม่เหล็กรอบตัวจับไม่ได้มีสมมาตรรอบแกน z รัศมีการจับในระนาบต่างๆ (ซึ่งตัดผ่านแกน z) จึงแตกต่างกันไป ดังนั้น สำหรับระนาบที่เกิดจากการตัดกันของสนามแม่เหล็กภายนอกและสนามความเร็วตั้งต้นของของไหล เรียกระนาบนี้ว่าระนาบสมมาตรหลัก (ระนาบ xz ในรูปที่ 5.1) ส่วนระนาบอื่นๆซึ่งทำมุมกับระนาบสมมาตรหลักระบุโดยมุม ϕ_0 ซึ่งวัดทวนเข็มนาฬิกาจากระนาบหลักและเรียก ϕ_0 ว่ามุมเริ่มต้น รูปที่ 5.1 แสดงรัศมีการจับ, มุมเริ่มต้น ϕ_0

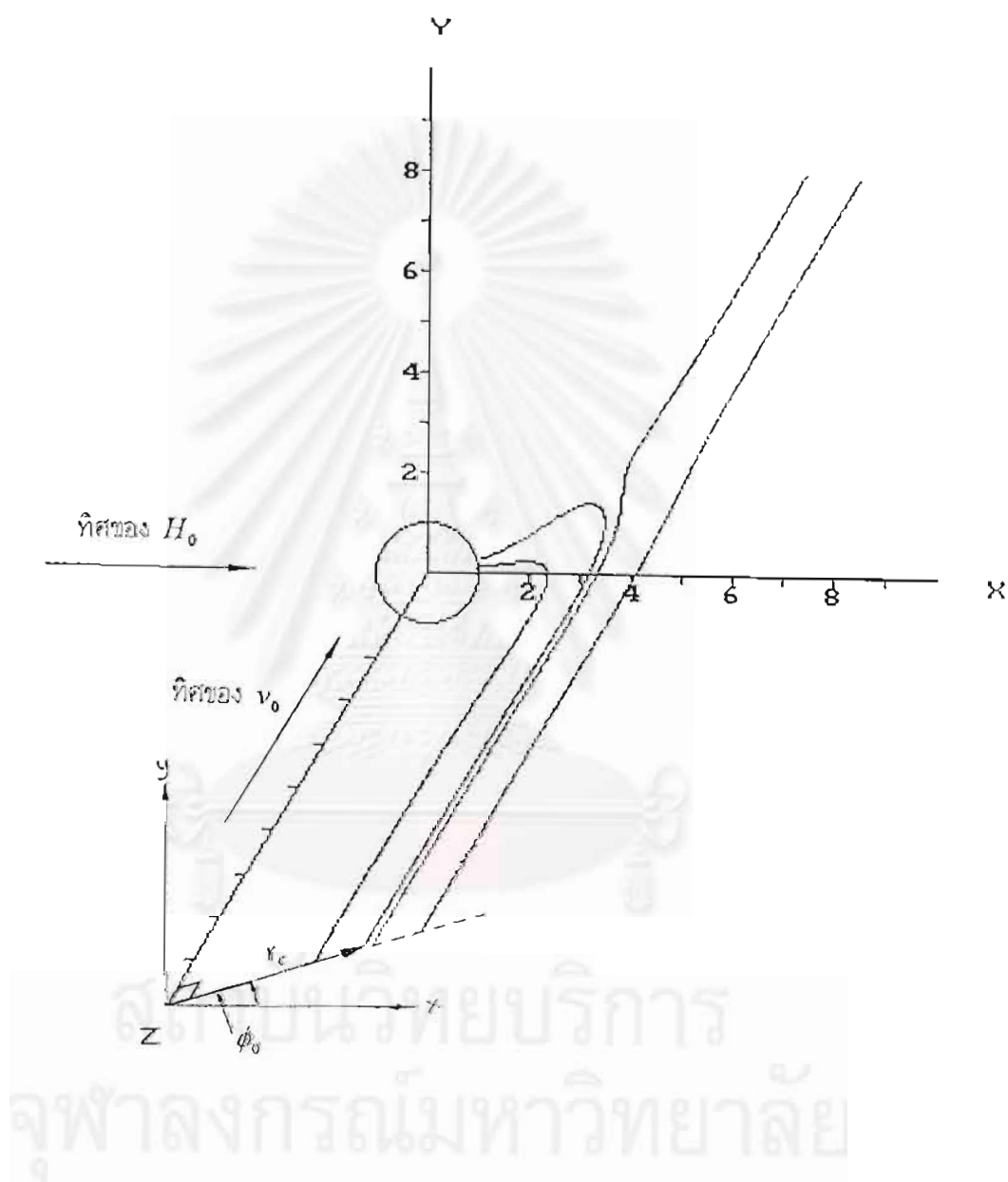
5.2 ประสิทธิภาพของตัวกรอง

ประสิทธิภาพของตัวกรองย่อมขึ้นอยู่กับความสามารถในการจับอนุภาคของแต่ละตัวจับ ซึ่งสัมพันธ์กับพื้นที่การจับของตัวจับนั่นเอง

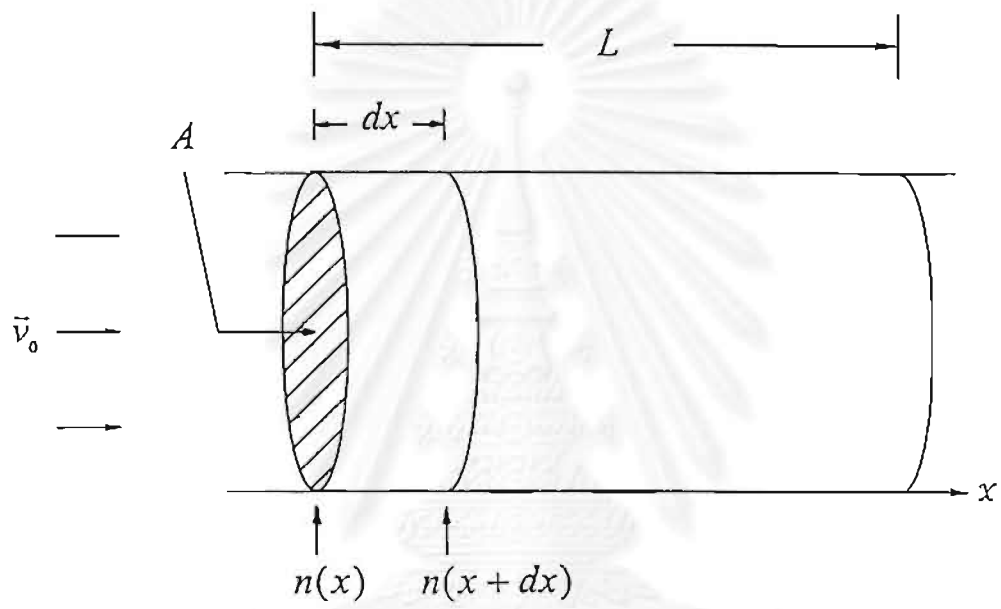
ให้ตัวกรองมีพื้นที่หน้าตัด A ความยาว L ซึ่งได้แสดงไว้ดังรูปที่ 5.2

พิจารณาที่ชั้นบางๆความหนา dx ซึ่งมีปริมาตร $A dx$ และจำนวนตัวจับในปริมาตรนี้คือ

$$\frac{\gamma^3 A dx}{4 - \pi a^3} \quad (5.1)$$



รูปที่ 5.1 แสดงรัศมีการจับ (r_c) และมุมตั้งต้น ϕ_0 สำหรับการจับอนุภาคแบบตามขวาง พารามิเตอร์ที่ใช้คือ $v_{\text{max}} = 8.28 \text{ s}^{-1}$, $v_{0,m} = 20 \text{ s}^{-1}$, $k_s = 0.53$, $\gamma = 0.1$ และ $\phi_0 = 17^\circ$



รูปที่ 5.2 ต่ากรองพื้นที่หน้าตัด A ความยาว L

ให้ A_c คือ พื้นที่การจับ (capture area) ของแต่ละตัวจับ ดังนั้น พื้นที่การจับรวมของตัวจับที่อยู่
ในปริมาตร $A dx$ คือ

$$\text{พื้นที่การจับรวมของตัวจับ} = \frac{A_c \gamma^3 A dx}{\frac{4}{3} \pi a^3} \quad (5.2)$$

และโอกาสที่อนุภาคใดๆจะถูกจับในชั้นตัวกรองความหนา dx เท่ากับพื้นที่การจับรวมส่วนด้วยพื้นที่หน้าตัด A นั่นคือ

$$\text{โอกาสที่อนุภาคถูกจับ} = \frac{A_c \gamma^3 dx}{\frac{4}{3} \pi a^3} \quad (5.3)$$

ให้ $n(x)$ คือ จำนวนอนุภาคแม่เหล็กที่ผ่านชั้นตัวกรองที่ระยะ x และ $n(x + dx)$ คือ จำนวนอนุภาคที่ผ่านชั้นตัวกรองที่ระยะ $x + dx$ ดังนั้น จำนวนอนุภาคที่ถูกจับโดยตัวจับในชั้นตัวกรองความหนา dx คือ

$$n(x) - n(x + dx) = \frac{n(x) A_c \gamma^3 dx}{\frac{4}{3} \pi a^3} \quad (5.4)$$

จาก $dn(x) = n(x + dx) - n(x)$ ดังนั้น

$$dn(x) = -\frac{n(x) A_c \gamma^3 dx}{\frac{4}{3} \pi a^3} \quad (5.5)$$

ซึ่งเขียนได้ว่า

$$-\frac{1}{n(x)} dn(x) = \frac{A_c \gamma^3 dx}{\frac{4}{3} \pi a^3} \quad (5.6)$$

อินทิเกรตจาก $x = 0$ ถึง $x = L$ โดย $n(0) = n_0$ และ $n(L) = n_L$ จะได้

$$n_L = n_0 \exp\left(-\frac{A_c \gamma^3 L}{\frac{4}{3} \pi a^3}\right) \quad (5.7)$$

ประสิทธิภาพของตัวกรอง (ϵ) นิยามโดย

$$\varepsilon = \frac{n_0 - n_L}{n_0} \quad (5.8)$$

โดยแทนค่า n_L จากสมการ (5.7) ลงในสมการ (5.8) จะได้

$$\varepsilon = 1 - \exp\left(-\frac{3A_c \gamma^3 L}{4\pi a^3}\right) \quad (5.9)$$

จะเห็นได้ว่าประสิทธิภาพเป็นฟังก์ชันของ γ , $\frac{A_c}{a^2}$ และ $\frac{L}{a}$



ผลการคำนวณและการวิเคราะห์

บทนี้จะได้แสดงกราฟต่างๆเพื่อศึกษาและวิเคราะห์โดยจะพิจารณาพารามิเตอร์ค่าต่างๆกัน ซึ่งจากสมการการเคลื่อนที่ (สมการ 4.23-4.25) จะเห็นว่าพารามิเตอร์ที่มีผลต่อเส้นทางเดินของอนุภาคคือ v_{ma} , v_{0a} , k_s และ γ ซึ่งการเปลี่ยนพารามิเตอร์เหล่านี้ย่อมทำให้เส้นทางเดินของอนุภาคแตกต่างกันไป และทำให้รัศมีการจับและพื้นที่การจับต่างกันไปด้วย นอกจากนี้ มุมตั้งต้น ϕ_0 ที่ต่างกันก็จะให้เส้นทางเดินที่ต่างกันด้วย ดังนั้น ในการศึกษาเรื่องตัวกรองจึงต้องพิจารณาการจับอนุภาคโดยเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ทั้งสี่ตัวนี้ต่างๆกันไป ซึ่งกราฟทั้งหมดจะแสดงไว้ในตอนท้ายของบทนี้ (ตั้งแต่หน้า 40 เป็นต้นไป)

สำหรับการวิเคราะห์กราฟนั้น จะได้แยกออกเป็นชุดของการจับอนุภาคแบบพาราแมกเนติก แล้วจึงเป็นชุดของการจับอนุภาคแบบไดอะแมกเนติกตามลำดับ โดยในตอนท้ายของแต่ละชุดจะได้มีการเปรียบเทียบพื้นที่การจับระหว่างการกรองแบบตามขวางและการกรองแบบตามยาวด้วย

6.1 การกรองสำหรับอนุภาคแบบพาราแมกเนติก

ทางเดินของอนุภาค

เส้นทางเดินของอนุภาคที่แสดงนี้ จะแสดงเฉพาะเส้นทางเดินในจตุภาค (quadrant) ที่หนึ่งเท่านั้น ทั้งนี้เพราะจากสมการการเคลื่อนที่ (สมการ 4.23-4.25) พิกัด ϕ อยู่ในรูปของ $\cos^2 \phi$ และ $\sin 2\phi$ ซึ่งจะเห็นว่า $\cos^2 \phi = \cos^2(\pi - \phi) = \cos^2(\pi + \phi) = \cos^2(2\pi - \phi)$ นั่นคือ ในแต่ละจตุภาคจะมีค่า ϕ ที่ให้ค่า $\cos^2 \phi$ มีค่าเท่ากัน และ $\sin 2\phi = \sin 2(\pi + \phi) = -\sin 2(\pi - \phi) = -\sin 2(2\pi - \phi)$ ซึ่งก็คือ จตุภาคที่อยู่ตรงข้ามกัน (เช่นจตุภาคที่หนึ่งกับจตุภาคที่สาม) จะมีค่า ϕ ที่ให้ค่า $\sin 2\phi$ เท่ากัน ส่วนจตุภาคที่อยู่ติดกันจะมีค่า ϕ ที่ให้ค่า $\sin 2\phi$ มีค่าเป็นลบซึ่งกันและกัน ดังนั้น จตุภาคที่หนึ่งและสามจะให้ทางเดินของอนุภาคเหมือนกันถ้ามีมุมตั้งต้น ϕ_0 สอดคล้องกัน และจตุภาคที่สองก็จะให้ทางเดินของอนุภาคที่มีการเคลื่อนที่ในพิกัด ϕ ตรงข้ามกับจตุภาคที่หนึ่ง ส่วนจตุภาคที่สี่ก็จะมีทางเดินเหมือนจตุภาคที่สอง

รูปที่ 6.1-6.4 เป็นทางเดินของอนุภาคแบบพาราแมกเนติกสำหรับตัวกรองที่มีค่า $\gamma = 0.1$ (γ^3 คือ อัตราส่วนระหว่างปริมาตรของตัวจับทั้งหมดต่อปริมาตรของตัวกรอง) โดยให้อนุภาคมีจุดเริ่มต้นที่มุมเริ่มต้นต่างๆกัน คือ $\phi_0 = 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ$ และ 90° ตามลำดับ (ดูนิยามมุม ϕ_0 จากรูปที่ 5.1) โดยจะแสดงภาพทั้งในแบบสามมิติและแบบภาพฉายของแต่ละด้าน โดยพารามิเตอร์ตัวอื่นๆคือ $v_{ma} = 828 \text{ s}^{-1}$, $v_{0a} = 20 \text{ s}^{-1}$, $k_s = 0.53$ ซึ่งเป็นค่าที่สอดคล้องกับงานวิจัยของ Moyer และคณะ (1984)

รูปที่ 6.5-6.8 เป็นพารามิเตอร์เดียวกันกับรูปที่ 6.1-6.4 แต่เปลี่ยนไปใช้ $\gamma = 0.4$ แทน

จากรูปที่แสดง พบว่าอนุภาคเกิดการจับที่ด้านข้างของตัวจับและถูกจับใกล้ๆกับแนวระนาบ xz โดยที่มุมตั้งต้น $\phi_0 = 0^\circ$ อนุภาคไม่มีการเคลื่อนที่ในทิศของ $\hat{\phi}$ เลย (ไม่มีการเปลี่ยนแปลงของมุม ϕ) แต่ที่มุมตั้งต้น ϕ_0 ค่าอื่นๆจะเห็นว่าอนุภาคเคลื่อนที่เข้าไปในลักษณะเกือบเป็นเส้นตรง และเมื่อเข้าไปใกล้ตัวจับ อนุภาคจะมีการเคลื่อนที่ในทิศ $\hat{\phi}$ ในลักษณะที่มุม ϕ ลดลงอย่างเห็นได้ชัดและที่มุมตั้งต้น $\phi_0 = 90^\circ$ อนุภาคไม่มีการเคลื่อนที่ในทิศของ $\hat{\phi}$ (เช่นเดียวกับกับที่มุม $\phi_0 = 0^\circ$) นอกจากนี้ยังไม่มีการจับอนุภาคเกิดขึ้นอีกด้วย สำหรับที่ค่า $\gamma = 0.4$ อนุภาคมีเส้นทางเดินแตกต่างจากเส้นทางเดินเมื่อ $\gamma = 0.1$ แต่มีลักษณะสำคัญเหมือนกัน และจะมีรัศมีการจับของอนุภาคลดลง

พิจารณาจากสมการการเคลื่อนที่ในแนว ϕ (สมการ 4.25) สำหรับอนุภาคแบบพาราแมกเนติกจะเห็นว่าที่มุม $\phi = 0^\circ$ และ $\phi = 90^\circ$ จะได้ $\frac{d\phi}{dt} = 0$ นั่นคือไม่มีการเปลี่ยนแปลงของ ϕ ดังนั้น เมื่อมุมเริ่มต้นคือ $\phi_0 = 0^\circ$ หรือ $\phi_0 = 90^\circ$ อนุภาคจึงไม่มีการเคลื่อนที่ในทิศ $\hat{\phi}$ แต่สำหรับที่มุมเริ่มต้น ϕ_0 ค่าอื่นๆ อนุภาคมีการเคลื่อนที่ตามแนว ϕ ได้เพราะว่าแรงแม่เหล็กมีสมมาตรรอบแกน x ทิศทางของแรงจึงมีทิศไปตามแนวรัศมีรอบแกน x ซึ่งเมื่อมองจากภาพหลายทางด้านหน้าจะเห็นว่าแรงแม่เหล็กมีองค์ประกอบในแนวแกน y ด้วย ทำให้เกิดการเคลื่อนที่ของอนุภาคในแนว ϕ ขึ้น การที่อนุภาคถูกจับทางด้านข้างก็เป็นเพราะด้านข้างจะมีเกรเดียนต์ของสนามแม่เหล็กสูงสุดและมีทิศชี้เข้าสู่ตัวจับ แต่ที่มุม $\phi = 90^\circ$ ไม่มีการจับอนุภาคเกิดขึ้นเพราะว่าเกรเดียนต์ของสนามแม่เหล็กมีทิศชี้ออกจากตัวจับ (พิจารณาจากสมการของ ∇H^2 ในหน้า 22 จะเห็นว่าถ้า $\phi = 90^\circ$ ทำให้องค์ประกอบของ ∇H^2 ในแนวแกน θ และ ϕ เป็นศูนย์ ในแนว r มีค่ามากกว่าศูนย์) และอนุภาคไม่มีการเคลื่อนที่ตามแนว ϕ จึงทำให้ไม่เกิดการจับอนุภาค

พื้นที่การจับของอนุภาค

พื้นที่การจับของอนุภาคคือ อาณาบริเวณที่ตัวจับสามารถจับอนุภาคได้ ถ้าอนุภาคที่เข้ามาสู่ตัวจับอยู่ในพื้นที่นี้ อนุภาคจะถูกจับโดยตัวจับ ถ้าอนุภาคที่เข้ามาอยู่นอกพื้นที่นี้ อนุภาคจะไม่ถูกจับโดยตัวจับ

รูปที่ 6.9 แสดงพื้นที่การจับของอนุภาคโดยฉายลงบนระนาบ xy สำหรับอนุภาคแบบพาราแมกเนติกกรณี $\gamma = 0.1, 0.4$ และ 0.7 โดยวงนอกสุด (พื้นที่มากที่สุด) คือพื้นที่การจับสำหรับค่า $\gamma = 0.1$ วงในสุด (พื้นที่น้อยที่สุด) คือพื้นที่การจับที่มีค่า $\gamma = 0.7$ เส้นประรูปวงกลมแสดงขนาดของตัวจับ พารามิเตอร์อื่นคือ $v_{ma} = 828 \text{ s}^{-1}$, $v_{0a} = 20 \text{ s}^{-1}$, $k_r = 0.53$

จากภาพ ที่ค่า $\gamma = 0.1$ รัศมีการจับมีค่ามากที่สุดในแนวระนาบ (มุม $\phi_0 = 0^\circ$ และ 180°) จากนั้นจะลดลงเรื่อยๆเมื่อมุม ϕ_0 ห่างจากแนวระนาบ จนกระทั่งที่มุม $\phi_0 = 90^\circ$ และ $\phi_0 = 270^\circ$ รัศมีการจับมีค่าน้อยที่สุด นั่นคือ รัศมีการจับเท่ากับศูนย์หรือไม่มีการจับอนุภาคนั่นเอง สำหรับค่า $\gamma = 0.4$ และ $\gamma = 0.7$ รัศมีการจับมีค่ามากที่สุดในแนวระนาบเช่นกัน แต่เมื่อมุมห่างจากแนวระนาบเพิ่มขึ้นรัศมีการจับ

ยังคงมีค่าคงที่อยู่ที่ จนกระทั่งมุมประมาณ 60° รัศมีการจับจึงจะมีค่าลดลงเรื่อยๆ จนกระทั่งไม่เกิดการจับอนุภาคที่มุม $\phi_0 = 90^\circ$ และ $\phi_0 = 270^\circ$

รูปที่ 6.10 แสดงพื้นที่การจับของอนุภาคแบบพาราแมกเนติกที่ค่า $v_{ma} = 80, 828$ และ 2000 s^{-1} โดย วงนอกสุด (พื้นที่มากที่สุด) คือพื้นที่การจับที่มีค่า $v_{ma} = 2000 \text{ s}^{-1}$ วงในสุด (พื้นที่น้อยที่สุด) คือพื้นที่การจับที่มีค่า $v_{ma} = 80 \text{ s}^{-1}$ เส้นประรูปวงกลมแสดงขนาดของตัวจับ พารามิเตอร์อื่นคือ $\gamma = 0.3$, $v_{0n} = 20 \text{ s}^{-1}$, $k_r = 0.53$

จากภาพ รัศมีการจับมีค่ามากที่สุดในแนวระนาบ และไม่เกิดการจับอนุภาคที่มุม $\phi_0 = 90^\circ$ และ $\phi_0 = 270^\circ$ โดยค่า $v_{ma} = 828$ และ $v_{ma} = 2000$ รัศมีการจับจะมีค่าเท่ากันและคงที่ในช่วงแรก และรัศมีการจับจะเริ่มลดลงที่มุม ϕ_0 ห่างจากแนวระนาบประมาณ 45° สำหรับค่า $v_{ma} = 828$ และประมาณ 60° สำหรับ $v_{ma} = 2000$ นอกจากนี้ พื้นที่การจับของทั้งสองค่ามีค่าไม่ต่างกันมากนัก

จากรูปทั้งสอง จะเห็นว่าพื้นที่การจับมีสองลักษณะคือ เมื่อมุม ϕ_0 ห่างจากแนวระนาบ รัศมีการจับก็เริ่มลดลงไปเรื่อยๆ และอีกลักษณะคือ เมื่อมุม ϕ_0 ห่างจากแนวระนาบ รัศมีการจับจะยังคงที่อยู่ช่วงหนึ่ง จนกระทั่งห่างจากระนาบมาพอสมควร รัศมีการจับจึงจะเริ่มลดลง เหตุผลที่เป็นเช่นนี้ก็เพราะว่าในงานวิจัยนี้ใช้แบบจำลองของตัวกรองที่มีตัวจับหลายตัว พื้นที่วงกลมของชั้นของไหลใดๆ (พื้นที่วงกลมซึ่งมีรัศมีเท่ากับรัศมีของทรงกลมประกอบ b ตามรูปที่ 3.2) ย่อมน้อยลงเมื่อมีตัวจับอยู่ในตัวกรองมากขึ้น ($\gamma = \frac{a}{b}$ เมื่อมีตัวจับอยู่มาก ก็คือ γ มากขึ้นซึ่งทำให้รัศมี b น้อยลง โดย a คือรัศมีของตัวจับให้มีค่าคงที่) พื้นที่การจับของอนุภาคย่อมน้อยกว่าพื้นที่วงกลมของชั้นของไหล หรืออย่างมากที่สุดก็ต้องมีพื้นที่เท่ากับพื้นที่วงกลมของชั้นของไหล การที่รัศมีการจับคงที่จึงเป็นเพราะถูกจำกัดไม่ให้รัศมีการจับมากไปกว่ารัศมี b ของทรงกลมประกอบนั่นเอง

กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างพื้นที่การจับกับ γ

รูปที่ 6.11 แสดงกราฟระหว่างพื้นที่การจับกับ γ ที่ค่า v_{ma} ต่างกันสามค่าคือ $v_{ma} = 80, 828$ และ 2000 s^{-1} โดยค่า $v_{0n} = 20 \text{ s}^{-1}$, $k_r = 0.53$

จากกราฟจะเห็นว่าพื้นที่การจับที่ γ น้อยมีลักษณะเพิ่มขึ้นเล็กน้อยเมื่อ γ เพิ่มขึ้น จนกระทั่งถึงจุดๆหนึ่งก็จะลดลงอย่างเห็นได้ชัด โดยเฉพาะอย่างยิ่งเมื่อ v_{ma} มีค่ามาก การลดลงก็จะลาดชันมากยิ่งขึ้น เมื่อ γ มากถึงระดับหนึ่ง พื้นที่การจับของค่า v_{ma} แต่ละค่านั้นมาทับกันกลายเป็นเส้นเดียว

การที่พื้นที่การจับเพิ่มขึ้นเล็กน้อยในช่วงแรกและลดลงในช่วงต่อมา อธิบายได้ว่า ในช่วงแรกนั้นพื้นที่วงกลมของชั้นของไหลมีรัศมีกว้าง การเพิ่ม γ (ซึ่งก็คือการเพิ่มจำนวนตัวจับให้มากขึ้น) จะทำให้ค่าสภาพยอมยังผล (μ_{eff}) เพิ่มขึ้น (ในกรณีนี้ที่ค่า $\mu_c > \mu_f$) ทำให้สนามแม่เหล็กในบริเวณชั้นของไหลมีค่า

มากขึ้นไปด้วย (พิจารณาจากสมการ 3.30) จึงทำให้รัศมีการจับเพิ่มขึ้นโดยที่ยังไม่ถูกรัศมีของทรงกลมประกอบมาจำกัด ทำให้พื้นที่การจับมีค่าเพิ่มขึ้นเล็กน้อย แต่เมื่อ γ เพิ่มมากขึ้นจนกระทั่งรัศมีของทรงกลมประกอบมาจำกัดรัศมีการจับ พื้นที่การจับจึงไม่อาจเพิ่มขึ้นได้ ที่ค่า γ น้อยๆนั้น การเพิ่ม v_{ma} จะทำให้รัศมีการจับเพิ่มขึ้น แต่เมื่อรัศมีการจับถูกจำกัดด้วยรัศมีของทรงกลมประกอบที่แคบมากๆ ($\gamma = 0.6$ ให้รัศมีของทรงกลมประกอบประมาณ 1.66 เท่าของรัศมีตัวจับ) ค่า v_{ma} ที่ต่างกันจึงมีผลต่อพื้นที่การจับน้อยมาก กราฟที่ออกมาจึงกลายเป็นเส้นเดียวกัน

กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างพื้นที่การจับกับ $|v_{ma}/v_{0a}|^2$

รูปที่ 6.12 แสดงกราฟระหว่างพื้นที่การจับกับ $|v_{ma}/v_{0a}|^2$ ที่ค่า γ ต่างกันสามค่าคือ $\gamma = 0.1, 0.3$ และ 0.5 โดย $k_s = 0.53$ สาเหตุที่ใช้ $|v_{ma}/v_{0a}|^2$ เนื่องจากต้องการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างพื้นที่การจับกับความเข้มสนามแม่เหล็กภายนอก (\bar{H}_0) (v_{ma} ขึ้นกับ H_0^2 โดยให้ปริมาณอื่นๆเป็นค่าคงที่)

จากกราฟจะเห็นว่าที่ค่า γ น้อยๆ พื้นที่การจับจะแปรผันตรงกับ $|v_{ma}/v_{0a}|^2$ สำหรับค่า γ ที่มากขึ้น พื้นที่การจับจะเพิ่มเมื่อ $|v_{ma}/v_{0a}|^2$ เพิ่มขึ้น แต่เมื่อเพิ่ม $|v_{ma}/v_{0a}|^2$ ต่อไปถึงจุดๆหนึ่ง พื้นที่การจับจะคงที่ และค่า γ ที่มากกว่าจะให้พื้นที่การจับน้อยกว่า

กรณีนี้ก็สามารถอธิบายได้ด้วยเหตุผลเดียวกันกับกราฟระหว่างพื้นที่การจับกับ γ คือ เมื่อ γ มีค่าน้อย รัศมีของทรงกลมประกอบมีค่ามาก การเพิ่ม $|v_{ma}/v_{0a}|^2$ จึงทำให้รัศมีการจับเพิ่มขึ้น และถ้าเพิ่ม $|v_{ma}/v_{0a}|^2$ ไปเรื่อยๆ รัศมีการจับก็เพิ่มขึ้นเรื่อยๆ ซึ่งในที่สุดแล้ว รัศมีการจับก็ต้องถูกจำกัดด้วยรัศมีของทรงกลมประกอบเช่นกันและทำให้พื้นที่การจับเพิ่มขึ้นช้าๆและคงที่ในที่สุด การที่พื้นที่การจับคงที่เรียกว่าเกิดการอิ่มตัว (saturation) (Moyer และคณะ, 1984)

กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างพื้นที่การจับกับ γ โดยใช้ค่า k_s และ v_{ma} ต่างกัน

รูปที่ 6.13 แสดงกราฟระหว่างพื้นที่การจับกับ γ โดยใช้ค่า k_s ต่างกันสองค่าคือ $k_s = 0.1$ และ 0.9 ที่ค่า $v_{ma} = 80 \text{ s}^{-1}$ และ 828 s^{-1}

ค่า k_s ที่ต่างกันให้พื้นที่การจับต่างกันไม่มากนัก โดยค่า k_s ที่มากกว่าก็จะให้พื้นที่การจับมีค่ามากกว่า ถ้าพิจารณาเปอร์เซ็นต์ความแตกต่างของพื้นที่การจับระหว่างค่า k_s สองค่าที่ v_{ma} มีค่าต่างกันจะเห็นว่า ที่ v_{ma} มีค่าน้อย เปอร์เซ็นต์ความแตกต่างจะมีค่ามากกว่า

กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างพื้นที่การจับกับ $|v_{ma}/v_{0a}|^2$ โดยใช้ค่า k_s และ γ ต่างกัน

รูปที่ 6.14 แสดงกราฟระหว่างพื้นที่การจับกับ $|v_{ma}/v_{0a}|^2$ โดยใช้ค่า k_s ต่างกันสองค่าคือ $k_s = 0.1$ และ 0.9 ที่ค่า $\gamma = 0.1$ และ 0.4

ค่า k_s ที่มากกว่าให้พื้นที่การจับมีค่ามากกว่า ถ้า $|v_{ma}/v_{0a}|^2$ มีค่าน้อย (สนามแม่เหล็กมีความแรงน้อย) พื้นที่การจับจะมีค่าใกล้เคียงกันหมดโดย $\gamma = 0.4$ มีพื้นที่การจับมากกว่า $\gamma = 0.1$ แต่เมื่อ $|v_{ma}/v_{0a}|^2$ มีค่ามาก พื้นที่การจับที่ค่า $\gamma = 0.4$ เกิดการอิ่มตัวในขณะที่พื้นที่การจับที่ค่า $\gamma = 0.1$ ยังไม่อิ่มตัว ทำให้พื้นที่การจับที่ค่า $\gamma = 0.1$ มีค่ามากกว่า

กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างประสิทธิภาพกับ γ

รูปที่ 6.15 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างประสิทธิภาพกับ γ เนื่องจากการหาประสิทธิภาพจะมีพารามิเตอร์เพิ่มขึ้นอีกหนึ่งตัว คือ ความยาวของตัวกรอง L (แสดงในสมการ 5.7) ซึ่งในที่นี้จะให้ความยาวของตัวกรองมีขนาดเป็น 20 เท่าของรัศมีของตัวจับ โดยแสดงกราฟที่ใช้ v_{ma} ต่างกันสามค่าคือ $v_{ma} = 80, 828$ และ 2000 s^{-1} โดยค่า $v_{0a} = 20 \text{ s}^{-1}$, $k_s = 0.53$

จากรูป ประสิทธิภาพจะเพิ่มขึ้นน้อยในช่วงแรกๆ (γ น้อย) จากนั้น ประสิทธิภาพก็จะเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็วและถึงจุดอิ่มตัวในที่สุด ซึ่งต่างกับกราฟพื้นที่การจับกับ γ ที่ยิ่ง γ มาก พื้นที่การจับก็จะน้อย ทั้งนี้เพราะประสิทธิภาพคิดจากพื้นที่การจับรวมของตัวจับต่อพื้นที่หน้าตัดของตัวกรอง เมื่อ γ มาก จำนวนตัวจับมีมากทำให้พื้นที่การจับรวมมากขึ้นด้วย (ถึงแม้พื้นที่การจับของแต่ละตัวจับเดี่ยวจะน้อยกว่าเดิมก็ตาม)

กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างประสิทธิภาพกับ $|v_{ma}/v_{0a}|^2$

รูปที่ 6.16 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างประสิทธิภาพกับ $|v_{ma}/v_{0a}|^2$ โดยใช้ค่า γ ต่างกันสามค่าคือ $\gamma = 0.1, 0.3$ และ $\gamma = 0.5$ โดยค่า $L = 20a$ และ $k_s = 0.53$

จากรูป ในช่วง γ ค่าน้อย ประสิทธิภาพแปรผันตรงกับ $|v_{ma}/v_{0a}|^2$ และเมื่อ γ เพิ่มมากขึ้น ประสิทธิภาพจะเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็วและได้ประสิทธิภาพเกือบถึง 100 เปอร์เซ็นต์ โดยที่ $|v_{ma}/v_{0a}|^2$ มีค่าไม่มากนัก

กราฟเปรียบเทียบพื้นที่การจับระหว่างการกรองแบบตามขวางและการกรองแบบตามยาว

รูปที่ 6.17 และ 6.18 แสดงกราฟพื้นที่การจับกับ γ โดยเปรียบเทียบกันระหว่างการกรองแบบตามขวางและการกรองแบบตามยาว โดยรูปที่ 6.17 ใช้ $v_{mn} = 828 \text{ s}^{-1}$ ส่วนรูปที่ 6.18 ใช้ $v_{mn} = 2000 \text{ s}^{-1}$ และ $v_{on} = 20 \text{ s}^{-1}$, $k_s = 0.53$

จะเห็นว่าในช่วงที่ γ มีค่าไม่มากนัก การกรองแบบตามขวางจะมีพื้นที่การจับมากกว่าแต่เมื่อ γ มีค่ามาก พื้นที่การจับของทั้งสองแบบก็ไม่แตกต่างกัน

รูปที่ 6.19 แสดงกราฟพื้นที่การจับกับ $|v_{mn}/v_{on}|^2$ โดยเปรียบเทียบกันระหว่างการกรองแบบตามขวางและการกรองแบบตามยาว โดยใช้ γ สองค่าคือ $\gamma = 0.1$ และ $\gamma = 0.4$

พื้นที่การจับของการกรองแบบตามขวางมีค่ามากกว่าพื้นที่การจับของการกรองแบบตามยาว โดยที่ค่า γ มีค่าน้อยและสนามแม่เหล็กภายนอกไม่มากนัก พื้นที่การจับเพิ่มขึ้นในลักษณะเป็นเชิงเส้น ส่วนที่ γ มีค่ามาก พื้นที่การจับจะเพิ่มในลักษณะเป็นเชิงเส้นในช่วงที่สนามแม่เหล็กมีค่าน้อยมากๆ จากนั้นก็จะเพิ่มขึ้นช้าลงจนกระทั่งถึงจุดอิ่มตัวในที่สุด

6.2 การกรองสำหรับอนุภาคแบบไดอะแมกเนติก

ทางเดินของอนุภาค

รูปที่ 6.20-6.23 เป็นทางเดินของอนุภาคแบบไดอะแมกเนติกสำหรับตัวกรองที่มีค่า $\gamma = 0.1$ ที่มุมเริ่มต้นต่างๆกัน คือ $\phi_0 = 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ$ และ 90° ตามลำดับ โดยจะแสดงภาพทั้งในแบบสามมิติและแบบภาพฉายของแต่ละด้าน โดยพารามิเตอร์ตัวอื่นๆคือ $v_{mn} = -828 \text{ s}^{-1}$, $v_{on} = 20 \text{ s}^{-1}$, $k_s = 0.53$

รูปที่ 6.24-6.27 เป็นพารามิเตอร์เดียวกันกับรูปที่ 6.20-6.23 แต่เปลี่ยนไปใช้ $\gamma = 0.4$ แทน

อนุภาคไดอะแมกเนติกถูกจับตามแนวในระนาบ yz เท่านั้น ที่มุมเริ่มต้น $\phi_0 = 0^\circ$ และ $\phi_0 = 90^\circ$ อนุภาคไม่มีการเคลื่อนที่ในแนว ϕ เลย แต่ที่มุม ϕ_0 ค่าอื่นๆ เมื่ออนุภาคเข้าใกล้ตัวจับจะเกิดการเคลื่อนที่ตามแนว ϕ ในลักษณะที่ ϕ เพิ่มขึ้น อนุภาคไดอะแมกเนติกสามารถถูกจับได้ไม่ว่าจะใช้มุมเริ่มต้นเป็นเท่าไร เมื่อมุม ϕ_0 มีค่ามากขึ้น ทางเดินของอนุภาคแบบไดอะแมกเนติกมีลักษณะคล้ายกันกับทางเดินของอนุภาคแบบพาราแมกเนติก

เนื่องจากอนุภาคแบบไดอะแมกเนติกมีค่า χ เป็นลบ ดังนั้น มันจึงประพุดิตัวสวนทางกับอนุภาคแบบพาราแมกเนติกซึ่งมีค่า χ และ v_{mn} เป็นบวก พิจารณาสมการของแรงเนื่องจากสนามแม่เหล็ก (สม

การ 4.15-4.17) ถ้าให้ $\phi = 90^\circ$ จะทำให้เทอมแรกในวงเล็บของสมการ 4.15 หายไปและได้ F_{Mr} เป็นบวก สำหรับอนุภาคแบบพาราแมกเนติก ซึ่งหมายถึงแรงมีทิศพุ่งออก และแรงในแนว θ กับ ϕ เป็นศูนย์ ถ้าอนุภาคเป็นแบบไดอะแมกเนติก ค่า χ เป็นลบ ทำให้แรงที่มีทิศพุ่งออกกลายเป็นแรงที่มีทิศพุ่งเข้าสู่ตัวจับ ตัวจับจึงจับอนุภาคได้ ส่วนอนุภาคแบบพาราแมกเนติกนั้นไม่เกิดการจับถ้ามุมตั้งต้น $\phi_0 = 90^\circ$ เพราะมีค่า χ เป็นบวกนั่นเอง

พื้นที่การจับของอนุภาค

รูปที่ 6.28 แสดงพื้นที่การจับของอนุภาคแบบไดอะแมกเนติกที่ค่า $\gamma = 0.1, 0.4$ และ 0.7 โดยวงนอกสุด (พื้นที่มากที่สุด) คือพื้นที่การจับที่มีค่า $\gamma = 0.1$ วงในสุด (พื้นที่น้อยที่สุด) คือพื้นที่การจับที่มีค่า $\gamma = 0.7$ เส้นประรูปวงกลมแสดงขนาดของตัวจับ พารามิเตอร์อื่นคือ $v_{ma} = -828 \text{ s}^{-1}$, $v_{0a} = 20 \text{ s}^{-1}$, $k_s = 0.53$

จากภาพ ที่ค่า $\gamma = 0.1$ รัศมีการจับมีค่าน้อยที่สุดในแนวระนาบ (มุม $\phi_0 = 0^\circ$ และ 180°) จากนั้นจะเพิ่มขึ้นเรื่อยๆเมื่อมุม ϕ_0 ห่างจากแนวระนาบ จนกระทั่งที่มุม $\phi_0 = 90^\circ$ และ $\phi_0 = 270^\circ$ รัศมีการจับมีค่ามากที่สุด สำหรับค่า $\gamma = 0.4$ และ $\gamma = 0.7$ รัศมีการจับมีค่าน้อยที่สุดในแนวระนาบและจะเพิ่มขึ้นเมื่อมุมห่างจากระนาบเช่นกัน แต่เมื่อมุมห่างจากแนวระนาบประมาณ 60° รัศมีการจับมีค่าคงที่ไปตลอดจนกระทั่งถึงมุมที่ตั้งฉากกับระนาบ

รูปที่ 6.29 แสดงพื้นที่การจับของอนุภาคแบบไดอะแมกเนติกที่ค่า $v_{ma} = -80, -828$ และ -2000 s^{-1} โดย วงนอกสุด (พื้นที่มากที่สุด) คือพื้นที่การจับที่มีค่า $v_{ma} = -2000 \text{ s}^{-1}$ วงในสุด (พื้นที่น้อยที่สุด) คือพื้นที่การจับที่มีค่า $v_{ma} = -80 \text{ s}^{-1}$ เส้นประรูปวงกลมแสดงขนาดของตัวจับ พารามิเตอร์อื่นคือ $\gamma = 0.3$, $v_{0a} = 20 \text{ s}^{-1}$, $k_s = 0.53$

จากภาพ รัศมีการจับมีค่าน้อยที่สุดในแนวระนาบ และมีค่ามากที่สุดที่มุม $\phi_0 = 90^\circ$ และ $\phi_0 = 270^\circ$ โดยค่า $v_{ma} = -828$ และ $v_{ma} = -2000$ รัศมีการจับเพิ่มขึ้นเรื่อยๆเมื่อมุมห่างจากระนาบเพิ่มขึ้นและจะมีค่ารัศมีการจับเท่ากันที่มุม ϕ_0 เกือบจะตั้งฉากกับแนวระนาบ และจะคงที่ไปตลอดจนถึงมุมที่ตั้งฉากกับระนาบ จะเห็นว่าอนุภาคแบบไดอะแมกเนติกจะให้ค่ารัศมีการจับมีค่าคงที่เมื่อมุมตั้งต้นเข้าใกล้ 90° ซึ่งแตกต่างจากอนุภาคแบบพาราแมกเนติกที่ให้รัศมีการจับมีค่าคงที่ที่มุมตั้งต้นใกล้กับ 0° ทั้งนี้เพราะอนุภาคแบบไดอะแมกเนติกมีค่ารัศมีการจับที่มากที่สุดอยู่ที่มุมตั้งต้น 90° นั่นเอง

กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างพื้นที่การจับกับ γ

รูปที่ 6.30 แสดงกราฟระหว่างพื้นที่การจับกับ γ ที่ค่า v_{ma} ต่างกันสามค่าคือ $v_{ma} = -80, -828$ และ -2000 s^{-1} โดยค่า $v_{0a} = 20 \text{ s}^{-1}$, $k_s = 0.53$

ที่ค่า $v_{ma} = -80$ พื้นที่การจับจะเพิ่มขึ้นในตอนแรก และจะลดลงเมื่อ γ มากกว่า 0.4 แต่ที่ค่า $v_{ma} = -828$ และ $v_{ma} = -2000$ รัศมีการจับไม่เพิ่มขึ้นเลย มีแต่ลดลงอย่างเดียว

เส้นกราฟที่ $v_{ma} = -80$ นั้น สามารถอธิบายลักษณะของเส้นกราฟได้เช่นเดียวกับในกรณีของอนุภาคแบบพาราแมกเนติก นั่นคือ การเพิ่มของ γ ทำให้สนามแม่เหล็กบริเวณชั้นของไหลมีค่าเพิ่มขึ้น ทำให้พื้นที่การจับมีค่าเพิ่มขึ้น แต่สำหรับกรณีของอนุภาคไดอะแมกเนติกนี้ เมื่อ v_{ma} มากขึ้น (เป็นลบมากขึ้น) การเพิ่มขึ้นของพื้นที่การจับมีน้อยมากจนสังเกตไม่เห็น

กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างพื้นที่การจับกับ $|v_{ma}/v_{0a}|^{1/2}$

รูปที่ 6.31 แสดงกราฟระหว่างพื้นที่การจับกับ $|v_{ma}/v_{0a}|^{1/2}$ ที่ค่า γ ต่างกันสามค่าคือ $\gamma = 0.1, 0.3$ และ 0.5 โดย $k_s = 0.53$

จากกราฟจะเห็นว่าที่ค่า γ น้อยๆ พื้นที่การจับจะแปรผันตรงกับ $|v_{ma}/v_{0a}|^{1/2}$ สำหรับค่า γ ที่มากขึ้น พื้นที่การจับจะเพิ่มเมื่อ $|v_{ma}/v_{0a}|^{1/2}$ เพิ่มขึ้น แต่เมื่อเพิ่ม $|v_{ma}/v_{0a}|^{1/2}$ ต่อไปถึงจุดๆหนึ่ง พื้นที่การจับจะคงที่ และค่า γ ที่มากกว่าจะให้พื้นที่การจับน้อยกว่า และที่ v_{ma} มีค่าน้อยพื้นที่การจับที่ค่า γ ต่างกันมีค่าใกล้เคียงกัน ซึ่งสอดคล้องกับเส้นกราฟในรูปที่ 6.30

กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างพื้นที่การจับกับ γ โดยใช้ค่า k_s และ v_{ma} ต่างกัน

รูปที่ 6.32 แสดงกราฟระหว่างพื้นที่การจับกับ γ โดยใช้ค่า k_s ต่างกันสองค่าคือ $k_s = 0.1$ และ 0.9 ที่ค่า $v_{ma} = -80 \text{ s}^{-1}$ และ -828 s^{-1}

ค่า k_s ที่ต่างกันให้พื้นที่การจับต่างกันไม่มากนัก โดยค่า k_s ที่น้อยกว่าให้พื้นที่การจับมีค่ามากกว่า ซึ่งตรงกันข้ามกับกรณีอนุภาคแบบพาราแมกเนติก ส่วนค่า v_{ma} ที่มากกว่าก็จะให้เปอร์เซ็นต์ความแตกต่างของพื้นที่การจับต่อค่า k_s ต่างกันมากขึ้น

กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างพื้นที่การจับกับ $|v_{ma}/v_{0a}|^{1/2}$ โดยใช้ค่า k_s และ γ ต่างกัน

รูป 6.33 แสดงกราฟระหว่างพื้นที่การจับกับ $|v_{ma}/v_{0a}|^{1/2}$ โดยใช้ค่า k_s ต่างกันสองค่าคือ $k_s = 0.1$ และ 0.9 ที่ค่า $\gamma = 0.1$ และ 0.4

ค่า k_s น้อยกว่าให้พื้นที่การจับมีค่ามากกว่า เช่นเดียวกับกับรูป 6.32

กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างประสิทธิภาพกับ γ

รูปที่ 6.34 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างประสิทธิภาพกับ γ โดยแสดงกราฟที่ใช้ v_{ma} ต่างกันสามค่าคือ $v_{ma} = -80, -828$ และ -2000 โดยค่า $v_{0a} = 20 \text{ s}^{-1}$, $k_s = 0.53$, $L = 20a$

ประสิทธิภาพจะเพิ่มขึ้นน้อยในช่วงแรกๆ (γ น้อย) จากนั้น ประสิทธิภาพก็จะเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็วและถึงจุดอิ่มตัวในที่สุด

กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างประสิทธิภาพกับ $|v_{ma}/v_{0a}|^{\frac{1}{2}}$

รูปที่ 6.35 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างประสิทธิภาพกับ $|v_{ma}/v_{0a}|^{\frac{1}{2}}$ โดยใช้ค่า γ ต่างกันสามค่าคือ $\gamma = 0.1, 0.3$ และ $\gamma = 0.5$ โดยค่า $L = 20a$ และ $k_s = 0.53$

จากรูปที่ γ ค่าน้อย ประสิทธิภาพแปรผันตรงกับ $|v_{ma}/v_{0a}|^{\frac{1}{2}}$ และเมื่อ γ เพิ่มมากขึ้น ประสิทธิภาพจะเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็วและได้ประสิทธิภาพเกือบถึง 100 เปอร์เซ็นต์ โดยที่ $|v_{ma}/v_{0a}|^{\frac{1}{2}}$ มีค่าไม่มากนัก

กราฟเปรียบเทียบพื้นที่การจับระหว่างการกรองแบบตามขวางและการกรองแบบตามยาว

รูปที่ 6.36 และ 6.37 แสดงกราฟพื้นที่การจับกับ γ สำหรับอนุภาคแบบไดอะแมกเนติกโดยเปรียบเทียบกันระหว่างการกรองแบบตามขวางและการกรองแบบตามยาว โดยรูปที่ 6.36 ใช้ $v_{ma} = -828 \text{ s}^{-1}$ ส่วนรูปที่ 6.37 ใช้ $v_{ma} = -2000 \text{ s}^{-1}$ และ $v_{0a} = 20 \text{ s}^{-1}$, $k_s = 0.53$ เท่ากันทั้งสองรูป

พื้นที่การจับระหว่างการกรองแบบตามขวางและการกรองแบบตามยาวมีการตัดกัน ซึ่งที่ γ น้อยๆ การกรองแบบตามขวางจะให้พื้นที่การจับมากกว่า แต่เมื่อ γ มากขึ้น การกรองแบบตามยาวจะให้พื้นที่การจับมากกว่า ซึ่งลักษณะเช่นนี้ไม่ปรากฏในกรณีของอนุภาคแบบพาราแมกเนติก ดังรูปที่ 6.17 และ 6.18

รูปที่ 6.38 แสดงกราฟพื้นที่การจับกับ $|v_{ma}/v_{0a}|^{\frac{1}{2}}$ โดยเปรียบเทียบกันระหว่างการกรองแบบตามขวางและการกรองแบบตามยาว โดยใช้ γ สองค่าคือ $\gamma = 0.1$ และ $\gamma = 0.4$ โดย $v_{0a} = 20 \text{ s}^{-1}$, $k_s = 0.53$

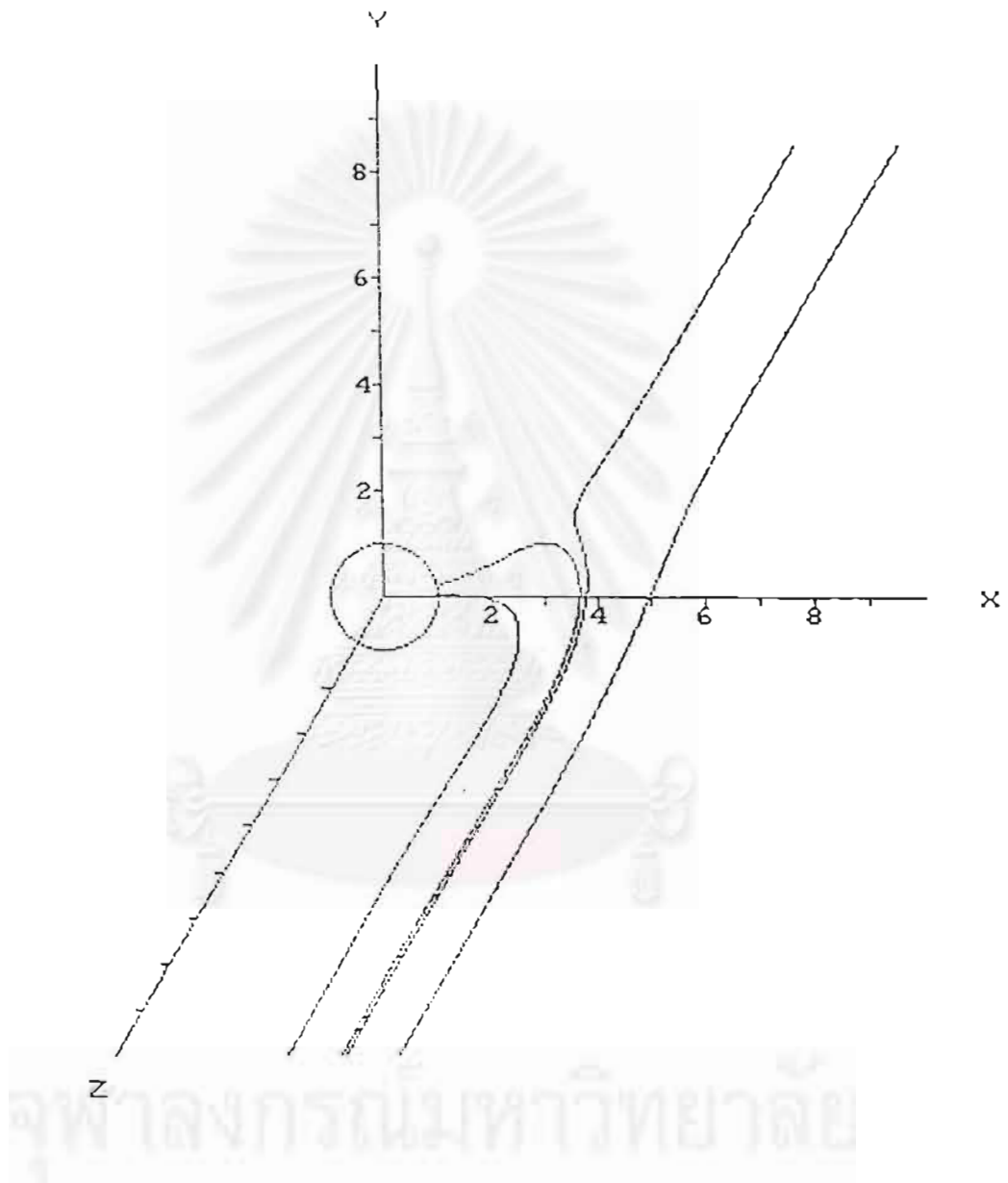
ที่ $\gamma = 0.1$ พื้นที่การจับของการกรองแบบตามขวางมีค่ามากกว่าพื้นที่การจับของการกรองแบบตามยาว ส่วนที่ $\gamma = 0.4$ ในช่วงที่ $|v_{ma}/v_{0a}|^2$ มีค่าน้อย พื้นที่การจับของการกรองแบบตามขวางมีค่ามากกว่า แต่เมื่อ $|v_{ma}/v_{0a}|^2$ มากขึ้น (ประมาณ 2.3) เกิดการตัดกันของพื้นที่การจับ และทำให้พื้นที่การจับของการกรองแบบตามยาวมีค่ามากกว่า

กราฟระหว่างพื้นที่การจับกับ γ เปรียบเทียบกันระหว่างอนุภาคแบบพาราแมกเนติกและอนุภาคแบบไดอะแมกเนติก

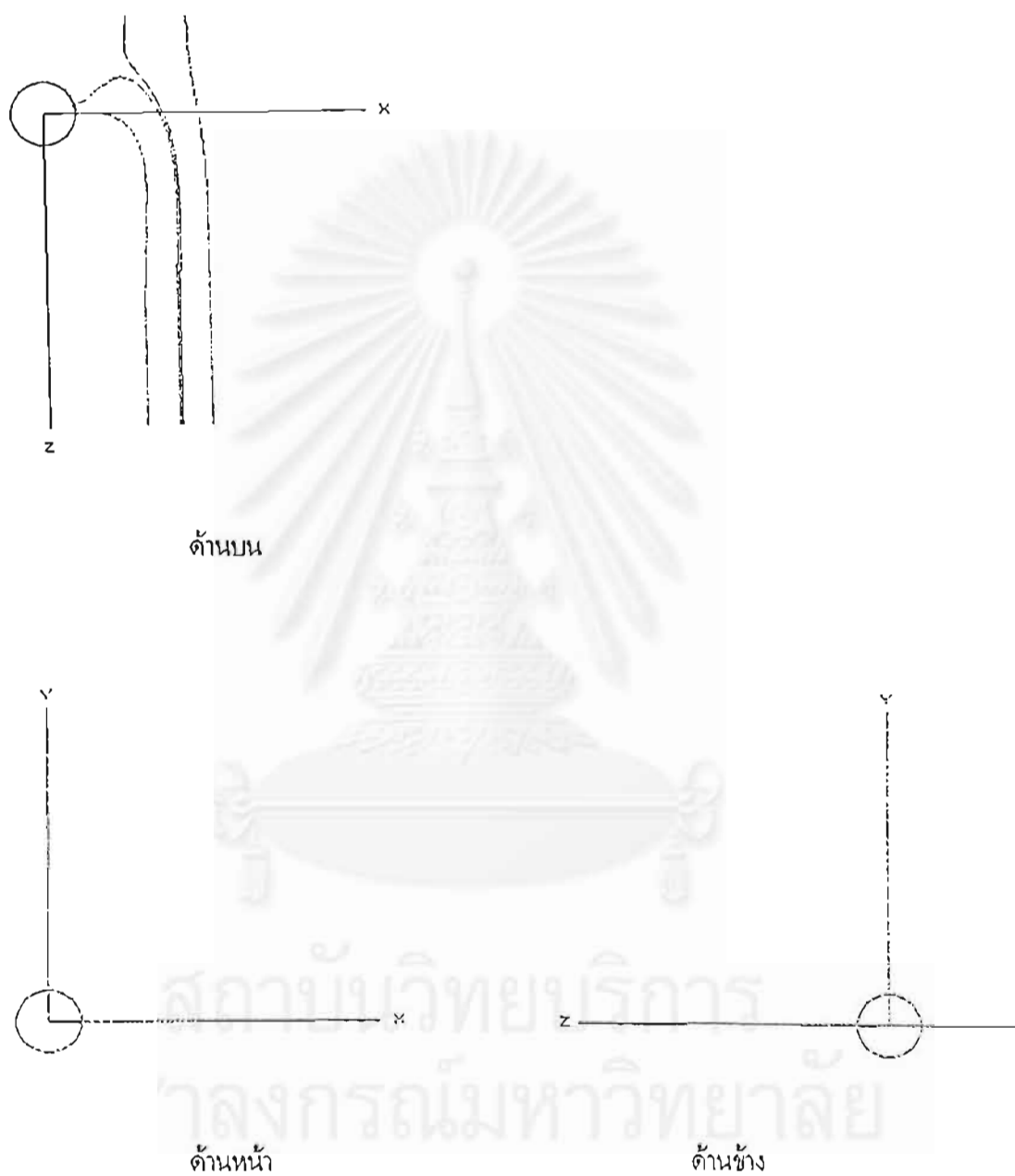
รูปที่ 6.39 แสดงกราฟระหว่างพื้นที่การจับกับ γ เปรียบเทียบกันระหว่างอนุภาคแบบพาราแมกเนติกและอนุภาคแบบไดอะแมกเนติก โดยใช้ $|v_{ma}| = 80, 828$ และ 2000 s^{-1} , $v_{0a} = 20 \text{ s}^{-1}$, $k_f = 0.53$

จากกราฟ พื้นที่การจับของอนุภาคแบบพาราแมกเนติกจะมีค่ามากกว่าพื้นที่การจับของอนุภาคแบบไดอะแมกเนติกในช่วง γ ค่าน้อย แต่ที่ γ ค่ามาก พื้นที่การจับของอนุภาคทั้งสองแบบนี้ก็ไม่แตกต่างกัน

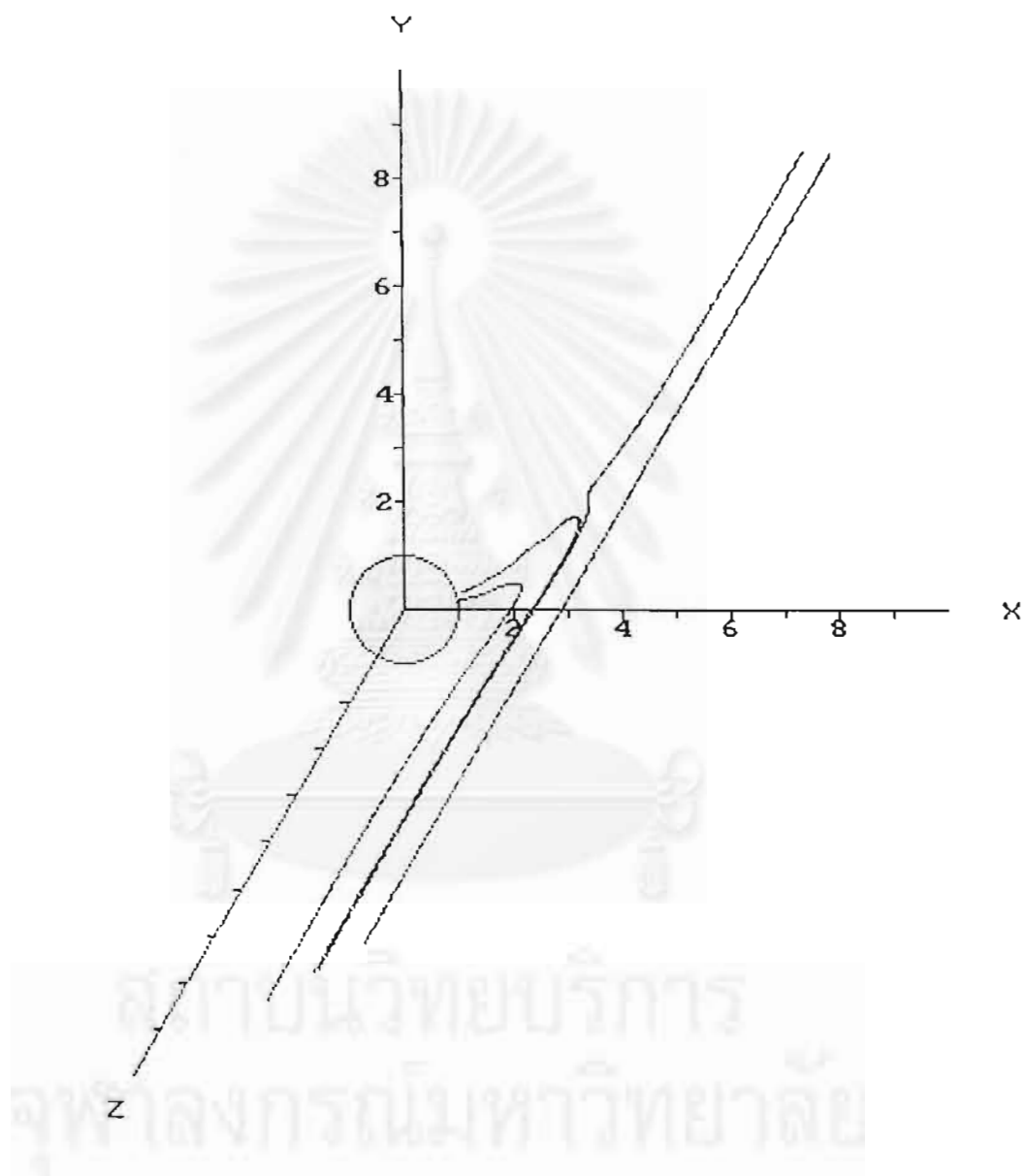




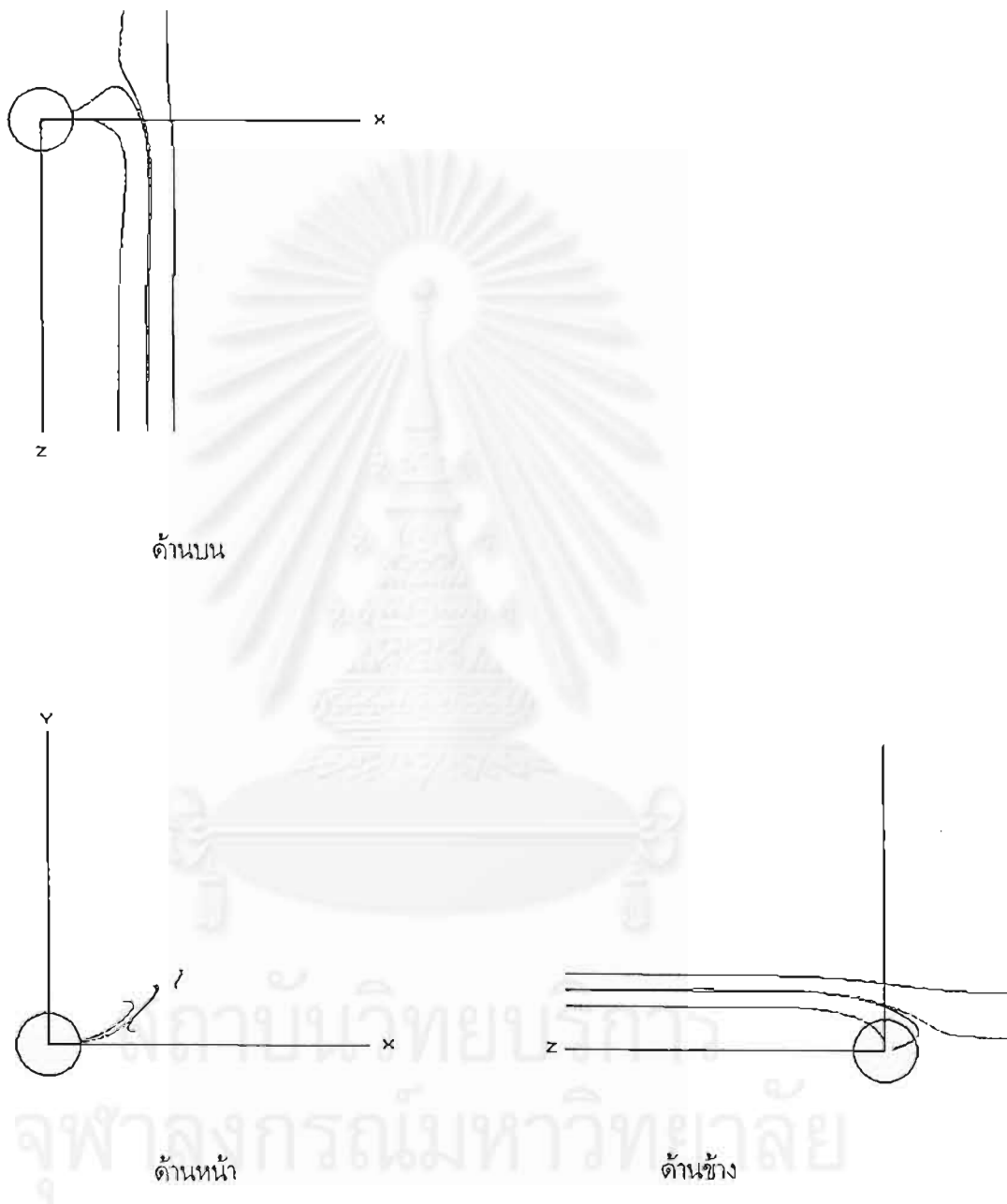
รูปที่ 6.1 ก. ภาพสามมิติของเส้นทางเดินของอนุภาคแบบพลาสมาแมกเนติก โดยมุมเริ่มต้น $\phi_0 = 0^\circ$
 $v_{na} = 828 \text{ s}^{-1}$, $v_{oa} = 20 \text{ s}^{-1}$, $k_r = 0.53$ และ $\gamma = 0.1$ ใช้วิธีการจับ $r_c = 4.15 a$



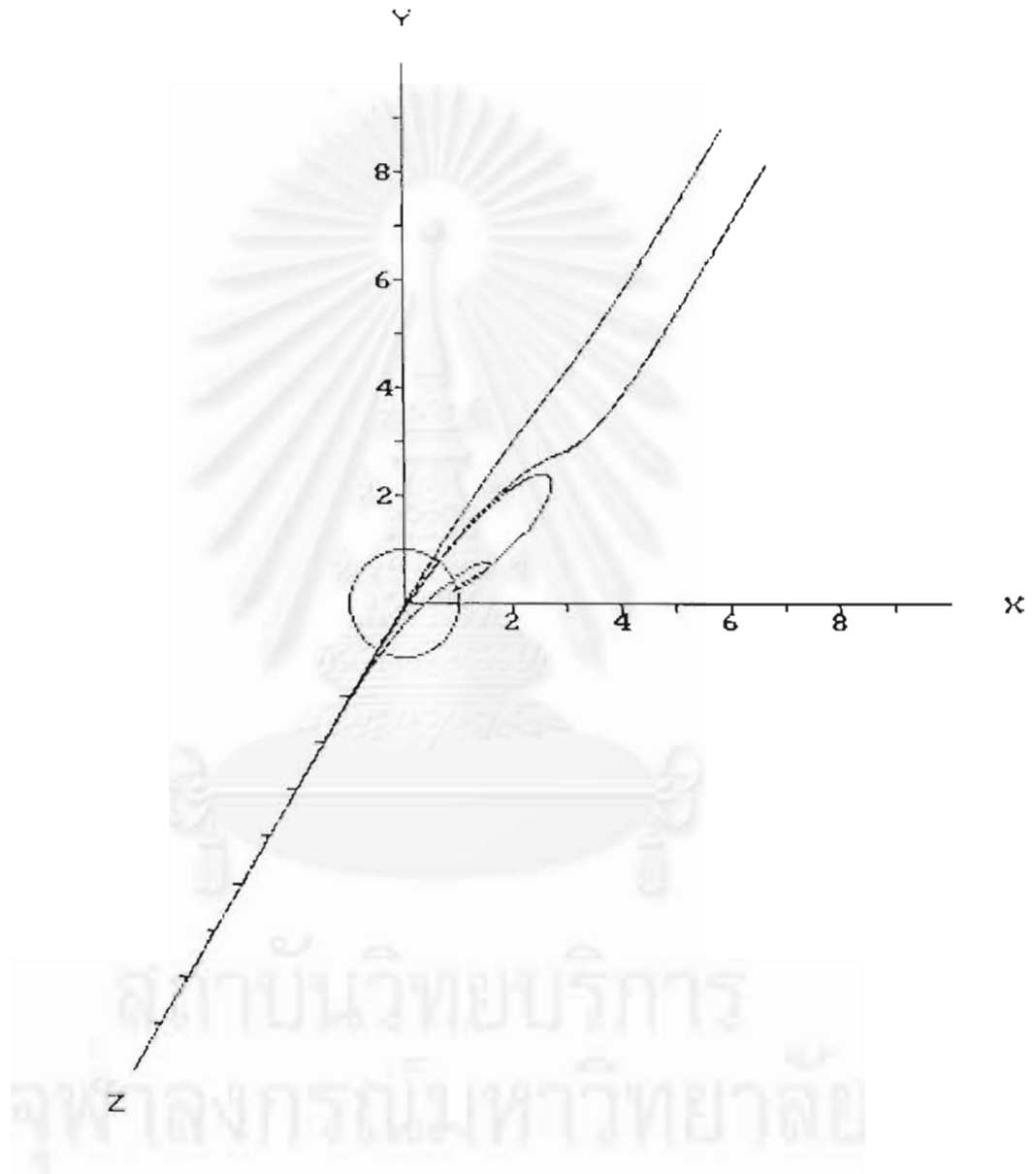
รูปที่ 6.1 ข ภาพฉายของเส้นทางเดินของอนุภาคจากรูปที่ 6.1 ก.



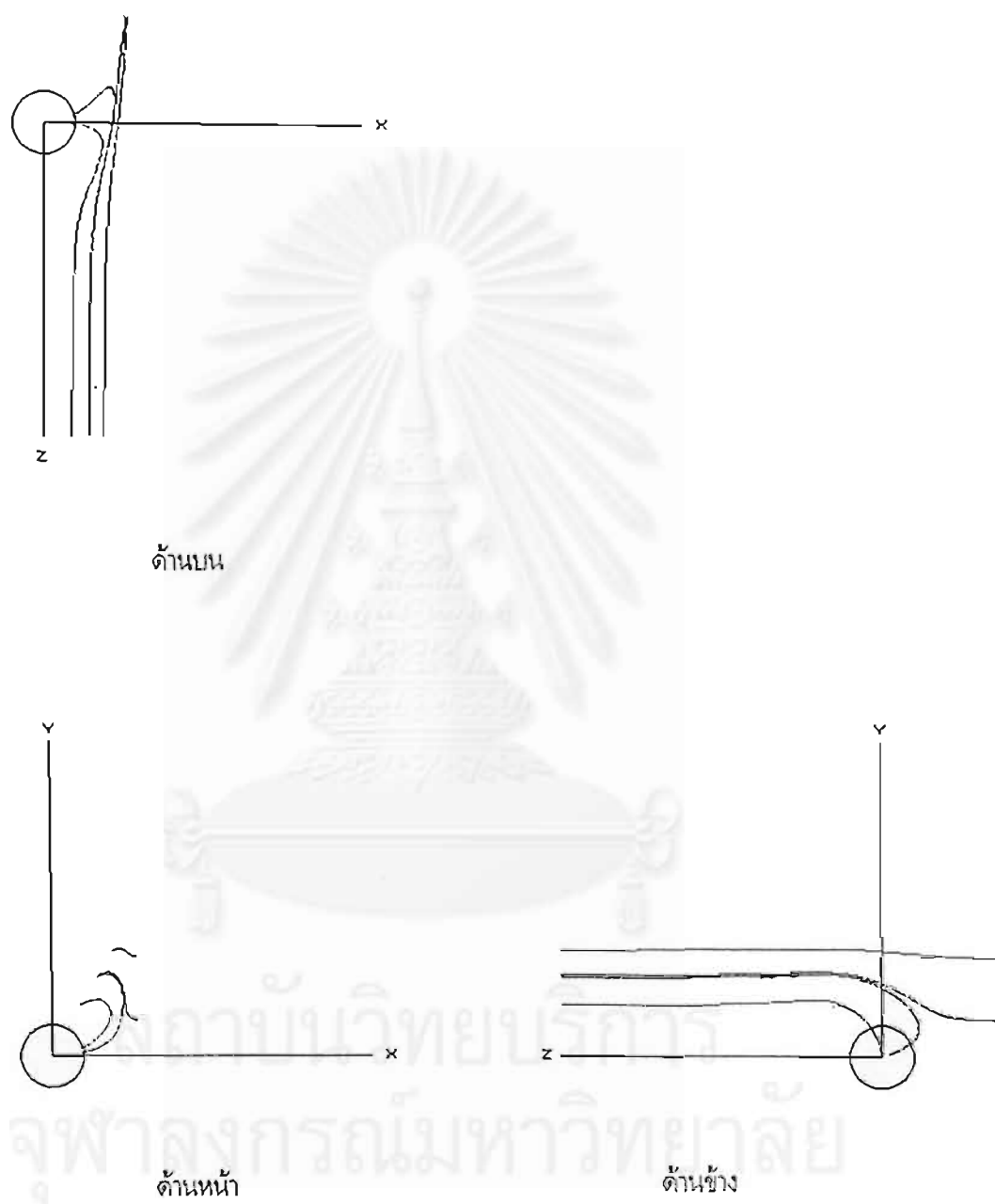
รูปที่ 6.2 ก. ภาพสามมิติของเส้นทางเดินของอนุภาคแบบพาราแมกเนติก โดยมุมเริ่มต้น $\phi_0 = 30^\circ$
 $v_{ms} = 828 \text{ s}^{-1}$, $v_{os} = 20 \text{ s}^{-1}$, $k_r = 0.53$ และ $\gamma = 0.1$ รัศมีการจับ $r_c = 3.85 a$



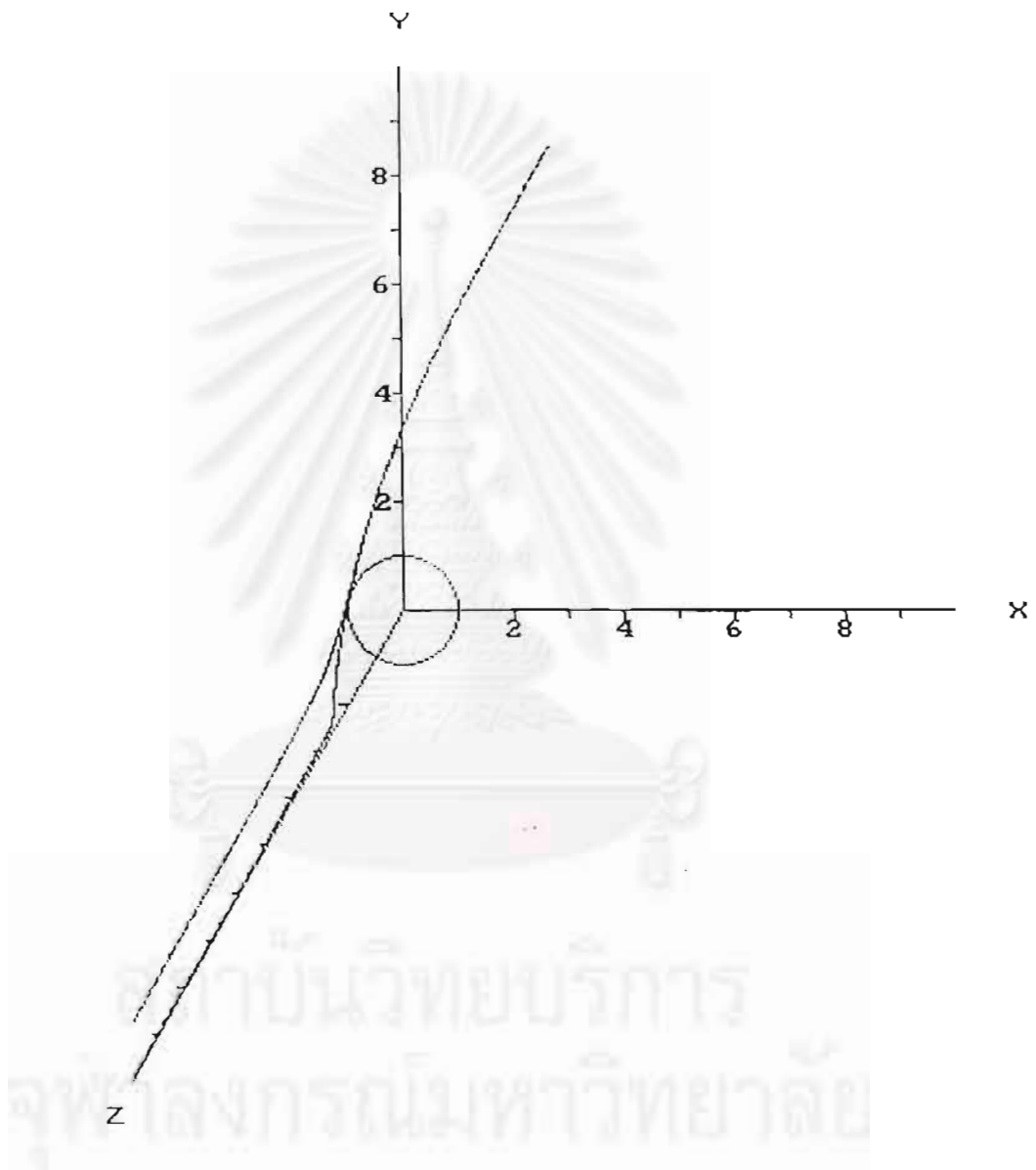
รูปที่ 6.2 ข. ภาพฉายของเส้นทางเดินของอนุภาคจากรูปที่ 6.2 ก.



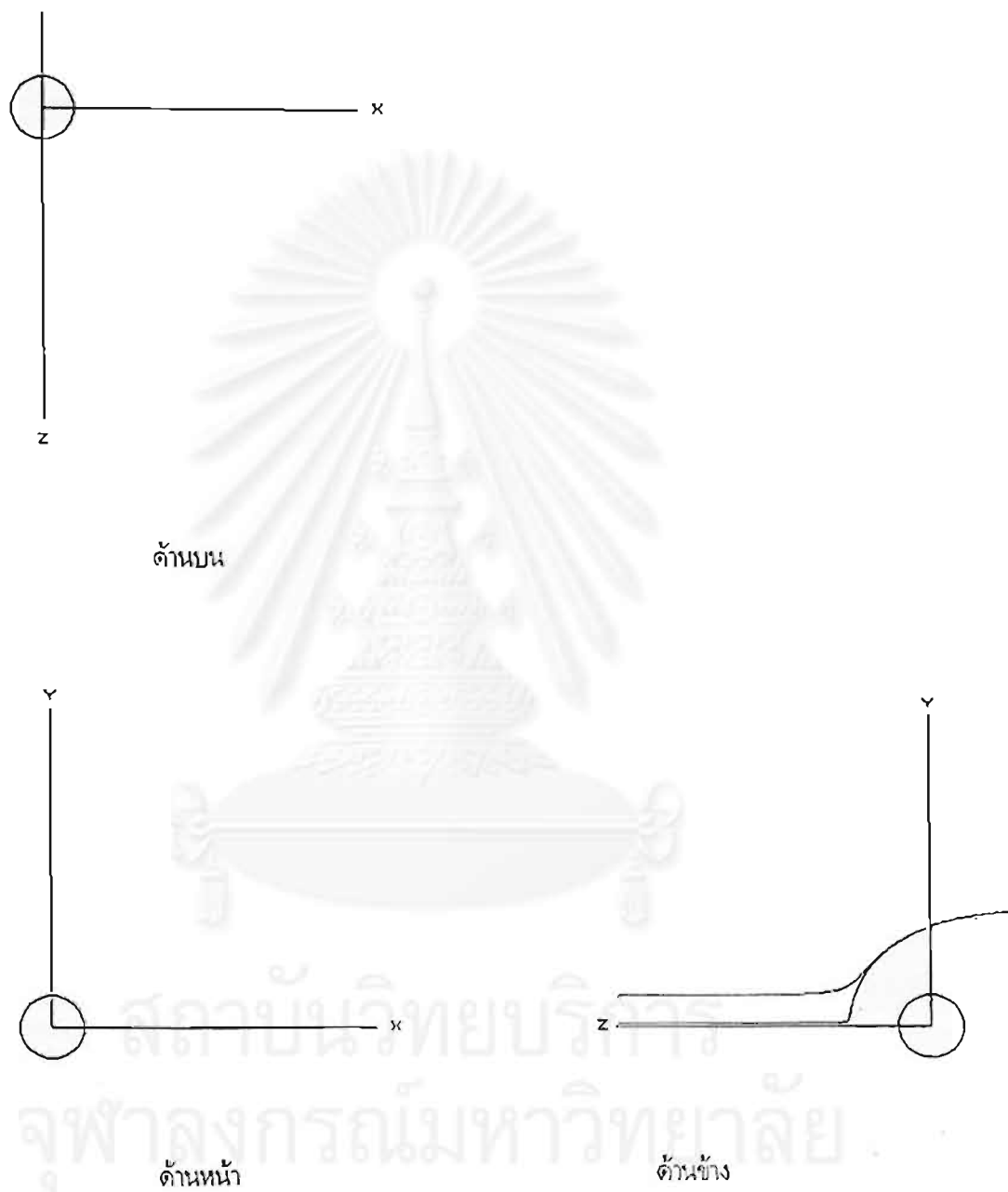
รูปที่ 6.3 ก. ภาพสามมิติของเส้นทางเดินของอนุภาคแถบพาราแมกเนติก โดยมุมเริ่มต้น $\phi_0 = 60^\circ$
 $v_{mn} = 828 \text{ s}^{-1}$, $v_{to} = 20 \text{ s}^{-1}$, $k_r = 0.53$ และ $\gamma = 0.1$ รัศมีการจับ $r_c = 2.90 a$



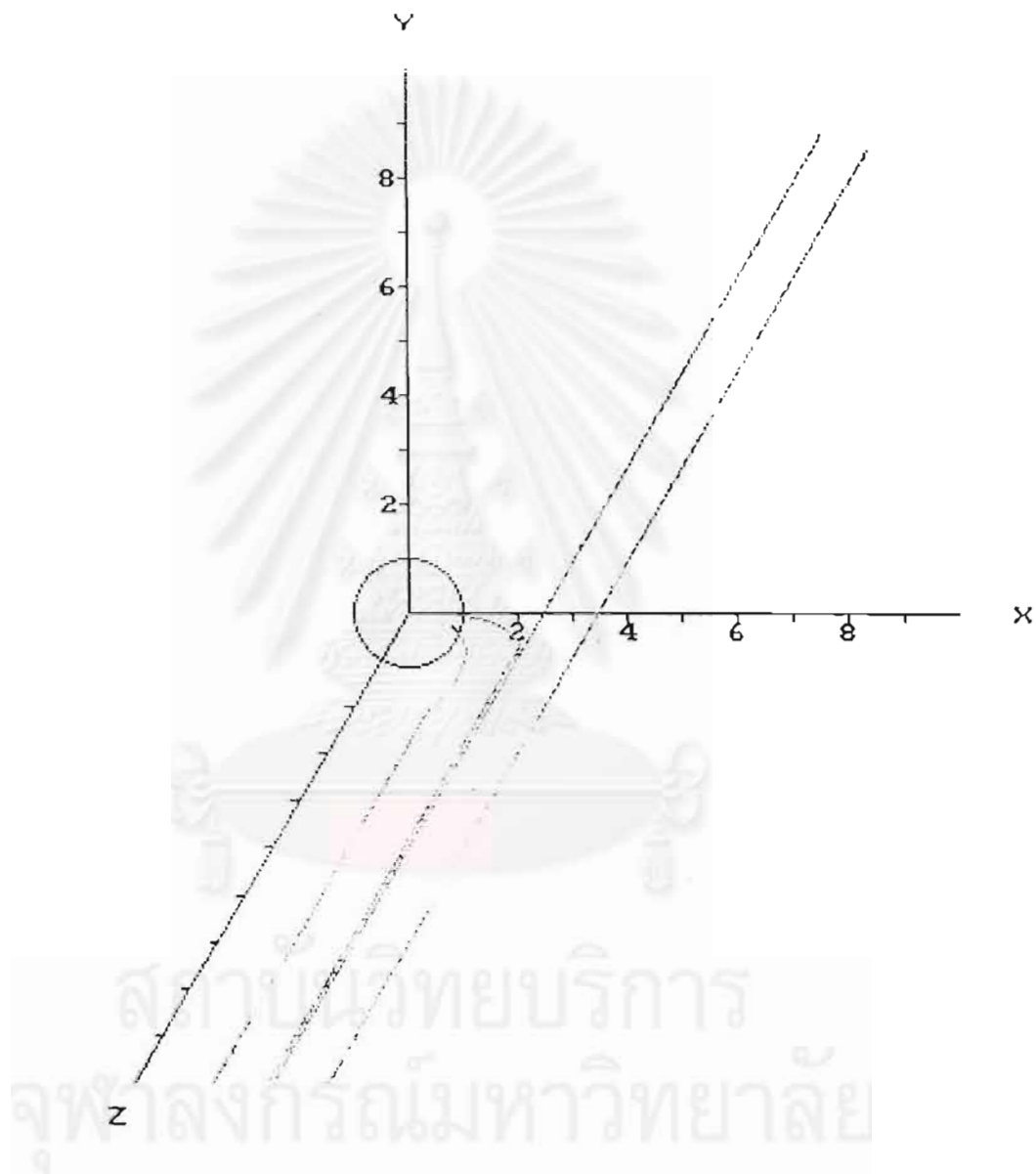
รูปที่ 6.3 ข. ภาพฉายของเส้นทางเดินของอนุภาคจากรูปที่ 6.3 ก.



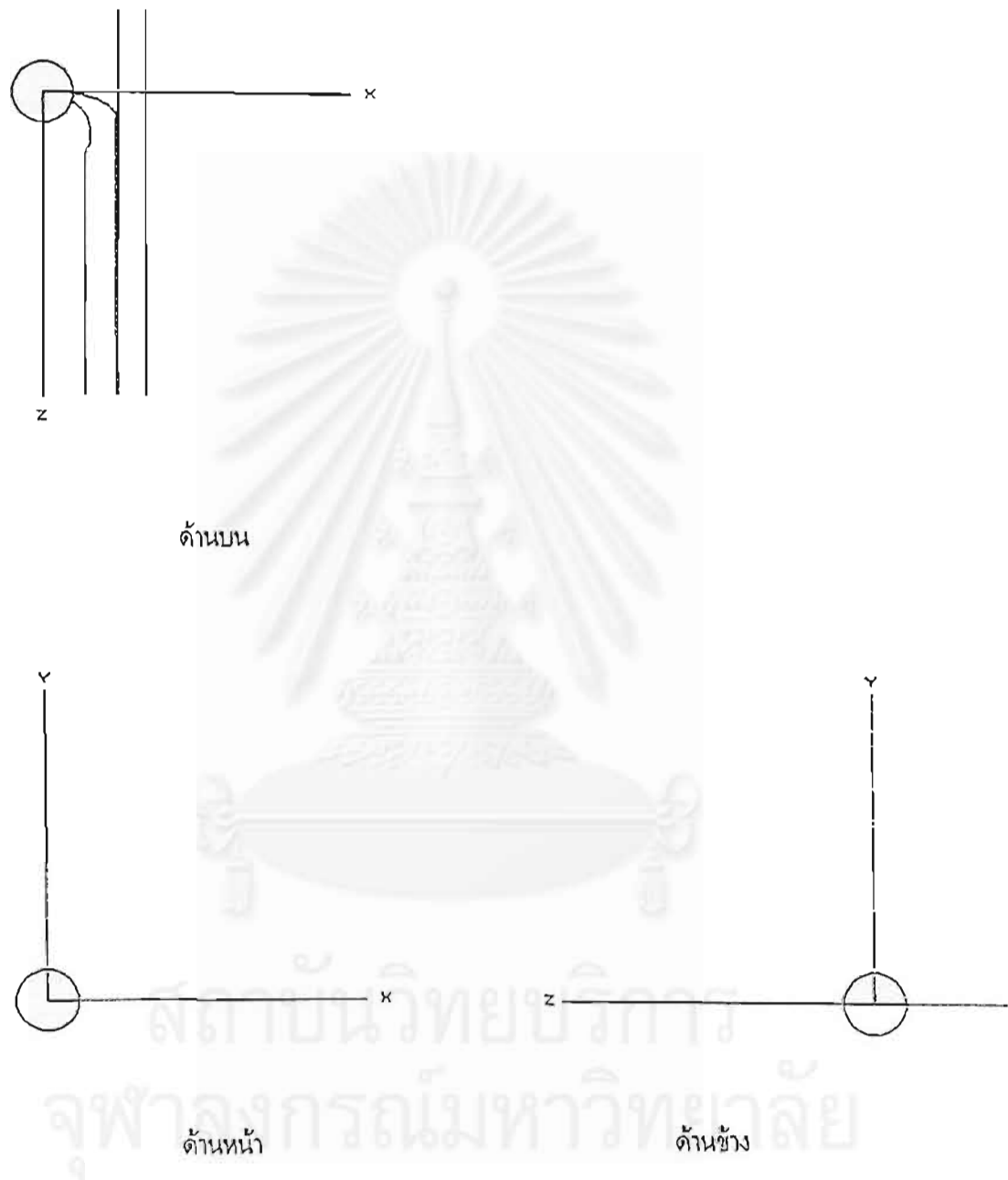
รูปที่ 6.4 ก. ภาพสามมิติของเส้นทางเดินของอนุภาคแบบพาราแมกเนติก โดยมุมเริ่มต้น $\phi_0 = 90^\circ$
 $v_{ma} = 828 \text{ s}^{-1}$, $v_{0a} = 20 \text{ s}^{-1}$, $k_s = 0.53$ และ $\gamma = 0.1$ รัศมีการจับ $r_c = 0a$



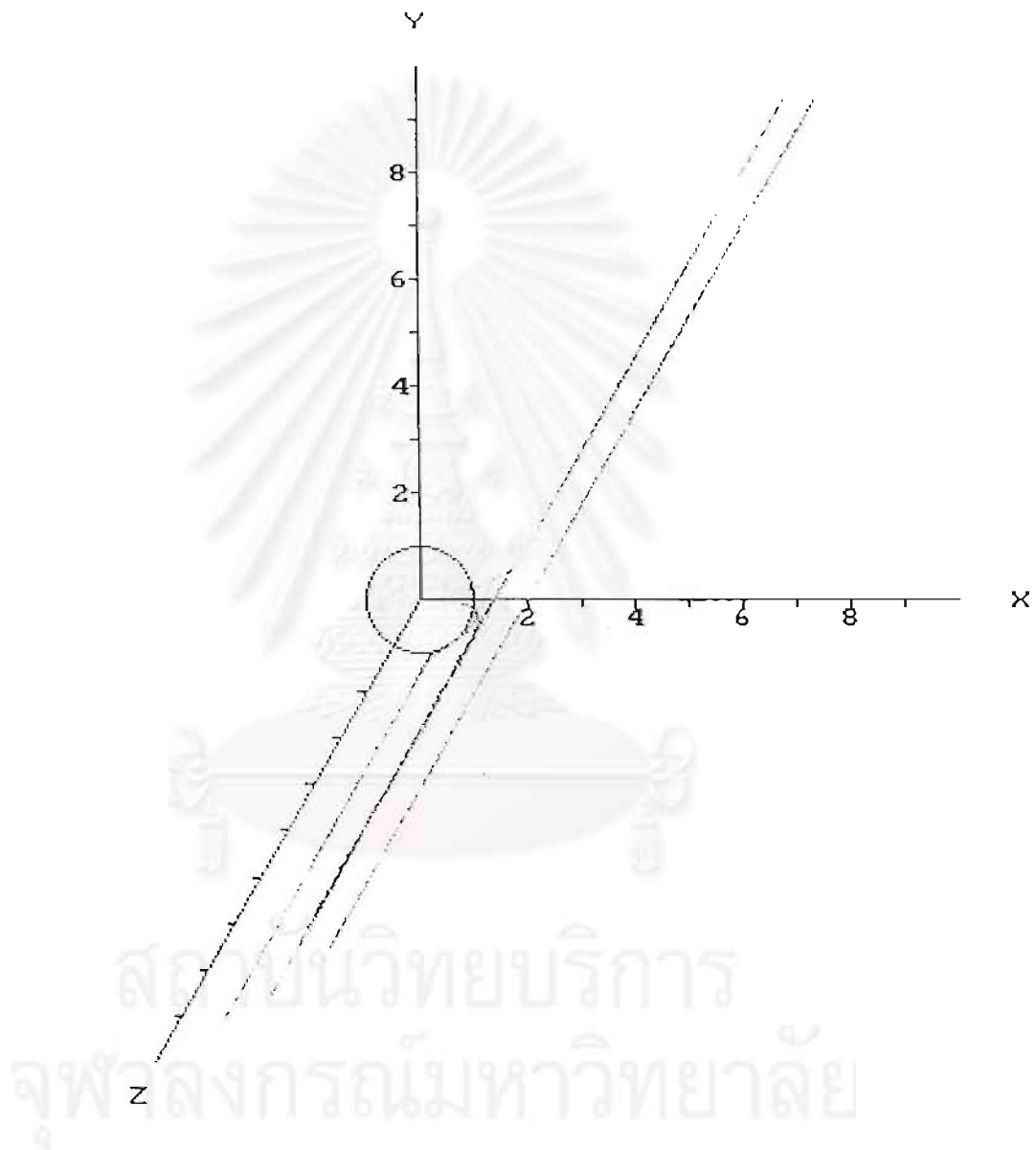
รูปที่ 6.4 ข. ภาพฉายของเส้นทางเดินของอนุภาคจากรูปที่ 6.4 ก.



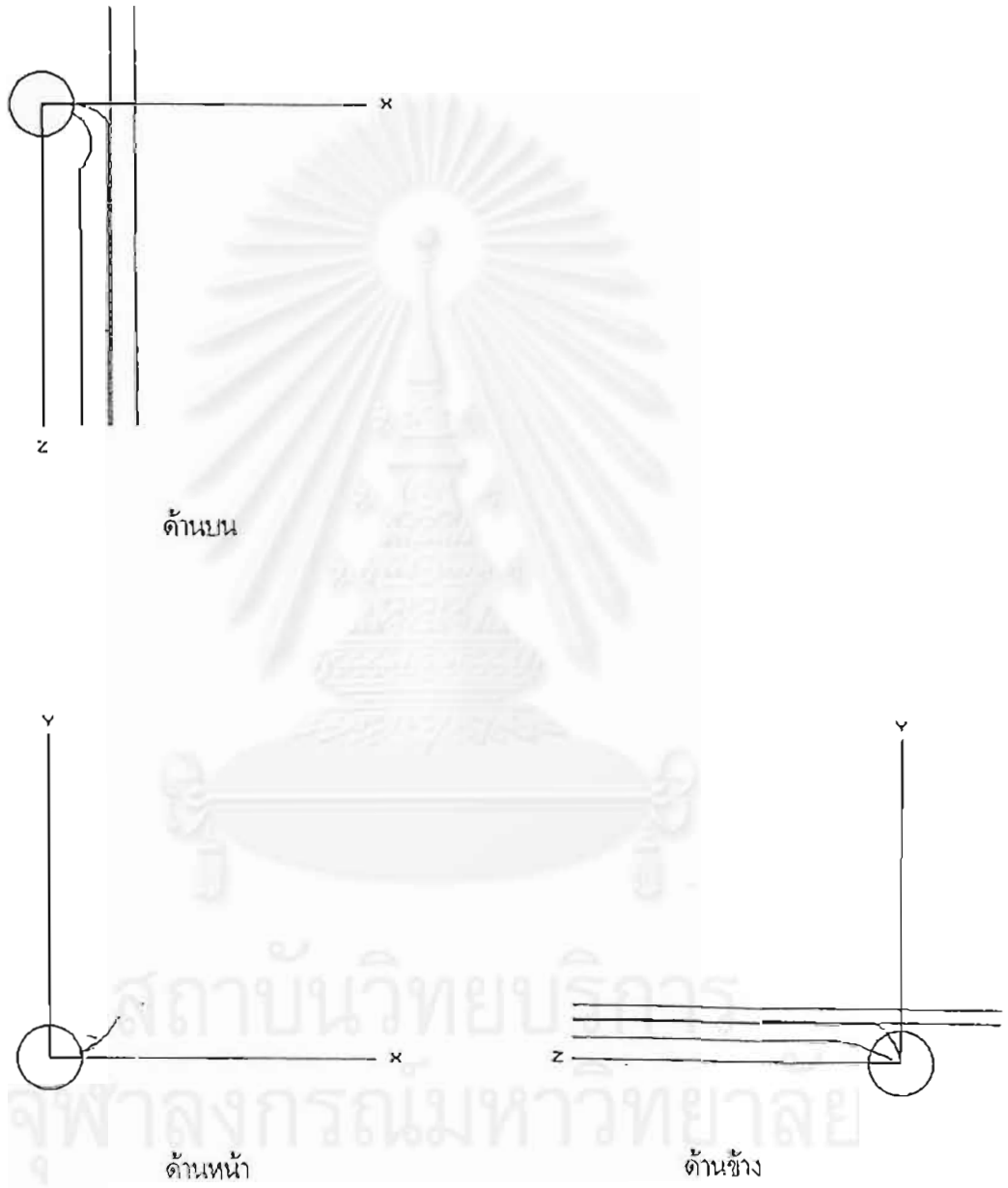
รูปที่ 6.5 ก. ภาพสามมิติของเส้นทางเดินของอนุภาคแบบพาราแมกเนติก โดยมุมเริ่มต้น $\phi_0 = 0^\circ$
 $v_{\text{rot}} = 828 \text{ s}^{-1}$, $v_{\text{tr}} = 20 \text{ s}^{-1}$, $k_s = 0.53$ และ $\gamma = 0.4$ รัศมีการจับ $r_c = 2.45 a$



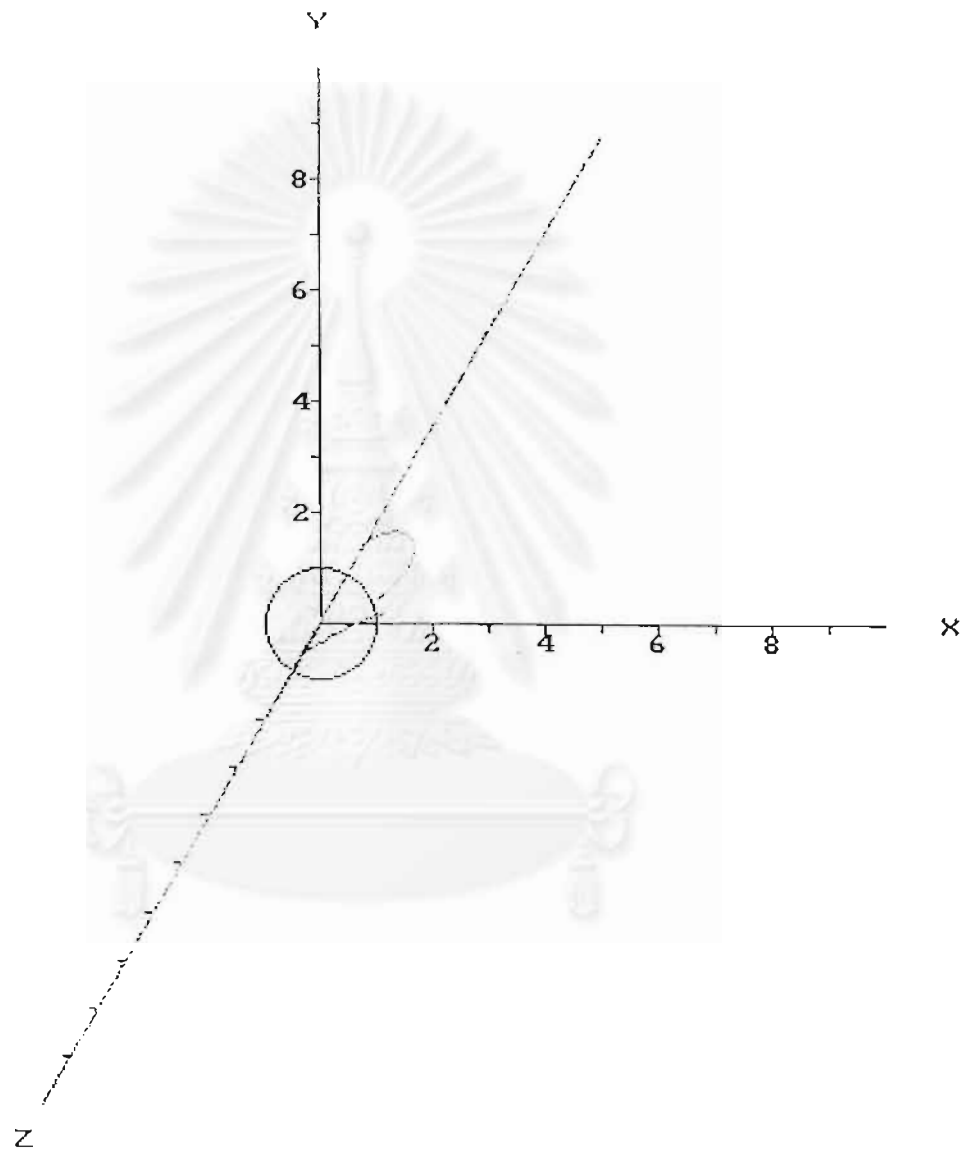
รูปที่ 6.5 ข. ภาพฉายของเส้นทางเดินของอนุภาคจากรูปที่ 6.5 ก.



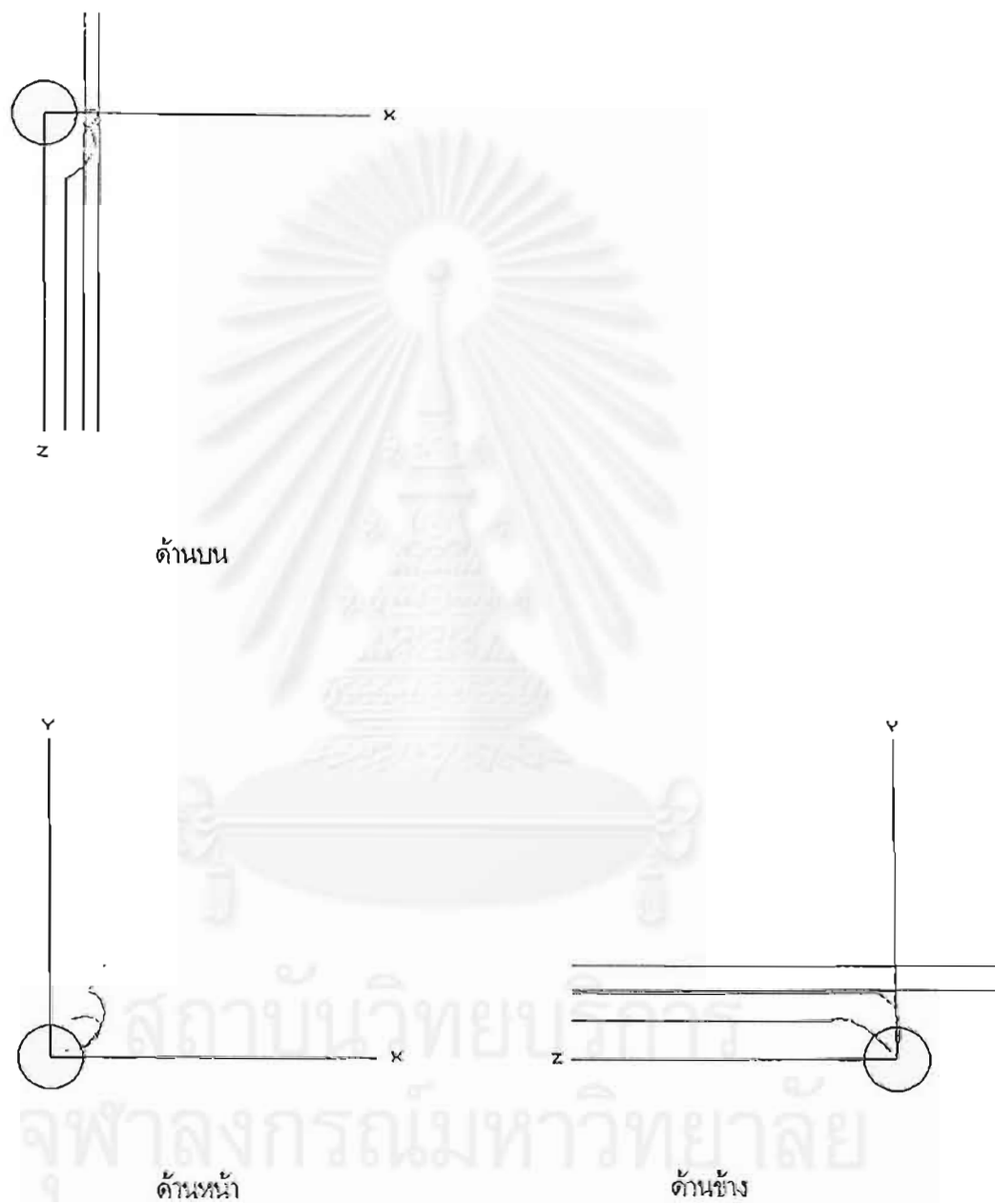
รูปที่ 6.6 ก. ภาพสามมิติของเส้นทางเดินของอนุภาคแบบพาราแมกเนติก โดยมุมเริ่มต้น $\phi_0 = 30^\circ$
 $v_{mo} = 828 \text{ s}^{-1}$, $v_{\omega e} = 20 \text{ s}^{-1}$, $k_s = 0.53$ และ $\gamma = 0.4$ รัศมีการจับ $r_c = 2.45 a$



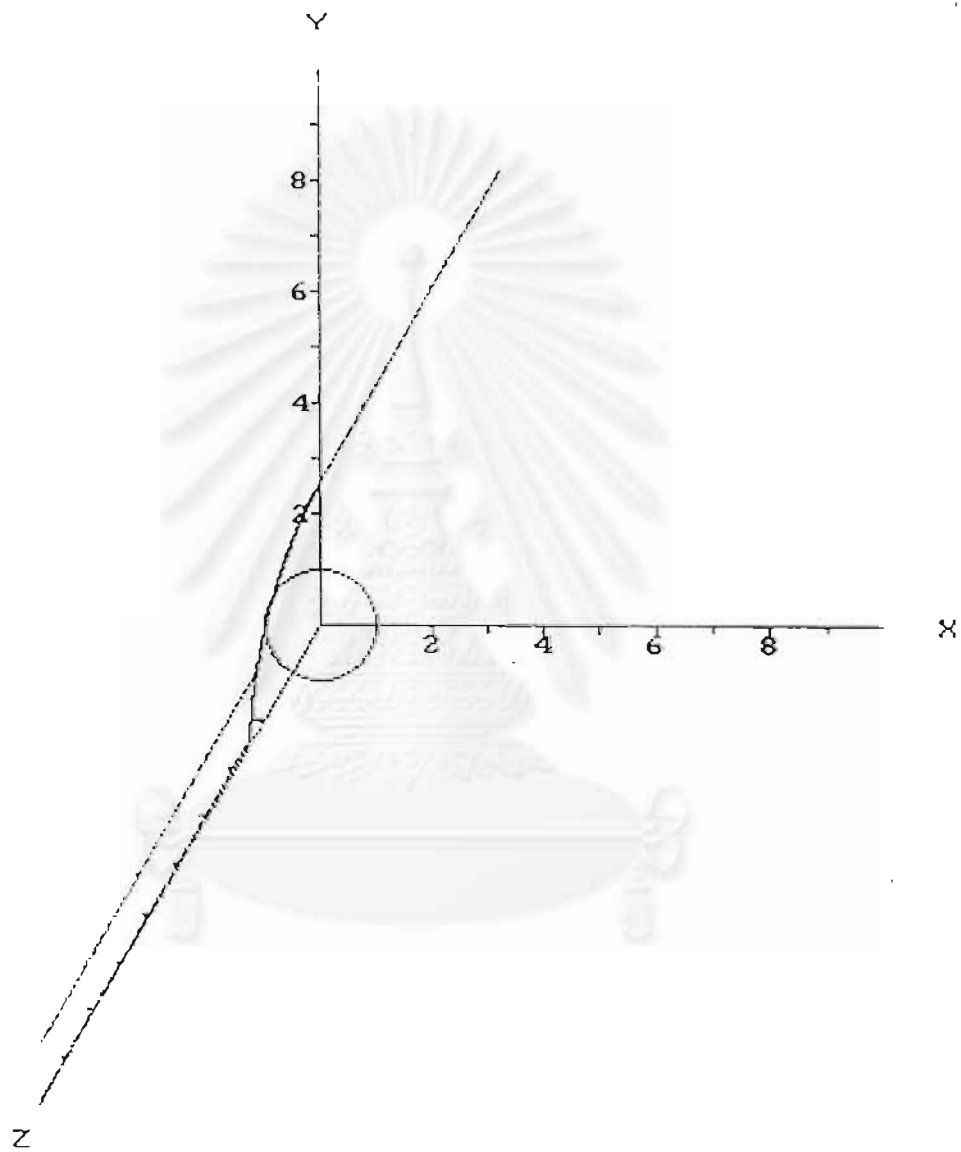
รูปที่ 6.6 ข. ภาพฉายของเส้นทางดินของอนุสาวรีย์จากรูปที่ 6.6 ก.



รูปที่ 6.7 ก. ภาพสามมิติของเส้นทางเดินของอนุภาคแบบพลาสมาแมกเนติก โดยมุมเริ่มต้น $\phi_0 = 60^\circ$
 $v_{ms} = 828 \text{ s}^{-1}$, $v_{to} = 20 \text{ s}^{-1}$, $k_s = 0.53$ และ $\gamma = 0.4$ รัศมีกวัดจับ $r_i = 2.45 \text{ a}$

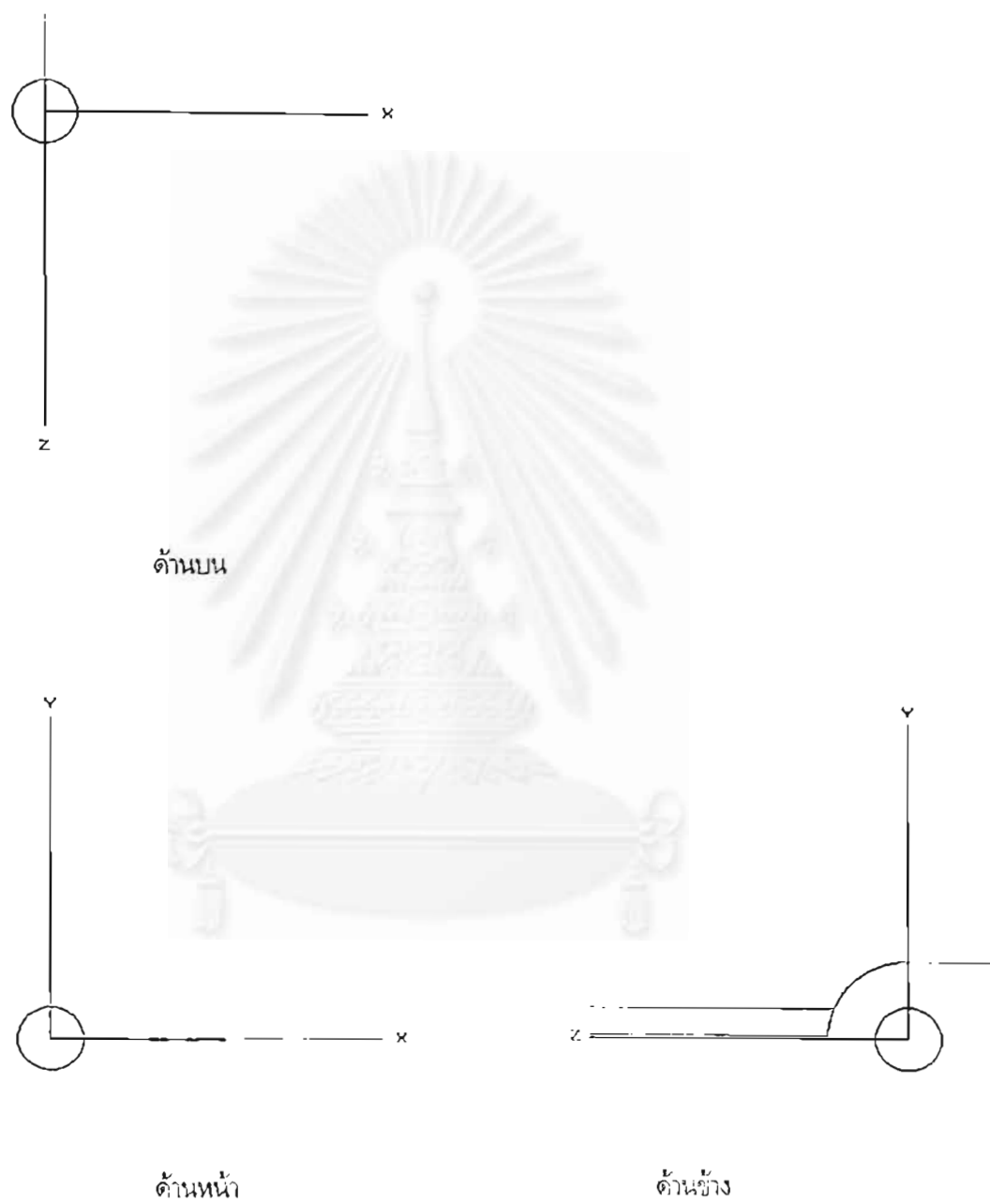


รูปที่ 6.7 ข. ภาพฉายของเส้นทางเดินของอนุภาคจากรูปที่ 6.7 ก.

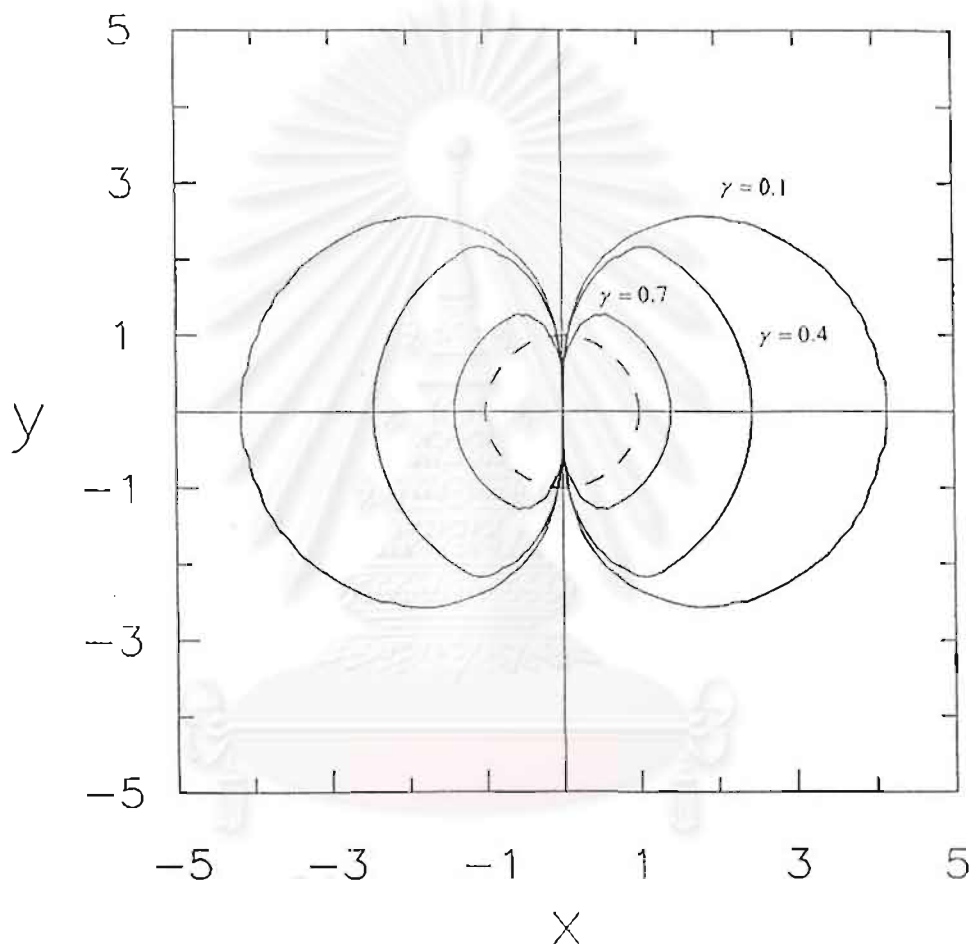


รูปที่ 6.8 ก. ภาพสามมิติของเส้นทางเดินของอนุภาคของบรูว์นเนอร์แบบเจ็ท โดยมุมเริ่มต้น $\phi_0 = 90^\circ$

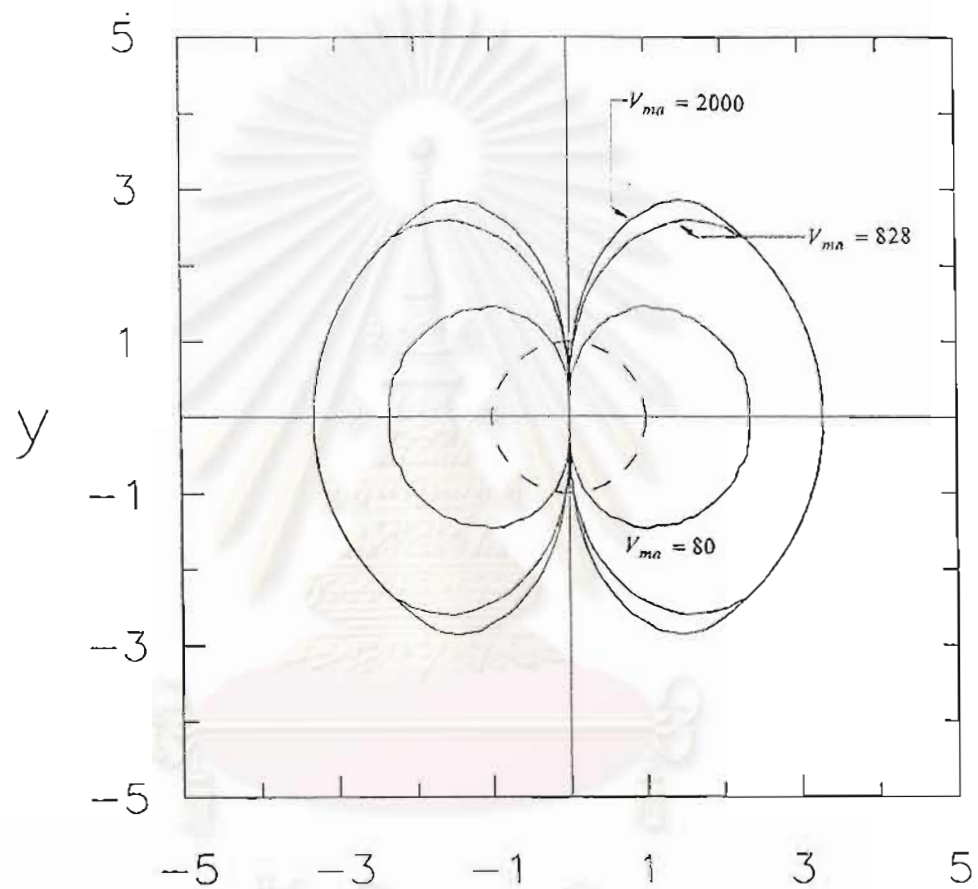
$v_{max} = 828 \text{ s}^{-1}$, $v_{min} = 20 \text{ s}^{-1}$, $k_s = 0.53$ และ $\gamma = 0.4$ โดยมีค่าจับ $r_c = 0a$



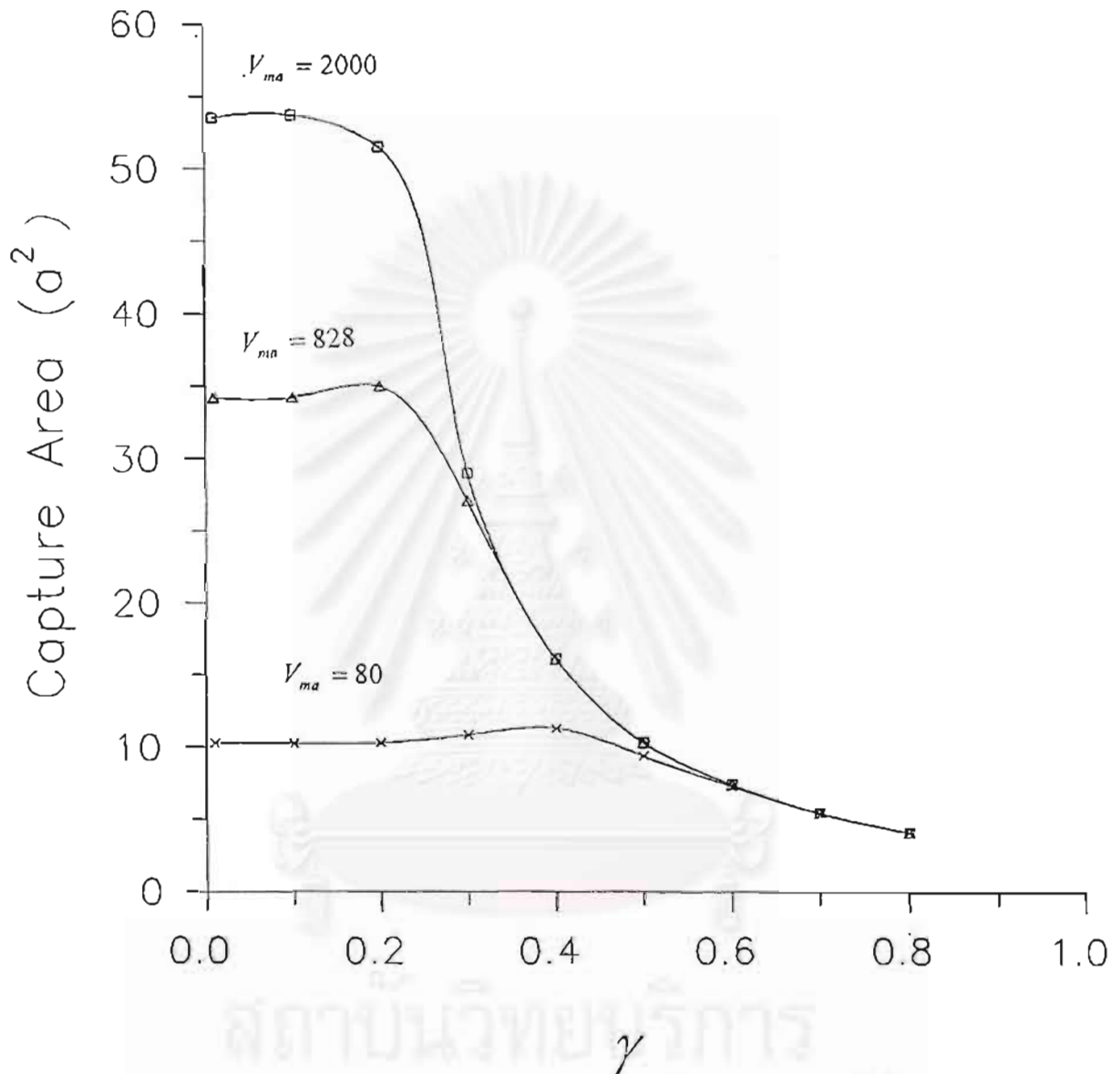
รูปที่ 6.8 ข. ภาพฉายของเส้นทางเดินของอนุภาคจากรูปที่ 6.8 ก.



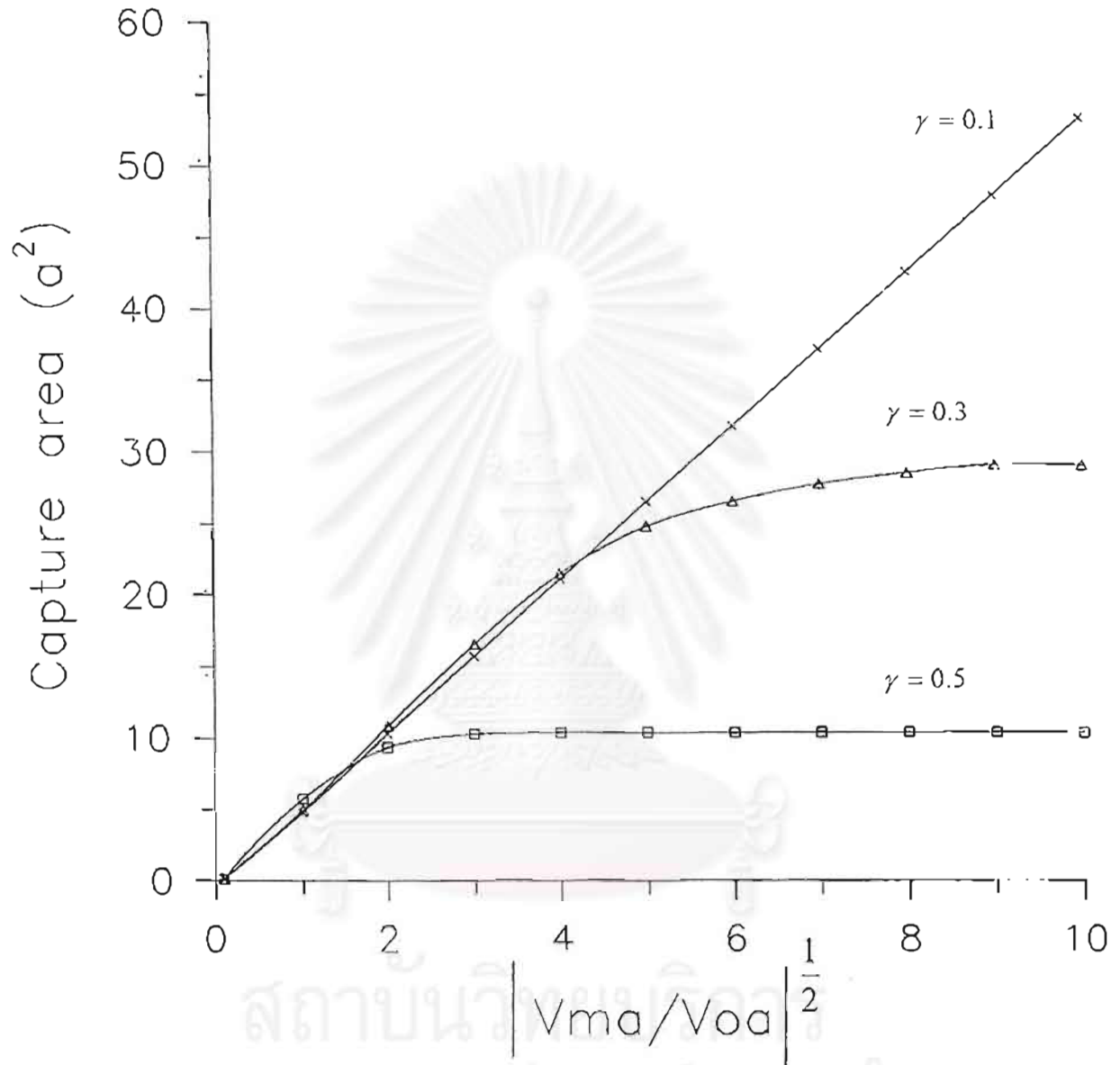
รูปที่ 6.9 พื้นที่การจับของอนุภาคแบบพาราแมกเนติกที่ค่า γ ต่างกันสามค่าคือ $\gamma = 0.1$, 0.4 และ 0.7 โดย $\gamma = 0.1$ คือวงนอกสุด (พื้นที่มากที่สุด) $\gamma = 0.7$ คือวงในสุด (พื้นที่น้อยที่สุด) เส้นประรูปวงกลมคือตัวจับ ให้ $v_{ma} = 828 \text{ s}^{-1}$, $v_{on} = 20 \text{ s}^{-1}$, $k_s = 0.53$



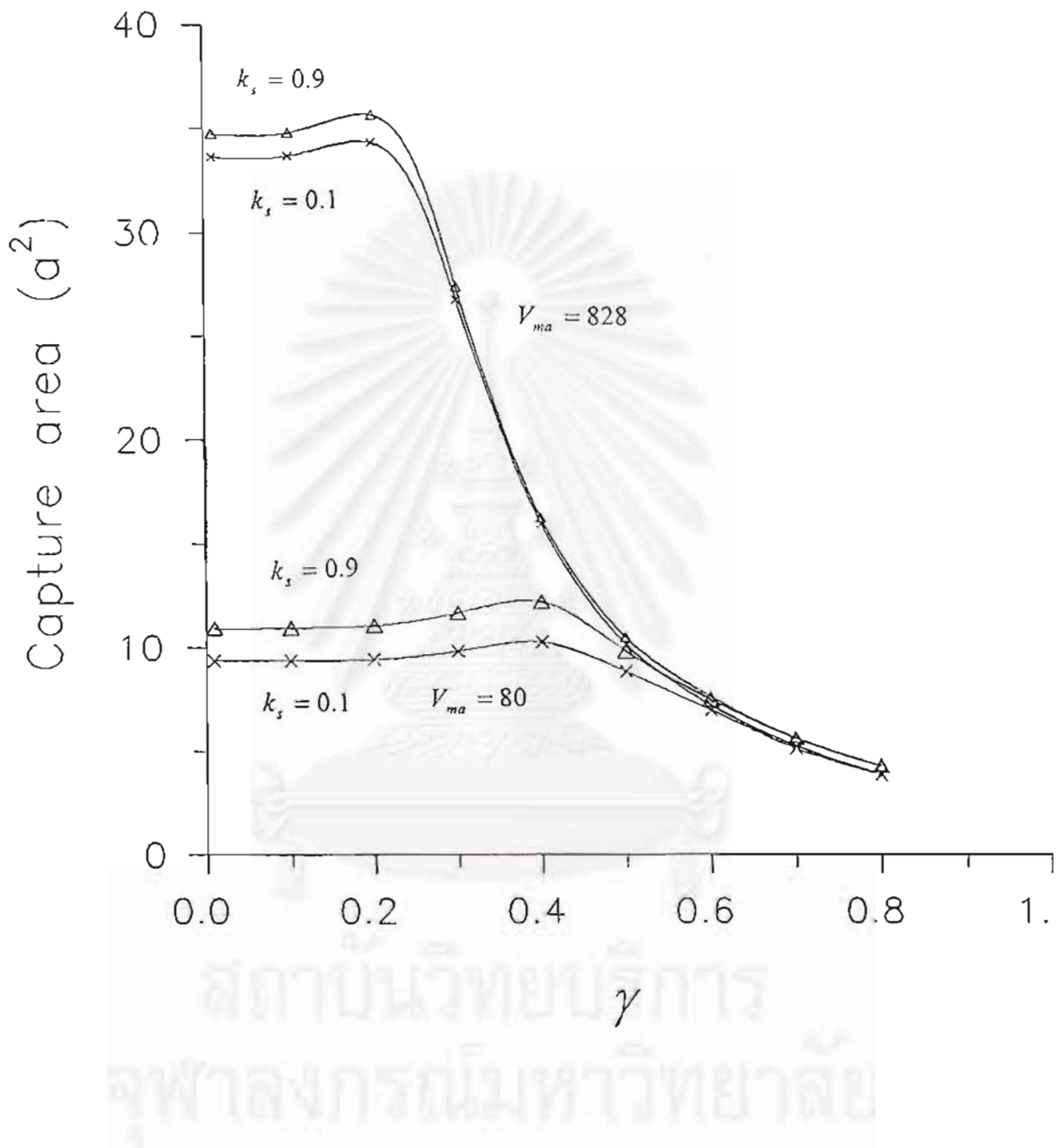
รูปที่ 6.10 พื้นที่การจับของอนุภาคแบบพาราแมกเนติกที่ค่า v_{min} ต่างกันสามค่าคือ $v_{min} = 80$, 828 และ 2000 โดย $v_{min} = 2000$ คือวงนอกสุด (พื้นที่มากที่สุด) $v_{min} = 80$ คือวงในสุด (พื้นที่น้อยที่สุด) เส้นประรูปวงกลมคือตัวจับ ใช้ $\gamma = 0.3$, $v_{00} = 20 \text{ s}^{-1}$, $k_s = 0.53$



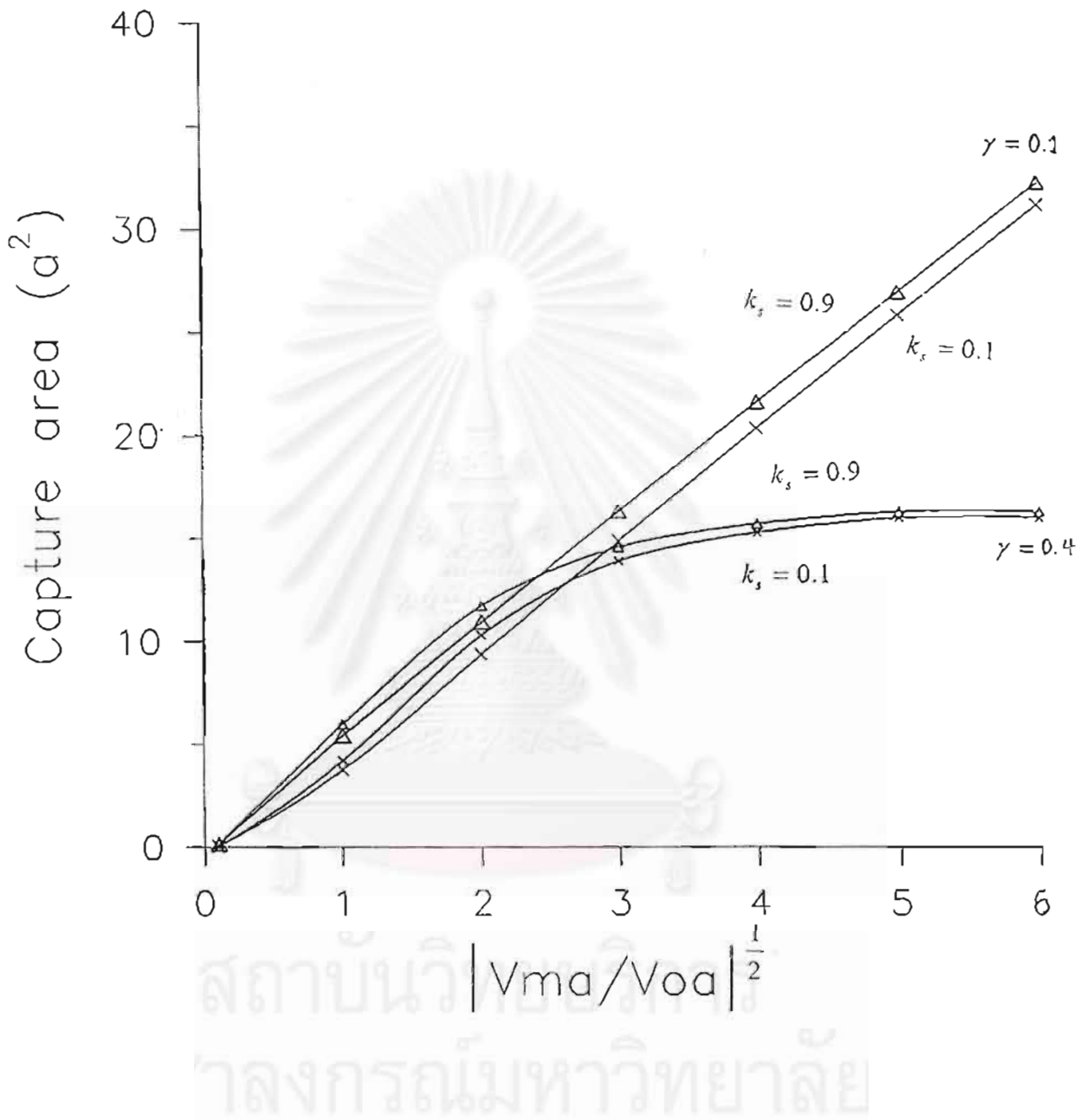
รูปที่ 6.11 กราฟระหว่างพื้นที่การจับกับ γ ของอนุภาคแบบพาราแมกเนติก โดยใช้ v_{ma} ต่างกันสามค่าคือ $v_{ma} = 80, 828$ และ 2000 s^{-1} $v_{0n} = 20 \text{ s}^{-1}$, $k_1 = 0.53$



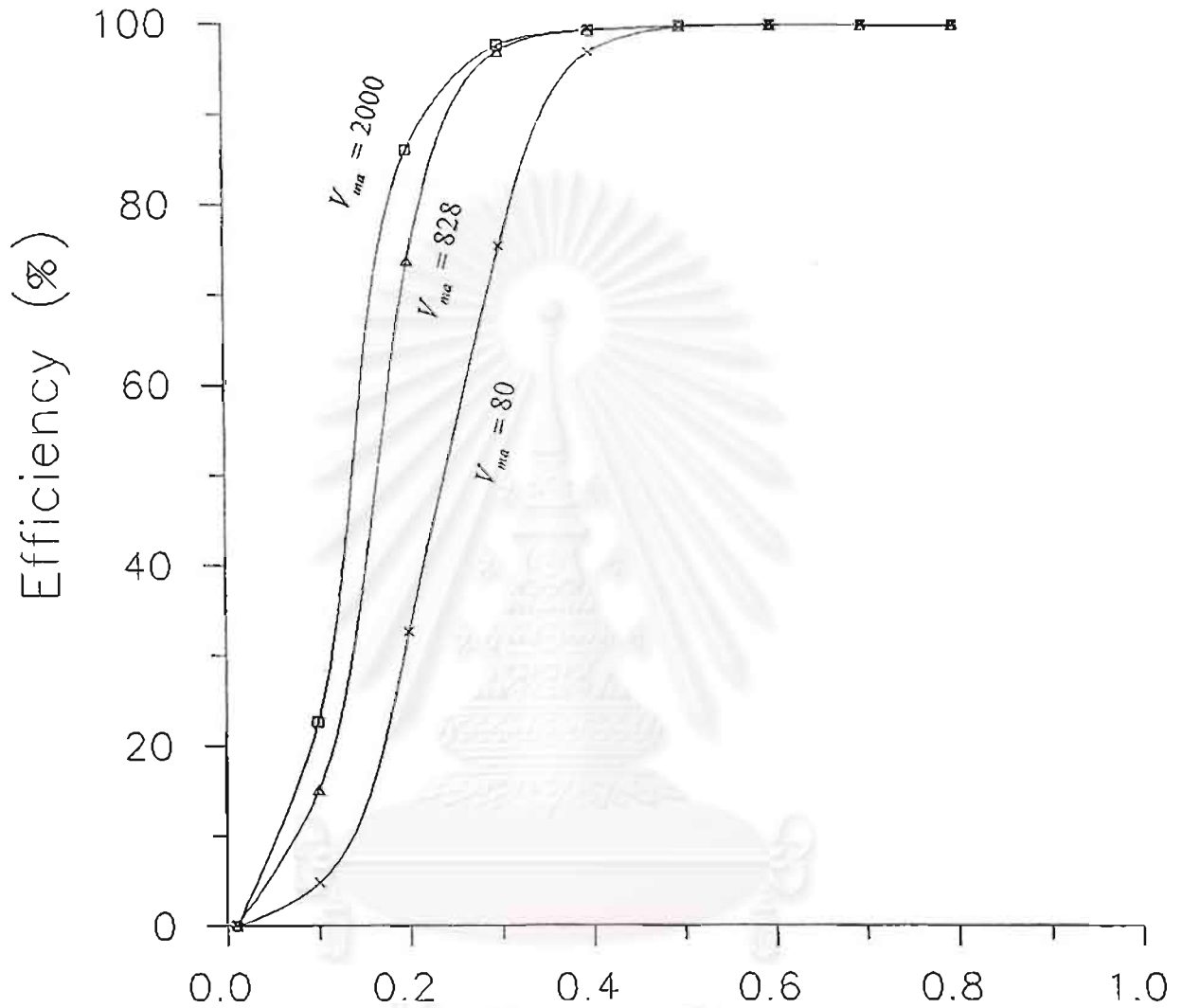
รูปที่ 6.12 กราฟระหว่างพื้นที่การจับกับ $|v_{ma}/v_{0a}|^{1/2}$ ของอนุภาคแบบพาราแมกเนติกโดยใช้ γ ต่างกันระลอก
ค่าคือ $\gamma = 0.1, 0.3$ และ 0.5 $v_{0a} = 20 \text{ s}^{-1}$, $k_s = 0.53$



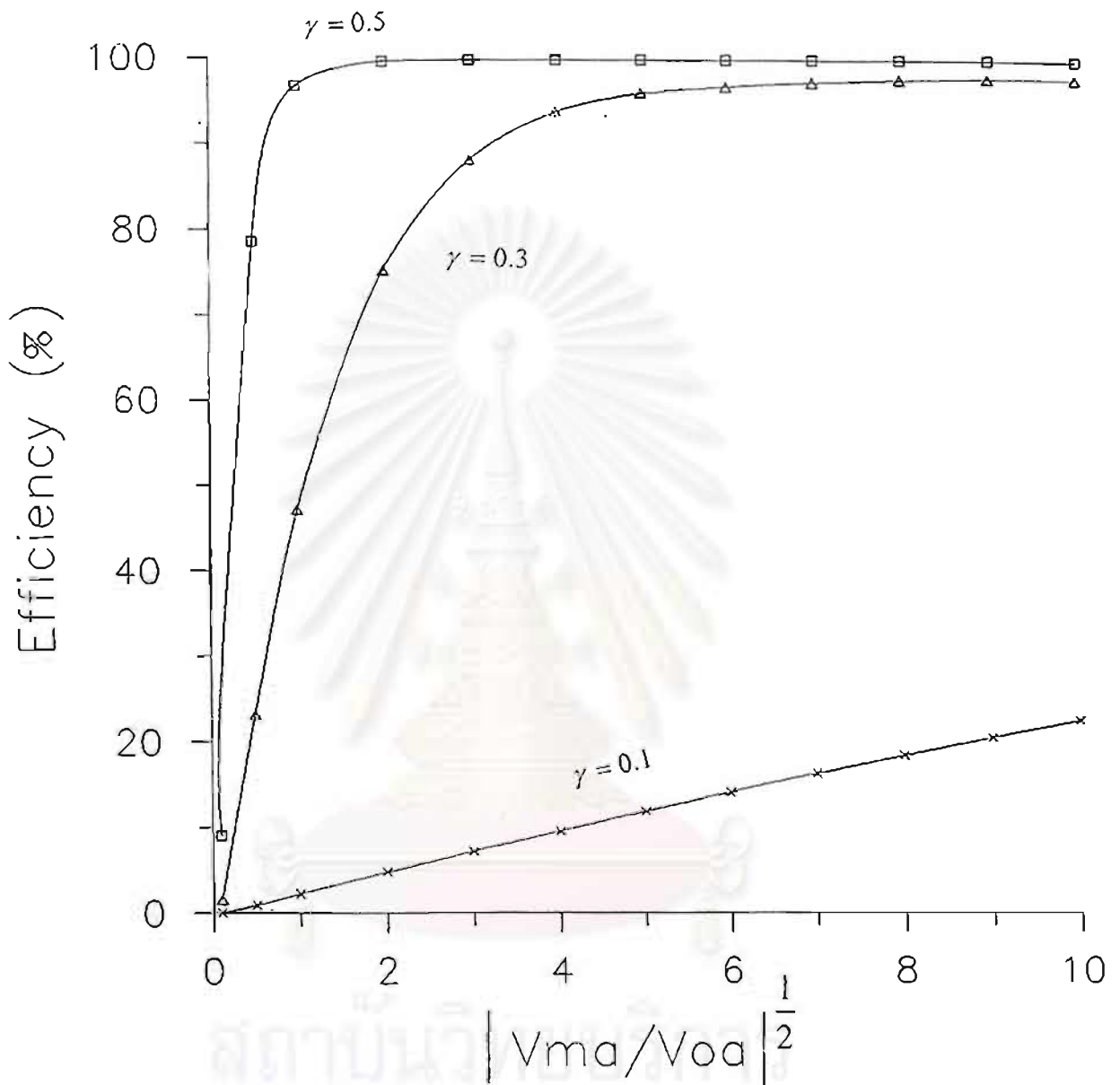
รูปที่ 6.13 กราฟระหว่างพื้นที่การจับกับ γ ของอนุภาคแบบพาราแมกเนติก โดยใช้ค่า $k_s = 0.1$ และ 0.9 ที่ค่า v_{ma} ต่างกันสองค่าคือ $v_{ma} = 80$ และ 828 s^{-1} , $v_{0a} = 20 \text{ s}^{-1}$



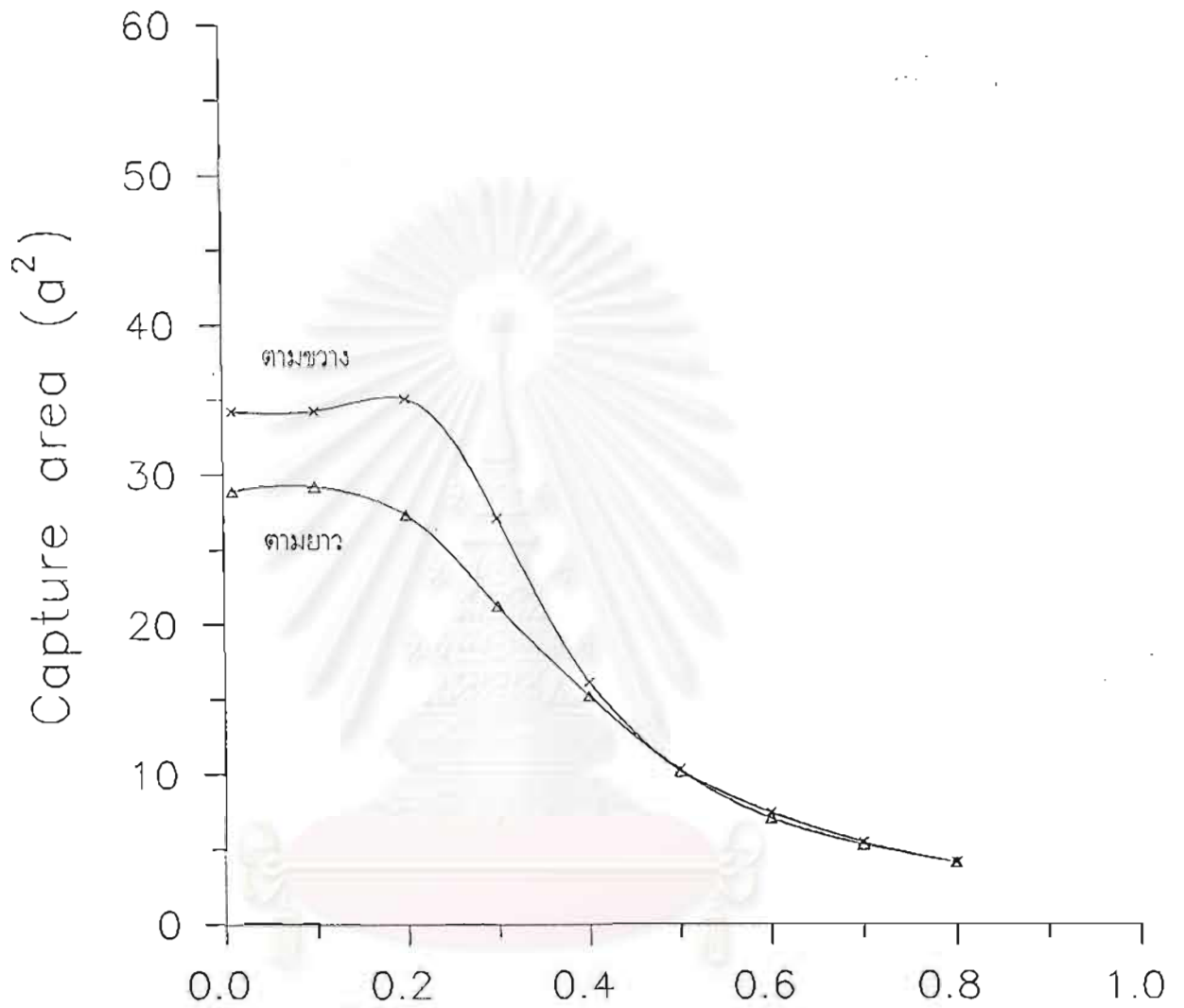
รูปที่ 6.14 กราฟระหว่างพื้นที่การจับกับ $|v_{ma}/v_{0a}|^{1/2}$ ของอนุภาคแบบพาราแมกเนติก โดยใช้ค่า $k_s = 0.1$ และ 0.9 ที่ค่า γ ต่างกันสองค่าคือ $\gamma = 0.1$ และ 0.4 , $v_{0a} = 20 \text{ s}^{-1}$



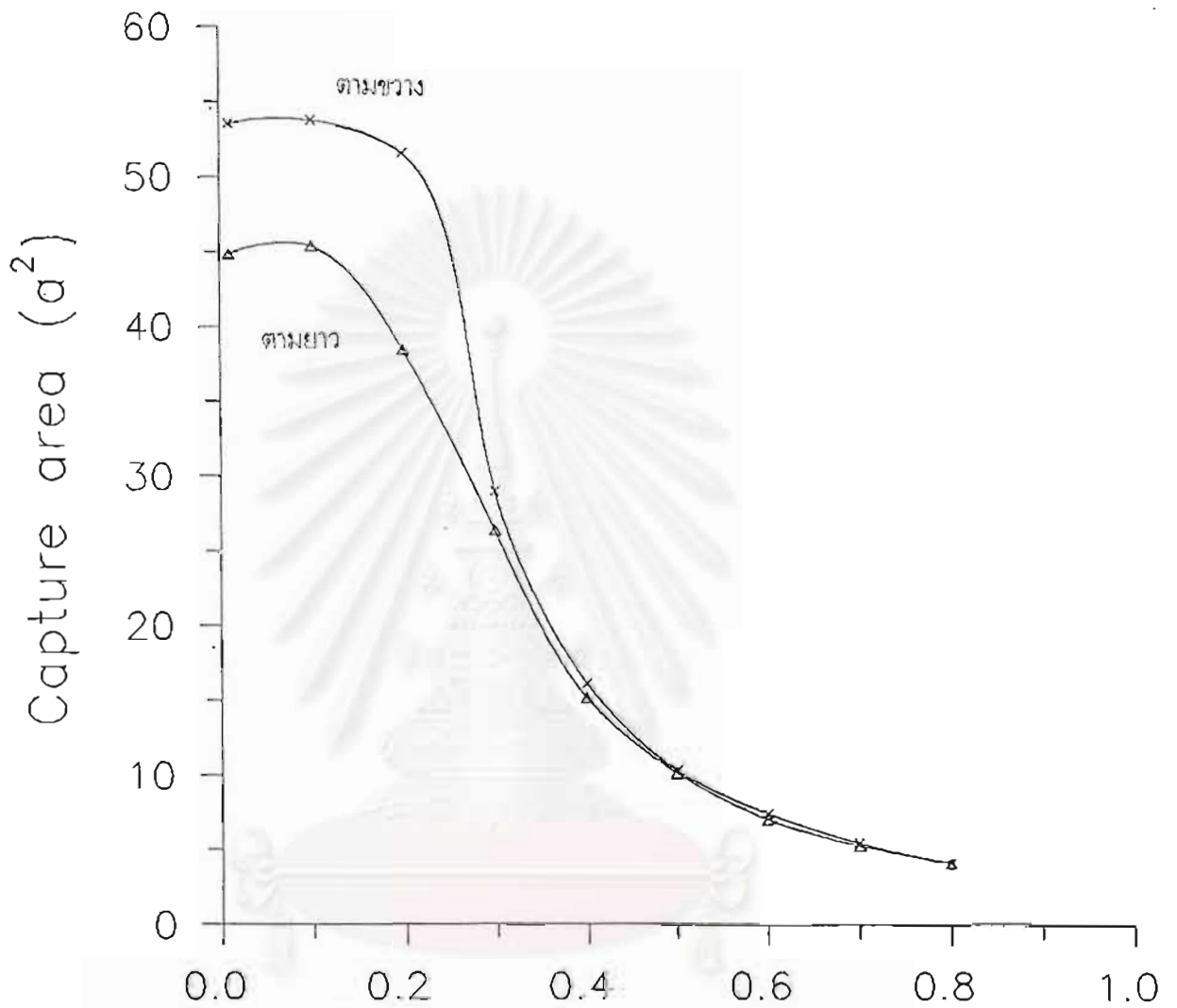
รูปที่ 6.15 กราฟระหว่างประสิทธิภาพกับ γ ของอนุภาคแบบพาราแมกเนติก โดยใช้ค่า v_{ma} ต่างกันสามค่า คือ $v_{ma} = 80, 828$ และ 2000 s^{-1} , $v_{oa} = 20 \text{ s}^{-1}$, $k_s = 0.53$ $La = 20$



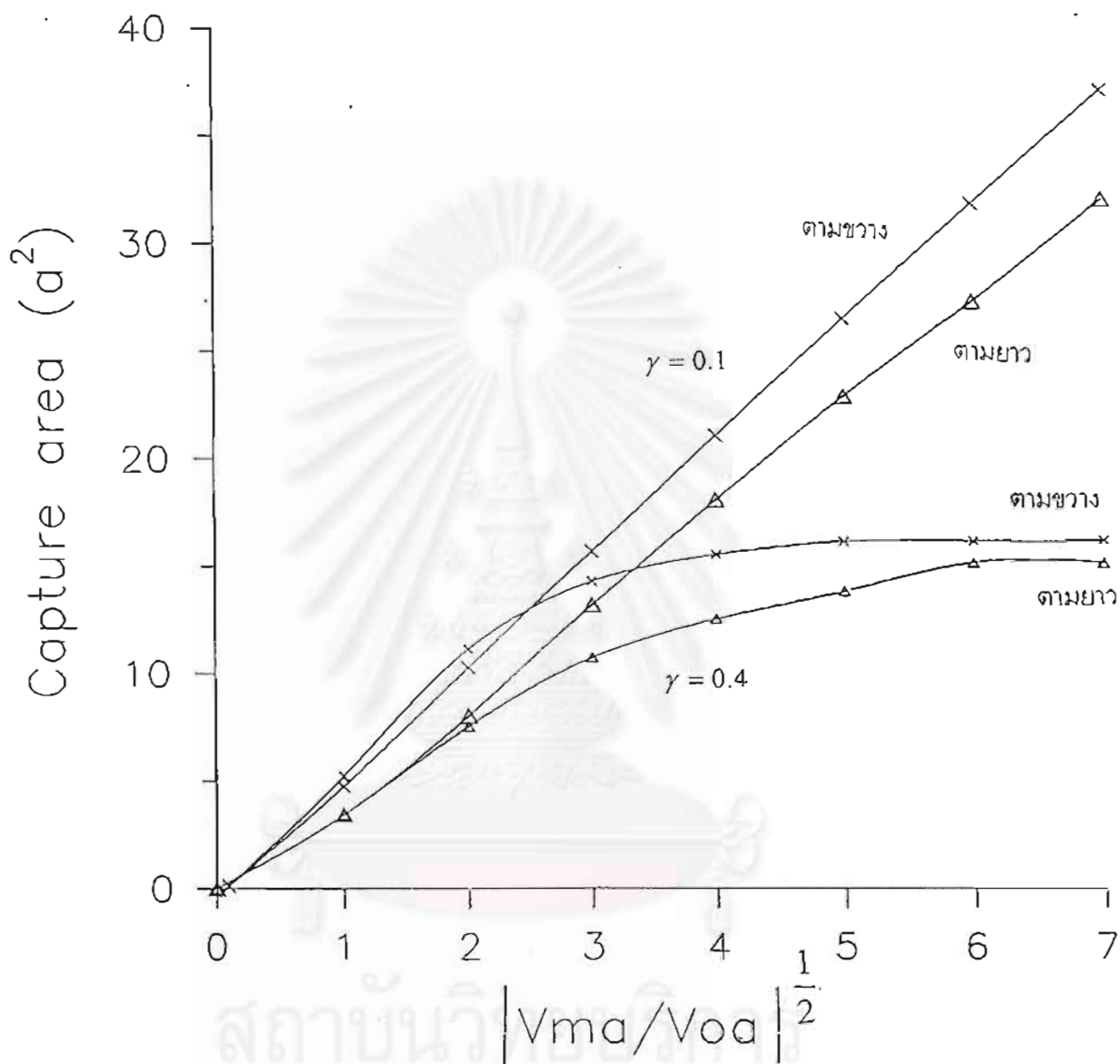
รูปที่ 6.16 กราฟระหว่างประสิทธิภาพกับ $|v_{ma}/v_{oa}|^{1/2}$ ของอนุภาคแบบพาราแมกเนติก โดยใช้ค่า γ ต่างกันสามค่าคือ $\gamma = 0.1, 0.3$ และ 0.5 , $v_{oa} = 20 \text{ s}^{-1}$, $k_s = 0.53$ $Ln = 20$



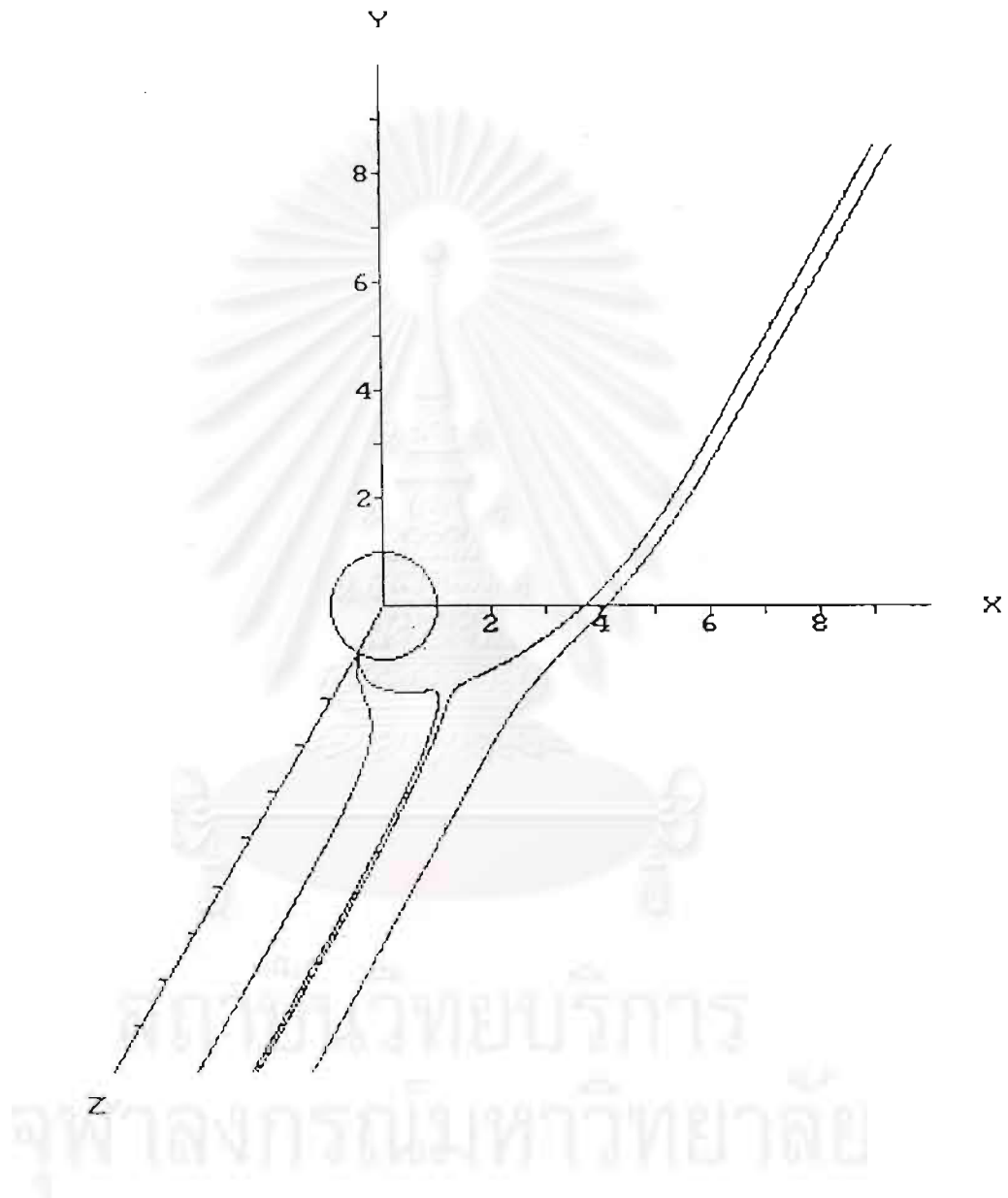
รูปที่ 6.17 กราฟระหว่างพื้นที่ที่กรจับกับ γ ของอนุภาคแบบพาราแมกเนติก โดยเปรียบเทียบการกรองแบบตามขวางและการกรองแบบตามยาว ใช้ค่า $v_{me} = 828 \text{ s}^{-1}$, $v_{oa} = 20 \text{ s}^{-1}$, $k_s = 0.53$



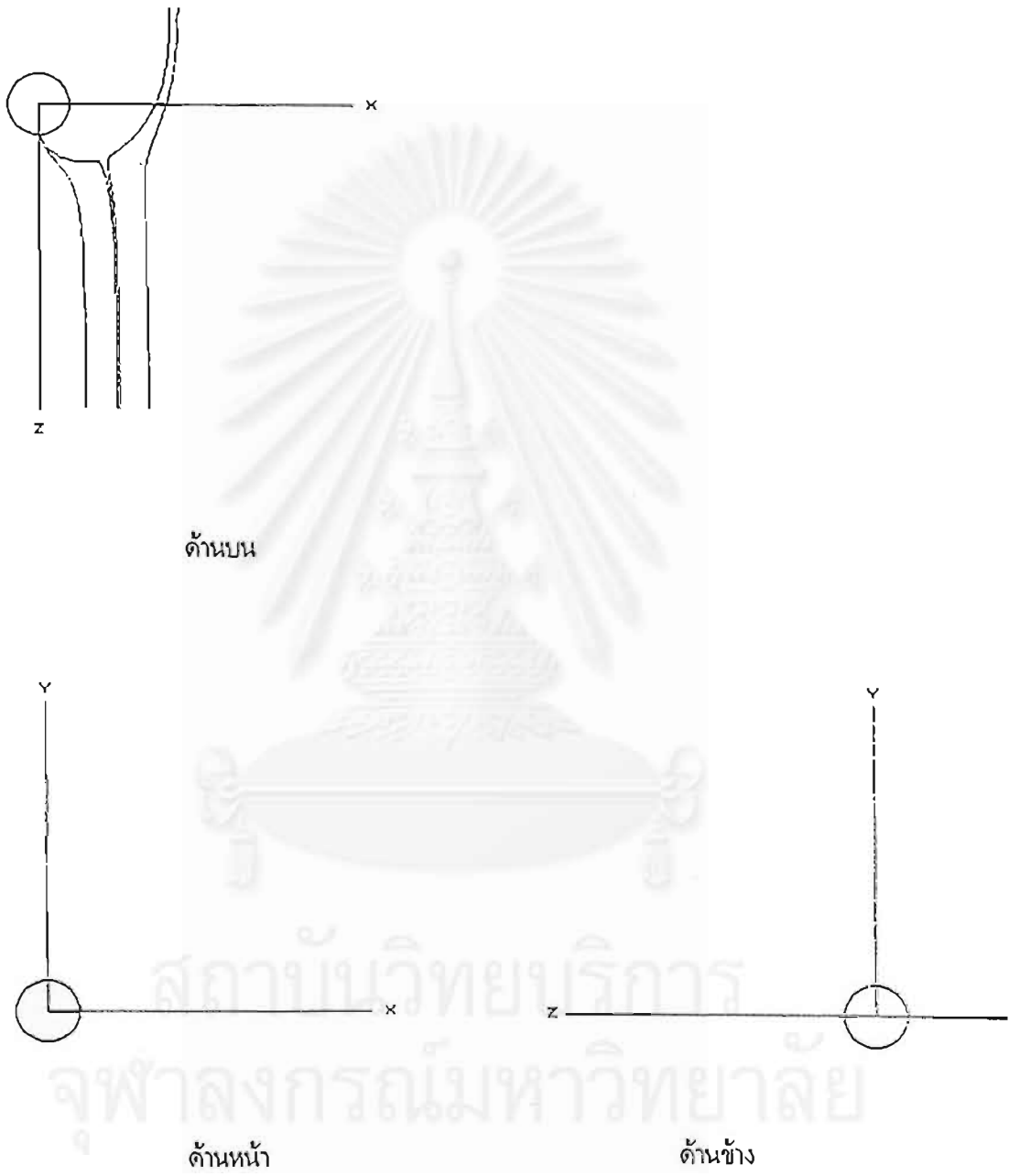
รูปที่ 6.18 กราฟเปรียบเทียบพื้นที่การจับกับ γ ของอนุภาคแบบพาราแมกเนติก โดยเปรียบเทียบการกรองแบบตามขวางและการกรองแบบตามยาว ใช้ค่า $v_{mt} = 2000 \text{ s}^{-1}$, $v_{oa} = 20 \text{ s}^{-1}$, $k = 0.53$



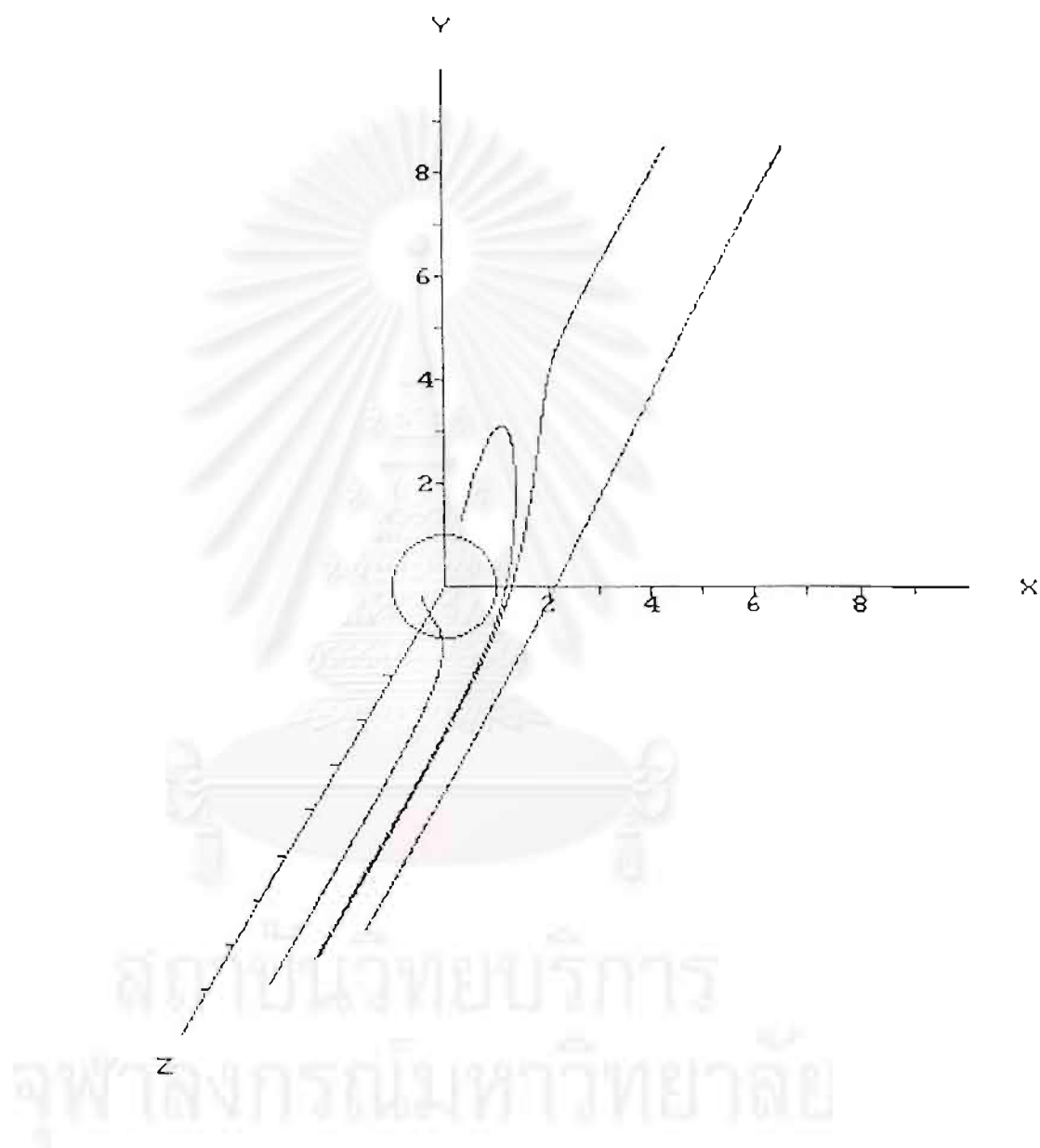
รูปที่ 6.19 กราฟระหว่างพื้นที่การจับกับ $|v_{ma}/v_{oa}|^{1/2}$ ของอนุภาคแบบพาราแมกเนติก โดยเปรียบเทียบการกรองแบบตามขวางและการกรองแบบตามยาว ใช้ค่า γ ต่างกันสองค่าคือ $\gamma = 0.1$ และ $\gamma = 0.4$
 $v_{oa} = 20 \text{ s}^{-1}$, $k_s = 0.53$



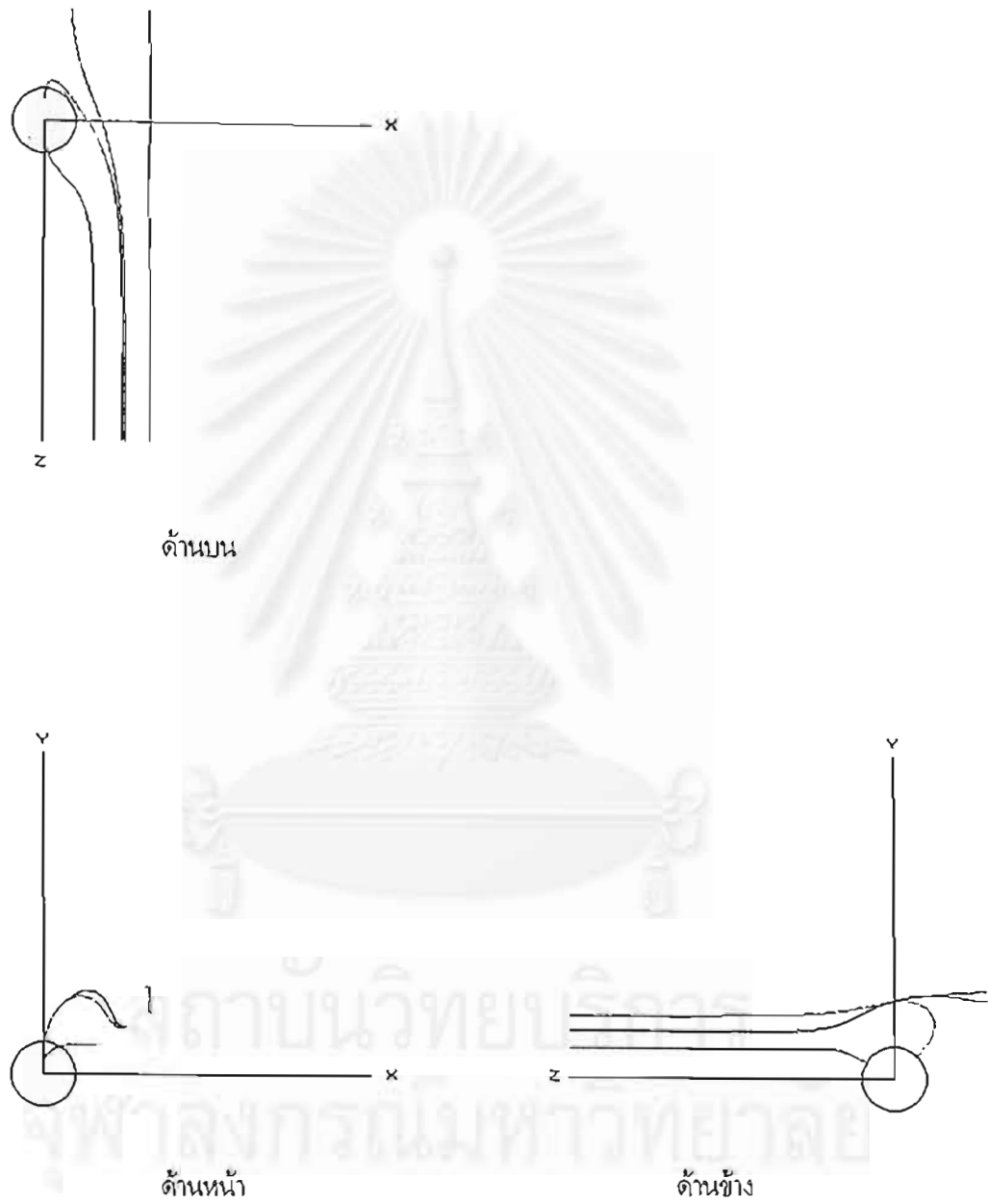
รูปที่ 6.20 ก ภาพสามมิติของเส้นทางการเดินของอนุภาคแบบไดอะแมกเนติก โดยมุมเริ่มต้น $\phi_0 = 0^\circ$
 $v_{ma} = -828 \text{ s}^{-1}$, $v_{0a} = 20 \text{ s}^{-1}$, $k_s = 0.53$ และ $\gamma = 0.1$ รัศมีการจับ $r_c = 2.50 \text{ a}$



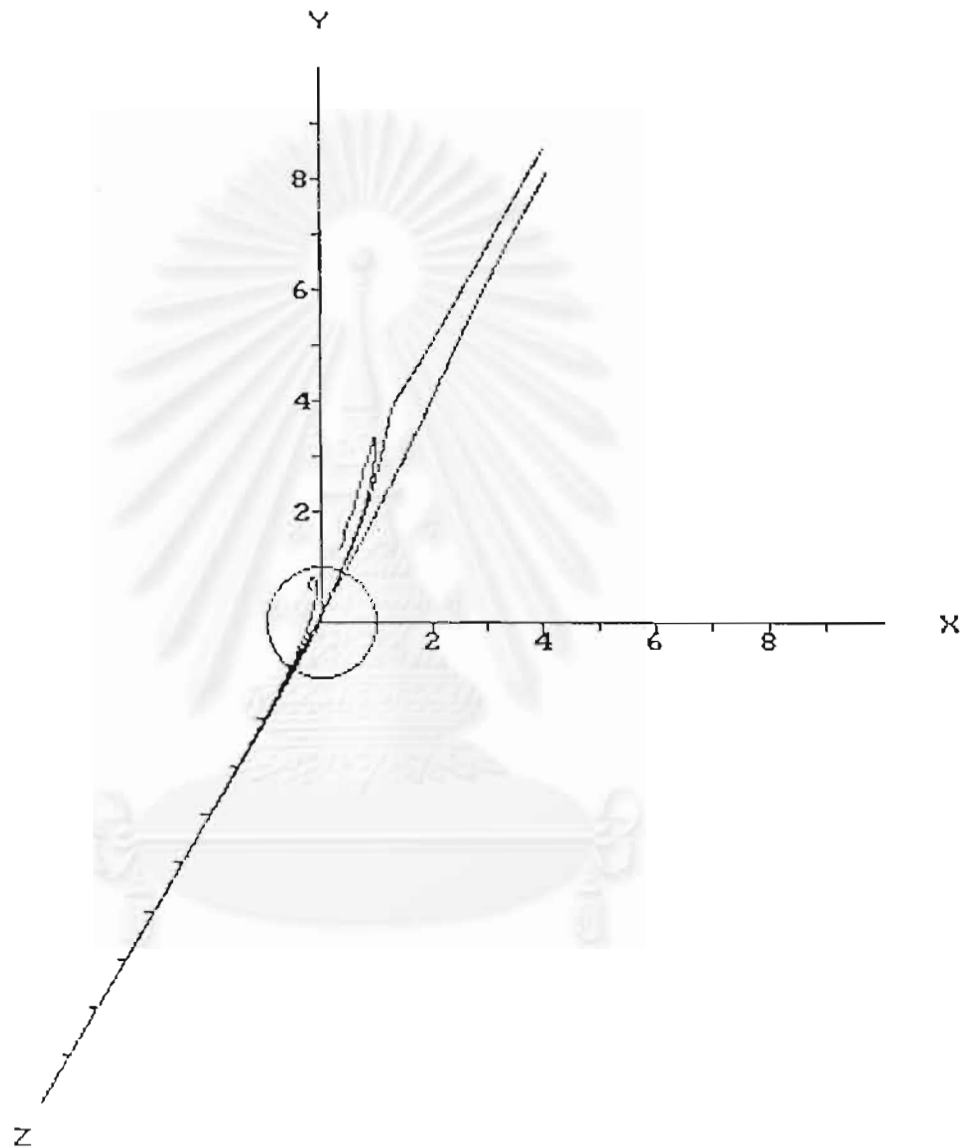
รูปที่ 6.20 ข. ภาพฉายของเส้นทางเดินของอนุภาคจากรูปที่ 6.20 ก.



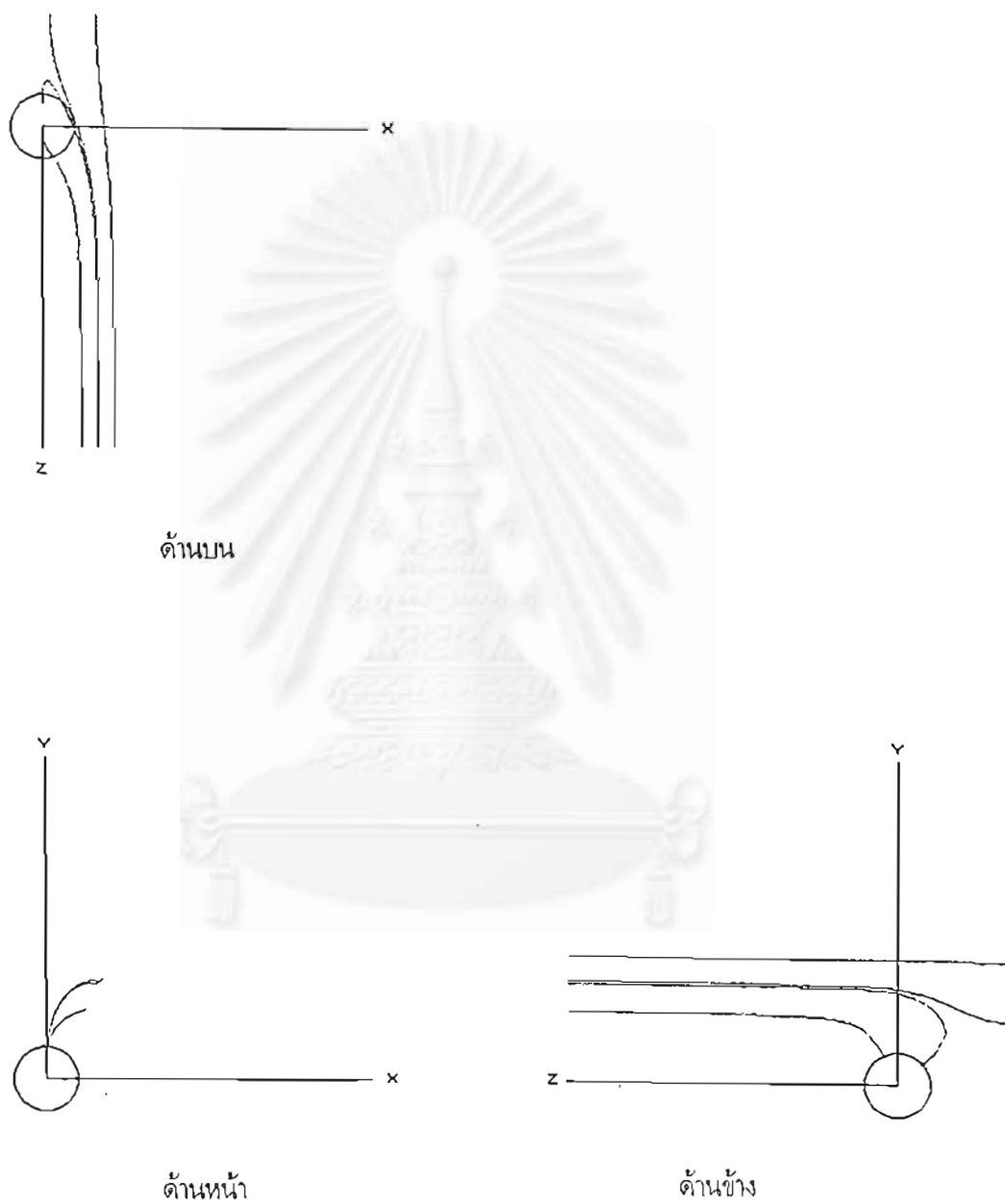
รูปที่ 6.21 ก ภาพสามมิติของเส้นทางเดินของอนุภาคแบบไดอะแมกเนติก โดยมุมเริ่มต้น $\phi_0 = 30^\circ$
 $v_{mc} = -828 \text{ s}^{-1}$, $v_{0a} = 20 \text{ s}^{-1}$, $k_c = 0.53$ และ $\gamma = 0.1$ รัศมีการจับ $r_c = 2.90 a$



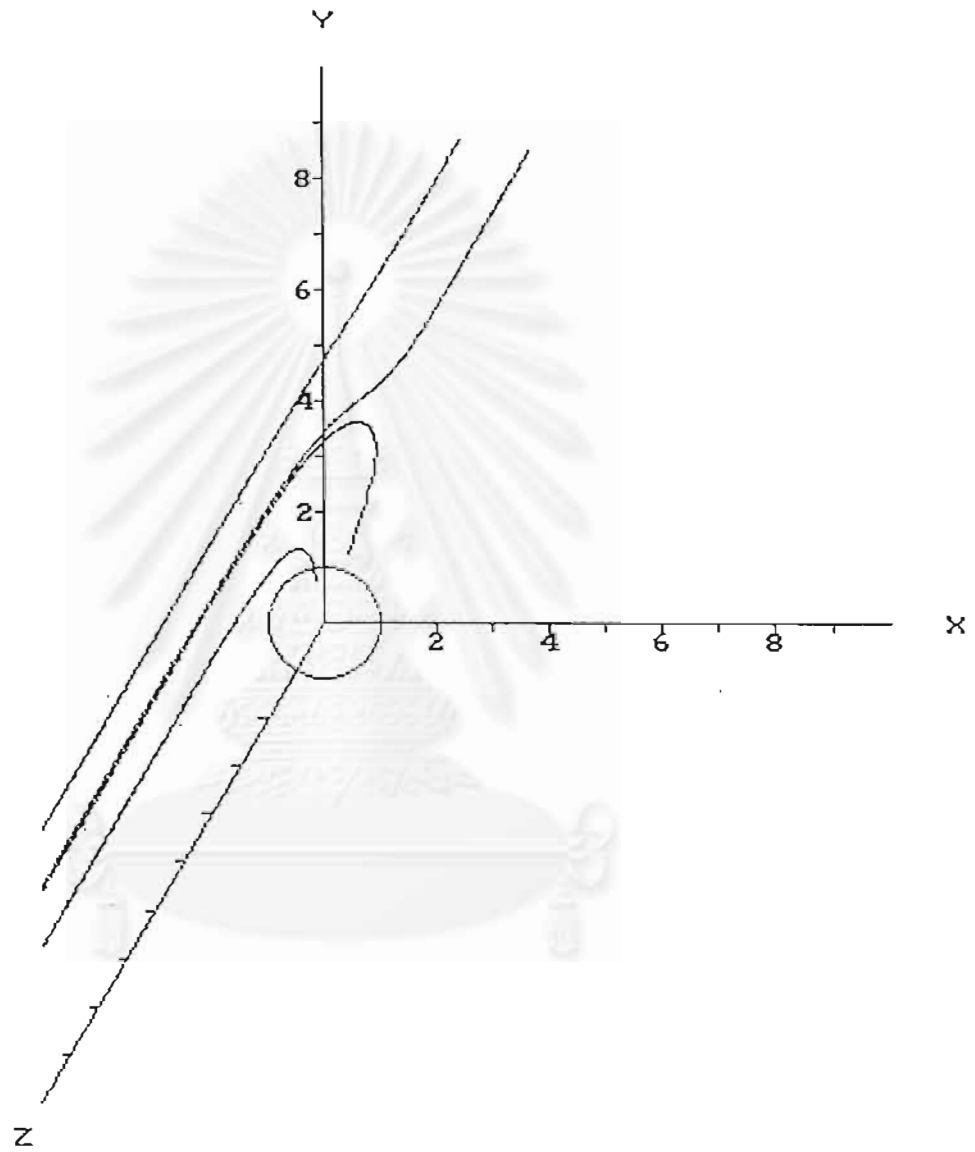
รูปที่ 6.21 ข. ภาพฉายของเส้นทางเดินของอนุภาคจากรูปที่ 6.21 ก.



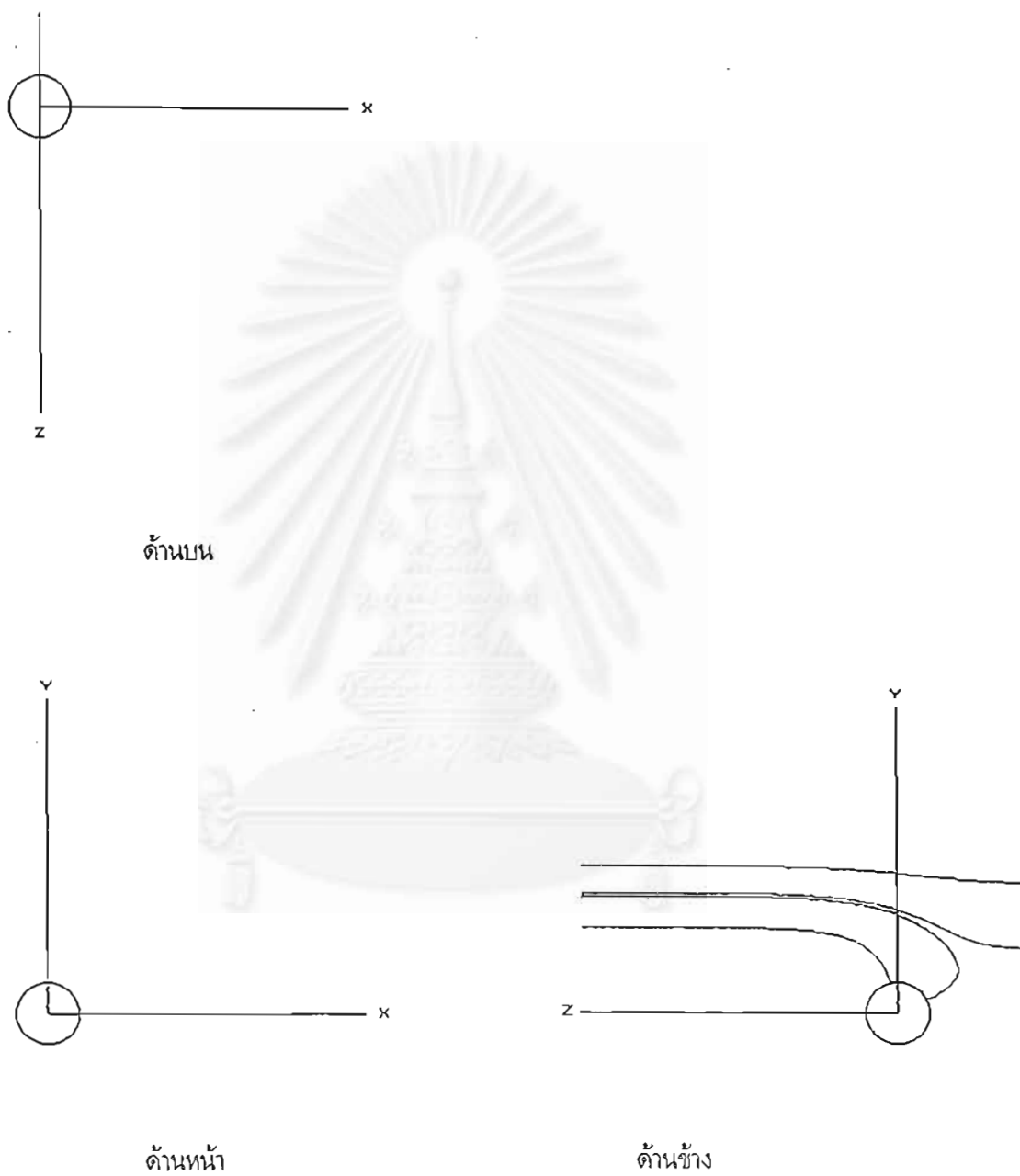
รูปที่ 6.22 ก ภาพสามมิติของเส้นทางเดินของอนุภาคแบบไดอะแมกเนติก โดยมุมเริ่มต้น $\phi_0 = 60^\circ$
 $v_{na} = -828 \text{ s}^{-1}$, $v_{0a} = 20 \text{ s}^{-1}$, $k_s = 0.53$ และ $\gamma = 0.1$ รัศมีการจับ $r_c = 3.50 a$



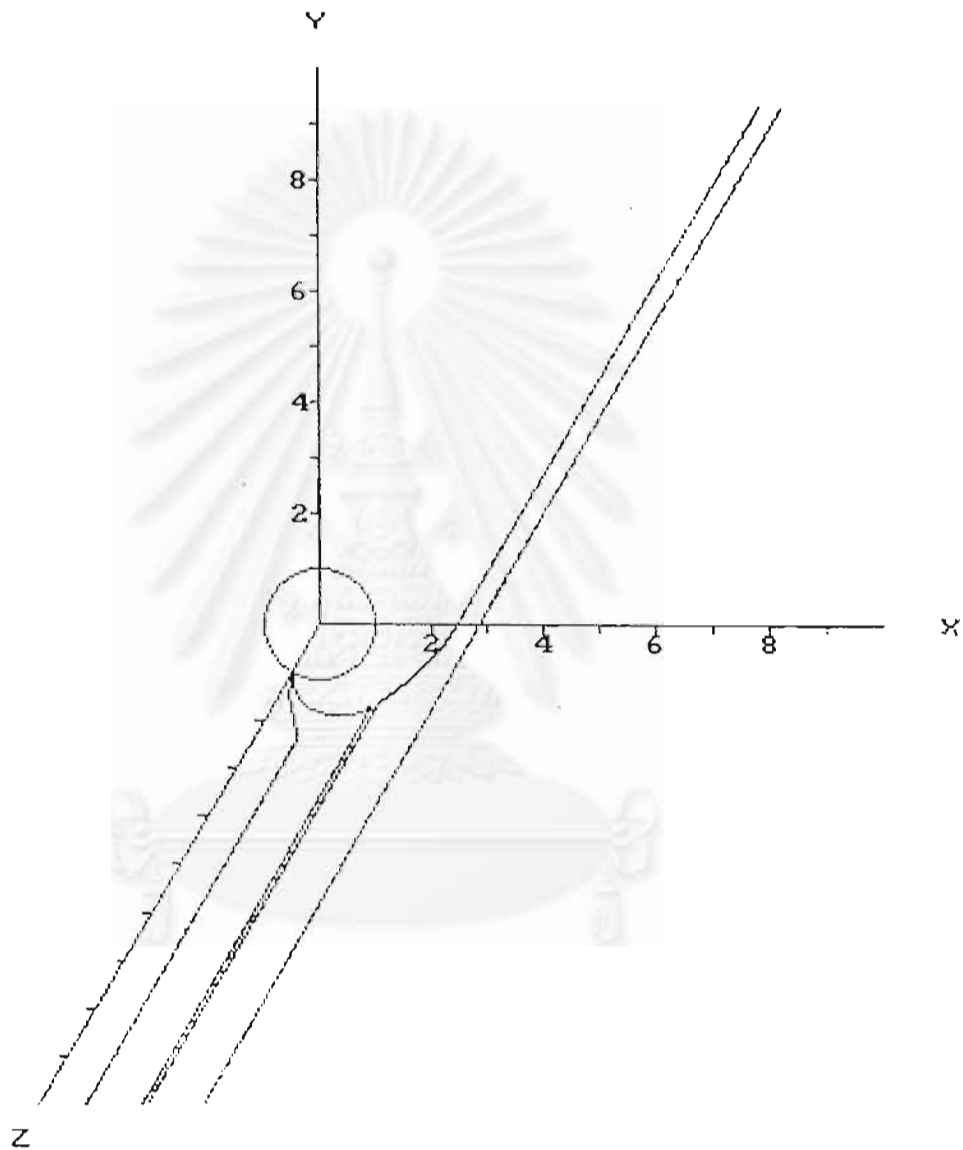
รูปที่ 6.22 ข. ภาพฉายของเส้นทางเดินของอนุภาคจากรูปที่ 6.22 ก.



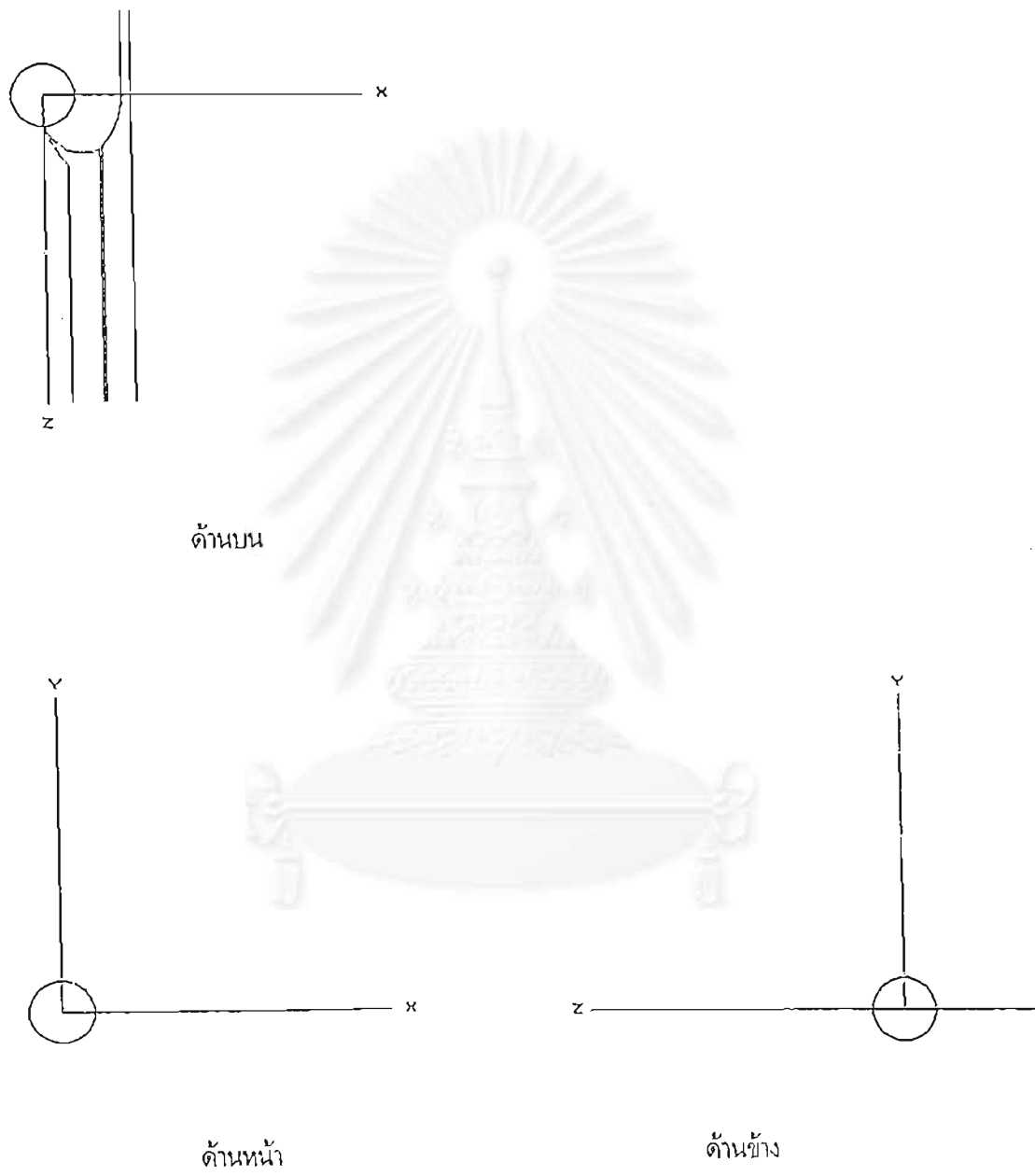
รูปที่ 6.23 ก ภาพสามมิติของเส้นทางเดินของอนุภาคแบบไดอะแมกเนติก โดยมุมเริ่มต้น $\phi_0 = 90^\circ$
 $v_{m0} = -828 \text{ s}^{-1}$, $v_{0a} = 20 \text{ s}^{-1}$, $k_s = 0.53$ และ $\gamma = 0.1$ รัศมีการจับ $r_c = 3.80 a$



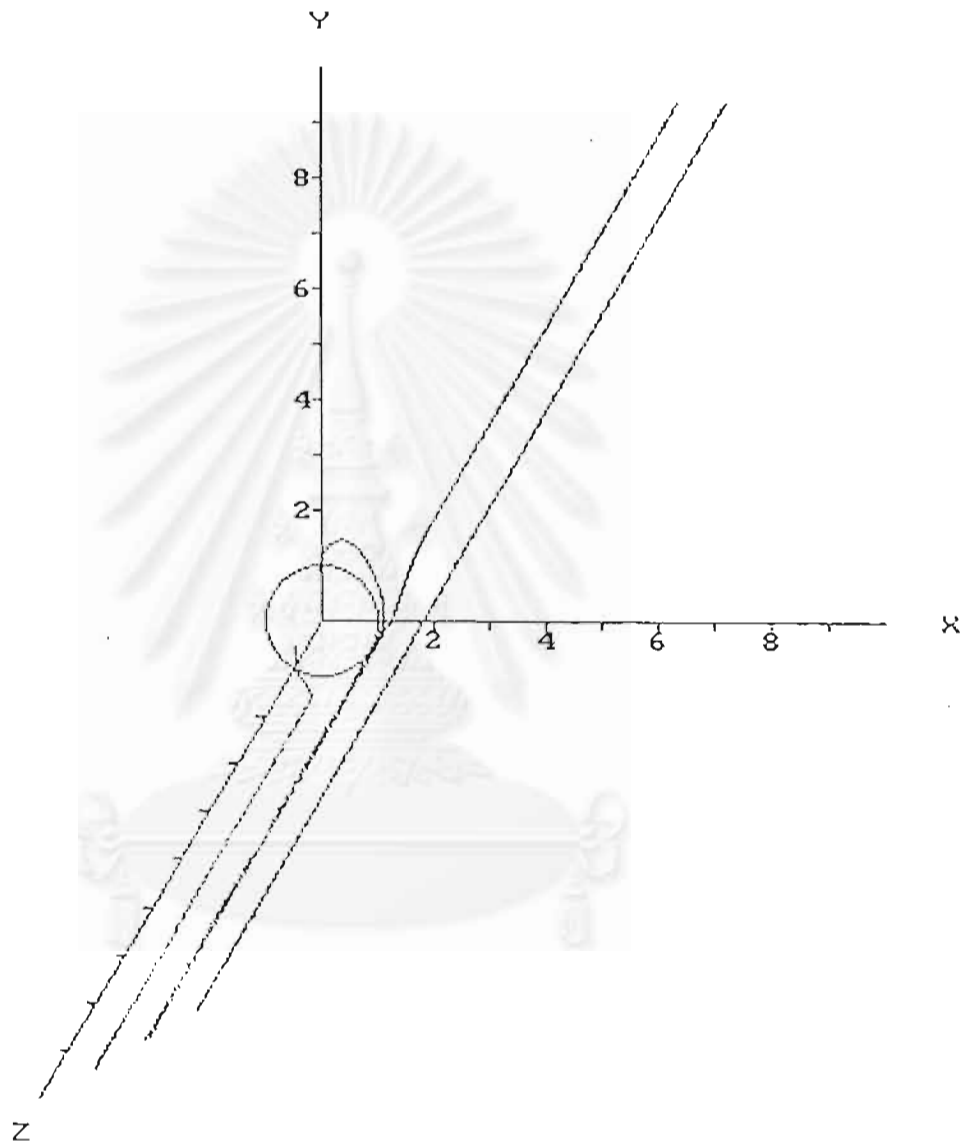
รูปที่ 6.23 ข. ภาพฉายของเส้นทางเดินของอนุภาคจากรูปที่ 6.23 ก.



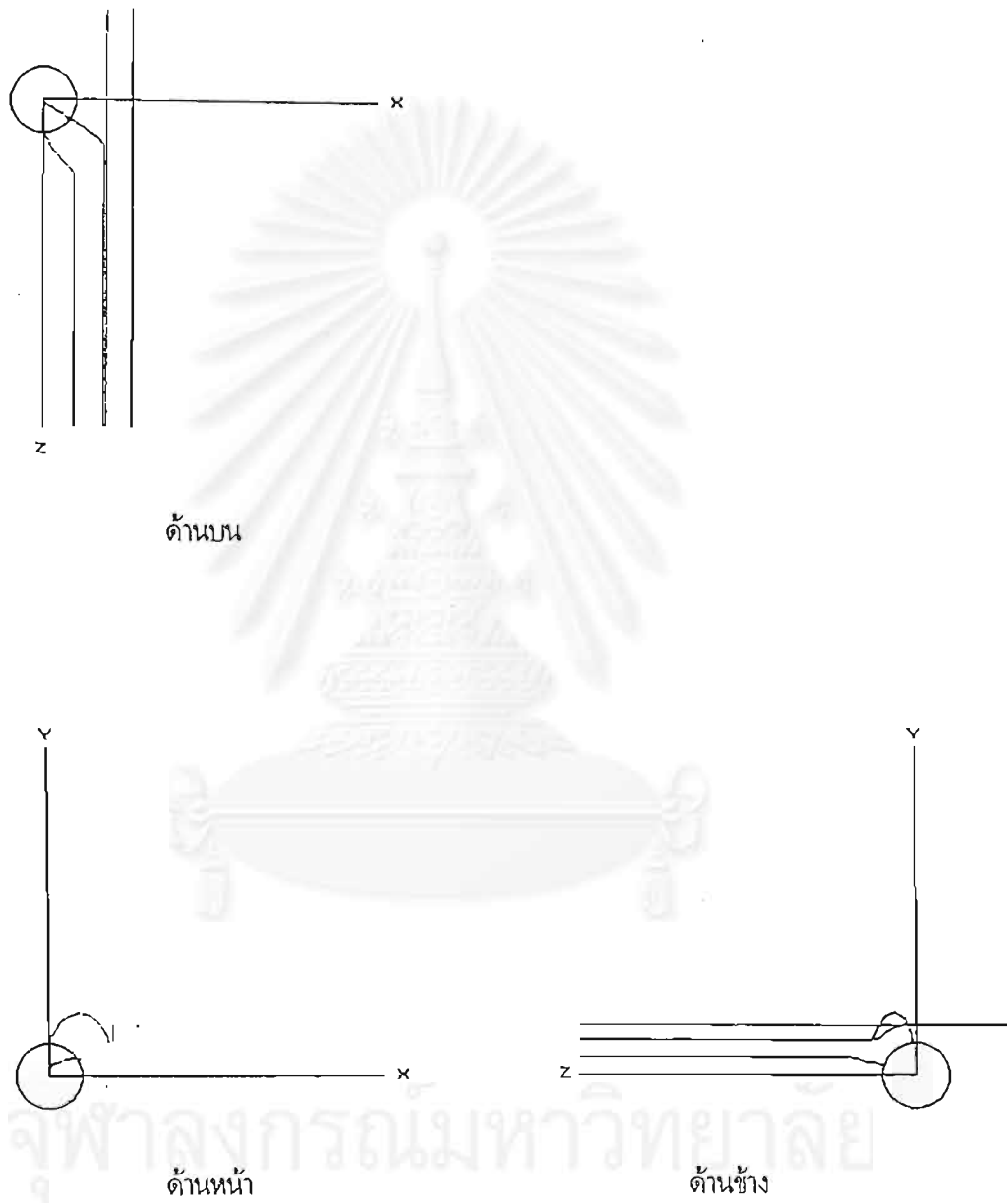
รูปที่ 6.24 ก ภาพสามมิติของเส้นทางเดินของอนุภาคแบบไดอะแมกเนติก โดยมุมเริ่มต้น $\phi_0 = 0^\circ$
 $v_{m0} = -828 \text{ s}^{-1}$, $v_{0a} = 20 \text{ s}^{-1}$, $k_s = 0.53$ และ $\gamma = 0.4$ รัศมีการจับ $r_c = 1.85 \alpha$



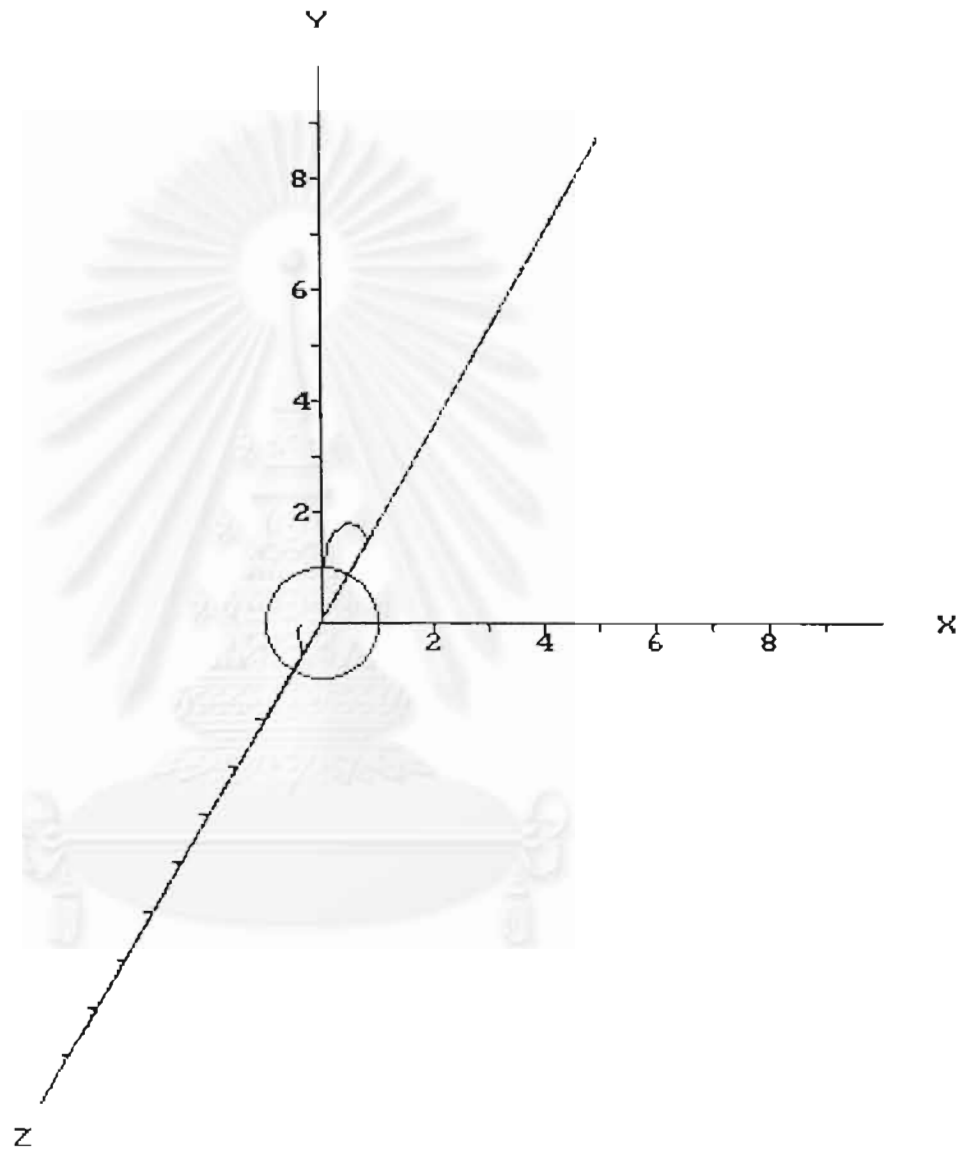
รูปที่ 6.24 ข. ภาพฉายของเส้นทางเดินของอนุภาคจากรูปที่ 6.24 ก.



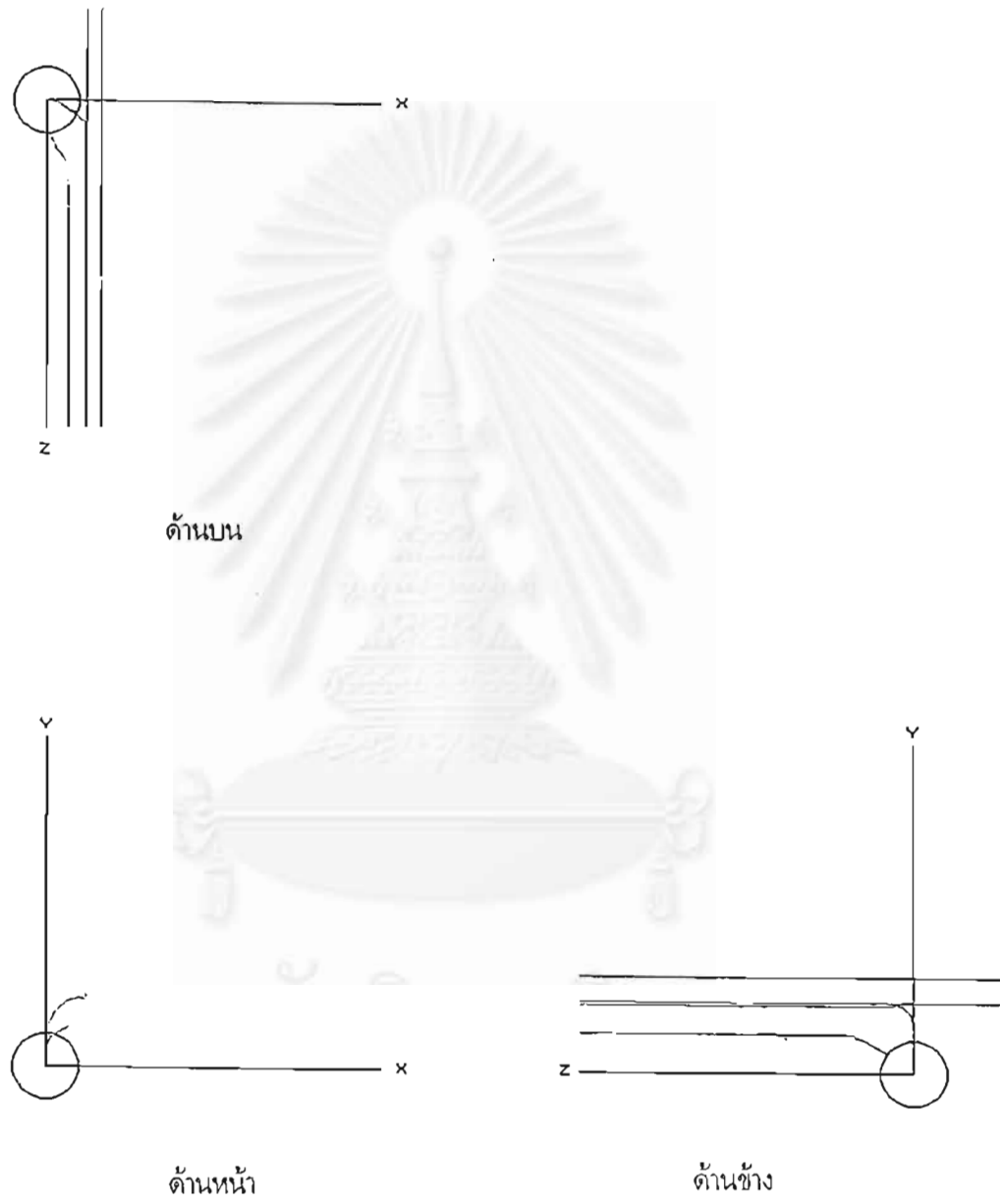
รูปที่ 6.25 ก ภาพสามมิติของเส้นทางเดินของอนุภาคแบบไดอะแมกเนติก โดยมุมเริ่มต้น $\phi_0 = 30^\circ$
 $v_{ma} = -828 \text{ s}^{-1}$, $v_{0a} = 20 \text{ s}^{-1}$, $k_r = 0.53$ และ $\gamma = 0.4$ รัศมีการจับ $r_c = 2.10 a$



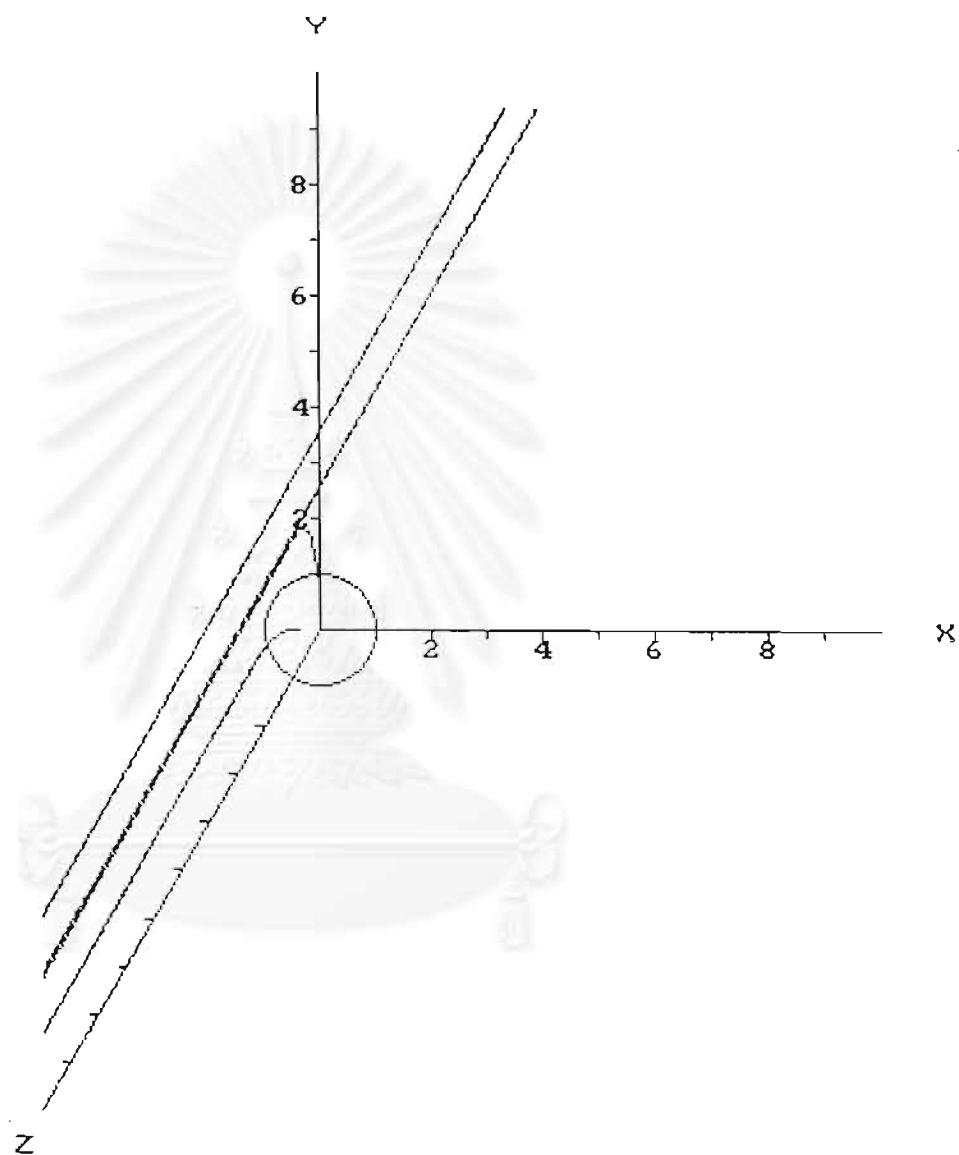
รูปที่ 6.25 ข. ภาพฉายของเส้นทางเดินของอนุภาคจากรูปที่ 6.25 ก.



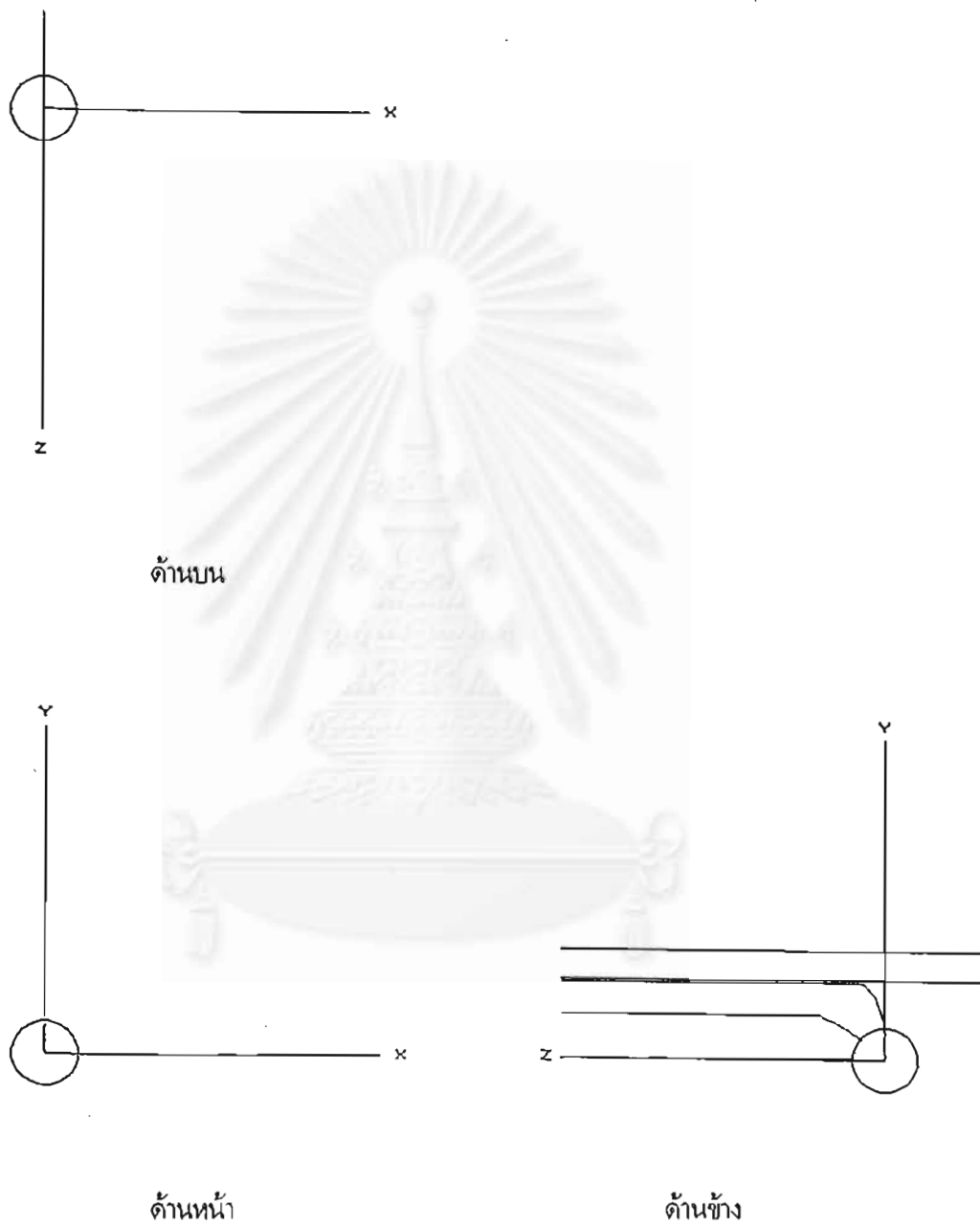
รูปที่ 6.26 ก ภาพสามมิติของเส้นทางเดินของอนุภาคแบบไดอะแมกเนติก โดยมุมเริ่มต้น $\phi_0 = 60^\circ$
 $v_{ma} = -828 \text{ s}^{-1}$, $v_{oa} = 20 \text{ s}^{-1}$, $k_s = 0.53$ และ $\gamma = 0.4$ รัศมีการจับ $r_c = 2.45 a$



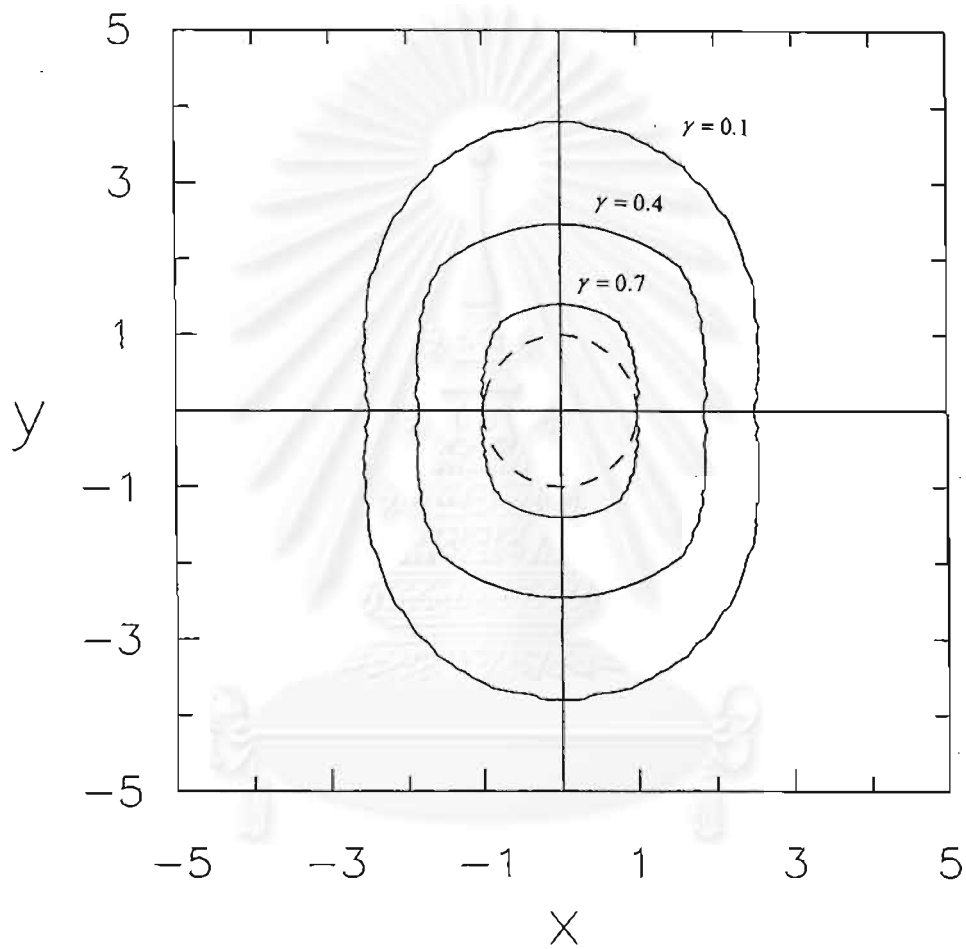
รูปที่ 6.26 ข. ภาพฉายของเส้นทางเดินของอนุภาคจากรูปที่ 6.26 ก.



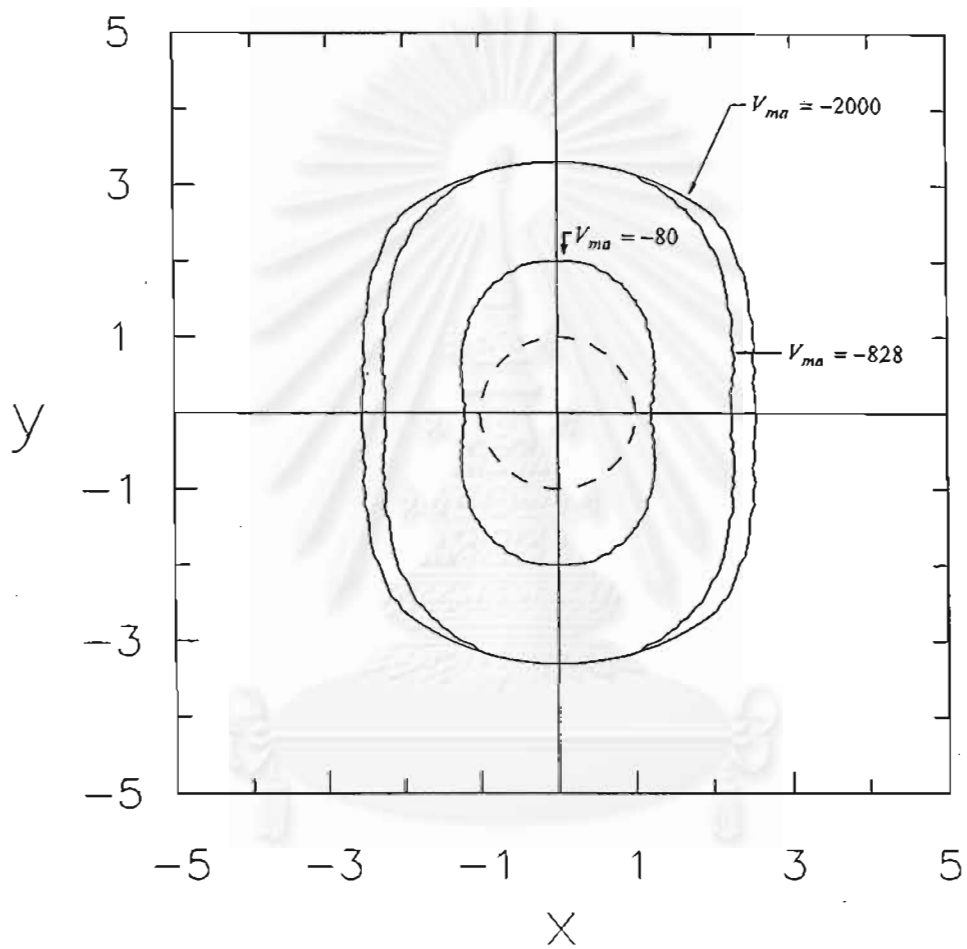
รูปที่ 6.27 ก ภาพสามมิติของเส้นทางเดินของอนุภาคแบบไดอะแมกเนติก โดยมุมเริ่มต้น $\phi_0 = 90^\circ$
 $v_{ma} = -828 \text{ s}^{-1}$, $v_{oa} = 20 \text{ s}^{-1}$, $k_s = 0.53$ และ $\gamma = 0.4$ รัศมีการจับ $r_c = 2.45 a$



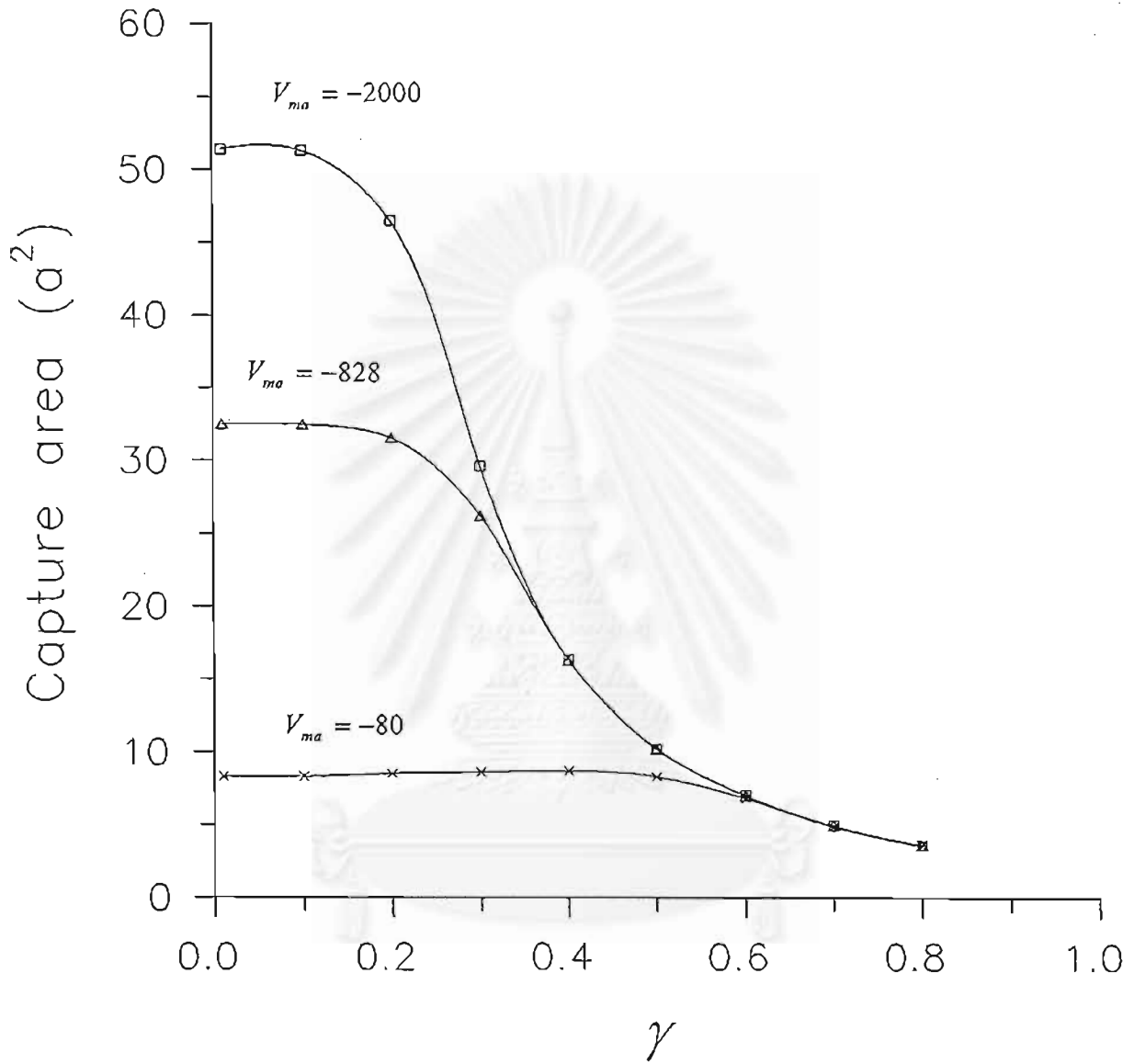
รูปที่ 6.27 ข. ภาพฉายของเส้นทางเดินของอนุภาคจากรูปที่ 6.27 ก.



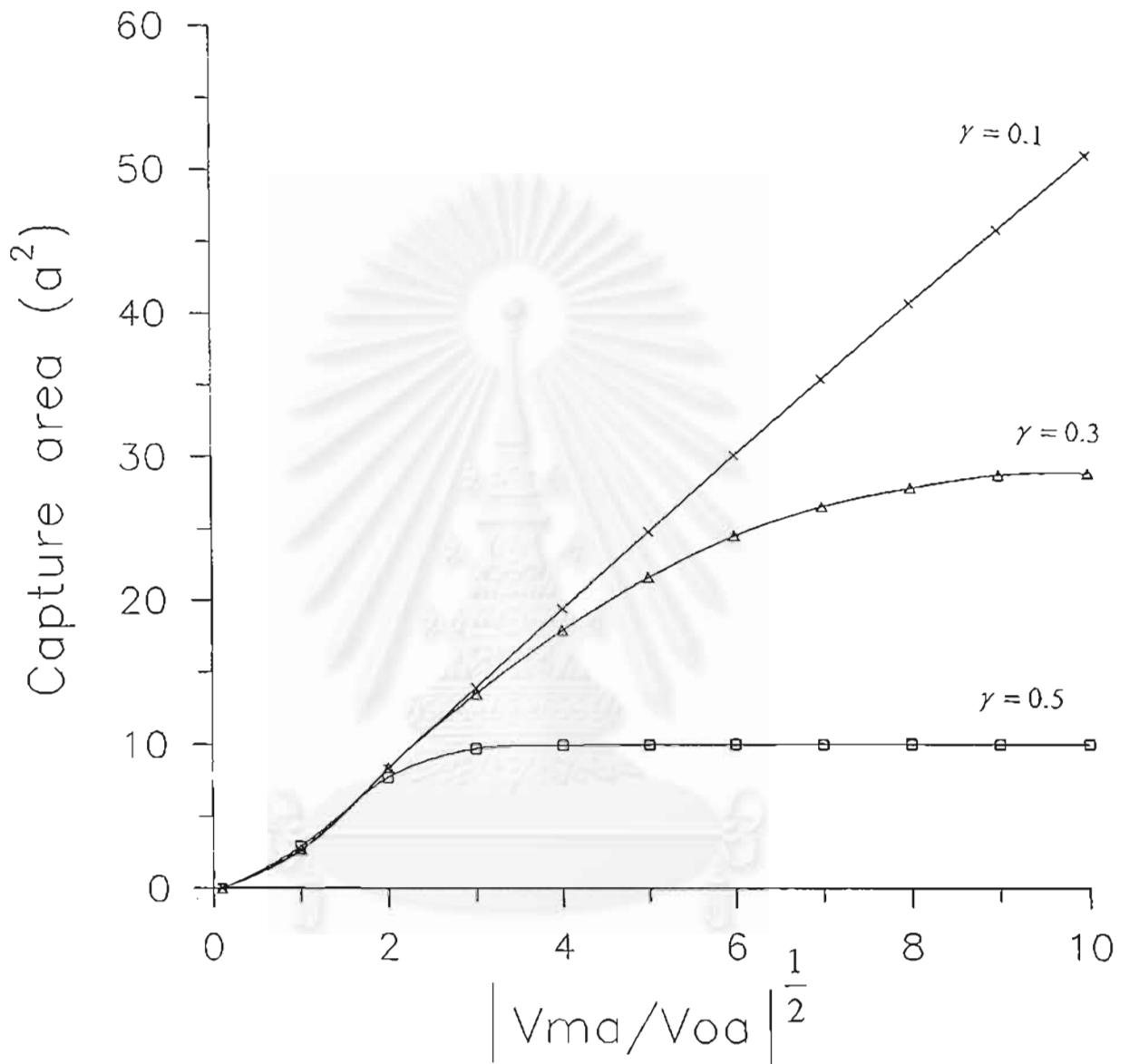
รูปที่ 6.28 พื้นที่การจับของอนุภาคแบบไดอะแมกเนติกที่ค่า γ ต่างกันสามค่าคือ $\gamma = 0.1$, 0.4 และ 0.7 โดย $\gamma = 0.1$ คือวงนอกสุด (พื้นที่มากที่สุด) $\gamma = 0.7$ คือวงในสุด (พื้นที่น้อยที่สุด) เส้นประรูปวงกลมคือตัวจับ ใช้ $v_{na} = -828 \text{ s}^{-1}$, $v_{oa} = 20 \text{ s}^{-1}$, $k_r = 0.53$



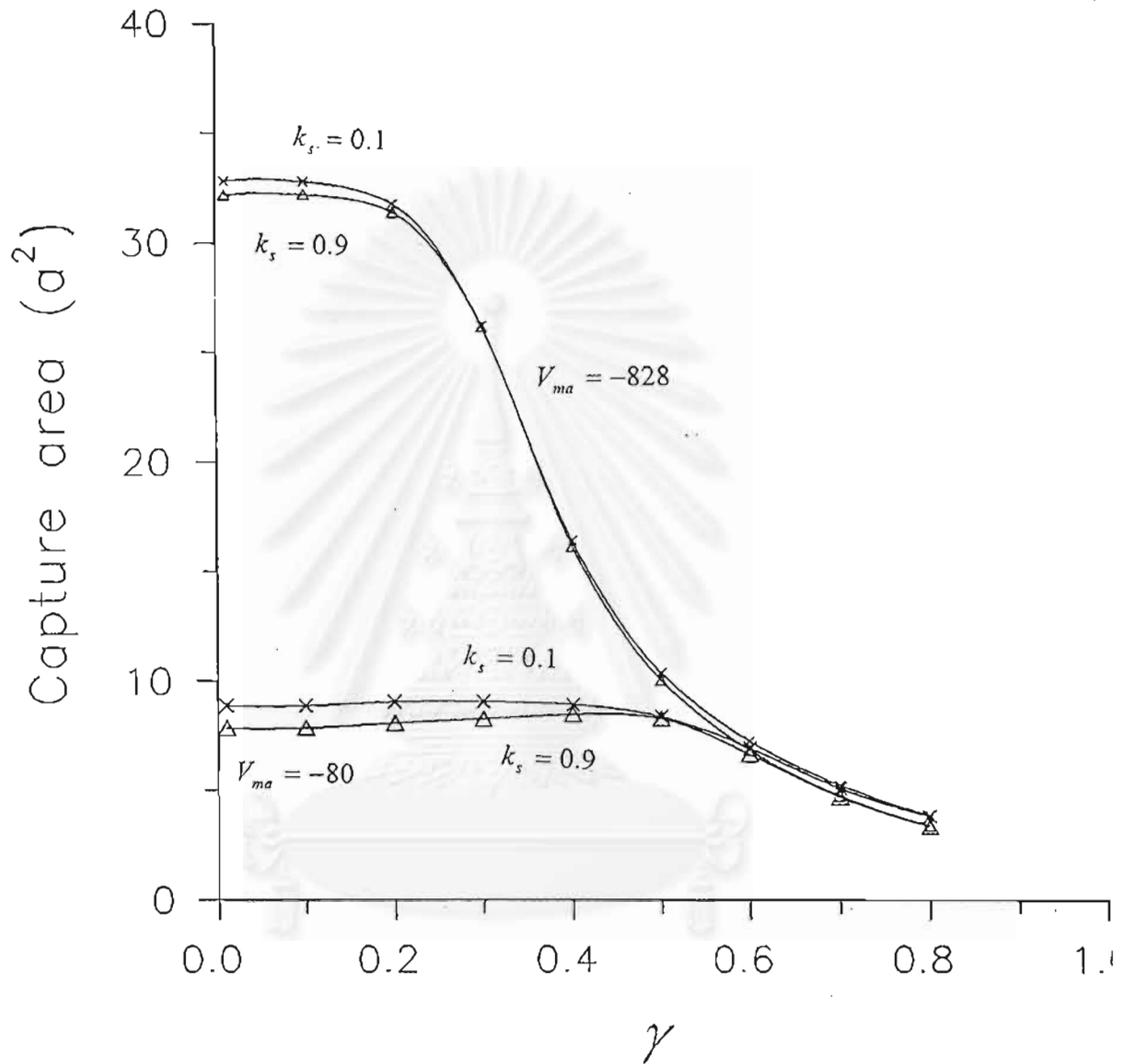
รูปที่ 6.29 พื้นที่การจับของอนุภาคแบบไดอะแมกเนติกที่ค่า v_{ma} ต่างกันสามค่าคือ $v_{ma} = -80, -828$ และ -2000 โดย $v_{ma} = -2000$ คือวงนอกสุด (พื้นที่มากที่สุด) $v_{ma} = -80$ คือวงในสุด (พื้นที่น้อยที่สุด) เส้นประรูปวงกลมคือตัวจับ ให้ $\gamma = 0.3, v_{0a} = 20 \text{ s}^{-1}, k_s = 0.53$



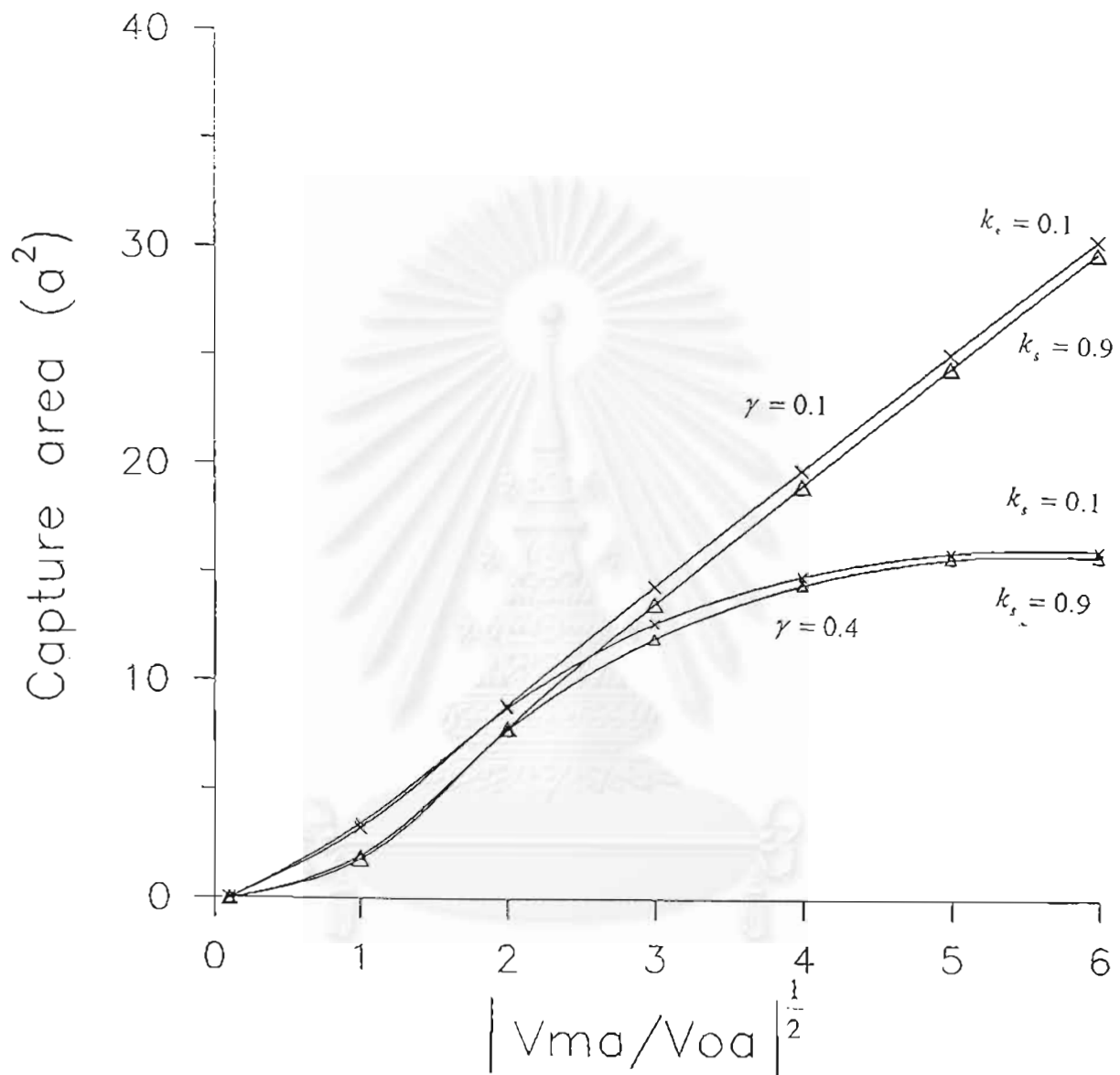
รูปที่ 6.30 กราฟระหว่างพื้นที่การจับกับ γ ของอนุภาคแบบไดอะแมกเนติก โดยใช้ v_{ma} ต่างกันสามค่าคือ $v_{ma} = -80, -828$ และ -2000 s^{-1} , $v_{0n} = 20 \text{ s}^{-1}$, $k_s = 0.53$



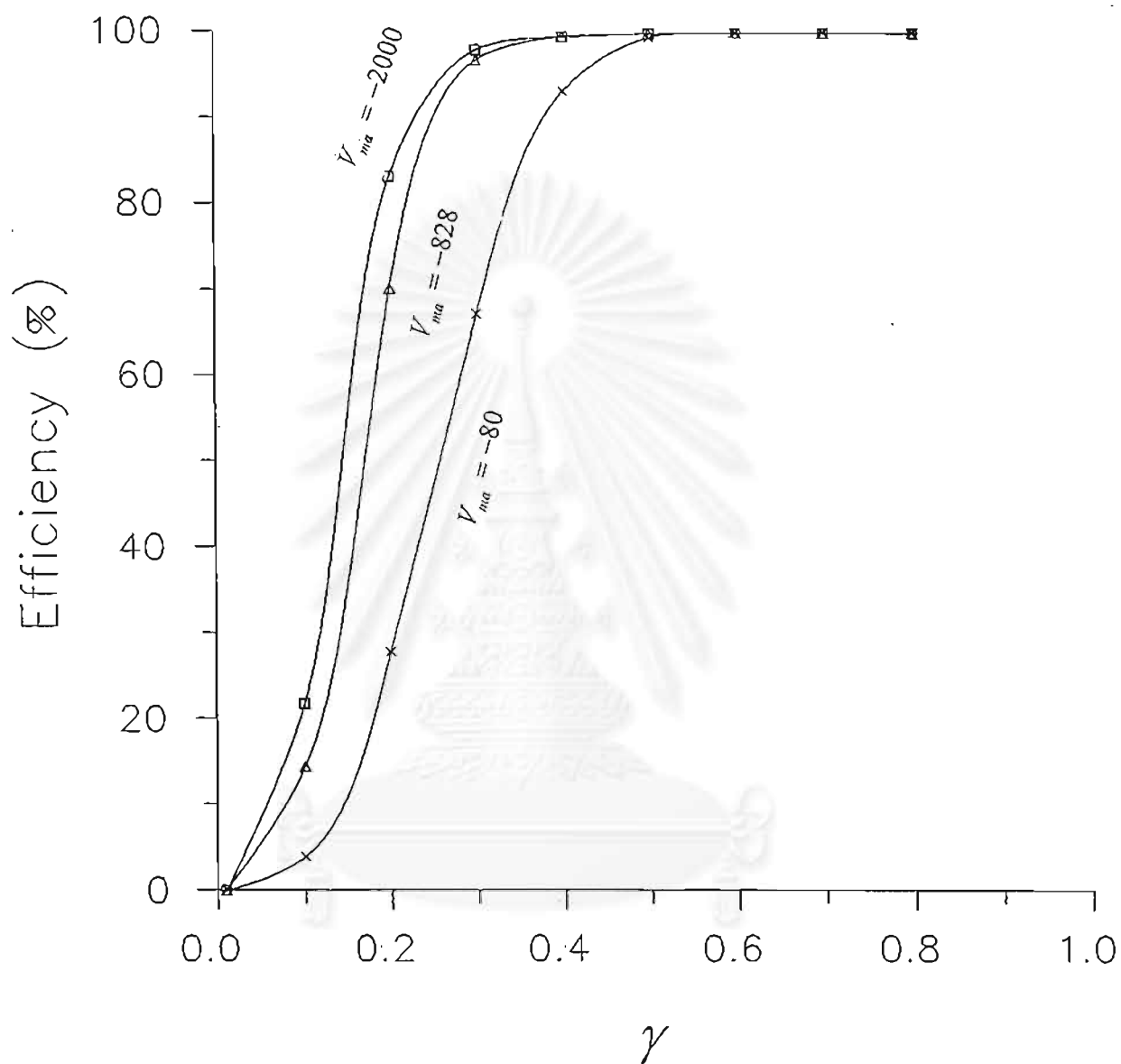
รูปที่ 6.31 กราฟระหว่างพื้นที่การจับกับ $|v_{ma}/v_{oa}|^{1/2}$ ของอนุภาคแบบไดอะแมกเนติก โดยใช้ γ ต่างกัน สามค่าคือ $\gamma = 0.1, 0.3$ และ $0.5, v_{oa} = 20 \text{ s}^{-1}, k_s = 0.53$



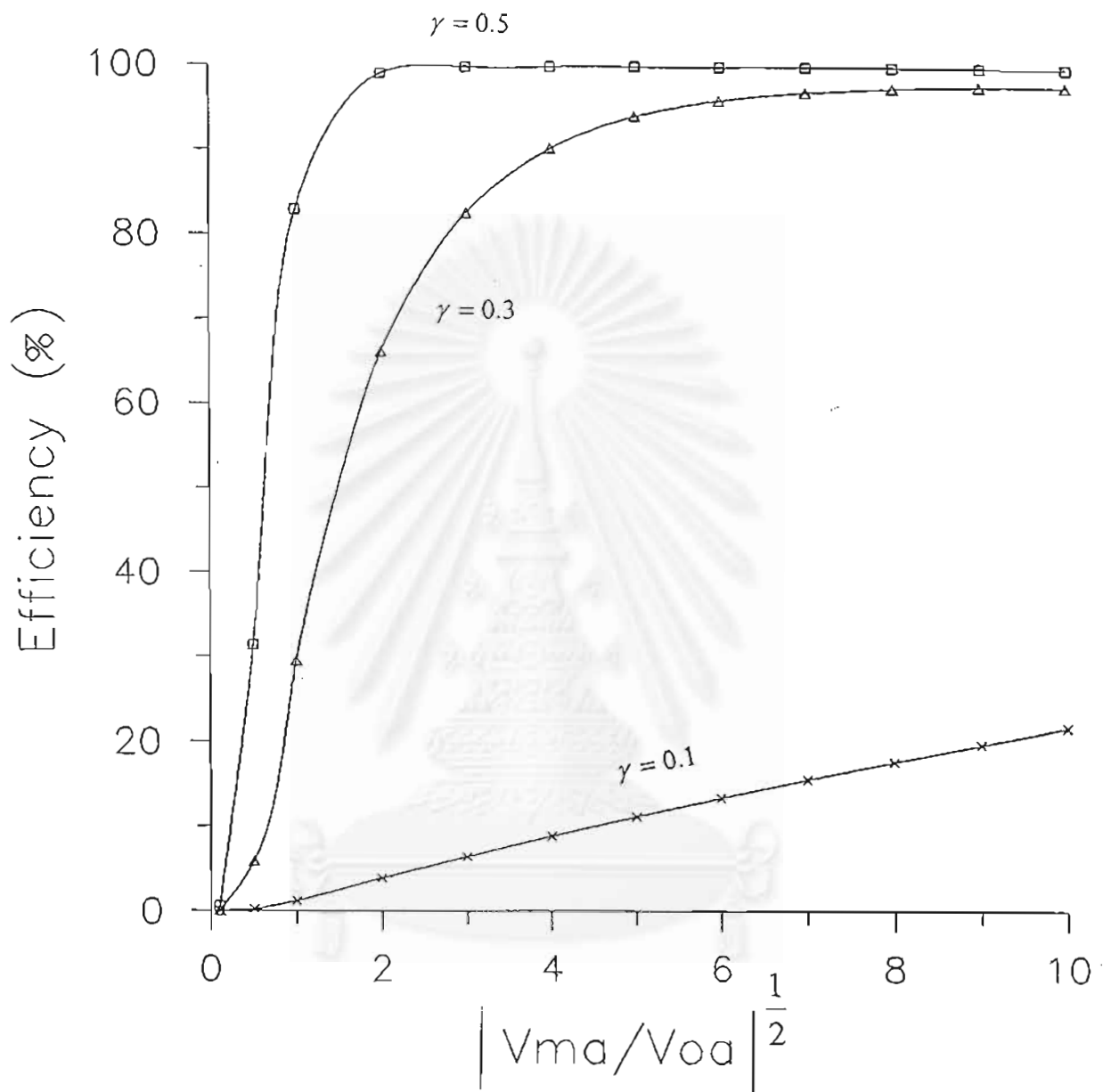
รูปที่ 6.32 กราฟระหว่างพื้นที่การจับกับ γ ของอนุภาคแบบไดอะเมกเนติก โดยใช้ค่า $k_s = 0.1$ และ $k_s = 0.9$ ที่ค่า v_{ma} ต่างกันสองค่าคือ $v_{ma} = -80$ และ -828 s^{-1} , $v_{0a} = 20 \text{ s}^{-1}$



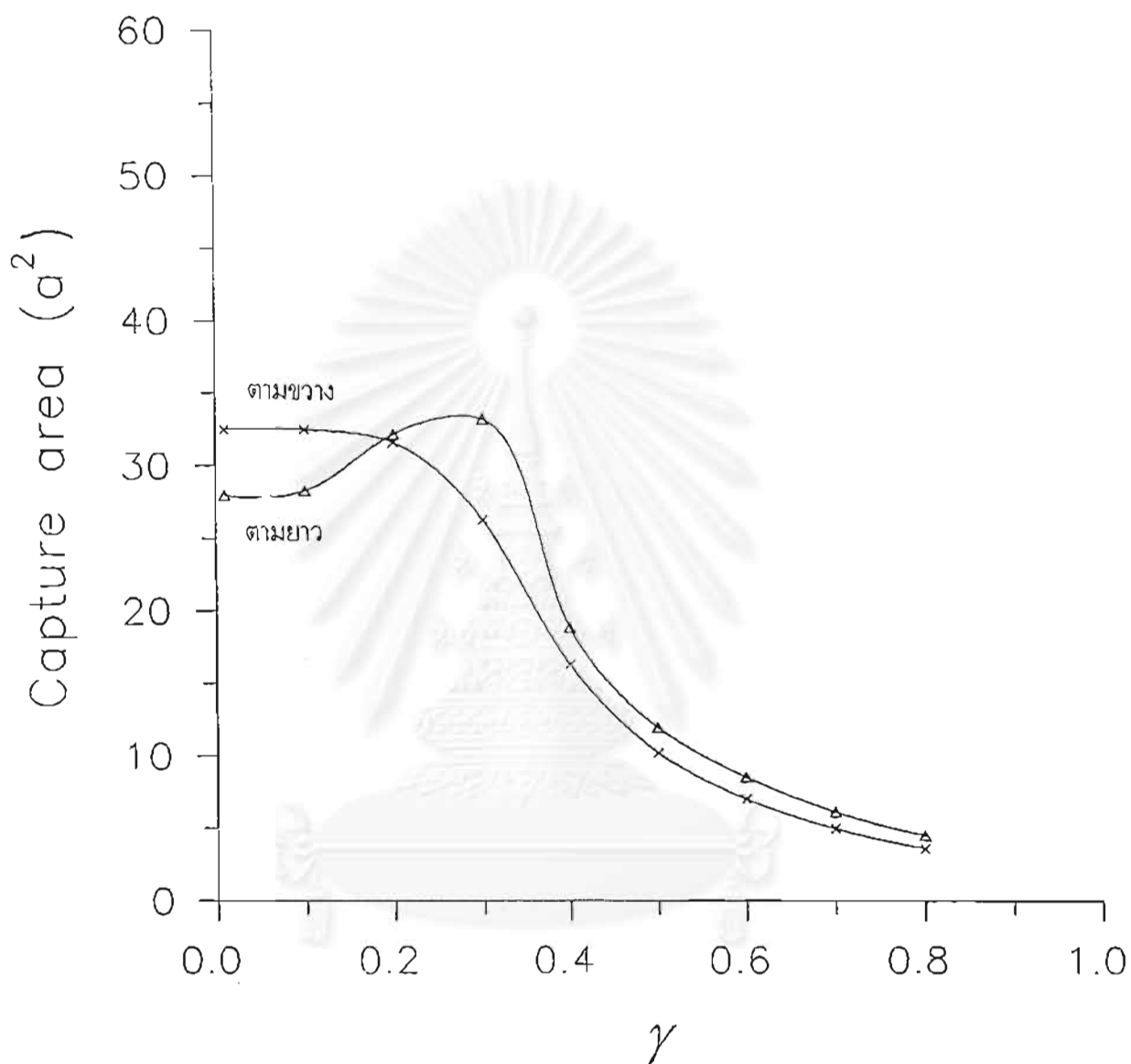
รูปที่ 6.33 กราฟระหว่างพื้นที่การจับกับ $|v_{ma}/v_{oa}|^{\frac{1}{2}}$ ของอนุภาคแบบไดอะแมกเนติก โดยใช้ค่า $k_s = 0.1$ และ $k_s = 0.9$ ที่ค่า γ ต่างกันสองค่าคือ $\gamma = 0.1$ และ 0.4 , $v_{oa} = 20 \text{ s}^{-1}$



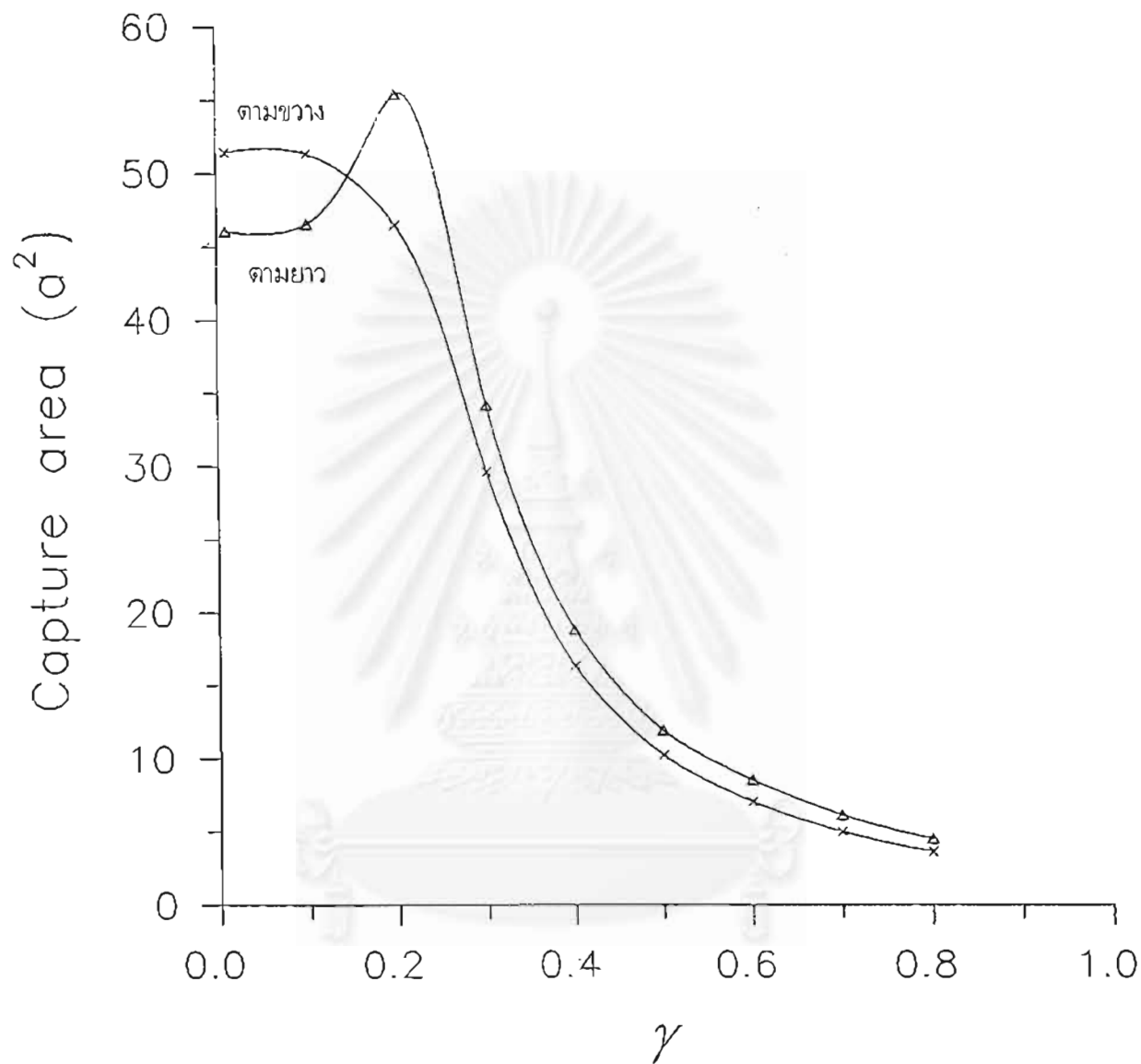
รูปที่ 6.34 กราฟระหว่างประสิทธิภาพกับ γ ของอนุภาคแบบไดอะแมกเนติก โดยใช้ค่า v_{ma} ต่างกันสามค่า คือ $v_{ma} = -80, -828$ และ -2000 s^{-1} , $v_{0n} = 20 \text{ s}^{-1}$, $k_s = 0.53$ $La = 20$



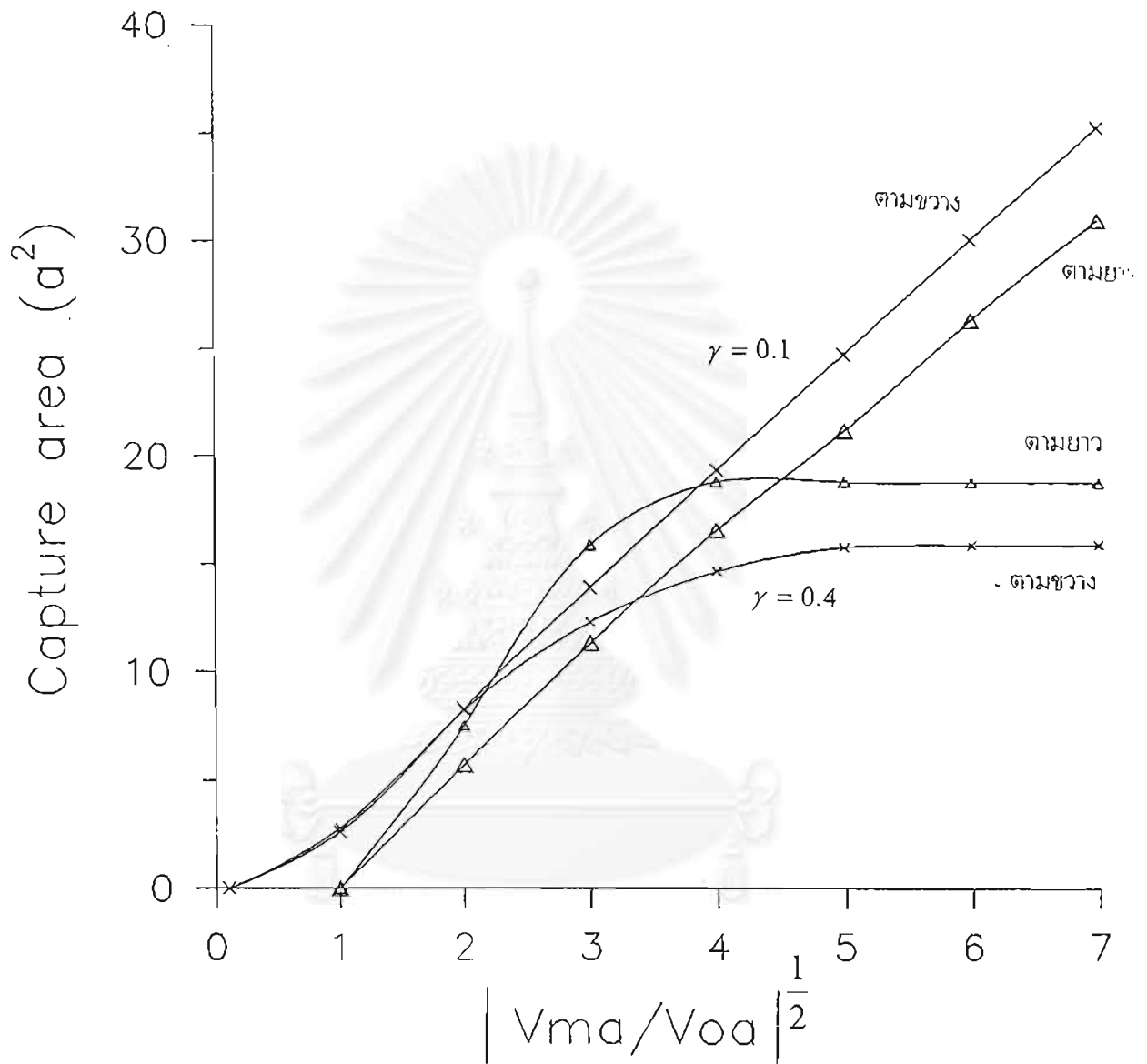
รูปที่ 6.35 กราฟระหว่างประสิทธิภาพกับ $|v_{ma}/v_{oa}|^{1/2}$ ของอนุภาคแบบไดอะแมกเนติก โดยใช้ค่า γ ต่างกันสามค่าคือ $\gamma = 0.1, 0.3$ และ 0.5 , $v_{oa} = 20 \text{ s}^{-1}$, $k_s = 0.53$ $La = 20$



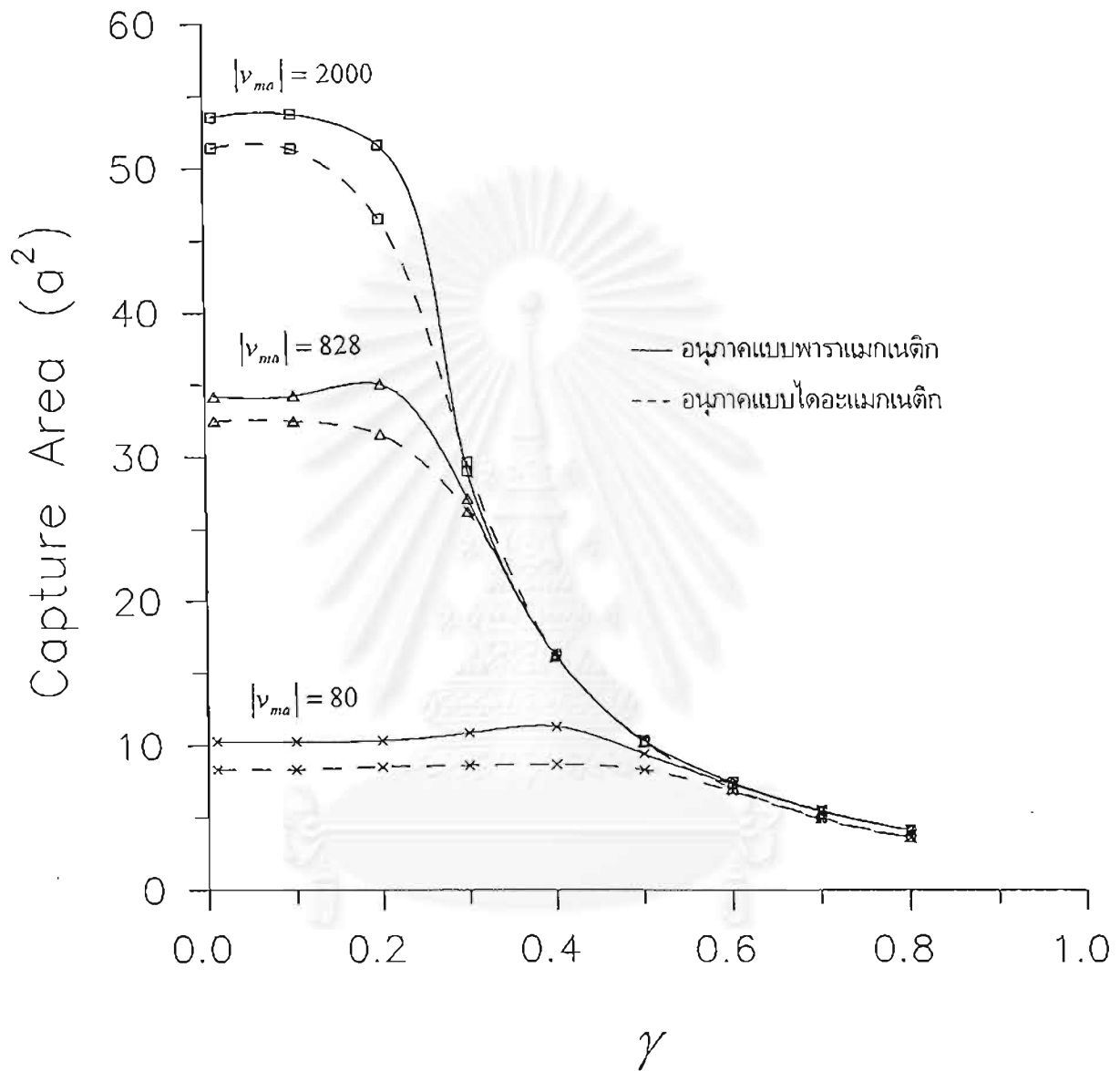
รูปที่ 6.36 กราฟระหว่างพื้นที่การจับกับ γ ของอนุภาคแบบไดอะแมกเนติก โดยเปรียบเทียบการกรองแบบตามขวางและการกรองแบบตามยาว ใช้ค่า $v_{ma} = -828 \text{ s}^{-1}$, $v_{0a} = 20 \text{ s}^{-1}$, $k_s = 0.53$



รูปที่ 6.37 กราฟระหว่างพื้นที่การจับกับ γ ของอนุภาคแบบไดอะแมกเนติก โดยเปรียบเทียบการกรองแบบตามขวางและการกรองแบบตามยาว ใช้ค่า $v_{m0} = -2000 \text{ s}^{-1}$, $v_{0n} = 20 \text{ s}^{-1}$, $k_s = 0.53$



รูปที่ 6.38 กราฟระหว่างพื้นที่การจับกับ $|v_{ma}/v_{oa}|^{1/2}$ ของอนุภาคแบบไดอะแมกเนติก โดยเปรียบเทียบการกรองแบบตามขวางและการกรองแบบตามยาว ใช้ค่า γ ต่างกันสองค่าคือ $\gamma = 0.1$ และ $\gamma = 0.4$
 $v_{oa} = 20 \text{ s}^{-1}$, $k_s = 0.53$



รูปที่ 6.39 กราฟระหว่างพื้นที่การจับกับ γ เปรียบเทียบกันระหว่างอนุภาคแบบพาราแมกเนติกและอนุภาคแบบไดอะแมกเนติก โดยใช้ $|v_{ma}| = 80, 828$ และ 2000 s^{-1} , $v_{0a} = 20 \text{ s}^{-1}$, $k_s = 0.53$

สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

จากผลการคำนวณและการวิเคราะห์ในบทที่แล้ว ได้นำมาสรุปรวมกันพร้อมทั้งข้อเสนอแนะในตอนท้ายของบทนี้

7.1 สรุปทั่วไป

พื้นฐานของการกรองชนิดแม่เหล็กก็คือ ความสามารถของตัวจับในการจับอนุภาคที่อยู่ในของไหล ซึ่งความสามารถนี้ก็ขึ้นกับพื้นที่การจับอนุภาคของตัวจับนั่นเอง ถ้าให้ความเร็วของของไหลที่เข้าสู่ตัวกรอง มีความเร็วคงที่ ปัจจัยที่มีผลต่อพื้นที่การจับอนุภาคของตัวจับใดๆมีอยู่สองปัจจัยหลักคือ ความแรงของแรงแม่เหล็กสนามแม่เหล็กและสัดส่วนการบรรจุตัวจับที่อยู่ในตัวกรอง (γ^3) พื้นที่การจับของตัวจับขึ้นอยู่กับปัจจัยทั้งสองอย่างนี้ประกอบกัน และประสิทธิภาพของตัวกรองซึ่งขึ้นอยู่กับพื้นที่การจับจึงขึ้นอยู่กับปัจจัยทั้งสองนี้ด้วย

ถ้าแรงแม่เหล็กสนามแม่เหล็กมีค่ามากขึ้น (ซึ่งทำได้โดยการเพิ่มความเข้มของสนามแม่เหล็กภายนอก H_0) แรงแม่เหล็กก็จะมีผลในระยะไกลกว่าเดิม ตัวจับย่อมจับอนุภาคได้ไกลขึ้น การเพิ่มความเข้มสนามแม่เหล็กภายนอกจึงทำให้รัศมีการจับเพิ่มขึ้น ซึ่งทำให้พื้นที่การจับเพิ่มขึ้นไปด้วย การเพิ่มขึ้นของพื้นที่การจับจะเป็นในลักษณะแปรผันตรงกับการเพิ่มของสนามแม่เหล็ก ซึ่งจะสังเกตเห็นได้ชัดในกรณีที่ทั้ง γ และความเข้มสนามแม่เหล็กภายนอกมีค่าน้อยๆ (รูป 6.12 และ 6.31) แต่เนื่องจากค่า γ เป็นตัวจำกัดพื้นที่รอบตัวจับ (γ มีค่ามากหมายความว่า มีจำนวนตัวจับอยู่ในตัวกรองมาก ซึ่งทำให้พื้นที่หน้าตัดของชั้นของไหลรอบตัวจับน้อยลง) ดังนั้น ถ้าเพิ่มความเข้มสนามแม่เหล็กขึ้นไปเรื่อยๆ รัศมีการจับที่มุมเริ่มต้นค่าต่างๆก็เพิ่มขึ้นเรื่อยๆ จนกระทั่งรัศมีการจับที่มากที่สุดมีค่าเท่ากับหรือเกือบเท่ากับรัศมีของชั้นของไหล (หรือรัศมีภายนอก b ของทรงกลมประกอบนั่นเอง) การเพิ่มของสนามแม่เหล็กต่อไปจากนี้จะไม่ทำให้พื้นที่การจับเพิ่มในลักษณะเชิงเส้นอีกต่อไป แต่จะเพิ่มในลักษณะที่อัตราการเพิ่มจะลดลง จนกระทั่งพื้นที่การจับคงที่ในที่สุด ซึ่งหมายความว่า รัศมีการจับที่ทุกค่าหรือเกือบทุกค่าของมุมเริ่มต้นมีค่าเท่ากับรัศมีภายนอกของทรงกลมประกอบ ลักษณะที่พื้นที่การจับคงที่นี้เรียกว่าเกิดการอิ่มตัว

เนื่องจากขอบเขตของทรงกลมประกอบเป็นสิ่งที่เราสร้างขึ้นมาตามแบบจำลอง การที่รัศมีการจับถูกจำกัดไว้ด้วยรัศมีของทรงกลมประกอบจึงเป็นผลที่ได้จากการใช้แบบจำลอง สิ่งที่เกิดขึ้นจริงในตัวกรองอาจแตกต่างจากที่ได้จากแบบจำลอง เช่น รัศมีการจับอาจมากกว่ารัศมีของทรงกลมประกอบก็เป็นได้ แต่ก็คงไม่มากและไม่ทำให้ผลการทดลองแตกต่างจากแบบจำลองมากนัก ค่าพารามิเตอร์ที่น่าจะให้ผลลัพธ์ใกล้เคียงกับสิ่งที่เกิดขึ้นจริงคือ γ หรือ v_{ms} มีค่าน้อย

ถ้าให้ความเข้มสนามแม่เหล็กภายนอก (\bar{H}_0) และความเร็วของของไหลที่เข้ามาคงที่ การเพิ่มค่า γ จะทำให้พื้นที่การจับเพิ่มขึ้นเล็กน้อย โดยเฉพาะอย่างยิ่งเมื่อ \bar{H}_0 มีค่าน้อย แต่ถ้า \bar{H}_0 มีค่ามาก อาจมองไม่เห็นการเพิ่มขึ้นของพื้นที่การจับ ทั้งนี้เพราะ \bar{H}_0 ที่มีค่ามากทำให้รัศมีการจับของอนุภาคมากขึ้นและเข้าใกล้รัศมีของชั้นของไหล ทำให้รัศมีการจับถูกจำกัดตั้งแต่ γ ยังมีค่าไม่มากนัก แต่ถ้า \bar{H}_0 มีค่าน้อยๆ รัศมีการจับของอนุภาคจะอยู่ใกล้ๆบริเวณตัวจับ การจำกัดรัศมีการจับเนื่องจาก γ จึงเริ่มมีผลเมื่อ γ มีค่ามาก ทำให้สังเกตเห็นการเพิ่มขึ้นของพื้นที่การจับได้

ประสิทธิภาพของตัวกรองขึ้นอยู่กับพารามิเตอร์สามตัวคือ γ , พื้นที่การจับ และ ความยาวของตัวกรอง ซึ่งพื้นที่การจับก็ขึ้นอยู่กับสนามแม่เหล็กและ γ ประกอบกัน ถ้าความยาวของตัวกรองมากย่อมทำให้ประสิทธิภาพมีค่ามากขึ้น ไม่ว่าจะใช้สนามแม่เหล็กหรือ γ เป็นเท่าไรก็ตาม แต่ถ้าคิดถึงความยาวของตัวกรองคงที่ ถ้า γ มีค่ามาก ประสิทธิภาพจะเข้าใกล้ 100 เปอร์เซ็นต์โดยที่ใช้สนามแม่เหล็กมีค่าไม่มาก แต่ที่ γ ค่าน้อย ต้องใช้สนามแม่เหล็กที่มีค่ามากขึ้นเพื่อที่จะทำให้ประสิทธิภาพเข้าใกล้ 100 เปอร์เซ็นต์ การเลือกใช้ γ ที่มีค่าน้อยมีผลดีตรงที่ทำให้ของไหลสามารถไหลผ่านตัวกรองได้อย่างรวดเร็ว แต่ในทางปฏิบัติ ถ้าเลือกใช้ γ ที่มีค่าน้อยมากๆก็ต้องคำนึงถึงค่าใช้จ่ายในการที่จะสร้างสนามแม่เหล็กที่มากพอที่จะทำให้ตัวกรองประสิทธิภาพได้ตามที่ต้องการ

เมื่อเปรียบเทียบระหว่างการกรองชนิดแม่เหล็กแบบตามขวางในการไหลของของไหลสองชนิด คือ การไหลแบบค้ำยและการไหลแบบแลมินาร์ (จิตกร, 1996) พบว่า ลักษณะทั่วไปของทางเดินของอนุภาคและพื้นที่การจับของอนุภาคไม่มีความแตกต่างที่ชัดเจน

7.2 สรุปการกรองอนุภาคแบบพาราแมกเนติก

รัศมีการจับของอนุภาคแบบพาราแมกเนติกจะมีค่ามากที่สุดที่ระนาบหลักและจะลดลงเรื่อยๆเมื่ออนุภาคที่เข้ามาทำมุมเริ่มต้นกับระนาบหลักมากขึ้น และที่มุมเริ่มต้นตั้งฉากกับระนาบหลัก ($\phi_0 = 90^\circ$ หรือ 270°) อนุภาคจะไม่ถูกจับโดยตัวจับ

ค่าคงที่ทางแม่เหล็ก k_s ที่ต่างกันมีผลต่อพื้นที่การจับไม่มากนัก โดยถ้า k_s มากขึ้นจะทำให้พื้นที่การจับมากขึ้นเล็กน้อย และถ้าใช้ความเข้มสนามแม่เหล็กภายนอกค่าน้อยลง ค่า k_s ที่ต่างกันจะมีผลต่อพื้นที่การจับเพิ่มขึ้น

สำหรับอนุภาคแบบพาราแมกเนติก พื้นที่การจับของการกรองแบบตามขวางจะมีค่ามากกว่าการกรองแบบตามยาวเมื่อ γ มีค่าน้อย แต่เมื่อ γ มีค่ามากพื้นที่การจับของทั้งสองแบบก็ไม่แตกต่างกัน

7.3 สรุปการกรองอนุภาคแบบไดอะแมกเนติก

รัศมีการจับของอนุภาคแบบไดอะแมกเนติกจะมีค่าน้อยที่สุดที่ระนาบหลักและจะเพิ่มขึ้นเรื่อยๆเมื่ออนุภาคที่เข้ามาทำมุมเริ่มต้นกับระนาบหลักมากขึ้น และที่มุมเริ่มต้นตั้งฉากกับระนาบหลัก รัศมีการจับของอนุภาคจะมีค่ามากที่สุด อนุภาคแบบไดอะแมกเนติกจะถูกจับได้เสมอไม่ว่าจะให้มุมเริ่มต้นเป็นเท่าไร

สำหรับอนุภาคแบบไดอะแมกเนติก ค่า k_s ที่มากกว่าจะให้พื้นที่การจับมีค่าน้อยกว่า แต่พื้นที่การจับก็ต่างกันไม่มากนัก

การกรองอนุภาคแบบไดอะแมกเนติกแบบตามขวางจะให้พื้นที่การจับมากกว่าการกรองแบบตามยาวในช่วงที่พื้นที่การจับเพิ่มแบบเชิงเส้นกับสนามแม่เหล็ก แต่เมื่อเพิ่มสนามแม่เหล็กขึ้นไปเรื่อยๆ การเพิ่มขึ้นของพื้นที่การจับกรณีการกรองแบบตามยาวจะมีความชันมากกว่า ดังนั้นจึงเกิดการตัดกันของเส้นกราฟขึ้น ซึ่งหลังจากนั้นไป พื้นที่การจับของการกรองแบบตามยาวจึงมีมากกว่าการกรองแบบตามขวาง

7.4 ข้อเสนอแนะ

เนื่องจากการวิจัยที่ใช้แบบจำลองของ Hashin ในการคิดผลกระทบอันเกิดจากตัวจับหลายตัวในการคำนวณหาทั้งสนามแม่เหล็กและสนามความเร็ว ดังนั้นความถูกต้องของงานวิจัยหรือผลการวิจัยจะตรงกับผลการทดลองเพียงไรจึงขึ้นกับว่าแบบจำลองของฮาซินใช้ได้ผลดีเพียงใด ถ้ามีแบบจำลองแบบใหม่ที่เป็นที่ยอมรับกันว่าใช้งานได้ดีกว่าแบบจำลองของฮาซินก็น่าจะได้มีการนำมาใช้แทนแบบจำลองของฮาซิน เช่น ถ้ามีแบบจำลองที่ใช้วิธีการทางสถิติมากขึ้นเท่านี้ ก็อาจทำให้ได้ผลที่ตรงกับการทดลองมากยิ่งขึ้น อย่างไรก็ตามแบบจำลองของฮาซินได้รับความสนใจประยุกต์ใช้จนถึงปัจจุบัน เช่น ใช้ศึกษาสมบัติทางไฟฟ้าของวัสดุเชิงประกอบ (Lee, Yu และ Gu, 1995), ศึกษาสนามแม่เหล็กของกลุ่มทรงกระบอกทางแมกเนติก (Natenapit และ Sanglek, 1999) เป็นต้น

ในเรื่องของประสิทธิภาพพลาสมา ถ้าต้องการนำไปใช้งานจริง อาจเพิ่มพารามิเตอร์ตัวอื่นในการพิจารณาเข้าไปในการคิดประสิทธิภาพด้วย ขึ้นอยู่กับว่าต้องการนำไปใช้อย่างไร เช่น ถ้าต้องการการกรองที่รวดเร็วก็อาจเพิ่มพารามิเตอร์ที่แสดงถึงปริมาณการไหลของไหลไหลผ่านตัวกรองเข้าไปด้วย

เนื่องจากการวิจัยชิ้นนี้เป็นการศึกษาในเชิงทฤษฎี ซึ่งก็ใช้การประมาณอะไรหลายๆอย่าง เช่น การตัดแรงต่างๆที่มีค่าน้อยออกไป หรือการประมาณของไหลให้เป็นการไหลแบบศักย์ ดังนั้น ในทางการทดลองแล้วอาจจะมีผลที่ไม่ตรงกันบ้าง ซึ่งอาจจะเป็นเพราะแบบจำลองที่ใช้ในการคำนวณสนาม หรืออาจเป็นเพราะการประมาณบางอย่างนั้นไม่สอดคล้องกับความเป็นจริง ซึ่งถ้ามีผลการทดลองมาเปรียบเทียบกันก็จะทำให้มองเห็นข้อบกพร่องของทฤษฎีและจะได้ปรับปรุงทฤษฎีให้ดียิ่งขึ้นได้ ในส่วนของผลการทดลองที่ได้มีการเผยแพร่ลงพิมพ์จะเป็นเชิงการออกแบบตัวกรองที่ใช้ปฏิบัติงานจริงเฉพาะทางมากกว่าการทดลองในเชิงปฏิบัติการต้นแบบที่สอดคล้องกับแบบจำลองทางทฤษฎี

รายการอ้างอิง

ภาษาไทย

จิตกร ผลโยธย. 2539. ประสิทธิภาพของการกรองชนิดแม่เหล็กแบบตามขวาง. วิทยานิพนธ์ปริญญา
มหาบัณฑิต ภาควิชาฟิสิกส์ บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ภาษาอังกฤษ

Badescu, V., Rotariu, O., Murariu, V., และ Rezlescu, N. 1997. Transverse high gradient
magnetic filter cell with bounded flow field. *IEEE Transactions on Magnetics*
33:4439-4444.

Boorman, C. H. 1987. *The theory and application of permanently magnetized materials to
fine particle processing*. Thesis (Ph.D.) University of Southampton (United Kingdom).
Dissertation Abstracts International 51-02:0924 B.

Coe, B. T., Berber, R., และ Witts, D. 1998. High gradient magnetic separation of a
biologically produced FeS adsorbent using sulphate reducing bacteria. *IEEE
Transactions on Magnetics* 34:2126-2128.

Franz, M., และ Franzreb, M. 1998. Determination of the capture radii of magnetite bearing
hydroxide flocs in magnetic filtration. *IEEE Transactions on Magnetics* 34:3902-3909.

Gerber, R., และ Birss, R. R. 1983. *High Gradient Magnetic Separation*. Research Studies
Press. Great Britain.

Hashin, Z. 1968. Assesment of the Self Consistent Scheme Approximation : Conductivity
of Particulate Composites. *J. Comp. Mat.* 1:284.

Jin, J. X., Dou, S. X., และ Liu, H. K. 1998. Magnetic separation techniques and HTS
magnets. *Superconductor Science & Technology* 11:1071-1074.

- Lal, D. K. 1988. The removal of sulphur from coal by high gradient magnetic separation. Thesis (Ph.D.) Council for national academic awards (United Kingdom). Dissertation Abstracts International 50-12:5852 B.
- Landau, L. D., และ Lifshitz, E. M. 1963. Fluid Mechanics : Pergamon Press Ltd. อ้างถึงใน Natenapit, M. 1993. Effective Medium Treatment of Laminar Flow in Magnetic Filtration. J. Sci. Res. Chula Univ. 18(1):47-62.
- Lee, H. C., Yu, K. W. และ Gu, G. Q. 1995. Effective-medium Theory for Strongly Nonlinear Composites : Improved Formalism. J. Phys : Condens. Matter. 7: 8785-8790.
- Moyer, C., Natenapit, M., และ Sigurds Arajs. 1984. Particle capture by an assemblage of spheres in high-gradient magnetic separation. Journal of Applied Physics 55(6):2589-2591.
- Natenapit, M. 1993. Effective Medium Treatment of Laminar Flow in Magnetic Filtration. J. Sci. Res. Chula Univ. 18(1): 47-62.
- Natenapit, M. and Sanglek, W. 1999. Capture radius of magnetic particles in random cylindrical matrices in high gradient magnetic separation. Journal of Applied Physics. 85(2).
- Richards, A. J., Roath, O. S., Smith, R. J. S., และ Watson, J. H. P. 1996. The mechanisms of high gradient magnetic separation of human blood and bone marrow. IEEE Transactions on Magnetics 32:459-470.
- Williams, J. A., และ Leslie, C. M. 1981. High gradient magnetic separation in the nuclear fuel cycle. IEEE Transactions on Magnetics 17(6):2790-2794. อ้างถึงใน Watson, J. H. P., และ Watson, S. J. P. 1983. The ball matrix magnetic separator. IEEE Transactions on Magnetics 19(6):2698-2794.

ภาคผนวก ก

การหาค่าแม่เหล็กในบริเวณต่างๆของทรงกลมประกอบ

ผลเฉลยทั่วไปของสมการลาปลาซในพิกัดทรงกลมที่มีสมมาตรรอบแกน z คือ

$$\Phi(r, \theta) = \sum_{l=0}^{\infty} (A_l r^{-(l+1)} + B_l r^l) P_l(\cos \theta) \quad (ก.1)$$

โดย A_l, B_l เป็นค่าคงที่ใดๆ

$P_l(\cos \theta)$ คือ พหุนามเลอจองด์ (Legendre polynomials)

และเงื่อนไขขอบเขตคือ

1) ที่ระยะไกลๆ สนามแม่เหล็กจะเท่ากับสนามภายนอก

$$\Phi_{eff}(r, \theta) = -H_0 r \cos \theta$$

2) \bar{H} ในแนวขนานจะต่อเนื่องที่รอยต่อ ซึ่งสมการ (3.21) และ (3.22) จะเขียนได้เป็น

$$\Phi_{eff}(b, \theta) = \Phi_f(b, \theta) \quad (ก.2)$$

$$\Phi_f(a, \theta) = \Phi_c(a, \theta) \quad (ก.3)$$

3) \bar{B} ในแนวตั้งฉากจะต่อเนื่องที่รอยต่อ และจากความสัมพันธ์ $\bar{B} = \mu \bar{H}$ สมการ (3.23) และ (3.24) จะเขียนได้เป็น

$$\mu_{eff} \left. \frac{\partial \Phi_{eff}(r, \theta)}{\partial r} \right|_{r=b} = \mu_f \left. \frac{\partial \Phi_f(r, \theta)}{\partial r} \right|_{r=b} \quad (ก.4)$$

$$\mu_f \left. \frac{\partial \Phi_f(r, \theta)}{\partial r} \right|_{r=a} = \mu_c \left. \frac{\partial \Phi_c(r, \theta)}{\partial r} \right|_{r=a} \quad (ก.5)$$

เขียนค่าแม่เหล็กแต่ละบริเวณได้ดังนี้

$$\text{เมื่อ } b < r < \infty, \quad \Phi_{eff}(r, \theta) = -H_0 r \cos \theta + \sum_{l=0}^{\infty} A_l r^{-(l+1)} P_l(\cos \theta) \quad (ก.6)$$

$$\text{เมื่อ } a < r < b, \quad \Phi_f(r, \theta) = \sum_{l=0}^{\infty} (B_l r^{-(l+1)} + C_l r^l) P_l(\cos \theta) \quad (ก.7)$$

$$\text{เมื่อ } 0 < r < a, \quad \Phi_c(r, \theta) = \sum_{l=0}^{\infty} D_l r^l P_l(\cos \theta) \quad (\text{ก.8})$$

ในสมการที่ (ก.6) นั้น พจน์ $-H_0 r \cos \theta$ ได้มาจากการใช้เงื่อนไขขอบเขตข้อที่หนึ่ง

แทนทั้งสามสมการ (ก.6-ก.8) ลงไปในเงื่อนไขขอบเขตข้อที่ 2 และเขียนกระจายพจน์ที่ $l = 0$ และ $l = 1$ จะได้ดังนี้

$$\begin{aligned} & -H_0 b \cos \theta + A_0 b^{-1} + A_1 b^{-2} \cos \theta + \sum_{l=2}^{\infty} A_l b^{-(l+1)} P_l(\cos \theta) \\ & = B_0 a^{-1} + C_0 + (B_1 b^{-2} + C_1 b) \cos \theta + \sum_{l=2}^{\infty} (B_l b^{-(l+1)} + C_l b^l) P_l(\cos \theta) \end{aligned} \quad (\text{ก.9})$$

$$\begin{aligned} & B_0 a^{-1} + C_0 + (B_1 a^{-2} + C_1 a) \cos \theta + \sum_{l=2}^{\infty} (B_l a^{-(l+1)} + C_l a^l) P_l(\cos \theta) \\ & = D_0 + D_1 a \cos \theta + \sum_{l=2}^{\infty} D_l a^l P_l(\cos \theta) \end{aligned} \quad (\text{ก.10})$$

โดยการเทียบสัมประสิทธิ์ จะได้ความสัมพันธ์ดังนี้

ที่ $l = 0$ และ $l = 1$

$$A_0 b^{-1} = B_0 b^{-1} + C_0 \quad (\text{ก.11})$$

$$-H_0 b + A_1 b^{-2} = B_1 b^{-2} + C_1 b \quad (\text{ก.12})$$

$$B_0 a^{-1} + C_1 a = D_1 a \quad (\text{ก.13})$$

$$-(B_1 a^{-2} + C_1 a) = -D_1 a \quad (\text{ก.14})$$

ที่ $l \geq 2$ จะได้

$$A_l b^{-(l+1)} = B_l b^{-(l+1)} + C_l b^l \quad (\text{ก.15})$$

$$B_l a^{-(l+1)} + C_l a^l = D_l a^l \quad (\text{ก.16})$$

พิจารณาเทอมต่างๆในเงื่อนไขขอบเขตข้อที่ 3 จะได้ดังนี้

$$\mu_{eff} \frac{\partial \Phi_{eff}(r, \theta)}{\partial r} = -\mu_{eff} \left(H_0 \cos \theta + \sum_{l=0}^{\infty} A_l (l+1) r^{-(l+2)} P_l(\cos \theta) \right)$$

$$\mu_f \frac{\partial \Phi_f(r, \theta)}{\partial r} = \mu_f \sum_{l=0}^{\infty} [-B_l (l+1) r^{-(l+2)} + C_l l r^{l-1}] P_l(\cos \theta)$$

$$\mu_c \frac{\partial \Phi_c(r, \theta)}{\partial r} = \mu_c \sum_{l=0}^{\infty} D_l l r^{l-1} P_l(\cos \theta)$$

แทนทั้งสามสมการลงไปในเงื่อนไขขอบเขตข้อที่ 3 (สมการ ก.4-ก.5) และเขียนกระจายพจน์ที่ $l=0$ และ $l=1$ และเทียบสัมประสิทธิ์ ในที่สุดจะได้ความสัมพันธ์ดังนี้

ที่ $l=0$ และ $l=1$

$$-\mu_{eff} A_0 b^{-2} = -\mu_f B_0 b^{-2} \quad (\text{ก.17})$$

$$-\mu_{eff} (H_0 + 2A_1 b^{-3}) = \mu_f (-2B_1 b^{-3} + C_1) \quad (\text{ก.18})$$

$$-\mu_f B_0 a^{-2} = 0 \quad (\text{ก.19})$$

$$-\mu_f (2B_1 a^{-3} - C_1) = \mu_c D_1 \quad (\text{ก.20})$$

ที่ $l \geq 2$ จะได้

$$\mu_{eff} A_l (l+1) b^{-(l+2)} = \mu_f [-B_l (l+1) b^{-(l+2)} + C_l l a^{l-1}] \quad (\text{ก.21})$$

$$\mu_f [-B_l (l+1) a^{-(l+2)} + C_l l a^{l-1}] = \mu_c D_l l a^{l-1} \quad (\text{ก.22})$$

จากสมการ (ก.11)-(ก.22) สามารถแก้สมการหาค่าคงที่ต่างๆได้ดังนี้

ที่ $l=0$ และ $l=1$ คือ

$$A_0 = B_0 = C_0 = D_0$$

$$A_1 = \frac{H_0 \alpha^3}{\gamma^3 I} [\gamma^3 (\nu^* + 2)(\nu - 1) - (\nu^* - 1)(\nu + 2)]$$

$$B_l = \frac{3H_0 a^3 \nu^* (\nu - 1)}{I}$$

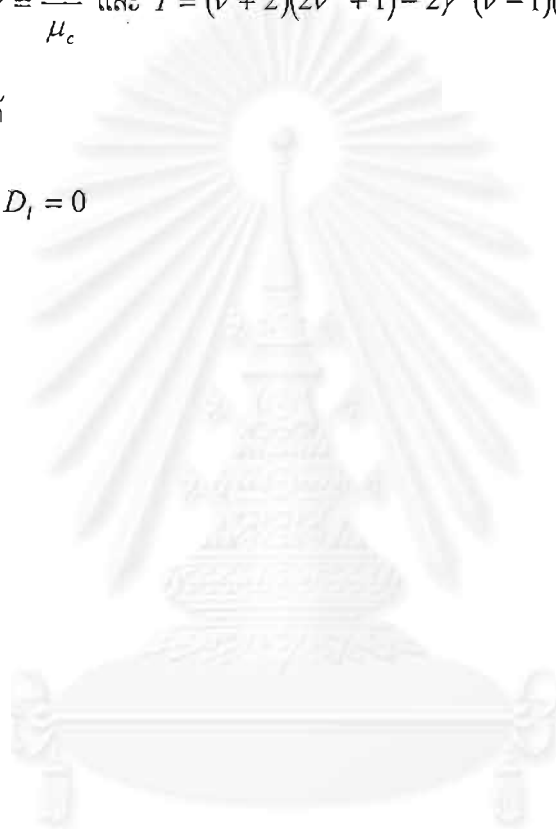
$$C_l = -\frac{3H_0 \nu^* (\nu + 2)}{I}$$

$$D_l = -\frac{9H_0 \nu^*}{I}$$

เมื่อ $\nu^* = \frac{\mu_{eff}}{\mu_f}$, $\nu = \frac{\mu_f}{\mu_c}$ และ $I = (\nu + 2)(2\nu^* + 1) - 2\nu^3(\nu - 1)(\nu^* - 1)$

และที่ $l \geq 2$ จะได้

$$A_l = B_l = C_l = D_l = 0$$



ภาคผนวก ข

ขั้นตอนการทำงานของโปรแกรมที่ใช้คำนวณ

โปรแกรมที่ใช้คำนวณจะมีขั้นตอนหลักๆคือ การหาค่ารัศมีการจับที่มุม ϕ_0 ค่าต่างๆกัน และการหาพื้นที่การจับ จากนั้นถ้าต้องการหาประสิทธิภาพก็นำเอาพื้นที่การจับที่ได้มาคำนวณหาประสิทธิภาพต่อไป โปรแกรมที่แสดงนี้เป็นโปรแกรมที่ใช้คำนวณหาพื้นที่การจับและประสิทธิภาพของตัวกรอง โดยกำหนดพารามิเตอร์ต่างๆตามต้องการ

ขั้นตอนการทำงานของโปรแกรม

เริ่มจากการกำหนดค่าพารามิเตอร์ต่างๆตามที่ต้องการ จากนั้นก็จะเป็นการหาค่ารัศมีการจับของอนุภาคที่มุม ϕ_0 ค่าต่างๆกัน โดยรัศมีการจับที่ได้จะนำมาคำนวณหาพื้นที่ของสามเหลี่ยมเล็กๆก่อนที่จะคำนวณหารัศมีการจับของมุมถัดไป การคำนวณหารัศมีการจับจะใช้ฟังก์ชันชื่อ Capture ฟังก์ชันนี้จะรับค่ามุม ϕ_0 , ระยะทางตามแกน z และระยะห่างในแนวตั้งฉากกับแกน z ของอนุภาคไปคำนวณ เมื่อคำนวณหารัศมีการจับจนถึงมุม 90° แล้ว ก็จะหาพื้นที่การจับได้โดยการเอาพื้นที่ที่คำนวณได้มาคูณ 4 จากพื้นที่การจับที่ได้นำไปคำนวณหาประสิทธิภาพของตัวกรองได้

โปรแกรมหลัก

เริ่ม

กำหนดพารามิเตอร์ Vma,Voa,Ks,La,Gamma	←พารามิเตอร์ที่ใช้ในสมการการเคลื่อนที่
t, t_end, h	←ใช้ใน Runge-Kutta
z0, zr, phi0	←ตำแหน่งเริ่มต้นของอนุภาค
da, a, r, firstarea=1	←ใช้ในการคำนวณหาพื้นที่
firstpoint=0	←กำหนดเงื่อนไขในการหาค่ารัศมีการจับ
ลูป 1 ถ้า phi<90 องศา ให้เข้าลูป	
ลูป 1.1 ถ้า firstpoint=0 ให้เข้าลูป	
ลูป 1.1.1 ถ้า t<t_end ให้เข้าลูป	
zr=zr+1	←เพิ่มระยะห่างจากแกน z ของอนุภาคขึ้น 1
Capture(zr,z0,phi0)	←คำนวณว่าอนุภาคถูกจับหรือไม่ ถ้าอนุภาคถูกจับจะได้ t<t_end
กลับไปลูป 1.1.1	
zr=zr-0.5	←ลดระยะห่างจากแกน z ของอนุภาคลง 0.5
firstpoint=1	←มุม ϕ ค่าอื่นๆจะไม่เข้าลูป 1.1 อีก

กลับไปรูป 1.1

Capture(zr,z0,phi0)

←คำนวณว่าอนุภาคถูกจับหรือไม่

ถ้า $t < t_{end}$

←ถ้าอนุภาคถูกจับ

รูป 1.2 ถ้า $t < t_{end}$ ให้เข้ารูป

$$zr = zr + 0.05$$

←เพิ่มระยะห่างจากแกน z ของอนุภาคขึ้น 0.05

Capture(zr,z0,phi0)

←คำนวณว่าอนุภาคถูกจับหรือไม่

กลับไปรูป 1.2

$$Rc = zr - 0.05$$

←รัศมีการจับ

ถ้า t เป็นอย่างอื่น

←ถ้าอนุภาคไม่ถูกจับ

รูป 1.3 ถ้า $t \geq t_{end}$ และ $zr > 0$

$$zr = zr - 0.05$$

←ลดระยะห่างจากแกน z ของอนุภาคลง 0.05

Capture(zr,z0,phi0)

←คำนวณว่าอนุภาคถูกจับหรือไม่

กลับไปรูป 1.3

ถ้า $zr \leq 0$

$$Rc = 0, zr = 0, t = 0$$

←ถ้าระยะห่างจากแกน $z \leq 0$ ให้ $Rc = 0$

ถ้า zr เป็นอย่างอื่น

$$Rc = zr$$

←รัศมีการจับ

ถ้า firstarea=1

$$r = Rc$$

←เก็บค่า r ค่าแรก เพื่อนำไปใช้เฉลี่ยกับ r ถัดไป

ในการคำนวณหาพื้นที่สามเหลี่ยมเล็กๆ da

$$firstarea = 0$$

←ทำเงื่อนไขนี้ครั้งเดียว

ถ้า firstarea เป็นอย่างอื่น

$$r = (r + Rc) / 2$$

←เฉลี่ยค่า r

$$da = (r * r * \pi / 180) / 2$$

←พื้นที่สามเหลี่ยมเล็กๆ da

$$a = a + da$$

←ผลรวมของ da เก็บไว้ที่ a

$$phi0 = phi0 + 1$$

←เพิ่มมุมขึ้น 1 องศา

กลับไปรูป 1

$$area = 4 * a$$

←พื้นที่การจับ

$$eff = (1 - \exp(-3 * area * Gamma^3 * La / (4 * \pi))) * 100$$

←ประสิทธิภาพ

แสดงค่าพื้นที่การจับและประสิทธิภาพ

จบ

ฟังก์ชัน Capture

ฟังก์ชัน Capture รับค่าตำแหน่งของอนุภาคเอามาแปลงให้อยู่ในรูปพิกัดทรงกลม จากนั้นส่งตำแหน่งของอนุภาคในพิกัดทรงกลมให้แก่ฟังก์ชัน RungeKutta เพื่อคำนวณหาตำแหน่งของอนุภาค ณ เวลาถัดไป แล้วก็คอยตรวจสอบว่าอนุภาคเกิดการจับหรือไม่ ถ้าอนุภาคถูกจับ เวลา t ที่ใช้จะน้อยกว่า t_end

เริ่ม

$t=0$ ←กำหนดเวลาเริ่มต้น
 $ra=(z0^2+zr^2)^{1/2}$, $theta=\arctan(zr/z0)$ ←ตำแหน่งในพิกัดทรงกลม
 $phi=phi0 * \pi / 180$ ←แปลงจากองศาเป็นเรเดียน
ลูป 1 ถ้า $t < t_end$ และ $ra > 1$ ให้เข้าสู่ลูป
 RungeKutta($t, ra, theta, phi, h$) ←ฟังก์ชัน RungeKutta คำนวณตำแหน่งอนุภาค
 $t=t+h$ ←เพิ่มเวลา t เพื่อคำนวณตำแหน่งถัดไป
กลับไปลูป 1
จบ

ฟังก์ชัน RungeKutta

ฟังก์ชัน RungeKutta รับตำแหน่งอนุภาคมาคำนวณหาตำแหน่งที่เวลาถัดไป เมื่อได้ตำแหน่งที่เวลาถัดไปแล้วจะส่งค่า ra กลับไปเพื่อตรวจสอบว่าอนุภาคถูกจับหรือไม่ ถ้าอนุภาคไม่ถูกจับ ฟังก์ชัน RungeKutta จะถูกเรียกใช้อีก สมการที่ใช้คำนวณตำแหน่งของอนุภาคจะมีสองสมการ คือสมการการเคลื่อนที่ในกรณีที่อนุภาคอยู่ในบริเวณของไพลยังผล และสมการการเคลื่อนที่ในกรณีที่อนุภาคอยู่ในชั้นของไพล ถ้า ra น้อยกว่าหรือเท่ากับ $1/\Gamma$ จะใช้สมการการเคลื่อนที่ในชั้นของไพล วิธีการของ Runge-Kutta ที่ใช้นั้นเป็น Runge-Kutta อันดับที่ 4 การคำนวณต้องหาค่า $k[i][j]$ ให้ครบทุกค่าเสียก่อน จากนั้นจึงค่อยคำนวณหาตำแหน่งถัดไปของอนุภาค

เริ่ม

ให้ $u1=ra$ $u2=theta$ $u3=phi$ $tt=t$ ←รับค่าตำแหน่งของอนุภาค
 กำหนดตัวแปร $k[i][j]$ โดย $i=4$ $j=3$ ← $k[i][j]$ เป็นตัวแปรอาร์เรย์สองมิติ
 $korder=1$ ←ตัวแปร $korder$ ใช้เป็นเงื่อนไขในการวนลูป
ลูป 1 ถ้า $korder \leq 4$ ให้เข้าสู่ลูป ←ทำลูปนี้ 4 ครั้ง
 กำหนด $u1$ $u2$ $u3$ tt ตามค่า $korder$ ดังนี้ ←กำหนดค่า $u1$ $u2$ $u3$ tt ต่างกันไปในแต่ละลูป

- 1 ทั้งสี่ค่าคงเดิม
- 2 $u_1 = ra + k_{11}/2$ $u_2 = t\theta + k_{12}/2$
 $u_3 = \phi + k_{13}/2$ $tt = t + h/2$
- 3 $u_1 = ra + k_{21}/2$ $u_2 = t\theta + k_{22}/2$
 $u_3 = \phi + k_{23}/2$ $tt = t + h/2$
- 4 $u_1 = ra + k_{31}$ $u_2 = t\theta + k_{32}$
 $u_3 = \phi + k_{33}$ $tt = t + h$

ถ้า $u_1 > 0$

ถ้า $u_1 \leq 1/\Gamma$

หาอนุพันธ์ของตัวแปรโดยใช้สมการการเคลื่อนที่
 บริเวณชั้นของไหล

ถ้า u_1 เป็นอย่างอื่น

หาอนุพันธ์ของตัวแปรโดยใช้สมการการเคลื่อนที่
 บริเวณของไหลยังผล

ให้ $i=1$ ถึง 3 $k_{\text{loop}}[i] = h \cdot$ อนุพันธ์ของตัวแปรลำดับ i ← ให้ค่าแก่ตัวแปร $k_{\text{order}}[i]$
 $(1=ra, 2=\theta, 3=\phi)$

$k_{\text{order}} = k_{\text{order}} + 1$

← เพิ่มค่า k_{order} ขึ้น 1

ถ้า u_1 เป็นอย่างอื่น

$k_{\text{order}} = 5$

กลับไปรูป 1

$ra(t+h) = ra + (k_{11} + 2 \cdot k_{21} + 2 \cdot k_{31} + k_{41})/6$ ← ตำแหน่ง ra ใหม่ของอนุภาค

$\theta(t+h) = \theta + (k_{12} + 2 \cdot k_{22} + 2 \cdot k_{32} + k_{42})/6$ ← ตำแหน่ง θ ใหม่ของอนุภาค

$\phi(t+h) = \phi + (k_{13} + 2 \cdot k_{23} + 2 \cdot k_{33} + k_{43})/6$ ← ตำแหน่ง ϕ ใหม่ของอนุภาค

ส่งค่าตัวแปรกลับไปยังโปรแกรมผู้เรียก

จบ

C source code.

```

/* To find capture area and efficiency */

#include<stdio.h>
#include <math.h>
#include<conio.h>

#define PI 4*atan(1)

double Voa,Vma,Ks,Gamma,La;
double h,t,t_end;

main()
{
    double area,power,eff,da,a,r;
    double Rc,z0,zr,phi0;
    int firstarea,firstpoint;

    Voa=-20; Vma=828; Ks=0.53; Gamma=0.2; La=20;
    h=0.001; t=0; t_end=2.5;

    z0=10; zr=0; t=0; phi0=0; da=0; a=0; r=0;
    firstarea=1; firstpoint=0;

    clrscr();
    while(phi0 <= 90)
    {
        /***** Finding capture radius at specified phi0 *****/
        while(firstpoint==0)
        {
            while(t < t_end)
            {
                zr=zr+1.0;
                Capture(zr,z0,phi0);
            }
            firstpoint=1;
            zr=zr-0.5;
        }
        Capture(zr,z0,phi0);

        /***** Step Up *****/

        if (t < t_end)
        {
            while(t < t_end)

```

```

        {
            zr=zr+0.05;
            Capture(zr,z0,phi0);
        }
        Rc=zr-0.05;
    }

/***** Step Down *****/

else
{
    while( (t >= t_end) && (zr > 0))
    {
        zr=zr-0.05;
        Capture(zr,z0,phi0);
    }
    if(zr <= 0)
    {
        Rc=0; zr=0; t=0;
    }
    else Rc=zr;
}

/***** Summing up dA *****/

if(firstarea==1)
{
    r=Rc;
    firstarea=0;
}
else
{
    r=(r+Rc)/2;
    da=(r*r*PI/180)/2;
}
a=a+da;
phi0=phi0+1;
}

/***** Total area and efficiency *****/

area=4*a;
power=-3*area*pow(Gamma,3)*La/(4*PI);
eff=(1-exp(power))*100;
printf("area= %f\n",area);
printf("eff = %f\n",eff);
getch();
}

```

```

/***** Function Capture() *****/

Capture(zr,z0,phi0)
double zr,z0,phi0;
{
    double ra,theta,phi;

    t=0;
    ra=sqrt(z0*z0+zr*zr);
    theta=atan(zr/z0);
    phi=phi0*PI/180;

    while((t < t_end) && (ra>1))
    {
        rungekutta(t,&ra,&theta,&phi,h);
        t=t+h;
    }
}

/**** Equation for particle in effective fluid *****/

equation1(u1,u2,pfn1,pfn2,pfn3)
double u1,u2,*pfn1,*pfn2,*pfn3;
{
    *pfn1 = Voa*cos(u2);
    *pfn2 = -Voa*sin(u2)/u1;
    *pfn3 = 0;
}

/**** Equation for particle in fluid shell *****/

equation2(u1,u2,u3,pfn1,pfn2,pfn3)
double u1,u2,u3,*pfn1,*pfn2,*pfn3;
{
    double As,A;
    double P,Q;

    As=2/(2+pow(Gamma,3));
    A=1/(1-pow(Gamma,3)*Ks);

    P = 1-1/pow(u1,3);
    Q = 1+1/(2*pow(u1,3));

    *pfn1 = Voa*As*P*cos(u2)-A*A*Vma*(3*(1+Ks/(u1*u1*u1))*sin(u2)
        *sin(u2)*cos(u3)*cos(u3)+(Ks/(u1*u1*u1)-1))/pow(u1,4);
    *pfn2 = -Voa*As*Q*sin(u2)/u1+A*A*Vma*(1+Ks/(2*u1*u1*u1))
        *sin(2*u2)*cos(u3)*cos(u3)/pow(u1,5);
    *pfn3 = -(A*A)*Vma*(1+Ks/(2*u1*u1*u1))*sin(2*u3)/pow(u1,5);
}

```



```

/***** Function Runge-Kutta *****/
rungekutta(t_begin,pra,ptheta,pphi,ph)
double t_begin,*pra,*ptheta,*pphi,ph;
{
    double k[4][3],fn[3];
    double tt,u1,u2,u3;
    int korder,i,j;

    for(i=1;i<6;i=i+1)
        for(j=1;j<4;j=j+1)
            k[i][j]=0;
    korder=1;
    fn[1]=0; fn[2]=0; fn[3]=0;
    do
    {
        if(korder>=1)
            switch(korder)
            {
                case 1: tt=t_begin;u1=*pra;u2=*ptheta;
                    u3=*pphi;break;
                case 2: tt=t_begin+ph/2;
                    u1=*pra+k[1][1]/2;
                    u2=*ptheta+k[1][2]/2;
                    u3=*pphi+k[1][3]/2;break;
                case 3: tt=t_begin+ph/2;
                    u1=*pra+k[2][1]/2;
                    u2=*ptheta+k[2][2]/2;
                    u3=*pphi+k[2][3]/2;break;
                case 4: tt=t_begin+ph;
                    u1=*pra+k[3][1];
                    u2=*ptheta+k[3][2];
                    u3=*pphi+k[3][3];break;
            }
        tt=tt;
        if(u1>0)
        {
            if(u1 <= (1/Gamma) ) equation2(u1,u2,u3,
                &fn[1],&fn[2],&fn[3]);
            else
                equation1(u1,u2,
                    &fn[1],&fn[2],&fn[3]);

            for(i=1;i<=3;i=i+1)
            {
                k[korder][i]=ph*fn[i];
            }
            korder=korder + 1;
        }
        else korder=5;
    } while(korder<=4);
}

```

```
*pra=*pra+(k[1][1]+2*k[2][1]+2*k[3][1]+k[4][1])/6;  
*ptheta=*ptheta+(k[1][2]+2*k[2][2]+2*k[3][2]+k[4][2])/6;  
*pphi=*pphi+(k[1][3]+2*k[2][3]+2*k[3][3]+k[4][3])/6;
```

}



ประวัติผู้วิจัย

นายชนพัฒน์ ธีระวุฒิ เกิดวันที่ 3 มีนาคม 2515 ที่จังหวัดปัตตานี สำเร็จการศึกษาระดับปริญญาตรีวิทยาศาสตรบัณฑิต สาขาฟิสิกส์ จากภาควิชาฟิสิกส์ คณะวิทยาศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในปีการศึกษา 2536 และเข้าศึกษาต่อในหลักสูตรวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาฟิสิกส์ เมื่อปีการศึกษา 2539

