

บทที่ 2

การสังเคราะห์พื้นผิวงานสะท้อน

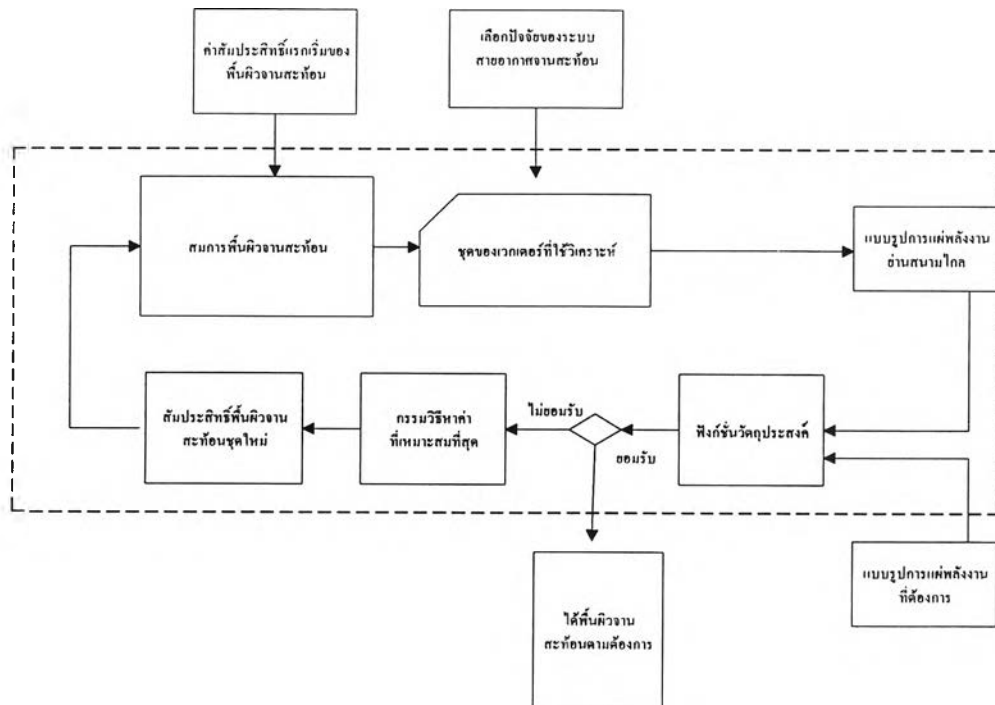
การสังเคราะห์พื้นผิวงานสะท้อนสามารถทำได้ 3 วิธี ได้แก่วิธีทัศนศาสตร์เรขาคณิต การหาค่าเหมาะสมที่สุดของวิภาคบนระนาบหน้างานสะท้อน[1] และการหาค่าเหมาะสมที่สุดของสัมประสิทธิ์ของสมการพื้นผิวงานสะท้อน เพื่อไม่ให้เกิดปัญหาเนื่องจากการตัดกันของรังสีและปัญหาเนื่องจากความถูกต้องของแบบรูปการแผ่พลังงานที่สังเคราะห์ได้ และความไม่ต่อเนื่องของวิภาคบนระนาบหน้างานสะท้อน ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้จึงได้เลือกการจัดรูปลาคัสในการหาค่าเหมาะสมที่สุดของสัมประสิทธิ์สมการพื้นผิวงานสะท้อน ในการจัดรูปลาคัสสนใจเพียงลาคัสช่วงพหุหลักเท่านั้น ดังนั้นจึงได้ใช้ทัศนศาสตร์กายภาพสำหรับการสังเคราะห์พื้นผิวงานสะท้อนจะทำให้กรรมวิธีสังเคราะห์พื้นผิวงานสะท้อนสะดวกขึ้น ส่วนการวิเคราะห์แบบรูปการแผ่พลังงานจะใช้ทฤษฎีการเลี้ยวเบนเชิงกายภาพเพื่อให้ได้แบบรูปการแผ่พลังงานที่ถูกต้องมากขึ้น เนื้อหาบทนี้จะกล่าวถึง การสังเคราะห์พื้นผิวงานสะท้อนโดยทัศนศาสตร์กายภาพเพื่อหาค่าเหมาะสมที่สุดของสัมประสิทธิ์พื้นผิวงานสะท้อน หลังจากนั้นจะกล่าวถึงระเบียบวิธีวิเคราะห์ สำหรับการคำนวณแบบรูปการแผ่พลังงานทั้งทัศนศาสตร์กายภาพและทฤษฎีการเลี้ยวเบนเชิงกายภาพ และกล่าวถึงลักษณะทางเรขาคณิตของระบบสายอากาศงานสะท้อน ส่วนท้ายบทจะกล่าวถึงระบบพิกัดของจุดสังเกตแต่พอสังเขป

การสังเคราะห์พื้นผิวงานสะท้อน

พื้นผิวของงานสะท้อนที่ต้องการจะเป็นพื้นผิวที่เกิดจากการประมาณรูปร่างพื้นผิวด้วยสมการทางคณิตศาสตร์ในรูปผลรวมของฟังก์ชันเชิงตั้งฉาก คู่กับค่าสัมประสิทธิ์ของแต่ละพจน์นั้น รูปแบบสมการสำหรับการประมาณรูปร่างพื้นผิวงานสะท้อนได้แก่ QPS, JPSE, และ PFS [6] สมการพหุนาม PFS จะใช้จำนวนรอบในการคำนวณหาค่าตอบน้อยกว่าอีก 2 แบบ และการจัดรูปสมการรวมทั้งการหาอนุพันธ์ของสมการชนิดนี้ทำได้ง่ายและสะดวกกว่า สำหรับในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ จึงเลือกใช้สมการพื้นผิวงานสะท้อน PFS ซึ่งอยู่ในรูปสมการพหุนามอันดับสามรวมกับฮาร์มอนิกฟูรีเยร์ดังนี้

$$z(x,y)=a_1x+a_2x^2+a_3x^3+a_4y+a_5y^2+a_6y^3+a_7xy+a_8xy^2+a_9yx^2+\sum_{r=1}^{N_x}\sum_{s=1}^{N_y}C_{rs}f_r(x)f_s(y) \quad (2.1)$$

โดยที่ $f_r(x)=1, \cos(x), \sin(x), \cos(2x), \sin(2x), \dots, \cos(nx), \sin(nx)$ สำหรับ $r=1,2,3,\dots,N_x$, $f_s(y)=1, \cos(y), \sin(y), \cos(2y), \sin(2y), \cos(ny), \sin(ny)$ สำหรับ $s=1,2,3,\dots,N_y$ (x,y,z) คือตำแหน่งในระบบพิกัดฉากของงานสะท้อน รูปร่างของพื้นผิวงานสะท้อนจึงขึ้นกับค่าสัมประสิทธิ์ในสมการ (2.1) จำนวนพจน์ $(N_x \times N_y)$ ในสมการ (2.1) มีผลต่อความสามารถในการสร้างลาคัลีนของพื้นผิวงานสะท้อนที่สังเคราะห์ได้ Bergman and Hasselmann [8] พบว่าการใช้จำนวนพจน์ฮาร์มอนิกฟูรีเยร์มากเกินไปในสมการพื้นผิวงานสะท้อนจะทำให้เกิดการสั่นไหวอย่างมากของพูข้างในแบบรูปการแผ่พลังงานซึ่งทำให้เกิดความเพี้ยนของแบบรูปการแผ่พลังงานมากขึ้น และ Brown [16] พบว่าถ้าใช้จำนวนจุดสังเกต(N) มากกว่าจำนวนพจน์ฮาร์มอนิกฟูรีเยร์ $(N_x \times N_y)$ จะทำให้แบบรูปการแผ่พลังงานที่สังเคราะห์ได้ถูกต้องมากขึ้น



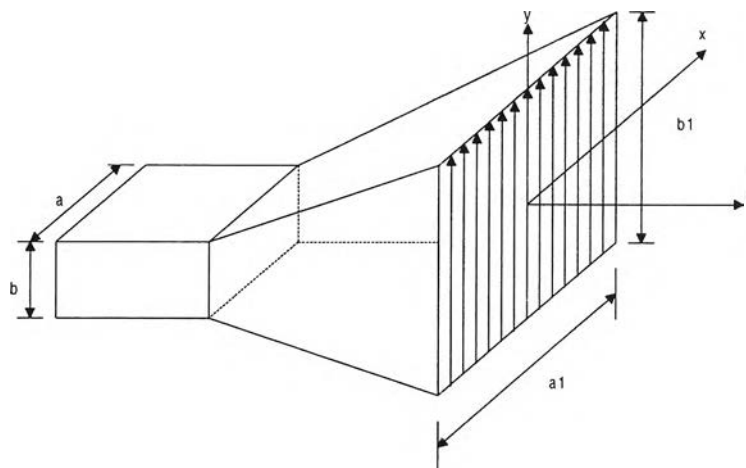
รูป 2.1 ขั้นตอนการหาสัมประสิทธิ์สมการพื้นผิวของงานสะท้อนโดยกรรมวิธีหาค่าเหมาะสมที่สุด

ค่าสัมประสิทธิ์สมการพื้นผิวงานสะท้อน สามารถหาได้จากกรรมวิธีหาค่าเหมาะสมที่สุดดังรูป 2.1 การคำนวณหาค่าตอบเริ่มจากกำหนดค่าปัจจัยของระบบสายอากาศงานสะท้อนได้แก่

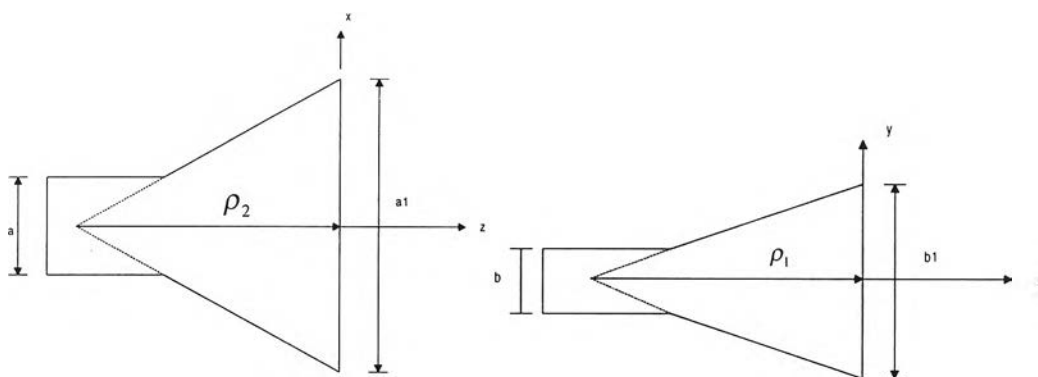
1. ความถี่ปฏิบัติการ สำหรับการใช้งานในช่วงความถี่ C จะอยู่ในช่วง 4-6 GHz และสำหรับการใช้งานในช่วงความถี่ Ku จะอยู่ในช่วง 12-14 GHz
2. ลักษณะพื้นที่ครอบคลุม
3. อัตราขยายที่ต้องการของระบบสายอากาศ
4. ขนาดของงานสะท้อน โดยที่ขนาดของงานสะท้อนยังมีขนาดใหญ่จะทำให้ลำคลื่นที่ออกจากสายอากาศแคบลง อัตราขยายของระบบสายอากาศจะสูงขึ้น
5. ระยะโฟกัสของสายอากาศงานสะท้อน
6. ชนิดของสายอากาศป้อนกำลังคลื่น สายอากาศที่นำมาใช้เป็นสายอากาศป้อนกำลังคลื่นมีหลายชนิดขึ้นอยู่กับนำไปใช้งาน ซึ่งอาจเป็นสายอากาศที่มีโพลาริเซชันเป็นเชิงเส้น หรือวงกลมก็ได้ รูปแบบการกระจายสนามไฟฟ้าของสายอากาศป้อนกำลังคลื่นในรูปทั่วไปแบ่งได้ดังนี้[14] สายอากาศโคไซน์กำลังต่างๆ สายอากาศโคไซน์ขนาดสั้นมาก สายอากาศเอกรูปและในส่วนของบทที่ 4 ของวิทยานิพนธ์นี้ กล่าวถึงผลการวัดและทดสอบสายอากาศงานสะท้อนเดี่ยวตัดรูปที่สร้างขึ้น ดังนั้นจึงต้องสร้างสายอากาศป้อนขึ้น ซึ่งได้เลือกเป็นชนิดสายอากาศปากแตรรูปทรงพีระมิด[9]เนื่องจากแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศปากแตรรูปทรงพีระมิดมีรูปร่างใกล้เคียงกับการกระจายสนามไฟฟ้าของสายอากาศป้อนกำลังคลื่นในรูปโคไซน์กำลังต่างๆ ลักษณะโครงสร้างสายอากาศป้อนเป็นดังรูป 2.2

ในการคำนวณหาคำตอบของกรรมวิธีหาค่าเหมาะสมที่สุด นอกจากต้องทราบค่าปัจจัยของระบบสายอากาศงานสะท้อนดังกล่าวไว้แล้วนั้น จำเป็นต้องกำหนดคำตอบครั้งแรกของสมการพื้นผิวงานสะท้อน (2.1) เพื่อให้สามารถดำเนินการวนซ้ำจนได้คำตอบ ในที่นี้คือค่าสัมประสิทธิ์พื้นผิวงานสะท้อนเพื่อหาพื้นผิวโดยประมาณ สำหรับการคำนวณหาแบบรูปการแผ่พลังงานของระบบสายอากาศจะใช้ทัศนศาสตร์กายภาพ แล้วนำแบบรูปการแผ่พลังงานที่คำนวณได้ไปเปรียบเทียบกับแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศที่ต้องการ ซึ่งมีได้ สองรูปแบบได้แก่ แบบลำคลื่นวงรอบ (contoured beam) และลำคลื่นดินสอด (pencil beam) ผลต่างหรือความผิดพลาดที่เกิดขึ้นแสดงในรูปแบบที่เรียกว่า ฟังก์ชันวัตถุประสงค์(objective function) ซึ่งเป็นค่าผลรวมของผลต่างของอัตราขยายที่คำนวณได้ กับอัตราขยายที่ต้องการที่ตำแหน่งต่างๆของจุดสังเกต ฟังก์ชันวัตถุประสงค์จึงเป็นฟังก์ชันของตัวแปรสัมประสิทธิ์สมการพื้นผิวงานสะท้อนที่ตำแหน่งต่างๆซึ่งเขียนได้เป็นนิพจน์ในสมการ (2.2)

$$F(\text{position, coefficient}) = \sum_{\text{position}} |\text{Gain} - \text{Gain}_{\text{desired}}| \quad (2.2)$$



(ก) โครงสร้างของสายอากาศปากแตรรูปทรงพีระมิด



ระนาบสนามแม่เหล็ก

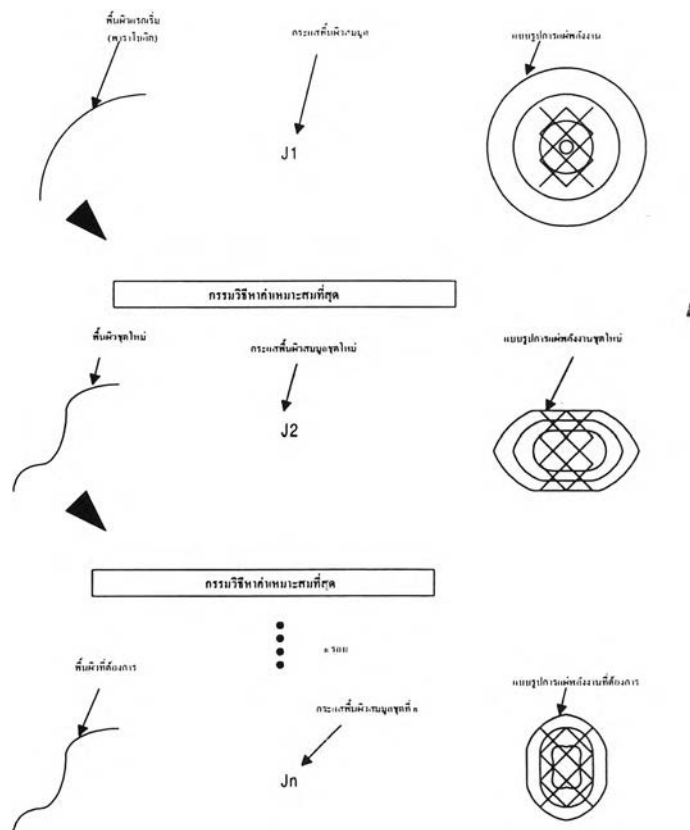
ระนาบสนามไฟฟ้า

ข ภาพฉายของสายอากาศปากแตรรูปทรงพีระมิดในระนาบสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็ก

รูป 2.2 สายอากาศป้อนที่ใช้ในวิทยานิพนธ์นี้

ถ้าฟังก์ชันวัตถุประสงค์มีค่าน้อยกว่าที่ยอมรับได้ ค่าสัมประสิทธิ์เหล่านั้นก็จะเป็นคำตอบในการประมาณรูปร่างพื้นผิวงานสะท้อน แต่ถ้าฟังก์ชันวัตถุประสงค์ที่เกิดขึ้น มีค่ามากกว่าที่ยอมรับได้ จะต้องนำค่าสัมประสิทธิ์เหล่านี้ไปหาคำตอบใหม่โดยกรรมวิธีหาค่าเหมาะสมที่สุด เพื่อให้แบบรูปการแผ่พลังงานที่คำนวณได้ใกล้เคียงกับแบบรูปการแผ่พลังงานที่ต้องการมากที่สุด เมื่อทำซ้ำแบบนี้จนได้ค่าสัมประสิทธิ์ที่ต้องการแล้วจึงจะนำมาใช้สังเคราะห์รูปร่างพื้นผิวงานสะท้อนได้ ลักษณะการปรับตัวของพื้นผิวงานสะท้อนเพื่อให้ได้แบบรูปการแผ่พลังงานที่ต้องการแสดงดังรูป 2.3 สำหรับกรรมวิธีหาค่าเหมาะสมที่สุด สามารถแบ่งออกเป็น 2 ประเภทได้แก่ แบบไม่มีเงื่อนไข

ไขว้บังคับ(unconstrained optimization) และแบบมีเงื่อนไขไขว้บังคับ(constrained optimization)[18] ในที่นี้ต้องใช้แบบมีเงื่อนไขไขว้บังคับ เนื่องจากต้องพิจารณาความเป็นไปได้ของคำตอบที่คำนวณได้คือรูปร่างพื้นผิวงานสะท้อนที่คำนวณได้ต้องมีขนาดทางกายภาพที่จำกัด เพื่อให้สามารถสร้างและใช้งานได้จริงในทางปฏิบัติดังนั้นส่วนที่เป็นเงื่อนไขไขว้บังคับคือขนาดความลึกของพื้นผิวงานสะท้อนต้องมีขนาดที่สามารถสร้างได้จริง ส่วนเวลาที่ใช้ในการคำนวณค่าที่เหมาะสมที่สุดนั้น ขึ้นอยู่กับปัจจัยแรกเริ่มของระบบสายอากาศงานสะท้อนและการสุ่มคำตอบครั้งแรก ถ้าค่าต่างๆเหล่านี้มีความเหมาะสมในการหาคำตอบ จะทำให้สามารถดำเนินการวนซ้ำจนได้คำตอบรวดเร็วยิ่งขึ้น การคำนวณค่าที่เหมาะสมที่สุดได้ใช้โปรแกรม matlab รุ่น 5.03 ซึ่งมีชุดคำสั่งสำหรับหาค่าที่เหมาะสมที่สุดซึ่งสามารถนำมาใช้ได้ ผู้ใช้งานสามารถเลือกใช้วิธีหาค่าที่เหมาะสมที่สุดและสามารถกำหนดขอบเขตของคำตอบรวมทั้งค่าปัจจัยอื่นๆที่เกี่ยวข้องกับกรรมวิธีหาค่าที่เหมาะสมที่สุดได้ รายละเอียดปรากฏในภาคผนวก จ.

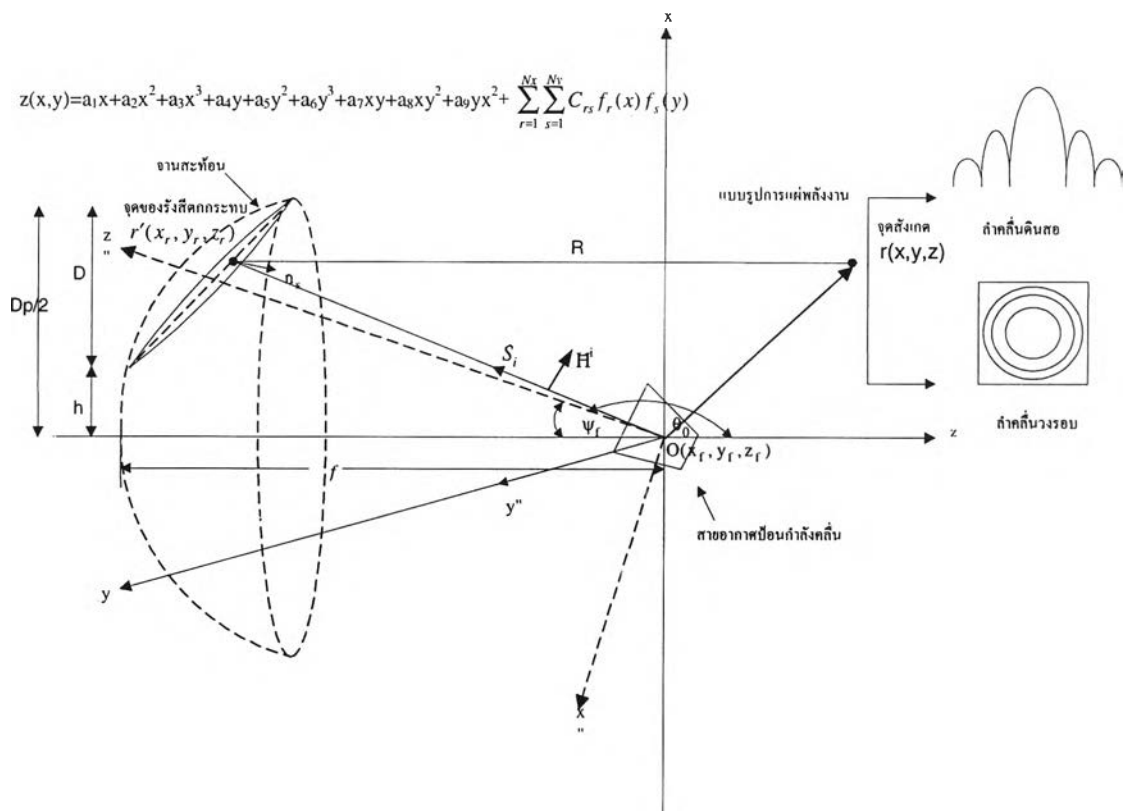


รูป 2.3 ลักษณะการปรับตัวของพื้นผิวงานสะท้อน

ระเบียบวิธีวิเคราะห์สำหรับการคำนวณแบบรูปการแผ่พลังงาน

การวิเคราะห์เพื่อหาลักษณะสมบัติการแผ่พลังงานของสายอากาศงานสะท้อน ทำได้โดยอาศัยทฤษฎีการวิเคราะห์ย่านความถี่สูง ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ได้เลือกใช้ทัศนศาสตร์กายภาพสำหรับการสังเคราะห์และทฤษฎีการเลี้ยวเบนเชิงกายภาพสำหรับการวิเคราะห์ สนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กจากสายอากาศป้อนกำลังคลื่นเมื่อเคลื่อนที่มาตกระทบกับพื้นผิวงานสะท้อนซึ่งเป็นพื้นผิวด้านสามมุม จะเหนี่ยวนำให้เกิดกระแสทัศนศาสตร์กายภาพบนพื้นผิวงานสะท้อนที่ตำแหน่ง r' มีค่าเป็นดังสมการ (2.3) และเรขาคณิตสำหรับการวิเคราะห์แสดงดังรูป 2.4

$$\vec{j}_s^{po} = 2\hat{n} \times \vec{H}^i \tag{2.3}$$



รูป 2.4 เรขาคณิตสำหรับการคำนวณค่าสนามไฟฟ้าโดยระเบียบวิธีทัศนศาสตร์กายภาพ

เมื่อ \hat{n} คือเวกเตอร์หนึ่งหน่วยที่ตั้งฉากและมีทิศทางออกจากพื้นผิวงานสะท้อน และ \hat{H}' คือสนามแม่เหล็กตกกระทบ ดังนั้นแบบรูปการแผ่พลังงานเนื่องจากกระแสเหนี่ยวนำที่จุดสังเกต r แสดงดังสมการ (2.4)

$$\vec{E}(\vec{r}) = -j\alpha\mu \left(\frac{e^{-jk_r r}}{4\pi r} \right) \int_{S_a} [\vec{j}_s^{PO}(\vec{r}') - (\hat{r} \cdot \vec{j}_s^{PO}(\vec{r}'))\hat{r}] e^{jk_r \cdot \vec{r}'} ds' \quad (2.4)$$

โดย k คือเลขคลื่น S_a คือขนาดเงาของพื้นผิวงานสะท้อน \hat{r} คือเวกเตอร์หนึ่งหน่วยในทิศทางของจุดสังเกต ค่าสนามตามสมการ(2.4) สามารถใช้ได้กับตำแหน่งของจุดสังเกตทั้งในย่านสนามใกล้และสนามไกล

กระแสทศนศาสตร์กายภาพตามสมการ (2.3) สามารถใช้ในการประมาณกระแสเหนี่ยวนำได้ถูกต้องเพียงบางส่วนเท่านั้นยกเว้นกระแสเหนี่ยวนำที่เกิดขึ้นบริเวณขอบของงานสะท้อน เป็นที่ทราบกันดีว่าสนามจากทศนศาสตร์กายภาพจะให้ความถูกต้องในช่วงลำคลื่นพหุหลักและพหุข้างแรกๆ เท่านั้น ซึ่งเพียงพอสำหรับการวิเคราะห์เพื่อปรับปรุงอัตราขยายของระบบสายอากาศและลดระดับพหุข้างใกล้เคียงได้ แต่สำหรับจุดสังเกตที่ห่างไกลออกไปหรือการทำนายระดับโพลาริเซชันไขว้ สนามไฟฟ้าจากการเลี้ยวเบนที่ขอบมีบทบาทสำคัญในการวิเคราะห์ เนื่องจากทศนศาสตร์กายภาพได้รวมผลจากการเลี้ยวเบนจากขอบไว้บ้างแล้วระดับหนึ่งแต่ไม่สมบูรณ์ ยังไม่ได้รวมกระแสอีกส่วนหนึ่งที่เกิดขึ้นซึ่งเรียกว่ากระแสสมมูลที่ไหลไม่สม่ำเสมอ (nonuniform current) ที่บริเวณขอบ ดังนั้นในการคำนวณแบบรูปการแผ่พลังงานจึงจำเป็นต้องนำทฤษฎีการเลี้ยวเบนเชิงกายภาพ(Physical Theory of Diffraction, PTD) มาใช้ เพื่อให้ผลการคำนวณมีความถูกต้องมากขึ้น สนามไฟฟ้าตามทฤษฎีการเลี้ยวเบนเชิงกายภาพเป็นผลรวมจากสนามไฟฟ้าตามทศนศาสตร์กายภาพ และสนามการเลี้ยวเบนเนื่องจากความไม่สม่ำเสมอของกระแสที่บริเวณขอบดังสมการ(2.5)

$$\vec{E}_{PTD} = \vec{E}_{PO} + \vec{E}_{fringe} \quad (2.5)$$

โดย \vec{E}_{PTD} คือสนามตามทฤษฎีการเลี้ยวเบนเชิงกายภาพ
 \vec{E}_{PO} คือสนามตามทศนศาสตร์กายภาพ
 \vec{E}_{fringe} คือสนามการเลี้ยวเบนเนื่องจากความไม่สม่ำเสมอของกระแสบริเวณขอบมีค่า

$$\vec{E}_{\text{fringe}}(\mathbf{r}) = \frac{jkZ_0}{4\pi} \oint [\vec{R} \times \vec{R} \times I' \hat{e} + Y_0 \vec{R} \times M' \hat{e}] \frac{e^{-jkR}}{R} d\ell' \quad (2.6\text{ก})$$

I' และ M' คือกระแสไฟฟ้าและกระแสแม่เหล็กสมมูลที่ไหลไม่สม่ำเสมอบริเวณขอบ [10] มีค่าเป็นดังสมการ (2.6ข) $d\ell'$ คือความยาวส่วนย่อยตามแนวขอบของงานสะท้อน

$$I_f = \frac{-(\vec{E}^i \cdot \hat{e}) 2j}{Zk \sin^2 \beta'} \frac{\sqrt{2} \sin(\phi'/2)}{\cos \phi' + \mu} \left[\sqrt{1-\mu} - \sqrt{2} \cos(\phi'/2) \right] \\ - (\vec{H}^i \cdot \hat{e}) \frac{2j}{k \sin \beta'} \frac{1}{\cos \phi' + \mu} \left[\cot \beta' \cos \phi' + \cot \beta \cos \phi \right. \\ \left. + \sqrt{2} \cos(\phi'/2) (\mu \cot \beta' - \cot \beta \cot \phi) (1-\mu)^{-1/2} \right]$$

$$M_f = -(\vec{H}^i \cdot \hat{e}) \frac{2jZ \sin \phi}{k \sin \beta \sin \beta' \cos \phi' + \mu} \left[1 - \frac{\sqrt{2} \cos(\phi'/2)}{\sqrt{1-\mu}} \right] \quad (2.6\text{ข})$$

และ
$$\mu_1 = \frac{\sin \beta \cos \phi}{\sin \beta'} \quad (2.6\text{ค})$$

\hat{e} คือเวกเตอร์หนึ่งหน่วยในทิศทางสัมผัสกับจุดเลี้ยวเบน (β', ϕ') คือระบบพิกัดที่จุดขอบของรังสีตกกระทบ (β, ϕ) คือระบบพิกัดที่จุดขอบของรังสีเลี้ยวเบน

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ได้ใช้สายอากาศที่มีโพลาริเซชันเชิงเส้นในแนว y เป็นสายอากาศป้อนกำลังคลื่น จากนิยามของ Ludwig [17] สนามไฟฟ้าย่านสนามไกลในแนวโพลาริเซชันร่วมและสนามไฟฟ้าย่านสนามไกลในแนวโพลาริเซชันไขว้สามารถเขียนแทนด้วยสมการคณิตศาสตร์ดังนี้

$$\vec{E}_{\text{co}} = \vec{E}_\theta \sin(\phi) + \vec{E}_\phi \cos(\phi) \quad (2.7)$$

$$\vec{E}_{\text{cx}} = -\vec{E}_\theta \cos(\phi) + \vec{E}_\phi \sin(\phi) \quad (2.8)$$

\vec{E}_θ และ \vec{E}_ϕ คือสนามไฟฟ้าในย่านสนามไกลในแนววงค์ประกอบ \hat{a}_θ และ \hat{a}_ϕ ของพิกัดทรงกลมในระนาบ ϕ ใดใดตามลำดับ

จากสนามไฟฟ้าที่คำนวณได้ นำไปคำนวณหาอัตราขยายของระบบสายอากาศ ซึ่งเป็นค่าปัจจัยสำคัญที่บ่งบอกความสามารถในการบิบรวมพลังงานที่แผ่กระจายออกมาจากสายอากาศให้พุ่ง

ไปในทิศทางต่างๆมากน้อยเพียงใด โดยคำนวณจากอัตราส่วนของความหนาแน่นของกำลังคลื่นที่แผ่พลังงานในทิศทางที่ต้องการเทียบกับความหนาแน่นของกำลังคลื่นจากแหล่งกำเนิดแบบจุดที่แผ่พลังงานเท่าเทียมกันรอบทิศ (isotropic point source) ที่ป้อนด้วยกำลังป้อนเดียวกันกับระบบสายอากาศนั้น อัตราขยายของระบบสายอากาศใดใดกำหนดโดยสมการ (2.9)

$$G(\theta, \phi) = \frac{4\pi U_{\text{rad}}}{P_{\text{in}}} \quad (2.9)$$

โดยที่ U_{rad} คือความหนาแน่นของกำลังคลื่นในแนวโพลาริเซชันร่วมที่แผ่พลังงานในทิศทางที่ต้องการ มีหน่วยเป็น W/Sr และ P_{in} คือกำลังงานที่ป้อนให้กับระบบสายอากาศมีหน่วยเป็น W สมมติให้ประสิทธิภาพของสายอากาศป้อนกำลังคลื่นเท่ากับหนึ่ง ดังนั้นกำลังทั้งหมดที่แผ่ออกไปจากสายอากาศป้อนกำลังคลื่นไปในบริเวณที่จันสะท้อนวางอยู่ในบริเวณย่านสนามไกล (P_T) มีค่าเท่ากับกำลังงานที่ป้อนให้กับสายอากาศ (P_{in}) ทำให้อัตราขยายของระบบสายอากาศจันสะท้อนเดี่ยวในแนวโพลาริเซชันร่วม (G_{co}) และในแนวโพลาริเซชันไขว้ (G_{cx}) สามารถหาได้ดังนี้ [14] ความแตกต่างของอัตราขยายในแนวโพลาริเซชันร่วมกับอัตราขยายในแนวโพลาริเซชันไขว้สามารถนำมาใช้ในการพิจารณาเกี่ยวกับการรบกวนกันของสายอากาศตัวอื่นที่มีการใช้งานที่ความถี่เดียวกันแต่ต่างโพลาริเซชัน โดยถ้าผลต่างที่เกิดขึ้นมีค่ายิ่งมากขึ้นทำให้สายอากาศที่ใช้งานอยู่จะรบกวนสายอากาศตัวอื่นได้น้อยลง และผลต่างนี้สามารถอ้างอิงกับมาตรฐานของ ITU [2] ซึ่งกำหนดว่าผลต่างระหว่างอัตราขยายในแนวโพลาริเซชันร่วมและในแนวโพลาริเซชันไขว้ควรมีค่ามากกว่า 30 dB

$$G_{\text{co}}(\theta, \phi) = 4\pi \frac{r^2 |E_{\text{co}}(\theta, \phi)|^2}{2Z_0 P_T} \quad (2.10)$$

$$G_{\text{cx}}(\theta, \phi) = 4\pi \frac{r^2 |E_{\text{cx}}(\theta, \phi)|^2}{2Z_0 P_T} \quad (2.11)$$

แบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศ นอกจากแสดงอยู่ในรูปอัตราขยายของระบบสายอากาศแล้ว ยังสามารถแสดงได้ในรูปแบบอื่นๆได้แก่ กำลังคลื่นแผ่พลังงานเทียบเท่าไอโซทรอปิก (EIRP) ดังรายละเอียดในภาคผนวก ข

ลักษณะทางเรขาคณิตของระบบสายอากาศงานสะท้อน

เรขาคณิตสำหรับการคำนวณค่าสนามไฟฟ้าโดยทัศนศาสตร์กายภาพและโครงสร้างของระบบสายอากาศงานสะท้อนเดี่ยวตัวครูปแบบไม่สมมาตรแสดงดังรูป 2.4 ซึ่งประกอบด้วยขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของภาพลายงานสะท้อน (D) ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของงานสะท้อนเดิมก่อนถูกตัดด้วยระนาบออฟเซต (offset plane, ระนาบ x-z, D_p) ระยะโฟกัสของงานสะท้อนเดิมก่อนถูกตัดด้วยระนาบออฟเซต (f) ระยะออฟเซต (offset distance, h) มุมเลี้ยงของสายอากาศป้อนกำลังคลื่น (feed angle, ψ_f) และกำหนดให้สายอากาศป้อนกำลังคลื่นอยู่ที่จุด $O(x_p, y_p, z_p)$ และสนามไฟฟ้าที่จุดสังเกต $r(x, y, z)$

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ได้เลือกใช้สมการพหุนามอันดับสามรวมกับฮาร์โมนิกฟูรีเยร์ดังแสดงในสมการ (2.1) เป็นสมการพื้นผิวงานสะท้อน สนามไฟฟ้าย่านสนามไกลจากการเหนี่ยวนำของกระแสสมมูลบริเวณผิวงานสะท้อน โดยกระแสเหนี่ยวนำบนพื้นผิวงานสะท้อนคำนวณจากสมการ (2.3) ดังนี้

$$\vec{J} = 2\hat{n} \times \vec{H}^i$$

โดยที่ \hat{n} คือเวกเตอร์หนึ่งหน่วยที่ตั้งฉากและมีทิศที่พุ่งออกจากพื้นผิวงานสะท้อน ซึ่งแสดงในพิกัด (x, y, z) ได้เป็น

$$\hat{n} = \frac{\nabla[z - w(x, y)]}{|\nabla[z - w(x, y)]|} \quad (2.12)$$

$$\nabla_x = - \left(a_1 + 2a_2x + 3a_3x^2 + a_7y + a_8y^2 + 2a_9xy + \sum_{r=1}^{N_x} \sum_{s=1}^{N_y} C_{rs} f_s(y) \frac{df_r(x)}{dx} \right) \quad (2.12ก)$$

$$\nabla_y = - \left(a_4 + 2a_5y + 3a_6y^2 + a_7x + a_9x^2 + 2a_8xy + \sum_{r=1}^{N_x} \sum_{s=1}^{N_y} C_{rs} f_r(x) \frac{df_s(y)}{dy} \right) \quad (2.12ข)$$

$$\nabla_z = 1 \quad (2.12ค)$$

ดังนั้น

$$\hat{n} = \frac{\nabla_x \bar{a}_x + \nabla_y \bar{a}_y + \bar{a}_z}{\sqrt{\nabla_x^2 + \nabla_y^2 + 1}} \quad (2.13)$$

และ \vec{H}^i คือสนามแม่เหล็กจากสายอากาศป้อนกำลังคลื่นที่ตกกระทบบนพื้นผิวงานสะท้อน โดยคำนวณจาก

$$\vec{H}^i = \frac{\vec{s}_i \times \vec{E}^f}{Z_0} \quad (2.14)$$

\vec{s}_i คือเวกเตอร์หนึ่งหน่วยในทิศทางตกกระทบ \vec{E}^f คือสนามไฟฟ้าจากสายอากาศป้อนกำลังคลื่นสายอากาศป้อนกำลังคลื่นกำหนดให้วางอยู่ที่จุดโฟกัสของงานสะท้อน ($x_r=0, y_r=0, z_r=0$) ดังนั้นเวกเตอร์หนึ่งหน่วยในทิศทางตกกระทบของระบบพิกัดฉากคือ

$$\vec{s}_i = \frac{x_r \vec{a}_x + y_r \vec{a}_y + z_r \vec{a}_z}{\sqrt{x_r^2 + y_r^2 + z_r^2}} \quad (2.15)$$

และเวกเตอร์หนึ่งหน่วยในทิศทางของจุดสังเกตซึ่งมีทิศทางจากจุดบนงานสะท้อนไปยังจุดสังเกตใด ๆ คือ

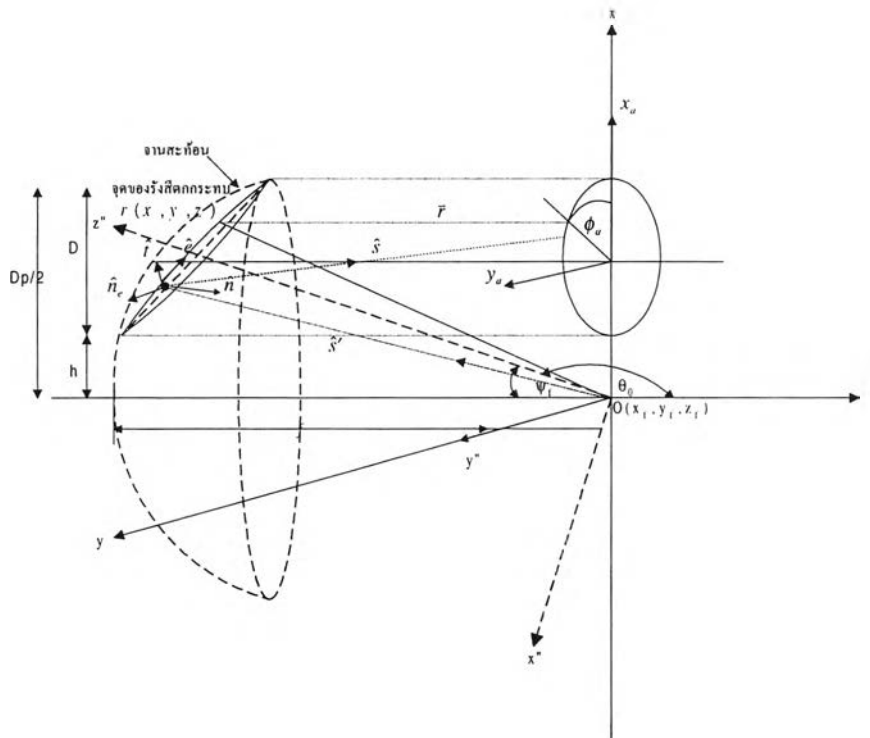
$$\vec{s} = \frac{(x - x_r) \vec{a}_x + (y - y_r) \vec{a}_y + (z - z_r) \vec{a}_z}{\sqrt{(x - x_r)^2 + (y - y_r)^2 + (z - z_r)^2}} \quad (2.16)$$

จากสมการ (2.4) สนามไฟฟ้าจากทัศนศาสตร์กายภาพ คำนวณจากการอินทิเกรตแหล่งกระแสสมมูลโดยเทียบกับพื้นที่ผิวงานสะท้อน การอินทิเกรตเทียบกับพื้นที่ผิวงานสะท้อนสามารถทำให้สะดวกขึ้นโดยเปลี่ยนเป็นการอินทิเกรตเทียบกับพื้นที่ภาพฉายของงานสะท้อน ซึ่งมีพจน์ของจาโคเบียน $\left(\sqrt{\nabla_x^2 + \nabla_y^2 + \nabla_z^2} \right)$ เพิ่มขึ้นมาใช้เป็นตัวแปรการอินทิเกรตดังนี้[13]

$$\vec{E}(\vec{r}) = -j\omega\mu \left(\frac{e^{-jkR}}{4\pi R} \right) \iint_{S_a} [j\vec{s} \cdot \vec{J}_s^{po}(r) - (\vec{r} \cdot \vec{J}_s^{po}(r))r] e^{jkR} \sqrt{\nabla_x^2 + \nabla_y^2 + \nabla_z^2} ds \quad (2.17)$$

โดยที่ ds คือ ขนาดพื้นที่ผิวย่อยของระนาบเงาพื้นผิวงานสะท้อน ค่าสนามไฟฟ้าที่คำนวณได้สามารถนำไปหาค่าคุณลักษณะของสายอากาศเช่น แบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศในแนวโพลาริเซชันร่วม อัตราขยายของระบบสายอากาศ ค่าคุณลักษณะเหล่านี้สามารถนำมาใช้ในการออกแบบรูปร่างลำคลื่นครอบคลุมพื้นที่จับช้อนได้ในรูปแบบของฟังก์ชันวัตถุประสงค์

สนามการเลี้ยวเบนเนื่องจากความไม่สม่ำเสมอของกระแสบริเวณขอบสายอากาศจานสะท้อนจะคำนวณได้โดยสมมติว่าสายอากาศป้อนกำลังคลื่นวางอยู่ที่พิกัด (x_p, y_p, z_p) ในระบบของจานสะท้อน และให้ $Q_D(x_d, y_d, z_d)$ เป็นจุดบนขอบของจานสะท้อน และจากรูป 2.5 ขอบของจานสะท้อนสามารถกำหนดโดยอ้างอิงตัวแปรเสริมโดยสมมติให้ภาพฉายของจานสะท้อนเป็นรูปวงกลมดังนี้



รูป 2.5 ระบบสายอากาศจานสะท้อนเดี่ยวตัวตัดรูปแบบไม่สมมาตร

$$x = \frac{D}{2} + h + \frac{D}{2} \cos \phi_a$$

$$y = \frac{D}{2} \sin \phi_a$$

$$z(x, y) = a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 + a_4 y + a_5 y^2 + a_6 y^3 + a_7 xy + a_8 xy^2 + a_9 yx^2 + \sum_{r=1}^{N_x} \sum_{s=1}^{N_y} C_{rs} f_r(x) f_s(y) \quad (2.18)$$

เวกเตอร์บอกตำแหน่งบนเส้นโค้งของขอบที่จุดขอบเป็น

$$\bar{r} = x\bar{a}_x + y\bar{a}_y + z\bar{a}_z \quad (2.19)$$

จากสมการ (2.18) พิกัดตำแหน่งบนขอบ (x,y,z) เป็นฟังก์ชันของมุม ϕ_a ดังนั้นเมื่อหาอนุพันธ์ของ แต่ละองค์ประกอบในสมการ (2.19) โดยเทียบกับมุม ϕ_a จะได้

$$\begin{aligned} r'_x &= -\frac{D}{2} \sin \phi_a \\ r'_y &= \frac{D}{2} \cos \phi_a \\ r'_z &= a_1 r'_x + 2a_2 x r'_x + 3a_3 x^2 r'_x + a_4 y + 2a_5 y r'_y + 3a_6 y^2 r'_y + a_7 (x r'_y + y r'_x) \\ &+ a_8 (2x y r'_y + y^2 r'_x) + a_9 (2x y r'_x + x^2 r'_y) + \sum_{r=1}^{N_x} \sum_{s=1}^{N_y} C_{rs} (f_s(y) f'_r(x) \frac{dx}{d\phi_a} + f_r(x) f'_s(y) \frac{dy}{d\phi_a}) \end{aligned} \quad (2.20)$$

ดังนั้นเมื่อแทนสมการ (2.20) ในสมการ(2.21) จะได้เวกเตอร์หนึ่งหน่วยในทิศทางสัมผัสกับขอบที่ จุดเลี้ยวเบน [14] $Q_d(x_d, y_d, z_d)$ ดังรูป 2.5 เป็น

$$\hat{e} = -\frac{\mathbf{r}'}{|\mathbf{r}'|} \quad (2.21)$$

$$\hat{t} = \hat{e} \times \hat{n} \quad (2.22)$$

โดยที่ $\mathbf{r}' = r'_x \hat{a}_x + r'_y \hat{a}_y + r'_z \hat{a}_z$

และ $|\mathbf{r}'| = \sqrt{r'^2_x + r'^2_y + r'^2_z}$

เวกเตอร์หนึ่งหน่วยในทิศทางสัมผัสกับขอบที่จุดเลี้ยวเบน \hat{e} ดังสมการ (2.21) มีทิศทางดัง รูป 2.5 เวกเตอร์หนึ่งหน่วยในทิศทางสัมผัสพื้นผิวงานสะท้อนที่จุดเลี้ยวเบนและมีทิศพุ่งจากจุด เลี้ยวเบนเข้าหาพื้นผิว (\hat{t}) สามารถหาได้ดังสมการ(2.22) โดยที่เวกเตอร์หนึ่งหน่วยในทิศทางตั้งฉาก กับพื้นผิวที่จุดเลี้ยวเบน (\hat{n}) เป็นดังสมการ (2.13) เพียงแต่แทนพิกัด (x,y,z) ด้วยพิกัดของขอบงาน สะท้อนตามสมการ (2.18) ซึ่งมีทิศดังรูป 2.5 และเวกเตอร์หนึ่งหน่วยในทิศทางตกกระทบ (\hat{s}') และ ทิศทางของการเลี้ยวเบน (\hat{s}) มีทิศพุ่งออกจากจุดเลี้ยวเบนไปยังจุดสังเกตใด ๆ หาได้ตามสมการ (2.15) และ (2.16) โดยการแทนสมการ (2.18) ซึ่งเป็นพิกัดของขอบงานสะท้อน

เวกเตอร์หนึ่งหน่วยตั้งฉากกับขอบ (b) คือ

$$\mathbf{b} = \frac{\mathbf{r}' \times \mathbf{r}''}{|\mathbf{r}' \times \mathbf{r}''|} \quad (2.23)$$

ทำให้ได้เวกเตอร์ตั้งฉากกับขอบที่จุดขอบและมีทิศทางออกจากจุดศูนย์กลางความโค้งเป็น

$$\hat{n}_e = \mathbf{b} \times \mathbf{e} \quad (2.24)$$

เมื่อนำสมการ (2.6) มาพิจารณากับระบบพิกัดขอบของจานสะท้อนซึ่งขึ้นกับมุมที่กวาดจากแกน x ของระบบสายอากาศ ϕ และ S คือเวกเตอร์ในทิศทางของจุดสังเกต สนามไฟฟ้าเนื่องจากความไม่สม่ำเสมอของกระแสบริเวณขอบ สามารถเขียนใหม่ได้เป็น

$$\mathbf{E}_{\text{fringe}} = \frac{jkZ_0}{4\pi} \oint [\mathbf{s} \times \mathbf{s} \times I^f \mathbf{e} + Y_0 \mathbf{s} \times M^f \mathbf{e}] \frac{e^{jks}}{s} |d\mathbf{r}(\phi)| \quad (2.25)$$

โดยที่ $|d\mathbf{r}(\phi)| = |\mathbf{r}'(\phi)|d\phi$

จากสมการ (2.25) และ (2.17) นำไปแทนในสมการ (2.5) จะได้สนามไฟฟ้าตามทฤษฎีเลี้ยวเบนเชิงกายภาพและอัตราขยายของระบบสายอากาศในแนวโพลาริเซชันร่วม และในแนวโพลาริเซชันไขว้ สามารถหาได้จากการแทนสมการ (2.5) ลงในสมการ (2.10) และ (2.11) ตามลำดับ

ระบบพิกัดของจุดสังเกต

ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ได้กำหนดจุดสังเกตในรูปแบบแบบลำคลื่นวงรอบ ได้แก่ระบบพิกัด (U, V) ซึ่งเป็นระบบพิกัดที่สมมติขึ้นโดยไม่ได้อ้างอิงกับระบบพิกัดดาวเทียม และระบบพิกัดละติจูดและลองจิจูดซึ่งเป็นค่าจากแผนที่ทางภูมิศาสตร์จริง ๆ โดยอ้างอิงกับระบบพิกัดดาวเทียม ระบบพิกัดทั้งสองแบบมีรายละเอียดปรากฏในภาคผนวก ก

การตรวจสอบความถูกต้องของขั้นตอนกรรมวิธีหาค่าเหมาะสมที่สุด

วัตถุประสงค์ในหัวข้อนี้คือเพื่อให้ผลการสังเคราะห์พื้นผิวงานสะท้อนตามขั้นตอนการหาสัมประสิทธิ์พื้นผิวงานสะท้อนโดยกรรมวิธีหาค่าเหมาะสมที่สุดแสดงดังรูป 2.1 มีความเชื่อถือได้ โดยเริ่มจากการกำหนดให้สายอากาศงานสะท้อนชนิดพาราโบลิกสร้างลำคลื่นขึ้นมา แล้วนำแบบรูปการแผ่พลังงานที่คำนวณได้ไปใช้เป็นแบบรูปการแผ่พลังงานที่ต้องการ เพื่อนำมาทดสอบกับขั้นตอนการหาค่าเหมาะสมที่สุด โดยจะกำหนดจุดสังเกตลงบนแบบรูปการแผ่พลังงานที่คำนวณได้จากสายอากาศงานสะท้อนพาราโบลิกเพื่อนำไปใช้เป็นแบบรูปการแผ่พลังงานที่ต้องการ แล้วจึงสังเคราะห์พื้นผิวงานสะท้อน ซึ่งเริ่มจากการกำหนดให้พื้นผิวงานสะท้อนครั้งแรกเป็นรูปแบบใดใด ในที่นี้กำหนดให้เป็นแผ่นวงกลมแบน แล้วจึงคำนวณหาค่าตอบตามกรรมวิธีหาค่าเหมาะสมที่สุดจนได้แบบรูปการแผ่พลังงานที่ต้องการ ถ้าคำตอบที่ได้ซึ่งคือสมการพื้นผิวงานสะท้อนที่สังเคราะห์ได้มีค่าใกล้เคียงกับสมการพื้นผิวงานสะท้อนพาราโบลิก แสดงว่าขั้นตอนการหาค่าเหมาะสมที่สุดมีความถูกต้อง เนื่องจากได้นำแบบรูปการแผ่พลังงานจากสายอากาศงานสะท้อนพาราโบลิกมาใช้สังเคราะห์พื้นผิวงานสะท้อน ดังนั้นพื้นผิวงานสะท้อนที่สังเคราะห์ได้ควรจะเป็นพื้นผิวพาราโบลิกเช่นกัน รายละเอียดของปัจจัยของระบบสายอากาศงานสะท้อนพาราโบลิกเป็นดังนี้

1. ความถี่ปฏิบัติการ	4 GHz
2. ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของภาพฉายงานสะท้อน	0.75 เมตร
3. ระยะโฟกัส (f)	0.675 เมตร
4. สายอากาศป้อนชนิดโคไซน์กำลังหก	6
5. โพลาริเซชันของสายอากาศป้อน	y
6. มุมเลี้ยงของสายอากาศป้อน (θ_0)	38.29 องศา

นำค่าปัจจัยเหล่านี้ไปคำนวณแบบรูปการแผ่พลังงานในแนวโพลาริเซชันร่วมได้ผลดังรูป 2.6 และสมการพื้นผิวพาราโบลิกเป็นดังสมการ (2.26) จะเห็นว่าอัตราขยายมีค่า 26.3 dB หลังจากนั้นจึงกำหนดจุดสังเกตลงบนรูป 2.6 และกำหนดให้อัตราขยายในแนวโพลาริเซชันร่วมเป็น 26.3 dB ดังรูป 2.7 ขั้นตอนต่อไปคือการสังเคราะห์พื้นผิวงานสะท้อนเพื่อให้ได้แบบรูปการแผ่พลังงานที่ต้องการ เริ่มจากการกำหนดให้รูปร่างพื้นผิวงานสะท้อนแสดงในรูปแบบสมการทางคณิตศาสตร์ประกอบด้วยตัวแปร 3 ตัวดังสมการ (2.27) กำหนดให้พื้นผิวแรกเริ่มเป็นแผ่นวงกลมแบนโดยมีขนาด 0.75 เมตร สมการพื้นผิวสามารถคำนวณโดยแทนค่า ($a_1 = 0, a_2 = 0, a_3 = -0.675$) ในสม

การ (2.27) ได้ผลดังสมการ (2.28) แบบรูปการแผ่พลังงานของแผ่นวงกลมแบนเป็นดังรูป 2.8 หลังจากนั้นจึงคำนวณตามกรรมวิธีหาค่าเหมาะสมที่สุด แบบรูปการแผ่พลังงานที่คำนวณได้เป็นดังรูป 2.9

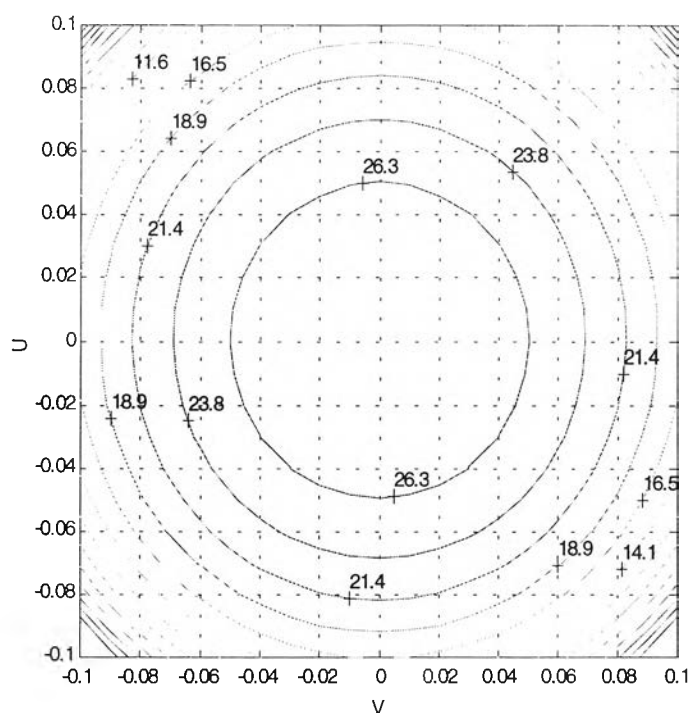
$$z = 0.3704x^2 + 0.3704y^2 - 0.675 \quad (2.26)$$

$$z = a_1x^2 + a_2y^2 + a_3 \quad (2.27)$$

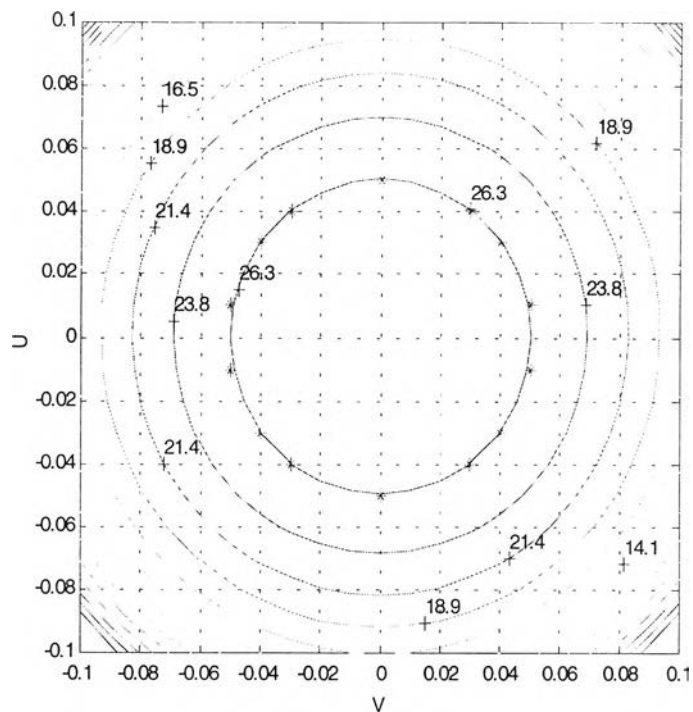
$$z = -0.675 \quad (2.28)$$

$$z = 0.3988x^2 + 0.4467y^2 - 0.6278 \quad (2.29)$$

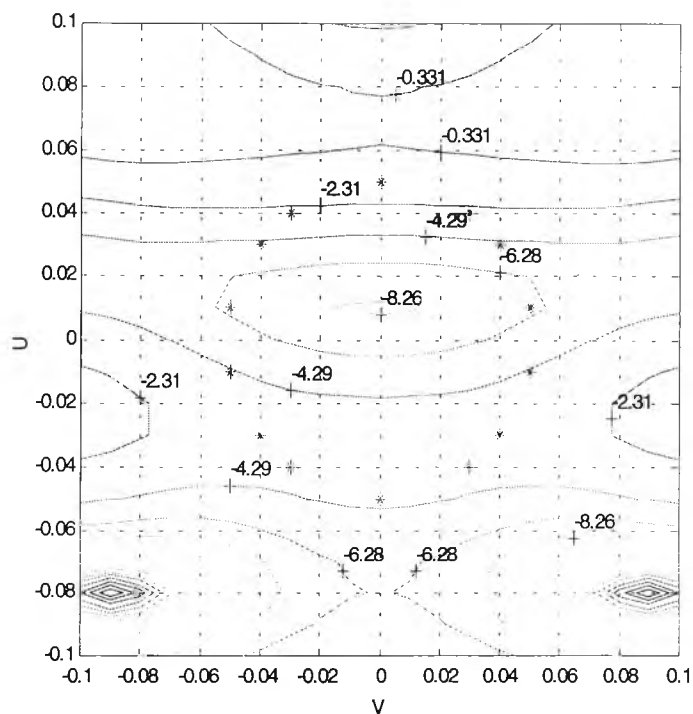
จะเห็นว่าแบบรูปการแผ่พลังงานมีค่าอัตราขยายตามตำแหน่งของจุดสังเกตเป็น 26.4 dB ซึ่งมีค่าใกล้เคียงกับอัตราขยายที่ได้จากพื้นผิวพาราโบลิก ส่วนสมการพื้นผิวเป็นดังสมการ (2.29) จะเห็นว่ามีความใกล้เคียงกับสมการ (2.26) ซึ่งเป็นพื้นผิวพาราโบลิก ดังนั้นการสังเคราะห์พื้นผิวจานสะท้อนตามขั้นตอนการหาค่าเหมาะสมที่สุดของสัมประสิทธิ์สมการพื้นผิวจานสะท้อนดังรูป 2.1 จึงมีความเชื่อถือได้



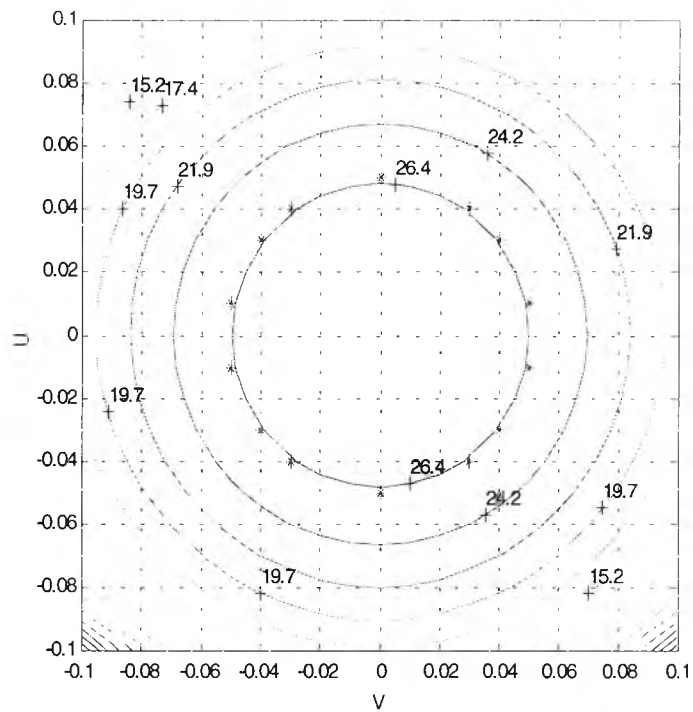
รูป 2.6 แบบรูปการแผ่พลังงานในแนวโพลาริเซชันร่วมของพื้นผิวพาราโบลิก



รูป 2.7 การกำหนดจุดสังเกตลงบนรูป 2.6



รูป 2.8 แบบรูปการแผ่พลังงานในแนวโพลาริเซชันร่วมของพื้นผิวแผ่นวงกลมแบน



รูป 2.9 แบบรูปการแผ่พลังงานในแนวโพลาริเซชันร่วมของฟันผัดรูป