บทที่ 1

บทนำ

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

ในบริษัทประกันชีวิต หน่วยงานที่มีความสำคัญและมีบทบาทอย่างมากก็คือ หน่วยงานทางด้านคณิตศาสตร์ประกันภัย เนื่องจากหน่วยงานนี้เป็นหน่วยงานที่มีหน้าที่กำหนดราคาสินค้าของบริษัท หรือที่เรียกว่าอัตราเบี้ยประกันภัย (Premium Rate) ซึ่งในการกำหนดอัตราเบี้ยประกันภัยถ้ากำหนดต่ำเกินไปอาจก่อให้เกิดปัญหาเกี่ยวกับความมั่นคงของบริษัท แต่ถ้ากำหนดอัตราเบี้ยประกันภัยสูงเกินไป บริษัทอาจต้องสูญเสียส่วนแบ่งตลาด นอกจากนี้ หน่วยงานด้านคณิตศาสตร์ประกันภัยยังมีหน้าที่ในการคำนวนเงินสำรอง (Reserve) ซึ่งเป็นเงินที่บริษัทจะต้องเตรียมไว้ให้เพียงพอที่จะจ่ายผลประโยชน์ตามกรมธรรม์ในอนาคต คำนวณมูลค่าที่รับไม่ได้ (Nonforfeiture Value) วิเคราะห์สินทรัพย์ (Asset share Analysis) และอื่น ๆ ซึ่งการคำนวณค่าต่าง ๆ เหล่านี้ มีปัจจัยที่นำมาใช้ในการคำนวณหลายปัจจัยด้วยกัน แต่มีปัจจัยหนึ่งที่มีความสำคัญมากต่อการคำนวณ คือ ตารางมรณะ (Mortality Table) ตารางมรณะเป็นตารางที่แสดงลำดับของค่าความน่าจะเป็นที่คนอายุ x ปี จะเสียชีวิตภายใน 1 ปีข้างหน้า หรือ q_x ดังนั้นค่า q_x ที่จะนำมาใช้ในการคำนวณควรเป็นค่าที่มีค่าใกล้เคียงกับความเป็นจริงมากที่สุด เพื่อทำให้ผลการคำนวณมูลค่าต่างๆ ดังกล่าวข้างต้นมีความถูกต้อง เที่ยงตรง และเหมาะสม

การคำนวณหาค่าจริง q_x ในทางปฏิบัติทำได้ยากต้องใช้เวลานานและเสียค่าใช้จ่ายสูง ดังนั้นนักคณิตศาสตร์จึงแก้ปัญหานี้ด้วยการหาค่า q'_x ซึ่งเป็นค่าประมาณของ q_x ขึ้นมาแทน โดยการกำหนดช่วงเวลาที่สนใจศึกษา (Observation Period) เป็นช่วงเวลาจำกัด และจดบันทึกข้อมูลระยะเวลาที่จะมีชีวิตอยู่ต่อไปในอนาคตของคนที่อยู่ภายใต้ช่วงเวลาที่ศึกษานี้ ข้อมูลที่เก็บบันทึกนี้เป็นข้อมูลที่ไม่สมบูรณ์ (Incomplete Data) หรือข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวา (Censored Data) เนื่องมาจากหลายสาเหตุ เช่น การครบกำหนดอายุของกรมธรรม์ (Mature) การถอนตัวก่อนสิ้นสุดช่วงเวลาที่ศึกษา (Withdrawal) และการมีชีวิตอยู่รอดจนสิ้นสุดช่วงเวลาที่ศึกษา (Ender) เป็นต้น

จากการศึกษางานวิจัยของคุณสมบัติ กุลวุฒิ ที่วิจัยเกี่ยวกับเรื่อง วิธีการประมาณความน่าจะเป็นที่จะเสียชีวิต สำหรับข้อมูลประกันชีวิตที่ไม่สมบูรณ์ พบว่า ค่าประมาณ q'_x ที่คำนวณได้จากวิธีการทางสถิติ 3 วิธี คือ วิธีการประมาณแบบคลาสสิค วิธีการประมาณแบบภาวะน่าจะเป็นสูงสุด และวิธีการประมาณแบบเบส์ มีความคลาดเคลื่อนจากความเป็นจริง และไม่ราบเรียบ นั่นคือ การหาค่า q'_x จากข้อมูลที่ไม่สมบูรณ์ มีผลทำให้ค่า q'_x คลาดเคลื่อนจากความเป็นจริง และลำดับของค่า q'_x ที่ได้ไม่ราบเรียบและสมเหตุสมผล เช่น อาจพบว่ามีค่า q'_x ของคนที่อายุต่ำกว่าบางอายุมีค่าสูงกว่าค่า q'_x ของคนที่มีอายุสูงกว่า หากนำค่า q'_x ที่ได้นี้ไปใช้ในการคำนวณค่าต่าง ๆ ดังกล่าวข้างต้น ก็อาจทำให้ผลการคำนวณผิดพลาดจากความเป็นจริง และขาดความน่าเชื่อถือได้ ดังนั้นการปรับแก้ค่า q'_x ให้มีความราบเรียบ มีความน่าเชื่อถือ สมเหตุสมผล และใกล้เคียงกับความเป็นจริงมากที่สุด จึงเป็นเรื่องจำเป็น และเป็นขั้นตอนที่นักคณิตศาสตร์ควรจะได้ทำก่อนที่จะนำค่า q'_x นี้ไปใช้ต่อไป

จากปัญหาดังกล่าว ผู้วิจัยสนใจที่จะศึกษาวิธีการปรับแก้ค่า q'_x ที่ได้จากข้อมูลที่ไม่สมบูรณ์ ซึ่งในที่นี้จะศึกษาในลักษณะของระยะเวลาที่จะมีชีวิตอยู่ต่อไปในอนาคต (Future Life Time, T) ภายใต้การแจกแจงแบบเอกซ์โพเนนเชียล (Exponential Distribution) ในลักษณะของข้อมูลไม่สมบูรณ์ภายใต้การแจกแจงของระยะเวลาถอนตัว 2 แบบ คือ การแจกแจงแบบสม่ำเสมอ (Uniform Distribution) และการแจกแจงแบบแกมมา (Gamma Distribution) และใช้วิธีการประมาณค่า q_x ด้วยวิธีการประมาณแบบภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (Maximum Likelihood Estimation) จากนั้นจะปรับแก้ค่า q'_x ที่ประมาณได้ด้วยวิธีการสถิติ 3 วิธี ซึ่งค่า q'_x ที่ปรับแก้แล้วคือ q''_x ดังต่อไปนี้

1. การปรับแก้แบบวิทแทคเกอร์ (Whittaker Graduation)
2. การปรับแก้แบบเบส์เซียน (Bayesian Graduation)
3. การปรับแก้แบบอินครีสซิ่งเบส์เซียน (Increasing Baysian Graduation)

<u>วัตถุประสงค์ของการวิจัย</u>

เพื่อศึกษาและเปรียบเทียบวิธีการปรับแก้ค่าความน่าจะเป็นที่คนอายุ x ปี จะเสียชีวิตภายใน 1 ปี สำหรับข้อมูลแบบไม่สมบูรณ์ ซึ่งจะเสนอตามวิธีที่กล่าวไว้ข้างต้น

สมมุติฐานของการวิจัย

การคำนวณค่า q'_x จากข้อมูลที่ไม่สมบูรณ์ทำให้ค่า q'_x ที่ได้ขาดความสมเหตุสมผล การปรับแก้ความน่าจะเป็นดังกล่าว ด้วยวิธีการปรับแก้แบบอินครีสซิ่งเบส์เซียน จะให้ค่าที่ปรับแก้แล้วมีความสมเหตุสมผลและเป็นไปได้มากกว่า วิธีการปรับแก้แบบเบส์เซียน และวิธีการปรับแก้แบบวิทแทคเกอร์

ข้อตกลงเบื้องต้น

1. ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ใช้การแจกแจงของ T (Future Life Time) เป็นการแจกแจงแบบเอกซ์โพเนนเชียล (Exponential Distribution) ซึ่งมี β เป็นพารามิเตอร์ และมีฟังก์ชันความหนาแน่นของระยะเวลาที่จะมีชีวิตอยู่ต่อไปในอนาคต ดังต่อไปนี้

$$f(t) = \begin{cases} \beta\, e^{-\beta t} & ,t \geq 0 \\ 0 & ,\text{อื่นๆ} \end{cases}$$

2. ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ใช้การแจกแจงของระยะเวลาการถอนตัว 2 แบบ ดังต่อไปนี้ คือ

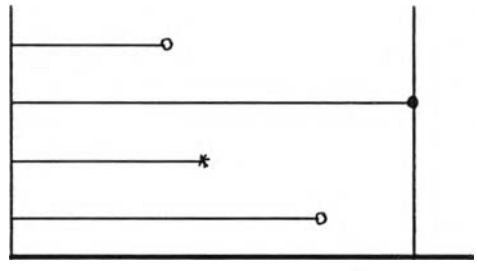
2.1 การแจกแจงแบบสม่ำเสมอ (Uniform Distributron) ในช่วง [0,1] และมีฟังก์ชันความหนาแน่น ดังต่อไปนี้

$$f(w) = \begin{cases} 1 & ,0 \leq w \leq 1 \\ 0 & ,\text{อื่นๆ} \end{cases}$$

2.2 การแจกแจงแบบแกมมา (Gamma Distribution) ซึ่งมี α_1 และ α_2 เป็นพารามิเตอร์ และมีฟังก์ชันความหนาแน่น ดังต่อไปนี้

$$f(w) = \begin{cases} \dfrac{\alpha_2^{\alpha_1}}{\Gamma(\alpha_1)} w^{\alpha_1 - 1} e^{-\alpha_2 w} & ,w \geq 0, \alpha_1 > 0, \alpha_2 > 0 \\ 0 & ,\text{อื่นๆ} \end{cases}$$

3. ในการวิจัยครั้งนี้ กำหนดให้ผู้ที่เข้ามาในช่วงเวลาที่สนใจเป็นจุดเดียวกัน คือ ที่จุดเวลา t = 0 แต่ละคนจะถูกสังเกตุจนกระทั่งเกิดเหตุการณ์ 3 เหตุการณ์ คือ เสียชีวิต การถอนตัวออกจากช่วง หรือ การมีชีวิตอยู่ ณ สิ้นช่วงการศึกษา



t = 0 สิ้นสุดการทดลอง

0 ผู้ที่ถอนตัวออกจากช่วงที่ศึกษา

* ผู้ที่ตายในช่วงที่ศึกษา

● ผู้ที่มีชีวิตอยู่ ณ สิ้นช่วงการศึกษา

4. สำหรับวิธีในการคำนวณค่า q'_x นั้น ผู้วิจัยจะคำนวณค่า q'_x ด้วยวิธีประมาณแบบภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (Maximum Likelihood Estimation)

<u>ขอบเขตของการวิจัย</u>

ในการวิจัยครั้งนี้ จะทำการวิจัยภายใต้ขอบเขต ดังนี้

1. การแจกแจงของระยะเวลาที่จะมีชีวิตอยู่ต่อไปในอนาคตที่นำมาใช้มีการแจกแจงแบบเอกซ์โพเนนเชียล(Exponential Distribution) ซึ่งมี β เป็นพารามิเตอร์

2. การแจกแจงสำหรับระยะเวลาการถอนตัวที่นำมาใช้ในการวิจัยมี 2 แบบ คือ

2.1 การแจกแจงแบบสม่ำเสมอ (Uniform Distribution) ในช่วง [0,1]

2.2 การแจกแจงแบบแกมมา (Gamma Distributron) ซึ่งมี 2 พารามิเตอร์ คือ α_1 และ α_2

3. ช่วงอายุที่สนใจศึกษา คือ 16 - 95 ปี

4. ขนาดตัวอย่างที่นำมาศึกษามี 6 ระดับ คือ 50 100 300 500 700 และ 1000

5. สัดส่วนการถอนตัวออกจากการศึกษามี 4 ระดับ คิดเป็นร้อยละ 10 20 30 และ 40

เกณฑ์การตัดสินใจ

ในการพิจารณาว่าวิธีการปรับค่า q'_x วิธีใดจะให้ค่าปรับที่ถูกต้องและสมเหตุสมผลกว่า จะพิจารณาจากการเปรียบเทียบค่าความคลาดเคลื่อนระหว่างค่าประมาณที่ปรับแล้ว q''_x กับค่า q_x ตามสมมติฐาน[1] ในรูปของค่าเฉลี่ยเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนสมบูรณ์(Mean Absolute Percentage Error , MAPE) วิธีการปรับวิธีใดให้ค่า MAPE ต่ำกว่า จะเป็นวิธีการปรับที่ดีกว่า

ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1. เพื่อเป็นแนวทางให้นักคณิตศาสตร์และผู้ที่สนใจศึกษา เลือกใช้วิธีการปรับแก้ค่าประมาณความน่าจะเป็นที่จะเสียชีวิต หรือ q'_x ได้อย่างมีประสิทธิภาพและเหมาะสม

2. เพื่อเป็นแนวทางให้นักคณิตศาสตร์ นำวิธีการปรับแก้ไปประยุกต์ใช้ในการปรับแก้ค่าประมาณความน่าจะเป็นอื่น ๆ เช่น ค่าประมาณอัตราการทุพพลภาพ (Mobility Rate) ค่าประมาณความน่าจะเป็นที่จะเกิดโรคหัวใจ ค่าประมาณความน่าจะเป็นที่จะเกิดโรคมะเร็ง หรือ ค่าประมาณความน่าจะเป็นที่จะเกิดโรคร้ายแรงอื่น ๆ เป็นต้น

3. เพื่อเป็นแนวทางให้ผู้ที่สนใจศึกษาได้ทำการวิจัยต่อไป

---

[1] Table of Mortality CSO 1958 Standard Ordinary

หอสมุดกลาง สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย