

ความแม่นยำของกฎสัดส่วนสำหรับความถี่ธรรมชาติของโครงสร้างแผ่นบางรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า
โดยวิธีการทดลอง



นายอนวัช ฌ สงขลา

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล

คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ปีการศึกษา 2548

ISBN 974-17-6159-7

ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ACCURACY OF THE SCALING LAW FOR EXPERIMENTAL NATURAL
FREQUENCIES OF RECTANGULAR THIN PLATES



Mr. Anawat Nasongkhla

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Engineering Program in Mechanical Engineering
Department of Mechanical Engineering


Faculty of Engineering
Chulalongkorn University

Academic Year 2005

ISBN974-17-6159-7

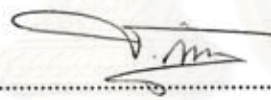
หัวข้อวิทยานิพนธ์ ความแม่นยำของกฎสัดส่วนสำหรับความถี่ธรรมชาติของโครงสร้าง
แผ่นบางรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าโดยวิธีการทดลอง
โดย นายอนวัช ฅ สงขลา
สาขาวิชา วิศวกรรมเครื่องกล
อาจารย์ที่ปรึกษา ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ไพโรจน์ สิงहनัดกิจ

คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้นับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็น
ส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาโท

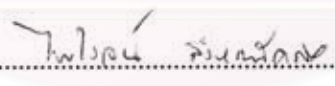

.....
(ศาสตราจารย์ ดร.ดิเรก ลาวัณย์ศิริ)

คณบดีคณะวิศวกรรมศาสตร์

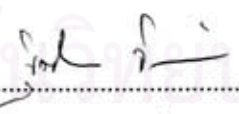
คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์


.....
(รองศาสตราจารย์ ดร.ชัยโรจน์ คุณพนิชกิจ)


ประธานกรรมการ


.....
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ไพโรจน์ สิงहनัดกิจ)

อาจารย์ที่ปรึกษา


.....
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.จิติมา จินตนาวัน)

กรรมการ


.....
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.จิรพงศ์ กสิวิทย์อำนวย)

กรรมการ

สถาบันวิจัยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

อนวัช ณ สงขลา : ความแม่นยำของกฎสัดส่วนสำหรับความถี่ธรรมชาติของโครงสร้าง
แผ่นบางรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าโดยการทดลอง (ACCURACY OF THE SCALING LAW
FOR EXPERIMENTAL NATURAL FREQUENCIES OF RECTANGULAR
THIN PLATES) อ.ที่ปรึกษา: ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ไพโรจน์ สิงห์ถนัดกิจ, 88 หน้า
ISBN 974-17-6159-7

วิทยานิพนธ์นี้ศึกษาความแม่นยำของการวัดค่าความถี่ธรรมชาติของโครงสร้างแผ่นบาง
รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าโดยใช้กฎสัดส่วนสำหรับปัญหาการสั่นสะเทือน โดยกฎสัดส่วนสำหรับการสั่น
สะเทือนของโครงสร้างแผ่นบางวัสดุไอโซทรอปิกหาได้จากสมการครอบคลุมและทำการสอบทวน
กับผลเฉลยแม่นยำ การศึกษาเป็นการทดลองกับชิ้นงานสองกลุ่มคือ กลุ่มวัสดุชนิดเดียวกันและ
กลุ่มวัสดุต่างชนิดกัน ชิ้นงานแบบจำลองและชิ้นงานต้นแบบเป็นแผ่นสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีเงื่อนไข
ขอบเขตการจับยึดแบบ SSSS SFSS SFSF และ SSFF ทดลองเพื่อหาค่าความถี่ธรรมชาติด้วยวิธี
การเคาะ ค่าความถี่ธรรมชาติสามโหมดแรกหาได้จากสัญญาณการสั่นสะเทือนบนโดเมนความถี่
นำกฎสัดส่วนมาใช้กับค่าความถี่ธรรมชาติจากการวัดของชิ้นงานแบบจำลองเพื่อทำนายค่าความถี่
ธรรมชาติของชิ้นงานต้นแบบ แล้วนำค่าความถี่ธรรมชาติของชิ้นงานต้นแบบที่ได้จากการทำนาย
มาเปรียบเทียบกับค่าความถี่ธรรมชาติของชิ้นงานต้นแบบจากการวัด จากการเปรียบเทียบค่าความถี่
ธรรมชาติจากการวัดและค่าความถี่ธรรมชาติจากการทำนายโดยกฎสัดส่วนค่าเฉลี่ยและค่าส่วนเบี่ยง
เบนมาตรฐานเท่ากับ $0.24 \pm 6.51\%$ แสดงให้เห็นว่าการวัดค่าความถี่ธรรมชาติให้ผลความแม่นยำ
ในระดับที่ดีเมื่อเทียบกับการใช้กฎสัดส่วนกับปัญหาการโก่งงอ การใช้กฎสัดส่วนในการหาความ
แม่นยำของการวัดการสั่นสะเทือนให้ผลดีกว่าวิธีการเปรียบเทียบความถี่ธรรมชาติจากการวัดกับผล
เฉลยแม่นยำเนื่องจากการทดลองไม่สามารถสร้างเงื่อนไขขอบเขตแบบง่ายหรือเงื่อนไขแบบยึด
แน่นได้สมบูรณ์ตามอุดมคติ ซึ่งในการใช้กฎสัดส่วนชุดทดลองไม่จำเป็นต้องมีเงื่อนไขที่สมบูรณ์
ตามอุดมคติ

ภาควิชา.....วิศวกรรมเครื่องกล.....

สาขาวิชา.....วิศวกรรมเครื่องกล.....

ปีการศึกษา..... 2548.....

ลายมือชื่อนิสิต..... *Ombo 8.654*.....

ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา..... *ไพโรจน์ สิงห์ถนัดกิจ*.....

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

4670583721 : MAJOR MECHANICAL ENGINEERING

KEY WORD: SCALING LAW / NATUARAL FREQUENCY / PLATE /
EXPERIMENT

ANAWAT NASONGKHLA : ACCURACY OF THE SCALING
LAW FOR EXPERIMENTAL NATURAL FREQUENCIES OF
RACTANGULAR THIN PLATES. THESIS ADVISOR : ASST.
PROF. PAIROD SINGHATANADGID, Ph.D. 88 pp. ISBN 974-17-6159-7

The accuracy of the vibration measurement of rectangular thin plates was studied using scaling law for vibration problem. A scaling law for vibration response of rectangular isotropic plates was derived from the governing equation and verified with closed form solutions. The experiment study was conducted on two groups of the specimens; a group of the same material and a group with different material. Rectangular plates with SSSS, SFSS, SFSF, and SSFF boundary conditions were identified as a model or a prototype and tested for natural frequencies using impact test method. Natural frequencies from the first three modes were obtained from the vibration response in frequency domain. Measured natural frequency of a model was substituted into the scaling law to determine the scaling natural frequency of the corresponding prototype which was then compared to the measured natural frequency to determine the accuracy of the vibration measurement. Natural frequencies of the prototype determined from both approaches agree with each other very well. From the comparisons, the average and the standard deviation of percent discrepancy between measured and scaling natural frequencies of the prototype is $0.24 \pm 6.51\%$. The accuracy in this study is notably better that of the previous study on scaling law for buckling of plate. The use of scaling law to determine the accuracy of the vibration measurement is better than that of comparing the measured natural frequency with the closed form solution since it is impossible to build the ideal simple support or clamped support boundary conditions in the experiment. With a scaling law, the ideal boundary condition is not required in the experiment setup.

Department Mechanical Engineering..... Student's signature.. *Anawat Na.songkhla*
Field of study Mechanical Engineering..... Advisor's signature.. *Pairod Singhatanadgid*
Academic year 2005.....

กิตติกรรมประกาศ

ขอกราบขอบคุณ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. ไพโรจน์ สิงหนัดกิจ อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์เป็นอย่างสูง ที่เป็นผู้เริ่มแนวทางสำหรับการทำวิทยานิพนธ์ซึ่งถือเป็นส่วนแรกและสำคัญที่สุดการทำวิทยานิพนธ์ รวมทั้งการให้ความรู้ คำแนะนำ คำปรึกษาในการดำเนินการในทุกขั้นตอนการทำวิทยานิพนธ์ เพื่อการปรับปรุงและพัฒนาจนงานวิทยานิพนธ์สำเร็จลุล่วงตามวัตถุประสงค์

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ฐิติมา จินตนาวัน กรรมการวิทยานิพนธ์ที่กรุณาให้ความรู้ปัญหาการสันตะเทือน ให้คำแนะนำในการจัดตั้งชุดทดลอง รวมถึงความกรุณาอำนวยความสะดวกในการใช้อุปกรณ์ทดลองและเครื่องมือวัดตลอดระยะเวลาที่ทำวิทยานิพนธ์

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. จิรพงศ์ กสิวิทย์อำนวย กรรมการวิทยานิพนธ์ที่ได้ให้คำแนะนำในส่วนของการทดสอบวัสดุ และให้คำแนะนำการวิเคราะห์ผลการดำเนินงานวิจัยนี้ ซึ่งทำให้งานวิทยานิพนธ์นี้มีความสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น

ขอกราบขอบคุณรองศาสตราจารย์ ดร.ชัยโรจน์ คุณพนิชกิจ ประธานกรรมการวิทยานิพนธ์ ที่ได้ให้ความรู้ด้านการวัดการสันตะเทือน การออกแบบชุดทดลอง ตลอดจนการให้คำปรึกษาซึ่งนับเป็นประโยชน์สำคัญของการทำวิทยานิพนธ์

ขอบคุณเพื่อน พี่ และน้องนิสิตทั้งระดับปริญญาตรี ปริญญาโท และปริญญาเอกหลายท่านที่ช่วยแลกเปลี่ยนความรู้ ให้ข้อคิดเห็นและคำเสนอแนะพร้อมทั้งเป็นที่ปรึกษาตลอดเวลาการทำวิทยานิพนธ์

สุดท้ายนี้ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณบิดามารดา ที่ให้ความรัก ความเข้าใจ คอยดูแล พร้อมทั้งให้กำลังใจและสนับสนุนในทุกด้านมาโดยตลอด

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	จ
กิตติกรรมประกาศ.....	ฉ
สารบัญ.....	ช
สารบัญตาราง.....	ฅ
สารบัญภาพ.....	ฉ
คำอธิบายสัญลักษณ์.....	ฐ
บทที่ 1 บทนำ.....	1
1.1 ความสำคัญและที่มาของวิทยานิพนธ์.....	1
1.2 วัตถุประสงค์ของวิทยานิพนธ์.....	2
1.3 ขอบเขตของวิทยานิพนธ์.....	2
1.4 เนื้อหาโดยรวมของวิทยานิพนธ์.....	3
บทที่ 2 ปรัชมนวัตกรรม.....	5
2.1 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการศึกษาปัญหาการสันสะเทือนของโครงสร้างแผ่น.....	5
2.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับวัสดุส่วน.....	9
2.3 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับประยุกต์การศึกษาพฤติกรรมการสันสะเทือนกับการศึกษาพฤติกรรมอื่นๆของโครงสร้าง.....	13
บทที่ 3 ทฤษฎีและการวิเคราะห์การสันแบบอิสระของโครงสร้างแผ่นบางสี่เหลี่ยมผืนผ้า.....	15
3.1 สมมติฐานเบื้องต้นและเงื่อนไขในการวิเคราะห์.....	15
3.2 ตัวอย่างการหาค่าความถี่ธรรมชาติภายใต้กรณีการจับยึดแบบอย่างง่ายทั้ง 4 ด้าน...	19
บทที่ 4 สำหรับการวิเคราะห์การสันสะเทือน.....	22
4.1 ทฤษฎีความคล้าย.....	23
4.2 ค่าคงตัวความคล้ายสำหรับค่าความถี่ธรรมชาติพื้นฐานของแผ่นบางสี่เหลี่ยมผืนผ้า.....	24
4.3 การสอบทวนวัสดุส่วนเพื่อหาค่าความถี่ธรรมชาติของโครงสร้างต้นแบบ.....	26
บทที่ 5 การทดลองปัญหาการสันสะเทือน.....	30
5.1 รายละเอียดแผ่นทดลองและเงื่อนไขขอบเขตการทดลอง.....	31
5.2 ชุดทดลอง.....	35
5.3 การเตรียมแผ่นทดลองและลำดับการทดลอง.....	37

	หน้า
5.4 อุปกรณ์ทดลองและเครื่องมือวัด.....	40
5.5 การทดลอง.....	42
5.5.1 การทดสอบชุดทดลอง.....	42
5.5.2 การติดตั้งชุดทดลอง.....	42
5.5.3 การติดตั้งอุปกรณ์ทดลอง เครื่องมือวัด และขั้นตอนการทดลอง.....	46
5.5.4 การอ่านค่าและบันทึกผลการทดลอง.....	49
บทที่ 6 ค่าความถี่ธรรมชาติจากการทดลองและการประยุกต์ใช้กฏสัดส่วน.....	51
6.1 ผลการวัดค่าความถี่ธรรมชาติจากการทดลอง.....	51
6.2 การประยุกต์การใช้กฏสัดส่วน.....	57
6.3 ความแม่นยำของการวัดค่าความถี่ธรรมชาติจากการทดลองในกลุ่มแรก.....	58
บทที่ 7 บทสรุป.....	83
7.1 บทสรุป.....	83
7.2 ประโยชน์ที่ได้รับจากวิทยานิพนธ์และข้อเสนอแนะสำหรับงานวิจัยในอนาคต...	85
รายการอ้างอิง	88
ภาคผนวก	90
ภาคผนวก ก แบบและรายละเอียดชุดทดลอง.....	91
ภาคผนวก ข ตัวอย่างผลการทดลอง.....	105
ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์	121

สารบัญตาราง

	หน้า
ตารางที่ 3-1 แสดงค่า ω_{mn} ในหน่วย Hz สำหรับแผ่นบางที่ถูกจับยึดแบบง่าย ทั้ง 4 ด้าน.....	20
ตารางที่ 4-1 ชื่อแผ่นชิ้นงานและคุณสมบัติวัสดุของแผ่นชิ้นงานในการสอบทวน กฎสัดส่วน.....	28
ตารางที่ 4-2 การสอบทวนกฎสัดส่วนกรณีแผ่นชิ้นงานต้นแบบและแผ่นชิ้นงาน แบบจำลองเป็นวัสดุชนิดเดียวกัน.....	28
ตารางที่ 4-3 การสอบทวนกฎสัดส่วนกรณีแผ่นชิ้นงานต้นแบบและแผ่นชิ้นงาน แบบจำลองเป็นวัสดุต่างชนิดกัน.....	29
ตารางที่ 5-1 คุณสมบัติของแผ่นทดลอง.....	33
ตารางที่ 5-2 กลุ่มการทดลอง.....	33
ตารางที่ 6-1 ค่าความถี่ธรรมชาติของการทดลองกรณีการจับยึดแบบง่ายทั้งสี่ด้าน (SSSS)ของการทดลองกลุ่มแรก.....	53
ตารางที่ 6-2 ค่าความถี่ธรรมชาติของการทดลองกรณีการจับยึดแบบง่ายสามด้าน และปล่อยปลายอิสระหนึ่งด้าน(SFSS)ของการทดลองกลุ่มแรก.....	53
ตารางที่ 6-3 ค่าความถี่ธรรมชาติของการทดลองกรณีการจับยึดแบบง่ายสองด้านคู่ติดกัน และปล่อยปลายอิสระสองด้าน(SFSF)ของการทดลองกลุ่มแรก.....	54
ตารางที่ 6-4 ค่าความถี่ธรรมชาติของการทดลองกรณีการจับยึดแบบง่ายสองด้านคู่ตรงกัน ข้ามและปล่อยปลายอิสระสองด้าน(SSFF)ของการทดลองกลุ่มแรก.....	54
ตารางที่ 6-5 ค่าความถี่ธรรมชาติของการทดลองกรณีการจับยึดแบบง่ายทั้งสี่ด้าน (SSSS)ของการทดลองกลุ่มที่สอง.....	55
ตารางที่ 6-6 ค่าความถี่ธรรมชาติของการทดลองกรณีการจับยึดแบบง่ายสามด้าน และปล่อยปลายอิสระหนึ่งด้าน(SFSS)ของการทดลองกลุ่มที่สอง.....	55
ตารางที่ 6-7 ค่าความถี่ธรรมชาติของการทดลองกรณีการจับยึดแบบง่ายสองด้านคู่ติดกัน และปล่อยปลายอิสระสองด้าน(SFSF)ของการทดลองกลุ่มที่สอง.....	56
ตารางที่ 6-8 ค่าความถี่ธรรมชาติของการทดลองกรณีการจับยึดแบบง่ายสองด้านคู่ตรงกัน ข้ามและปล่อยปลายอิสระสองด้าน(SSFF)ของการทดลองกลุ่มที่สอง.....	56

สารบัญภาพ

หน้า

รูปที่ 3.1 แสดงระบบพิกัด ส่วนย่อยของแผ่นบางที่วิเคราะห์ แรงการกระทำ และทิศทางการเคลื่อนที่ W ของแผ่นบาง.....	16
รูปที่ 3.2 โมเมนต์ดัดที่กระทำรอบปลายขอบแผ่นบางสี่เหลี่ยมผืนผ้า.....	18
รูปที่ 3.3 ตัวอย่างรูปร่างโหมดการสั่นของโครงสร้างแผ่น ภายใต้การจับยึดแบบง่าย ทั้งสี่ด้าน (SSSS).....	21
รูปที่ 5.1 ชุดทดลอง เครื่องมือทดลองและอุปกรณ์การวัดเพื่อหาค่าความถี่ธรรมชาติ.....	31
รูปที่ 5.2 แผ่นโลหะที่ใช้ในการทดลอง.....	32
รูปที่ 5.3 การจับยึดแผ่นทดลองทั้ง 4 กรณี และระบบแกนพิกัด.....	34
รูปที่ 5.4 ชิ้นส่วนไบริดขนาดต่างๆ.....	36
รูปที่ 5.5 ลักษณะ counterbore ของ ชิ้นส่วน ไบริดขนาด 600 มม.....	36
รูปที่ 5.6 รูใต้สกรูยึดของชิ้นส่วนไบริดด้านบน.....	36
รูปที่ 5.7 ชิ้นส่วนจับยึดไบริดและชิ้นส่วนประกอบ.....	37
รูปที่ 5.8 ชิ้นส่วนแผ่นเหล็กรองกำหนดตำแหน่ง.....	37
รูปที่ 5.9 แสดงระยะเฟื่อของแผ่นทดลองสำหรับการถูกจับยึดด้วยไบริด.....	38
รูปที่ 5.10 แสดงการเตรียมขนาดของแผ่นทดลองและลำดับของการทดลองตาม กรณีเงื่อนไขขอบเขตจับยึด.....	39
รูปที่ 5.11 ค้อนเคาะสัญญาณ.....	41
รูปที่ 5.12 อุปกรณ์กำเนิดกำลังไฟฟ้า.....	41
รูปที่ 5.13 ตัววัดสัญญาณความเร่ง.....	41
รูปที่ 5.14 เครื่องวิเคราะห์สัญญาณพลวัต.....	41
รูปที่ 5.15 การจับยึดแบบง่ายทั้งสี่ด้าน(SSSS).....	43
รูปที่ 5.16 การจับยึดแบบง่ายสามด้านและปล่อยอิสระหนึ่งด้าน(SFSS).....	44
รูปที่ 5.17 การจับยึดแบบง่ายคู่ด้านตรงกันข้ามและปล่อยอิสระสองด้าน (SSFF).....	44
รูปที่ 5.18 การจับยึดแบบง่ายคู่ด้านติดกันและปล่อยอิสระสองด้าน (SFSF).....	45
รูปที่ 5.19 แผ่นยางแข็ง.....	45
รูปที่ 5.20 ชิ้นส่วนไบริดด้านบนและไบริดด้านล่างยึดแผ่นทดลอง.....	45
รูปที่ 5.21 การตรวจแนวระนาบของทั้งชิ้นส่วนไบริดและแผ่นทดลอง.....	46
รูปที่ 5.22 การติดตั้งอุปกรณ์ทดลองและเครื่องมือวัด.....	46

รูปที่ 5.23	ผลบันทึกการทดลองกรณี SSSS ของแผ่นสแตนเลสขนาด 300x200 มม. ²	50
รูปที่ 6.1	การหาความแม่นยำของการทดลองจากการใช้กฎสัดส่วน.....	57
รูปที่ 6.2	กราฟค่าความถี่ธรรมชาติจากการทดลองกรณีจับยึดแบบง่ายสี่ทั้งสี่ด้าน(SSSS) ในการทดลองกลุ่มแรกเปรียบเทียบกับค่าความถี่ธรรมชาติจากการคำนวณ กรณีการจับยึดแบบยึดแน่นทั้งสี่ด้าน(CCCC)และค่าความถี่ธรรมชาติ จากการคำนวณกรณีการจับยึดแบบง่ายทั้งสี่ด้าน(SSSS).....	68
รูปที่ 6.3	กราฟค่าความถี่ธรรมชาติจากการทดลองกรณีจับยึดแบบง่ายสี่ทั้งสี่ด้าน(SSSS) ในการทดลองกลุ่มที่สองเปรียบเทียบกับค่าความถี่ธรรมชาติจากการคำนวณ กรณีการจับยึดแบบยึดแน่นทั้งสี่ด้าน(CCCC)และค่าความถี่ธรรมชาติ จากการคำนวณกรณีการจับยึดแบบง่ายทั้งสี่ด้าน(SSSS)	82



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

คำอธิบายสัญลักษณ์

หน้า

A	คือ	พื้นที่ของโครงสร้างแผ่น
a	คือ	ความยาวของโครงสร้างแผ่นในทิศทางแกน x
b	คือ	ความกว้างของโครงสร้างแผ่นในทิศทางแกน y
C_i	คือ	ตัวประกอบสัดส่วนความคล้อย
D	คือ	Bending stiffness
E	คือ	ค่าโมดูลัสความยืดหยุ่น
h	คือ	ค่าความหนาของโครงสร้างแผ่น
$L()$	คือ	ตัวดำเนินการ(Operator)
M_x	คือ	โมเมนต์ดัดในทิศทางแกน x
M_y	คือ	โมเมนต์ดัดในทิศทางแกน y
m	คือ	แบบจำลอง(model)
p	คือ	ต้นแบบ(prototype)
$q(x,y)$	คือ	ภาระสถิตย์
R	คือ	สัดส่วนของโครงสร้างแผ่น(Aspect ratio)
$T(t)$	คือ	ฟังก์ชันแบบแปรผันในลักษณะรูปไซน์เมื่อเทียบกับเวลา
t	คือ	เวลา
W	คือ	ระยะเคลื่อนที่ในทิศทางแกน z
w_{mn}	คือ	แอมพลิจูดของการสั่น
ρ	คือ	ความหนาแน่นมวลต่อหน่วยพื้นที่
v	คือ	ค่าอัตราส่วนปัวซอง
α	คือ	มุมเฟส
ω_{mn}	คือ	ค่าความถี่ธรรมชาติภายใต้รูปร่างโหมด(m,n)
$\omega_{m,exp}$	คือ	ค่าความถี่ธรรมชาติของแผ่นแบบจำลองจากการทดลอง
$\omega_{p,scaling}$	คือ	ค่าความถี่ธรรมชาติของแผ่นแบบต้นแบบจากการทำนายโดยกฎสัดส่วน
$\omega_{p,exp}$	คือ	ค่าความถี่ธรรมชาติของแผ่นต้นแบบจากการทดลอง

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความสำคัญและที่มาของวิทยานิพนธ์

การศึกษาพฤติกรรมการสั่นสะเทือนของโครงสร้างแผ่นบางเพื่อหาค่าความถี่ธรรมชาติสามารถทำได้หลายวิธี ได้แก่ วิธีการวิเคราะห์ (Analytical Method) วิธีการเชิงตัวเลข (Numerical Method) และวิธีการทดลอง (Experimental Method) ซึ่งการหาค่าความถี่ธรรมชาติของโครงสร้างแผ่นบางโดยวิธีการวิเคราะห์หรือวิธีการเชิงตัวเลขมีข้อดีและข้อจำกัดเมื่อเปรียบเทียบกับวิธีการทดลอง กล่าวคือ วิธีการวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์มีข้อจำกัดคือในกรณีที่ชิ้นงานมีความซับซ้อนทางเงื่อนไขขอบเขตหรือชิ้นงานมีความไม่สมบูรณ์ (Imperfection) การวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์ไม่สามารถจำลองพฤติกรรมของชิ้นงานได้สมบูรณ์ ส่วนในกรณีวิธีการทดลองมีข้อจำกัดในการสร้างชิ้นงานจริงซึ่งมีค่าใช้จ่ายสูงและใช้เวลานานในการดำเนินการ แต่มีข้อดีในการที่สามารถหาค่าความถี่ธรรมชาติจากพฤติกรรมการสั่นสะเทือนของชิ้นงานจริงซึ่งมีความไม่สมบูรณ์ทั้งความไม่สมบูรณ์ของชิ้นงานและความไม่สมบูรณ์ของเงื่อนไขขอบเขตของชิ้นงานรวมอยู่ด้วย

แม้ว่าจากการศึกษาของงานวิจัยในอดีต การใช้วิธีวิเคราะห์วิธีการคำนวณเชิงตัวเลข และ การใช้วิธีการทดลองเพื่อยืนยันผลที่ได้จากการวิเคราะห์ จนสามารถได้ข้อสรุปที่เป็นสมการและผลเฉลยสำเร็จในการอธิบายพฤติกรรมการสั่นสะเทือนและการหาค่าความถี่ธรรมชาติของโครงสร้างแผ่นบาง ซึ่งวิธีการวิเคราะห์ดังกล่าวเป็นที่ยอมรับและใช้กันอย่างกว้างขวางในปัจจุบัน นอกเหนือจากข้อจำกัดของความซับซ้อนและความไม่สมบูรณ์ของชิ้นงานแล้ว ยังคงพบปัญหาของการใช้ผลเฉลยสำเร็จ ได้แก่ ความคลาดเคลื่อนในการตั้งสมมติฐานการจับยึดชิ้นส่วนกับพฤติกรรมจริงที่เกิดขึ้นรวมทั้งข้อจำกัดและความแม่นยำในการหาค่าคุณสมบัติทางวัสดุของชิ้นงานเพื่อการวิเคราะห์หาค่าความถี่ที่เกิดขึ้นของชิ้นส่วนนั้น เป็นต้น สำหรับวิทยานิพนธ์นี้การศึกษาเพื่อหาค่าความถี่ธรรมชาติจากพฤติกรรมการสั่นสะเทือนของโครงสร้างแผ่นบางวัสดุโลหะได้นำเสนอการใช้กฎสัดส่วน (Scaling Law) ในวิเคราะห์ปัญหาการสั่นสะเทือนร่วมกับวิธีการทดลองเพื่อหาค่าความถี่ธรรมชาติ กล่าวคือนำผลค่าความถี่ธรรมชาติที่ได้จากการทดลองบนชิ้นงาน โครงสร้างแผ่นบางแผ่นหนึ่ง มาผ่านวิธีการวิเคราะห์เพื่อทำนายค่าความถี่ธรรมชาติของชิ้นงานอีกแผ่นหนึ่งเปรียบเทียบกับผลที่ได้จากการวิเคราะห์กับผลที่ได้จากการทดลองของแผ่นที่ถูกทำนาย เพื่อศึกษาความแม่นยำของการใช้กฎสัดส่วนในการวิเคราะห์เพื่อทำนายค่าความถี่ธรรมชาติชิ้นงาน โครงสร้างแผ่นบาง และศึกษาเปรียบเทียบความแม่นยำของการใช้กฎสัดส่วนสำหรับปัญหาการสั่นสะเทือน

ในโครงสร้างแผ่นบางกับความแม่นยำของการใช้กฎสัดส่วนสำหรับโครงสร้างแผ่นบางในปัญหาอื่น เช่น ปัญหาการโก่งตัว เป็นต้น

นอกเหนือจากการนำค่าความถี่ธรรมชาติที่ได้จากการทดลองมาวิเคราะห์ความแม่นยำของการวัดค่าสำหรับปัญหาการสั่นสะเทือน โดยการใช้กฎสัดส่วนแล้ว การศึกษาในปัจจุบันสามารถนำค่าความถี่ธรรมชาติที่เกิดขึ้นกับโครงสร้างแผ่นบางมาใช้วิเคราะห์หาค่าภาระการโก่งตัวที่เกิดขึ้นกับโครงสร้างแผ่นบางนั้นได้ โดยวิธีดังกล่าวมีชื่อว่า VCT (Vibration Correlation Technique) สำหรับการทดลองเพื่อหาค่าภาระการโก่งตัวโดยการวัดการโก่งตัวโดยตรงจากข้อมูลการศึกษาที่ผ่านมา ยังคงพบปัญหาความคลาดเคลื่อนของความแม่นยำ (Accuracy) ในการวัดจากการทดลอง ดังนั้นผลการสรุปความแม่นยำของการวัดค่าความถี่ธรรมชาติจากการทดลองในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้มีประโยชน์ในการเป็นข้อมูลเบื้องต้นสำหรับการพิจารณาและการประยุกต์ใช้ค่าความถี่ธรรมชาติเพื่อหาค่าภาระการโก่งตัวต่อไป

1.2 วัตถุประสงค์ของวิทยานิพนธ์

1. ศึกษาหาความแม่นยำของการวัดค่าความถี่ธรรมชาติของโครงสร้างแผ่นบางรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า โดยเปรียบเทียบระหว่างค่าความถี่ธรรมชาติที่ได้จากการวัดกับค่าความถี่ธรรมชาติที่ได้จากการทำนายด้วยกฎสัดส่วน

2. นำผลสรุปค่าความแม่นยำของการวัดค่าความถี่ธรรมชาติของโครงสร้างแผ่นบางรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าเปรียบเทียบกับผลสรุปความแม่นยำในการวัดค่าภาระการโก่งงอของโครงสร้างชนิดเดียวกันที่มีผู้ศึกษาไว้แล้ว เพื่อนำไปสู่ข้อสรุปข้อจำกัดและความเป็นไปได้ของการนำ VCT มาประยุกต์ใช้ในการศึกษาภาระการโก่งงอต่อไป

1.3 ขอบเขตของวิทยานิพนธ์

ขอบเขตของวิทยานิพนธ์โดยสังเขปคือ การออกแบบ การสร้างและทำการทดสอบชุดทดลองโดยสอบทวนค่าความถี่ธรรมชาติที่วัดได้จากชุดทดลองที่สร้างขึ้น ชุดทดลองทำหน้าที่จับยึดชิ้นงานแผ่นทดลองขนาดต่างๆแต่ละแผ่นให้อยู่ในแนวระนาบเดียวกันภายใต้แต่ละกรณีเงื่อนไขขอบเขตการจับยึด

การศึกษาเป็นการทดลองเพื่อหาค่าความถี่ธรรมชาติของโครงสร้างแผ่นบางรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า วัสดุที่ศึกษาเป็นวัสดุโลหะ โดยแยกเป็น 2 กลุ่ม กลุ่มแรกเป็นแผ่นอลูมิเนียม 3 ขนาดสัดส่วน (Aspect Ratio) แต่ละขนาดสัดส่วนละ 3 ขนาดความกว้าง ทุกแผ่นมีความหนาเท่ากัน กลุ่มที่สองประกอบด้วยวัสดุ 3 ชนิด ได้แก่ แผ่นอลูมิเนียม แผ่นเหล็ก และแผ่นสแตนเลส 304 วัสดุละ 1 ขนาดสัดส่วน ขนาดสัดส่วนละ 2 ขนาด รวมทั้งสิ้น 6 แผ่นทดลอง แผ่นทดลองแต่

ละวัสดุมีความหนาต่างกัน แผ่นทดลองทั้ง 2 กลุ่มทุกแผ่นทดลองภายใต้เงื่อนไขขอบเขตการจับยึดแบบง่ายและแบบอิสระทั้งหมด 4 กรณี ได้แก่ กรณีแรกจับยึดแบบง่ายทั้งสี่ด้าน (SSSS) กรณีที่สองจับยึดแบบง่ายสามด้านและปลายอิสระหนึ่งด้าน (SFSS) กรณีที่สามจับยึดแบบง่ายสองด้านคู่ตรงกันข้ามและปลายอิสระอีกสองด้าน (SSFF) กรณีที่สี่จับยึดแบบง่ายสองด้านคู่ติดกันและปลายอิสระอีกสองด้าน (SFSS) แล้วนำค่าความถี่ธรรมชาติที่ได้จากการทดลองเปรียบเทียบกับผลที่ได้จากการทำนายด้วยกฎสัดส่วนเพื่อสรุปผลความแม่นยำของการวัดค่าความถี่ธรรมชาติ

1.4 เนื้อหาโดยรวมของวิทยานิพนธ์

วิทยานิพนธ์ประกอบด้วยเนื้อหา 7 บทและภาคผนวก 2 บท โดยมีลำดับเนื้อหาและรายละเอียดดังนี้

บทที่ 1 กล่าวถึงความสำคัญ ที่มาของปัญหา การประยุกต์ความรู้ในการศึกษาเพื่อหาค่าความถี่ธรรมชาติ ขอบเขตและวัตถุประสงค์ของวิทยานิพนธ์ รวมทั้งเนื้อหาโดยรวมของวิทยานิพนธ์

บทที่ 2 กล่าวถึง การศึกษาและงานวิจัยโดยแบ่งเป็นสามส่วน คือ ส่วนแรกเป็นงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการศึกษาพฤติกรรมการสั่นสะเทือนแบบอิสระของโครงสร้างแผ่นบาง ส่วนที่สองเป็นงานวิจัยเกี่ยวข้องกับการใช้กฎสัดส่วน และในส่วนที่สามเป็นงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับประยุกต์การศึกษาพฤติกรรมการสั่นสะเทือนกับการศึกษาพฤติกรรมอื่นๆของโครงสร้าง

บทที่ 3 กล่าวถึง นิยาม สมมติฐานเบื้องต้น ทฤษฎีและสมการครอบคลุมสำหรับการวิเคราะห์ปัญหาการสั่นแบบอิสระของโครงสร้างแผ่นบางรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า รวมทั้งแสดงตัวอย่างการหาค่าความถี่ธรรมชาติของโครงสร้างแผ่นบางจากผลเฉลยแม่นยำตรงกรณีถูกจับยึดแบบง่ายทั้งสี่ด้าน

บทที่ 4 กล่าวถึง นิยามทฤษฎีความคล้ำย ค่าคงตัวความคล้ำยสำหรับการศึกษาค่าความถี่ธรรมชาติพื้นฐานของแผ่นบางสี่เหลี่ยมผืนผ้า การสอบทวนการใช้กฎสัดส่วนเพื่อหาค่าความถี่ธรรมชาติของแผ่นทดลองต้นแบบ

บทที่ 5 กล่าวถึง การทดลองเพื่อหาค่าความถี่ธรรมชาติของแผ่นทดลอง โดยเริ่มจากรายละเอียดและคุณสมบัติวัสดุของแผ่นทดลอง เงื่อนไขขอบเขตของการทดลอง การแบ่งกลุ่มการทดลอง รายละเอียดและหน้าที่แต่ละชิ้นส่วนของชุดทดลอง รายละเอียดเบื้องต้นของอุปกรณ์และเครื่องมือวัดที่ใช้ในการทดลอง การทดสอบชุดทดลอง การติดตั้งและการทำงานของชุดทดลองที่ใช้จับยึดแผ่นทดลองในการสร้างเงื่อนไขขอบเขตแต่ละกรณีการทดลอง การติดตั้งอุปกรณ์ทดลองและเครื่องมือวัดในการทดลอง รวมถึงการอ่านค่าและบันทึกผลการทดลอง

บทที่ 6 กล่าวถึง ผลค่าความถี่ธรรมชาติในการวัดจากการทดลองของทุกกรณีการทดลอง การประยุกต์กฎสัดส่วนโดยการนำค่าความถี่ธรรมชาติแผ่นของแผ่นทดลองแบบจำลองมาใช้ทำนายค่าความถี่ธรรมชาติแผ่นของแผ่นทดลองต้นแบบ แสดงผลความแม่นยำของค่าความถี่ธรรมชาติของแผ่นทดลองต้นแบบที่ได้จากการวัดเทียบกับผลค่าความถี่ธรรมชาติของแผ่นทดลองต้นแบบที่ได้จากการทำนายโดยใช้กฎสัดส่วนแยกตามกรณีการทดลองของทั้งสองกลุ่มการทดลอง

บทที่ 7 กล่าวถึง ข้อผลสรุปของวิทยานิพนธ์ ประโยชน์ของวิทยานิพนธ์และข้อเสนอแนะสำหรับงานวิจัยในอนาคต

ภาคผนวกประกอบด้วย ภาคผนวก ก และภาคผนวก ข สำหรับภาคผนวก ก แสดงแบบและรายละเอียดของชุดทดลองแต่ละชิ้นส่วน และสำหรับภาคผนวก ข แสดงตัวอย่างผลการทดลองในทุกกรณีการทดลอง



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 2

ปริทัศน์วรรณกรรม

วิทยานิพนธ์นี้มีส่วนเกี่ยวข้องกับเนื้อหาสาระในสามหัวข้อหลักคือ ปัญหาความถี่ธรรมชาติของโครงสร้างแผ่นบาง กฏสัดส่วน และความสัมพันธ์ของปัญหาการโก่งงอและการสั่นสะเทือนของโครงสร้าง ดังนั้นเนื้อหาในบทนี้จะกล่าวถึงงานวิจัยในอดีตที่เกี่ยวข้องกับวิทยานิพนธ์นี้โดยจะแบ่งกลุ่มของงานวิจัยในอดีตดังนี้ กลุ่มแรกเป็นงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการศึกษาปัญหาการสั่นสะเทือนของโครงสร้างแผ่นบางโดยวิธีการต่างๆ กลุ่มที่สองเป็นงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการใช้กฏสัดส่วนในการวิเคราะห์ปัญหาทางวิศวกรรม และกลุ่มที่สามเป็นงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการนำผลการทดลองการสั่นสะเทือนของโครงสร้างแผ่นมาประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาอื่นๆ ได้แก่ การประยุกต์ใช้กับปัญหาการโก่งงอ (Buckling problem) และการประยุกต์ใช้กับการหาค่าคุณสมบัติอีลาสติกของวัสดุ

2.1 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับปัญหาการสั่นสะเทือนของโครงสร้างแผ่นบาง

จากอดีตที่ผ่านมาได้มีการศึกษาปัญหาการสั่นสะเทือนของโครงสร้างแผ่นบางอย่างกว้างขวาง วิธีการหาค่าความถี่ธรรมชาติของโครงสร้างแผ่นบางสามารถทำได้โดยวิธีการวิเคราะห์ วิธีการเชิงตัวเลข หรือวิธีการทดลอง งานวิจัยที่สำคัญที่เกี่ยวข้องกับวิทยานิพนธ์สามารถกล่าวรวบรวมโดยสรุปได้ตามลำดับดังนี้

การศึกษาปัญหาการสั่นสะเทือนของโครงสร้างแผ่นบางในช่วงต้นเป็นการศึกษาโดย วิธีการวิเคราะห์ และวิธีเชิงตัวเลข โดยการศึกษาด้วยวิธีเชิงตัวเลขในช่วงต้นๆ มีข้อจำกัดด้านความสามารถในการคำนวณตลอดจนความแม่นยำในการคำนวณ อย่างไรก็ตามในช่วง 20-30 ปีที่ผ่านมาการพัฒนาของวิธีการเชิงตัวเลข(เช่น ระเบียบวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์) และการพัฒนาความสามารถในการคำนวณของคอมพิวเตอร์อย่างมาก ทำให้การแก้ปัญหาโดยวิธีการเชิงตัวเลขมีประสิทธิภาพมากขึ้น วิธีการหาค่าความถี่ธรรมชาติโดยวิธีเชิงตัวเลขสามารถช่วยในการแก้ปัญหาที่มีความซับซ้อนสูงได้ วิธีและหลักการคำนวณสำหรับการใช้วิธีเชิงตัวเลขในการศึกษาปัญหาการสั่นได้แก่ วิธีของ Ritz วิธี Superposition วิธีของ Galerkin และวิธีหลักการพลังงาน นอกเหนือจากการพัฒนาของวิธีการเชิงตัวเลขแล้วการศึกษาโดยวิธีการทดลองก็มีการพัฒนามาโดยลำดับ ทั้งนี้รวมถึงการพัฒนาอุปกรณ์วัดเครื่องมือวิเคราะห์และประมวลผลการทดลอง การศึกษาโดยการทดลองสามารถทำได้กับชิ้นส่วนโครงสร้างที่มีรูปร่างซับซ้อนกว่าการศึกษาสองวิธีแรก ผลที่ได้จากการวัดมีความแม่นยำสูง ผลการทดลองสามารถนำมาศึกษาร่วมกับผลการศึกษาโดยวิธีการวิเคราะห์หรือผลการศึกษาโดยวิธีเชิงตัวเลขในลำดับต่อไป

การศึกษาที่ได้รับการยอมรับและถูกใช้อ้างอิงในงานวิจัยปัญหาการสั่นสะเทือนของโครงสร้างแผ่นบางอย่างกว้างขวางจากอดีตจนถึงปัจจุบันเป็นงานวิจัยของ Arthur W. Leissa[1] ซึ่งเป็นงานที่รวบรวมการศึกษาปัญหาการสั่นสะเทือนของโครงสร้างแผ่นบางโดยการวิเคราะห์ โดย Leissa ได้นำเสนอการวิเคราะห์การสั่นแบบอิสระของแผ่นบางที่ทำจากวัสดุไอโซทรอปิก โดยรูปร่างของโครงสร้างแผ่นบางที่ทำการศึกษา ได้แก่ รูปร่างวงกลม รูปร่างวงรี รูปร่างสี่เหลี่ยมผืนผ้า รูปร่างสี่เหลี่ยมด้านขนาน และรูปร่างสามเหลี่ยม นอกจากนั้นได้นำเสนอแนวทางการวิเคราะห์เบื้องต้นสำหรับปัญหาการสั่นสะเทือนของโครงสร้างแผ่นบางที่มีความซับซ้อนของสมการครอบคลุมซึ่งได้แก่ โครงสร้างแผ่นที่มีคุณสมบัติเป็นวัสดุแอนไอโซทรอปิก โครงสร้างแผ่นที่รับแรงในแนวระนาบ และโครงสร้างแผ่นที่มีความหนาตลอดทั้งแผ่นไม่คงที่ สำหรับการวิเคราะห์การสั่นแบบอิสระของแผ่นรูปร่างสี่เหลี่ยมผืนผ้าในการศึกษาของ Leissa เป็นการหาค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมดการสั่นสะเทือนที่เกิดขึ้นบนสมมติฐานทฤษฎีแผ่นบาง (Thin plate theory) ภายใต้เงื่อนไขขอบเขตการจับยึดด้านทั้งสี่ด้านเป็นการรวมกันของการจับยึดแบบง่าย (simple support) การจับยึดแบบยึดแน่น (clamp support) หรือการจับยึดแบบปลายปล่อยอิสระ (free support) รวม 21 กรณีการจับยึด การศึกษาดังกล่าวเป็นการศึกษาโดยวิธีการวิเคราะห์สมการครอบคลุมโดยตรงร่วมกับการใช้วิธีเชิงตัวเลขเพื่อลดรูปสมการและขั้นตอนการคำนวณ โดยแสดงสมการที่ลดรูปแล้วแยกตามแต่ละกรณีการจับยึด และนำเสนอผลการหาค่าความถี่ธรรมชาติของโครงสร้างแผ่นบางจากสมการที่ลดรูปแล้วในรูปผลเฉลยค่าเจาะจง (Eigenvalue Solution) ร่วมกับการแสดงรูปร่างโหมดการสั่นสะเทือนที่เกิดขึ้น หลังจากการนำเสนอผลการศึกษาของ Leissa มีการศึกษาปัญหาการสั่นสะเทือนของโครงสร้างแผ่นในลักษณะรูปแบบต่างๆ เช่น เพิ่มเติมเงื่อนไขขอบเขตที่ศึกษา เพิ่มเติมลักษณะรูปร่างของโครงสร้างแผ่น พัฒนาคุณสมบัติทางวัสดุศาสตร์ของโครงสร้างแผ่นบาง เป็นต้น งานวิจัยที่เพิ่มเติมขึ้นเหล่านี้ได้ถูกนำเสนอออกมาอย่างต่อเนื่องจนถึงปัจจุบัน ทั้งงานวิจัยที่เป็นการวิเคราะห์ งานวิจัยที่เป็นการคำนวณเชิงเลข และงานวิจัยที่เป็นการทดลอง งานวิจัยเหล่านี้มักอ้างอิงสมการครอบคลุมที่ของ Leissa อยู่เสมอ

การศึกษาโดยวิธีการวิเคราะห์ที่สำคัญในลำดับถัดมาคือ การศึกษาของ D.J. Gorman[2] ที่เสนอในปี 1976 โดย Gorman ได้นำเสนอการวิเคราะห์การสั่นแบบอิสระของแผ่นบางสี่เหลี่ยมผืนผ้าวัสดุไอโซทรอปิก โดยหาค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมดที่เกิดขึ้นบนสมมติฐานทฤษฎีแผ่นบางภายใต้เงื่อนไขขอบเขตการจับยึดแบบต่างๆคือ การจับยึดแบบง่าย การจับยึดแบบยึดแน่น และการจับยึดแบบปลายปล่อยอิสระ รวม 21 กรณีการจับยึดทำนองเดียวกับการศึกษาของ Leissa[1] นอกจากนั้นแล้ว Gorman ได้นำเสนอผลเฉลยของโครงสร้างที่มีการจับยึดแบบจุด (point support) ร่วมกับการจับยึดแบบอื่นๆเพิ่มขึ้นอีก 12 กรณี รวมเป็น 33 กรณีการจับยึด โดยใช้หลักการ Superposition ในการวิเคราะห์สมการครอบคลุมของปัญหาการสั่นสะเทือน ผลการวิเคราะห์ถูกนำเสนอในรูปผลเฉลยค่าเจาะจงแยกตามกรณีการจับยึด โดยจำนวนค่าเจาะจงที่แสดงมีหลายค่าและ

สามารถใช้งานได้สะดวกกว่าการศึกษาของ Leissa[1] นอกจากนี้ Gorman ยังได้นำวิธี Galerkin มาประยุกต์ร่วมกับหลักการ Superposition ในการวิเคราะห์สำหรับปัญหาโครงสร้างแผ่นบางวัสดุไอโซทรอปิก [3]

จากการพัฒนาการคำนวณเชิงตัวเลขและการใช้คอมพิวเตอร์ในการหาค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมดที่เกิดขึ้น งานวิจัยในช่วงเวลาที่ผ่านมามี้งมักเป็นการนำเสนอผลที่ได้จากการพัฒนาวิธีการวิเคราะห์หรือผลที่ได้จากการพัฒนาวิธีการคำนวณเชิงตัวเลขโดยเปรียบเทียบกับผลการศึกษาของ Leissa[1] และ Gorman[2] หรือเปรียบเทียบกับผลจากการทดลอง ดังมีรายงานการวิจัยที่สำคัญดังต่อไปนี้ B.W. Golley[4] นำเสนอวิธีลดขั้นตอนการคำนวณจากการวิเคราะห์ด้วยหลักการพลังงาน Golley ประมาณค่าความถี่ธรรมชาติโดยประยุกต์หลักการพลังงานในการสร้างความสัมพันธ์ของสมการเพื่อการลดขั้นตอนการคำนวณสมการครอบคลุม และนำค่าความถี่ธรรมชาติที่ได้มาเปรียบเทียบกับผลการคำนวณโดยใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ที่ใช้จำนวนเอลิเมนต์ 128 เอลิเมนต์และผลการศึกษาพบว่าผลการวิเคราะห์ที่ได้มีค่าใกล้เคียงกับผลการศึกษาของ Gorman[2] ซึ่งเป็นผลเฉลยแม่นยำมากกว่าผลที่ได้จากการคำนวณเชิงตัวเลขด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ และใช้องศาความอิสระ (Degree of freedom) ในการคำนวณน้อยกว่าการแก้ปัญหาด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

นอกเหนือจากการพัฒนาการคำนวณเชิงตัวเลขและการใช้คอมพิวเตอร์ที่ถูกนำมาใช้ในการศึกษาปัญหาการสั่นสะเทือนแล้ว การพัฒนาด้านอุปกรณ์และเครื่องมือวัดทำให้การทดลองเพื่อศึกษาปัญหาการสั่นสะเทือนทำได้สะดวกและมีความแม่นยำสูง วิธีการทดลองยังเหมาะสมกับปัญหาที่มีความซับซ้อนของรูปร่างหรือชิ้นงานที่มีความซับซ้อนของคุณสมบัติวัสดุเช่นวัสดุคอมโพสิต การศึกษาปัญหาการสั่นสะเทือนในปัจจุบันจึงได้มีการนำวิธีการทดลองร่วมกับวิธีการวิเคราะห์ กล่าวคือนำเสนอวิธีการวิเคราะห์และผลการวิเคราะห์ แล้วนำผลการวิเคราะห์มาเปรียบเทียบกับผลการทดลอง หรือนำผลการวิเคราะห์และผลการทดลองเปรียบเทียบกับผลการศึกษาในอดีต ดังมีรายงานการวิจัยที่สำคัญดังต่อไปนี้

L. Shuyu[5] นำเสนอวิธีการเชิงตัวเลขในการศึกษาปัญหาการสั่นสะเทือนของโครงสร้างแผ่นบางวัสดุไอโซทรอปิกภายใต้เงื่อนไขการจับยึดแบบง่าย การวิเคราะห์ใช้ความสัมพันธ์ทางอิลาสติกในการจัดรูปสมการการเคลื่อนที่ของการสั่นแบบอิสระของโครงสร้างแผ่นบางให้คล้ายกับปัญหาการสั่นสะเทือนของคานสองปัญหาที่ผูกกัน การเคลื่อนที่ที่ถูกพิจารณาบนสมมติฐานทฤษฎีแผ่นบาง หลักการที่นำเสนอสามารถลดจำนวนพจน์ที่ใช้ในการคำนวณทางคณิตศาสตร์ จนสามารถได้ผลเฉลยสำเร็จในการหาค่าความถี่ธรรมชาติ จากนั้นทำการทดลองเพื่อหาค่าความถี่ธรรมชาติของชิ้นงานแผ่นบางที่ทำจากวัสดุสแตนเลส สอบทวนการทดลองการสั่นสะเทือนจากรูปร่างโหมดและรูปร่างของเส้นแสดงการเคลื่อนที่เป็นศูนย์ (nodal line) บนชิ้นงานแผ่นทดลองขณะที่ชิ้นงานแผ่นทดลองเกิดการสั่นสะเทือนเปรียบเทียบกับรูปร่างเส้นแสดงการเคลื่อนที่เป็นศูนย์จากทฤษฎีโดยอ้างอิงหลักการการวิเคราะห์ที่นำเสนอของ Leissa[1] พบว่ารูปร่างเส้นแสดงการเคลื่อนที่เป็นศูนย์จากการทดลองมีรูปร่าง

สอดคล้องกับรูปร่างจากทฤษฎี จากนั้นนำผลค่าความถี่ธรรมชาติจากการคำนวณด้วยวิธีการเชิงตัวเลขที่นำเสนอมาเปรียบเทียบกับผลที่ได้จากการทดลองเพื่อหาเปอร์เซ็นต์ความแตกต่าง พบว่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนระหว่างผลที่ได้จากการวิเคราะห์กับผลที่ได้จากการทดลองมีค่าอยู่ในช่วง 2.15-3.90 เปอร์เซ็นต์

G.J. Tuvey, *et.al.*[6] ได้นำเสนอผลการศึกษาค่าความถี่ธรรมชาติของแผ่นวัสดุคอมโพสิตชนิด GRP(Glass Reinforced Plastic) โดยศึกษาปัญหาการสั่นสะเทือนด้วยวิธีการทดลองและวิธีการเชิงตัวเลข ภายใต้การจับยึดแบบง่าย การจับยึดแบบยึดแน่น และการจับยึดแบบปลายปล่อยอิสระ โดยรูปร่างชิ้นงานที่ศึกษาเป็นแผ่นบางรูปร่างสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีการวางตัวของเส้นใยเสริมแรงเป็นสามแบบคือ แบบเส้นใยวางตัวแนวเดียวกับความยาวของชิ้นงาน แบบเส้นใยวางตัวขวางกับความยาวของชิ้นงาน และแบบเส้นใยวางตัวทำมุม 45 องศากับความยาวของชิ้นงาน ชิ้นงานทุกแผ่นมีความหนาเท่ากันคือหนา 3.2 มิลลิเมตร ในการทดลองกรณีการจับยึดแบบง่ายใช้ชิ้นส่วนที่มีลักษณะเป็นใบมีดทำหน้าที่ในการจับยึดชิ้นงานแผ่นทดลอง กรณีการจับยึดแบบยึดแน่นใช้แท่งเหล็กแบนสองชิ้นขันแน่นเข้าด้วยกันเพื่อจับยึดชิ้นงานแผ่นทดลอง และกรณีการจับยึดแบบปลายปล่อยอิสระแผ่นทดลองถูกปล่อยอิสระ รวมกรณีการจับยึดที่ทำการศึกษาทั้งสิ้น 6 กรณี จากนั้นทดลองเพื่อหาค่าความถี่ธรรมชาติที่เกิดขึ้นโดยศึกษารูปร่างโหมดจากรูปร่างของเส้นแสดงการเคลื่อนที่เป็นศูนย์สำหรับโหมดการสั่นสะเทือน 6 โหมดแรก ในส่วนวิธีเชิงตัวเลขใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ในการคำนวณค่าความถี่ธรรมชาติของแผ่นทดลองและแสดงรูปร่างโหมดของการสั่นที่เกิดขึ้นกับวัสดุทั้งสามชนิดในทุกกรณี เงื่อนไขการจับยึด นำผลจากการทดลองเปรียบเทียบกับผลที่ได้จากระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ พบว่าในบางกรณีมีค่าความถี่ธรรมชาติสามารถหาได้จากการคำนวณแต่ไม่สามารถวัดได้โดยการวัดจากการทดลอง รูปร่างโหมดจากการทดลองกับรูปร่างโหมดจากการใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ในการคำนวณมีลักษณะใกล้เคียงกัน ค่าความถี่ธรรมชาติของชิ้นทดสอบกรณีการจับยึดแบบยึดแน่นทั้งหมด (CCCC) และจับยึดแบบยึดแน่นร่วมกับการจับยึดแบบง่าย (CCCS, CCSS, CSCS) มีค่าความแตกต่างระหว่างผลที่ได้จากการทดลองกับผลที่ได้จากระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์น้อยกว่า 10% สำหรับในกรณีที่มีการจับยึดแบบปลายปล่อยอิสระร่วมอยู่ด้วย (CCFF, CFCF) แม้ว่ารูปร่างโหมดจากการทดลองที่วัดค่าได้กับรูปร่างโหมดจากการใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ในการคำนวณมีลักษณะใกล้เคียงกัน แต่ค่าความถี่ธรรมชาติที่ได้จากการทดลองมีค่าน้อยกว่าค่าความถี่ธรรมชาติที่ได้จากระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ในการคำนวณอยู่มาก บางกรณีมีค่าความแตกต่างระหว่างผลที่ได้จากการทดลองกับผลที่ได้จากระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์สูงถึง 50%

งานวิจัยถัดมาเป็นของ Reaz A. Chaudhuri[7] ได้นำเสนอผลการศึกษาปัญหาการสั่นแบบอิสระของโครงสร้างแผ่นบางรูปร่างสี่เหลี่ยมผืนผ้าทำจากวัสดุ FRP(Fiber Reinforced Plastic) การศึกษาเป็นการทำการทดลองแล้วนำผลการทดลองที่ได้มาเปรียบเทียบกับผลการคำนวณทางทฤษฎี ปัญหาการสั่นแบบอิสระของโครงสร้างแผ่นบางที่ทำการศึกษายู่ภายใต้กรณีการจับยึดสองกรณีคือ

กรณีจับยึดแบบง่ายทั้งสี่ด้าน และกรณีจับยึดแบบยึดแน่นสี่ด้าน วิธีการจับยึดแผ่นทดลองเหมือนกับ การศึกษาของ Tuvey[6] คือใช้ใบมีดมาทำหน้าที่จับยึดชิ้นงานแผ่นทดลองทั้งสี่ด้านสำหรับกรณีจับยึด แบบง่าย และใช้เหล็กโครงสร้างรูปตัว C ขันแน่นเข้าด้วยกันเพื่อจับยึดชิ้นงานแผ่นทดลองทั้งสี่ด้าน สำหรับกรณีจับยึดแบบยึดแน่น การศึกษาใช้ชิ้นงานสองแบบคือ แบบแรกเป็นชิ้นงานที่ผ่าน กระบวนการผลิตจากโรงงานและแบบที่สองเป็นชิ้นงานที่ผลิตเองในห้องปฏิบัติการ โดยทั้งสองกรณีมี ลักษณะการวางตัวของเส้นใยในทิศทางที่เหมือนกัน การศึกษาโดยการทดลองมีการทดลองหาค่า ค่าความถี่ธรรมชาติ 7 ค่าแรก ค่าความถี่ธรรมชาติที่วัดได้แยกตามกรณีการทดลองสรุปได้ดังนี้ ชิ้นงาน แบบแรกที่ผ่านกระบวนการผลิตจากโรงงานและมีการจับยึดแบบง่ายทั้งหมดสามารถวัดค่าความถี่ ธรรมชาติได้เพียง 2 ค่าแรกและสำหรับกรณีการจับยึดแบบยึดแน่นทั้งหมดสามารถวัดได้ครบทั้ง 7 ค่า ชิ้นงานกลุ่มที่สองซึ่งผลิตชิ้นงานเองและมีการจับยึดแบบง่ายสามารถวัดค่าความถี่ธรรมชาติได้เพียง 2 ค่าแรก และกรณีจับยึดแบบยึดแน่นจากการศึกษา 7 โหมดแรกของการสั่นพบว่าสามารถวัดค่าจากการ ทดลองได้ 6 โหมด(ไม่สามารถวัดค่าโหมดที่ 6 ได้) จากนั้นนำผลที่วัดได้จากการทดลองมาเปรียบเทียบกับ การคำนวณเชิงเลขจากทฤษฎี พบว่าค่าความถี่ธรรมชาติจากการทดลองมีค่าสูงกว่าค่าความถี่ ธรรมชาติจากการคำนวณเชิงเลขจากทฤษฎี ชิ้นงานแบบแรกสำหรับกรณีจับยึดแบบง่ายทั้งหมดมีค่า เเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนระหว่างผลที่ได้จากการทดลองกับการคำนวณเชิงเลขจากทฤษฎี 11.75- 15.4% ส่วนกรณีจับยึดแบบยึดแน่นทั้งหมดมีค่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนระหว่างผลที่ได้จากการ ทดลองกับการคำนวณเชิงเลขจากทฤษฎีอยู่ในช่วง 14.6-25.03% ในส่วนชิ้นงานแบบที่สองมีค่า เเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนระหว่างผลที่ได้จากการทดลองกับการคำนวณเชิงเลขจากทฤษฎีประมาณ 6.01% และ 2.44%-5.46% สำหรับกรณีการจับยึดแบบง่ายและกรณีการจับยึดแบบยึดแน่นตามลำดับ

2.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับกฎสัดส่วน

การศึกษาปัญหาการสั่นสะเทือนเพื่อวิเคราะห์ค่าความถี่ธรรมชาติของชิ้นงานนอกจากจะ ทำการศึกษาด้วยวิธีการทดลองเพื่อนำผลการทดลองมาสอบทวนค่าความถี่ธรรมชาติที่ได้จากการ คำนวณด้วยวิธีวิเคราะห์หรือวิธีเชิงตัวเลขจากทางทฤษฎีแล้ว ยังมีการศึกษาและงานวิจัยบางส่วนได้ นำเสนอการใช้กฎสัดส่วน (Scaling Law) ที่หาได้จากการประยุกต์ใช้ทฤษฎีความคล้าย (Similitude Theory) เพื่อทำนายค่าความถี่ธรรมชาติจากพฤติกรรมการสั่นสะเทือนของชิ้นงานที่เกิดขึ้นจริง ซึ่ง สามารถทำได้โดยการนำกฎสัดส่วนและผลการทดลองของแบบจำลอง (Model) มาทำนายลักษณะ พฤติกรรมของชิ้นงานต้นแบบ (Prototype) พบว่าการประยุกต์ใช้กฎสัดส่วนมีข้อดีคือสามารถหา ค่าความถี่ธรรมชาติของโครงสร้างได้ภายใต้เงื่อนไขที่ซับซ้อน หรือกรณีชิ้นงานมีความไม่สมบูรณ์ ได้แก่ ชิ้นงานมีลักษณะเป็นระนาบไม่สมบูรณ์ ชิ้นงานมีความหนาไม่สม่ำเสมอ ความไม่สมบูรณ์จาก ลักษณะการจับยึดของชิ้นงาน เป็นต้น อีกทั้งการใช้กฎสัดส่วนสามารถทดลองได้บนชิ้นงานที่มีขนาด เหมาะสมสะดวกต่อการทดลอง

เนื่องจากสมการครอบคลุมของปัญหาการสั่นแบบอิสระและสมการครอบคลุมของปัญหาการโก่งตัวของโครงสร้างแผ่นบางรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ามีลักษณะคล้ายกัน การศึกษาและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการประยุกต์ใช้กฎสัดส่วนที่ถูกลำเสนอบางส่วนจึงเป็นการศึกษาทั้งปัญหาการสั่นแบบอิสระและปัญหาการโก่งตัวรวมกันไป สำหรับการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการประยุกต์ใช้กฎสัดส่วนมีรายละเอียดตามลำดับดังนี้

งานวิจัยของ J. Rezaeepazhand, *et.al.*[8] นำเสนอวิธีการวิเคราะห์ผลตอบสนองต่อการสั่นสะเทือนโครงสร้างแผ่นวัสดุลามิเนตโดยการใช้กฎสัดส่วนในการทำนายค่า โดยศึกษากรณีทีโครงสร้างแผ่นวัสดุลามิเนตที่ถูกจับยึดแบบง่ายภายใต้การเกิดการสั่นแบบอิสระ แผ่นวัสดุลามิเนตที่ทำการศึกษามีสองชนิดได้แก่ แผ่นลามิเนตชนิดเส้นใยวางตัวแบบ angle-ply และแผ่นลามิเนตชนิดเส้นใยวางตัวแบบ cross-ply การศึกษาได้นำเสนอวิธีการใช้ผลเฉลยสำเร็จของปัญหาการสั่นแบบอิสระของโครงสร้างแผ่นบางรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าภายใต้การจับยึดแบบง่ายทั้งสี่ด้านประยุกต์ร่วมกับทฤษฎีความคล้ายในการสร้างความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรของชิ้นงานแบบจำลองและตัวแปรของชิ้นงานต้นแบบ การสอบทวนกฎสัดส่วนทำได้โดยกำหนดให้ขนาดของแผ่นชิ้นงานแบบจำลองที่ทำการศึกษามีขนาดเล็กกว่าแผ่นชิ้นงานต้นแบบ แล้วนำผลที่อ้างอิงจากการทดลองเพื่อใช้เป็นค่าความถี่ธรรมชาติเบื้องต้นของแผ่นชิ้นงานแบบจำลอง นำผลค่าความถี่ธรรมชาติเบื้องต้นจากการทดลองของแผ่นชิ้นงานแบบจำลองมาประยุกต์กับทฤษฎีความคล้ายในการทำนายค่าความถี่ธรรมชาติเบื้องต้นของแผ่นชิ้นงานต้นแบบ การประยุกต์ใช้ทฤษฎีความคล้ายถูกประยุกต์ใช้ในสองลักษณะคือ ลักษณะแรกประยุกต์ใช้กับกรณีตัวแปรของชิ้นงานแบบจำลองและตัวแปรของชิ้นงานต้นแบบมีความคล้ายกันอย่างสมบูรณ์ (Complete Similitude) และลักษณะที่สองประยุกต์ใช้กับกรณีตัวแปรของชิ้นงานแบบจำลองและตัวแปรของชิ้นงานต้นแบบมีความคล้ายกันบางส่วน (Partial Similitude)

จากนั้นนำค่าความถี่ธรรมชาติเบื้องต้นจากผลการทดลองของชิ้นงานต้นแบบมาเปรียบเทียบกับค่าความถี่ธรรมชาติเบื้องต้นที่ได้จากการทำนายโดยการใช้กฎสัดส่วน สำหรับกรณีแรกตัวแปรของชิ้นงานแบบจำลองและตัวแปรของชิ้นงานต้นแบบมีความคล้ายกันอย่างสมบูรณ์ พบว่าค่าความถี่ธรรมชาติเบื้องต้นจากการทำนายมีความถูกต้องแม่นยำเมื่อเปรียบเทียบกับค่าความถี่ธรรมชาติเบื้องต้นจากการทดลองทั้งกับแผ่นลามิเนตชนิดเส้นใยวางตัวแบบ angle-ply และแผ่นลามิเนตชนิดเส้นใยวางตัวแบบ cross-ply สำหรับกรณีที่ชิ้นงานแบบจำลองและชิ้นงานต้นแบบมีความคล้ายกันบางส่วน ผลเปรียบเทียบที่นำเสนอแสดงในรูปของเส้นกราฟความสัมพันธ์ระหว่างค่าความถี่ธรรมชาติเบื้องต้นกับขนาดสัดส่วนของแผ่น พบว่าเส้นกราฟค่าความถี่ธรรมชาติเบื้องต้นจากการทำนายของแผ่นลามิเนตชนิดเส้นใยวางตัวแบบ cross-ply มีลักษณะใกล้เคียงกับเส้นกราฟค่าความถี่ธรรมชาติเบื้องต้นจากการทดลองในหลายกรณี ส่วนแผ่นลามิเนตชนิดเส้นใยวางตัวแบบ angle-ply พบว่าเส้นกราฟค่าความถี่ธรรมชาติเบื้องต้นจากการทำนายมีลักษณะใกล้เคียงกับเส้นกราฟค่าความถี่ธรรมชาติเบื้องต้นจากการทดลองเฉพาะบางกรณี และมีความแม่นยำน้อยกว่าเมื่อเทียบกับแผ่นลามิเนตชนิดเส้นใยวางตัวแบบ

cross-ply จากทั้งสองกรณีความคล้ายระหว่างตัวแปรของชิ้นงานแบบจำลองและตัวแปรของชิ้นงานต้นแบบ สรุปได้ว่าการประยุกต์ใช้ทฤษฎีความคล้ายให้ผลที่แม่นยำในการศึกษาปัญหาการสั่นแบบอิสระของโครงสร้างแผ่นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า

งานวิจัยของ George J. Simmitzes [9] ศึกษาการใช้ทฤษฎีความคล้ายกับปัญหาการโค้งงอและปัญหาการสั่นสะเทือนของแผ่นวัสดุคอมโพสิตบาง โดยการประยุกต์ทฤษฎีความคล้ายกับผลเฉลยแม่นยำที่ได้จากการศึกษาโดยการวิเคราะห์สำหรับปัญหาทั้งสองซึ่งมีอยู่แล้ว ทำให้ได้ค่าคงตัวความคล้าย (Similitude Invariant) สำหรับแต่ละปัญหาในรูปของตัวแปรที่แสดงพฤติกรรมของปัญหานั้นๆ สังเกตได้ว่าค่าคงตัวความคล้ายสำหรับปัญหาการสั่นสะเทือนและปัญหาการโค้งงอมีรูปแบบที่คล้ายกัน สำหรับการสอบทวนความถูกต้องของค่าคงตัวความคล้าย Simmitzes นำค่าความถี่ธรรมชาติและค่าภาระการโค้งงอที่ได้จากวิธีวิเคราะห์มาใช้แทนผลการทดลองจริง โดยใช้ค่าความถี่ธรรมชาติและค่าภาระการโค้งงอของชิ้นงานแบบจำลองจากวิธีการวิเคราะห์แทนลงในค่าคงตัวความคล้ายแล้วหาค่าความถี่ธรรมชาติและค่าภาระการโค้งงอของต้นแบบ แล้วนำค่าที่ได้ขึ้นไปเทียบกับค่าที่ได้จากวิธีการวิเคราะห์ของต้นแบบนั้น การสอบทวนแสดงถึงความแม่นยำของกฎสัดส่วนที่ได้

V. Ungbhakorn และ P. Singhatanadgid [10] เสนอการศึกษาการนำทฤษฎีความคล้ายและกฎสัดส่วนมาใช้กับปัญหาการสั่นแบบอิสระของโครงสร้างแผ่นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า โดยวัสดุที่ศึกษาเป็นวัสดุลามิเนตชนิดเส้นใยวางตัวแบบ angle-ply และวัสดุลามิเนตชนิดเส้นใยวางตัวแบบ cross-ply พิจารณาภายใต้เงื่อนไขขอบเขตการถูกจับยึดแบบง่ายทั้งสี่ด้าน ในการศึกษาการนำกฎสัดส่วนเป็นการประยุกต์ทฤษฎีความคล้ายจากสมการครอบคลุมซึ่งแตกต่างไปจากกรณีของ Rezaeepazhand และ Simmitzes กล่าวคือกรณีของ Rezaeepazhand และ Simmitzes การนำกฎสัดส่วนเป็นการประยุกต์ทฤษฎีความคล้ายจากคำตอบหรือผลเฉลยสำเร็จของสมการครอบคลุมจึงทำให้การนำกฎสัดส่วนที่ได้ไม่มีความคล่องตัวเท่าการหาจากสมการครอบคลุมโดยตรง ในศึกษานี้ได้แยกกรณีศึกษาตามลักษณะการประยุกต์ทฤษฎีความคล้ายไว้สองกรณีคือ เป็นแบบมีความคล้ายกันอย่างสมบูรณ์และแบบมีความคล้ายกันบางส่วน งานวิจัยนี้หาค่าความถี่ธรรมชาติเบื้องต้นของชิ้นงานแบบจำลองและชิ้นงานต้นแบบโดยระเบียบวิธีของ Ritz แล้วนำค่าความถี่ธรรมชาติของแผ่นชิ้นงานแบบจำลองที่ได้มาประยุกต์กับทฤษฎีความคล้ายเพื่อทำนายค่าความถี่ธรรมชาติเบื้องต้นของแผ่นชิ้นงานต้นแบบ จากนั้นเปรียบเทียบค่าความถี่ธรรมชาติเบื้องต้นของแผ่นชิ้นงานต้นแบบที่ได้กับค่าที่ได้จากระเบียบวิธีของ Ritz เพื่อเป็นการสอบทวนความแม่นยำของกฎสัดส่วน

ผลการศึกษาพบว่าในกรณีแรกที่แผ่นชิ้นงานแบบจำลองและแผ่นชิ้นงานต้นแบบมีความคล้ายกันอย่างสมบูรณ์ การประยุกต์ใช้กฎสัดส่วนให้ผลที่แม่นยำกล่าวคือ ค่าความถี่ธรรมชาติเบื้องต้นที่ได้โดยการทำนายจากกฎสัดส่วนมีค่าตรงกับค่าความถี่ธรรมชาติที่ได้โดยการคำนวณจากระเบียบวิธีของ Ritz ซึ่งการประยุกต์ใช้กฎสัดส่วนดังกล่าวให้ผลแม่นยำทั้งแผ่นลามิเนตชนิดเส้นใยวางตัวแบบ angle-ply และแผ่นลามิเนตชนิดเส้นใยวางตัวแบบ cross-ply สำหรับกรณีที่สองที่แผ่นชิ้นงาน

แบบจำลองและแผ่นชิ้นงานต้นแบบมีความคล้ายกันบางส่วนแยกสรุปเป็นสองกรณีย่อยตามชนิดการวางตัวเส้นใยของแผ่นวัสดุลามิเนต ในกรณีแรกเป็นแผ่นลามิเนตชนิดเส้นใยวางตัวแบบ cross-ply พบว่าแนวโน้มค่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนสูงขึ้นเมื่อแผ่นชิ้นงานต้นแบบและแผ่นชิ้นงานแบบจำลองมีขนาดสัดส่วน (Aspect Ratio) เพิ่มขึ้น โดยมีค่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนอยู่ในช่วง 1.4% ถึง 22.4% ในส่วนกรณีที่สองเป็นแผ่นลามิเนตชนิดเส้นใยวางตัวแบบ angle-ply พบว่าค่าความถี่ธรรมชาติเบื้องต้นที่ได้โดยการทำนายจากกฎสัดส่วนและค่าความถี่ธรรมชาติที่ได้โดยการคำนวณจากระเบียบวิธีของ Ritz คล้ายกับในกรณีของแผ่นลามิเนตชนิดเส้นใยวางตัวแบบ cross-ply โดยค่าความคลาดเคลื่อนจะมีค่าน้อยลงเมื่อชิ้นงานมีความหนามากขึ้น

นอกจากนี้ยังได้นำเสนอการศึกษาความแม่นยำของการใช้กฎสัดส่วนสำหรับแผ่นลามิเนตชนิดเส้นใยวางตัวแบบ cross-ply ที่ใช้วัสดุเส้นใยต่างชนิดกัน โดยเลือกให้แผ่นชิ้นงานแบบจำลองเป็นแผ่นลามิเนตชนิด E-glass/Epoxy ซึ่งเป็นชิ้นงานที่มีราคาถูกมาใช้ทำนายแผ่นชิ้นงานต้นแบบสองชนิดคือ แผ่นลามิเนตชนิด Graphite/Epoxy และแผ่นลามิเนตชนิด Kevlar/Epoxy ซึ่งเป็นชิ้นงานที่มีราคาสูงกว่า พบว่าค่าความถี่ธรรมชาติเบื้องต้นที่ได้โดยการทำนายจากกฎสัดส่วนมีความแม่นยำและมีค่าตรงกับกับค่าความถี่ธรรมชาติที่ได้โดยการคำนวณด้วยระเบียบวิธีของ Ritz ซึ่งแสดงได้ว่าถ้าชิ้นงานมีความคล้ายกันอย่างสมบูรณ์และชิ้นงานแบบจำลองสามารถวัดค่าความถี่ธรรมชาติได้สะดวก จะสามารถทดลองหาค่าความถี่ธรรมชาติของชิ้นงานแบบจำลองที่มีราคาชิ้นงานไม่สูง เพื่อทำนายค่าความถี่ธรรมชาติกับชิ้นงานต้นแบบที่มีราคาสูงโดยการประยุกต์ใช้กฎสัดส่วน ซึ่งมีประโยชน์ในการลดต้นทุนสำหรับการทดลอง

S. Aranpituk[11] ได้ศึกษาและสอบทวนความแม่นยำของการใช้ทฤษฎีความคล้ายกับปัญหาการโก่งงอของโครงสร้างแผ่นวัสดุคอมโพสิตจากวิธีการทดลอง โดยมีการออกแบบและสร้างชุดทดลองเพื่อใช้ในการทดลอง แผ่นคอมโพสิตที่ใช้ในการทดลองมีการวางตัวของเส้นใยสามแบบคือ $[0/90]_{2s}$, $[0_2/90_2]_{2s}$ และ $[0/90]_{4s}$ ประกอบด้วยเงื่อนไขขอบเขตแบบต่างๆ ได้แก่ เงื่อนไขขอบเขตการจับยึดแบบง่ายทั้งสี่ด้าน เงื่อนไขขอบเขตการจับยึดแบบง่ายสามด้านร่วมกับเงื่อนไขขอบเขตแบบปล่อยปลายอิสระหนึ่งด้าน และเงื่อนไขขอบเขตการจับยึดแบบง่ายสองด้านร่วมกับเงื่อนไขขอบเขตแบบปล่อยปลายอิสระอีกสองด้าน ซึ่งค่าภาระการโก่งงอจากการทดลองโดยการให้ภาระกบนแผ่นชิ้นงาน จากนั้นเขียนกราฟความสัมพันธ์ระหว่างภาระกระทำในแนวระนาบและระยะการเคลื่อนที่นอกแนวระนาบเพื่อหาค่าภาระการโก่งงอ นำค่าภาระการโก่งงอของแบบจำลองจากการทดลองมาคำนวณหาค่าภาระการโก่งงอของต้นแบบโดยใช้กฎสัดส่วน แล้วนำค่าภาระการโก่งงอของต้นแบบจากการทำนายโดยทฤษฎีความคล้ายมาเปรียบเทียบกับค่าภาระการโก่งงอของต้นแบบจากการทดลอง เพื่อสรุปหาความแม่นยำของการใช้กฎสัดส่วนในการหาค่าภาระการโก่งงอ ผลการศึกษาสามารถได้สรุปเป็นสามส่วนดังนี้ ส่วนแรกพบว่าค่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนเฉลี่ยในกรณีที่แบบจำลองและต้นแบบมีความคล้ายแบบสมบูรณ์และกรณีความคล้ายกันบางส่วนมีค่าเท่ากับ $-5.9 \pm 8.7\%$ และ $6.2 \pm 11.4\%$

ตามลำดับ ส่วนที่สองเมื่อเปรียบเทียบค่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อน พบว่าชิ้นงานที่มีเงื่อนไขขอบเขตการจับยึดแบบง่ายสองด้านคู่ตรงกันข้ามร่วมกับเงื่อนไขขอบเขตแบบปล่อยปลายอิสระสองด้าน มีค่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนน้อยกว่าชิ้นงานที่มีขอบเขตการจับยึดแบบง่ายสามด้านร่วมกับเงื่อนไขขอบเขตแบบปล่อยปลายอิสระหนึ่งด้าน และส่วนที่สามได้มีการนำความไม่สม่ำเสมอของความหนาของแผ่นคอมโพสิตมาใช้ในการวิเคราะห์ผลการทดลอง โดยศึกษาชิ้นงานแบบจำลองและชิ้นงานต้นแบบ 124 คู่ เพื่อเปรียบเทียบค่าภาระการโค้งงอจากการทดลองกับค่าภาระการโค้งงอจากทฤษฎีความคล้อย พบว่ามีค่าภาระการโค้งงอจากการทดลองเพียง 14 คู่เท่านั้นที่อยู่นอกช่วงบนและล่างของค่าภาระการโค้งงอจากทฤษฎีความคล้อย

2.3 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการประยุกต์การศึกษาพฤติกรรมการสันสะท้อนกับการศึกษาพฤติกรรมอื่นๆของโครงสร้าง

นอกเหนือจากการศึกษาปัญหาการสันสะท้อนโดยวิธีการทดลองหรือการวัดค่าความถี่ธรรมชาติของโครงสร้างเพื่อศึกษาพฤติกรรมการสันสะท้อนและเพื่อพัฒนาวิธีวิเคราะห์ปัญหาการสันสะท้อนโดยตรงแล้ว งานวิจัยและการศึกษาในปัจจุบันบางส่วนได้นำเสนอการนำผลการทดลองหาค่าความถี่ธรรมชาติไปประยุกต์ใช้กับการศึกษาพฤติกรรมอื่นๆของโครงสร้าง ได้แก่ การนำการศึกษาค่าความถี่ธรรมชาติประยุกต์ใช้กับการศึกษาคุณสมบัติทางอีลาสติกของวัสดุของโครงสร้างแผ่นบาง การนำการศึกษาหาค่าความถี่ธรรมชาติไปประยุกต์ใช้กับการศึกษาพฤติกรรมการโค้งงอในโครงสร้างแผ่น เป็นต้น ดังมีรายละเอียดเบื้องต้นของงานวิจัยตามลำดับต่อไปนี้

สำหรับการนำการศึกษาหาค่าความถี่ธรรมชาติมาประยุกต์ใช้กับการศึกษาคุณสมบัติทางอีลาสติกของวัสดุของโครงสร้างแผ่น ได้แก่ งานวิจัยของ V. Marchand, *et.al.* [12] ซึ่งได้ทำการศึกษาคู่สมบัติทางอีลาสติกของวัสดุเซรามิกที่ถูกเคลือบจากการพ่นด้วยพลาสมา การศึกษาคุณสมบัติทางอีลาสติกของวัสดุดังกล่าวใช้วิธีการทดลองการสันแบบอิสระ คู่สมบัติที่ทำการศึกษาได้แก่ ค่าอัตราส่วนปัวร์ซองและค่าอีลาสติกโมดูลัส วัสดุที่ทดลองมี 5 ชนิดแยกชนิดตามชนิดสารที่ใช้เคลือบแผ่นเซรามิกโดยพิจารณาให้คู่สมบัติเป็นวัสดุไอโซทรอปิก แล้ววัดค่าความถี่ธรรมชาติจากการทดลองและนำมาวิเคราะห์ร่วมกับผลเฉลยสำเร็จในการสันภายใต้ขอบเขตการจับยึดแบบปล่อยปลายอิสระ ค่าอัตราส่วนปัวร์ซองและค่าอีลาสติกโมดูลัสที่ได้จากการวิเคราะห์ผลการทดลองถูกนำมาเปรียบเทียบกับค่าดังกล่าวจากการทดสอบด้วยอัลตราโซนิกและการทดสอบด้วยการดึง พบว่าค่าอัตราส่วนปัวร์ซองและค่าอีลาสติกโมดูลัสที่ได้จากการทดลองการสันสะท้อนบางชนิดมีค่าตรงกันบางชนิดมีค่าแตกต่างกันเล็กน้อย

สำหรับการนำผลการศึกษาค่าความถี่ธรรมชาติมาประยุกต์ใช้กับการศึกษาพฤติกรรมการโค้งงอในโครงสร้างแผ่นบางได้มีแนวความคิดจากข้อสังเกตที่ว่าสมการครอบคลุมของการเคลื่อนที่จากการสันและสมการครอบคลุมของการเคลื่อนที่จากการโค้งงอของโครงสร้างแผ่นมีลักษณะคล้ายกัน รวมทั้ง

พบว่าค่าการหาค่าภาระการโค้งงอจากการทดลองโดยการให้ภาระกดกับชิ้นงานมีความไม่แน่นอนและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานมีค่าสูง ดังจะเห็นได้จากการศึกษาของ S. Aranpituk[11] ดังรายละเอียดที่กล่าวมาแล้วในหัวข้องานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับกฎสัดส่วน และการศึกษาของ C. Supasak[13] ที่ได้ศึกษาการหาค่าภาระการโค้งงอของโครงสร้างแผ่นอลูมิเนียมจากวิธีการทดลองโดยการให้ภาระกดกับชิ้นงานแล้วใช้วิธีการหาค่าภาระการโค้งงอแบบต่างๆ 4 วิธี เปรียบเทียบกับผลเฉลยทางทฤษฎี พบว่าค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานจากการทดลองมีค่าสูงเมื่อเทียบกับการคำนวณทางทฤษฎี จากข้อจำกัดการทำซ้ำ(Repeatability)และความไม่แม่นยำของการวัดเพื่อหาค่าภาระการโค้งงอจากการทดลองโดยการให้ภาระกดกับชิ้นงานตามตัวอย่างดังกล่าวเป็นต้น ได้มีการเสนอการนำค่าความถี่ธรรมชาติโดยเฉพาะค่าความถี่ธรรมชาติเบื้องต้นมาประยุกต์ใช้เพื่อหาค่าภาระการโค้งงอ เรียกวิธีประยุกต์นี้ว่าเทคนิค VCT(Vibration Correlation Technique) เช่น งานวิจัยของ Cheer Germ Go [14], Raymond H. Plaut [15] และ M.A. Souza [16] ซึ่งงานวิจัยทั้งหมดเป็นการนำค่าความถี่ธรรมชาติเบื้องต้นที่ได้จากการทดลองมาใช้หาค่าภาระการโค้งงอ แล้วเปรียบเทียบกับค่าภาระการโค้งงอจากการคำนวณโดยทฤษฎี ในหลายกรณีพบว่าค่าจากการทดลองมีความคลาดเคลื่อนน้อยเมื่อเทียบกับผลการคำนวณโดยทฤษฎี ประโยชน์ที่สำคัญอีกประการสำหรับเทคนิค VCT คือสามารถหาค่าภาระการโค้งงอได้โดยไม่ต้องใช้ค่าคุณสมบัติวัสดุของชิ้นงานที่ศึกษา

จากงานวิจัยที่กล่าวมาแล้วทั้งหมดจะเห็นว่า การวิเคราะห์และการใช้วิธีเชิงตัวเลขสำหรับการศึกษาปัญหาการสั่นสะเทือนเพื่อหาค่าความถี่ธรรมชาติของชิ้นงานมีข้อดีคือประหยัดเวลาและค่าใช้จ่ายในการดำเนินการศึกษา แต่วิธีการทดลองก็ยังคงมีความจำเป็นในการศึกษาพฤติกรรมที่เกิดขึ้นจริง โดยเฉพาะในบางกรณีที่การวิเคราะห์และการใช้วิธีเชิงตัวเลขไม่สามารถจำลองหรือสร้างเงื่อนไขที่เกิดขึ้นได้สมบูรณ์ เช่น ความไม่สมบูรณ์ของชิ้นงาน และขอบเขตเงื่อนไขการถูกจับยึดของชิ้นงานที่ซับซ้อน เป็นต้น ส่วนงานวิจัยด้านการประยุกต์ใช้กฎสัดส่วนได้แสดงให้เห็นว่า ภายใต้ลักษณะความคล้ายกันอย่างสมบูรณ์ระหว่างชิ้นงานแบบจำลองและชิ้นงานต้นแบบกฎสัดส่วนจะให้ค่าความถี่ธรรมชาติที่แม่นยำ สามารถช่วยลดต้นทุนในการศึกษาโดยการทดลองได้จากการลดขนาดและการเลือกชนิดวัสดุที่ราคาไม่สูงสำหรับชิ้นงานแบบจำลองเพื่อการทำนายพฤติกรรมของชิ้นงานต้นแบบที่มีขนาดใหญ่หรือมีราคาสูงได้ การวัดค่าความถี่ธรรมชาติของชิ้นงานสามารถประยุกต์ใช้กับการศึกษาปัญหาอื่นๆได้ ซึ่งอุปกรณ์เครื่องมือวัดรวมถึงวิทยาการในปัจจุบันทำให้การวัดและวิเคราะห์ผลการวัดในการศึกษาปัญหาการสั่นสะเทือนมีความแม่นยำมากขึ้น สำหรับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ จะเป็นประโยชน์โดยเป็นข้อมูลเบื้องต้นในเรื่องความแม่นยำของการวัดค่าความถี่ธรรมชาติ ความสามารถในการทำซ้ำได้จากการทดลอง การสร้างลักษณะความคล้ายกันในการทดลอง และข้อจำกัดของการทดลอง

บทที่ 3

การวิเคราะห์การสั่นแบบอิสระของโครงสร้างแผ่นบางสี่เหลี่ยมผืนผ้า

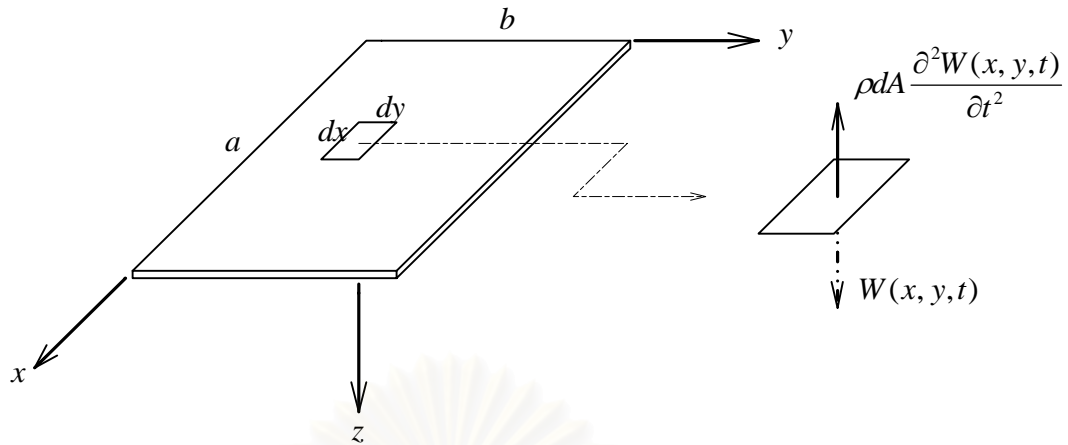
บทนี้กล่าวถึงการคำนวณค่าความถี่ธรรมชาติของโครงสร้างแผ่นบางรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า โดยเริ่มจากสมมติฐานเบื้องต้นของการวิเคราะห์โครงสร้างแผ่นบางรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า พร้อมทั้งการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างแรงที่กระทำและการเคลื่อนที่ของแผ่น โครงสร้างตามทิศแนวแกนพิกัด เพื่อสร้างสมการเชิงอนุพันธ์ของการเคลื่อนที่ที่สามารถอธิบายพฤติกรรมการสั่นสะเทือนของโครงสร้างและสามารถใช้หาค่าความถี่ธรรมชาติของโครงสร้างแผ่นบางรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าได้ สุดท้ายเป็นตัวอย่างการคำนวณค่าความถี่ธรรมชาติของโครงสร้างแผ่นบางจากสมการเชิงอนุพันธ์

3.1 สมมติฐานเบื้องต้นและเงื่อนไขในการวิเคราะห์ [2]

สำหรับการวิเคราะห์การเคลื่อนที่และพฤติกรรมการสั่นสะเทือนของโครงสร้างแผ่นบางรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าใช้สมมติฐานเบื้องต้นดังนี้

1. แผ่นบางสี่เหลี่ยมผืนผ้าทำด้วยวัสดุโลหะมีสมบัติเป็นวัสดุไอโซทรอปิก
2. ความหนา h ของโครงสร้างแผ่นบางมีค่าน้อยมากเมื่อเทียบกับความกว้าง b หรือความยาว a
3. การเคลื่อนที่ของโครงสร้างแผ่นบางในแนวระนาบมีขนาดน้อยมากเมื่อเทียบกับขนาดความหนา
4. ไม่มีความเค้นดึงหรือความเค้นอัด
5. ในกรณีรูปร่างโหมด (Mode Shape) ของการสั่นสะเทือนเป็นโหมดสูงๆ ซึ่งมีความซับซ้อนให้ถือว่าขนาดความหนาของแผ่นทดสอบมีค่าน้อยมากเมื่อเปรียบเทียบกับระยะระหว่างเส้นที่แสดงการกระจัดในการสั่นเป็นศูนย์ (Nodal Line)
6. ไม่คิดผลของ Rotary Inertia ในระหว่างการสั่นสะเทือนของแผ่นทดสอบ

พิจารณาโครงสร้างแผ่นบางรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ามีขนาดกว้าง b ยาว a และมีความหนา h โดยด้านกว้าง b และด้านยาว a วางอยู่บนระนาบ $x-y$ ในทิศ y และ x ตามลำดับ ให้ระยะการเคลื่อนที่ $W(x, y, t)$ ในทิศทางแกน z เป็นฟังก์ชันของ ตำแหน่ง (x, y) และเวลา t เมื่อพิจารณาชิ้นส่วนย่อย dA ซึ่งมีขนาด $dx dy$ พบว่าระยะการเคลื่อนที่ $W(x, y, t)$ มีทิศทางตรงกันข้ามกับแรงภายในที่เกิดกับโครงสร้างแผ่นซึ่งมีขนาด $\rho dA \frac{\partial^2 W(x, y, t)}{\partial t^2}$ ดังแสดงในรูปที่ 3-1



รูปที่ 3.1 ระบบพิกัดส่วนย่อยของโครงสร้างแผ่นบางที่ใช้ในการวิเคราะห์แรงการกระทำและทิศทางการเคลื่อนที่ W ของแผ่นบาง

สมการเชิงอนุพันธ์สำหรับการคด (pure bending) ของโครงสร้างแผ่นบางรับภาระสถิตย์ q ที่กระทำตั้งฉากซึ่งนำเสนอโดย Timoshenko[17] สามารถเขียนได้ดังนี้

$$\frac{\partial^4 W(x, y)}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 W(x, y)}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 W(x, y)}{\partial y^4} = \frac{q(x, y)}{D} \quad (3-1)$$

โดย $q(x, y)$ คือ ภาระสถิตย์ต่อหน่วยพื้นที่ที่กระทำตั้งฉากกับโครงสร้างแผ่นบาง

ρ คือ ความหนาแน่นต่อพื้นที่ของโครงสร้างแผ่น

D คือ ค่า Bending stiffness

สำหรับวัสดุไอโซทรอปิก พิจารณา ค่า Bending stiffness หาได้โดย

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \quad (3-2)$$

โดย E คือ ค่าโมดูลัสของความยืดหยุ่นของวัสดุ

ν คือ อัตราส่วนปัวร์ซองของวัสดุ

ภายใต้การสั่นแบบอิสระ ขณะที่โครงสร้างแผ่นเคลื่อนที่แม้ว่าไม่มีภาระสถิตย์ $q(x, y)$ มากระทำ แต่ยังคงพิจารณาแรงเฉื่อยที่เกิดขึ้นกับโครงสร้างแผ่น โดยมีขนาด $\rho dA \frac{\partial^2 W(x, y, t)}{\partial t^2}$ โดย

แรงภายในที่เกิดกับโครงสร้างแผ่นจะขึ้นอยู่กับพฤติกรรมธรรมชาติของการสั่นสะเทือนของโครงสร้าง จากสมการที่ (3-1) แทนที่พจน์ของภาวะสถิตย์ด้วยพจน์ของแรงเฉื่อยที่เกิดกับโครงสร้างแผ่นสามารถเขียนสมการเชิงอนุพันธ์ได้ดังนี้

$$\frac{\partial^4 W(x, y, t)}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 W(x, y, t)}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 W(x, y, t)}{\partial y^4} + \frac{\rho}{D} \frac{\partial^2 W(x, y, t)}{\partial t^2} = 0 \quad (3-3)$$

จากสมการที่ (3-3) ค่า $W(x, y, t)$ คือฟังก์ชันของการกระจัดสามารถเขียนในรูปของฟังก์ชันของตำแหน่งและฟังก์ชันของเวลาได้ดังนี้

$$W(x, y, t) = w(x, y)T(t) \quad (3-4)$$

แทนสมการที่ (3-4) ในสมการที่ (3-3) แล้วจัดรูปจะได้

$$\frac{D}{\rho} \left[\frac{\partial^4 w(x, y)}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w(x, y)}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w(x, y)}{\partial y^4} \right] / w(x, y) = - \frac{d^2 T(t)}{dt^2} / T(t) \quad (3-5)$$

จะเห็นว่าพจน์ทางด้านซ้ายมือเป็นฟังก์ชันของตำแหน่งในขณะที่ด้านขวามือเป็นฟังก์ชันของเวลาดังนั้นพจน์ในด้านซ้ายและขวาจะมีค่าเท่ากันก็ต่อเมื่อค่าทั้งสองมีค่าเท่ากับค่าคงที่ค่าหนึ่งกำหนดให้พจน์ทั้งสองมีค่าเท่ากับค่าคงที่ ω^2 ดังนั้นเมื่อพิจารณาพจน์ทางขวาของสมการที่ (3-5) สามารถจัดรูปได้เป็น

$$\frac{d^2 T(t)}{dt^2} + \omega^2 T(t) = 0 \quad (3-6)$$

สมการที่ (3-6) มีผลเฉลยในรูป

$$T(t) = A \sin(\omega t + \alpha) \quad (3-7)$$

เมื่อพิจารณา $T(t)$ คือ ฟังก์ชันแบบแปรผันในลักษณะรูปไซน์เมื่อเทียบกับเวลา
 ω คือ ค่าความถี่ของการสั่น
 α คือ มุมเฟส

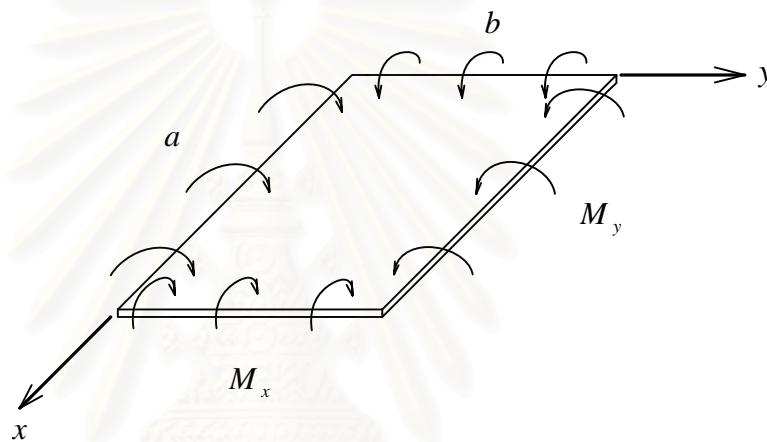
สำหรับกรณีการสั่นแบบอิสระที่ศึกษาจะเลือกค่า $\alpha = 0$ เป็นค่าเริ่มต้นในการพิจารณาทำนองเดียวกันพจน์ทางซ้ายมือของสมการที่ (3-5) จะได้

$$\frac{\partial^4 w(x, y)}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w(x, y)}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w(x, y)}{\partial y^4} - \frac{\omega^2 \rho}{D} w(x, y) = 0 \quad (3-8)$$

เพื่อความสะดวกสมการที่ (3-8) สามารถเขียนใหม่เป็น

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} - \frac{\omega^2 \rho}{D} w = 0 \quad (3-9)$$

สมการที่ (3-8) หรือ (3-9) คือสมการครอบคลุมปัญหาการสั่นสะเทือนของโครงสร้างแผ่นบาง การแก้สมการครอบคลุมนี้สามารถทำได้หากเงื่อนไขการจับยึดเป็นแบบง่าย เมื่อพิจารณาโมเมนต์ดัดที่ขอบของโครงสร้างแผ่นบางสี่เหลี่ยมผืนผ้าประกอบด้วย M_x และ M_y ดังแสดงในรูปที่ 3.2



รูปที่ 3-2 โมเมนต์ดัดที่กระทำรอบปลายขอบแผ่นบางสี่เหลี่ยมผืนผ้า

โดยสมการโมเมนต์ดัด M_x และ M_y สามารถเขียนให้อยู่ในรูปของการเคลื่อนที่ w ได้ดังนี้ [2]

$$M_x = -D \left[\frac{\partial^2 w(x, y)}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w(x, y)}{\partial y^2} \right] \quad (3-10)$$

$$M_y = -D \left[\frac{\partial^2 w(x, y)}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w(x, y)}{\partial x^2} \right] \quad (3-11)$$

3.2 ตัวอย่างการหาค่าความถี่ธรรมชาติภายใต้กรณีการจับยึดแบบอย่างง่ายทั้ง 4 ด้าน

สำหรับโครงสร้างแผ่นบางที่มีการจับยึดแบบง่าย สามารถเขียนเงื่อนไขขอบเขตการเคลื่อนที่บริเวณขอบของแผ่นบางได้ดังนี้

$$\text{ปลายด้าน } x=0, x=a : w(x, y) = \frac{\partial^2 w(x, y)}{\partial x^2} = 0 \quad (3-12)$$

$$\text{ปลายด้าน } y=0, y=b : w(x, y) = \frac{\partial^2 w(x, y)}{\partial y^2} = 0 \quad (3-13)$$

เมื่อพิจารณาเงื่อนไขขอบเขตจากการจับยึดแบบง่ายจะได้ว่า

$$w = 0, \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = 0 \quad (3-14)$$

การแก้สมการครอบคลุม (3-9) ทำได้โดยการสมมติให้ผลเฉลยอยู่ในรูป

$$w(x, y) = w_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \quad (3-15)$$

โดย w_{mn} เป็นแอมพลิจูดของการสั่น

m, n เป็นค่าจำนวนเต็มบวก

(m, n) แสดงรูปร่างโหมดของการสั่นที่เกิดขึ้น

จะเห็นว่าค่าการเคลื่อนที่นอกกระนาบที่สมมติขึ้นสอดคล้องกับเงื่อนไขขอบเขตแบบง่ายดังแสดงในสมการ (3-12) และ สมการ (3-13) และยังสอดคล้องกับเงื่อนไขของโมเมนต์ตามที่แสดงในสมการ (3-10) และ สมการ (3-11) แทนผลเฉลยจากสมการที่ (3-15) ลงในสมการที่ (3-9) จะได้ค่าความถี่ธรรมชาติ

$$\omega_{mn} = \frac{\pi^2}{a^2} \sqrt{\frac{D}{\rho}} (m^2 + R^2 n^2) \quad (3-16)$$

โดย R คือสัดส่วนของชิ้นงาน (Aspect Ratio) กำหนดโดย $R = \frac{a}{b}$

จากสมการที่ (3-16) ค่า ω_{mn} ที่ได้มีหน่วยเป็น rad / sec ซึ่งสามารถเปลี่ยนให้อยู่ในหน่วย Hz ได้ เพื่อความสะดวกในการพิจารณาค่าความถี่ธรรมชาติสำหรับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้จะพิจารณาให้ค่า ω_{mn} แสดงในหน่วย Hz ดังนั้น

$$\omega_{mn} = \frac{\pi}{2a^2} \sqrt{\frac{D}{\rho}} (m^2 + R^2 n^2) \quad (3-17)$$

การหาค่าความถี่ธรรมชาติของโครงสร้างแผ่นบางสามารถทำได้โดยแทนค่าคุณสมบัติต่างๆ ลงในสมการ (3-17) พิจารณาแผ่นอลูมิเนียมที่มีขนาด $h = 2\text{mm}$., $R = 2$, $a = 400\text{mm}$. มีคุณสมบัติ $E = 68.9\text{GPa}$, $\nu = 0.35$, $\rho = 5.42\text{kg/m}^2$ ($2.71 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$) เมื่อแทนค่าต่างลงในสมการที่ (3-17) จะได้ค่าความถี่ธรรมชาติ ω_{mn} สำหรับโหมดการสั่นสะเทือนต่างๆ ดังแสดงในตารางที่ 3-1

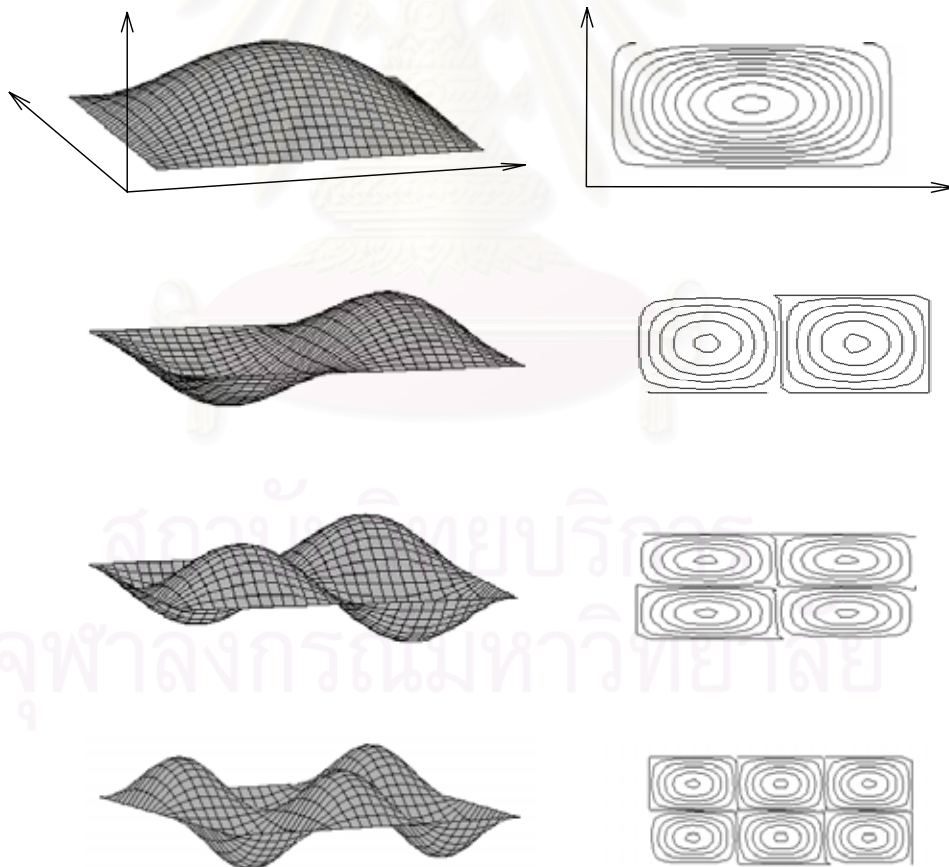
ตารางที่ 3-1 ค่า ω_{mn} ในหน่วย Hz สำหรับแผ่นบางที่ถูกจับยึดด้วย Simply Support ทั้ง 4 ด้าน

$n \backslash m$	1	2	3	4	5	6
1	152.55	518.67	1128.87	1983.14	3081.50	4423.93
2	244.08	610.20	1220.40	2074.67	3173.03	4515.46
3	396.63	762.75	1372.95	2227.22	3325.58	4668.01
4	610.20	976.32	1586.51	2440.79	3539.15	4881.58
5	884.79	1250.91	1861.10	2715.38	3813.74	5156.17
6	1220.40	1586.51	2196.71	3050.99	4149.35	5491.78

ตารางที่ 3-1 แสดงค่าความถี่ธรรมชาติที่คำนวณจากผลเฉลยสำเร็จตามสมการที่ (3-17) โดยแสดงไว้ทั้งหมด 36 ค่า ซึ่ง ค่า $\omega_{mn} = 152.55 \text{ Hz}$ เป็นค่าความถี่ธรรมชาติที่มีค่าน้อยสุดที่เกิดขึ้นโดยที่ค่า $m=1$ และค่า $n=1$ ค่าความถี่ธรรมชาติน้อยที่สุดนี้เรียกว่าค่าความถี่พื้นฐาน (Fundamental frequency) และเรียกรูปร่างโหมดสำหรับกรณี $m=1$ และค่า $n=1$ ว่ารูปร่างโหมดพื้นฐาน (Fundamental mode shape) ตามสมการที่ (3-15) ค่า m และ n คือ จำนวน Half sine wave ที่เกิดขึ้นในแนวแกน x และแกน y ตามลำดับ สำหรับลักษณะรูปร่างโหมดการสั่นของโครงสร้างแผ่นแสดงตัวอย่างในรูปที่ 3.3

ค่าความถี่ธรรมชาติที่แสดงในตารางที่ 3-1 สามารถเรียกชื่อค่าความถี่ธรรมชาติควบคู่ไปกับโหมดการสั่นสะเทือนโดยการอ้างอิงกับลำดับตัวเลข m และ n เช่น ค่าความถี่ธรรมชาติ $\omega_{11} = 152.55$ Hz สามารถเรียกได้ว่าค่าความถี่ธรรมชาติโหมด (1,1) มีค่าเท่ากับ 152.55 Hz ในทำนองเดียวกันค่าความถี่ธรรมชาติ $\omega_{21} = 244.08$ หมายถึงค่าความถี่ธรรมชาติโหมด(2,1) มีค่าเท่ากับ 244.08 Hz เป็นต้น

สำหรับวิทยานิพนธ์นี้เป็นการศึกษาปัญหาการสั่นแบบอิสระของโครงสร้างแผ่นบางรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า โดยทำการทดลองเพื่อหาค่าความถี่ธรรมชาติที่เกิดขึ้นเพียงสามค่าที่มีค่าน้อยที่สุด การอ้างอิงเรียกชื่อค่าความถี่ธรรมชาติที่วัดได้ เรียกชื่อตามลำดับของค่าที่วัดได้จากน้อยไปมากสามค่าแรกคือ ค่าความถี่ธรรมชาติโหมดที่หนึ่ง ค่าความถี่ธรรมชาติโหมดที่สอง และค่าความถี่ธรรมชาติโหมดที่สาม ตามลำดับ ไม่เรียกชื่อโดยใช้ลำดับของตัวเลข m และตัวเลข n ดังนั้นตัวอย่างค่าความถี่ธรรมชาติที่แสดงในตารางที่ 3-1 สามารถอ้างอิงถึงโหมดการสั่นสะเทือนได้ เช่น ค่าความถี่ธรรมชาติโหมดที่หนึ่งมีค่าเท่ากับ 152.55 Hz ค่าความถี่ธรรมชาติโหมดที่สองมีค่าเท่ากับ 244.08 Hz และค่าความถี่ธรรมชาติโหมดที่สามมีค่าเท่ากับ 396.63 Hz เป็นต้น



รูปที่ 3.3 ตัวอย่างรูปร่างโหมดการสั่นของโครงสร้างแผ่น Z ภายใต้การจับยึดแบบง่ายทั้งสี่ด้าน (SSSS)

บทที่ 4

กฎสัดส่วนสำหรับการวิเคราะห์การสันสะเทือน

จากในบทที่ 3 ได้แสดงขั้นตอนการสร้างสมการเชิงอนุพันธ์ของการเคลื่อนที่แบบสั้นอิสระของโครงสร้างโลหะแผ่นบางรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าภายใต้เงื่อนไขขอบเขตการจับยึดแบบอย่างง่ายทั้งสี่ด้าน และหาความถี่ธรรมชาติของโครงสร้างดังกล่าวในรูปผลเฉลยแม่นยำ อย่างไรก็ตาม โครงสร้างแผ่นบางที่มีเงื่อนไขการจับยึดแบบอื่นๆ เช่น การจับยึดแบบยึดแน่น หรือการปล่อยอิสระ นั้นไม่สามารถหาผลเฉลยแม่นยำสำหรับหาค่าความถี่ธรรมชาติได้ ซึ่งในกรณีดังกล่าวเมื่อพิจารณาเงื่อนไขขอบเขตแล้วพบว่าลักษณะการจำลองเงื่อนไขขอบเขตสำหรับสมการมีความซับซ้อนสูง ไม่สามารถหาค่าความถี่ธรรมชาติโดยการแก้สมการโดยตรง จึงได้มีการศึกษาโดยใช้ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขนำเสนอผลเฉลยดังกล่าวในรูปของค่าผลเฉลยเจาะจง ดังตัวอย่างการศึกษาของ Liessa[1] Gorman[2] และ Blevin[18] ซึ่งการนำผลเฉลยดังกล่าวไปใช้งานจริงก็มีข้อจำกัดที่สำคัญคือโครงสร้างแผ่นบางที่ใช้ในงานวิศวกรรมมีเงื่อนไขขอบเขตที่ไม่ได้เป็นลักษณะการจับยึดแบบอย่างง่ายหรือไม่ได้เป็นลักษณะการจับยึดแบบยึดแน่นที่สมบูรณ์ทั้งหมด แต่เป็นเงื่อนไขขอบเขตผสมระหว่างเงื่อนไขขอบเขตทั้งสอง ทำให้การจำลองปัญหาการสันสะเทือนโดยการใช้ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขทำได้ยากและค่าผลเฉลยดังกล่าวเมื่อนำมาใช้อาจไม่สามารถแสดงพฤติกรรมจริงที่เกิดขึ้นของโครงสร้างได้

การประยุกต์กฎสัดส่วนร่วมกับการทดลองโดยการทดลองหาค่าความถี่ธรรมชาติบนแผ่นชิ้นงานแผ่นหนึ่ง แล้วนำกฎสัดส่วนมาประยุกต์ใช้กับผลการทดลองเพื่อหาค่าความถี่ธรรมชาติของแผ่นชิ้นงานอีกแผ่นหนึ่งซึ่งอยู่ภายใต้เงื่อนไขความคล้ายกัน กระบวนการดังกล่าวสามารถแก้ปัญหาข้อจำกัดในด้านลักษณะพฤติกรรมจริงของเงื่อนไขขอบเขตที่ทำการศึกษา อีกทั้งเป็นกระบวนการที่สามารถประยุกต์ใช้สำหรับการหาความแม่นยำของการสร้างเงื่อนไขขอบเขตของการทดลอง ความแม่นยำของการวัดและการทดลองสำหรับการศึกษาค่าความถี่ธรรมชาติของโครงสร้างแผ่นบางรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า

เนื้อหาในบทนี้กล่าวถึงกฎสัดส่วน ทฤษฎีความคล้าย ความสัมพันธ์ของสมการเชิงอนุพันธ์สำหรับหาค่าความถี่ธรรมชาติของชิ้นงานแผ่นแบบจำลองกับชิ้นงานแผ่นต้นแบบ ค่าคงตัวความคล้ายสำหรับปัญหาการสันแบบอิสระของโครงสร้างแผ่นบางรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า รวมถึงตัวอย่างการประยุกต์กฎสัดส่วนกับปัญหาการสันแบบอิสระของแผ่นบางรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าทำจากวัสดุโลหะต่างชนิดกันภายใต้เงื่อนไขขอบเขตการจับยึดอย่างง่ายทั้งสี่ด้าน เพื่อแสดงความถูกต้องแม่นยำของการใช้ทฤษฎีความคล้ายและกฎสัดส่วน ก่อนที่จะนำทฤษฎีความคล้ายและกฎสัดส่วน

มาใช้ประยุกต์สำหรับการศึกษาความแม่นยำของการวัดและการทำการทดลองเพื่อหาค่าความถี่ธรรมชาติชิ้นงานแผ่นบางรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าวัสดุโลหะในลำดับถัดไป

4.1 ทฤษฎีความคล้าย (Similitude Theory)

ระบบหรือปรากฏการณ์สองอย่างจะมีความคล้ายกันเมื่อสมการคณิตศาสตร์ที่แทนระบบหรือปรากฏการณ์ทั้งสองอย่างนั้นมีความสัมพันธ์กันแบบหนึ่งต่อหนึ่ง (One-to-one mapping) นั่นคือสมการแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบทั้งสองต้องสามารถเขียนได้ดังนี้

$$L(X_{mi}) = L(X_{pi}) \quad (4-1)$$

โดย m คือ แบบจำลอง (Model)
 p คือ ต้นแบบ (Prototype)
 $L()$ คือ ตัวดำเนินการ (Operator)

กำหนดให้ค่าพารามิเตอร์ต่างๆของแบบจำลองและต้นแบบจะมีความสัมพันธ์กันตามสมการ

$$X_{pi} = C_i X_{mi} \quad (4-2)$$

โดย i คือ ลำดับของค่าพารามิเตอร์

จากสมการที่ (4-1) และสมการที่ (4-2) จะได้

$$L(X_{mi}) = L(C_i X_{mi}) \quad (4-3)$$

จัดรูปสมการที่ (4-3) ทางด้านขวามือใหม่ให้อยู่ในรูปที่คล้ายกับทางด้านซ้ายมือ

$$L(X_{mi}) = \varphi(C_i) L(X_{mi}) \quad (4-4)$$

$\varphi(C_i)$ คือ ฟังก์ชันแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าพารามิเตอร์ต่างๆของชิ้นงานแบบจำลองและชิ้นงานต้นแบบ สมการที่ (4-4) จะเป็นจริงเมื่อ $\varphi(C_i) = 1$ สมการนี้เรียกว่าสมการค่าคงตัวความคล้าย (Similitude Invariant) โดยค่าคงตัวความคล้ายนี้สามารถนำมาเขียนเป็น กฎสัดส่วน (Scaling law) ที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างพารามิเตอร์ของชิ้นงานแบบจำลองและชิ้นงานต้นแบบได้

4.2 ค่าคงตัวความคล้ายสำหรับค่าความถี่ธรรมชาติพื้นฐานของแผ่นบางสี่เหลี่ยมผืนผ้า

ปัญหาการสั่นสะเทือนของโครงสร้างแผ่นบางซึ่งมีสมการครอบคลุมในรูปของสมการเชิงอนุพันธ์ของการเคลื่อนที่ก็เป็นปัญหาชนิดหนึ่งที่สามารถใช้ทฤษฎีความคล้ายในการหาผลตัดส่วนได้ โดยมีขั้นตอนการหารว่ๆ เริ่มจากการเขียนสมการครอบคลุมของระบบสองระบบที่เป็นแบบจำลองและต้นแบบ หลังจากนั้นก็เปลี่ยนรูปสมการครอบคลุมของต้นแบบให้คล้ายกับสมการของแบบจำลองซึ่งจะทำให้ได้สมการค่าคงตัวความคล้ายที่สามารถเปลี่ยนเป็นกฎตัดส่วนได้ต่อไป สมการครอบคลุมของปัญหาการสั่นสะเทือนของโครงสร้างแผ่นบางสามารถเขียนได้ดังนี้

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} - \frac{\omega^2 \rho}{D} w = 0 \quad (4-5)$$

กำหนดให้ความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรของต้นแบบและตัวแปรของแบบจำลองเป็นดังนี้

$$\begin{aligned} x_p &= C_x x_m \\ y_p &= C_y y_m \\ w_p &= C_w w_m \\ D_p &= C_D D_m \\ \omega_p &= C_\omega \omega_m \\ \rho_p &= C_\rho \rho_m \end{aligned} \quad (4-6)$$

โดย C_i คือค่าตัดส่วนความคล้าย (Similitude Scaling Factor) ของค่าพารามิเตอร์ i

เมื่อนำค่าพารามิเตอร์ต่างๆ แทนลงในสมการที่ (4-5) จะได้สมการเชิงอนุพันธ์สำหรับแบบจำลองและต้นแบบ โดยสมการเชิงอนุพันธ์ของแบบจำลองสามารถเขียนได้ดังนี้

$$\frac{\partial^4 w_m}{\partial x_m^4} + 2 \frac{\partial^4 w_m}{\partial x_m^2 \partial y_m^2} + \frac{\partial^4 w_m}{\partial y_m^4} - \frac{\omega_m^2 \rho_m}{D_m} w_m = 0 \quad (4-7)$$

ทำนองเดียวกันเมื่อแทนสมการที่ (4-6) ลงในสมการที่ (4-5) สมการเชิงอนุพันธ์ของต้นแบบสามารถเขียนได้ดังนี้

$$\frac{\partial^4 (C_w w_m)}{\partial (C_x x_m)^4} + 2 \frac{\partial^4 (C_w w_m)}{\partial (C_x x_m)^2 \partial (C_y y_m)^2} + \frac{\partial^4 (C_w w_m)}{\partial (C_y y_m)^4} - \frac{(C_\omega \omega_m)^2 (C_\rho \rho_m)}{C_D D_m} (C_w w_m) = 0 \quad (4-8)$$

จัดรูปสมการเชิงอนุพันธ์ของต้นแบบให้คล้ายกับสมการของแบบจำลอง เพื่อเปรียบเทียบกับสมการเชิงอนุพันธ์ของแบบจำลอง

$$\left(\frac{C_w}{C_x^4}\right) \frac{\partial^4 w_m}{\partial x_m^4} + 2\left(\frac{C_w}{C_x^2 C_y^2}\right) \frac{\partial^4 w_m}{\partial x_m^2 \partial y_m^2} + \left(\frac{C_w}{C_y^4}\right) \frac{\partial^4 w_m}{\partial y_m^4} - \left(\frac{C_\omega^2 C_\rho C_w}{C_D}\right) \frac{\omega_m^2 \rho_m}{D_m} w_m = 0 \quad (4-9)$$

เมื่อเปรียบเทียบกับสมการเชิงอนุพันธ์ของระบบต้นแบบที่จัดรูปแล้วดังสมการที่ (4-9) กับสมการเชิงอนุพันธ์ของระบบแบบจำลองคือสมการที่ (4-7) จะได้ว่าสมการทั้งสองจะให้ผลเฉลยที่คล้ายกันเมื่อ

$$\frac{1}{C_x^4} = \frac{1}{C_x^2 C_y^2} = \frac{1}{C_y^4} = \frac{C_\omega^2 C_\rho}{C_D} \quad (4-10)$$

สมมติให้ต้นแบบและแบบจำลองมีความคล้ายกันทางรูปร่างแบบสมบูรณ์ (Complete Geometric Similarity) นั่นคือ

$$C_x = C_y = C_a = C_b \quad (4-11)$$

จากสมการที่ (4-10) สามารถเขียนแทนค่าสัดส่วนความคล้ายของรูปร่างทางเรขาคณิต (geometric) ต่างๆ ด้วยค่า C_b จะได้ความสัมพันธ์เป็น

$$\frac{1}{C_b^4} = \frac{C_\omega^2 C_\rho}{C_D} \quad (4-12)$$

ซึ่งจะสามารถเขียนใหม่ได้ว่า

$$\frac{C_\omega^2 C_\rho C_b^4}{C_D} = 1 \quad (4-13)$$

สมการที่ (4-13) คือ สมการค่าคงตัวความคล้าย ซึ่งสามารถเปลี่ยนรูปให้เป็นกฎสัดส่วนได้ โดยการแทนค่าสัดส่วนความคล้ายต่างๆ ด้วยค่าพารามิเตอร์ของต้นแบบและแบบจำลอง ซึ่งจะได้กฎสัดส่วนเป็นดังนี้

$$\omega_p^2 = \omega_m^2 C_D \frac{(b^4 \rho)_m}{(b^4 \rho)_p} \quad (4-14)$$

จากความสัมพันธ์ที่แสดงมาโดยลำดับพบว่ากฎสัดส่วนสามารถประยุกต์ใช้ได้โดยตรงกับกรณีที่ชิ้นงานต้นแบบและชิ้นงานแบบจำลองที่มีความคล้ายกับแบบสมบูรณ์ตามเงื่อนไขในสมการที่ (4-11) และสามารถใช้กับโครงสร้างที่มีเงื่อนไขขอบเขตแบบใดๆที่ชิ้นงานต้นแบบและชิ้นงานแบบจำลองมีเงื่อนไขขอบเขตที่เหมือนกัน ซึ่งคุณสมบัตินี้เป็นข้อได้เปรียบของการใช้ทฤษฎีความคล้ายในการแก้ปัญหาในงานวิศวกรรม เนื่องจากสามารถสร้างแบบจำลองให้มีเงื่อนไขขอบเขตให้เหมือนกับเงื่อนไขขอบเขตของต้นแบบได้ ซึ่งเป็นการหลีกเลี่ยงการจำลองเงื่อนไขขอบเขตด้วยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ซึ่งอาจจะมีความคลาดเคลื่อนจากเงื่อนไขขอบเขตของโครงสร้างจริง

4.3 การสอบทวนกฎสัดส่วนเพื่อหาค่าความถี่ธรรมชาติของโครงสร้างต้นแบบ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้มีจุดประสงค์ในการหาความแม่นยำจากการดำเนินการทดลองหาค่าความถี่ธรรมชาติของโครงสร้าง โดยการประยุกต์ใช้กฎสัดส่วนทำนายค่าความถี่ธรรมชาติระหว่างแผ่นทดลองแบบจำลองกับแผ่นทดลองต้นแบบ ก่อนที่จะนำกฎสัดส่วนไปใช้ประยุกต์กับผลการทดลองในการศึกษาความแม่นยำของการทดลอง เพื่อยืนยันความถูกต้องแม่นยำของการใช้กฎสัดส่วนจำเป็นต้องสอบทวนกฎสัดส่วน โดยกรณีปัญหาที่ใช้สำหรับการสอบทวนกฎสัดส่วนคือกรณีที่แผ่นทดลองถูกจับยึดแบบง่ายทั้งสี่ด้าน ซึ่งกรณีดังกล่าวมีผลเฉลยแม่นยำตรงแสดงไว้ตามสมการที่ (3-17)

การประยุกต์ใช้กฎสัดส่วนเพื่อหาค่าความถี่ธรรมชาติพิจารณาโครงสร้างแผ่นบางแบ่งแผ่นชิ้นงานที่ศึกษาออกเป็นสองส่วน ส่วนแรกเป็นแผ่นชิ้นงานต้นแบบ และส่วนที่สองเป็นแผ่นชิ้นงานแบบจำลอง ทำการคำนวณหาค่าความถี่ธรรมชาติของแผ่นชิ้นงานทั้งสองโดยใช้ผลเฉลยแม่นยำตรงจากสมการที่ (3-17) นำค่าความถี่ธรรมชาติของแผ่นชิ้นงานแบบจำลอง ω_m ที่ได้จากผลเฉลยแม่นยำตรงจากสมการที่ (3-17) มาแทนลงในกฎสัดส่วนที่แสดงไว้ตามสมการที่ (4-14) เพื่อทำนายค่าความถี่ธรรมชาติของแผ่นชิ้นงานต้นแบบ ω_p จากนั้นนำค่าความถี่ธรรมชาติของแผ่นชิ้นงานต้นแบบที่ทำนายโดยกฎสัดส่วนเปรียบเทียบกับค่าที่คำนวณจากผลเฉลยแม่นยำตรงตามสมการที่ (3-17) เพื่อสอบทวนความถูกต้องของกฎสัดส่วน

กรณีศึกษามีสองกรณีคือ กรณีแรกแผ่นชิ้นงานต้นแบบและแผ่นชิ้นงานแบบจำลองเป็นวัสดุชนิดเดียวกันโดยชิ้นงานแต่ละแผ่นมีความหนาเท่ากัน และกรณีที่สองแผ่นชิ้นงานต้นแบบและแผ่นชิ้นงานแบบจำลองเป็นวัสดุต่างชนิดกันแต่มีความหนาต่างกัน ซึ่งในกรณีที่สองจากสมการที่ (3-2) และสมการที่ (4-14) การสอบทวนการใช้กฎสัดส่วนจำเป็นต้องใช้ค่าคุณสมบัติของวัสดุ

ในเบื้องต้นสำหรับการสอบทวนการใช้กฏสัดส่วนในบทนี้ค่าคุณสมบัติวัสดุที่ใช้และการเรียกชื่อแผ่นชิ้นงานอ้างอิงจากหนังสือของ Hibbeler[19] สำหรับค่าคุณสมบัติวัสดุที่ใช้และการเรียกชื่อแผ่นชิ้นงานในการสอบทวนกฏสัดส่วนแสดงอยู่ในตารางที่ 4.1

การศึกษากรณีแรกเป็นกรณีที่แผ่นชิ้นงานต้นแบบและแผ่นชิ้นงานแบบจำลองเป็นวัสดุชนิดเดียวกัน โดยแผ่นชิ้นงานเป็นแผ่นอลูมิเนียม 3 ขนาดสัดส่วน (Aspect Ratio) แต่ละขนาดสัดส่วนมีชิ้นงาน 3 ขนาดแยกตามขนาดความกว้างของชิ้นงานคือ 200 มม. 250 มม. และ 300 มม. ตามลำดับ แผ่นชิ้นงานแต่ละแผ่นมีความหนาเท่ากัน เลือกแผ่นชิ้นงานที่มีขนาดความกว้าง 250 มม. เป็นแผ่นชิ้นงานแบบจำลอง และใช้แผ่นชิ้นงานขนาดความกว้าง 200 มม. และ 300 มม. เป็นแผ่นชิ้นงานต้นแบบ การสอบทวนกฏสัดส่วนแสดงในตารางที่ 4-2 โดยค่าความถี่ธรรมชาติทั้งสามโหมดแรกของทั้งแผ่นชิ้นงานแบบจำลองและแผ่นชิ้นงานต้นแบบแสดงแยกตามขนาดสัดส่วน ค่าความถี่ธรรมชาติของแผ่นชิ้นงานแบบจำลองคำนวณจากผลเฉลยตามสมการที่ (3-17) สำหรับค่าความถี่ธรรมชาติของแผ่นชิ้นงานต้นแบบหาจากผลเฉลยแม่นยำตรงและจากกฏสัดส่วนที่ใช้ ค่าความถี่ธรรมชาติของแบบจำลอง โดยช่องแรกของตารางแสดงขนาดสัดส่วนของชิ้นงาน ช่องที่สองแสดงค่าความถี่ธรรมชาติพื้นฐานของแบบจำลองคำนวณจากทฤษฎีตามสมการที่ (3-17) ช่องที่สามและช่องที่สี่แสดงค่าความถี่ธรรมชาติพื้นฐานของแผ่นต้นแบบแสดงเป็นช่องย่อย 2 ช่อง โดยช่องย่อยแรกแสดงค่าคำนวณจากทฤษฎีตามสมการที่ (3-17) ช่องย่อยที่สองแสดงค่าที่ทำนายจากกฏสัดส่วนตามสมการที่ (4-14)

การศึกษาชุดที่สองใช้แผ่นชิ้นงานต้นแบบและแผ่นชิ้นงานแบบจำลองเป็นวัสดุต่างชนิดกัน และมีความหนาต่างกัน วัสดุที่ใช้ในการศึกษาได้แก่ แผ่นอลูมิเนียม 6061-T6 แผ่นเหล็ก A36 และแผ่นสแตนเลส AISI304 ทุกแผ่นมีขนาดยาวและขนาดกว้างเท่ากันคือมีขนาดเท่ากับ 375x250 มม.² เลือกแผ่นอลูมิเนียม 6061-T6 หนา 2 มม. เป็นแผ่นชิ้นงานแบบจำลอง เลือกแผ่นอลูมิเนียม 6061-T6 หนา 1.5 มม. แผ่นเหล็ก A36 หนา 2.0 มม. แผ่นสแตนเลส AISI304 หนา 1.5 มม. เป็นแผ่นชิ้นงานต้นแบบ การสอบทวนกฏสัดส่วนสำหรับกรณีนี้แสดงไว้ในตารางที่ 4.3 โดยใช้ค่าความถี่ธรรมชาติสามโหมดแรกในการสอบทวนกฏสัดส่วน แยกชนิดของแผ่นชิ้นงานเป็นสองกลุ่ม ส่วนแรกเป็นค่าความถี่ธรรมชาติของแผ่นชิ้นงานแบบจำลองคือแผ่นอลูมิเนียมหนา 2 มม. ซึ่งคำนวณจากทฤษฎีตามสมการที่ (3-17) ส่วนที่สองเป็นแผ่นชิ้นงานต้นแบบซึ่งเป็นชิ้นงานสามชนิดคือแผ่นอลูมิเนียมหนา 1.5 มม. แผ่นเหล็กหนา 2.0 มม. และแผ่นสแตนเลสหนา 1.5 มม. ตามลำดับ สำหรับค่าความถี่ธรรมชาติของแผ่นชิ้นงานต้นแบบแยกเป็นสองส่วน ส่วนแรกเป็นค่าความถี่ธรรมชาติที่คำนวณจากทฤษฎีตามสมการที่ (3-17) ส่วนย่อยที่สองแสดงค่าที่ทำนายจากกฏสัดส่วนตามสมการที่ (4-14)

ตารางที่ 4-1 คุณสมบัติวัสดุและขนาดของแผ่นชิ้นงานในการสอบทวนกฏสัดส่วน

แผ่นชิ้นงาน	แผ่นอลูมิเนียม 6061-T6	แผ่นอลูมิเนียม 6061-T6	แผ่นเหล็ก A36	แผ่นสแตนเลส AISI304
ขนาด a x b มม. ²	400x200	400x200	400x200	400x200
ความหนา มม.	2	1.5	2	1.5
ความหนาแน่น kg/m ³	2710	2710	7850	7860
อัตราส่วน ปัวร์ซง	0.35	0.35	0.32	0.27
ค่าโมดูลัสความ ยืดหยุ่น GPa	68.9	68.9	200	193

ตารางที่ 4-2 ค่าความถี่ธรรมชาติ(Hz)จากการสอบทวนกฏสัดส่วนกรณีแผ่นชิ้นงานต้นแบบและแผ่นชิ้นงานแบบจำลองเป็นวัสดุชนิดเดียวกัน

ขนาด สัดส่วน	โหมด	แบบจำลอง (Hz)	ต้นแบบ (Hz)		ต้นแบบ (Hz)	
		b = 250 มม.	b = 200 มม.		b = 300 มม.	
			Theory	Similitude	Theory	Similitude
1	1	156.21	244.08	244.08	108.48	108.48
	2	234.32	366.12	366.12	162.72	162.72
	3	624.84	976.32	976.32	433.92	433.92
1.5	1	112.82	176.28	176.28	78.35	78.35
	2	216.96	339.00	339.00	150.67	150.67
	3	347.13	542.40	542.40	241.07	241.07
2	1	97.63	152.55	152.55	67.80	67.80
	2	156.21	244.08	244.08	108.48	108.48
	3	253.84	396.63	396.63	176.28	176.28

ตารางที่ 4-3 ค่าความถี่ธรรมชาติ(Hz)จากการสอบทวนกฎสัดส่วนกรณีแผ่นชิ้นงานต้นแบบและแผ่นชิ้นงานแบบจำลองเป็นวัสดุต่างชนิดกัน

โหมด	แบบจำลอง	ต้นแบบ					
	อลูมิเนียม 2มม.	อลูมิเนียม 1.5มม.		เหล็ก 2มม.		สแตนเลส304 1.5มม.	
		Theory	Similitude	Theory	Similitude	Theory	Similitude
1	112.82	84.61	84.61	111.67	111.67	80.90	80.90
2	216.96	162.72	162.72	214.74	214.74	155.58	155.58
3	347.13	260.35	260.35	343.59	343.59	248.92	248.92

จากตารางที่ 4-2 และตารางที่ 4-3 พบว่าค่าความถี่ธรรมชาติของแผ่นชิ้นงานต้นแบบจากการทำนายโดยคำนวณจากกฎสัดส่วนมีค่าตรงกับค่าความถี่ธรรมชาติจากการคำนวณโดยทฤษฎีทั้งในกรณีแผ่นชิ้นงานต้นแบบและแผ่นชิ้นงานแบบจำลองเป็นวัสดุชนิดเดียวกันและกรณีแผ่นชิ้นงานต้นแบบและแผ่นชิ้นงานแบบจำลองเป็นวัสดุต่างชนิดกัน ในการสอบทวนกฎสัดส่วนสรุปได้ว่ากฎสัดส่วนและทฤษฎีความคล้ายตามสมการที่ 4-14 มีความถูกต้องสำหรับการทำนายค่าความถี่ธรรมชาติโดยวิธีการคำนวณ ดังนั้นจึงสามารถนำกฎสัดส่วนไปประยุกต์ใช้สำหรับการศึกษาหาความแม่นยำของการทดลองเพื่อหาค่าความถี่ธรรมชาติ โดยการทำการทดลองหาค่าความถี่ธรรมชาติของโครงสร้างแบบจำลองและโครงสร้างต้นแบบที่มีรูปแบบการจับยึดที่เหมือนกัน แล้วใช้ค่าความถี่ธรรมชาติของแบบจำลองในการทำนายค่าความถี่ธรรมชาติของต้นแบบโดยใช้กฎสัดส่วน หากกำหนดให้ว่ากฎสัดส่วนมีความแม่นยำตามการสอบทวนที่แสดงไว้ ค่าความแตกต่างของค่าความถี่ธรรมชาติของต้นแบบที่ได้จากกฎสัดส่วนและจากการทดลองจะแสดงถึงความแม่นยำในการวัด ในบทต่อไปจะอธิบายถึงการทดลองวัดค่าความถี่ธรรมชาติของโครงสร้างแผ่นบาง

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

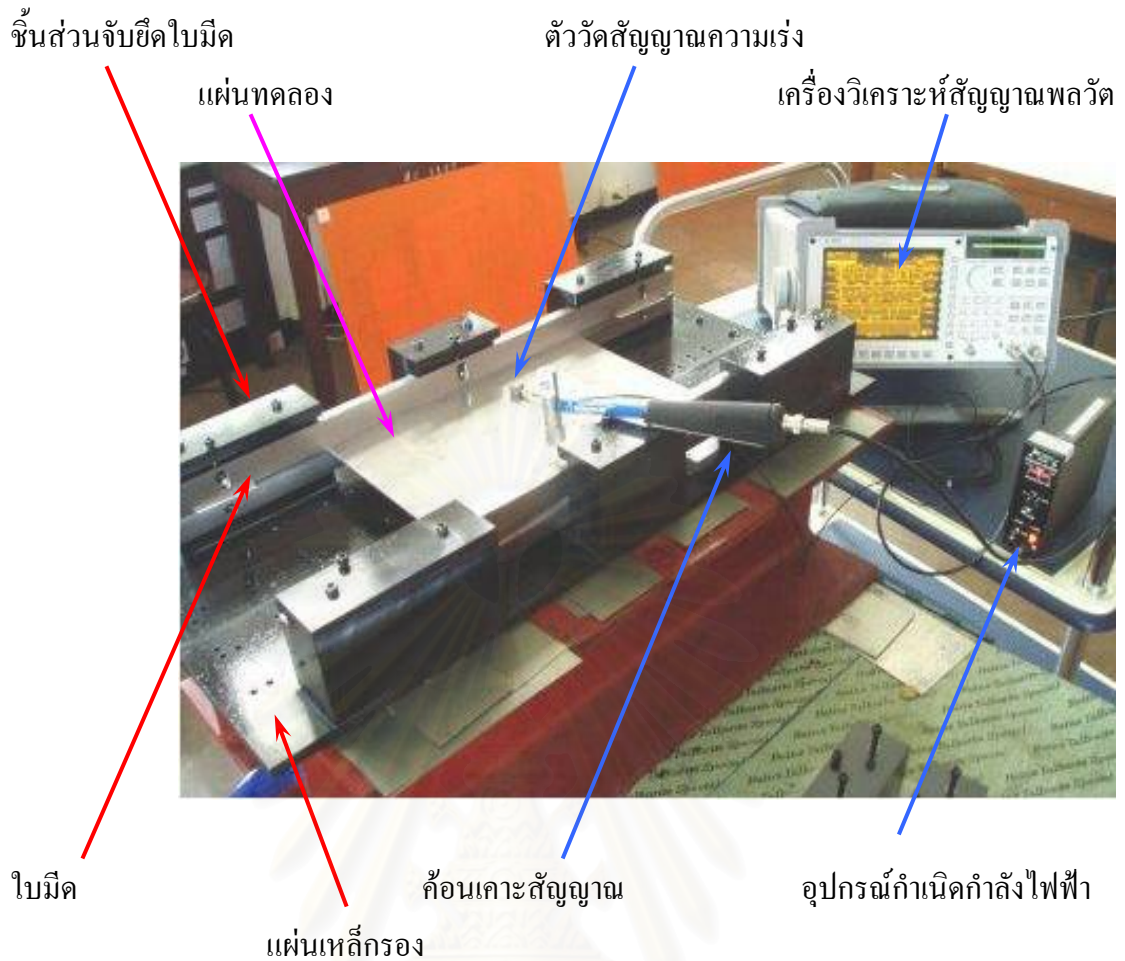
บทที่ 5

การทดลองปัญหาการสั้นสะเทือน

การหาค่าความถี่ธรรมชาติจากการสั้นแบบอิสระของโครงสร้างแผ่นบางรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าสำหรับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ศึกษาโดยการทำการทดลองกับโครงสร้างแผ่นบางวัสดุโลหะ ในส่วนของการนำเสนอเนื้อหาของบทนี้กล่าวถึงรายละเอียดในทุกส่วนที่เกี่ยวข้องกับการทดลองเพื่อหาค่าความถี่ธรรมชาติ โดยมีเนื้อหาแบ่งเป็นส่วนประกอบด้วย ส่วนแรกเริ่มจาก การเลือกชนิดวัสดุแผ่นชิ้นงานที่ใช้ในการทดลอง การกำหนดขนาดแผ่นทดลอง การแบ่งกลุ่มการทดลอง การกำหนดขอบเขตเงื่อนไขของการถูกจับยึดและกำหนดขอบเขตของการวัดในการทดลอง รวมถึงการเรียงลำดับขอบเขตเงื่อนไขของการถูกจับยึดในการทดลอง ส่วนที่สองเป็นรายละเอียดแต่ละชิ้นส่วนของชุดทดลองในการทำหน้าที่ยึดแผ่นทดลองให้สอดคล้องกับเงื่อนไขขอบเขตที่ศึกษาและสอดคล้องกับขนาดของแผ่นทดลองแต่ละการทดลองที่กำหนด ส่วนที่สามเป็นข้อมูลรายละเอียดเบื้องต้นของอุปกรณ์ทดลองและเครื่องมือวัดที่ใช้ในการทดลอง และส่วนที่สี่เป็นขั้นตอนการทดลองตั้งแต่การทดสอบชุดทดลอง การติดตั้งชุดทดลอง การติดตั้งอุปกรณ์ทดลองและเครื่องมือวัด รวมถึงการอ่านค่าและบันทึกผลการทดลอง

รูปที่ 5.1 แสดงชุดทดลอง เครื่องมือและอุปกรณ์การวัดทั้งหมด ขณะทำการทดลองแผ่นทดลองถูกจับยึดด้วยชิ้นส่วนไบมิดตามเงื่อนไขที่ศึกษา ตามรูปที่แสดงเป็นการจับยึดแบบง่ายสองด้านคู่ตรงกันข้ามและปล่อยปลายอิสระสองด้าน(SSFF) ในส่วนของชุดทดลองชิ้นส่วนไบมิดจะติดอยู่กับชิ้นส่วนจับยึดไบมิดซึ่งยึดแน่นบนแผ่นรองกำหนดตำแหน่ง ในส่วนของอุปกรณ์ทดลองและเครื่องมือวัดประกอบด้วย ตัววัดสัญญาณความเร่ง อุปกรณ์กำเนิดกำลังไฟฟ้า ค้อนเคาะสัญญาณ และเครื่องวิเคราะห์สัญญาณพลวัต สัญญาณการเคาะจากค้อนเคาะสัญญาณและผลตอบสนองการสั้นของแผ่นทดลองจากตัววัดสัญญาณความเร่ง ถูกส่งไปยังเครื่องวิเคราะห์สัญญาณพลวัต จากนั้นแสดงผลวิเคราะห์ของการวัดบนหน้าจอของเครื่องวิเคราะห์สัญญาณพลวัต

สำหรับชิ้นส่วนชุดทดลอง อุปกรณ์ทดลองและเครื่องมือวัด รวมถึงขั้นตอนการทดลองกล่าวรายละเอียดตามลำดับในหัวข้อถัดไป



รูปที่ 5.1 ชุดทดลอง เครื่องมือทดลองและอุปกรณ์การวัดเพื่อหาค่าความถี่ธรรมชาติ

5.1 รายละเอียดของแผ่นทดลองและเงื่อนไขขอบเขตการทดลอง

แผ่นโลหะบางรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่ใช้ในการทดลอง ได้แก่ แผ่นอลูมิเนียม แผ่นเหล็ก และแผ่นสแตนเลส 304 แผ่นอลูมิเนียมมีความหนาสองขนาด แผ่นอลูมิเนียมที่หนาเรียกว่า แผ่นอลูมิเนียม-A และแผ่นอลูมิเนียมที่บางกว่าเรียกว่าแผ่นอลูมิเนียม-B ลักษณะแผ่นทดลองแสดงในรูปที่ 5.2 และการแบ่งกลุ่มแผ่นโลหะแบ่งตามกลุ่มการทดลองออกเป็น 2 กลุ่ม มีรายละเอียดดังนี้

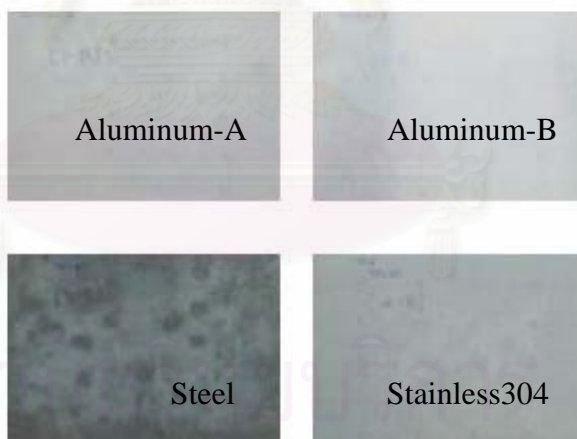
1. การทดลองบนวัสดุชนิดเดียวกันและความหนาเดียวกันแผ่นโลหะที่ใช้ในการทดลอง ได้แก่ แผ่นอลูมิเนียม-A แผ่นทดลองมี 3 ขนาดสัดส่วน (Aspect Ratio) คือ ขนาดสัดส่วน 1 1.5 และ 2 โดยแต่ละขนาดสัดส่วนมี 3 ขนาด ระบุขนาด $a \times b$ ในหน่วย มม.² ดังต่อไปนี้ 200x200 250x250 300x300 300x200 375x250 450x300 400x200 500x250 และ 600x300 รวมทั้งหมด 9 แผ่น

2. การทดลองบนวัสดุต่างชนิดและความหนาต่างกันแผ่นโลหะที่ใช้ในการทดลอง ได้แก่ แผ่นอลูมิเนียม-B แผ่นเหล็ก และแผ่นสแตนเลส 304 ทดลองเพียงขนาดสัดส่วนเดียว คือ ขนาด

สัดส่วน 1.5 โดยมี 2 ขนาดความกว้างและความยาว ได้แก่ขนาด 300x200ม.² และ375x250ม.² รวมทั้งหมด 6 แผ่นทดลอง

คุณสมบัติวัสดุของแผ่นทดลองที่ได้ทดสอบมาแสดงอยู่ในตารางที่ 5.1 คุณสมบัติที่แสดงประกอบด้วย ความหนาของแผ่นทดลอง น้ำหนักของแผ่นทดลอง ความหนาแน่นในหน่วยมวลต่อพื้นที่ ค่าโมดูลัสความยืดหยุ่นและค่าอัตราส่วนปัวร์ซองของแผ่นทดลอง โดยมีวิธีการวัดค่าและการทดสอบดังนี้ ค่าความหนาและน้ำหนักได้จากผลเฉลี่ยของการวัดขนาดความหนาและการชั่งน้ำหนักจากแผ่นทดลองขนาด 300x200ม.² ทั้งสี่ชนิดวัสดุ จากขนาดและน้ำหนักที่วัดได้สามารถคำนวณหาค่าความหนาแน่นของแผ่นทดลองได้ สำหรับค่าคุณสมบัติทางกลของแผ่นทดลองหาได้จากการทดสอบตามมาตรฐาน ASTM E8M และ ASTM E132 ซึ่งเป็นมาตรฐานการเตรียมชิ้นทดสอบและการทดสอบการดึง โดยการทดสอบใช้เครื่องเทนโซมิเตอร์ (Tensometer) ในการดึงชิ้นทดสอบแล้วอ่านค่าความเครียดที่เกิดขึ้นบนชิ้นทดสอบจากสเตรนมิเตอร์ นำผลทดสอบมาเขียนกราฟระหว่างความเค้นและความเครียดเพื่อหาค่าโมดูลัสความยืดหยุ่นและค่าอัตราส่วนปัวร์ซองตามที่กำหนดในมาตรฐาน

สำหรับการแบ่งกลุ่มการทดลองตามตารางที่ 5.2 แสดงรายละเอียดชนิดวัสดุแผ่นทดลอง ขนาดสัดส่วนและขนาดของแผ่นทดลองแยกตามกลุ่มการทดลอง



รูปที่ 5.2 แผ่นโลหะที่ใช้ในการทดลอง

ตารางที่ 5.1 คุณสมบัติของแผ่นทดลอง

แผ่นทดลอง 300x200mm ²	ความ หนา (mm)	น้ำหนัก (kg)	ความหนาแน่น ต่อพื้นที่ (kg/m ²)	ค่าโมดูลัสความ ยืดหยุ่น (MPa)	ค่าอัตราส่วน ปัวร์ซอง
อลูมิเนียม-A	1.81	0.33122	5.10	62.3	0.316
อลูมิเนียม-B	1.42	0.23532	3.63	58.0	0.320
เหล็ก	1.95	0.9695	15.29	197.0	0.346
สแตนเลส304	1.48	0.7095	11.23	200.0	0.327

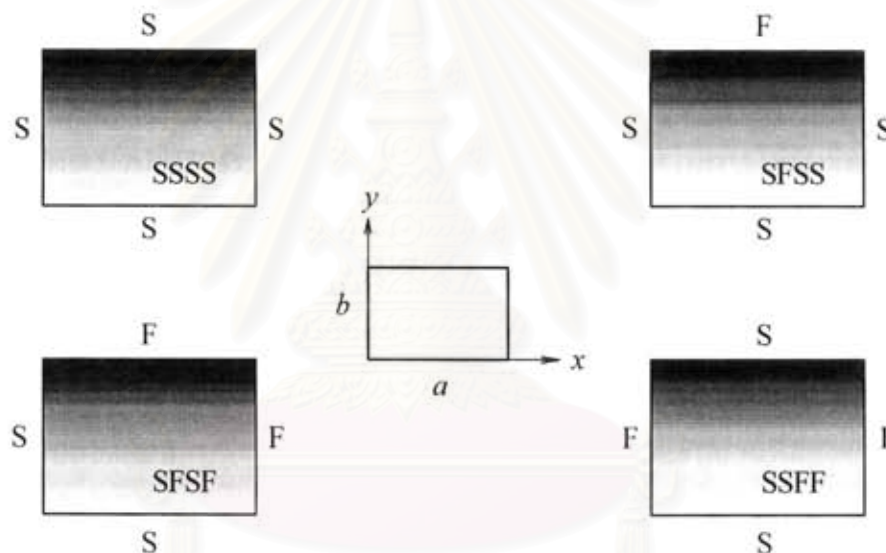
ตารางที่ 5.2 กลุ่มการทดลอง

กลุ่มการ ทดลอง	ชนิดของแผ่นทดลอง	ขนาดสัดส่วน	ขนาด ยาว x กว้าง (มม. x มม.)
1	แผ่นอลูมิเนียม-A	1	200x200
			250x250
			300x300
		1.5	300x200
			375x250
			450x300
		2	400x200
			500x250
			600x300
2	แผ่นอลูมิเนียม-B	1.5	300x200
			375x250
	แผ่นเหล็ก		300x200
			375x250
	แผ่นสแตนเลส 304		300x200
			375x250

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ศึกษาเงื่อนไขขอบเขตการจับยึดบริเวณด้านปลายของแผ่นทอลง 2 ลักษณะเงื่อนไขขอบเขต ได้แก่ ด้านปลายของแผ่นทอลงถูกจับยึดแบบง่าย(Simplified Support Boundary) และด้านปลายของแผ่นทอลงปล่อยปลายอิสระ(Free Edge Boundary) เงื่อนไขขอบเขตการจับยึดบริเวณด้านปลายของแผ่นทอลงจากทั้งสองลักษณะสามารถสร้างกรณีศึกษาและแบ่งเงื่อนไขขอบเขตของการทอลงตามลักษณะการจับยึดแผ่นทอลงได้ 4 กรณี ดังนี้

1. การจับยึดแบบง่ายทั้งสี่ด้าน (SSSS)
2. การจับยึดแบบง่ายสามด้านและปล่อยปลายอิสระหนึ่งด้าน (SFSS)
3. การจับยึดแบบง่ายสองด้านคู่ติดกันและปล่อยปลายอิสระสองด้าน (SFSF)
4. การจับยึดแบบง่ายสองด้านคู่ตรงกันข้ามและปล่อยปลายอิสระสองด้าน (SSFF)

โดยลักษณะการจับยึดแผ่นทอลง และการใช้ตัวอักษรย่อแสดงลักษณะการจับยึดเทียบกับระบบแกนพิกัด แสดงในรูปที่ 5-3



รูปที่ 5-3 การจับยึดแผ่นทอลงทั้ง 4 กรณี และระบบแกนพิกัด

สำหรับขอบเขตค่าความถี่ธรรมชาติของแผ่นทอลงแต่ละแผ่นสำหรับแต่ละกรณีในการทอลง ศึกษาค่าความถี่ธรรมชาติ 3 ค่าแรกที่น้อยที่สุดของการสั่นตามลำดับ (3 โหมดแรก) โดยแยกผลตามกรณีการทอลงเพื่อนำผลที่ได้มาเปรียบเทียบความแม่นยำของการวัดโดยการประยุกต์ใช้กฎสัดส่วน การกำหนดขอบเขตค่าความถี่ธรรมชาติที่จะวัดในการทอลง มีจุดประสงค์เพื่อกำหนดเงื่อนไขสำหรับการออกแบบและสร้างชุดทอลง

5.2 ชุดทดลอง

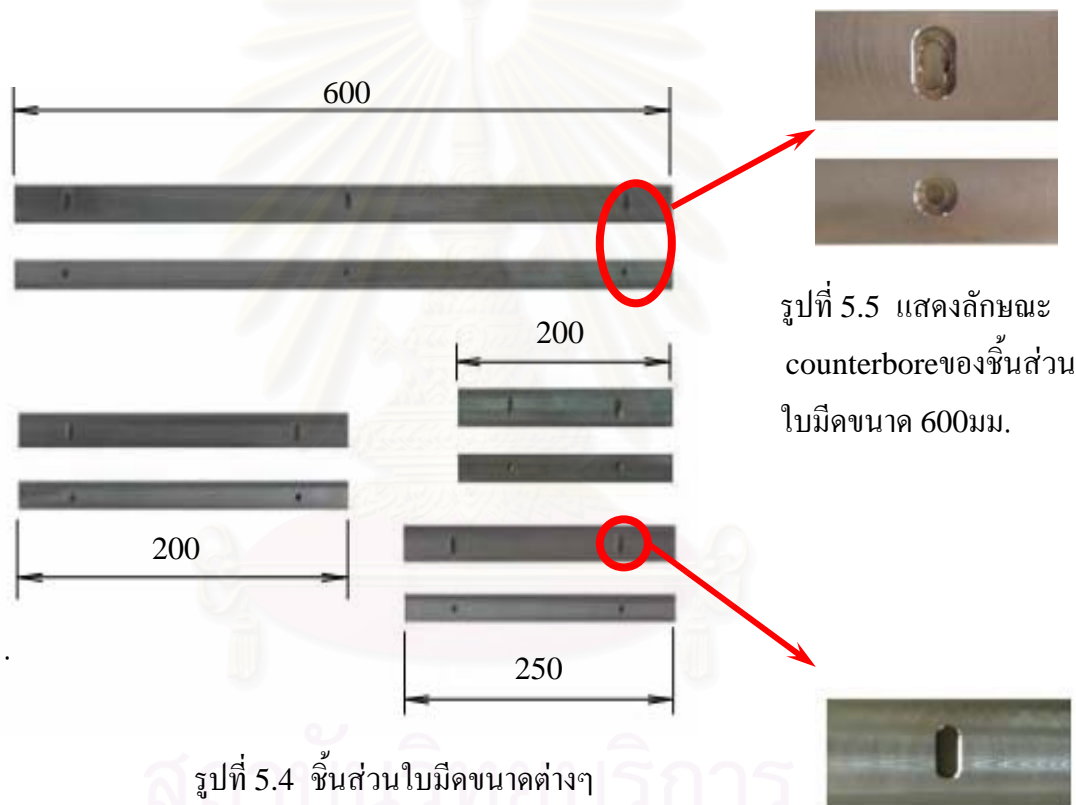
ชุดทดลองสำหรับการทดลองปัญหาการสั้นสะเทือน ถูกออกแบบและสร้างขึ้นโดยมีวัตถุประสงค์หลักสองประการ คือ ทำหน้าที่จับยึดแผ่นทดลองให้อยู่ระนาบระดับเดียวกันในทุกการทดลองของแต่ละแผ่นทดลอง และทำหน้าที่สร้างลักษณะเงื่อนไขขอบเขตการจับยึดแผ่นทดลองให้สอดคล้องตามกรณีที่ศึกษาทั้งสี่กรณี (SSSS SFSS SFSF SSFF) ดังนั้นชุดทดลองต้องสามารถใช้ทดลองได้กับแผ่นทดลองทุกขนาดที่กำหนด นอกจากวัตถุประสงค์ทั้งสองดังกล่าวแล้วชุดทดลองและแต่ละชิ้นส่วนของชุดทดลองจะต้องมีค่าความถี่ธรรมชาติพื้นฐานอยู่นอกช่วงค่าความถี่ธรรมชาติของแผ่นทดลองที่ทำการศึกษา

สำหรับชุดทดลองประกอบด้วยชิ้นส่วนต่างๆของชุดทดลองมีรายละเอียดและหน้าที่ดังนี้ ชิ้นส่วนแรกของชุดทดลอง คือ ชิ้นส่วนใบมีด (knife edge) แสดงในรูปที่ 5.4 ทำหน้าที่จับยึดแผ่นทดลอง เพื่อสร้างเงื่อนไขขอบเขตแบบง่ายให้กับแต่ละด้านของแผ่นทดลอง ชิ้นส่วนมีความยาว 4 ขนาด คือขนาดความยาว 600 มม. 300 มม. 250 มม. และ 200 มม. แต่ละขนาดความยาวมี 4 ชิ้น ประกอบด้วยชิ้นส่วนใบมีดด้านบน 2 ชิ้น ชิ้นส่วนใบมีดด้านล่าง 2 ชิ้น สร้างขึ้นจากวัสดุเหล็กกล้าไร้สนิม (Stainless steel, AISI304) เพื่อรักษาสภาพของผิวขอบใบมีดในการใช้จับยึดแผ่นทดลอง สำหรับชิ้นส่วนใบมีดด้านบนและชิ้นส่วนใบมีดด้านล่างที่มีขนาดความยาว 600 มม. รูเจาะสำหรับใส่สกรูบนตัวใบมีดมีไว้เพื่อยึดติดตัวใบมีดเข้ากับชิ้นส่วนที่สองของชุดทดลอง รูเจาะมีลักษณะเป็น counter bore ดังแสดงในรูปที่ 5.5 เพื่อไม่ให้หัวสกรูขัดขวางการเลื่อนปรับชิ้นส่วนที่สองของชุดทดลองในการจับยึดแผ่นทดลองแต่ละขนาด สำหรับใบมีดที่เป็นชิ้นส่วนด้านล่างทุกชิ้น รูเจาะมีขนาดสวมพอดีกับสกรูเพื่อยึดติดใบมีดที่เป็นชิ้นส่วนด้านล่างกับชิ้นส่วนที่สองของชุดทดลอง ในขณะที่ใบมีดที่เป็นชิ้นส่วนด้านบนทุกชิ้นทำเป็นร่องยาวเพื่อใส่สกรู ดังรูปที่ 5.6 เพื่อให้ชิ้นส่วนใบมีดด้านบนสามารถปรับเลื่อนได้ในแนวตั้งตามความหนาที่ต่างกันของแผ่นทดลอง ก่อนการยึดแน่นชิ้นส่วนใบมีดด้านบนกับชิ้นส่วนที่สองของชุดทดลอง

ชิ้นส่วนที่สองของชุดทดลอง คือ ชิ้นส่วนจับยึดใบมีดทำจากเหล็กกล้าโครงสร้าง (Steel) ชุบผิวกันสนิม มีสองขนาด ขนาดแรกมี 4 ชิ้น ขนาดที่สองมี 6 ชิ้น รวม 10 ชิ้น จำนวนชิ้นที่ถูกประกอบรวมและใช้งานในการทดลองจะแตกต่างกันขึ้นอยู่กับลักษณะกรณีเงื่อนไขขอบเขตการทดลอง ชิ้นส่วนนี้ทำหน้าที่ ยึดชิ้นส่วนใบมีดด้านบนและชิ้นส่วนใบมีดด้านล่าง จนแนวใบมีดของชิ้นส่วนทั้งสองอยู่บนระนาบแนวตั้งแนวเดียวกันเพื่อการสร้างเงื่อนไขขอบเขตการจับยึดแบบง่ายให้กับแผ่นทดลอง และทำหน้าที่ปรับเลื่อนไปพร้อมกับตัวใบมีดในการจับยึดชิ้นงานแผ่นทดลองเพื่อการจับยึดแผ่นทดลองเป็นไปตามเงื่อนไขขอบเขตกรณีศึกษาที่กำหนด โดยสามารถปรับเลื่อนให้สอดคล้องทุกขนาดความยาวของแผ่นทดลอง รายละเอียดของชิ้นส่วนที่สองและชิ้นส่วนร่วมของชิ้นส่วนที่สองดัง แสดงในรูปที่ 5.7 ประกอบด้วย สกรูยาวทำหน้าที่ยึดชิ้นส่วนที่

สองกับชิ้นส่วนที่สาม สกรูยึดชิ้นส่วนไบมิด และสกรูปรับทำหน้าที่กดชิ้นส่วนไบมิดด้านบน เพื่อให้ชิ้นส่วนไบมิดด้านบนกดจับลงบนแผ่นทดลอง โดยสามารถขันปรับได้ตามขนาดความหนาที่แตกต่างกันของแต่ละแผ่นทดลอง

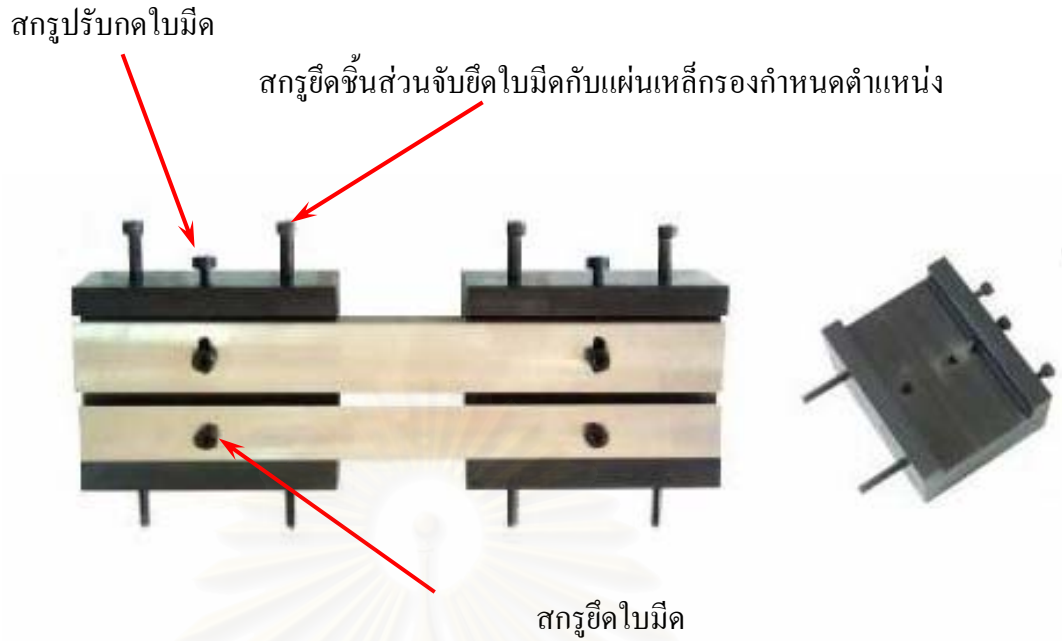
ชิ้นส่วนที่สามของชุดทดลอง คือ แผ่นเหล็กรองกำหนดตำแหน่ง แสดงในรูปที่ 5.8 เป็นชิ้นส่วนที่ทำหน้าที่กำหนดตำแหน่งในการยึดชิ้นส่วนที่สองตามขนาดแผ่นทดลองและเงื่อนไขการทดลอง ลักษณะเป็นแผ่นโลหะหนามี่ 2 ชั้นขนาดเท่ากัน ทำจากเหล็กกล้าโครงสร้าง (Steel) ชุบผิวกันสนิม รูเจาะบนชิ้นส่วนที่สามใช้สวมเข้ากับสกรูยาวของชิ้นส่วนที่สองเพื่อการยึดชิ้นส่วนทั้งสองเข้าด้วยกัน



รูปที่ 5.5 แสดงลักษณะ counterbore ของชิ้นส่วนไบมิดขนาด 600 มม.

รูปที่ 5.4 ชิ้นส่วนไบมิดขนาดต่างๆ

รูปที่ 5.6 รูใส่สกรูยึดของชิ้นส่วนไบมิดด้านบน



รูปที่ 5.7 ชิ้นส่วนจับยึดใบมีดและชิ้นส่วนประกอบ



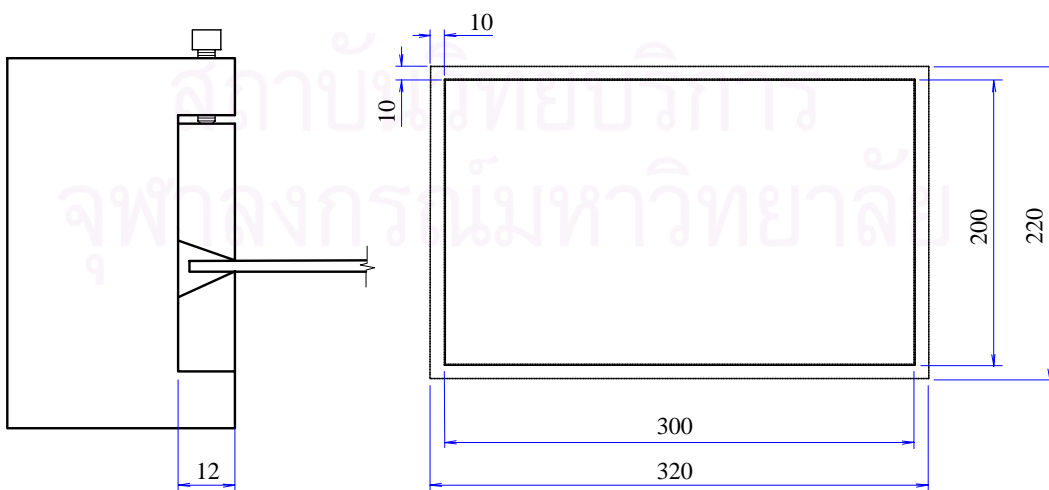
รูปที่ 5.8 ชิ้นส่วนแผ่นเหล็กทรงกำหนดตำแหน่ง

5.3 การเตรียมแผ่นทดลองและลำดับการทดลอง

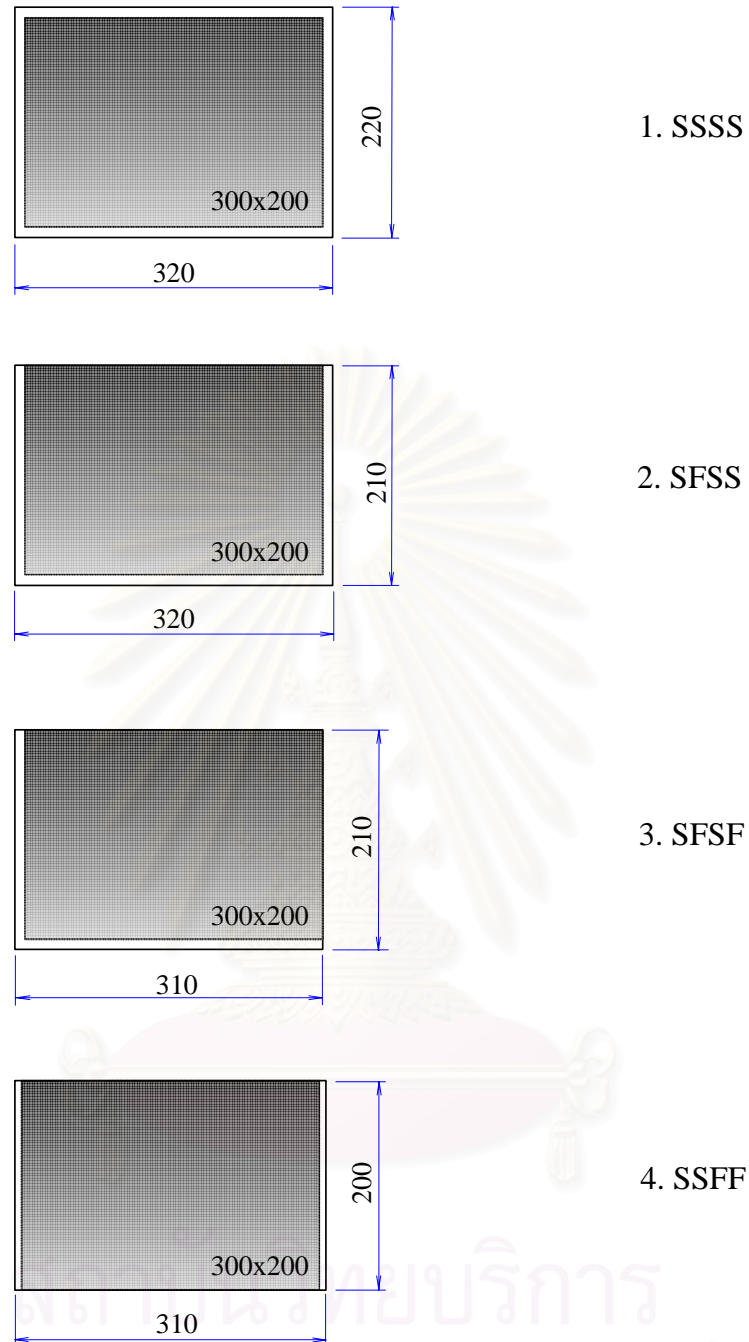
เงื่อนไขขอบเขตการจับยึดที่ศึกษาประกอบด้วยกรณี การจับยึดแบบง่ายทั้งสี่ด้าน (SSSS) การจับยึดแบบง่ายสามด้านและปล่อยปลายอิสระหนึ่งด้าน (SFSS) การจับยึดแบบง่ายคู่ด้านติดกันและปล่อยปลายอิสระสองด้าน (SFSS) และการจับยึดแบบง่ายคู่ด้านตรงกันข้ามและปล่อยปลายอิสระสองด้าน (SSFF)

เนื่องจากข้อจำกัดของการจับยึดแผ่นทดลองด้วยชิ้นส่วนใบมีด คือแผ่นทดลองต้องมีขนาดยาวเกินขอบใบมีดเล็กน้อย ระยะที่เกินขอบใบมีดของแผ่นทดลองจะต้องไม่ทำให้แผ่นทดลองชนกับชิ้นส่วนจับยึดใบมีด เมื่อยึดแน่นชิ้นส่วนใบมีดเข้ากับชิ้นส่วนจับยึดใบมีดระยะว่างระหว่างด้านบนของขอบใบมีดถึงชิ้นส่วนจับยึดใบมีดเท่ากับ 12 มม. ดังนั้นในการเตรียมชิ้นแผ่นทดลองในการทดลองต้องมีการกำหนดระยะเพื่อ โดยระยะเพื่อดังกล่าวถูกกำหนดอยู่ในช่วง 5-10 มม. ตัวอย่าง ในกรณีการศึกษาของแผ่น 300×200 มม.² ภายใต้เงื่อนไขขอบเขตการจับยึดแบบ SSSS ต้องใช้แผ่นทดลองขนาด 320×220 มม.². โดยเพื่อระยะให้เกินขอบใบมีดด้านละ 10 มม. ดังแสดงลักษณะข้อจำกัดตามตัวอย่างดังกล่าวนี้ในรูปที่ 5.9

เพื่อให้แผ่นทดลองแต่ละแผ่นทุกแผ่นทดลองสามารถทดลองได้ในทุกกรณีขอบเขตการถูกจับยึด ซึ่งเป็นประโยชน์ในการเปรียบเทียบผลความแม่นยำการวัดค่าความถี่ธรรมชาติจากการทดลองแต่ละกรณี และจากข้อจำกัดของการจับยึดแผ่นทดลองด้วยชิ้นส่วนใบมีดดังกล่าวในข้างต้น การทดลองจึงต้องมีลำดับการเลือกกรณีขอบเขตการจับยึดแต่ละแผ่นการทดลองตามลำดับดังนี้ เริ่มทดลองด้วยการจับยึดแบบ SSSS เป็นลำดับแรก ลำดับที่สองทดลองด้วยการจับยึดแบบ SFSS ลำดับที่สามทดลองด้วยการจับยึดแบบ SFSS และทดลองด้วยการจับยึดแบบ SSFF เป็นลำดับสุดท้าย สำหรับลำดับการจับยึดในการทดลองและการเตรียมขนาดแผ่นทดลองแสดงตามรูปที่ 5.10 โดยเป็นตัวอย่างแผ่นทดลองขนาด 300×200 มม.² เริ่มจากแผ่นทดลองขนาดยาว 320 มม. กว้าง 220 มม. ใช้สำหรับการทดลองกรณี SSSS ตัดด้านกว้างออก 10 มม. เหลือแผ่นทดลองขนาด 320×210 มม.² ใช้สำหรับการทดลองกรณี SFSS แล้วตัดด้านยาวออก 10 มม. เหลือแผ่นทดลองขนาด 310×210 มม.² ใช้สำหรับการทดลองกรณี SFSS และตัดด้านกว้างออก 10 มม. เหลือแผ่นทดลองขนาด 310×200 มม.² ใช้สำหรับการทดลองกรณี SSFF เป็นกรณีสุดท้าย



รูปที่ 5.9 แสดงระยะเพื่อของแผ่นทดลองสำหรับการถูกจับยึดด้วยใบมีด



รูปที่ 5.10 การเตรียมขนาดของแผ่นทดลองและลำดับของการทดลองตามกรณีเงื่อนไขขอบเขตจับยึด

5.4 อุปกรณ์ทดลองและเครื่องมือวัด

ค่าความถี่ธรรมชาติของชิ้นส่วนหรือโครงสร้างทางวิศวกรรมสามารถหาได้โดยการวัดที่มีชื่อเรียกว่า การวัดผลความถี่ตอบสนอง (Frequency Response Function, FRF) คือการวัดผลค่าความถี่ที่ตอบสนองของชิ้นส่วนหรือโครงสร้างนั้นๆจากการถูกกระตุ้นจากแรงกระทำ ในการเลือกวิธีการกระตุ้น (Excitation) ชิ้นส่วนหรือโครงสร้างพิจารณาจากมวล ขนาดรูปร่าง ความซับซ้อนของรูปร่าง ความสะดวกในการทดลอง ต้นทุนการทดลอง การยอมรับได้ของชิ้นส่วนในการถูกกระตุ้น เป็นต้น สำหรับการศึกษาค่าความถี่ธรรมชาติของโครงสร้างแผ่นบางวัสดุโลหะซึ่งได้แก่ แผ่นอลูมิเนียม แผ่นเหล็ก และแผ่นสแตนเลสในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ใช้วิธีการกระตุ้นโดยวิธีการเคาะ (Impact Testing) ซึ่งมีอุปกรณ์และเครื่องมือวัดที่สำคัญดังนี้

ค้อนเคาะสัญญาณ (Impact Hammer) เป็นอุปกรณ์ใช้เคาะให้การคล (Impulse) กับชิ้นงาน แสดงในรูปที่ 5.11 อุปกรณ์ประกอบด้วยส่วนที่เป็นค้ำจับ ส่วนหัวของค้อน และส่วนปลายค้อน สำหรับในส่วนหัวของค้อนและส่วนปลายค้อนมีรายละเอียดดังนี้ ส่วนหัวของค้อนภายในมีส่วนที่เป็น force sensor มีชื่อเรียกว่า piezoelectric force sensor ต่ออยู่กับส่วนปลายค้อน หลักการทำงานของ sensor ดังกล่าว ใช้หลักการเปลี่ยนแปลงประจุไฟฟ้าเมื่อเกิดความเครียดเปลี่ยนแปลงของวัสดุเพียโซอิเล็กทริก (piezoelectric) ซึ่งเป็นหลักการทำงานเดียวกับ การทำงานของตัววัดสัญญาณความเร่ง (Accelerometer) ส่วนปลายค้อนที่สัมผัสกับชิ้นงานที่ทำการเคาะสามารถถอดเปลี่ยนได้ ซึ่งส่วนปลายที่ถอดได้นี้ มี 3 แบบคือ แบบวัสดุส่วนปลายทำจากโลหะ แบบวัสดุส่วนปลายทำจากพลาสติก และแบบวัสดุส่วนปลายทำจากยาง แต่ละแบบเหมาะสมกับลักษณะชิ้นงานที่ทดสอบต่างกัน สำหรับการทดลองกับแผ่นอลูมิเนียม แผ่นเหล็ก และแผ่นสแตนเลสเลือกใช้ส่วนปลายค้อนเป็นแบบวัสดุส่วนปลายทำจากโลหะ

อุปกรณ์กำเนิดกำลังไฟฟ้า (Current Source Power Unit) แสดงในรูปที่ 5.12 ทำหน้าที่จ่ายกระแสไฟฟ้าให้กับค้อนเคาะสัญญาณ จากนั้นรับสัญญาณเปลี่ยนแปลงความต่างศักย์ที่เกิดกับวัสดุเพียโซอิเล็กทริกภายในส่วนหัวของค้อนจากการเคาะ แล้วขยายสัญญาณจากการคลที่ได้รับไปยังเครื่องวิเคราะห์สัญญาณพลวัต (Dynamic Signal Analyzer) โดยอุปกรณ์กำเนิดกำลังไฟฟ้าสามารถปรับกำลังการขยายสัญญาณสามระดับ คือ x1 x10 x100 เท่าของสัญญาณการเคาะเริ่มต้น

ตัววัดสัญญาณความเร่ง (Accelerometer) แสดงในรูปที่ 5.13 เป็นอุปกรณ์ที่ติดอยู่กับชิ้นงาน ภายในประกอบด้วยวัสดุเพียโซอิเล็กทริก เมื่อชิ้นงานถูกกระตุ้นให้เกิดการเคลื่อนที่ สัญญาณความเร่งจากการเคลื่อนที่ของชิ้นงานจะทำให้วัสดุวัสดุเพียโซอิเล็กทริกเกิดความเครียด ทำให้ประจุไฟฟ้าภายในวัสดุเพียโซอิเล็กทริกเปลี่ยนแปลงเกิดความต่างศักย์ทางไฟฟ้า สัญญาณไฟฟ้าที่เกิดจากความต่างศักย์ทางไฟฟ้าส่งสัญญาณไปยังเครื่องวิเคราะห์สัญญาณพลวัต (Dynamic

Signal Analyzer) ซึ่งจะขยายสัญญาณไฟฟ้าเป็นค่าความต่างศักย์ไฟฟ้าที่เปลี่ยนแปลงเพื่อการอ่านค่าต่อไป โดยข้อมูลเบื้องต้นของตัววัดสัญญาณความแรงที่ใช้ในการทดลองมี Frequency range 0.1 Hz.–6 kHz และค่า Sensitivity 9.68 mV/g

เครื่องวิเคราะห์สัญญาณพลวัต (Dynamic Signal Analyzer) แสดงในรูปที่ 5.14 ทำหน้าที่รับสัญญาณความต่างศักย์ไฟฟ้าจากตัววัดสัญญาณความแรงและรับสัญญาณความต่างศักย์ไฟฟ้าจากอุปกรณ์กำเนิดกำลังไฟฟ้า (สัญญาณเปลี่ยนแปลงความต่างศักย์จากการเคาะของค้อน) กรองและขยายสัญญาณ แปลงข้อมูลสัญญาณที่อยู่บนโดเมนเวลาให้เป็นข้อมูลที่อยู่บนโดเมนความถี่โดยใช้หลักการ FFT (Fast Fourier Transform algorithm) แล้วแสดงผลข้อมูลสัญญาณผ่านจอแสดงผล



รูปที่ 5.11 ค้อนเคาะสัญญาณ



รูปที่ 5.12 อุปกรณ์กำเนิดกำลังไฟฟ้า



รูปที่ 5.13 ตัววัดสัญญาณความแรง



รูปที่ 5.14 เครื่องวิเคราะห์สัญญาณพลวัต

5.5 การทดลอง

5.5.1 การทดสอบชุดทดลอง

ชุดทดลองที่ใช้ในการทดลองแต่ละชิ้นส่วน จะต้องมามีค่าความถี่ธรรมชาตินอกช่วงจากค่าความถี่ธรรมชาติของแผ่นทดลองที่ทำการศึกษา สำหรับค่าความถี่ธรรมชาติของแผ่นทดลองประมาณค่าโดยคำนวณจากผลเฉลยค่าเจาะจงตามที่แสดงจากการศึกษาของ Liessa[1] หนังสือของ Gorman[2] และหนังสือของ Blevin[18] โดยใช้คุณสมบัติของวัสดุจากหนังสือ Hibbeler[19] พบว่าค่าความถี่ธรรมชาติสามโหมดแรกของการสั่นสำหรับแผ่นทดลองในทุกกรณี การทดลองมีค่าประมาณอยู่ระหว่าง 50-900 Hz

เมื่อพิจารณาขนาดและรูปร่างชิ้นส่วนของชุดทดลอง แล้วคำนวณค่าความถี่ธรรมชาติเบื้องต้นซึ่งเป็นค่าความถี่ธรรมชาติที่น้อยสุด พิจารณาชิ้นส่วนไบมิดเป็นโครงสร้างคานสมมติปลายทั้งสองด้านถูกจับยึดแบบต่างๆ พบว่าค่าความถี่ธรรมชาติเบื้องต้นของชิ้นส่วนไบมิดมีค่าอยู่ในช่วง 1.39-1.50 kHz การทดสอบชุดทดลองเพื่อสอบทวนค่าความถี่ธรรมชาติเบื้องต้นชุดทดลอง ทำโดยการติดตัววัดสัญญาณความเร่งเข้ากับชิ้นส่วนไบมิดแนวการวัดอยู่ในแนวคิง เคาะชิ้นส่วนไบมิดในแนวคิงและแนวระดับ อ่านค่าสัญญาณการวัด จากนั้นติดตัววัดสัญญาณความเร่งเข้ากับชิ้นส่วนไบมิดด้านบนแนวการวัดอยู่ในแนวระดับเคาะเหมือนเดิมอ่านค่าสัญญาณการวัด ค่าความถี่ธรรมชาติเบื้องต้นของการวัดมีค่าประมาณ 1.2-1.4 kHz อยู่ในช่วงค่าความถี่ธรรมชาติของแผ่นทดลองที่ทำการศึกษา

5.5.2 การติดตั้งชุดทดลอง

การประกอบชิ้นส่วนของชุดทดลอง ในส่วนของการสร้างเงื่อนไขขอบเขตการจับยึดแบบง่ายกับแผ่นทดลอง เริ่มจากประกอบชิ้นส่วนไบมิดด้านล่างเข้ากับชิ้นส่วนจับยึดไบมิดแล้วยึดแน่นชิ้นส่วนทั้งสอง นำแผ่นเหล็กทรงกำหนดตำแหน่งยึดเข้ากับเหล็กโครงสร้างรูปตัวไอ ทำการปรับระดับจากระดับอ้างอิงบนชิ้นส่วนแผ่นเหล็กทรงกำหนดตำแหน่งที่ยึดอยู่กับเหล็กโครงสร้างรูปตัวไอ วางชิ้นส่วนจับยึดไบมิดบนชิ้นส่วนแผ่นเหล็กทรงกำหนดตำแหน่ง โดยให้การจัดวางชิ้นส่วนดังกล่าวสอดคล้องกับขนาดของแผ่นทดลองและสอดคล้องกับเงื่อนไขขอบเขตการจับยึดที่ทำการศึกษา ลักษณะกรณีเงื่อนไขการจับยึดสำหรับการทดลองทั้งหมด แสดงในรูปที่ 5.15 ถึงรูปที่ 5.18

นำแผ่นยางแข็งวางกั้นระหว่างผิวสัมผัสของชิ้นส่วนแผ่นเหล็กทรงกำหนดตำแหน่งกับชิ้นส่วนจับยึดไบมิดก่อนการยึดชิ้นส่วนทั้งสองเข้าด้วยกัน ดังแสดงในรูป 5.19 สวมชิ้นส่วนทั้งหมดด้วยสกรูยาว ตรวจสอบระดับของทั้งชุดทดลองจากระดับอ้างอิงบนชิ้นส่วนแผ่นเหล็กทรง

กำหนดตำแหน่งและตรวจสอบระดับจากระดับอ้างอิงบนชิ้นส่วนจับยึดใบมีดอีกครั้งก่อนทำการทดลอง

วางแผ่นทดลองลงบนชิ้นส่วนใบมีดด้านล่าง ประกอบชิ้นส่วนใบมีดด้านบนเข้ากับชิ้นส่วนจับยึดใบมีด ชั้นสกรูที่ยึดชิ้นส่วนใบมีดด้านบนแน่นพอประมาณ แผ่นทดลองจะถูกยึดด้วยชิ้นส่วนใบมีดด้านบนและใบมีดด้านล่างดังแสดงในรูปที่ 5.20 วาง Dial gage เพื่อวัดการเคลื่อนที่แนวตั้งข้างของชิ้นส่วนใบมีดด้านบน จากนั้นชั้นสกรูปรับระดับที่อยู่ด้านบนของชิ้นส่วนจับยึดใบมีดเพื่อปรับให้ชิ้นส่วนใบมีดด้านบนกดพอดีแน่นลงยังแผ่นทดลอง ชั้นสกรูปรับ สังกะสีเกลบน Dial gage พร้อมกับชั้นสกรูที่ยึดชิ้นส่วนใบมีดด้านบนเข้ากับชิ้นส่วนจับยึดใบมีดให้แน่นขึ้นระหว่างการชั้นสกรูปรับ สเกลบน Dial gage ต้องไม่เปลี่ยนแปลง เพื่อรักษาแนวใบมีดของชิ้นส่วนใบมีดด้านบนกับชิ้นส่วนใบมีดด้านล่างในการจับยึดแผ่นทดลอง วิธีสังเกตว่าชิ้นส่วนใบมีดด้านบนและชิ้นส่วนใบมีดด้านล่างจับยึดพอดีแน่นกับแผ่นทดลอง โดยมองผ่านตำแหน่งแนวจับยึดในระดับสายตาสังเกตแสงที่ลอดผ่านแนวจับยึด ถ้าจับยึดแน่นจะต้องไม่มีแสงลอดผ่านแนวจับยึด การจับยึดให้ชั้นสกรูปรับจับยึดแค่พอดีแน่นไม่ควรกดแน่นมากเนื่องจากขอบใบมีดจะกดจมลงใบในเนื้อแผ่นทดลองในกรณีแผ่นทดลองเป็นอลูมิเนียม เมื่อขันยึดเสร็จหนึ่งด้านแล้วจึงอีกชุดที่อยู่ด้านตรงกันข้าม ทำตามขั้นตอนดังกล่าวข้างต้น วาง Dial gage ตัวที่สองบนแผ่นทดลอง เพื่อวัดการเคลื่อนที่แนวตั้งของแผ่นทดลอง ระหว่างการขันยึด สเกลบน Dial gage ต้องไม่เปลี่ยนแปลง เพื่อรักษาแนวระนาบระดับของแผ่นทดลอง การตรวจแนวระนาบของทั้งชิ้นส่วนใบมีดและแผ่นทดลองขณะปรับกดใบมีดด้านบนลงยังแผ่นทดสอบแสดงในรูปที่ 5.21



รูปที่ 5.15 การจับยึดแบบง่ายทั้งสี่ด้าน (SSSS)



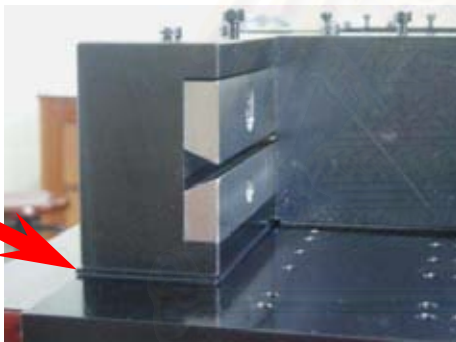
รูปที่ 5.16 การจับยึดแบบง่ายสามด้านและปล่อยอิสระหนึ่งด้าน (SFSS)



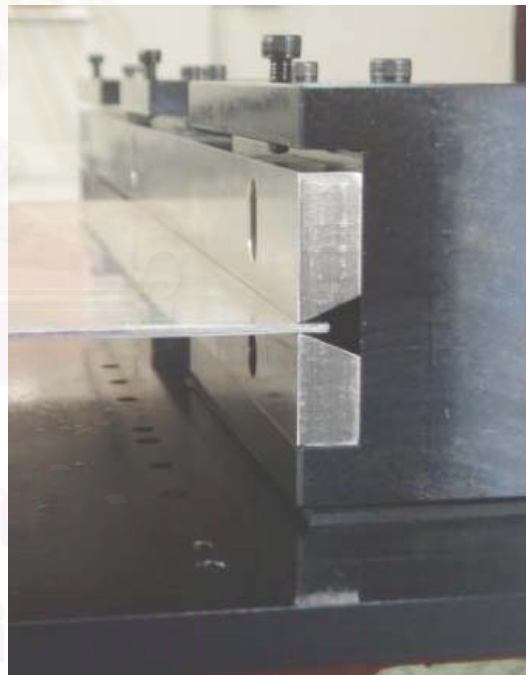
รูปที่ 5.17 การจับยึดแบบง่ายคู่ด้านตรงกันข้ามและปล่อยอิสระสองด้าน (SSFF)



รูปที่ 5.18 การจับยึดแบบง่ายคู่ด้านติดกันและปล่อยอิสระสองด้าน (SFSS)



รูปที่ 5.19 แผ่นยางแข็ง



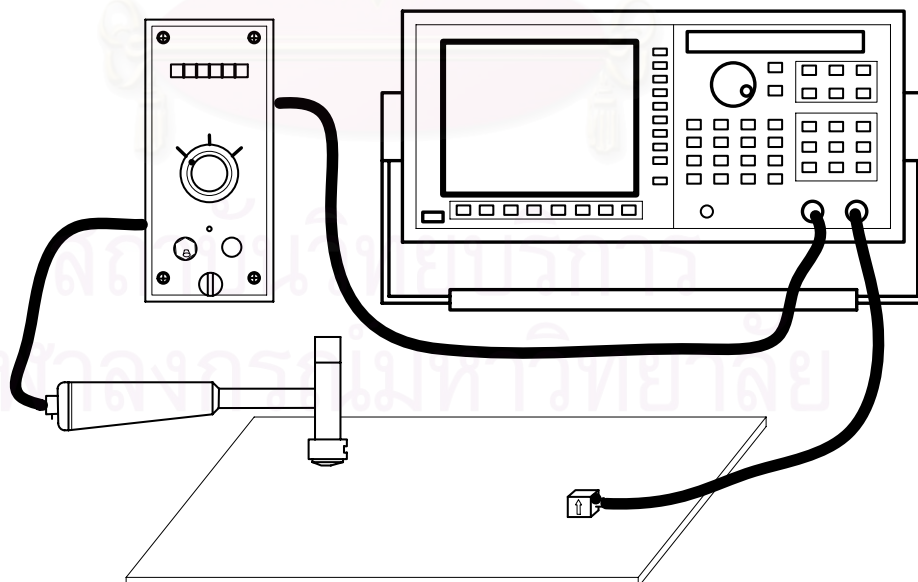
รูปที่ 5.20 ชิ้นส่วนโบริดด้านบนและโบริดด้านล่างยึด
แผ่นทดลอง



รูปที่ 5.21 การตรวจแนวระนาบของทั้งชิ้นส่วนใบมีดและแผ่นทดลอง

5.5.3 การติดตั้งอุปกรณ์ทดลอง เครื่องมือวัด และขั้นตอนการทดลอง

อุปกรณ์ทดลองและเครื่องมือวัด ได้แก่ ค้อนเคาะสัญญาณ อุปกรณ์กำเนิดกำลังไฟฟ้า ตัววัดสัญญาณความเร่งและเครื่องวิเคราะห์สัญญาณพลวัต ทั้งหมดจะถูกต่อเข้าด้วยกันตามที่แสดงในรูปที่ 5.20



รูปที่ 5.22 การติดตั้งอุปกรณ์ทดลองและเครื่องมือวัด

ขั้นตอนการต่ออุปกรณ์ทดลองและเครื่องมือวัด มีดังนี้

1. ต่อสายสัญญาณจากตำแหน่งด้านปลายของส่วนด้ามจับของก้อนเคาะสัญญาณเข้ากับ ส่วนด้านหลังของอุปกรณ์กำเนิดกำลังไฟฟ้าในตำแหน่งที่ระบุว่า “sensor”
2. ต่อสายสัญญาณจากส่วนด้านหลังของอุปกรณ์กำเนิดกำลังไฟฟ้าในตำแหน่งที่ระบุว่า “output” เข้ากับส่วนด้านหน้าของเครื่องวิเคราะห์สัญญาณพลวัต ในตำแหน่งที่ระบุว่า “CH 1”
3. ต่อสายสัญญาณจากตัววัดสัญญาณความเร่งเข้ากับส่วนด้านหน้าของเครื่องวิเคราะห์สัญญาณพลวัตในตำแหน่งที่ระบุว่า “CH 2”

ขั้นตอนการวัดและการทำการทดลอง

1. จับยึดแผ่นทดลองให้เป็นไปตามเงื่อนไขที่ศึกษา
2. ติดตัววัดสัญญาณความเร่งกับแผ่นทดลองในตำแหน่งที่ต้องการจะวัด โดยใช้ขี้ผึ้ง (Wax) เป็นวัสดุประสาน
3. ปรับสวิทช์ขยายสัญญาณที่ตำแหน่งด้านหน้าของอุปกรณ์กำเนิดกำลังไฟฟ้ามายัง ตำแหน่ง x1
4. เลือกโปรแกรมการวัดของเครื่องวิเคราะห์สัญญาณพลวัตจาก state การวัดที่ตั้งโปรแกรมไว้แล้ว โดยมีข้อมูลเบื้องต้นมีดังนี้
 - 4.1 แสดงผลการวัด FRF เป็นหน้าจอย่อย 4 หน้าจอ คือ หน้าจอแรกแสดงเฟสของการสั่น หน้าจอที่สองแสดงขนาดแอมพลิจูดของการสั่น หน้าจอที่สามแสดงส่วนจินตภาพของการสั่น หน้าจอที่สี่แสดงผล coherence ของการวัด
 - 4.2 วัดค่า FRF โดยตั้งค่าที่วิเคราะห์เป็นสัญญาณจาก CH 2 เทียบกับสัญญาณจาก CH 1 (ผลตอบสนองของสัญญาณการสั่นของแผ่นทดลองเทียบกับสัญญาณการเคาะ) และตั้งการแสดงผลให้อยู่บนโดเมนความถี่
 - 4.3 ตั้งค่าความละเอียดในการแสดงผลสัญญาณที่ 1600 resolution (เป็นค่าสูงสุดของเครื่องวิเคราะห์สัญญาณพลวัตที่ใช้ทำการทดลอง) ตั้งค่าสัญญาณที่แสดงบนช่วงโดเมนความถี่ 0-800 Hz. หรือ 0-400 Hz. แล้วแต่กรณีการวัด โดยพิจารณาจากค่าความถี่ธรรมชาติของการสั่นที่เกิดขึ้นหกโหมดแรก
 - 4.4 เลือกใช้ Window แบบ Force Expo ตั้งสัญญาณจาก CH 1 เป็น Force และตั้งสัญญาณจาก CH 2 เป็น Expo
 - 4.5 เลือก Number average เป็น 5 คือ จำนวนการเคาะและวัดผลตอบสนองทำ 5 ครั้งต่อการแสดงผลเพื่อการอ่านค่าและการบันทึก 1 ผลการทดลอง
5. กดปุ่ม start ที่เครื่องวิเคราะห์สัญญาณพลวัต เพื่อเริ่มการวัด

6. นำค้อนเคาะสัญญาณ เคาะบนแผ่นทดลอง สังเกตค่าที่อ่านได้ ทำซ้ำ 5 ครั้งต่อหนึ่งตำแหน่งการเคาะ แล้วบันทึกค่า
7. เปลี่ยนตำแหน่งการเคาะ 3-5 ตำแหน่ง ต่อหนึ่งตำแหน่งที่ติดตั้งวัดสัญญาณความเร่ง
8. เปลี่ยนตำแหน่งที่ติดตั้งวัดสัญญาณความเร่ง 3-4 ตำแหน่ง ต่อหนึ่งครั้งการทดลอง

ในการทดลองเพื่อวัดค่าความถี่ธรรมชาติของแผ่นทดลองจากการกระตุ้นโดยการเคาะ ภายใต้อิทธิพลของการจับยึดที่กำหนด กระแสไฟฟ้าจากอุปกรณ์กำเนิดกำลังไฟฟ้าจะถูกส่งไปยังวัสดุเพียโซอิเล็กทริกภายในส่วนหัวของค้อนเคาะสัญญาณ และกระแสไฟฟ้าเครื่องวิเคราะห์สัญญาณพลวัตจะถูกส่งไปยังวัสดุเพียโซอิเล็กทริกภายในตัววัดสัญญาณความเร่ง เมื่อใช้ค้อนเคาะสัญญาณเคาะลงบนแผ่นทดลองจะเกิดสัญญาณไฟฟ้าขึ้นสองส่วน ส่วนแรกเป็นสัญญาณไฟฟ้าโดยการคลทำให้วัสดุเพียโซอิเล็กทริกภายในส่วนหัวของค้อนเคาะสัญญาณเกิดความเครียด แล้วเกิดเป็นการเปลี่ยนแปลงของประจุไฟฟ้า ค่าความต่างศักย์ทางไฟฟ้าจากการเปลี่ยนแปลงของประจุไฟฟ้าที่เกิดขึ้นซึ่งมีค่าน้อยจะถูกส่งกลับไปยังอุปกรณ์กำเนิดกำลังไฟฟ้า เพื่อขยายสัญญาณและส่งต่อไปยังช่องสัญญาณ CH1 ของเครื่องวิเคราะห์สัญญาณพลวัต ขณะเดียวกันส่วนที่สองเป็นสัญญาณจากความเร่งที่เกิดกับแผ่นทดลองจากการสั่น ทำให้วัสดุเพียโซอิเล็กทริกภายในตัววัดสัญญาณความเร่งเกิดความเครียด แล้วเกิดเป็นการเปลี่ยนแปลงของประจุไฟฟ้า ค่าความต่างศักย์ทางไฟฟ้าจากการเปลี่ยนแปลงของประจุไฟฟ้าที่เกิดขึ้นจะถูกส่งกลับไปยังช่องสัญญาณ CH2 ของเครื่องวิเคราะห์สัญญาณพลวัต

สัญญาณไฟฟ้าทั้งสองส่วนดังกล่าวเมื่อถูกส่งมายังเครื่องวิเคราะห์สัญญาณพลวัตเป็นสัญญาณเชิงเวลาคือค่าสัญญาณที่วัดได้อยู่บนโดเมนเวลา เครื่องวิเคราะห์สัญญาณพลวัตจะใช้วิธีวิเคราะห์โดยหลักการ FFT เพื่อแปลงผลสัญญาณที่วัดได้บนโดเมนเวลาให้แสดงผลบนโดเมนความถี่ โดยค่าที่แสดงผลบนจอแสดงผลทุกจอแสดงผลของเครื่องวิเคราะห์สัญญาณพลวัตจะเป็นค่าสัญญาณผลตอบสนองของการสั่นเทียบกับสัญญาณการกระตุ้นที่แสดงผลบนโดเมนความถี่

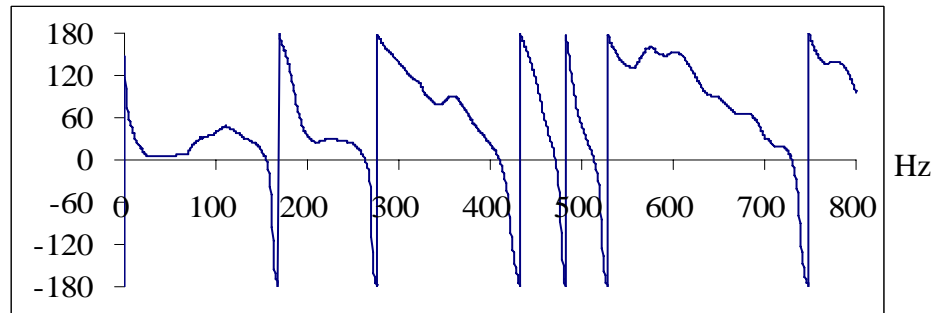
จอแสดงผลบนเครื่องวัดสัญญาณพลวัตถูกตั้งไว้ให้แสดงค่า 4 ส่วน ได้แก่ ส่วนแรกแสดงเฟสของการสั่นตั้งแต่ -180 องศา ถึง 180 องศา ส่วนที่สองแสดงค่าขนาดของความถี่ของการสั่น ส่วนที่สามแสดงค่าจินตภาพของการสั่น และส่วนที่สี่แสดงค่า coherence ของสัญญาณการวัด ในการพิจารณาค่าที่ได้จากการวัด สังเกตจากค่า coherence ของการวัด ค่าควรอยู่ประมาณ 1 ตลอดช่วงโดเมนความถี่ที่แสดงผล จากนั้นสังเกตค่าสูงสุด (peak) ของขนาดแอมพลิจูดของการสั่น แต่ละค่าสูงสุดต้องสอดคล้องกับลักษณะการเปลี่ยนแปลงเฟสของการสั่นและสอดคล้องกับค่าสูงสุดของส่วนจินตภาพของการสั่น

ตำแหน่งการเคาะและตำแหน่งที่ติดตั้งวัดสัญญาณความเร่ง ควรหลีกเลี่ยงตำแหน่งที่ขนาดแอมพลิจูดจากการสั่นสูงๆของรูปร่างการสั่นสามโหมดแรก และหลีกเลี่ยงตำแหน่งแนวเส้นที่การเคลื่อนที่จากการสั่นเท่ากับศูนย์ (แนว nodal line) ของรูปร่างการสั่นสามโหมดแรก โดย

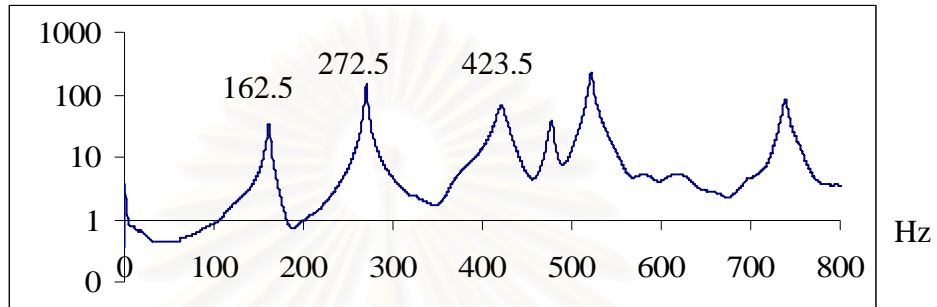
พิจารณารูปร่างการสั้นจากตัวอย่างการคำนวณด้วยระเบียบวิธีเชิงตัวเลขที่แสดงไว้ในการศึกษาของ Liessa[1]และในหนังสือของ Gorman[2] เพื่อหลีกเลี่ยงปัญหาการวัดค่าแล้วค่าที่อ่านได้สามค่าแรกที่ไม่ใช่ค่าสามโหมดแรกที่น้อยที่สุดของการสั้น เช่น สามค่าแรกค่าที่อ่านได้เป็นโหมด 1-2-4 หรือ 1-3-4 เป็นต้น ซึ่งเกิดจากตำแหน่งที่ติดตั้งวัดสัญญาณความเร่งอยู่ในแนวเส้นที่การเคลื่อนที่จากการสั้นเท่ากับศูนย์ พิจารณา ค่าที่อ่านได้สามค่าแรก โดยนำมาเทียบค่าผลเฉลยค่าเจาะจงตามที่แสดงในการศึกษาของ Liessa[1] ในหนังสือของGorman[2] และหนังสือของ Blevin[18] เพื่อนำมาหาอัตราส่วนระหว่างค่าที่อ่านได้จากการทดลองกับค่าผลเฉลยค่าเจาะจง เทียบกันโหมดต่อโหมด ถ้าค่าที่อ่านได้สามค่าแรกเป็นค่าความถี่ธรรมชาติสามโหมดแรกอัตราส่วนที่หาได้ต้องมีค่าประมาณเท่าๆกัน เมื่อปรากฏว่ามีค่าอัตราส่วนบางค่าที่แตกต่างกับค่าอัตราส่วนอื่นชัดเจน ต้องเปลี่ยนตำแหน่งที่ติดตั้งวัดสัญญาณความเร่งแล้วทดลองซ้ำ

5.5.4 การอ่านค่าและบันทึกผลการทดลอง

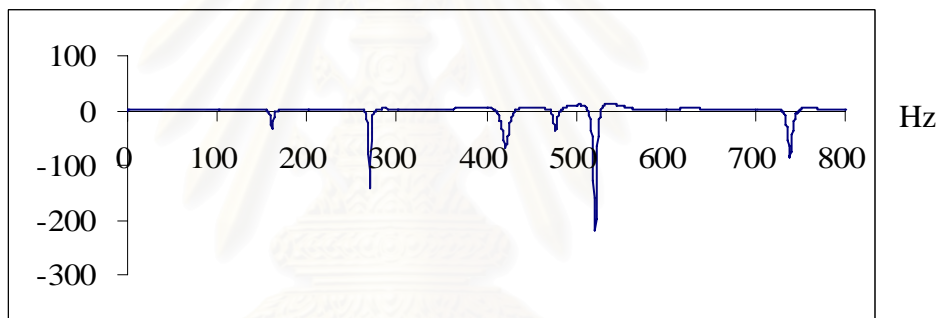
เมื่อทำการเคาะครบ 5 ครั้ง เครื่องวิเคราะห์สัญญาณพลวัตเฉลี่ยผลสัญญาณและแสดงค่าผ่านจอแสดงผลสัญญาณ นอกจากการอ่านค่าผ่านหน้าจอแสดงผลและจดบันทึกแล้ว ข้อมูลการวัดซึ่งได้แก่ ค่าเฟสของการสั้น ค่าขนาดของการสั้นและค่าจินตภาพของการสั้น ได้ถูกบันทึกค่าผ่าน Floppy disket ทางด้านหน้าของเครื่องวิเคราะห์สัญญาณพลวัต ค่าที่บันทึกได้เป็นค่าคู่ลำดับสามารถนำมาแสดงผลผ่านคอมพิวเตอร์เป็นกราฟสัญญาณได้เหมือนการอ่านจากจอแสดงผลขณะทำการทดลอง ซึ่งจะมีประโยชน์ในการพิจารณาบางการทดลองโดยไม่ต้องทำการทดลองซ้ำและสามารถเก็บเป็นข้อมูลเพื่อการอ้างอิงได้ต่อไป สำหรับตัวอย่างผลการทดลองจากการนำค่าที่บันทึกไว้มาแสดงถูกแสดงไว้ใน รูปที่ 5.23 การแสดงผลการทดลองของแผ่นสเดนเลสภายใต้การจับยึดแบบง่ายทั้งสี่ด้าน การแสดงผลประกอบด้วยสามส่วน ส่วนแรกแสดงลักษณะการเปลี่ยนแปลงเฟสของการสั้น ส่วนที่สองแสดงขนาดแอมพลิจูดของความถี่ ส่วนที่สามแสดงของส่วนจินตภาพของการสั้น และส่วนที่สี่แสดง coherence ของสัญญาณ



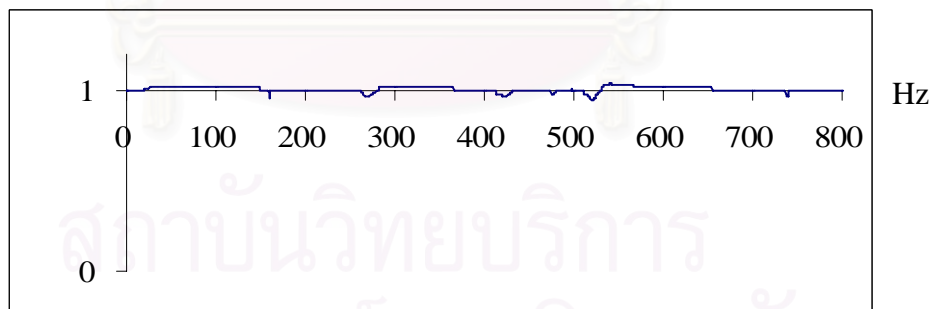
(ก)



(ข)



(ค)



(ง)

รูปที่ 5.23 ผลบันทึกการทดลองกรณี SSSS ของแผ่นสแตนเลสขนาด 300x200 มม.²

(ก) การเปลี่ยนแปลงเฟสของการสั่น

(ข) แอมพลิจูดของความถี่

(ค) ส่วนจินตภาพของการสั่น

(ง) coherence ของสัญญาณ

บทที่ 6

ผลการทดลองและการประยุกต์ใช้กฎสัดส่วน

จากการทดลองหาค่าความถี่ธรรมชาติของโครงสร้างแผ่นบางที่กล่าวไว้ในบทที่ 5 ค่าความถี่ธรรมชาติที่ได้จากในแต่ละการทดลองบนแผ่นทดลองที่ถูกจับยึดโดยชุดทดลอง แล้ววัดผลตอบสนองการสั่นสะเทือนของแผ่นทดลอง ผลตอบสนองการสั่นสะเทือนของแผ่นทดลองแสดงบนโดเมนความถี่แสดงไว้ในภาคผนวก ข ซึ่งแสดงลักษณะการตอบสนองการสั่นสะเทือนและค่าความถี่ธรรมชาติที่วัดได้ 3 โหมดแรก สำหรับในส่วนแรกของบทนี้จะได้แสดงค่าความถี่ธรรมชาติจากการทดลองโดยแยกตามกรณีกลุ่มการทดลอง ส่วนที่สองเป็นการประยุกต์ใช้กฎสัดส่วนและทฤษฎีความคล้ายโดยประยุกต์กับค่าความถี่ธรรมชาติที่วัดได้จากการทดลอง ภายใต้งื่อนไขการประยุกต์ใช้กฎสัดส่วนโดยแผ่นทดลองต้นแบบและแผ่นทดลองแบบจำลองมีความคล้ายกันแบบสมบูรณ์ ส่วนถัดมาคือส่วนที่สามและส่วนที่สี่เป็นการแสดงผลความแม่นยำของการทดลองแยกตามกรณีกลุ่มการทดลอง โดยส่วนที่สามแสดงผลการทดลองและความแม่นยำของการทดลองในกลุ่มแรกซึ่งเป็นกรณีที่แผ่นทดลองต้นแบบและแผ่นทดลองแบบจำลองเป็นวัสดุชนิดเดียวกันและมีความหนาเท่ากันแต่ขนาดไม่เท่ากัน สำหรับส่วนที่สี่แสดงผลการทดลองและผลความแม่นยำของการทดลองในกลุ่มที่สองซึ่งเป็นกรณีที่แผ่นทดลองต้นแบบและแผ่นทดลองแบบจำลองเป็นวัสดุต่างชนิดกันและมีความหนาต่างกัน

6.1 ผลการวัดค่าความถี่ธรรมชาติจากการทดลอง

การทดลองเพื่อหาค่าความถี่ธรรมชาติของแผ่นทดลองแต่ละการทดลองทำโดยการติดตั้งตัววัดสัญญาณความเร่งบนชิ้นงานทดลองที่ตำแหน่งต่างๆกัน 2 – 4 ตำแหน่ง แต่ละตำแหน่งที่ติดตั้งตัววัดสัญญาณความเร่งเป็นเอาต์พุทของระบบ การเลือกตำแหน่งติดตั้งตัววัดสัญญาณความเร่งแสดงไว้ในรายละเอียดที่กล่าวไว้ในบทที่ 5 สำหรับตำแหน่งการวัดสัญญาณเอาต์พุทหนึ่งๆ จะมีการทดลองโดยเคาะแผ่นทดสอบด้วยค้อนที่ตำแหน่งต่างๆ 3 - 5 ตำแหน่ง แต่ละตำแหน่งที่เคาะถือเป็นอินพุทให้กับระบบ การวัดค่าความถี่ธรรมชาติจากการทดลองด้วยวิธีการเคาะเป็นการวัดผลตอบสนองหรือเอาต์พุทของระบบต่อการกระตุ้นหรืออินพุทของระบบ ดังนั้นค่าความถี่ธรรมชาติของแต่ละแผ่นทดลองถูกบันทึก 6 – 15 ครั้งต่อหนึ่งกรณีการทดลอง แล้วนำมาเฉลี่ยเป็นค่าความถี่ธรรมชาติจากการทดลอง แต่มีบางกรณีในการจับยึดแบบ SFSS ที่ค่าเฉลี่ยของค่าความถี่ธรรมชาติในโหมดที่สองมาจากผลการวัดเพียงสองครั้ง เนื่องจากมีเพียงสองครั้งการทดลองที่ผลตอบสนองความถี่แสดงค่าความถี่ธรรมชาติในโหมดที่สองออกมาชัดเจน ตัวอย่างของการบันทึกผลค่าความถี่ธรรมชาติจากการทดลองของแผ่นทดลองแต่ละกรณีทดลองที่แสดงในส่วนภาคผนวก ข

ค่าความถี่ธรรมชาติจากการวัด 6-15 ครั้งสำหรับแต่ละกรณีของการทดลองพบว่า ค่าที่วัดได้แต่ละค่ามีค่าเท่ากันหรือแตกต่างกันน้อยมาก ผลการวัดค่าความถี่ธรรมชาติจากการทดลองแสดงตามกลุ่มการทดลองจำนวนสองกลุ่มการทดลองแสดงไว้ในตารางที่ 6.1 ถึงตารางที่ 6.8 โดยตารางที่ 6.1 ถึงตารางที่ 6.4 แสดงค่าความถี่ธรรมชาติของการทดลองในกลุ่มแรก ซึ่งเป็นการทดลองของวัสดุชนิดเดียวกันและความหนาเดียวกันคือแผ่นอลูมิเนียมหนา 2 มม. มีขนาดสัดส่วน 1 1.5 และ 2 ตามลำดับ แผ่นทดลองแต่ละขนาดสัดส่วนมี 3 ขนาดความยาว รวมทั้งหมด 9 แผ่นทดลอง ได้แก่ขนาด 200x200 มม.² 250x250 มม.² 300x300 มม.² 300x200 มม.² 375x250 มม.² 450x300 มม.² 400x200 มม.² 500x250 มม.² และ 600x300 มม.² โดยค่าความถี่ธรรมชาติสามโหมดแรกจากการทดลองแสดงแยกตามกรณีการจับยึด ตารางที่ 6.1 เป็นค่าความถี่ธรรมชาติจากการทดลองกรณีการจับยึดแบบง่ายทั้งสี่ด้าน(SSSS) ตารางที่ 6.2 เป็นค่าความถี่ธรรมชาติจากการทดลองกรณีการจับยึดแบบง่ายสามด้านและปล่อยปลายอิสระหนึ่งด้าน(SFSS) ตารางที่ 6.3 เป็นค่าความถี่ธรรมชาติจากการทดลองกรณีการจับยึดแบบง่ายสองด้านคู่ติดกันและปล่อยปลายอิสระสองด้าน(SFSF) และตารางที่ 6.4 เป็นค่าความถี่ธรรมชาติจากการทดลองกรณีการจับยึดแบบง่ายสองด้านคู่ตรงกันข้ามและปล่อยปลายอิสระสองด้าน(SSFF) ตามลำดับ

สำหรับการทดลองในกลุ่มที่สอง ค่าความถี่ธรรมชาติจากการทดลองแสดงไว้ในตารางที่ 6.5 ถึงตารางที่ 6.8 แผ่นทดลองเป็นวัสดุสามชนิดได้แก่ แผ่นอลูมิเนียมหนา 1.5 มม. แผ่นเหล็กและแผ่นสแตนเลส 304 วัสดุแต่ละชนิดมีชิ้นทดลอง 2 ขนาดคือขนาด 300x200 มม.² และขนาด 375x250 มม.² โดยค่าความถี่ธรรมชาติจากการทดลองทั้งสามโหมดถูกแยกตามกรณีการจับยึดเหมือนกับการแสดงผลการทดลองในกลุ่มแรกดังนี้ ตารางที่ 6.5 เป็นค่าความถี่ธรรมชาติจากการทดลองกรณีการจับยึดแบบง่ายทั้งสี่ด้าน(SSSS) ตารางที่ 6.6 เป็นค่าความถี่ธรรมชาติจากการทดลองกรณีการจับยึดแบบง่ายสามด้านและปล่อยปลายอิสระหนึ่งด้าน(SFSS) ตารางที่ 6.7 เป็นค่าความถี่ธรรมชาติจากการทดลองกรณีการจับยึดแบบง่ายสองด้านคู่ติดกันและปล่อยปลายอิสระสองด้าน(SFSF) และตารางที่ 6.8 เป็นค่าความถี่ธรรมชาติจากการทดลองกรณีการจับยึดแบบง่ายสองด้านคู่ตรงกันข้ามและปล่อยปลายอิสระสองด้าน(SSFF) ตามลำดับ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 6.1 ค่าความถี่ธรรมชาติจากการทดลองกรณีการจับยึดแบบง่ายทั้งสี่ด้าน(SSSS)ของการทดลองกลุ่มแรก

Aspect Ratio	a x b mm. ²	Natural Frequency (Hz)		
		1 st Mode	2 nd Mode	3 rd Mode
1	200x200	301.56	416.44	703.61
	250x250	196.66	408.95	444.58
	300x300	148.82	293.24	321.82
1.5	300x200	221.16	376.30	580.68
	375x250	150.50	255.35	376.62
	450x300	99.58	171.44	257.43
2	400x200	199.58	256.16	425.22
	500x250	132.40	173.64	275.54
	600x300	90.12	117.80	193.42

ตารางที่ 6.2 ค่าความถี่ธรรมชาติจากการทดลองกรณีการจับยึดแบบง่ายสามด้านและปล่อยปลายอิสระหนึ่งด้าน(SFSS)ของการทดลองกลุ่มแรก

Aspect Ratio	a x b mm. ²	Natural Frequency (Hz)		
		1 st Mode	2 nd Mode	3 rd Mode
1	200x200	221.50	405.25	600.67
	250x250	145.89	252.58	392.85
	300x300	99.30	173.60	266.80
1.5	300x200	125.50	295.00	312.50
	375x250	70.75	172.75	189.00
	450x300	52.00	127.50	130.00
2	400x200	77.18	179.17	258.58
	500x250	50.41	115.82	164.73
	600x300	33.00	77.50	112.04

ตารางที่ 6.3 ค่าความถี่ธรรมชาติจากการทดลองกรณีการจับยึดแบบง่ายสองด้านคู่ติดกันและปล่อยปลายอิสระสองด้าน(SFSF)ของการทดลองกลุ่มแรก

Aspect Ratio	a x b mm. ²	Natural Frequency (Hz)		
		1 st Mode	2 nd Mode	3 rd Mode
1	200x200	62.36	231.46	255.32
	250x250	40.46	148.79	162.46
	300x300	29.35	105.10	118.85
1.5	300x200	41.65	124.19	212.67
	375x250	30.23	84.25	143.48
	450x300	22.50	61.38	106.15
2	400x200	37.04	87.90	181.77
	500x250	22.10	55.39	119.21
	600x300	18.54	45.58	89.46

ตารางที่ 6.4 ค่าความถี่ธรรมชาติจากการทดลองกรณีการจับยึดแบบง่ายสองด้านคู่ตรงกันข้ามและปล่อยปลายอิสระสองด้าน(SSFF)ของการทดลองกลุ่มแรก

Aspect Ratio	a x b mm. ²	Natural Frequency (Hz)		
		1 st Mode	2 nd Mode	3 rd Mode
1	200x200	168.50	220.39	454.96
	250x250	108.80	134.13	290.63
	300x300	72.32	95.29	198.14
1.5	300x200	161.75	179.58	325.67
	375x250	110.83	121.17	215.00
	450x300	79.00	94.50	146.00
2	400x200	169.63	187.10	269.60
	500x250	104.75	129.75	182.75
	600x300	80.41	95.21	127.57

ตารางที่ 6.5 ค่าความถี่ธรรมชาติจากการทดลองกรณีการจับยึดแบบง่ายทั้งสี่ด้าน(SSSS)ของการทดลองกลุ่มที่สอง

Plate	a x b mm. ²	Natural Frequency (Hz)		
		1 st Mode	2 nd Mode	3 rd Mode
Aluminium 1.5mm.	300x200	199.19	314.25	487.38
	375x250	136.75	206.81	311.19
Steel	300x200	214.65	374.85	561.90
	375x250	137.71	232.11	368.46
Stainless304	300x200	162.38	272.50	425.04
	375x250	106.21	172.50	272.25

ตารางที่ 6.6 ค่าความถี่ธรรมชาติจากการทดลองกรณีการจับยึดแบบง่ายสามด้านและปล่อยปลายอิสระหนึ่งด้าน(SFSS)ของการทดลองกลุ่มที่สอง

Plate	a x b mm. ²	Natural Frequency (Hz)		
		1 st Mode	2 nd Mode	3 rd Mode
Aluminium 1.5mm.	300x200	87.33	220.50	233.22
	375x250	54.30	143.68	154.59
Steel	300x200	107.00	278.00	288.17
	375x250	67.55	175.82	184.95
Stainless304	300x200	83.92	207.96	216.13
	375x250	51.27	128.82	138.70

ตารางที่ 6.7 ค่าความถี่ธรรมชาติจากการทดลองกรณีการจับยึดแบบง่ายสองด้านคู่ติดกันและปล่อยปลายอิสระสองด้าน(SFSF)ของการทดลองกลุ่มที่สอง

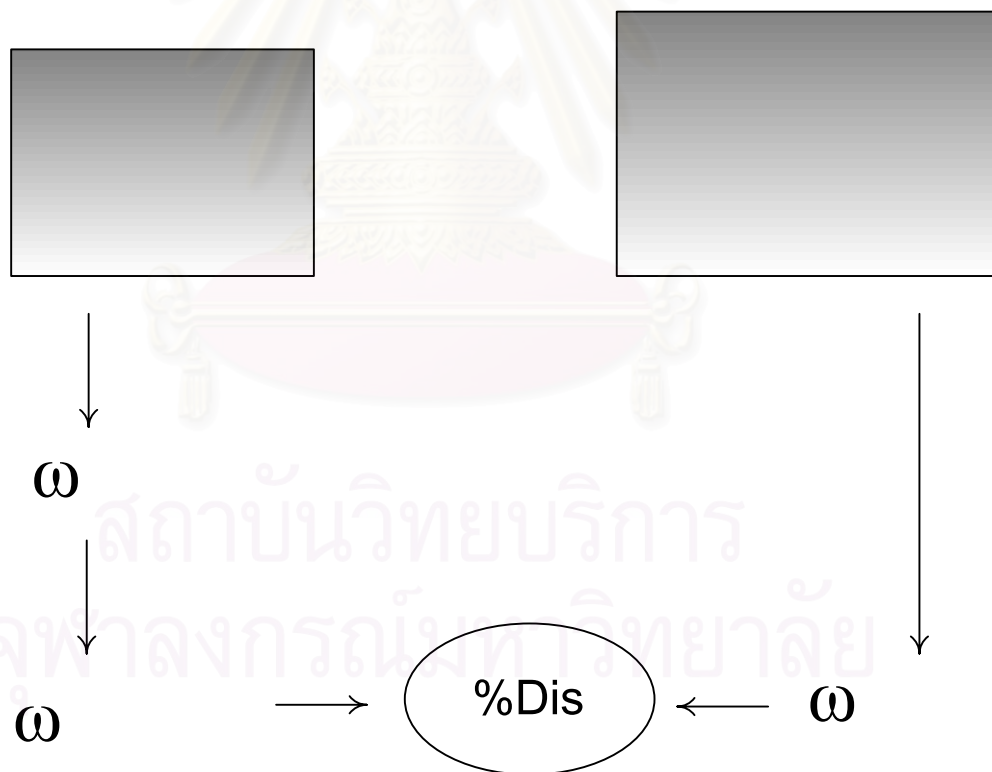
Plate	a x b mm. ²	Natural Frequency (Hz)		
		1 st Mode	2 nd Mode	3 rd Mode
Aluminium 1.5mm.	300x200	37.56	93.17	172.50
	375x250	26.28	72.59	108.72
Steel	300x200	43.15	134.33	220.15
	375x250	29.25	91.00	143.25
Stainless304	300x200	33.23	99.52	159.66
	375x250	23.15	66.70	103.05

ตารางที่ 6.8 ค่าความถี่ธรรมชาติจากการทดลองกรณีการจับยึดแบบง่ายสองด้านคู่ตรงกันข้ามและปล่อยปลายอิสระสองด้าน(SSFF)ของการทดลองกลุ่มที่สอง

Plate	a x b mm. ²	Natural Frequency (Hz)		
		1 st Mode	2 nd Mode	3 rd Mode
Aluminium 1.5mm.	300x200	123.17	140.83	246.08
	375x250	87.69	93.81	174.25
Steel	300x200	150.71	181.29	315.79
	375x250	96.38	116.35	201.30
Stainless304	300x200	108.63	131.25	224.75
	375x250	73.98	84.85	159.23

6.2 การประยุกต์กฎสัดส่วน

การนำกฎสัดส่วนมาใช้ศึกษาความแม่นยำของการทดลองปัญหาการสั้นแบบอิสระของโครงสร้างแผ่นบาง มีขั้นตอนดังแสดงในรูปที่ 6-1 เริ่มจากการทำการทดลองหาความถี่ธรรมชาติของแผ่นทดลองที่ถูกเลือกให้เป็นแผ่นชิ้นงานแบบจำลอง (Model) ได้ค่าความถี่ธรรมชาติของแผ่นชิ้นงานแบบจำลองจากการทดลอง (ω_m) นำค่าความถี่ธรรมชาติที่ได้มาคำนวณโดยใช้กฎสัดส่วน (Scaling law) เพื่อหาค่าความถี่ธรรมชาติของแผ่นชิ้นงานต้นแบบ (Prototype) ซึ่งเป็นค่าความถี่ธรรมชาติของแผ่นชิ้นงานต้นแบบจากทฤษฎีความคล้าย ($\omega_{p,scaling}$) จากนั้นทดลองหาค่าความถี่ธรรมชาติของแผ่นทดลองที่ถูกเลือกให้เป็นแผ่นชิ้นงานต้นแบบได้ค่าความถี่ธรรมชาติของแผ่นชิ้นงานต้นแบบจากการทดลอง ($\omega_{p,exp}$) เปรียบเทียบความแม่นยำของการทดลองโดยการหาค่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อน (%Discrepancy) ระหว่างค่าความถี่ธรรมชาติของแผ่นชิ้นงานต้นแบบที่ได้จากการทดลอง ($\omega_{p,exp}$) กับค่าความถี่ธรรมชาติของแผ่นชิ้นงานต้นแบบที่ได้จากการประยุกต์ทฤษฎีความคล้าย ($\omega_{p,scaling}$)



รูปที่ 6.1 การหาความแม่นยำของการทดลองจากการใช้กฎสัดส่วน

สำหรับค่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนระหว่างค่าความถี่ธรรมชาติของแผ่นชิ้นงานต้นแบบที่ได้จากการทดลองกับค่าความถี่ธรรมชาติของแผ่นชิ้นงานต้นแบบที่ได้จากการประยุกต์ทฤษฎีความคล้าย คำนวณจากความสัมพันธ์ตามสมการที่ 6-1

$$\% Dis = \frac{\omega_{p,Scaling} - \omega_{p,Exp}}{\omega_{p,Exp}} \times 100 \% \quad (6-1)$$

จากการสอบทวนความแม่นยำของกฎสัดส่วนในบทที่ 4 พบว่าค่าความถี่ธรรมชาติของแผ่นชิ้นงานต้นแบบจากการทำนายด้วยคำนวณจากกฎสัดส่วนมีค่าตรงกับค่าความถี่ธรรมชาติจากการคำนวณโดยทฤษฎีหากชิ้นงานทั้งสองมีขนาดสัดส่วนเท่ากับ ทั้งในกรณีแผ่นชิ้นงานต้นแบบและแผ่นชิ้นงานแบบจำลองเป็นวัสดุชนิดเดียวกันและกรณีที่แผ่นชิ้นงานต้นแบบและแผ่นชิ้นงานแบบจำลองเป็นวัสดุต่างชนิดกัน ซึ่งสรุปได้ว่ากฎสัดส่วนและทฤษฎีความคล้ายมีความถูกต้องสำหรับการทำนายค่าความถี่ธรรมชาติโดยวิธีการคำนวณ

สำหรับในสองหัวข้อถัดไปเป็นการนำกฎสัดส่วนมาใช้หาความแม่นยำของการทดลองเพื่อหาค่าความถี่ธรรมชาติ ภายใต้เงื่อนไขแผ่นทดลองที่ถูกเลือกเป็นแผ่นแบบจำลองและแผ่นต้นแบบมีลักษณะความคล้ายกันแบบสมบูรณ์ (Complete Similitude) โดยในหัวข้อ 6.3 เป็นการแสดงผลความแม่นยำของการวัดค่าความถี่ธรรมชาติจากการทดลองในกลุ่มแรกซึ่งแผ่นทดลองแบบจำลองและแผ่นทดลองต้นแบบเป็นวัสดุชนิดเดียวกัน สำหรับในส่วนหัวข้อ 6.4 เป็นการแสดงผลความแม่นยำของการวัดค่าความถี่ธรรมชาติจากการทดลองในกลุ่มที่สองซึ่งแผ่นทดลองแบบจำลองและแผ่นทดลองต้นแบบเป็นวัสดุต่างชนิดกัน

6.3 ความแม่นยำของการวัดค่าความถี่ธรรมชาติจากการทดลองในกลุ่มแรก

สำหรับผลการทดลองในกลุ่มแรกเป็นผลการทดลองกรณีที่แผ่นทดลองต้นแบบและแผ่นทดลองแบบจำลองเป็นวัสดุชนิดเดียวกัน(แผ่นอลูมิเนียม-A) ค่าความถี่ธรรมชาติทั้งสามโหมดจากการทดลองของแผ่นทดลองทุกขนาด แยกตามกรณีการจับยึดแบบ SSSS SFSS SFSE และ SSFF ดังแสดงในตารางที่ 6-1ถึงตารางที่ 6-4 ตามลำดับ ผลการทดลองเหล่านี้สามารถนำมาเปรียบเทียบหาความแม่นยำของการทดลองโดยใช้กฎสัดส่วน จากความสัมพันธ์ระหว่างแผ่นทดลองต้นแบบกับแผ่นทดลองแบบจำลองภายใต้ความคล้ายกันแบบสมบูรณ์ตามสมการที่ 4-14 และขั้นตอนการใช้กฎสัดส่วนในรูปที่ 6.1 สามารถหาความแม่นยำของการทดลองจากเปอร์เซ็นต์

ความคลาดเคลื่อนระหว่างค่าความถี่ธรรมชาติของของแผ่นทอลงด้นแบบที่ได้จากการทดลองเทียบกับค่าความถี่ธรรมชาติของแผ่นทอลงด้นแบบที่ได้จากการทำนายด้วยกฎสัดส่วน

ความแม่นยำของการวัดค่าความถี่ธรรมชาติที่ได้จากการทดลองและการประยุกต์ใช้กฎสัดส่วนของการจับยึดแบบ SSSS SFSS SFSF และ SSFF แสดงในตารางที่ 6-9 ถึงตารางที่ 6-12 ตามลำดับ ช่องแรกของแต่ละตารางแสดงขนาดสัดส่วนของแผ่นทอลง ช่องที่สองและช่องที่สามแสดงขนาดของแผ่นทอลงแบบจำลองและแผ่นทอลงด้นแบบ ตามลำดับ ช่องที่สี่แสดงลำดับของโหมดการสั่น ช่องที่ห้าแสดงค่าความถี่ธรรมชาติจากการทดลองของแผ่นทอลงแบบจำลองในหน่วย Hz ช่องที่หกและช่องที่เจ็ดแสดงค่าความถี่ธรรมชาติของแผ่นทอลงด้นแบบจากการทดลองและค่าความถี่ธรรมชาติของแผ่นทอลงด้นแบบจากการทำนายด้วยกฎสัดส่วนตามลำดับ ในส่วนของช่องสุดท้ายแสดงค่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนระหว่างค่าความถี่ธรรมชาติจากการทดลองกับค่าความถี่ธรรมชาติจากการทำนายด้วยกฎสัดส่วน ซึ่งคำนวณจากสมการที่ 6-1

ตัวอย่างการประยุกต์ใช้กฎสัดส่วนที่แสดงผลตามตารางที่ 6-9 ถึงตารางที่ 6-12 สามารถแสดงได้ดังนี้ พิจารณาผลการทดลองและค่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนภายใต้การจับยึดแบบ SSSS ในตารางที่ 6.9 กรณีแผ่นทอลงแบบจำลองและแผ่นทอลงด้นแบบมีขนาดสัดส่วนเท่ากับ 1.5 ซึ่งแผ่นทอลงแบบจำลองมีขนาด 300x200 มม.² และแผ่นทอลงด้นแบบมีขนาด 450x300 มม.² จากตารางค่าความถี่ธรรมชาติในโหมดที่ 1 ในการทดลองของแผ่นทอลงแบบจำลองที่แสดงในช่องที่ห้ามีค่าเท่ากับ 221.16 Hz สำหรับค่าความถี่ธรรมชาติในโหมดที่ 1 จากการทดลองของแผ่นทอลงด้นแบบแสดงในช่องที่หกมีค่าเท่ากับ 99.58 Hz โดยค่าความถี่ธรรมชาติทั้งสองได้มาจากการทดลองที่แสดงในตารางที่ 6-1 จากกฎสัดส่วนตามสมการที่ 4-14 ของแผ่นด้นแบบที่ได้จากการทำนายโดยค่าความถี่ธรรมชาติจากการทดลองของแผ่นทอลงแบบจำลอง

$$\begin{aligned}\omega_p^2 &= \omega_m^2 C_D \frac{(b^4 \rho)_m}{(b^4 \rho)_p} \\ &= 221.16^2 \times 1 \times \frac{200^4}{300^4} \\ &= 9661.58\end{aligned}$$

ดังนั้นจะได้ว่า $\omega_p = 98.29$ Hz

โดยค่า $\omega_p = 98.29$ Hz เป็นค่าความถี่ธรรมชาติของด้นแบบที่ทำนายโดยใช้กฎสัดส่วนกับผลการทดลองของแบบจำลอง นำมาเทียบกับผลการทดลองของด้นแบบที่มีค่าเท่ากับ 99.58 Hz ในช่องสุดท้ายของตาราง 6.9 แสดงค่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนระหว่างผลค่าความถี่

ธรรมชาติจากการทดลองกับผลค่าความถี่ธรรมชาติจากการทำนายด้วยกฎสัดส่วนโดยคำนวณจากสมการ 6-1 ดังต่อไปนี้

$$\% Dis = \frac{98.29 - 99.58}{99.58} \times 100\% = -1.29\%$$

เปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนของค่าความถี่ธรรมชาติจากการทดลองเทียบกับค่าความถี่ธรรมชาติจากการทำนายด้วยกฎสัดส่วนทุกกรณีการจับยึดแผ่นทดลองสรุปในตารางที่ 6-13 สามช่องแรกของตารางแสดงขนาดสัดส่วน ขนาดแผ่นทดลองแบบจำลองและขนาดแผ่นทดลองต้นแบบตามลำดับ ช่องที่เหลือถัดมาแสดงค่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนของค่าความถี่ธรรมชาติของชิ้นงานต้นแบบที่ทำนายโดยใช้กฎสัดส่วนเทียบกับค่าที่ได้จากการทดลอง โดยแสดงทั้งสามโหมดแยกตามกรณีการจับยึด ในส่วนท้ายของตารางแสดงค่าเฉลี่ยรวมและค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานรวมของค่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนจากการทดลองในแต่ละกรณีในกลุ่มแรก ค่าเฉลี่ยและค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนมีดังนี้ กรณีการจับยึดแบบ SSSS มีค่าเท่ากับ $0.81 \pm 13.33\%$ กรณีการจับยึดแบบ SFSS มีค่าเท่ากับ $0.11 \pm 4.63\%$ กรณีการจับยึดแบบ SFSE มีค่าเท่ากับ $0.43 \pm 9.46\%$ และกรณีการจับยึดแบบ SSFF มีค่าเท่ากับ $0.22 \pm 6.64\%$ ตามลำดับ โดยมีค่าเฉลี่ยรวมและค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานรวมของค่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนของทุกกรณีการจับยึดเท่ากับ $0.39 \pm 9.00\%$

เมื่อพิจารณาค่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนของการทำนายค่าความถี่ธรรมชาติของโครงสร้างต้นแบบที่มีการจับยึดแบบ SSSS ตามที่แสดงในตารางที่ 6.9 พบว่ามีสองกรณีที่การทำนายมีความคลาดเคลื่อนที่สูง คือ กรณีโหมดที่ 2 ของชิ้นทดสอบขนาดสัดส่วนเท่ากับ 1 ซึ่งมีค่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อน -36.88% และ 53.44% ตามลำดับ จะสังเกตได้ว่าการเปรียบเทียบทั้งสองกรณีจะมีแผ่นทดลองขนาด 200×200 มม.² เป็นต้นแบบหรือแบบจำลอง ด้วยเหตุนี้จึงทำให้ค่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานในกรณีการจับยึดแบบ SSSS มีค่าสูงถึง $0.81 \pm 13.33\%$ ซึ่งเป็นค่าที่สูงกว่ากรณีการจับยึดอื่นๆ เมื่อพิจารณาค่าเฉลี่ยและค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนโดยแยกผลการทดลองความถี่ธรรมชาติโหมดที่สองของชิ้นงานขนาด 200×200 มม.² ออกไป ค่าเฉลี่ยและค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนรวมมีค่าลดลงเหลือเพียง $0.21 \pm 4.19\%$ ซึ่งทำให้ค่าเฉลี่ยรวมและค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานรวมของค่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนของทุกกรณีการจับยึดเท่ากับ $0.24 \pm 6.51\%$ (จากเดิม $0.39 \pm 9.00\%$)

จากการพิจารณาค่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนสำหรับแต่ละกรณีการจับยึดดังแสดงในตารางที่ 6-13 พบว่าผลค่าเฉลี่ยและค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อน

ของกรณีการจับยึดแบบ SSSS (เมื่อไม่นับรวมผลการเปรียบเทียบค่าความถี่ธรรมชาติในโหมดสองของแผ่นทดลองขนาด 200x200 มม.²) กรณีการจับยึดแบบ SFSS และกรณีการจับยึดแบบ SSFF มีค่าใกล้เคียงกันทั้งสามกรณี สำหรับกรณีการจับยึดแบบ SFSSF มีค่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนเฉลี่ยและค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานที่ค่อนข้างสูง โดยเฉพาะในกรณีของแผ่นทดลองที่มีขนาดใหญ่คือขนาด 600x300 มม.² และ 450x300 มม.² สาเหตุที่เปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนในกรณีการจับยึดแบบนี้มีค่าสูงกว่ากรณีการจับยึดแบบอื่นเนื่องจากชุดทดลองไม่สามารถรักษาสภาพความเป็นระนาบของแผ่นทดลองแบบจำลองและแผ่นทดลองต้นแบบให้มีความคล้ายกันได้ การจับยึดแบบ SFSSF จะมีด้านสองด้านที่ติดกันปล่อยปลายอิสระดังแสดงในรูปที่ 5-3 ดังนั้นที่มุมที่ปล่อยอิสระจะมีการโก่งตัว (bending) เนื่องจากน้ำหนักของชิ้นงานทดลอง แผ่นทดลองทั้งสองขนาดที่กล่าวมาเกิดการโก่งตัวที่มุมปลายปล่อยอิสระวัดได้ขณะทดลองมีค่าประมาณ 5 มม. และ 3 มม. สำหรับแผ่นขนาด 600x300 มม.² และ 450x300 มม.² ตามลำดับ เมื่อเทียบกับแผ่นทดลองขนาดอื่นๆ ซึ่งการโก่งตัวของแผ่นมีระยชน้อยกว่า 1 มม. จึงทำให้เกิดความคลาดเคลื่อนของความคล้ายกันของเงื่อนไขขอบเขตการจับยึดและสูญเสียสภาพความเป็นระนาบในการเกิดพฤติกรรมการสั่นสะเทือนของโครงสร้างแผ่นทดลองแบบจำลองและแผ่นทดลองต้นแบบก็ต่างกันอีกด้วย จึงเป็นสาเหตุให้การทำนายโดยกฎสัดส่วนไม่แม่นยำเท่ากรณีการจับยึดแบบอื่น

จากตารางที่ 6.9 ซึ่งแสดงค่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนกรณีการจับยึดแบบ SSSS สำหรับการทดลองกลุ่มแรก จะพบว่ามีความคลาดเคลื่อนสองค่าที่มีค่าสูงกว่าค่าอื่นๆ อย่างมาก กล่าวคือมีค่าสูงถึง -36.88 % และ 53.44 % โดยทั้งสองกรณีเป็นโหมดการสั่นสะเทือนโหมดที่สองของชิ้นทดสอบที่มีขนาดสัดส่วนเท่ากับ 1 และเป็นกรณีที่มีชิ้นงานขนาด 200x200 มม.² เป็นต้นแบบหรือแบบจำลอง เพื่ออธิบายถึงสาเหตุที่ค่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนทั้งสองมีค่าสูงผิดปกติจึงได้นำค่าความถี่ธรรมชาติจากการทดลองมาเปรียบเทียบกับค่าทางทฤษฎีดังแสดงในกราฟรูปที่ 6.2 ซึ่งนำค่าความถี่ธรรมชาติสามประเภทมาเปรียบเทียบกับ ประเภทแรกเป็นความถี่ธรรมชาติจากการทดลองในกรณีจับยึดด้วยชิ้นส่วนด้วยใบมีดทั้งสี่ด้านหรือพิจารณาการจับยึดเป็นแบบ SSSS ดังแสดงในตาราง 6-1 ประเภทที่สองเป็นค่าความถี่ธรรมชาติจากการคำนวณด้วยผลเฉลยสำเร็จกรณีการจับยึดแบบ SSSS ตามสมการที่ 3-17 ประเภทที่สามเป็นค่าความถี่ธรรมชาติจากการนำผลเฉลยค่าเจาะจงของกรณีการจับยึดแบบ CCCC ที่เสนอโดย[2] โดยการหาค่าความถี่ธรรมชาติในส่วนที่สองและในส่วนที่สามใช้ค่าคุณสมบัติของวัสดุจากการทดสอบแผ่นทดลองอลูมิเนียม-A ดังแสดงในตารางที่ 5.1 แนวแกนตั้งของกราฟในรูปที่ 6.2 แสดงค่าความถี่ในหน่วย Hz ของชิ้นทดสอบต่างๆ ในแนวแกนนอน ตัวเลข 1 2 3 แสดงโหมดการสั่นสะเทือนแยกตามขนาดกว้างยาวของแผ่นทดลองและแยกตามขนาดสัดส่วนของแผ่นทดลอง 9 แผ่นทดลอง รวมทั้งหมด 27 ค่าความถี่ จากกราฟที่แสดงพบว่าค่าความถี่ธรรมชาติจากการทดลองภายใต้การสร้างลักษณะการจับยึดด้วยชิ้นส่วนใบมีดมีลักษณะของพฤติกรรมอยู่ระหว่างกรณีการถูกจับยึดแบบง่าย

และกรณีการถูกจับยึดแบบยึดแน่น 23 ค่าจากทั้งหมด 27 ค่า สำหรับค่าที่อยู่นอกช่วงขอบเขตทั้งสี่ค่าพบว่ามีย่าน้อยกว่าค่าความถี่ธรรมชาติจากการคำนวณกรณีการจับยึดแบบ SSSS เพียงเล็กน้อย ค่าความถี่ธรรมชาติทั้งสี่ค่าที่อยู่นอกช่วงเป็นผลการทดลองของแผ่นทดลองที่มีขนาดสัดส่วนเท่ากับ 1 โดยพบว่าความถี่ธรรมชาติสามในสี่ค่าดังกล่าวเป็นค่าความถี่ธรรมชาติของโหมดที่สามจากการทดลองของแผ่นทดลองขนาด 200×200 มม.² 250×250 มม.² และ 300×300 มม.² สำหรับอีกค่าเป็นค่าความถี่ธรรมชาติในโหมดที่สองของแผ่นทดลองขนาด 200×200 มม.² จากตารางที่ 6.9 พบว่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนของประยุกต์ใช้กฎสัดส่วนกรณีการสันสะท้อนโหมดที่สามมีค่าต่ำ ซึ่งแตกต่างจากกรณีของโหมดที่สองซึ่งมีสองกรณีที่มีชิ้นงานขนาด 200×200 มม.² เป็นต้นแบบหรือแบบจำลองที่มีค่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนสูง จึงสามารถอธิบายได้ว่าค่าความถี่ธรรมชาติโหมดที่สองจากการทดลองของชิ้นงานขนาด 200×200 มม.² มีความคลาดเคลื่อนจากค่าที่ควรจะเป็น ซึ่งทำให้เปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนสองกรณีที่มีชิ้นทดลองดังกล่าวเป็นต้นแบบและแบบจำลองมีค่าสูงดังแสดงในตารางที่ 6.9 ดังนั้นในการคิดค่าความคลาดเคลื่อนเฉลี่ยจึงไม่พิจารณาค่าทั้งสอง ดังนั้นสำหรับกรณีการทดลองในกลุ่มแรกเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนของค่าความถี่ธรรมชาติของต้นแบบที่ได้จากการทดลองและที่ได้จากกฎสัดส่วนมีค่าต่ำ กล่าวคือมีค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.24 ± 6.51 % โดยไม่นำผลการทดลองในสองกรณีที่ไม่น่าเชื่อถือมาคิด จากค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนที่ได้แสดงให้เห็นว่าการวัดค่าความถี่ธรรมชาติของโครงสร้างแผ่นบางมีความแม่นยำในระดับสูง

กราฟในรูปที่ 6.2 สามารถแสดงให้เห็นถึงข้อได้เปรียบของการใช้กฎสัดส่วนในการหาความแม่นยำในการวัดค่าความถี่ธรรมชาติของโครงสร้างแผ่นบาง กล่าวคือหากไม่ใช้กฎสัดส่วนแต่ใช้ผลเฉลยแม่นยำตรงเปรียบเทียบกับผลการทดลองโดยตรงเพื่อหาความแม่นยำในการวัดค่าความถี่ธรรมชาติ ก็จะทำให้ได้ผลการศึกษาที่บิดเบือนไป เนื่องจากไม่สามารถสร้างเงื่อนไขขอบเขตของการทดลองให้เป็นแบบง่ายหรือแบบยึดแน่นแบบอุดมคติได้ การเทียบกับค่าความถี่ธรรมชาติที่ได้จากผลเฉลยแม่นยำตรงกับค่าความถี่ธรรมชาติที่ได้จากการทดลองจึงเป็นการเปรียบเทียบผลของชิ้นทดสอบที่มีเงื่อนไขขอบเขตคนละชนิดกัน การประยุกต์ใช้กฎสัดส่วนสามารถช่วยแก้ปัญหาความไม่เป็นอุดมคติของการจับยึดได้

ตารางที่ 6.9 ผลการทดลองและค่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนกรณีการจับยึดแบบ SSSS ในการทดลองกลุ่มแรก

Aspect Ratio	Model	Prototype	Mode	Model	Prototype		
					Exp	Scaling	%Dis
1	200x200	300x300	1	301.56	148.82	134.03	-9.94
			2	416.44	293.24	185.08	-36.88
			3	703.61	321.82	312.72	-2.83
	250x250	200x200	1	196.66	301.56	307.28	1.90
			2	408.95	416.44	638.98	53.44
			3	444.58	703.61	694.66	-1.27
	300x300	250x250	1	148.82	196.66	214.30	8.97
			2	293.24	408.95	422.27	3.26
			3	321.82	444.58	463.42	4.24
1.5	300x200	450x300	1	221.16	99.58	98.29	-1.29
			2	376.30	171.44	167.24	-2.45
			3	580.68	257.43	258.08	0.25
	375x250	300x200	1	150.50	221.16	235.16	6.33
			2	255.35	376.30	398.98	6.03
			3	376.62	580.68	588.47	1.34
	450x300	375x250	1	99.58	150.50	143.40	-4.72
			2	171.44	255.35	246.87	-3.32
			3	257.43	376.62	370.70	-1.57
2	400x200	600x300	1	199.58	90.12	88.70	-1.57
			2	256.16	117.80	113.85	-3.35
			3	425.22	193.42	188.99	-2.29
	500x250	400x200	1	132.40	199.58	206.88	3.66
			2	173.64	256.16	271.31	5.92
			3	275.54	425.22	430.53	1.25
	600x300	500x250	1	90.12	132.40	129.77	-1.98
			2	117.80	173.64	169.63	-2.31
			3	193.42	275.54	278.52	1.08

ตารางที่ 6.10 ผลการทดลองและค่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนกรณีการจับยึดแบบ SFSS ในการทดลองกลุ่มแรก

Aspect Ratio	Model	Prototype	Mode	Model	Prototype		
					Exp	Scaling	%Dis
1	200x200	300x300	1	221.50	99.30	98.44	-0.86
			2	405.25	173.60	180.11	3.75
			3	600.67	266.80	266.96	0.06
	250x250	200x200	1	145.89	221.50	227.95	2.91
			2	252.58	405.25	394.65	-2.62
			3	392.85	600.67	613.82	2.19
	300x300	250x250	1	99.30	145.89	142.99	-1.98
			2	173.60	252.58	249.98	-1.03
			3	266.80	392.85	384.19	-2.20
1.5	300x200	450x300	1	125.50	52.00	55.78	7.26
			2	295.00	127.50	131.11	2.83
			3	312.50	130.00	138.89	6.84
	375x250	300x200	1	70.75	125.50	110.55	-11.91
			2	172.75	295.00	269.92	-8.50
			3	189.00	312.50	295.31	-5.50
	450x300	375x250	1	52.00	70.75	74.88	5.84
			2	127.50	172.75	183.60	6.28
			3	130.00	189.00	187.20	-0.95
2	400x200	600x300	1	77.18	33.00	34.30	3.94
			2	179.17	77.50	79.63	2.75
			3	258.58	112.04	114.93	2.57
	500x250	400x200	1	50.41	77.18	78.76	2.06
			2	115.82	179.17	180.97	1.00
			3	164.73	258.58	257.39	-0.46
	600x300	500x250	1	33.00	50.41	47.52	-5.73
			2	77.50	115.82	111.60	-3.64
			3	112.04	164.73	161.34	-2.06

ตารางที่ 6.11 ผลการทดลองและค่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนกรณีการจับยึดแบบ SF5F ในการทดลองกลุ่มแรก

Aspect Ratio	Model	Prototype	Mode	Model	Prototype		
					Exp	Scaling	%Dis
1	200x200	300x300	1	62.36	29.35	27.72	-5.56
			2	231.46	105.10	102.87	-2.12
			3	255.32	118.85	113.47	-4.52
	250x250	200x200	1	40.46	62.36	63.22	1.37
			2	148.79	231.46	232.49	0.45
			3	162.46	255.32	253.84	-0.58
	300x300	250x250	1	29.35	40.46	42.26	4.46
			2	105.10	148.79	151.34	1.72
			3	118.85	162.46	171.14	5.35
1.5	300x200	450x300	1	41.65	22.50	18.51	-17.74
			2	124.19	61.38	55.19	-10.07
			3	212.67	106.15	94.52	-10.96
	375x250	300x200	1	30.23	41.65	47.23	13.41
			2	84.25	124.19	131.64	6.00
			3	143.48	212.67	224.18	5.41
	450x300	375x250	1	22.50	30.23	32.40	7.19
			2	61.38	84.25	88.38	4.90
			3	106.15	143.48	152.86	6.54
2	400x200	600x300	1	37.04	18.54	16.46	-11.22
			2	87.90	45.58	39.07	-14.29
			3	181.77	89.46	80.79	-9.69
	500x250	400x200	1	22.10	37.04	34.53	-6.78
			2	55.39	87.90	86.54	-1.55
			3	119.21	181.77	186.27	2.48
	600x300	500x250	1	18.54	22.10	26.70	20.84
			2	45.58	55.39	65.64	18.51
			3	89.46	119.21	128.82	8.06

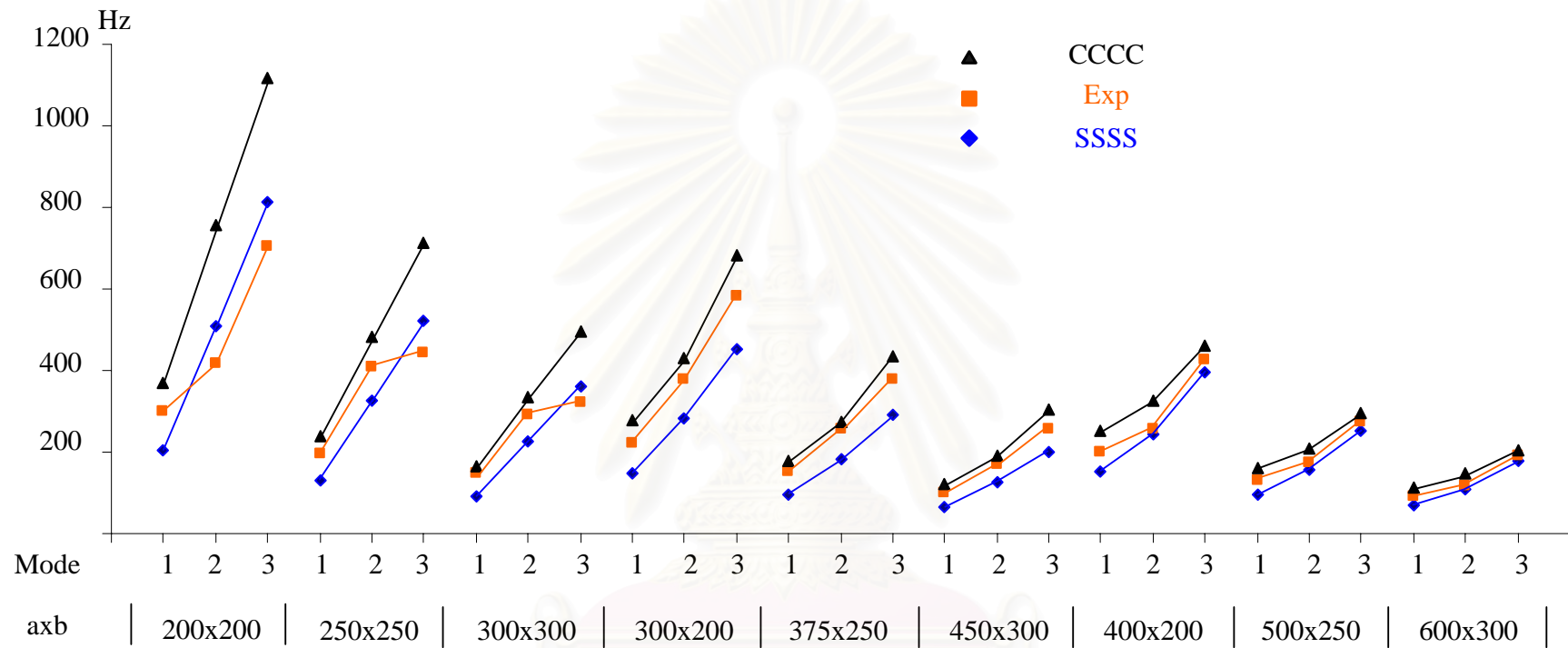
ตารางที่ 6.12 ผลการทดลองและค่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนกรณีการจับยึดแบบ SSFF ในการทดลองกลุ่มแรก

Aspect Ratio	Model	Prototype	Mode	Model	Prototype		
					Exp	Scaling	%Dis
1	200x200	300x300	1	168.50	72.32	74.89	3.55
			2	220.39	95.29	97.95	2.80
			3	454.96	198.14	202.21	2.05
	250x250	200x200	1	108.80	168.50	170.00	0.89
			2	134.13	220.39	209.58	-4.90
			3	290.63	454.96	454.11	-0.19
	300x300	250x250	1	72.32	108.80	104.14	-4.28
			2	95.29	134.13	137.21	2.30
			3	198.14	290.63	285.33	-1.83
1.5	300x200	450x300	1	161.75	79.00	71.89	-9.00
			2	179.58	94.50	79.81	-15.54
			3	325.67	146.00	144.74	-0.86
	375x250	300x200	1	110.83	161.75	173.18	7.06
			2	121.17	179.58	189.32	5.42
			3	215.00	325.67	335.94	3.15
	450x300	375x250	1	79.00	110.83	113.76	2.64
			2	94.50	121.17	136.08	12.31
			3	146.00	215.00	210.24	-2.21
2	400x200	600x300	1	169.63	80.41	75.39	-6.24
			2	187.10	95.21	83.16	-12.66
			3	269.60	127.57	119.82	-6.07
	500x250	400x200	1	104.75	169.63	163.67	-3.51
			2	129.75	187.10	202.73	8.36
			3	182.75	269.60	285.55	5.92
	600x300	500x250	1	80.41	104.75	115.79	10.54
			2	95.21	129.75	137.10	5.67
			3	127.57	182.75	183.70	0.52

ตารางที่ 6-13 ผลสรุปของเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนของการทดลองในกลุ่มแรก

	Model	Prototype	SSSS			SFSS			SFSF			SSFF		
			Mode1	Mode2	Mode3	Mode1	Mode2	Mode3	Mode1	Mode2	Mode3	Mode1	Mode2	Mode3
1	200x200	300x300	-9.94	-36.88	-2.83	-0.86	3.75	0.06	-5.56	-2.12	-4.52	3.55	2.80	2.05
	250x250	200x200	1.90	53.44	-1.27	2.91	-2.62	2.19	1.37	0.45	-0.58	0.89	-4.90	-0.19
	300x300	250x250	8.97	3.26	4.24	-1.98	-1.03	-2.20	4.46	1.72	5.35	-4.28	2.30	-1.83
1.5	300x200	450x300	-1.29	-2.45	0.25	7.26	2.83	6.84	-17.74	-10.07	-10.96	-9.00	-15.54	-0.86
	375x250	300x200	6.33	6.03	1.34	-11.91	-8.50	-5.50	13.41	6.00	5.41	7.06	5.42	3.15
	450x300	375x250	-4.72	-3.32	-1.57	5.84	6.28	-0.95	7.19	4.90	6.54	2.64	12.31	-2.21
2	400x200	600x300	-1.57	-3.35	-2.29	3.94	2.75	2.57	-11.22	-14.29	-9.69	-6.24	-12.66	-6.07
	500x250	400x200	3.66	5.92	1.25	2.06	1.00	-0.46	-6.78	-1.55	2.48	-3.51	8.36	5.92
	600x200	500x250	-1.98	-2.31	1.08	-5.73	-3.64	-2.06	20.84	18.51	8.06	10.54	5.67	0.52
		Avg.	0.42	2.83	-0.11	0.91	0.56	0.32	0.66	0.39	0.23	0.18	0.42	0.05
		SD.	5.77	23.15	2.23	6.07	4.52	3.51	12.25	9.47	7.12	6.44	9.49	3.45

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



รูปที่ 6.2 กราฟค่าความถี่ธรรมชาติจากการทดลองกรณีจับยึดแบบง่ายสี่ทั้งสี่ด้าน(SSSS)ในการทดลองกลุ่มแรกเปรียบเทียบกับค่าความถี่ธรรมชาติจากการคำนวณของกรณีการจับยึดแบบยึดแน่นทั้งสี่ด้าน(CCCC) และค่าความถี่ธรรมชาติจากการคำนวณกรณีการจับยึดแบบง่ายสี่ทั้งสี่ด้าน(SSSS)

6.4 ความแม่นยำของการวัดค่าความถี่ธรรมชาติจากการทดลองในกลุ่มที่สอง

สำหรับผลการทดลองในกลุ่มที่สองเป็นผลการทดลองกรณีที่แผ่นทดลองต้นแบบและแผ่นทดลองแบบจำลองมีความหนาต่างกันและเป็นวัสดุต่างชนิดกัน โดยรายละเอียดของแผ่นทดลองทั้งหมดแสดงในตารางที่ 5-1 วัสดุที่ใช้ประกอบด้วย แผ่นอลูมิเนียม-B แผ่นเหล็ก และแผ่นสแตนเลส แต่ละชนิดแผ่นทดลองมีขนาดสัดส่วนเดียวกันคือขนาดสัดส่วน 1.5 แบ่งเป็นสองขนาดความยาวและความกว้างคือ ขนาด 300x200 มม.² และขนาด 375x250 มม.² การทดลองมีสี่กรณีการจับเช่นเดียวกับการทดลองในกลุ่มแรกคือแบบ SSSS SFSS SFSF และ SSFF ตามลำดับ เพื่อให้การศึกษาในส่วนนี้มีความสมบูรณ์มากขึ้น จึงได้นำผลการทดลองในกลุ่มแรกคือ แผ่นอลูมิเนียม-A ขนาด 300x200 มม.² และขนาด 375x250 มม.² มาวิเคราะห์ร่วมกับผลการทดลองของชิ้นทดลองทั้งสามชนิดในการทดลองกลุ่มที่สอง ดังนั้นในการศึกษาหัวข้อนี้มีแผ่นทดลองรวม 4 ชนิดคือ แผ่นอลูมิเนียม-A แผ่นอลูมิเนียม-B แผ่นเหล็ก และแผ่นสแตนเลส

จากค่าความถี่ธรรมชาติจากการทดลองของแผ่นอลูมิเนียม-A ทั้งสองขนาดข้างต้นในการทดลองกลุ่มแรกตามตารางที่ 6-1 ถึงตารางที่ 6-4 และค่าความถี่ธรรมชาติจากการทดลองของแผ่นอลูมิเนียม-B แผ่นเหล็ก และแผ่นสแตนเลสในการทดลองของกลุ่มที่สองตามตารางที่ 6-5 ถึงตารางที่ 6-8 สามารถหาความสัมพันธ์ระหว่างแผ่นทดลองต้นแบบกับแผ่นทดลองแบบจำลองที่มีความคล้ายกันแบบสมบูรณ์ โดยเลือกแผ่นทดลองแบบจำลอง แล้วนำผลค่าความถี่ธรรมชาติจากการทดลองของแผ่นทดลองแบบจำลองมาประยุกต์กับกฎสัดส่วนเพื่อทำนายค่าความถี่ธรรมชาติของแผ่นทดลองต้นแบบ จากนั้นนำผลค่าความถี่ธรรมชาติที่ได้จากการทดลองของแผ่นทดลองต้นแบบมาเปรียบเทียบกับค่าความถี่ธรรมชาติที่ทำนายโดยกฎสัดส่วน เพื่อนำไปสู่การวิเคราะห์สรุปผลความแม่นยำของการทดลองจากการใช้กฎสัดส่วนสำหรับกรณีที่แผ่นทดลองต้นแบบและแผ่นทดลองแบบจำลองมีความหนาต่างกันและเป็นวัสดุต่างชนิดกัน

การคำนวณหาค่าความถี่ธรรมชาติของชิ้นงานต้นแบบจากผลการทดลองใช้ข้อมูลค่าคุณสมบัติของแผ่นทดลองที่แสดงในตารางที่ 5-1 และกฎสัดส่วนตามสมการที่ 4-14 ความแม่นยำของการทดลองแสดงจากค่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนระหว่างค่าความถี่ธรรมชาติของแผ่นทดลองต้นแบบที่ได้จากการทดลองเทียบกับค่าความถี่ธรรมชาติของแผ่นทดลองต้นแบบที่ได้จากการทำนายด้วยกฎสัดส่วน โดยมีกระบวนการหาเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนระหว่างค่าความถี่ธรรมชาติที่ได้จากกฎสัดส่วนเหมือนกับกรณีที่แสดงไว้ในหัวข้อที่แล้ว ค่าความถี่ธรรมชาติของแผ่นทดลองต้นแบบจากการทำนายด้วยกฎสัดส่วนและค่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนแสดงในตารางที่ 6-14 ถึงตารางที่ 6-21 โดยแยกตามขนาดของแผ่นทดลองสองขนาดคือขนาด 300x200 มม.² และขนาด 375x250 มม.² และแยกตามกรณีการจับยึดทั้งสี่กรณีเช่นเดียวกับการแสดงผลความแม่นยำของการทดลองในกลุ่มแรก ในแต่ละตารางประกอบด้วยช่องที่แสดงแผ่นทดลองที่

เป็นแผ่นแบบจำลองและแผ่นทดลองที่เป็นแผ่นต้นแบบในสองช่องแรก ช่องที่สามแสดงโหมดการสั่นสะเทือน ช่องที่สี่แสดงค่าความถี่ธรรมชาติที่ได้จากการทดลองของแผ่นทดลองแบบจำลอง ช่องที่ห้าถึงช่องที่เจ็ดแสดงค่าความถี่ธรรมชาติของแผ่นทดลองต้นแบบที่ได้จากการทดลองค่าความถี่ธรรมชาติของแผ่นทดลองต้นแบบที่ได้จากการทำนายด้วยกฏสัดส่วน และค่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนตามลำดับ

ค่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนของตารางที่ 6-14 ถึงตารางที่ 6-21 ถูกรวบรวมและแสดงในตารางที่ 6-22 ในตารางดังกล่าวแยกเป็นสองส่วน ส่วนบนของตารางเป็นค่าความคลาดเคลื่อนของแผ่นทดลองขนาด 300×200 มม.² และส่วนล่างของตารางเป็นค่าความคลาดเคลื่อนของแผ่นทดลองขนาด 375×250 มม.² ทั้งสองส่วนถูกแยกเป็นสี่ช่องตามกรณีการจับยึด คือ SSSS SFSS SFSE และ SSFF โดยแสดงโหมดการสั่นสะเทือนสามโหมดแรก เช่นเดียวกับการศึกษาในส่วนแรก จากตารางค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนมีค่าสูงใกล้เคียงกันในทุกกรณีการจับยึด โดยมีค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนค่าทุกกรณีการจับยึดสำหรับแผ่นทดลองขนาด 300×200 มม.² และขนาด 375×250 มม.² มีค่าเท่ากับ $15.08 \pm 11.65\%$ และ $16.12 \pm 13.28\%$ ตามลำดับ และมีค่าเฉลี่ยรวมและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานรวมของค่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนสำหรับทั้งสองขนาดมีค่าเท่ากับ $15.60 \pm 12.46\%$ สำหรับกรณีที่แผ่นทดลองต้นแบบและแผ่นทดลองแบบจำลองเป็นวัสดุต่างประเภทกันพบว่าค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานมีค่าสูงมากซึ่งได้แก่กรณีแผ่นอลูมิเนียม-Aกับแผ่นเหล็ก แผ่นอลูมิเนียม-Aกับแผ่นสแตนเลส แผ่นอลูมิเนียม-Bกับแผ่นเหล็ก และแผ่นอลูมิเนียม-Bกับแผ่นสแตนเลส

เมื่อพิจารณาความใกล้เคียงกันของชนิดวัสดุพบว่าในกรณีแผ่นทดลองต้นแบบและแผ่นทดลองแบบจำลองเป็นวัสดุประเภทเดียวกันได้แก่ กรณีแผ่นอลูมิเนียม-A กับแผ่นอลูมิเนียม-B และกรณีแผ่นเหล็กกับแผ่นสแตนเลส ค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนมีค่าน้อยใกล้เคียงกับค่าของการทดลองในกลุ่มแรก โดยสามารถแจกแจงได้ดังนี้ กรณีแผ่นอลูมิเนียม-A กับแผ่นอลูมิเนียม-B ค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนสำหรับแผ่นทดลองขนาด 300×200 มม.² และขนาด 375×250 มม.² มีค่าเท่ากับ $0.84 \pm 7.97\%$ และ $-2.52 \pm 5.21\%$ ตามลำดับ โดยค่าเฉลี่ยและค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนรวมสำหรับทั้งสองขนาดมีค่าเท่ากับ $-0.84 \pm 6.81\%$ ส่วนกรณีแผ่นเหล็กกับแผ่นสแตนเลส ค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของของเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนสำหรับแผ่นทดลองทั้งสองขนาดมีค่าเท่ากับ $4.06 \pm 3.04\%$ และ $2.78 \pm 3.23\%$ ตามลำดับ โดยค่าเฉลี่ยและค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนรวมมีค่าเท่ากับ $3.42 \pm 3.14\%$

จากค่าเฉลี่ยรวมและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานรวมของค่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนตามความใกล้เคียงกันของชนิดวัสดุที่เป็นแบบจำลองและต้นแบบ แสดงได้ว่าการทดลองในกลุ่มที่สอง กรณีแผ่นทดลองต้นแบบและแผ่นทดลองแบบจำลองเป็นวัสดุประเภทเดียวกัน คือกรณีแผ่นอลูมิเนียม-Aกับแผ่นอลูมิเนียม-B และกรณีแผ่นเหล็กกับแผ่นสแตนเลส ค่าความถี่ธรรมชาติจากการทดลองภายใต้กฎสัดส่วนยังคงมีความแม่นยำใกล้เคียงกับผลความแม่นยำของการทดลองในกลุ่มแรกคือแผ่นชิ้นงานต้นแบบและแผ่นชิ้นงานแบบจำลองที่เป็นวัสดุชนิดเดียวกันและมีความหนาเท่ากัน แต่สำหรับกรณีแผ่นชิ้นงานต้นแบบและแผ่นชิ้นงานแบบจำลองที่เป็นวัสดุต่างประเภทกันคือ กรณีแผ่นอลูมิเนียม-Aกับแผ่นเหล็ก กรณีแผ่นอลูมิเนียม-Aกับแผ่นสแตนเลส กรณีแผ่นอลูมิเนียม-Bกับแผ่นเหล็ก และกรณีแผ่นอลูมิเนียม-Bกับแผ่นเหล็ก ค่าเฉลี่ยและค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนมีค่าสูงมากและสูงใกล้เคียงกันในทุกกรณีการจับยึด

จากผลการทดลองพบว่าค่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนมีค่าต่ำสำหรับกรณีแผ่นทดลองแบบจำลองกับแผ่นทดลองต้นแบบเป็นวัสดุชนิดเดียวกัน ดังผลความแม่นยำของการทดลองในกลุ่มแรกที่แสดงในตารางที่ 6-13 และการศึกษาในกลุ่มที่สองกรณีแผ่นทดลองเป็นแผ่นวัสดุประเภทเดียวกันคือกรณีแผ่นอลูมิเนียม-Aกับแผ่นอลูมิเนียม-B และกรณีแผ่นเหล็กกับแผ่นสแตนเลสดังแสดงในตารางที่ 6-22 แต่ในทางตรงข้ามเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนมีค่าสูงสำหรับกรณีต้นแบบและแบบจำลองเป็นวัสดุต่างชนิดกัน ซึ่งได้แก่กรณีแผ่นอลูมิเนียม-Aกับแผ่นเหล็ก กรณีแผ่นอลูมิเนียม-Aกับแผ่นสแตนเลส กรณีแผ่นอลูมิเนียม-Bกับแผ่นเหล็ก และกรณีแผ่นอลูมิเนียม-Bกับแผ่นเหล็ก ความแตกต่างของความแม่นยำของการทดลองที่เห็นได้ชัดเจนมีสาเหตุมาจากความคล้ายกับของการจำลองเงื่อนไขขอบเขตการจับยึดระหว่างแผ่นทดลองแบบจำลองและแผ่นทดลองต้นแบบ กล่าวคือถึงแม้การจับยึดจะมีลักษณะเหมือนกันคือใช้การจับยึดด้วยชิ้นส่วนไบมีด(knife edge) ที่ทำจากเหล็กสแตนเลส แต่ชิ้นทดสอบที่เป็นวัสดุต่างชนิดกันเกิดเงื่อนไขขอบเขตต่างกันถึงแม้ถูกจับยึดด้วยชิ้นส่วนไบมีดเหมือนกัน นั่นคือชิ้นส่วนไบมีดที่ออกแบบให้เป็นการจับยึดแบบง่ายบนชิ้นงานใดๆ ไม่ได้ให้ลักษณะการจับยึดที่เหมือนกันบนวัสดุต่างชนิดกัน โดยความแตกต่างของเงื่อนไขขอบเขตของชิ้นทดสอบสามารถแสดงได้ดังรูปที่ 6.3 ซึ่งแสดงค่าความถี่ธรรมชาติเปรียบเทียบกันสามประเภทคล้ายกับรูปที่ 6.2 โดยค่าความถี่ธรรมชาติประเภทแรกเป็นค่าความถี่ธรรมชาติจากการทดลองของการทดลองกลุ่มที่สอง ประเภทที่สองเป็นค่าความถี่ธรรมชาติจากการคำนวณด้วยผลเฉลยสำเร็จกรณีการจับยึดแบบ SSSS ตามสมการที่ 3-17 ประเภทที่สามเป็นค่าความถี่ธรรมชาติจากการนำผลเฉลยค่าเจาะจงของกรณีการจับยึดแบบ CCCC ที่เสนอโดย Leissa[1] โดยใช้ข้อมูลคุณสมบัติวัสดุจากการทดสอบของแผ่นอลูมิเนียม-A แผ่นอลูมิเนียม-B แผ่นเหล็ก และแผ่นสแตนเลสที่แสดงในตารางที่ 5.1 แนวแกนตั้งแสดงขนาดของค่าความถี่ในหน่วย Hz ในแนวแกนนอน ตัวเลข 1 2 และ 3 แสดงลำดับของโหมดแยกตามชนิดของแผ่น

ทดลองทั้งสี่ชนิด โดยแต่ละชนิดมีสองขนาดความกว้างและความยาวคือ ขนาด 300x200 มม.² และ ขนาด 375x250 มม.² รวมทั้งหมด 8 แผ่นทดลอง มีค่าความถี่ทั้งหมด 24 ค่า

จากรูปที่ 6.3 พบว่าการจับยึดด้วยชิ้นส่วนไบมิดให้ลักษณะการจับยึดอยู่ระหว่างการจับยึดแบบแบบง่ายและการจับยึดแบบยึดแน่น โดยมีค่าความถี่ธรรมชาติในโหมดที่หนึ่งจากการทดลองของแผ่นเหล็กขนาด 300x200 มม.² เพียงค่าเดียวที่มีค่าอยู่นอกช่วงลักษณะพฤติกรรมการจับยึดแบบ SSSS และลักษณะพฤติกรรมการจับยึดแบบยึดแน่น CCCC โดยมีค่าน้อยกว่าค่าความถี่ธรรมชาติจากการคำนวณกรณีการจับยึดแบบ SSSS จากกราฟพบว่าการจับยึดด้วยชิ้นส่วนไบมิดให้ลักษณะพฤติกรรมการจับยึดแยกได้ชัดเจนตามชนิดประเภทวัสดุของแผ่นทดลองคือ สำหรับแผ่นอลูมิเนียม-A และแผ่นอลูมิเนียม-B การจับยึดด้วยชิ้นส่วนไบมิดให้ลักษณะพฤติกรรมการจับยึดใกล้เคียงการจับยึดแบบยึดแน่นดังจะเห็นได้จากค่าความถี่ธรรมชาติที่ได้จากการทดลองมีค่าใกล้เคียงกับผลเฉลยของโครงสร้างที่มีการจับยึดแบบยึดแน่น สำหรับกรณีแผ่นเหล็กและแผ่นสแตนเลสมีค่าความถี่ธรรมชาติจากการทดลองที่ใกล้เคียงกับการจับยึดแบบง่าย จึงอาจกล่าวได้ว่าถึงแม้ชิ้นทดลองอลูมิเนียมและเหล็กจะมีการจับยึดเหมือนกันคือใช้ชิ้นส่วนไบมิดแต่ชิ้นงานมีเงื่อนไขขอบเขตที่แตกต่างกัน ทั้งนี้อาจเป็นเพราะชิ้นส่วนไบมิดทำจากเหล็กสแตนเลสซึ่งมีค่าความแข็งเกร็ง (stiffness) สูงกว่าอลูมิเนียม เมื่อมาจับยึดกับอลูมิเนียมจึงมีแนวโน้มที่จะจับยึดแน่นกว่าที่ควรจะเป็น ทำให้เงื่อนไขขอบเขตของชิ้นงานอลูมิเนียมมีแนวโน้มที่เป็นแบบยึดแน่นมากกว่าแบบง่าย ในขณะที่ชิ้นงานที่เป็นเหล็กมีเงื่อนไขขอบเขตที่ใกล้เคียงกับกรณีที่เป็นแบบง่ายมากกว่า ดังนั้นการจำลองชิ้นงานชิ้นงานหนึ่งด้วยแบบจำลองที่เป็นวัสดุต่างชนิดกันโดยเฉพาะวัสดุที่มีความแข็งเกร็งต่างกันมากๆ จะทำให้เกิดความคลาดเคลื่อนขึ้นได้ ดังนั้นเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนที่สูงสำหรับการศึกษาในกลุ่มที่สองนี้เกิดจากการที่เงื่อนไขขอบเขตไม่เหมือนของชิ้นงานแบบจำลองและต้นแบบ จึงไม่นำผลการศึกษาในกลุ่มนี้มาคิดความแม่นยำในการวัดค่าความถี่ธรรมชาติของโครงสร้างแผ่นบาง

ในบทนี้ได้แสดงผลการทดลองหาความถี่ธรรมชาติสามโหมดแรกของโครงสร้างแผ่นบาง และวิเคราะห์ผลการทดลองโดยใช้กฎสัดส่วนเพื่อหาความแม่นยำในการวัดค่าความถี่ธรรมชาติ การศึกษาในส่วนแรกเป็นการทดลองของชิ้นทดสอบอลูมิเนียมที่มีความหนาเท่ากันและมีคุณสมบัติเหมือนกัน พบว่าความแม่นยำของการวัดค่าความถี่ธรรมชาติของโครงสร้างแผ่นบางมีค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ $0.24 \pm 6.51\%$ ในส่วนที่สองเป็นการศึกษาชิ้นทดสอบที่เป็นวัสดุต่างชนิดกัน พบว่าชิ้นทดสอบที่เป็นวัสดุต่างชนิดกันเกิดเงื่อนไขขอบเขตของการถูกจับยึดต่างกันถึงแม้ว่าถูกจับยึดด้วยชิ้นส่วนไบมิดเหมือนกัน ผลการทดลองในส่วนที่สองจึงไม่สามารถนำมาใช้ในการสรุปหาความแม่นยำของการวัดค่าความถี่ธรรมชาติได้

ตารางที่ 6-14 ผลการทดลองและค่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนกรณีการจับยึดแบบ SSSS ของแผ่นทดลองขนาด 300x200 มม.² ในการทดลองกลุ่มที่สอง

Model	Prototype	Mode	Model	Prototype		
				Exp	Scaling	%Dis
Aluminum-A	Aluminum-B	1	221.16	199.19	176.06	-11.61
		2	376.30	314.25	299.57	-4.67
		3	580.68	487.38	462.28	-5.15
	Steel	1	221.16	214.65	256.68	19.58
		2	376.30	374.85	436.74	16.51
		3	580.68	561.90	673.94	19.94
	Stainless	1	221.16	162.38	198.27	22.11
		2	376.30	272.50	337.36	23.80
		3	580.68	425.04	520.59	22.48
Aluminum-B	Steel	1	199.19	214.65	290.39	35.29
		2	314.25	374.85	458.14	22.22
		3	487.38	561.90	710.53	26.45
	Stainless	1	199.19	162.38	224.31	38.15
		2	314.25	272.50	353.89	29.87
		3	487.38	425.04	548.85	29.13
Steel	Stainless	1	214.65	162.38	165.81	2.11
		2	374.85	272.50	289.55	6.26
		3	561.90	425.04	434.04	2.12

ตารางที่ 6-15 ผลการทดลองและค่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนกรณีการจับยึดแบบ SSSS ของแผ่นทดลองขนาด 375x250 มม.² ในการทดลองกลุ่มที่สอง

Model	Prototype	Mode	Model	Prototype		
				Exp	Scaling	%Dis
Aluminum-A	Aluminum-B	1	150.50	136.75	119.81	-12.39
		2	255.35	206.81	203.28	-1.71
		3	376.62	311.19	299.82	-3.65
	Steel	1	150.50	137.71	174.67	26.84
		2	255.35	232.11	296.36	27.68
		3	376.62	368.46	437.11	18.63
	Stainless	1	150.50	106.21	134.93	27.03
		2	255.35	172.50	228.92	32.71
		3	376.62	272.25	337.64	24.02
Aluminum-B	Steel	1	136.75	137.71	199.36	44.77
		2	206.81	232.11	301.51	29.90
		3	311.19	368.46	453.67	23.13
	Stainless	1	136.75	106.21	154.00	44.99
		2	206.81	172.50	232.90	35.01
		3	311.19	272.25	350.44	28.72
Steel	Stainless	1	137.71	106.21	106.38	0.15
		2	232.11	172.50	179.29	3.94
		3	368.46	272.25	284.62	4.54

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 6-16 ผลการทดลองและค่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนกรณีการจับยึดแบบ SFSS ของแผ่นทดลองขนาด 300x200 มม.² ในการทดลองกลุ่มที่สอง

Model	Prototype	Mode	Model	Prototype		
				Exp	Scaling	%Dis
Aluminum-A	Aluminum-B	1	125.50	87.33	99.91	14.40
		2	295.00	220.50	234.85	6.51
		3	312.50	233.22	248.78	6.67
	Steel	1	125.50	107.00	145.66	36.13
		2	295.00	278.00	342.38	23.16
		3	312.50	288.17	362.69	25.86
	Stainless	1	125.50	83.92	112.51	34.08
		2	295.00	207.96	264.47	27.18
		3	312.50	216.13	280.16	29.63
Aluminum-B	Steel	1	87.33	107.00	127.32	18.99
		2	220.50	278.00	321.46	15.63
		3	233.22	288.17	340.01	17.99
	Stainless	1	87.33	83.92	98.35	17.20
		2	220.50	207.96	248.31	19.41
		3	233.22	216.13	262.64	21.52
Steel	Stainless	1	107.00	83.92	82.65	-1.51
		2	278.00	207.96	214.74	3.26
		3	288.17	216.13	222.59	2.99

ตารางที่ 6-17 ผลการทดลองและค่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนกรณีการจับยึดแบบ SFSS ของแผ่นทดลองขนาด 375x250 มม.² ในการทดลองกลุ่มที่สอง

Model	Prototype	Mode	Model	Prototype		
				Exp	Scaling	%Dis
Aluminum-A	Aluminum-B	1	70.75	54.30	56.32	3.74
		2	172.75	143.68	137.53	-4.28
		3	189.00	154.59	150.46	-2.67
	Steel	1	70.75	67.55	82.11	21.57
		2	172.75	175.82	200.49	14.04
		3	189.00	184.95	219.35	18.60
	Stainless	1	70.75	51.27	63.43	23.71
		2	172.75	128.82	154.87	20.23
		3	189.00	138.70	169.44	22.16
Aluminum-B	Steel	1	54.30	67.55	79.16	17.19
		2	143.68	175.82	209.47	19.14
		3	154.59	184.95	225.37	21.85
	Stainless	1	54.30	51.27	61.14	19.25
		2	143.68	128.82	161.81	25.61
		3	154.59	138.70	174.09	25.51
Steel	Stainless	1	67.55	51.27	52.18	1.76
		2	175.82	128.82	135.81	5.43
		3	184.95	138.70	142.87	3.00

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 6-18 ผลการทดลองและค่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนกรณีการจับยึดแบบ SF5F ของแผ่นทดลองขนาด 300x200 มม.² ในการทดลองกลุ่มที่สอง

Model	Prototype	Mode	Model	Prototype		
				Exp	Scaling	%Dis
Aluminum-A	Aluminum-B	1	41.65	37.56	33.15	-11.72
		2	124.19	93.17	98.87	6.12
		3	212.67	172.50	169.30	-1.85
	Steel	1	41.65	43.15	48.33	12.02
		2	124.19	134.33	144.13	7.30
		3	212.67	220.15	246.82	12.12
	Stainless	1	41.65	33.23	37.34	12.37
		2	124.19	99.52	111.34	11.87
		3	212.67	159.66	190.66	19.42
Aluminum-B	Steel	1	37.56	43.15	54.75	26.89
		2	93.17	134.33	135.83	1.12
		3	172.50	220.15	251.48	14.23
	Stainless	1	37.56	33.23	42.29	27.28
		2	93.17	99.52	104.92	5.42
		3	172.50	159.66	194.26	21.67
Steel	Stainless	1	43.15	33.23	33.33	0.31
		2	134.33	99.52	103.76	4.26
		3	220.15	159.66	170.06	6.51

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 6-19 ผลการทดลองและค่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนกรณีการจับยึดแบบ SF5F ของแผ่นทดลองขนาด 375x250 มม.² ในการทดลองกลุ่มที่สอง

Model	Prototype	Mode	Model	Prototype		
				Exp	Scaling	%Dis
Aluminum-A	Aluminum-B	1	30.23	26.28	24.06	-8.44
		2	84.25	72.59	67.07	-7.61
		3	143.48	108.72	114.22	5.06
	Steel	1	30.23	29.25	35.08	19.94
		2	84.25	91.00	97.78	7.45
		3	143.48	143.25	166.52	16.25
	Stainless	1	30.23	23.15	27.10	17.06
		2	84.25	66.70	75.53	13.24
		3	143.48	103.05	128.63	24.82
Aluminum-B	Steel	1	26.28	29.25	38.31	30.99
		2	72.59	91.00	105.83	16.30
		3	108.72	143.25	158.50	10.64
	Stainless	1	26.28	23.15	29.60	27.85
		2	72.59	66.70	81.75	22.56
		3	108.72	103.05	122.43	22.56
Steel	Stainless	1	29.25	23.15	22.59	-2.40
		2	91.00	66.70	70.29	5.39
		3	143.25	103.05	110.65	7.38

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 6-20 ผลการทดลองและค่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนกรณีการจับยึดแบบ SSFF ของแผ่นทดลองขนาด 300x200 มม.² ในการทดลองกลุ่มที่สอง

Model	Prototype	Mode	Model	Prototype		
				Exp	Scaling	%Dis
Aluminum-A	Aluminum-B	1	161.75	123.17	128.77	4.55
		2	179.58	140.83	142.96	1.51
		3	325.67	246.08	259.26	5.36
	Steel	1	161.75	150.71	187.73	24.56
		2	179.58	181.29	208.43	14.97
		3	325.67	315.79	377.97	19.69
	Stainless	1	161.75	108.63	145.01	33.50
		2	179.58	131.25	161.00	22.67
		3	325.67	224.75	291.96	29.91
Aluminum-B	Steel	1	123.17	150.71	179.56	19.14
		2	140.83	181.29	205.32	13.26
		3	246.08	315.79	358.76	13.61
	Stainless	1	123.17	108.63	138.70	27.69
		2	140.83	131.25	158.60	20.84
		3	246.08	224.75	277.12	23.30
Steel	Stainless	1	150.71	108.63	116.42	7.18
		2	181.29	131.25	140.03	6.69
		3	315.79	224.75	243.93	8.53

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

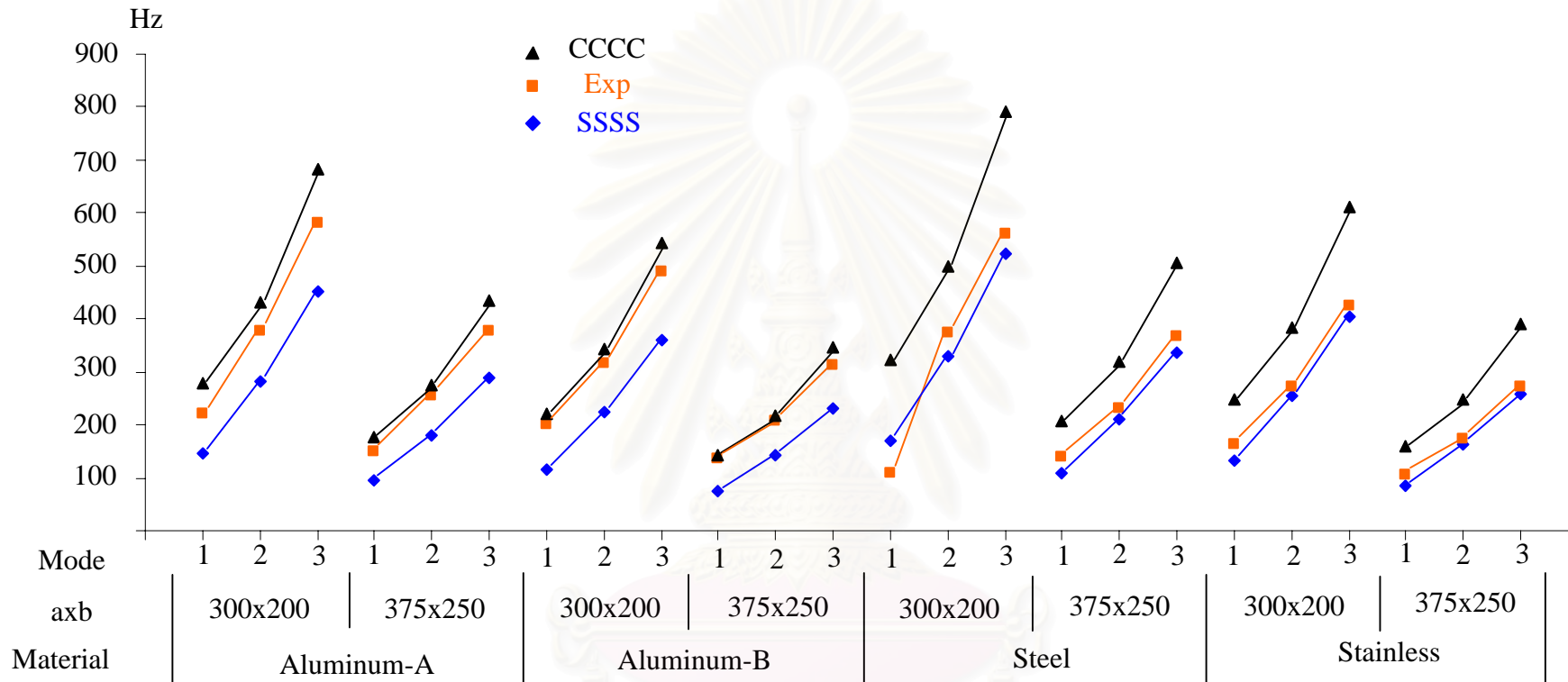
ตารางที่ 6-21 ผลการทดลองและค่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนกรณีการจับยึดแบบ SSFF ของแผ่นทดลองขนาด 375x250 มม.² ในการทดลองกลุ่มที่สอง

Model	Prototype	Mode	Model	Prototype		
				Exp	Scaling	%Dis
Aluminum-A	Aluminum-B	1	110.83	87.69	88.23	0.62
		2	121.17	93.81	96.46	2.82
		3	215.00	174.25	171.16	-1.77
	Steel	1	110.83	96.38	128.63	33.47
		2	121.17	116.35	140.63	20.87
		3	215.00	201.30	249.53	23.96
	Stainless	1	110.83	73.98	99.36	34.32
		2	121.17	84.85	108.63	28.02
		3	215.00	159.23	192.75	21.06
Aluminum-B	Steel	1	87.69	96.38	127.84	32.65
		2	93.81	116.35	136.77	17.55
		3	174.25	201.30	254.04	26.20
	Stainless	1	87.69	73.98	98.75	33.49
		2	93.81	84.85	105.65	24.51
		3	174.25	159.23	196.23	23.24
Steel	Stainless	1	96.38	73.98	74.45	0.64
		2	116.35	84.85	89.87	5.92
		3	201.30	159.23	155.49	-2.34

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 6-22 ผลสรุปของเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนของการทดลองในกลุ่มที่สอง

300x200		SSSS			SFSS			SFSSF			SSFF		
Model	Prototype	Mode1	Mode2	Mode3	Mode1	Mode2	Mode3	Mode1	Mode2	Mode3	Mode1	Mode2	Mode3
Aluminum-A	Aluminum-B	-11.61	-4.67	-5.15	14.40	6.51	6.67	-11.72	6.12	-1.85	4.55	1.51	5.36
	Steel	19.58	16.51	19.94	36.13	23.16	25.86	12.02	7.30	12.12	24.56	14.97	19.69
	Stainless	22.11	23.80	22.48	34.08	27.18	29.63	12.37	11.87	19.42	33.50	22.67	29.91
Aluminum-B	Steel	35.29	22.22	26.45	18.99	15.63	17.99	26.89	1.12	14.23	19.14	13.26	13.61
	Stainless	38.15	29.87	29.13	17.20	19.41	21.52	27.28	5.42	21.67	27.69	20.84	23.30
Steel	Stainless	2.11	6.26	2.12	-1.51	3.26	2.99	0.31	4.26	6.51	7.18	6.69	8.53
375x250		SSSS			SFSS			SFSSF			SSFF		
Model	Prototype	Mode1	Mode2	Mode3	Mode1	Mode2	Mode3	Mode1	Mode2	Mode3	Mode1	Mode2	Mode3
Aluminum-A	Aluminum-B	-12.39	-1.71	-3.65	3.74	-4.28	-2.67	-8.44	-7.61	5.06	0.62	2.82	-1.77
	Steel	26.84	27.68	18.63	21.57	14.04	18.60	19.94	7.45	16.24	33.47	20.87	23.96
	Stainless	27.03	32.71	24.02	23.71	20.23	22.16	17.06	13.24	24.82	34.32	28.02	21.06
Aluminum-B	Steel	44.77	29.90	23.13	17.19	19.14	21.85	30.99	16.30	10.64	32.65	17.55	26.20
	Stainless	44.99	35.01	28.72	19.25	25.61	25.51	27.85	22.56	18.81	33.49	24.51	23.24
Steel	Stainless	0.15	3.94	4.54	1.76	5.43	3.00	-2.40	5.39	7.38	0.64	5.92	-2.34



รูปที่ 6.3 กราฟค่าความถี่ธรรมชาติจากการทดลองกรณีจับยึดแบบง่ายสี่ทั้งสี่ด้าน(SSSS)ในการทดลองกลุ่มที่สองเปรียบเทียบกับค่าความถี่ธรรมชาติจากการคำนวณกรณีการจับยึดแบบยึดแน่นทั้งสี่ด้าน(CCCC)และค่าความถี่ธรรมชาติจากการคำนวณกรณีการจับยึดแบบง่ายทั้งสี่ด้าน(SSSS)

บทที่ 7

บทสรุป

7.1 บทสรุป

งานวิทยานิพนธ์นี้ นำการใช้อุณหภูมิในการศึกษาความแม่นยำในการทดลองเพื่อหาค่าความถี่ธรรมชาติของโครงสร้างแผ่นบางรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า โดยได้หาอุณหภูมิของความถี่ธรรมชาติจากสมการครอบคลุมของการสั่นสะเทือนและสอบทวนอุณหภูมิด้วยการคำนวณสำหรับปัญหาการสั่นแบบอิสระของโครงสร้างแผ่นบางที่ถูกจับยึดอย่างง่ายทั้งสี่ด้าน ภายใต้เงื่อนไขความคล้ายกันแบบสมมาตรของแผ่นชิ้นงานแบบจำลองและแผ่นชิ้นงานต้นแบบ พบว่าค่าความถี่ธรรมชาติของแผ่นชิ้นงานต้นแบบที่ทำนายโดยอุณหภูมิให้ผลที่ตรงและแม่นยำเมื่อเทียบกับผลค่าความถี่ธรรมชาติของแผ่นชิ้นงานต้นแบบที่คำนวณจากผลเฉลยสำเร็จ เมื่อพิสูจน์ได้ว่าอุณหภูมิมีความถูกต้องแม่นยำในการคำนวณ การศึกษาในลำดับถัดมาเป็นขั้นตอนของการทดลองเพื่อหาค่าความถี่ธรรมชาติ แล้วนำอุณหภูมิมาประยุกต์ใช้กับค่าความถี่ธรรมชาติจากการทดลองของแผ่นทดลองแบบจำลองเพื่อทำนายค่าความถี่ธรรมชาติของแผ่นทดลองต้นแบบเปรียบเทียบและวิเคราะห์ความแม่นยำระหว่างค่าความถี่ธรรมชาติของแผ่นทดลองต้นแบบที่ได้จากการทดลองกับค่าความถี่ธรรมชาติของแผ่นทดลองต้นแบบที่ได้จากการทำนายโดยอุณหภูมิ

การศึกษาในส่วนของการทดลองเริ่มจากการออกแบบและสร้างชุดทดลอง ชุดทดลองทำหน้าที่จับยึดแผ่นทดลองเพื่อสร้างเงื่อนไขขอบเขตในการทดลองซึ่งประกอบด้วย การจับยึดแบบง่ายทั้งสี่ด้าน(SSSS) การจับยึดแบบง่ายสามด้านปล่อยปลายอิสระหนึ่งด้าน(SFSS) การจับยึดแบบง่ายสองด้านคู่ติดกันปล่อยปลายอิสระสองด้าน(SFSF) และการจับยึดแบบง่ายสองด้านคู่ตรงกันข้ามปล่อยปลายอิสระสองด้าน(SSFF) ตามลำดับ โครงสร้างแผ่นบางที่ใช้ทดลองเป็นแผ่นวัสดุโลหะได้แก่ แผ่นอลูมิเนียม แผ่นเหล็ก และแผ่นสแตนเลส304 แผ่นอลูมิเนียมแยกเป็นสองชนิดโดยเรียกชื่อเป็นแผ่นอลูมิเนียม-A และแผ่นอลูมิเนียม-B ตามลำดับ แต่ละชนิดมีคุณสมบัติทางกลของวัสดุและขนาดความหนาต่างกัน การทดลองเป็นการวัดผลตอบสนองความถี่ของแผ่นทดลองจากการถูกกระตุ้น การกระตุ้นแผ่นทดลองทำได้โดยใช้วิธีการเคาะ ผลตอบสนองความถี่หรือสัญญาณการสั่นสะเทือนที่เกิดขึ้นของแผ่นทดลองถูกวัดโดยตัววัดสัญญาณความถี่แล้วส่งสัญญาณไปยังเครื่องวิเคราะห์สัญญาณพลวัตที่สามารถอ่านและบันทึกค่าความถี่ธรรมชาติได้จากการแสดงผลตอบสนองความถี่บนโดเมนความถี่จากเครื่องวิเคราะห์สัญญาณพลวัต ค่าความถี่ธรรมชาติที่วัดเป็นค่าความถี่ธรรมชาติสามโหมดแรก การศึกษาโดยการทดลองแบ่งออกเป็นสองกลุ่มตามกลุ่มการทดลองดังนี้ กลุ่มแรกเป็นการศึกษากรณีแผ่นทดลองต้นแบบกับแผ่นทดลองแบบจำลองเป็นวัสดุชนิดเดียวกันและมีความหนาเท่ากัน กลุ่มที่สองเป็นการศึกษากรณีแผ่นทดลอง

ต้นแบบกับแผ่นทดลองแบบจำลองเป็นวัสดุต่างชนิดกันและมีความหนาต่างกัน ผลการทดลองแต่ละกลุ่มทดลองจำแนกแผ่นทดลองออกเป็นแผ่นทดลองต้นแบบและแผ่นทดลองแบบจำลองภายใต้ความคล้ายกันอย่างสมบูรณ์ระหว่างแผ่นทดลองต้นแบบและแผ่นทดลองแบบจำลอง นำผลค่าความถี่ธรรมชาติจากการทดลองของแผ่นทดลองแบบจำลองมาทำนายค่าความถี่ธรรมชาติของแผ่นทดลองต้นแบบโดยการใช้กฎสัดส่วน จากนั้นหาเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนระหว่างค่าความถี่ธรรมชาติของแผ่นทดลองต้นแบบที่ได้จากการทดลองกับค่าความถี่ธรรมชาติของแผ่นทดลองต้นแบบที่ได้จากการทำนายโดยกฎสัดส่วน แล้วนำผลค่าเฉลี่ยและผลค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนมาสรุปหาค่าความแม่นยำในการวัดค่าความถี่ธรรมชาติ

สำหรับการทดลองในกลุ่มแรกแผ่นทดลองต้นแบบและแผ่นทดลองแบบจำลองเป็นวัสดุชนิดเดียวกันและมีความหนาเท่ากัน โดยแผ่นทดลองที่ใช้คือแผ่นอลูมิเนียม-A มี 3 ขนาดสัดส่วนคือ 1 1.5 และ 2 โดยแต่ละขนาดสัดส่วนมี 3 ขนาดความกว้างคือ 200 มม. 250 มม. และ 300 มม. รวม 9 แผ่นทดลอง จากผลการทดลองและการสรุปผลความแม่นยำพบว่า กรณีการจับยึดแบบ SSSS กรณีการจับยึดแบบ SFSS และกรณีการจับยึดแบบ SSFF ทั้งสามกรณีมีค่าเฉลี่ยและค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนใกล้เคียงกัน สำหรับกรณีการจับยึดแบบ SFSSF ค่าเฉลี่ยและค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนมีค่าสูงเมื่อเทียบกับสามกรณีแรก เนื่องจากข้อจำกัดของการทดลองที่ไม่สามารถสร้างความคล้ายกันของเงื่อนไขขอบเขตการจับยึดและไม่สามารถสร้างลักษณะความคล้ายกันของสภาพความเป็นระนาบในการเกิดพฤติกรรมการสั่นของโครงสร้างแผ่นระหว่างแผ่นทดลองแบบจำลองและแผ่นทดลองต้นแบบ โดยค่าเฉลี่ยรวมและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานรวมของค่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนทั้งหมดในทุกกรณีการจับยึดสำหรับการทดลองกลุ่มแรกมีค่าเท่ากับ $0.24 \pm 6.51\%$

การทดลองในกลุ่มที่สองแผ่นทดลองต้นแบบและแผ่นทดลองแบบจำลองเป็นวัสดุต่างชนิดกันและมีความหนาต่างกัน โดยแผ่นทดลองได้แก่ แผ่นอลูมิเนียม-A แผ่นอลูมิเนียม-B แผ่นเหล็ก และแผ่นสแตนเลส 304 แต่ละชนิดของแผ่นทดลองมีขนาดความกว้างและความยาวสองขนาดคือ ขนาด 300×200 มม.² และขนาด 375×250 มม.² ทำการทดลองและสร้างเงื่อนไขขอบเขตการจับยึดสี่กรณีเช่นเดียวกับการทดลองในกลุ่มแรก จากผลการทดลองและการสรุปผลความแม่นยำสำหรับการทดลองในกลุ่มที่สองพบว่า กรณีแผ่นทดลองต้นแบบและแผ่นทดลองแบบจำลองเป็นวัสดุประเภทเดียวกันคือ กรณีแผ่นอลูมิเนียม-A กับแผ่นอลูมิเนียม-B และกรณีแผ่นเหล็กกับแผ่นสแตนเลส ค่าความถี่ธรรมชาติจากการทดลองภายใต้กฎสัดส่วนยังคงมีความแม่นยำใกล้เคียงกับผลความแม่นยำของการทดลองในกลุ่มแรกคือแผ่นชิ้นงานต้นแบบและแผ่นชิ้นงานแบบจำลองที่เป็นวัสดุชนิดเดียวกันและมีความหนาเท่ากัน กล่าวคือกรณีแผ่นอลูมิเนียม-A กับแผ่นอลูมิเนียม-B ค่าเฉลี่ยและค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนรวมสำหรับทั้งสองขนาดของแผ่นทดลองมีค่าเท่ากับ $-0.84 \pm 6.81\%$ กรณีแผ่นเหล็กกับแผ่นสแตนเลส

ค่าเฉลี่ยและค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนรวมสำหรับทั้งสองขนาด มีค่าเท่ากับ $3.42 \pm 3.14\%$ แต่สำหรับกรณีแผ่นชิ้นงานต้นแบบและแผ่นชิ้นงานแบบจำลองที่เป็นวัสดุต่างประเภทกัน ค่าเฉลี่ยและค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนมีค่าสูงกว่ากรณีวัสดุเดียวกัน ที่เป็นเช่นนี้เนื่องจากการจับยึดด้วยใบมีดไม่สามารถสร้างเงื่อนไขขอบเขตที่เหมือนกันบนแผ่นทดลองสองชิ้นที่เป็นวัสดุต่างชนิดกันได้ การที่เป็นเช่นนี้น่าจะมีสาเหตุมาจากการที่ชิ้นส่วนใบมีดที่เป็นตัวจับยึดทำจากเหล็กสเตนเลสซึ่งมีค่าความแข็งเกร็ง (stiffness) สูงกว่าอลูมิเนียม เมื่อมาจับยึดกับอลูมิเนียมหรือเหล็กที่มีความแข็งเกร็งไม่เท่ากัน ทำให้เงื่อนไขขอบเขตของชิ้นงานอลูมิเนียมและชิ้นงานเหล็กมีแนวโน้มที่จะถูกจับยึดแน่นไม่เท่ากัน จึงมีเงื่อนไขขอบเขตที่ไม่เหมือนกัน

ผลการทดลองยังแสดงให้เห็นถึงข้อดีของการใช้กุ๊ตส์ส่วนในการหาความแม่นยำในการวัดค่าความถี่ธรรมชาติของโครงสร้างแผ่นบาง เพราะจะไม่มี ความยุ่งยากในการสร้างเงื่อนไขขอบเขตของการทดลองให้เป็นแบบอุดมคติเพื่อที่จะนำผลการทดลองไปเทียบกับผลเฉลยแม่นยำตรง หากแต่สามารถใช้กุ๊ตส์ส่วนในการเทียบผลการทดลองกับผลการทดลอง แล้วใช้ผลนั้นในการหาความแม่นยำของการวัดค่าความถี่ธรรมชาติ

7.2 ประโยชน์ที่ได้รับและข้อเสนอแนะสำหรับงานวิจัยในอนาคต

ผลการศึกษาความแม่นยำของการวัดค่าความถี่ธรรมชาติสำหรับปัญหาการสั่นสะเทือนของโครงสร้างแผ่นบางรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าโดยการใช้กุ๊ตส์ส่วนที่นำเสนอในวิทยานิพนธ์นี้แสดงให้เห็นประโยชน์ที่สำคัญดังนี้

ประโยชน์ส่วนแรกซึ่งเป็นส่วนสำคัญของวิทยานิพนธ์นี้คือแสดงให้เห็นถึงความสามารถในการทำกรทดลองเพื่อหาค่าความถี่ธรรมชาติ และความตรวจสอบความแม่นยำของการวัดค่าความถี่ธรรมชาติจากการทดลองโดยการใช้กุ๊ตส์ส่วน ภายใต้ความคล้ายกันแบบสมบูรณ์ระหว่างชิ้นงานต้นแบบและชิ้นงานแบบจำลอง ค่าเฉลี่ยและค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนรวมสำหรับการวัดค่าความถี่ธรรมชาติในการทดลองกลุ่มแรกมีค่าเท่ากับ $0.24 \pm 6.51\%$ พบว่ามีค่าความแม่นยำกว่าการศึกษาปัญหาการโก่งงอที่เคยมีการศึกษามาก่อนหน้านี้ ซึ่งมีค่าเฉลี่ยและค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนรวมเท่ากับ $-5.9 \pm 8.7\%$

ประโยชน์ส่วนถัดมาคือได้ทราบถึงความสามารถและข้อจำกัดในการสร้างเงื่อนไขขอบเขตของการทดลองระหว่างชิ้นงานต้นแบบและชิ้นงานแบบจำลอง โดยเฉพาะความสามารถและข้อจำกัดของชุดทดลองที่ทำหน้าที่สร้างเงื่อนไขขอบเขตสำหรับการทดลอง รวมทั้งความสามารถและข้อจำกัดในการเลือกชนิดวัสดุชิ้นงานแบบจำลองในการทดลองภายใต้กุ๊ตส์ส่วน

ดังที่พบว่าถึงแม้การทดลองบนชิ้นงานต้นแบบและชิ้นงานแบบจำลองถูกจับยึดด้วยชุดทดลองเดียวกัน แต่ถ้าชิ้นงานต้นแบบกับชิ้นงานแบบจำลองมีความแตกต่างกันมากของคุณสมบัติวัสดุ การนำค่าความถี่ธรรมชาติจากการทดลองของชิ้นงานแบบจำลองมาประยุกต์ร่วมกับกฎสัดส่วนเพื่อทำนายค่าความถี่ธรรมชาติของชิ้นงานต้นแบบ อาจจะไม่ได้ผลการทำนายที่แม่นยำเมื่อเทียบกับค่าความถี่ธรรมชาติจากพฤติกรรมการณ์จริงของชิ้นงานต้นแบบ

ประโยชน์ในส่วนสุดท้ายคือได้แสดงวิธีการหาค่าความถี่ธรรมชาติของชิ้นงานต้นแบบได้โดยการทดลองบนชิ้นงานแบบจำลองและประยุกต์ใช้กฎสัดส่วน ซึ่งเป็นวิธีการหาค่าความถี่ธรรมชาติของชิ้นงานต้นแบบได้นอกเหนือการหาค่าความถี่ธรรมชาติจากการทดลองบนชิ้นงานต้นแบบโดยตรงหรือการหาค่าความถี่ธรรมชาติจากการคำนวณ ข้อได้เปรียบของการหาค่าความถี่ธรรมชาติจากการใช้กฎสัดส่วนเมื่อเปรียบเทียบกับวิธีการหาค่าความถี่ธรรมชาติโดยการคำนวณมีสองส่วนคือ ส่วนแรกภายใต้การเลือกชนิดชิ้นงานแบบจำลองที่เหมาะสม การทดลองบนชิ้นงานแบบจำลองสามารถจำลองลักษณะจริงได้ใกล้เคียงกว่าการจำลองจากการคำนวณซึ่งจะได้เงื่อนไขขอบเขตแบบอุดมคติ และส่วนที่สองสำหรับชิ้นงานต้นแบบและชิ้นงานแบบจำลองที่มีความคล้ายกันแบบสมบูรณ์และเป็นวัสดุชนิดเดียวกัน ค่าความถี่ธรรมชาติของชิ้นงานต้นแบบสามารถหาได้โดยไม่ต้องใช้ค่าคุณสมบัติทางวัสดุของชิ้นงาน แต่ในวิธีการคำนวณมีความจำเป็นต้องใช้ค่าคุณสมบัติทางวัสดุของชิ้นงานต้นแบบเพื่อหาค่าความถี่ธรรมชาติ

ข้อเสนอแนะของงานวิจัยในอนาคตที่เกี่ยวข้องกับข้อมูลและการศึกษาความแม่นยำของการวัดค่าความถี่ธรรมชาติของชิ้นงานโครงสร้างแผ่นบางโดยการใช้กฎสัดส่วนในวิทยานิพนธ์นี้ แบ่งได้เป็นสองส่วน ส่วนแรกเป็นการนำผลการวัดความถี่ธรรมชาติไปศึกษาพฤติกรรมอื่นๆของโครงสร้าง จากผลความแม่นยำของการวัดค่าความถี่ธรรมชาติเป็นประโยชน์ในการใช้ศึกษาร่วมกับพฤติกรรมที่มีข้อจำกัดของผลความแม่นยำจากการวัดค่า และเป็นพฤติกรรมที่สามารถนำค่าความถี่ธรรมชาติมาประยุกต์ร่วมในการศึกษา เช่น วิธี Vibration Correlation Technique ที่ใช้ในการหาค่าการกระการโก่งงอซึ่งเป็นการนำค่าความถี่ธรรมชาติจากการทดลองมาใช้หาค่าการกระการโก่งงอจากพฤติกรรมการณ์การโก่งงอ หรือการหาคุณสมบัติทางกลของวัสดุที่ชิ้นงานไม่สามารถนำมาทดสอบคุณสมบัติได้โดยตรง เป็นต้น วิจัยในอนาคตที่น่าสนใจส่วนที่สองเป็นการประยุกต์ใช้กฎสัดส่วนกับชิ้นงานที่มีความซับซ้อนหรือมีความไม่สมบูรณ์เช่น ชิ้นงานที่มีรูเจาะ ชิ้นงานที่มีรูปร่างแปลกๆ ชิ้นงานที่มีความหนาไม่สม่ำเสมอ นอกจากนี้ยังมีหัวข้อที่น่าสนใจเกี่ยวกับการสร้างเงื่อนไขขอบเขตสำหรับการทดลอง โดยศึกษาเกี่ยวกับการจำลองเงื่อนไขขอบเขตในการทดลองให้เหมือนกับเงื่อนไขขอบเขตแบบอุดมคติ กล่าวคือเป็นแบบง่ายแบบสมบูรณ์หรือแบบยึดแน่นแบบสมบูรณ์ หรือการศึกษาลักษณะของเงื่อนไขขอบเขตที่สร้างขึ้นในการทดลองว่ามีความเหมือนหรือแตกต่างกับเงื่อนไขขอบเขตแบบอุดมคติแบบใดและมีความเหมือนหรือต่างเพียงใด ส่วนที่สามของการเสนอแนะงานวิจัยในอนาคตคือการศึกษาและพัฒนาการทดลองภายใต้การใช้กฎสัดส่วนใน

การแก้ปัญหาทางวิศวกรรมเครื่องกลอื่นๆ ซึ่งอาจจะไม่ใช่งานทางด้านวิศวกรรมโครงสร้าง
อาจจะเป็นเรื่องของกลศาสตร์ของไหล ความร้อน และเทอร์โมไดนามิกส์



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

รายการอ้างอิง

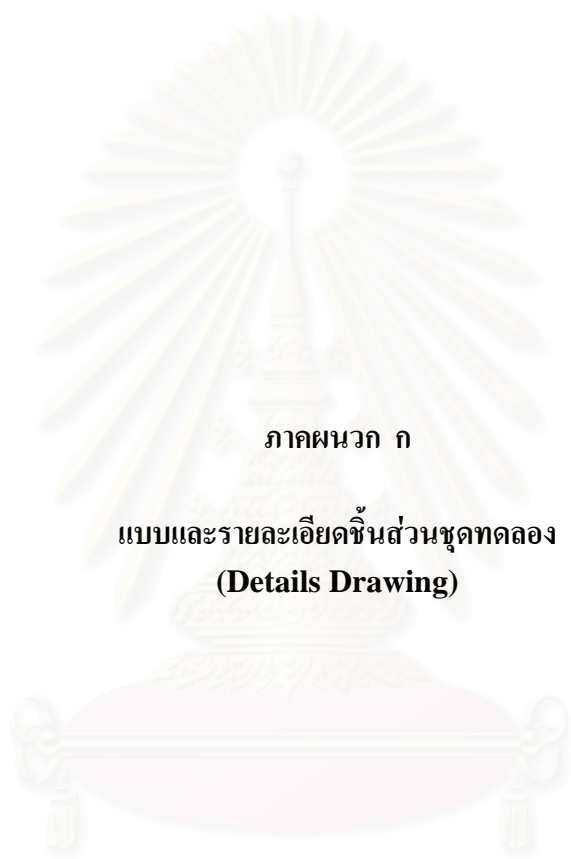
1. Leissa, A.W. Vibration of Plates. The United States of America : Office of Technology Utilization National Aeronautics and Space Administration, 1969.
2. Gorman, D.J. Free Vibration Analysis of Rectangular Plates. The United States of America: Elsevier, 1982.
3. Gorman, D.J. The Superposition-Galerkin Method for Free Vibration analysis of Rectangular Plates. Journal of Sound and Vibration 194, 2 (1999) : 187-198.
4. Golley, B.W. Natural Frequencies Rectangular Plates. Mechanics Research Communications, 23, 6(1996) : 625-631.
5. Shuyu, L. Study on The Flexural Vibration of Rectangular Thin Plates with Free Boundary Conditions. Journal of Sound and Vibration 239, 5(2001) : 1063-1071.
6. Turvey, G.J., Mulcahy, N., Widden, M.B. Experimental and computed natural frequencies of square pultruded GRP plates : effects of anisotropy, hole size ratio and edge support conditions. Composite Structures 50 (2000) : 391-403.
7. Chaudhuri, R.A., Balaraman, K., Kunukkasseril, V.X. A combined theoretical and experimental investigation on free vibration of thin symmetrical laminated anisotropic plates. Composite Structures 67 (2005) : 85-97.
8. Rezaeepazhand, J., Simites, G.J., Stranes Jr, J.H., Used of scaled down models for predicting vibration response of laminated plates. Composite Structures 30 (1995) : 419-426.
9. Simites, G.J. Structural similitude for flat laminate surfaces. Composite Structures. 51 (2001) :191-194.
10. Ungbhakorn V.,Singhatanagid P. Scaling Laws for Vibration Experiment of Symmetrically laminated Plates. The 16th Conference on Mechanical Engineering Network of Thailand, 2003.
11. Aranpitak S. A verification of similitude theory to a buckling problem of composite plates by experimental method. Master thesis, Graduate School, Chulalongkorn University, 2005.

12. Marchand, V., Determination of the elastic constants of materials, in the forms of plates, by a free vibration. Journal of Sound and Vibration 194, 4 (1996) : 497-512.
13. Supasak C. Comparison of buckling loads of thin plates by experimental method. Master thesis, Graduate School, Chulalongkorn University, 2005.
14. Go, C.G., Liou, C.D. Experimental determination of the buckling load of a flat plate by use of dynamic parameters. Structure Engineer and Mechanics, 9, 5 (2000) :483-490.
15. Plaunt, R.H., Lawrence, N. Use of frequency data to predict buckling. Journal of Engineering Mechanics, 116, 99(1991): 2330-2335.
16. Souza, M.A., Assaid, L.M.B. A new technique for the prediction of buckling loads from nondestructive vibration test, Experimental Mechanics (1991) :93-97.
17. Timoshenko, S., Woinowski-krieger, W. Theory of Plates and Shells, 2nd ed., New York: McGraw-Hill, 1959.
18. Blevins, R.D., Formulas for Natural Frequency and Mode Shape, New York, Van Nostrand Reinhold, 1979.
- 19 Hibbeler, R.C. Mechanics of Materials, 4th ed., Prentice Hall, 2000.



ภาคผนวก

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



ภาคผนวก ก

แบบและรายละเอียดชิ้นส่วนชุดทดลอง
(Details Drawing)

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

12	SS 600T	600mm.TOP KNIFE EDGE	2	STAINLESS 304
11	SS 600M	600mm.BOTTOM KNIFE EDGE	2	STAINLESS 304
10	SS 300T	300mm.TOP KNIFE EDGE	2	STAINLESS 304
9	SS 300M	300mm.BOTTOM KNIFE EDGE	2	STAINLESS 304
8	SS 250T	250mm.TOP KNIFE EDGE	2	STAINLESS 304
7	SS 250M	250mm.BOTTOM KNIFE EDGE	2	STAINLESS 304
6	SS 200T	200mm.TOP KNIFE EDGE	2	STAINLESS 304
5	SS 200M	200mm.BOTTOM KNIFE EDGE	2	STAINLESS 304
4	GP	GUIDE PLATE	2	SS400 + BLACKENING
3	B 150R	150mm.RS MATING BOX	2	SS400 + BLACKENING
2	B 150L	150mm.LS MATING BOX	2	SS400 + BLACKENING
1	B 100	100mm. MATING BOX	6	SS400 + BLACKENING
No.	CODE	NAME & DESCRIPTION	REQD.	MATERIAL & NOTE

CHULALONGKORN UNIVERSITY

A Set of Vibration Test Rig

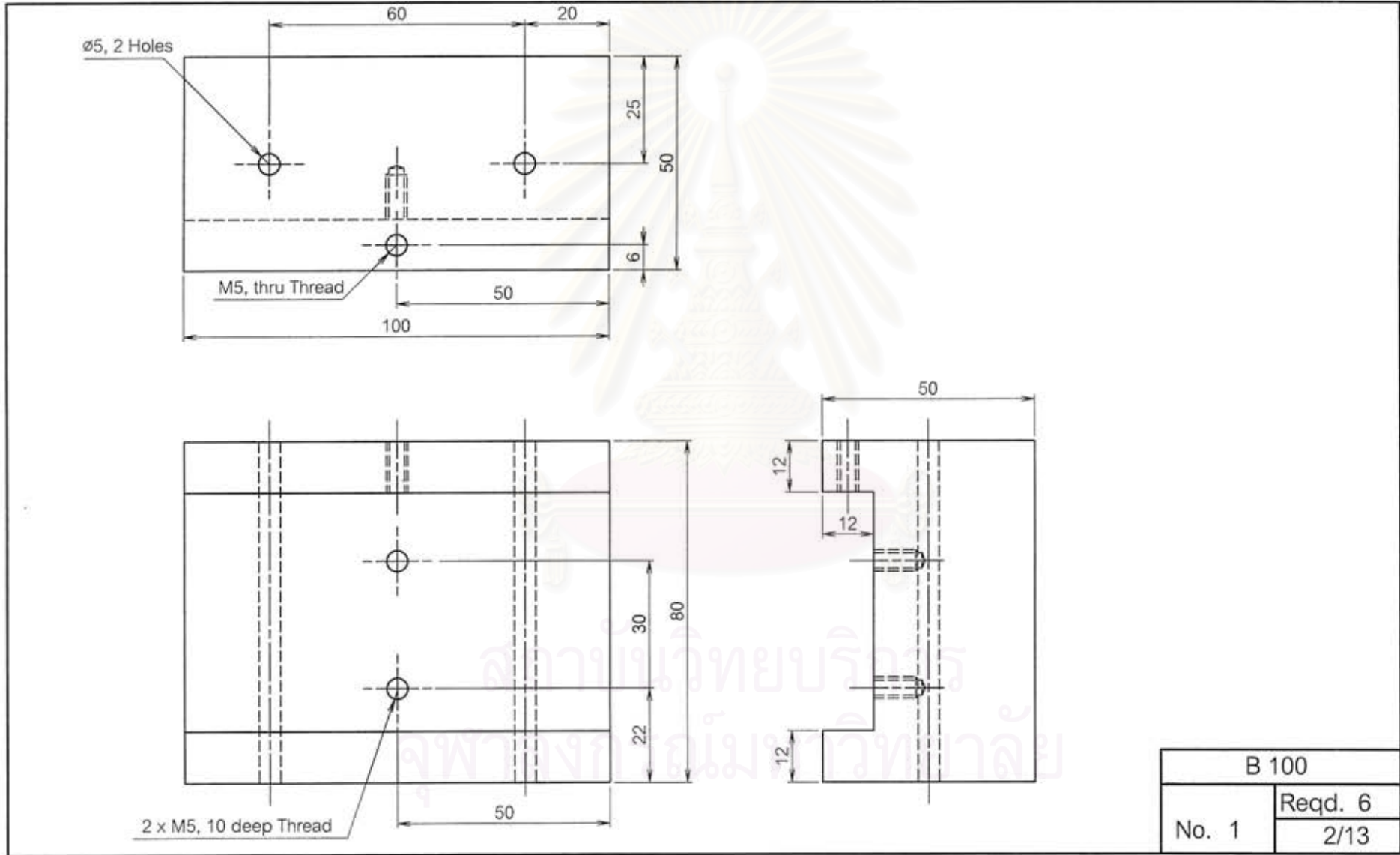
Drw. : A. Nasongkhla

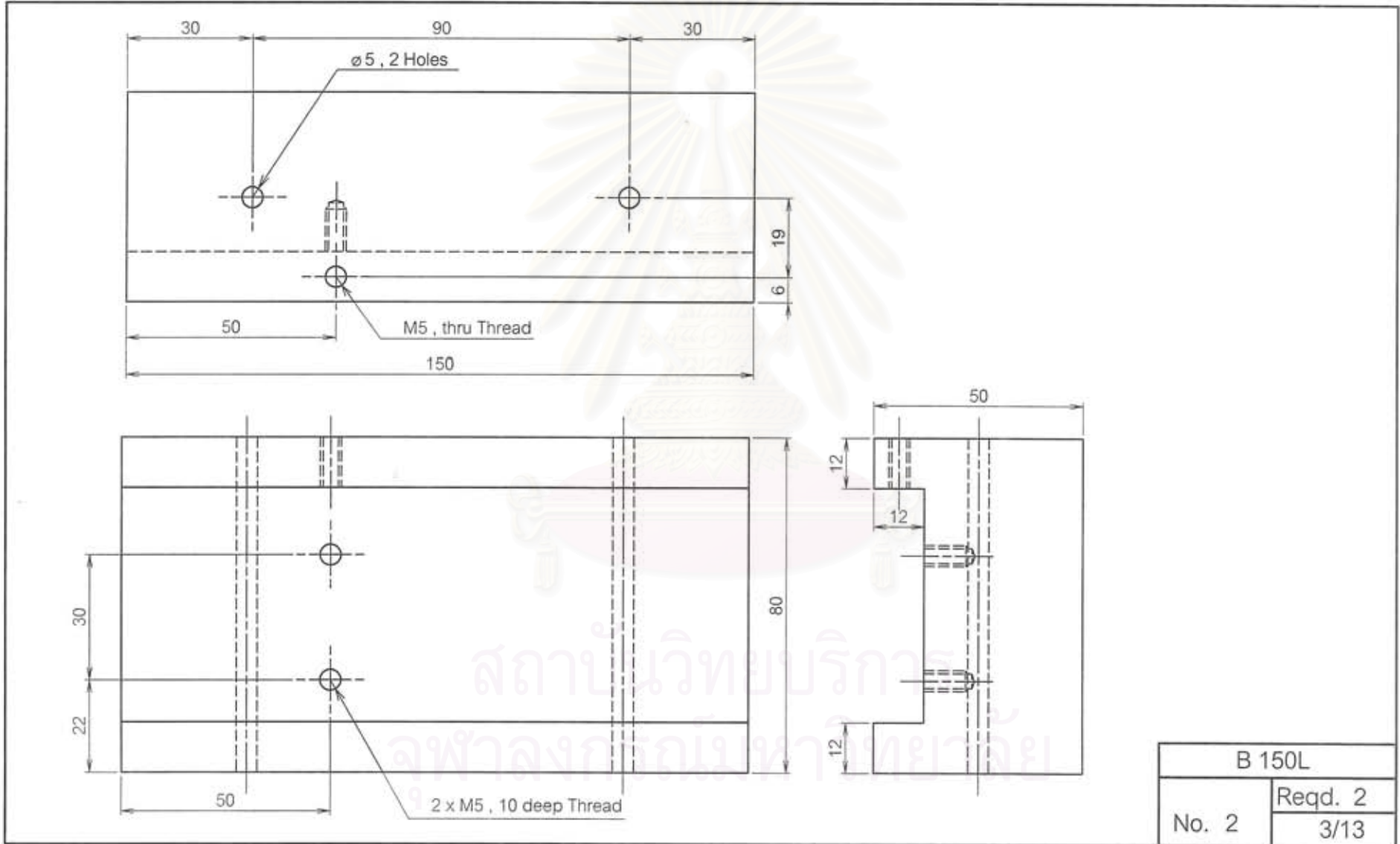
Dept. : M.E

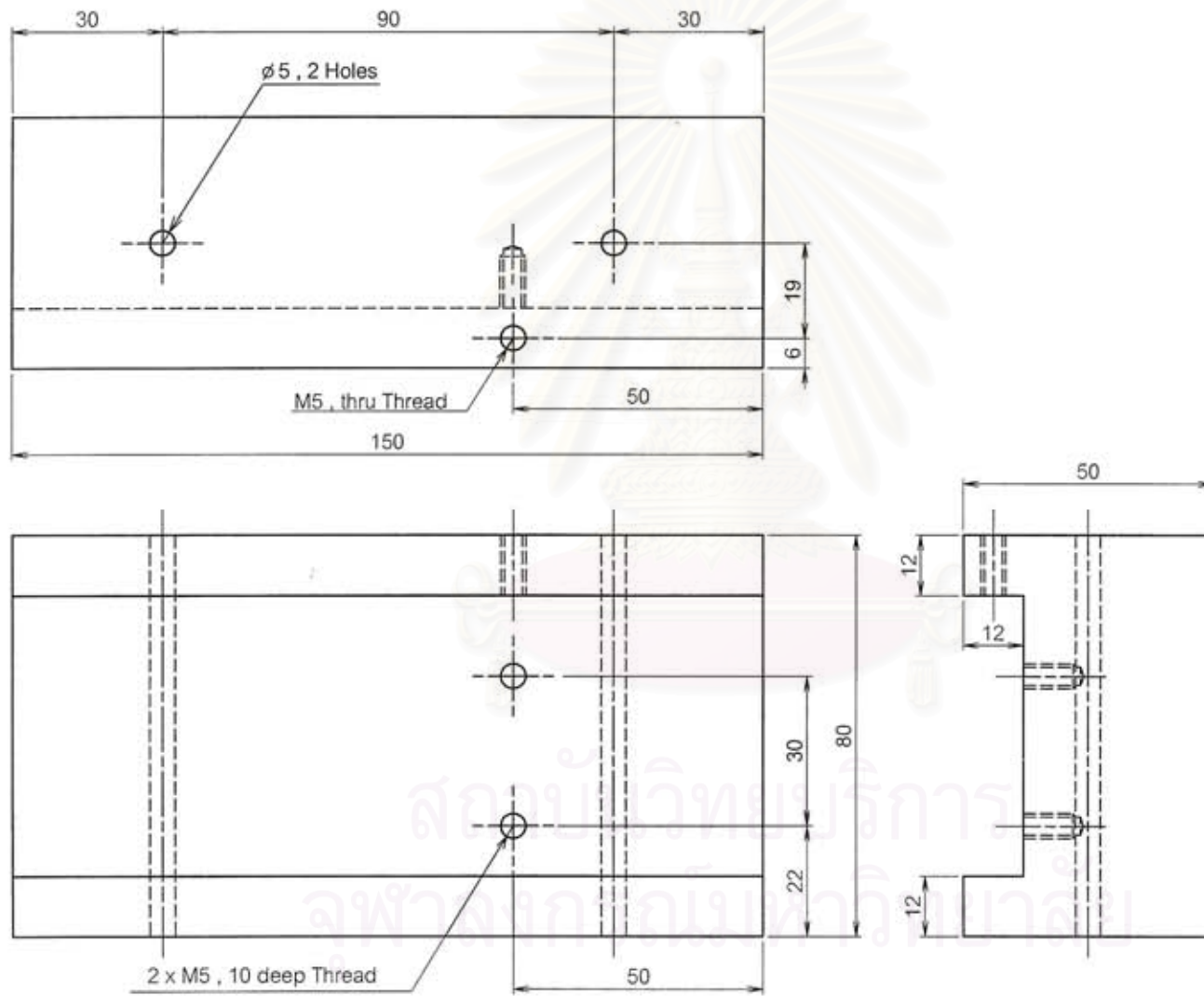
App. : P. Singhatanadgid

Date : 04/01/2005

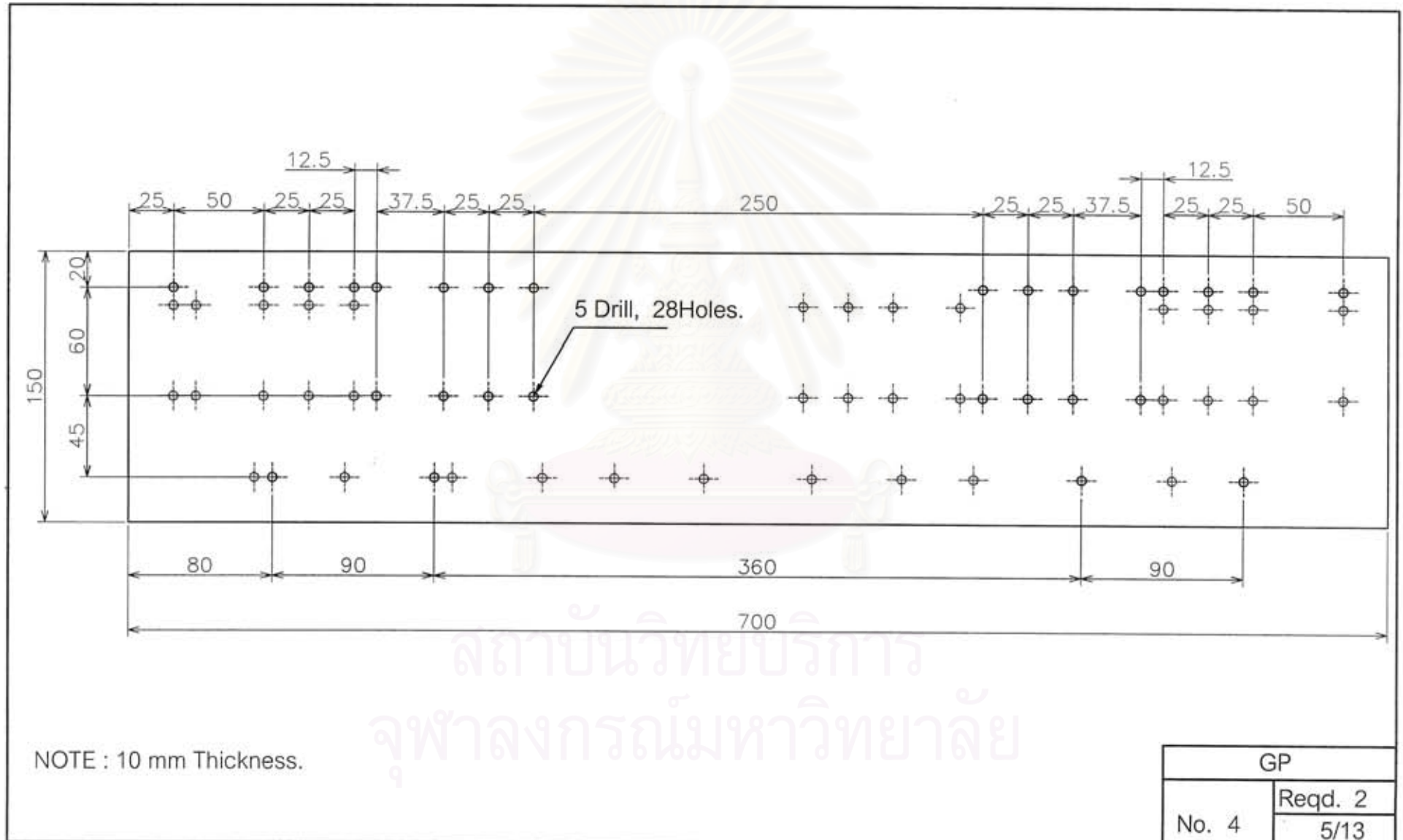
1/13



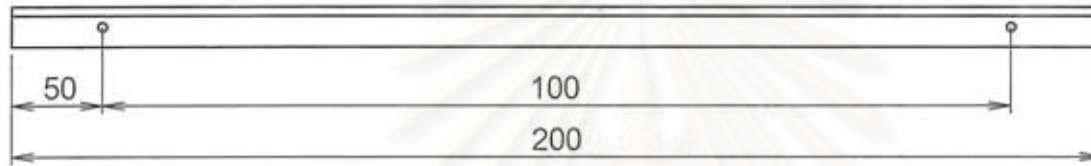




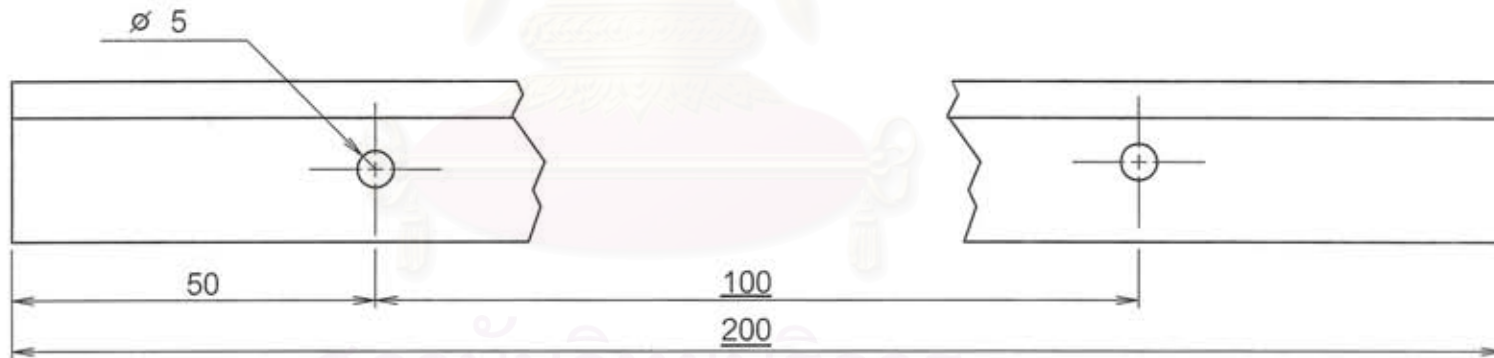
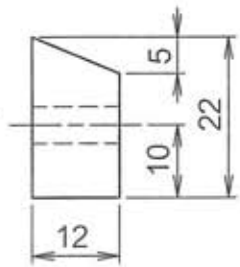
B 150R	
No. 3	Reqd. 2
	4/13



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

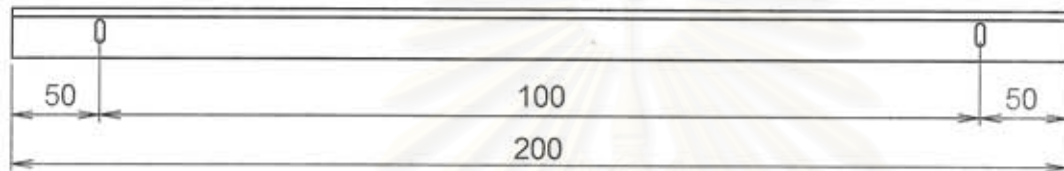


SCALED

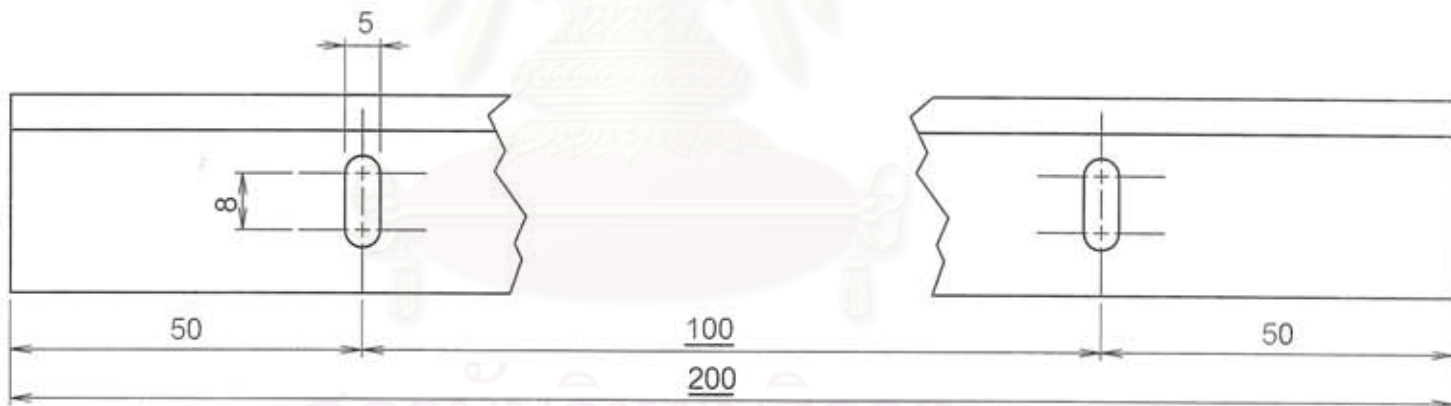
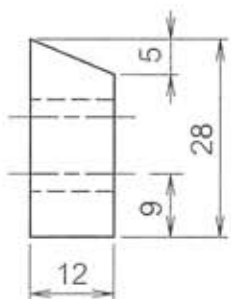


สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

SS200M	
No. 5	Reqd. 2
	6/13

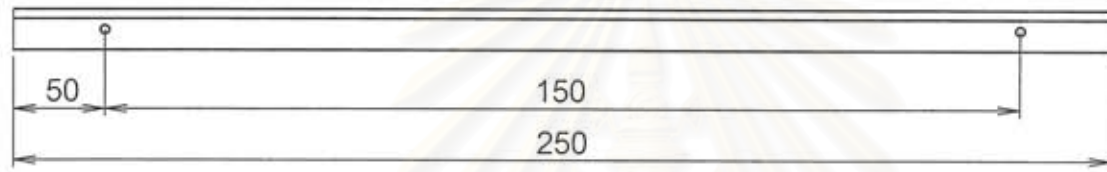


SCALED

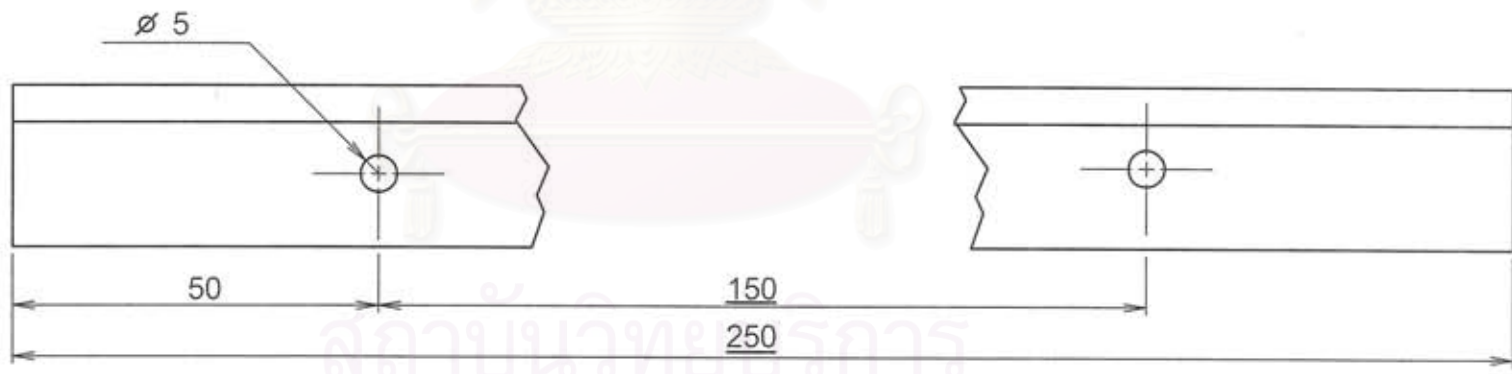
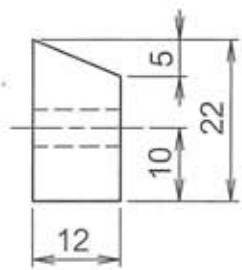


สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

SS200T	
No. 6	Reqd. 2
	7/13

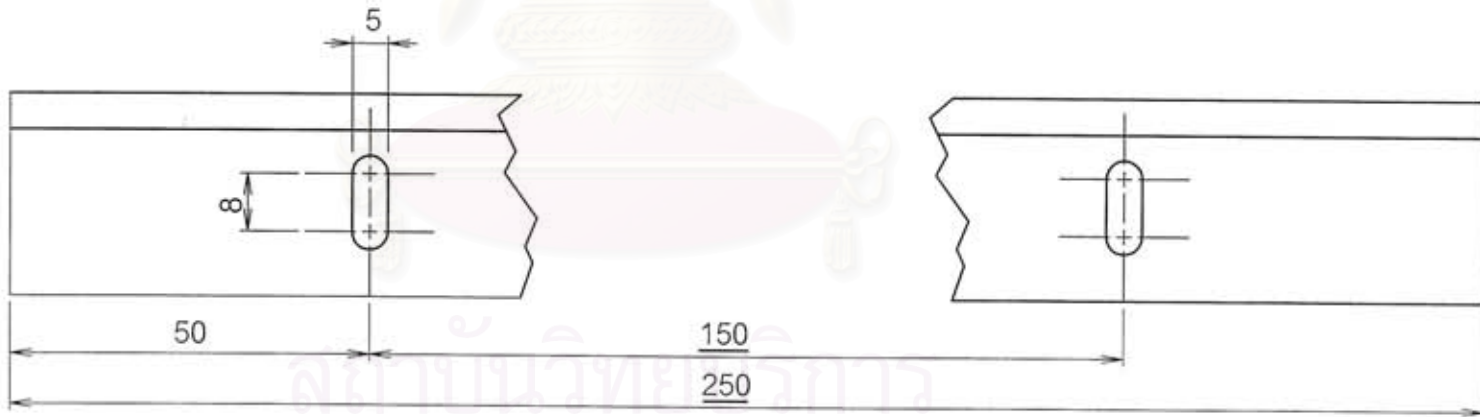
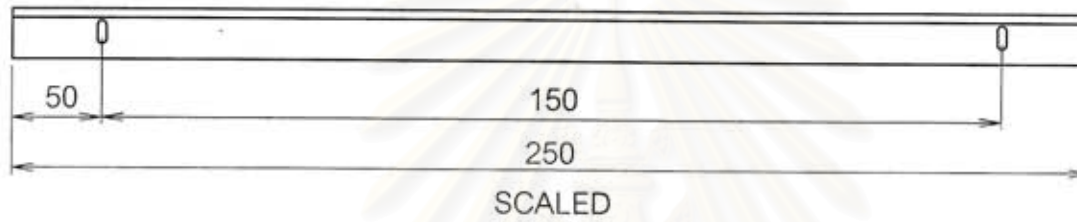
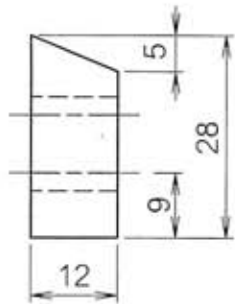


SCALED



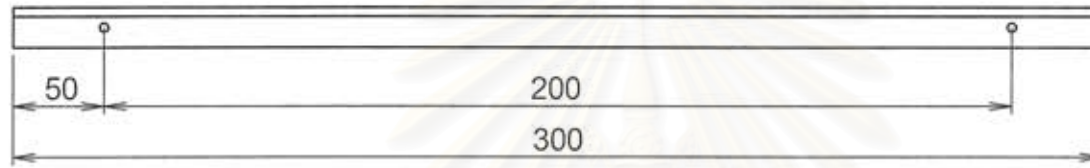
สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

SS250M	
No. 7	Reqd. 2
	8/13

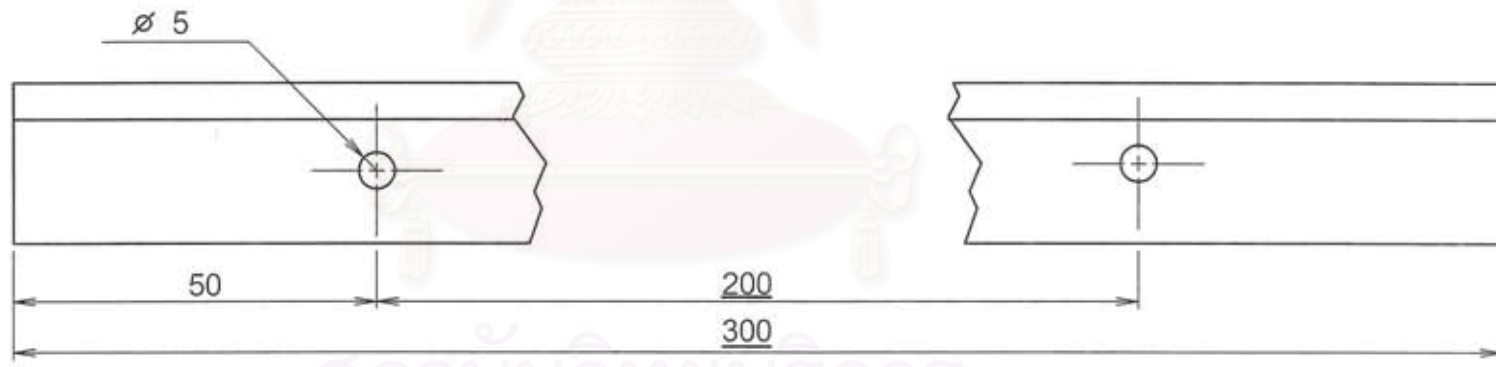
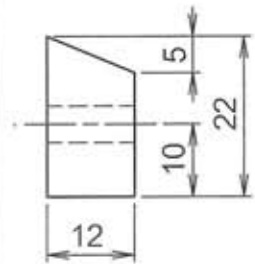


จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

SS250T	
No. 8	Reqd. 2
	9/13

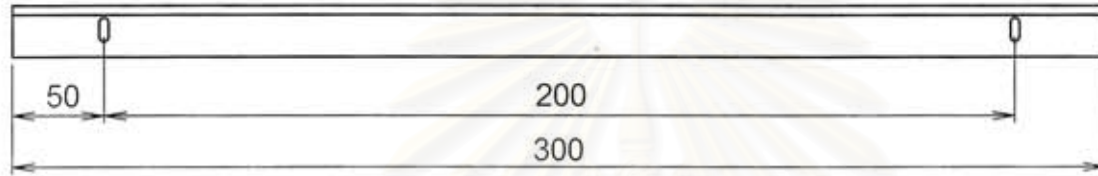


SCALED

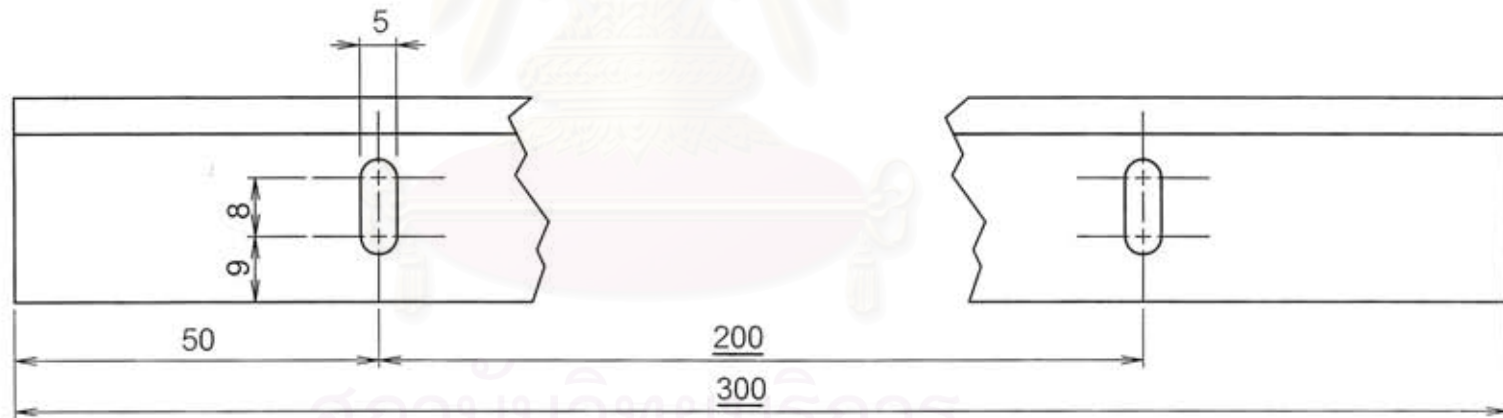
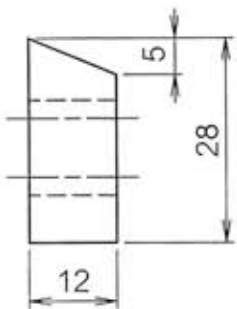


สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

SS300M	
No. 9	Reqd. 2
	10/13

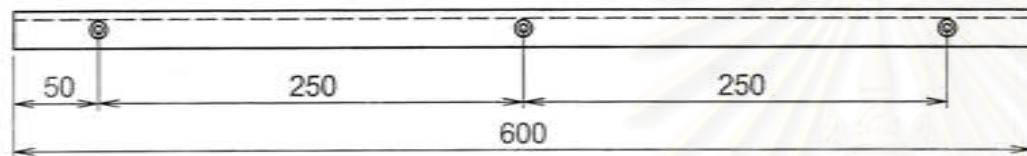


SCALED



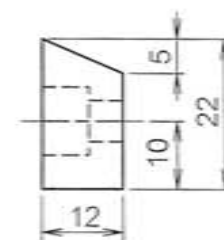
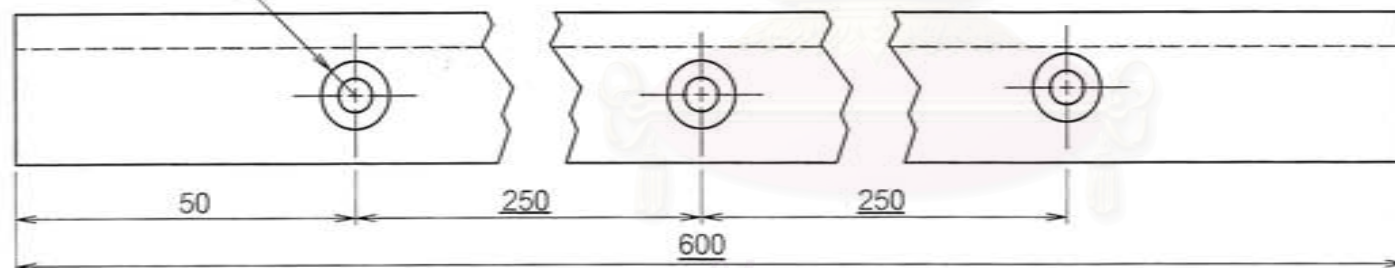
สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

SS300T	
No. 10	Reqd. 2
	11/13



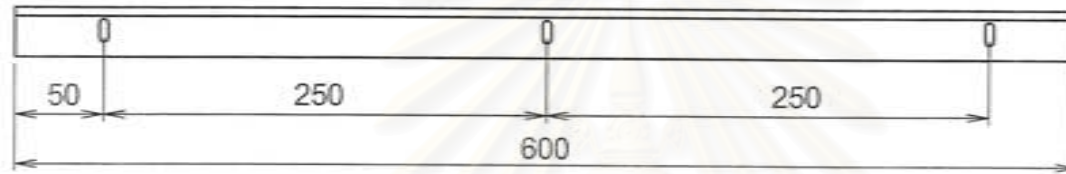
SCALED

5 Drill, $\phi 10$ C'bore, 7 deep.

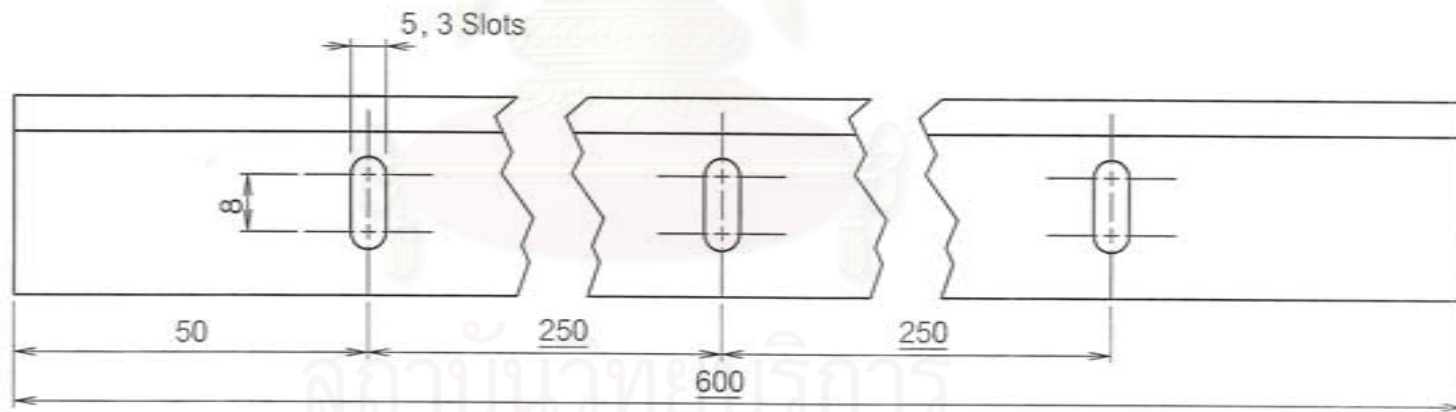
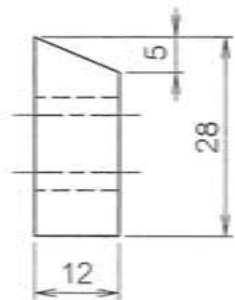


สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

SS600M	
No. 11	Reqd. 2
	12/13



SCALED



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

SS600T	
No. 12	Reqd. 2
	13/13

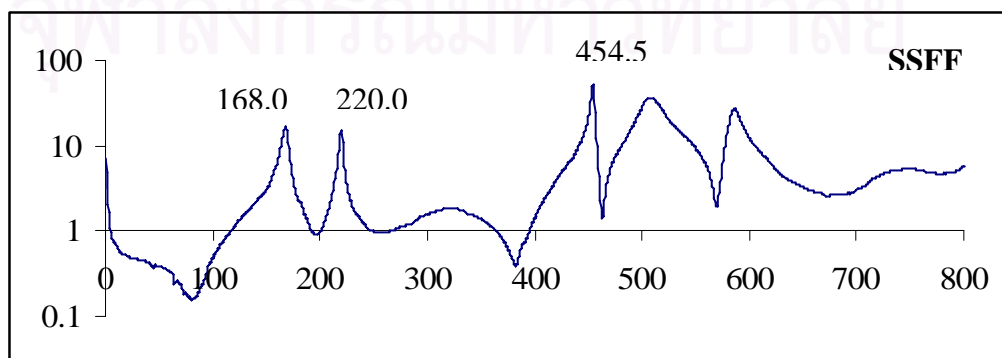
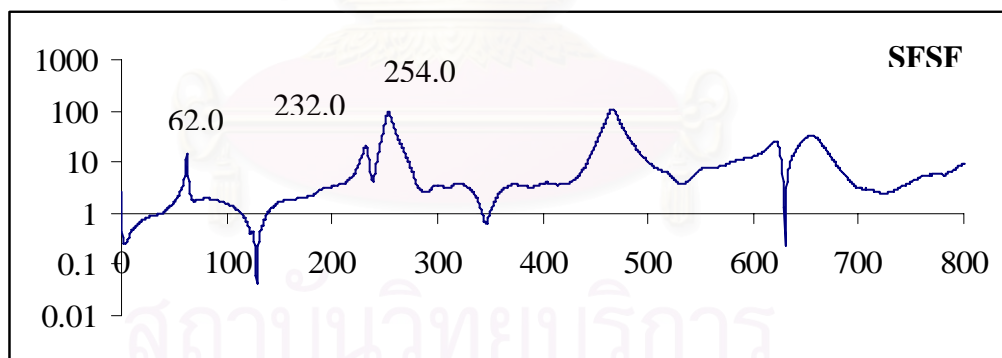
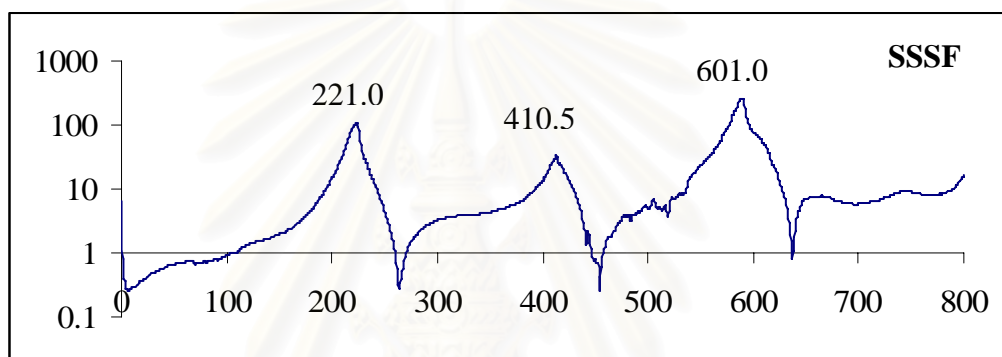
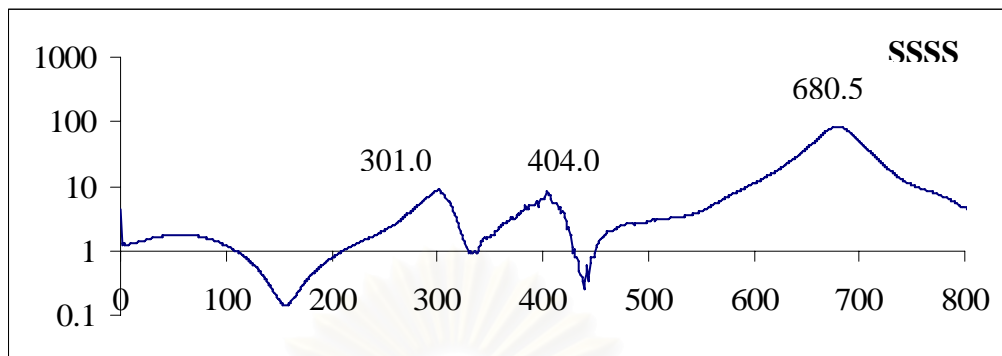


ภาคผนวก ข

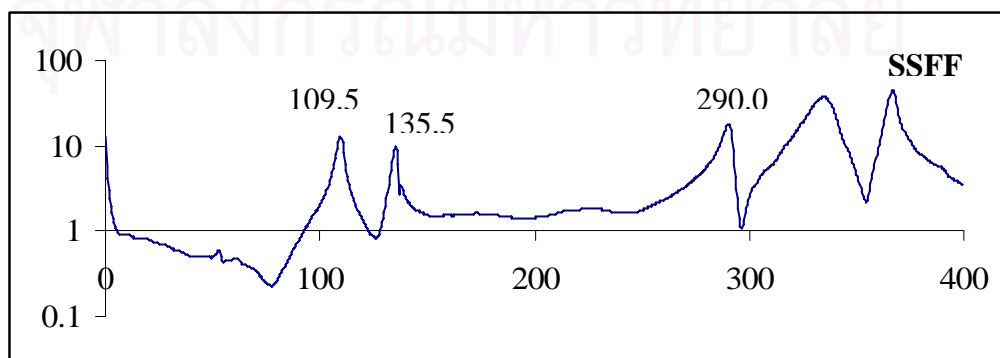
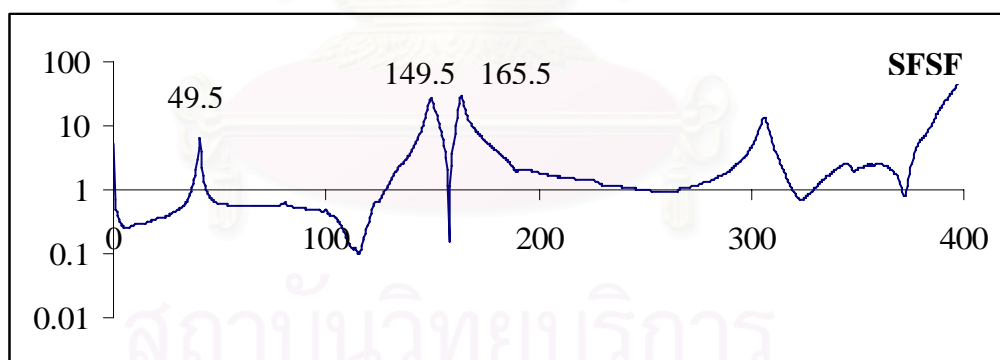
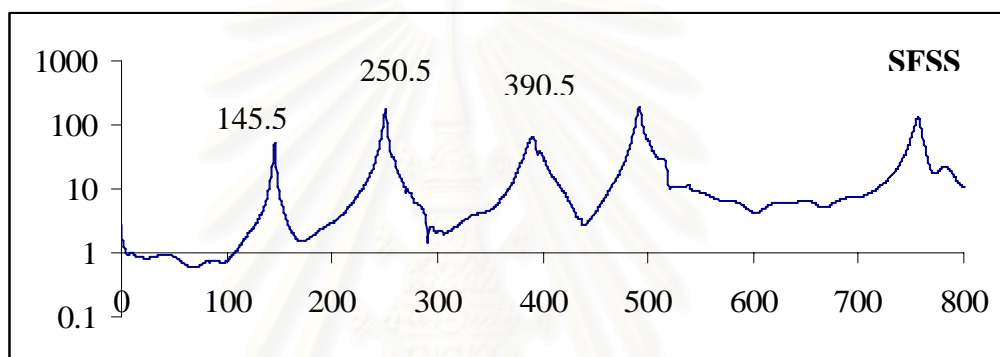
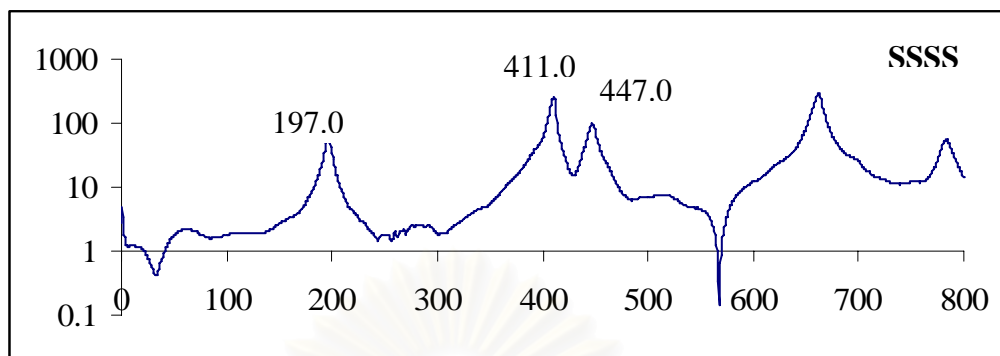
ตัวอย่างผลการทดลอง

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

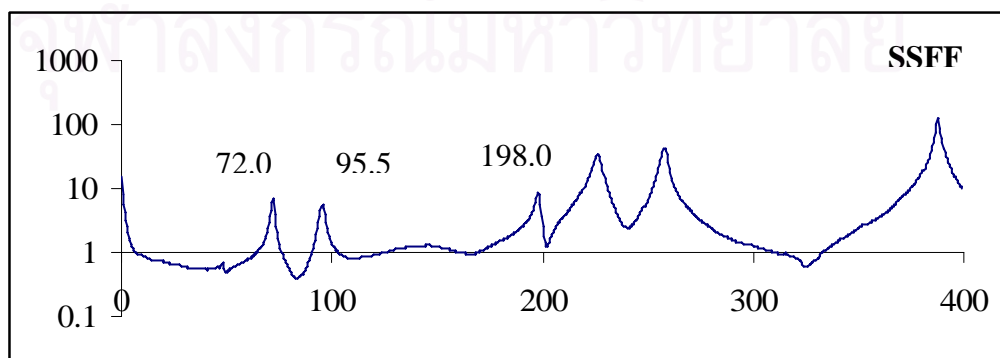
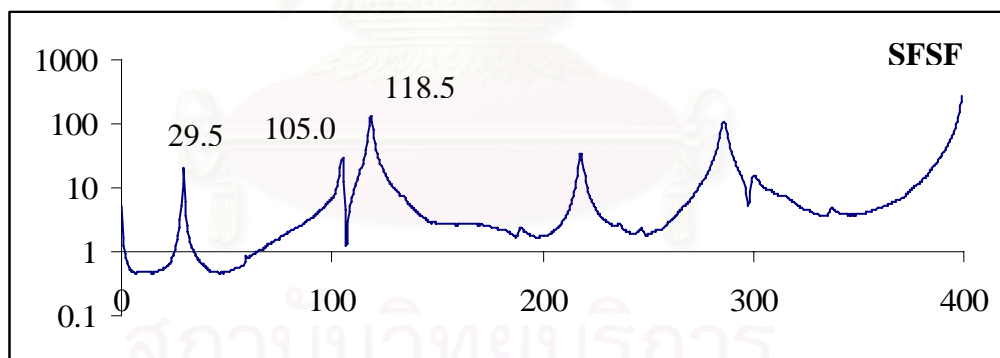
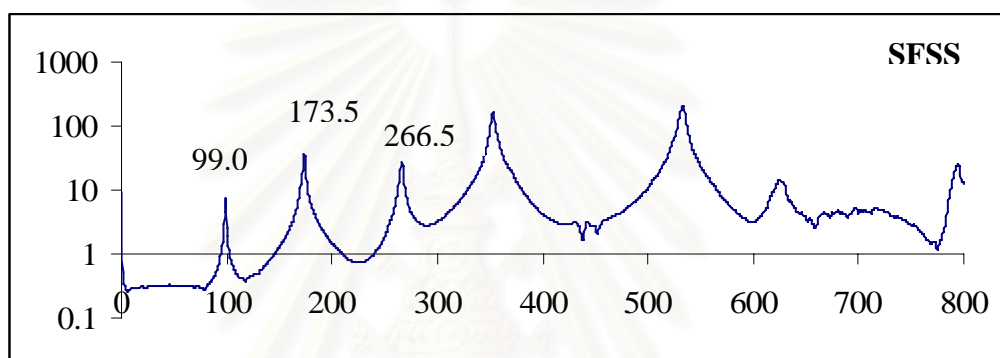
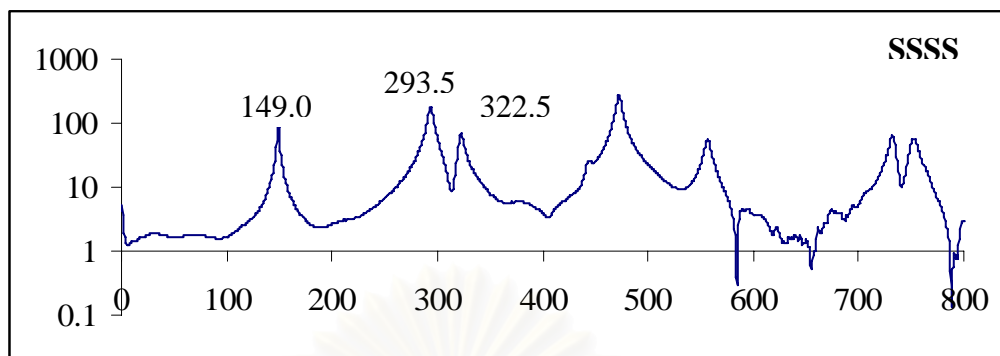
แผ่นอลูมิเนียม 2 มม. ขนาด 200x200 มม.²



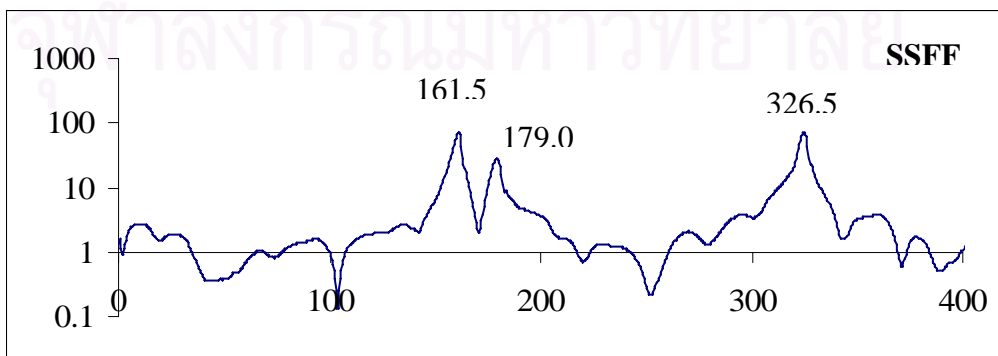
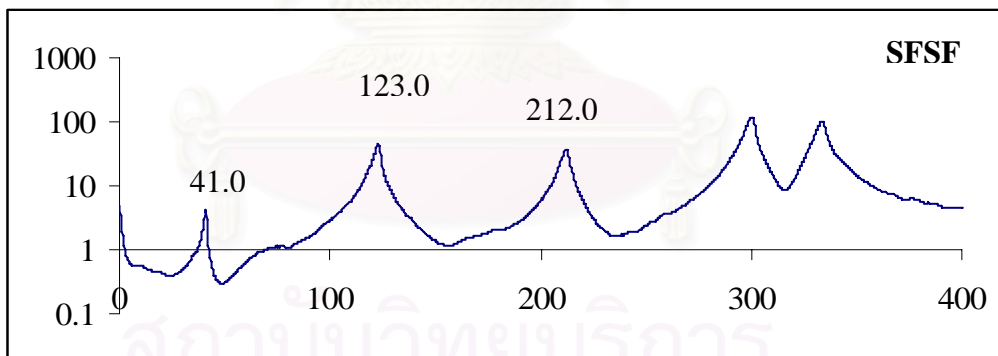
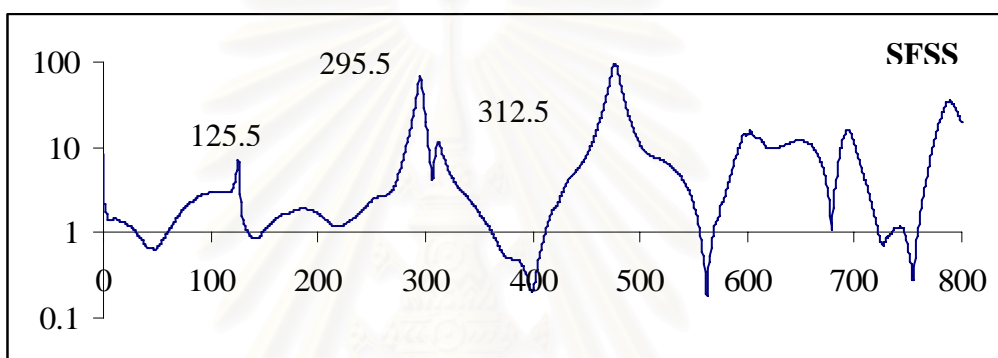
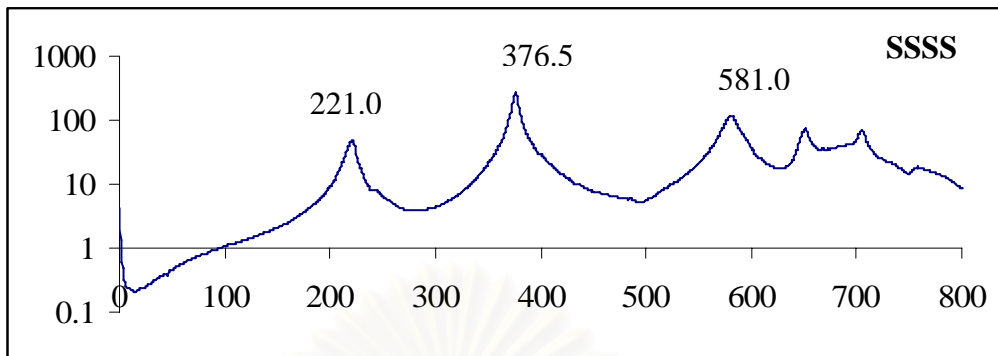
แผ่นอลูมิเนียม 2 มม. ขนาด 250x250 มม.²



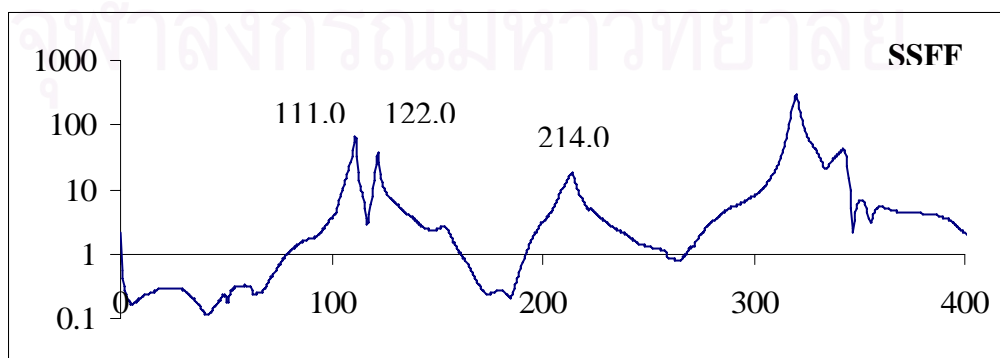
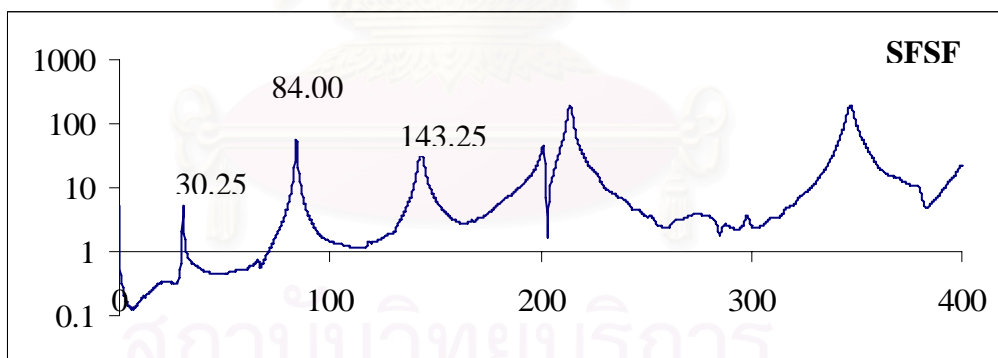
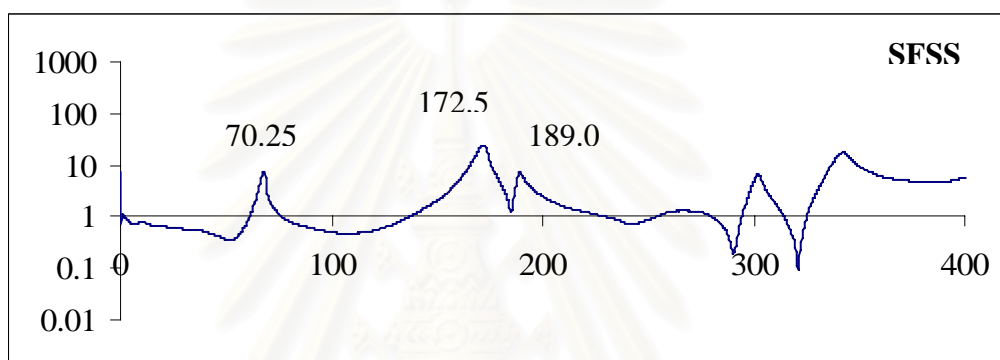
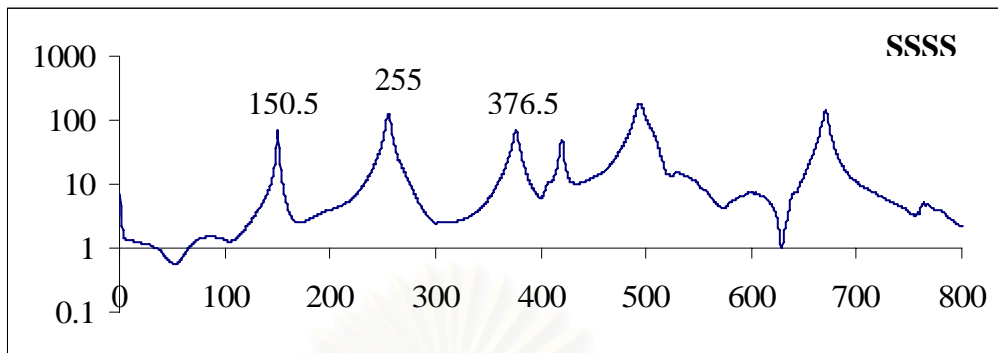
แผ่นอลูมิเนียม 2 มม. ขนาด 300x300 มม.²



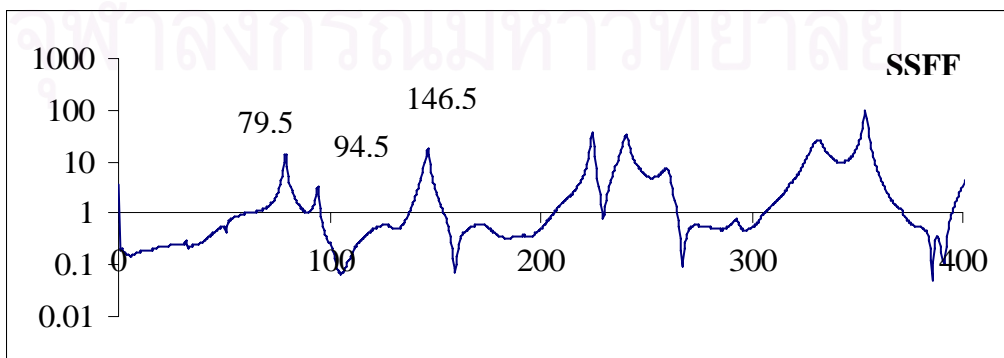
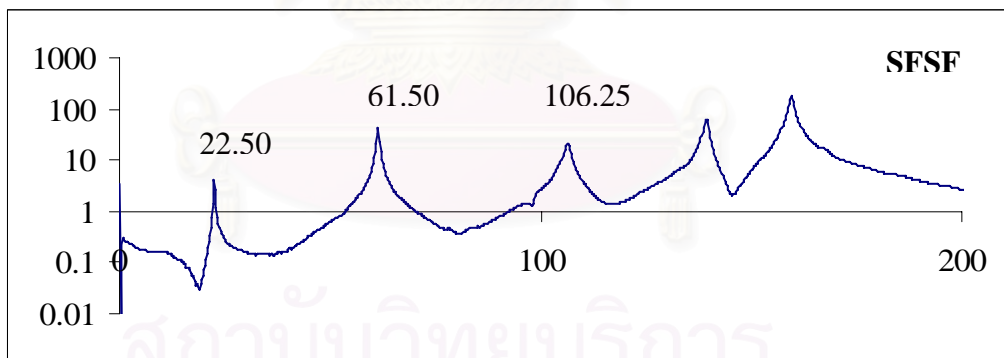
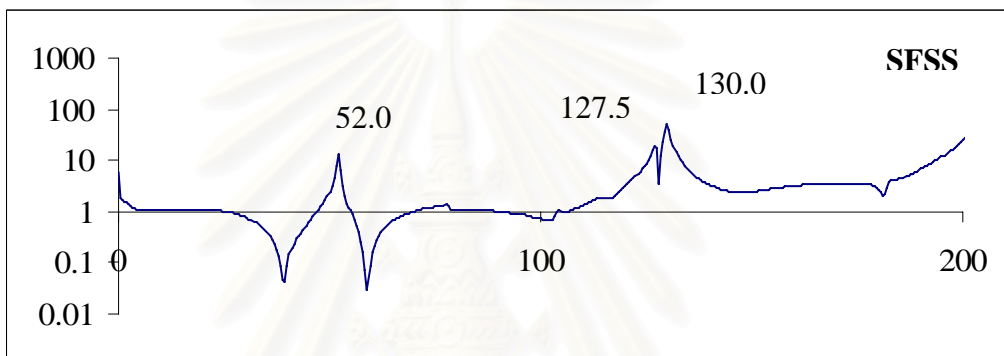
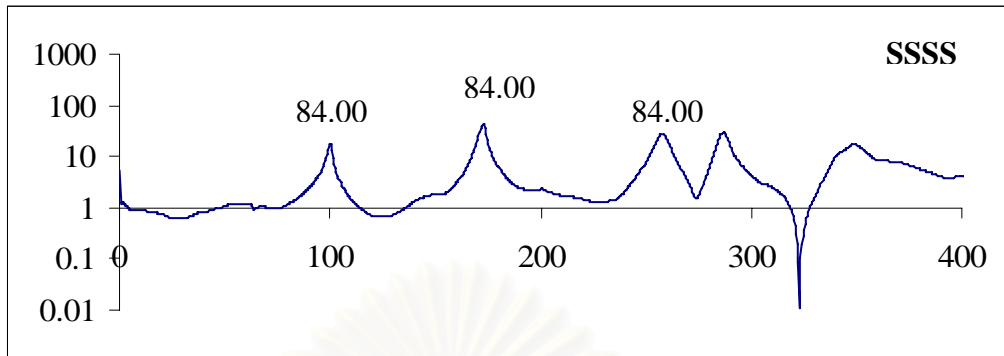
แผ่นอลูมิเนียม 2 มม. ขนาด 300x200 มม.²



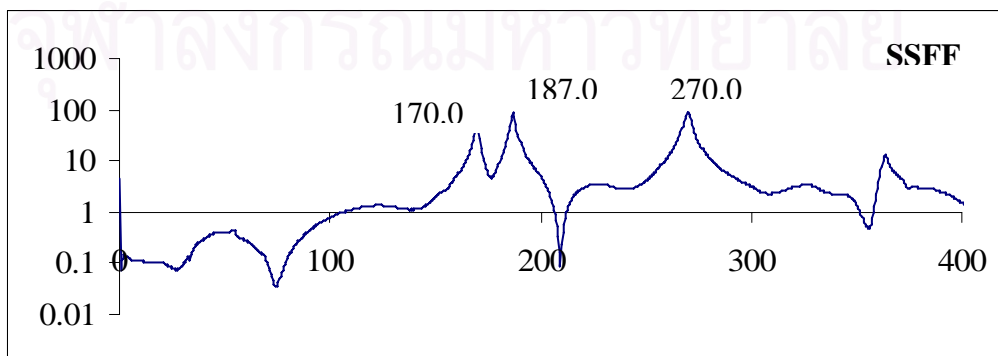
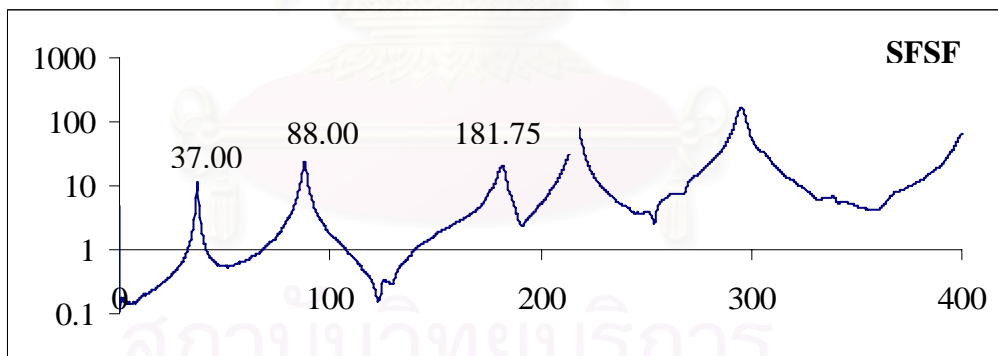
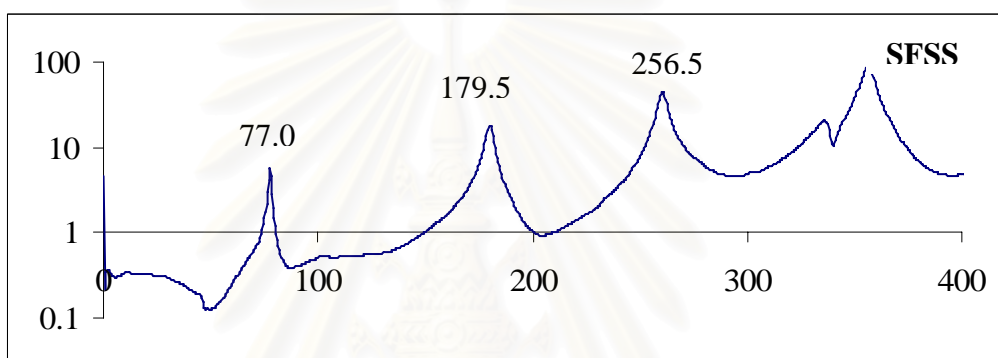
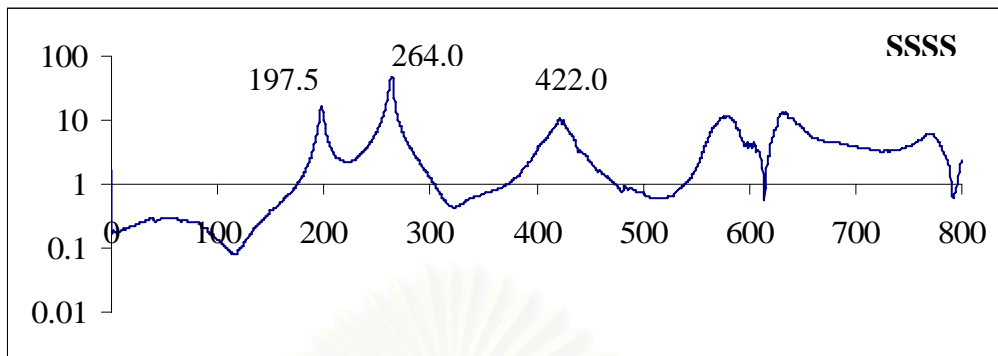
แผ่นอลูมิเนียม 2 มม. ขนาด 375x250 มม.²



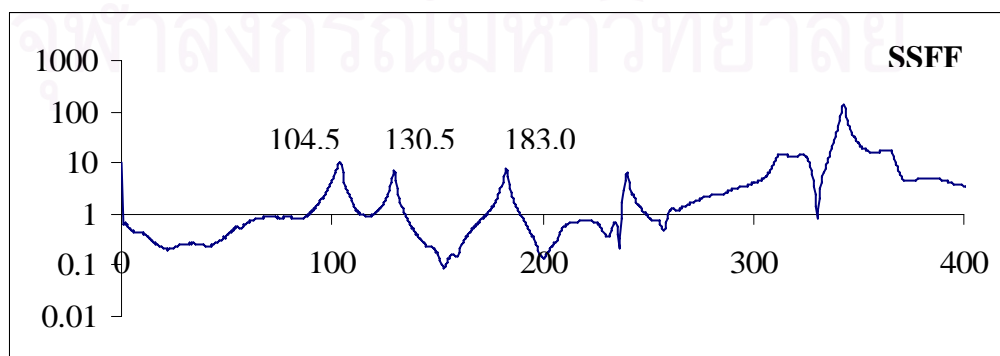
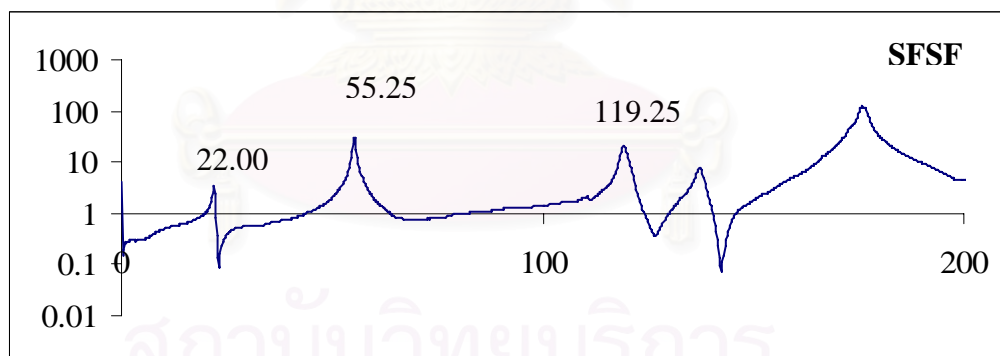
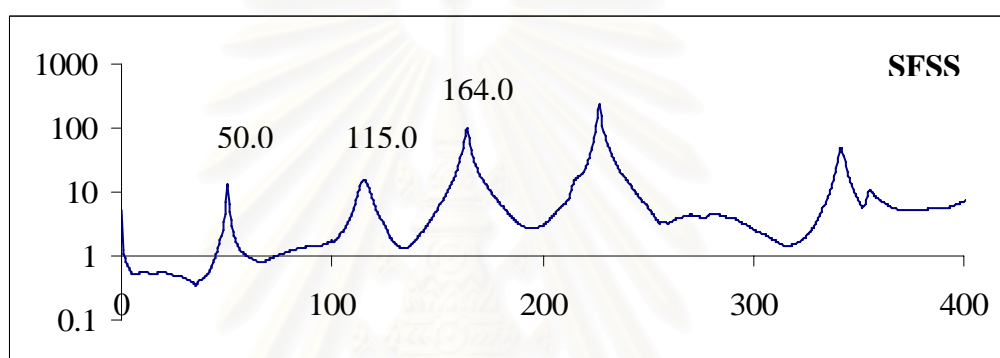
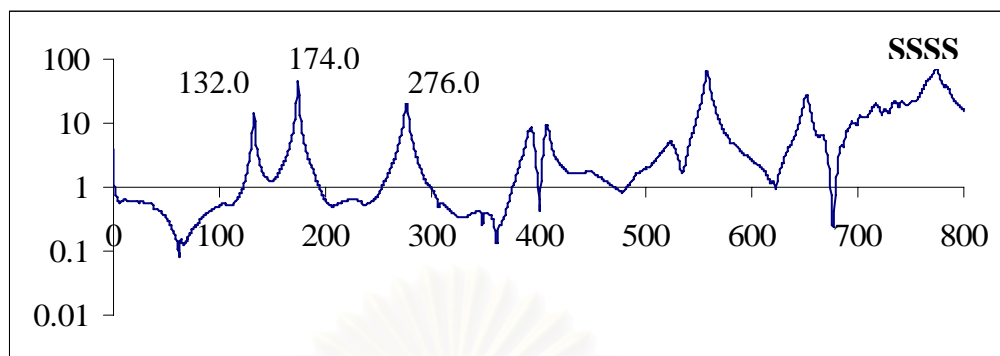
แผ่นอลูมิเนียม 2 มม. ขนาด 450x300 มม.²



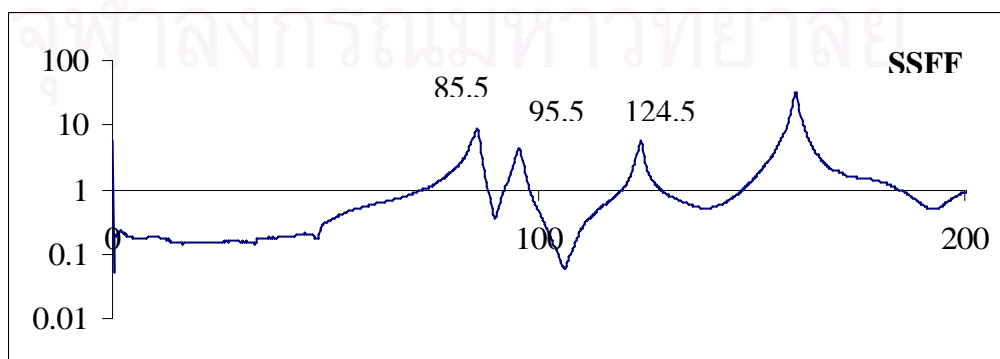
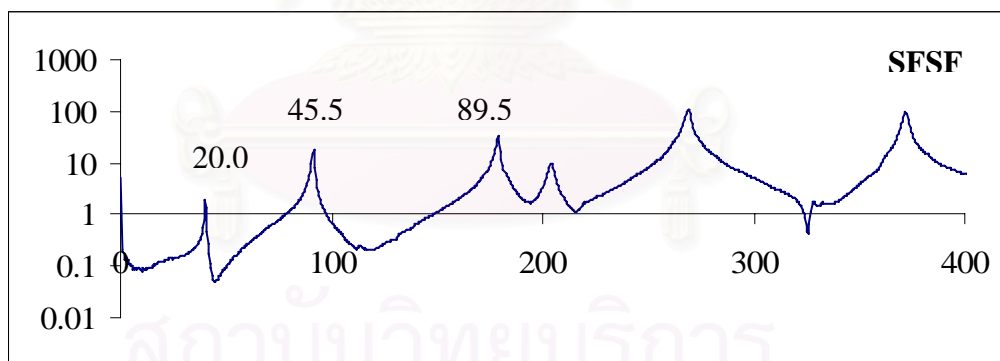
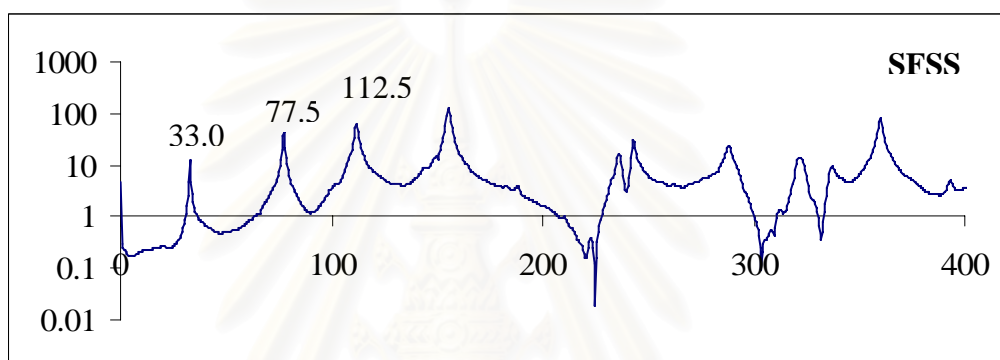
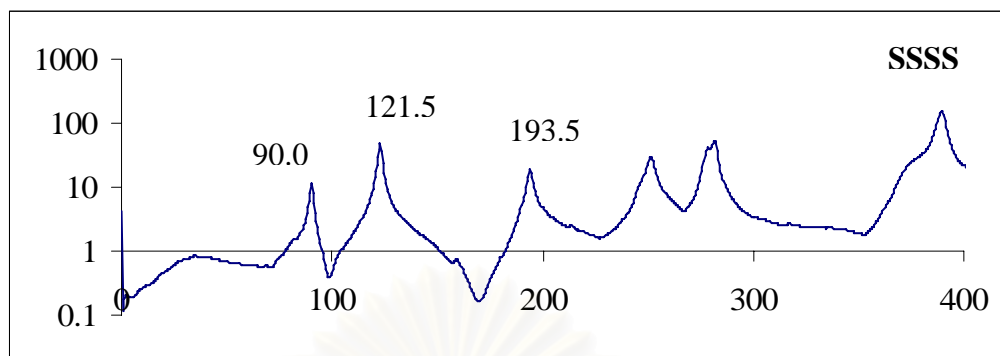
แผ่นอลูมิเนียม 2 มม. ขนาด 400x200 มม.²



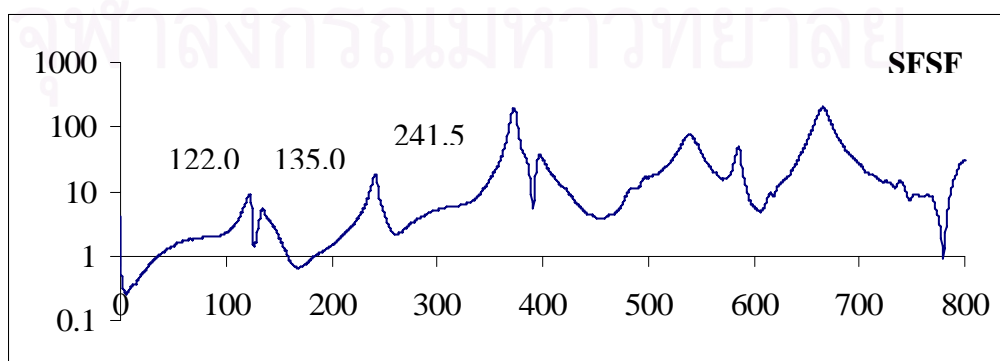
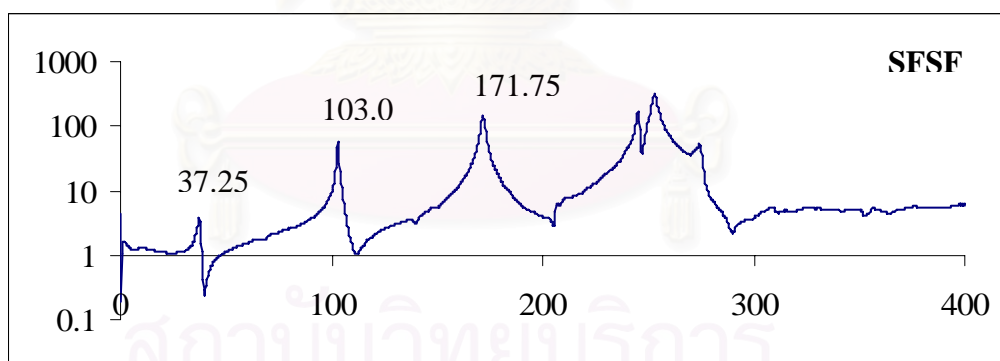
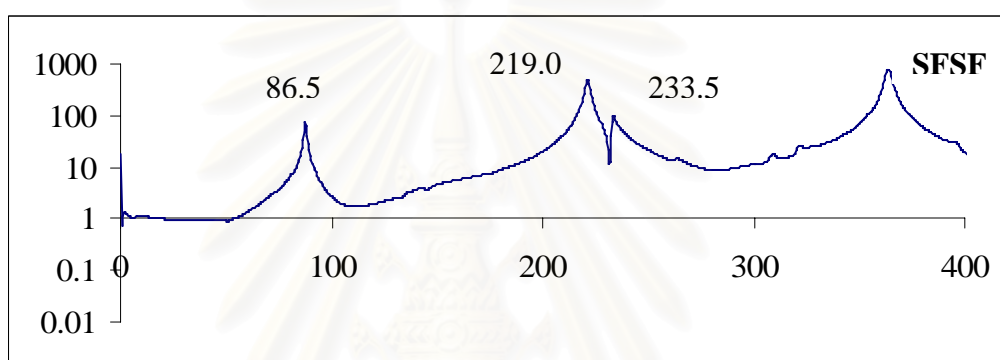
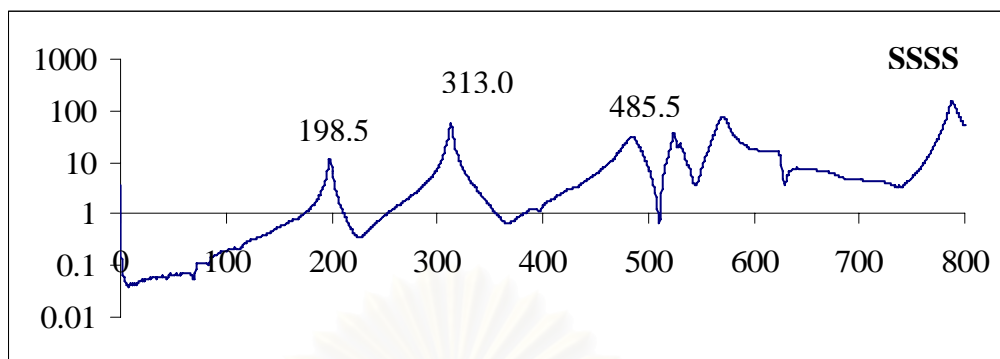
แผ่นอลูมิเนียม 2 มม. ขนาด 500x250 มม.²



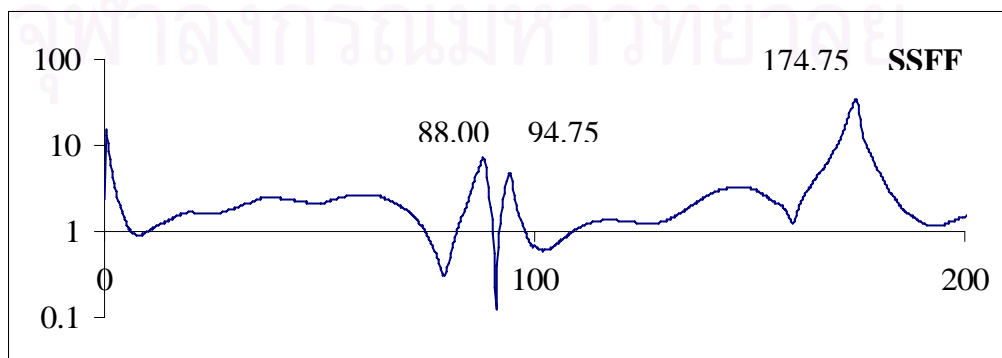
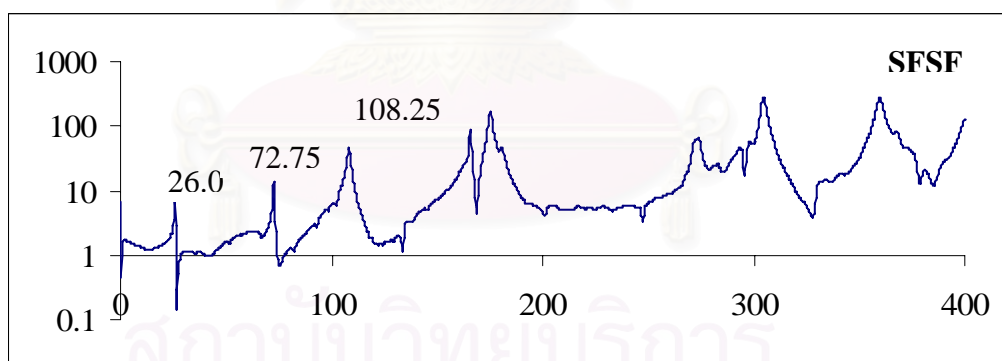
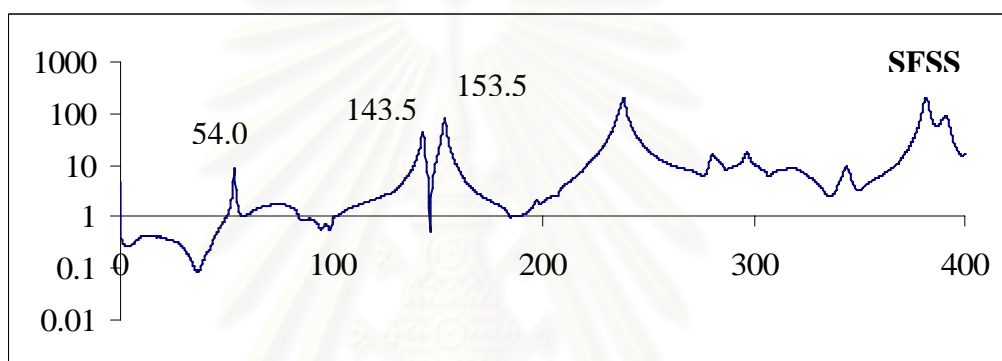
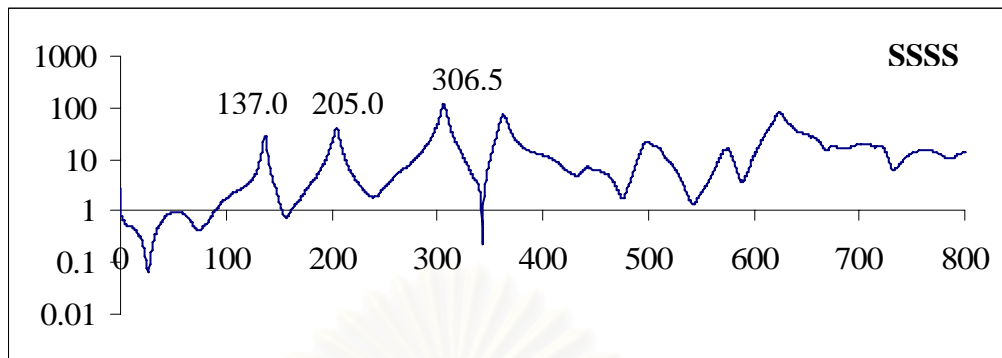
แผ่นอลูมิเนียม 2 มม. ขนาด 600x300 มม.²



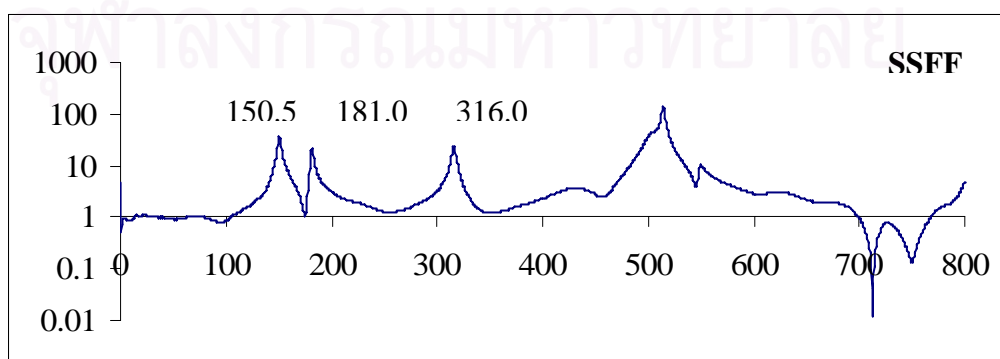
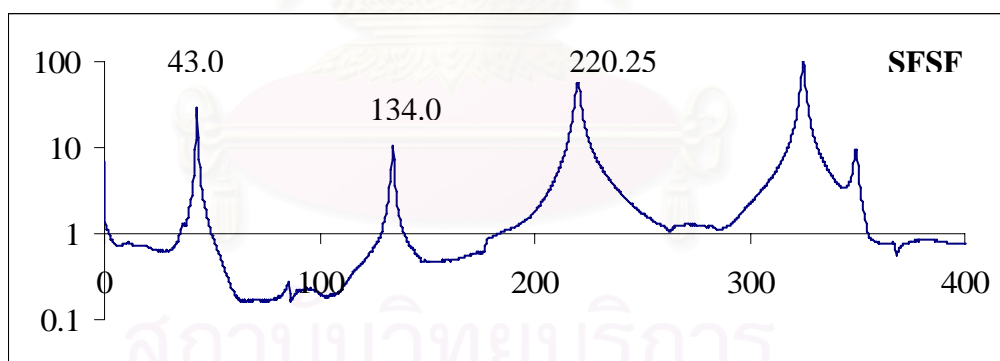
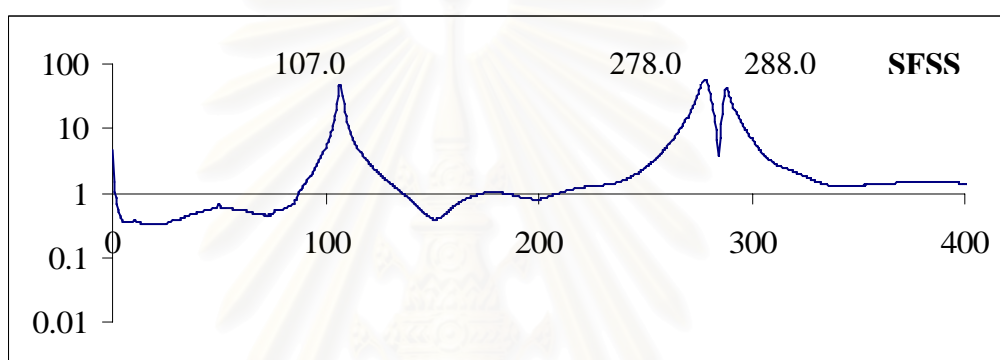
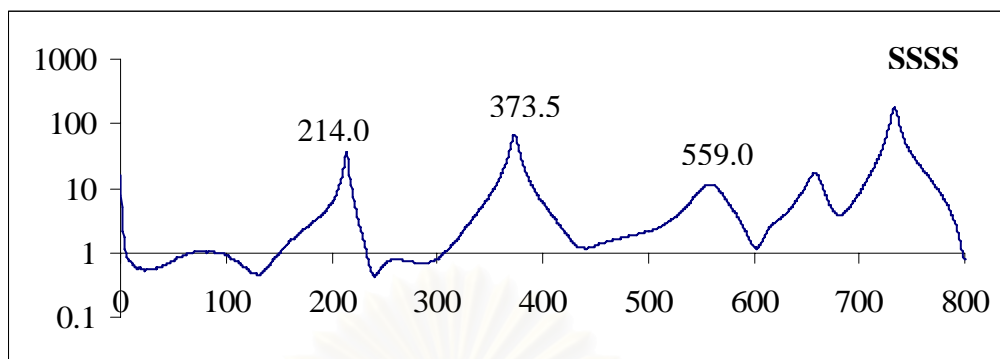
แผ่นอลูมิเนียม 1.5 มม. ขนาด 300x200 มม.²



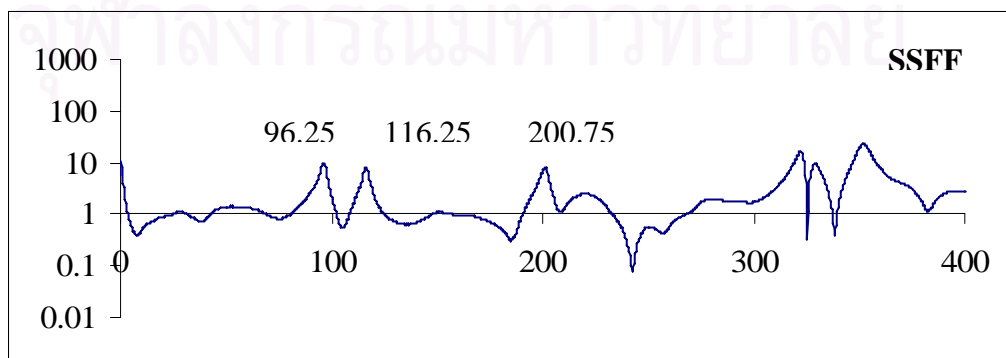
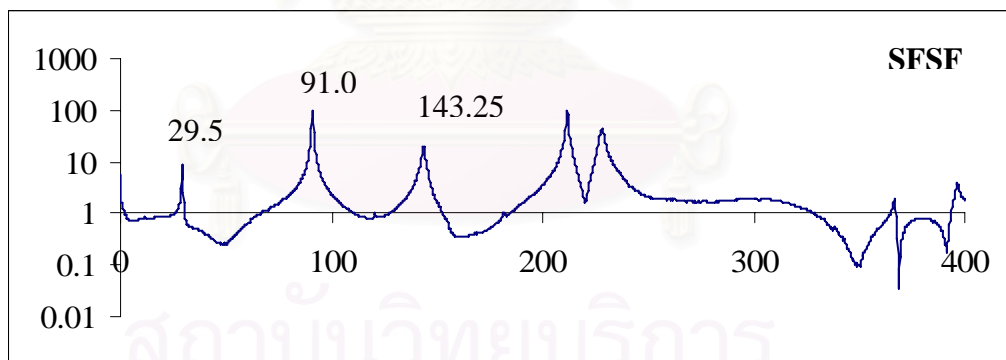
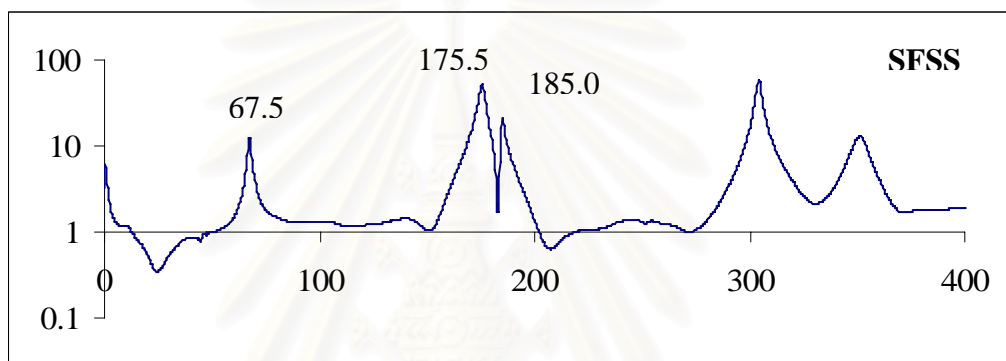
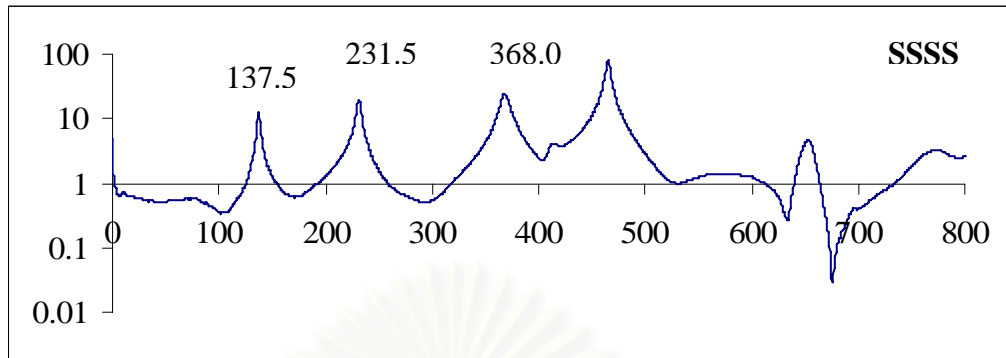
แผ่นอลูมิเนียม 1.5 มม. ขนาด 375x250 มม.²



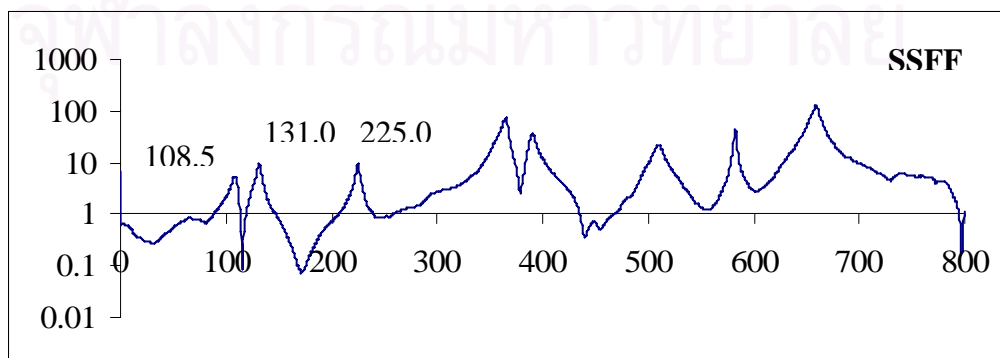
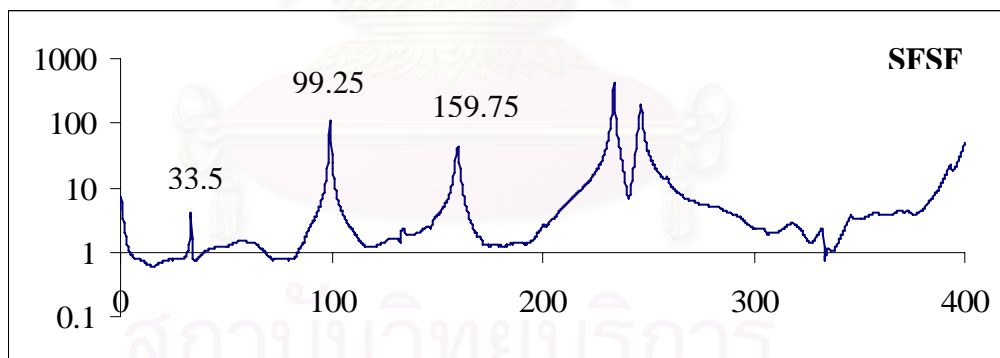
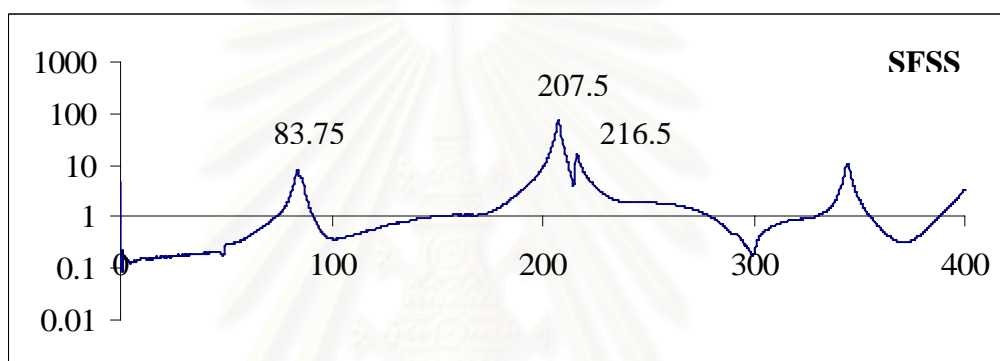
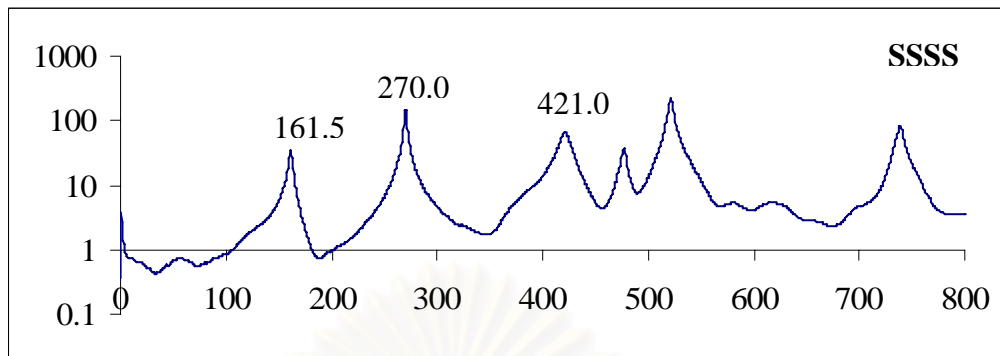
แผ่นเหล็ก ขนาด 300x200 มม.²



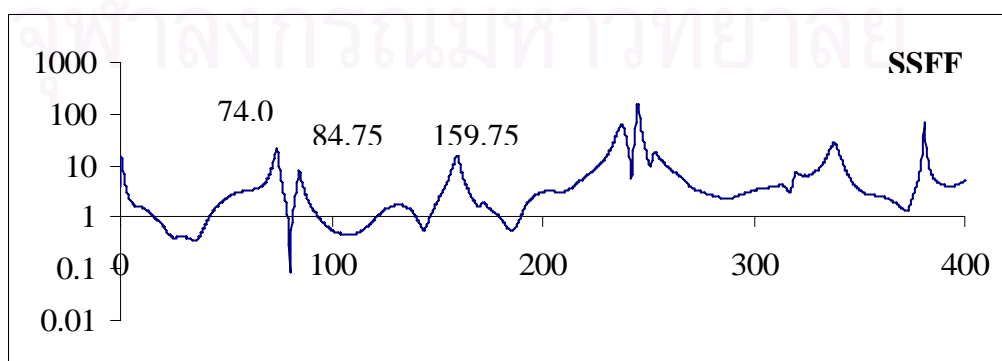
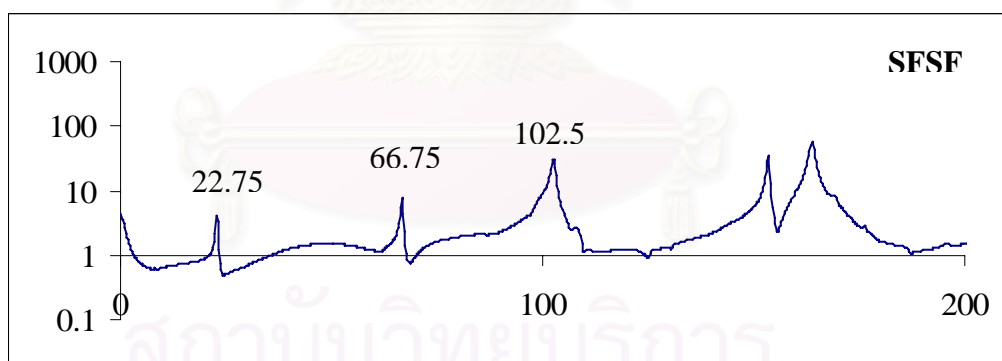
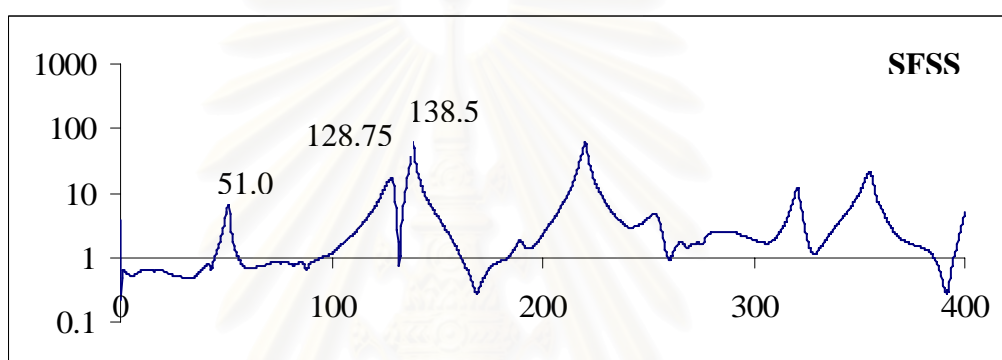
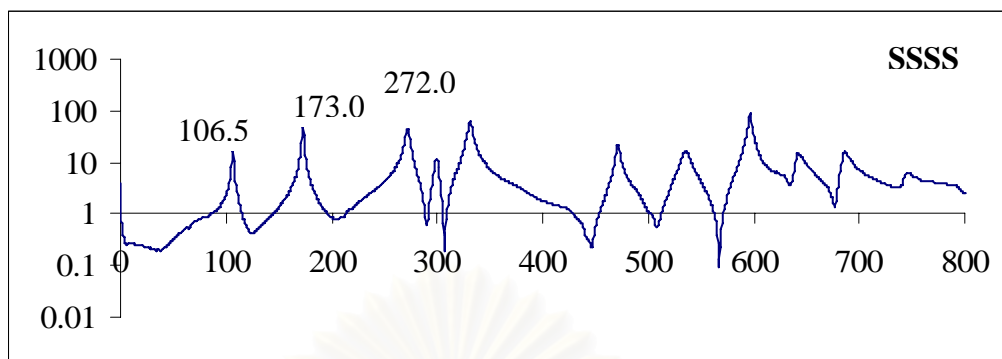
แผ่นเหล็ก ขนาด 375x250 มม.²



แผ่นสแตนเลส304 ขนาด 300x200 มม.²



แผ่นสแตนเลส304 ขนาด 375x250 มม.²



ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นายอนวัช ฌ สงขลา เกิดเมื่อวันที่ 29 มกราคม 2519 ที่จังหวัดกรุงเทพมหานคร สำเร็จการศึกษาปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาวิศวกรรมเครื่องกล จากภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ เมื่อปีการศึกษา 2542 และเข้าศึกษาต่อในหลักสูตรวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย เมื่อปีการศึกษา 2546



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย