บทที่ 2

สถิติที่ใช้ในการวิจัย

ในการประมาณค่าแบบช่วงความเชื่อมั่นสำหรับพารามิเตอร์ ของการแจกแจงแบบปัวส์ซงนั้น มีวิธีการประมาณได้หลายวิธี สำหรับวิธีการประมาณที่นำมาศึกษาในครั้งนี้คือ วิธีการประมาณอย่างง่าย วิธีการประมาณด้วยรากของสมการกำลังสอง และวิธีการประมาณด้วยตัวประมาณเบส์โดยอัลเบิร์ต ซึ่งในบทนี้จะกล่าวถึงรายละเอียดของทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการวิจัย และวิธีการประมาณแต่ละวิธี ดังรายละเอียดต่อไปนี้

การประมาณค่าพารามิเตอร์แบบช่วง

ให้ $X_1, X_2, \ldots, X_n$ เป็นตัวอย่างสุ่มจากการแจกแจงซึ่งมี θ เป็นพารามิเตอร์ที่ไม่ทราบค่า สมมติสามารถหาตัวสถิติ a ,b สำหรับค่าจริง θ ใด ๆ โดยที่

$$P(a < \theta < b) = 1-\alpha$$

เมื่อความน่าจะเป็น $1-\alpha$ เป็นค่าคงที่ $(0<\alpha<1)$

จากนี้เมื่อทราบค่าของตัวแปรสุ่ม $X_i = x_i$ ($i = 1,\ldots,n$) และหาค่าตัวสถิติ a , b ได้แล้ว ก็สามารถที่จะสร้างช่วง (a,b) เรียกช่วง (a,b) ที่ได้ว่า ช่วงความเชื่อมั่น $100(1-\alpha)$ เปอร์เซ็นต์สำหรับ θ [$100(1-\alpha)$ % confidence limit for θ] หรือกล่าวได้ว่าค่าจริงของ θ จะตกอยู่ในช่วง (a,b) ด้วยความเชื่อมั่น $100(1-\alpha)\%$ และเรียกค่า a ว่า ขีดจำกัดความเชื่อมั่นล่าง (lower confidence limit) เรียกค่า b ว่า ขีดจำกัดความเชื่อมั่นบน (upper confidence limit) และเรียกค่า $1-\alpha$ ว่า สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น (confidence coefficient)

การแจกแจงของพารามิเตอร์

ในการทดลองใด ๆ ก็ตามที่จำนวนผลสำเร็จที่เกิดขึ้นในช่วงเวลาที่กำหนด หรือในพื้นที่ใดพื้นที่หนึ่งแต่ละครั้งเป็นอิสระต่อกัน และมีความน่าจะเป็นของการได้รับผลสำเร็จหนึ่งครั้งในช่วงเวลาที่สั้นมากช่วงหนึ่งหรือในพื้นที่ที่กำหนด แปรผันตรงกับช่วงเวลาหรือพื้นที่นั้นโดยไม่ขึ้นกับจำนวนผลสำเร็จที่เกิดขึ้นนอกช่วงเวลา หรือนอกพื้นที่นั้น สามารถกล่าวได้ว่าการทดลองนั้นเป็นการทดลองแบบปัวส์ซง

ถ้าให้ X คือจำนวนผลสำเร็จที่เกิดขึ้นในช่วงเวลาที่กำหนด หรือในพื้นที่ใดพื้นที่หนึ่ง ตัวแปรสุ่ม X จะมีการแจกแจงแบบปัวส์ซง (poisson probability distribution) ด้วยพารามิเตอร์ λ โดยมีฟังก์ชันความน่าจะเป็นอยู่ในรูปของ

$$f(x;\lambda) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^{x}}{x!} \qquad : x = 0,1,2,...$$

โดยค่า λ คือค่าเฉลี่ยของจำนวนผลสำเร็จที่เกิดขึ้นในช่วงเวลาที่กำหนดหรือในพื้นที่ใดพื้นที่หนึ่ง ถ้าสุ่มตัวอย่างขนาด n จากประชากรที่มีการแจกแจงแบบปัวส์ซง ได้ตัวอย่างสุ่มคือ $X_1,X_2,...,X_n$ ค่าเฉลี่ยของตัวอย่างสุ่มชุดนี้คือ

$$\hat{\lambda} = X/n \qquad \text{เมื่อ} \quad X = \sum_{i=1}^{n} x_i$$

จะได้ว่า X คือจำนวนหน่วยที่เกิดผลสำเร็จในช่วงเวลาที่จำกัด หรือในพื้นที่ที่กำหนด ในการสุ่มตัวอย่างขนาด n และเป็นตัวแปรสุ่มปัวส์ซงที่มีพารามิเตอร์เป็น $n\lambda$ โดยมีค่าเฉลี่ยเป็น $n\lambda$ และความแปรปรวน $n\lambda$

ถ้าตัวอย่างสุ่มมีขนาดใหญ่พอ เราสามารถที่จะนำทฤษฎีลิมิตสู่ส่วนกลางมาประยุกต์ใช้ได้ โดยพิจารณาค่าเฉลี่ยตัวอย่างคือ $\hat{\lambda}$ โดยที่

$$\hat{\lambda} = (1/n)\sum_{i=1}^{n} X_i = \overline{X}$$

และได้ว่า

$$E\left(\hat{\lambda}\right) \;=\; (1/n)\sum_{i=1}^{n} E\left(X_i\right) \;=\; (1/n)\sum_{i=1}^{n}\lambda \;=\; (1/n)(n\lambda) \;=\; \lambda$$

$$V\left(\hat{\lambda}\right) \;=\; V\left(\overline{X}\right) \;=\; V(X)/n^2 \;=\; \lambda/n$$

ดังนั้นถ้าตัวอย่างมีขนาดใหญ่เพียงพอ โดยทฤษฎีลิมิตสู่ส่วนกลาง $\hat{\lambda}$ จะมีการแจกแจงแบบปกติโดยประมาณ มีค่าเฉลี่ยการแจกแจงเป็น λ และค่าความแปรปรวนเป็น λ/n

วิธีการประมาณค่าแบบช่วงสำหรับค่าเฉลี่ยของประชากร

การประมาณการแจกแจงความน่าจะเป็นแบบปัวส์ซงโดยใช้การแจกแจงแบบปกติ จะสามารถหาสูตรการประมาณค่าแบบช่วงความเชื่อมั่นสำหรับค่าเฉลี่ยประชากร ของการแจกแจงแบบปัวส์ซง ได้ดังนี้

ให้ X เป็นตัวแปรสุ่มจากการแจกแจงปัวส์ซง นั่นคือ $X \sim P(\lambda)$ และ $\hat{\lambda}$ เป็นค่าเฉลี่ยตัวอย่าง โดยมี λ เป็นค่าเฉลี่ยของประชากร

เมื่อ $\hat{\lambda}$ เป็นตัวประมาณแบบจุดของ λ ฉะนั้น

$$Z \;=\; \frac{\hat{\lambda}-\lambda}{(\lambda/n)^{1/2}} \;\sim\; N(0,1) \qquad ,n \to \infty$$

และ

$$P\left(-z_{1-\alpha/2} < Z < z_{1-\alpha/2}\right) \;=\; 1-\alpha$$

$$P\left(-z_{1-\alpha/2} < \frac{\hat{\lambda}-\lambda}{(\lambda/n)^{1/2}} < z_{1-\alpha/2}\right) \;=\; 1-\alpha \qquad (1)$$

$$P\left(\hat{\lambda} - z_{1-\alpha/2}\left\{\lambda/n\right\}^{1/2} < \lambda < \hat{\lambda} + z_{1-\alpha/2}\left\{\lambda/n\right\}^{1/2}\right) \;=\; 1-\alpha \qquad (2)$$

ได้ว่าช่วงความเชื่อมั่น 100(1-α)% สำหรับ λ คือ

$$\left(\hat{\lambda} - z_{1-\alpha/2}\{\lambda/n\}^{1/2}, \hat{\lambda} + z_{1-\alpha/2}\{\lambda/n\}^{1/2}\right)$$

แต่เนื่องจากไม่ทราบค่าเฉลี่ยของประชากร การประมาณค่าแบบช่วงสำหรับค่าเฉลี่ยของประชากรจึงทำได้หลายวิธี ในการวิจัยครั้งนี้เสนอ 3 วิธีดังต่อไปนี้

1. วิธีการประมาณอย่างง่าย

จาก (2)

$$P\left(\hat{\lambda} - z_{1-\alpha/2}\{\lambda/n\}^{1/2} < \lambda < \hat{\lambda} + z_{1-\alpha/2}\{\lambda/n\}^{1/2}\right) = 1-\alpha$$

แทนค่า λ ด้วย $\hat{\lambda} = \overline{X}$ จะได้

$$P\left(\hat{\lambda} - z_{1-\alpha/2}\left\{\hat{\lambda}/n\right\}^{1/2} < \lambda < \hat{\lambda} + z_{1-\alpha/2}\left\{\hat{\lambda}/n\right\}^{1/2}\right) = 1-\alpha$$

นั่นคือ ช่วงความเชื่อมั่น 100(1-α)% สำหรับ λ : (λ_L, λ_U)

ขีดจำกัดความเชื่อมั่นล่าง (λ_L) คือ $\hat{\lambda} - z_{1-\alpha/2}\left(\hat{\lambda}/n\right)^{1/2}$

ขีดจำกัดความเชื่อมั่นบน (λ_U) คือ $\hat{\lambda} + z_{1-\alpha/2}\left(\hat{\lambda}/n\right)^{1/2}$

2. วิธีการประมาณด้วยรากของสมการกำลังสอง

จาก (1) เขียนได้ใหม่เป็น

$$\left|\frac{\hat{\lambda} - \lambda}{(\lambda/n)^{1/2}}\right| \leq z_{1-\alpha/2}$$

ยกกำลังสองทั้งสองข้าง ได้เป็น

$$G(\lambda) = \left(\hat{\lambda} - \lambda\right)^2 - \left(z_{1-\alpha/2}\right)^2(\lambda/n) \leq 0$$

$$G(\lambda) = \lambda^2 - \left[2\hat{\lambda} + \left(z_0^{\,2}/n\right)\right]\lambda + \hat{\lambda}^2 \qquad \text{เมื่อ } z_0 = z_{1-\alpha/2}$$

ให้ $G(\lambda)$ เท่ากับ 0

$$G(\lambda) \quad = \quad \lambda^2 - \left[2\hat{\lambda} + \left(z_0{}^2/n\right)\right]\lambda + \hat{\lambda}^2 \quad = \quad 0$$

อยู่ในรูปของสมการกำลังสอง (quadratic equation)

$$ax^2 + bx + c = 0$$

จะได้รากของสมการกำลังสองคือ $\qquad x = \dfrac{-b \pm \left(b^2 - 4ac\right)^{1/2}}{2a}$

เมื่อ $\quad x = \lambda$, $a = 1$, $b = 2\hat{\lambda} + \left(z_0^2/n\right)$, $c = \hat{\lambda}$

นั่นคือ ช่วงความเชื่อมั่น 100(1-α)% สำหรับ λ : (λ_L,λ_U)
ขีดจำกัดความเชื่อมั่นล่าง (λ_L) คือ

$$\hat{\lambda} + \left(z_0^2/2n\right) - z_0\left\{\left(\hat{\lambda}/n\right) + \left(z_0^2/4n^2\right)\right\}^{1/2}$$

ขีดจำกัดความเชื่อมั่นบน (λ_U) คือ

$$\hat{\lambda} + \left(z_0^2/2n\right) + z_0\left\{\left(\hat{\lambda}/n\right) + \left(z_0^2/4n^2\right)\right\}^{1/2}$$

เมื่อ $z_0 = z_{1-\alpha/2}$

3. วิธีการประมาณด้วยตัวประมาณเบส์โดยอัลเบิร์ต

วิธีการประมาณด้วยตัวประมาณเบส์โดยอัลเบิร์ต เสนอโดย เจมส์ เอช อัลเบิร์ต (Jame H. Albert) ในปี 1982 โดยพัฒนามาจากวิธีการประมาณการแจกแจงแบบไค-สแควร์ของวิลสัน และฮิลเฟอร์ติ (Wilson-Hilfirty approximation) ซึ่งกล่าวว่า สำหรับการแจกแจงแบบไค-สแควร์ ถ้าองศาความอิสระ (degrees of freedom ; v) มีค่ามาก ($v \to \infty$) การแจกแจงแบบไค-สแควร์ก็จะลู่เข้าสู่การแจกแจงแบบปกติ เขียนแทนด้วยสมการ

$$P\left(\chi_v^2 < x\right) \cong \Phi\left(\left\{\left(x/v\right)^{1/3} - 1 + \left(2/9v\right)\right\}\left(9v/2\right)^{1/2}\right)$$

ด้วยเหตุผลดังกล่าวนี้ทำให้อัลเบิร์ต ได้นำแนวคิดเกี่ยวกับวิธีของเบส์มาประยุกต์ใช้กับการประมาณของวิลสัน และฮิลเฟอร์ติ ซึ่งมีแนวคิดดังที่กล่าวมาแล้วข้างต้น กล่าวคือเขาได้เสนอให้ใช้วิธีการประมาณของเบส์ในการประมาณค่าแบบช่วงสำหรับพารามิเตอร์ของการแจกแจงแบบปัวส์ซง โดยการประมาณค่าพารามิเตอร์ λ ด้วยตัวประมาณเบส์ ที่มีฟังก์ชันความหนาแน่นแรกเริ่ม (prior density function) เป็น $Gamma(\alpha,\beta)$ และมีฟังก์ชันความสูญเสียเป็นความสูญเสียในรูปของกำลังสองของความแตกต่างระหว่างตัวประมาณและตัวพารามิเตอร์ที่ถูกประมาณ หรือฟังก์ชันความสูญเสียคลาดเคลื่อนกำลังสอง (Squared - error loss) แสดงรายละเอียดได้ดังนี้

ให้ $X_1, X_2, \ldots, X_n$ เป็นตัวอย่างสุ่มจากประชากรที่มีการแจกแจงแบบปัวส์ซง จะได้ว่าฟังก์ชันความหนาแน่นแบบมีเงื่อนไขของ X เมื่อกำหนด $\Lambda = \lambda$ คือ $h(x|\lambda)$

$$h(x|\lambda) = \frac{e^{-n\lambda}\lambda^{X}}{X_1!X_2!\ldots X_n!} \qquad , \lambda > 0$$

เมื่อ $X = \sum_{i=1}^{n} X_i$

โดยที่พารามิเตอร์ λ เป็นค่าของตัวแปรสุ่ม Λ มีฟังก์ชันความหนาแน่นแรกเริ่ม (prior density function) คือ

$$g(\lambda) = Gamma(\alpha,\beta) = \frac{e^{-\lambda/\beta}\lambda^{\alpha-1}}{\beta^{\alpha}\Gamma(\alpha)} \qquad , \lambda > 0 \text{ และ } \alpha, \beta > 0$$

เราเรียก $g(\lambda)$ ว่า ฟังก์ชันความหนาแน่นแรกเริ่มของ λ และจะได้ $g(\lambda|x)$ เป็นฟังก์ชันความหนาแน่นแบบมีเงื่อนไขของ λ เมื่อกำหนด X=x เราเรียก $g(\lambda|x)$ ว่า ฟังก์ชันความหนาแน่นภายหลัง (posterior density function) ของ λ ดังนี้

$$g(\lambda|x) = \frac{g(\lambda)h(x|\lambda)}{\int_0^{\infty} g(\lambda)h(x|\lambda)d\lambda}$$

$$\int_0^\infty g(\lambda)h(x|\lambda)d\lambda = \int_0^\infty \frac{e^{-\alpha/\beta}\lambda^{\alpha-1}}{\beta^\alpha\Gamma(\alpha)}\frac{e^{-n\lambda}\lambda^x}{(X_1!X_2!\ldots X_n!)}d\lambda$$

$$= \frac{(\beta/\{n\beta+\beta\})^{X+\alpha}\Gamma(X+\alpha)}{\beta^\alpha\Gamma(\alpha)(X_1!X_2!\ldots X_n!)}\int_0^\infty \frac{e^{-\lambda/(\beta/\{n\beta+\beta\})}\lambda^{(X+\alpha)-1}}{(\beta/\{n\beta+\beta\})^{X+\alpha}\Gamma(X+\alpha)}d\lambda$$

$$= \frac{B^A\Gamma(A)}{\beta^\alpha\Gamma(\alpha)(X_1!X_2!\ldots X_n!)}$$ ซึ่ง A = $X+\alpha$ และ B

$$= \frac{\beta}{n\beta+1}$$

นั่นคือ $$g(\lambda|x) = \frac{e^{-\lambda/\beta}\lambda^{\alpha-1}}{\beta^\alpha\Gamma(\alpha)}\frac{e^{-n\lambda}\lambda^X}{(X_1!X_2!\ldots X_n!)}\frac{\beta^\alpha\Gamma(\alpha)(X_1!X_2!\ldots X_3!)}{B^A\Gamma(A)}$$

$$= \frac{e^{-\alpha/\beta}\lambda^{A-1}}{B^A\Gamma(A)}$$

ดังนั้นฟังก์ชันความหนาแน่นภายหลังของ λ คือ $Gamma(A,B)$ เมื่อ $A = X+\alpha$

และ $B = \dfrac{\beta}{n\beta+1}$ (3)

และช่วงความเชื่อมั่น 100(1-α) เปอร์เซ็นต์สำหรับ λ ก็จะอยู่ใน 100(1-α) เปอร์เซ็นต์ของการแจกแจงภายหลัง (posterior distribution) ที่ได้กล่าวมาแล้วนี้

เราจะทำการประมาณเปอร์เซ็นต์ไทล์ของการแจกแจงแบบแกมมาโดยใช้การประมาณของวิลสัน และฮิลเฟอร์ติ (Wilson-Hilferty approximation) ที่ได้กล่าวมาแล้วข้างต้น เปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 100P ของการแจกแจงแบบไค-สแควร์ (Chi-Square Distribution) (ค่า χ_p^2 ซึ่ง $\Pr(X \le \chi_p^2) = p$) ด้วยองศาความอิสระ (degrees of freedom) v สามารถที่จะทำการประมาณได้โดย

$$\chi_{v,p}^2 = v\left[z_p(2/(9v))^{1/2} + 1 - (2/(9v))\right]^3$$

ดังนั้นถ้า X เป็นตัวแปรสุ่มจากการแจกแจงแบบไค-สแควร์ ด้วยองศาความอิสระ v เรากล่าวได้ว่า $Y = \frac{\beta X}{2}$ จะมีการแจกแจงแบบแกมมาด้วยพารามิเตอร์ $\frac{\nu}{2}$ และ β

นั่นคือ $$X \sim \chi^2_\nu \rightarrow X \sim \Gamma\left(\frac{\nu}{2}, 2\right)$$

ให้ $$Y = \frac{\beta X}{2} \rightarrow Y \sim \Gamma\left(\frac{\nu}{2}, \beta\right)$$

อาศัยหลักการดังกล่าวจะพบว่า เปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 100P ของการแจกแจงแบบแกมมาด้วยพารามิเตอร์ α และ β สามารถที่จะประมาณได้โดย

$$\alpha\beta\left[z_p/\left(3\alpha^{1/2}\right) + 1 - 1/(9\alpha)\right]^3 \qquad \text{เมื่อ } \alpha > 0,\ \beta > 0 \qquad (4)$$

เราทราบมาแล้วว่าฟังก์ชันความหนาแน่นหลังการทดลองของค่าพารามิเตอร์ λ ที่สนใจศึกษามีการแจกแจงแบบแกมมา ด้วยพารามิเตอร์ A , B จาก (3) นำค่าพารามิเตอร์ A , B นี้แทนค่าลงใน (4) จะได้ เปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 100P ของการแจกแจงภายหลังการทดลองของ λ คือ

$$AB\left[z_p/\left(3A^{1/2}\right) + 1 - 1/(9A)\right]^3 \qquad (5)$$

เมื่อ $A = X + \alpha$ และ $B = \frac{\beta}{n\beta + 1}$

และทำการกระจายเทอมกำลังสามของ (5) จะได้สมการหลังการกระจายเทอมกำลังสามแล้วคือ

$$AB + B\left[z_p^2\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{27A}\right) - \frac{1}{3} + \frac{1}{27A} - \frac{1}{729A^2}\right] + z_p A^{1/2} B\left[1 + \frac{1}{27A}z_p^2 + \frac{1}{81A^2} - \frac{2}{9A}\right] \quad (6)$$

จาก (6) จะเห็นว่าเมื่อ A มีค่ามากกว่าหรือเท่ากับ 1 ($A \geq 1$) เทอมคงที่ทั้งหมดในสมการสามารถตัดทิ้งได้ เพราะว่ามีผลต่อค่าที่คำนวณได้จากสมการเพียงเล็กน้อยเท่านั้น

เพื่อที่จะหาช่วงความเชื่อมั่น 100(1-α) เปอร์เซ็นต์ของการแจกแจงภายหลังการทดลองของ λ โดยใช้สมการ (6) กำหนดให้ $p = 1-\alpha/2$ และใช้ความจริงที่ว่า $z_{1-\alpha/2} = -z_{1-\alpha/2}$ ดังนั้นเราจะได้สมการที่ใช้ในการคำนวณช่วงความเชื่อมั่น

นั่นคือ ช่วงความเชื่อมั่น 100(1-α)% สำหรับ λ : (λ_L,λ_U)

ขีดจำกัดความเชื่อมั่นล่าง (λ_L) คือ

$$AB + B\left(\frac{z_0^2-1}{3}\right) - z_0(AB)^{1/2}B^{1/2}$$

ขีดจำกัดความเชื่อมั่นบน (λ_U) คือ

$$AB + B\left(\frac{z_0^2-1}{3}\right) + z_0(AB)^{1/2}B^{1/2}$$

เมื่อ $A = X+\alpha$, $B = \dfrac{\beta}{n\beta+1}$, $z_0 = z_{1-\alpha/2}$ และ $X = \sum_{i=1}^{n} X_i$

เกณฑ์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบการประมาณค่าแบบช่วง

การเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าแบบช่วงสำหรับค่าพารามิเตอร์ ของประชากรทั้ง 3 วิธีนี้ จะทำการเปรียบเทียบค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น และค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่คำนวณได้จากแต่ละวิธี ที่ระดับความเชื่อมั่น 3 ระดับคือ 90%, 95% และ 99% ในแต่ละสถานการณ์ของการทดลอง การเปรียบเทียบค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นของช่วงความเชื่อมั่น จะทำการเปรียบเทียบระหว่าง ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นของช่วงความเชื่อมั่นที่คำนวณได้จากแต่ละวิธีการประมาณกับค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด ในการตรวจสอบว่าวิธีการประมาณใดให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำไปกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดได้หรือไม่นั้น ผู้วิจัยอาศัยการทดสอบสมมติฐานโดยใช้ตัวสถิติ z ดังนี้

$$-z_{1-\alpha/2} < \frac{\hat{p}-p}{\left(p\{1-p\}/n\right)^{1/2}} < z_{1-\alpha/2}$$

$$p - z_{1-\alpha/2}\left(p\{1-p\}/n\right)^{1/2} < \hat{p} < p + z_{1-\alpha/2}\left(p\{1-p\}/n\right)^{1/2}$$

จะได้ $\left(p - z_{1-\alpha/2}\left(p\{1-p\}/n\right)^{1/2} \;,\; p + z_{1-\alpha/2}\left(p\{1-p\}/n\right)^{1/2} \right)$

1. ที่ระดับความเชื่อมั่น 90%

$H_0 : p = 0.90$

$H_1 : p \neq 0.90$

จะได้

(0.90-1.645{0.90(0.10)/2000}$^{1/2}$, 0.90+1.645{0.90(0.10)/2000}$^{1/2}$)

(0.8890 , 0.9110)

2. ที่ระดับความเชื่อมั่น 95%

$H_0 : p = 0.95$

$H_1 : p \neq 0.95$

จะได้

(0.95-1.96{0.95(0.05)/2000}$^{1/2}$, 0.95+1.96{0.95(0.05)/2000}$^{1/2}$)

(0.9405 , 0.9596)

3. ที่ระดับความเชื่อมั่น 99%

$H_0 : p = 0.99$

$H_1 : p \neq 0.99$

จะได้

(0.99-2.576{0.99(0.01)/2000}$^{1/2}$, 0.99+2.576{0.99(0.01)/2000}$^{1/2}$)

(0.9843 , 0.9957)

นั่นคือที่ระดับความเชื่อมั่น 90% ,95% และ 99% ถ้าวิธีการประมาณใดให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่า 0.8890, 0.9405 และ 0.9843 ตามลำดับ จะถือว่าวิธีการประมาณนี้ ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำไปกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดในสถานการณ์นั้น ๆ จากนั้นจึงมาพิจารณาเปรียบเทียบค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น ถ้าวิธีการประมาณใดให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นต่ำที่สุด จะถือว่าเป็นวิธีการประมาณที่เหมาะสมที่สุด ทั้งนี้ ในการเปรียบเทียบค่าความยาวเฉลี่ยของช่วง

ความเชื่อมั่นจะเปรียบเทียบเฉพาะในกรณีที่วิธีการประมาณให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดเท่านั้น