

บทที่ 2



ระเบียบวิธีการวิจัย

วิธีการประมาณองค์ประกอบความแปรปรวนที่นำมาเปรียบเทียบในการศึกษารังนี้เป็นการศึกษาสองแนวความคิดในการประมาณองค์ประกอบความแปรปรวน โดยแนวความคิดแรกจะใช้ตัวแบบเต็มรูปและแนวความคิดที่สองจะใช้ตัวแบบเฉลี่ย ซึ่งแนวความคิดวิธีตัวแบบเต็มรูปจะพิจารณาค่าประมาณองค์ประกอบความแปรปรวนมาจากตัวแบบเพียงตัวแบบเดียว แต่แนวความคิดวิธีตัวแบบเฉลี่ยจะพิจารณาว่าค่าประมาณองค์ประกอบความแปรปรวนมาจากองค์ประกอบความแปรปรวนของแต่ละปัจจัยที่เกิดจากสาเหตุของความแปรปรวนเดียวกันของตัวแบบที่เป็นไปได้ทั้งหมดมาทำการเฉลี่ยกัน ซึ่งวิธีนี้ได้ประยุกต์มาจากผลงานของคณะนักสถิติ Adrain E. Raftery, David et al. (1997)¹

2.1 การประมาณองค์ประกอบความแปรปรวนโดยใช้ตัวแบบเต็มรูป

การประมาณองค์ประกอบความแปรปรวนในตัวแบบจตุรัสละตินโดยใช้ตัวแบบเต็มรูป จะพิจารณาตัวแบบเพียงตัวแบบเดียวในการประมาณองค์ประกอบความแปรปรวนซึ่งประกอบด้วยพารามิเตอร์ที่เราต้องการศึกษาทั้งหมด 4 ตัวโดยใช้วิธีวิเคราะห์ความแปรปรวนในการประมาณค่าแบบจุด

การประมาณค่าแบบจุดขององค์ประกอบความแปรปรวนจะใช้วิธีวิเคราะห์ความแปรปรวนโดย

¹Adrain E. Raftery, David Madigan and Jennifer A.H., "Bayesian Model Averaging for Linear Regression Model," Journal of American Statistical Association 92, No.437(March): 179-191

นำค่าคาดหวังของผลรวมกำลังเฉลี่ยในสคริปต์สุดท้ายของ ตารางที่ 1 หน้าที่ 5 มาใช้หลักการคำนวณทางคณิตศาสตร์เพื่อหาค่าประมาณองค์ประกอบความแปรปรวนแบบจุด แสดงได้ดังนี้

1) ค่าประมาณแบบจุดของ σ_{ϵ}^2

จากตารางการวิเคราะห์ความแปรปรวน เราทราบว่า

$$E(MSE) = \sigma_{\epsilon}^2$$

หมายความว่า MSE เป็นตัวประมาณไม่เอนเอียงสำหรับ σ_{ϵ}^2 ดังนั้นจะสามารถหาค่าประมาณของ σ_{ϵ}^2 ได้จาก

$$\hat{\sigma}_{\epsilon}^2 = MSE$$

2) ค่าประมาณแบบจุดของ σ_{τ}^2

จากตารางการวิเคราะห์ความแปรปรวน เราทราบว่า

$$\begin{aligned} E(MST) &= \sigma_{\epsilon}^2 + p\sigma_{\tau}^2 \\ E(MST) - E(MSE) &= (\sigma_{\epsilon}^2 + p\sigma_{\tau}^2) - \sigma_{\epsilon}^2 \\ &= p\sigma_{\tau}^2 \\ \therefore \sigma_{\tau}^2 &= \frac{E(MST) - E(MSE)}{p} \\ &= E\left(\frac{MST - MSE}{p}\right) \end{aligned}$$

หมายความว่า $\frac{MST - MSE}{p}$ เป็นตัวประมาณไม่เอนเอียงสำหรับ σ_{τ}^2

ดังนั้นจะสามารถหาค่าประมาณของ σ_{τ}^2 ได้จาก

$$\hat{\sigma}_{\tau}^2 = \frac{MST - MSE}{p}$$

3) ค่าประมาณแบบจุดของ σ_{α}^2 และ σ_{β}^2

ในการทำงานเดียวกันทราบว่า

$$E(MSA) = \sigma_{\varepsilon}^2 + p\sigma_{\alpha}^2$$

$$E(MSB) = \sigma_{\varepsilon}^2 + p\sigma_{\beta}^2$$

ดังนั้นค่าประมาณของ σ_{α}^2 และ σ_{β}^2 คือ

$$\hat{\sigma}_{\alpha}^2 = \frac{MSA - MSE}{p}$$

$$\hat{\sigma}_{\beta}^2 = \frac{MSB - MSE}{p}$$

ในการวิเคราะห์ความแปรปรวนอาจเป็นไปได้ที่ค่าประมาณขององค์ประกอบความแปรปรวนของปัจจัยอื่น ๆ ที่ไม่ใช่ขององค์ประกอบความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนที่เกิดจากการทดลองมีค่าน้อยกว่าศูนย์ ซึ่งเป็นตัวประมาณที่ไม่ดีนัก โดย Cochran(1976) ได้เสนอให้ค่าองค์ประกอบความแปรปรวนที่ติดลบมีค่าเป็นศูนย์หรือตัดค่าประมาณนั้นออกไป ในการวิจัยครั้งนี้ได้ทำการตัดค่าประมาณที่ติดลบออก

2.2 การประมาณองค์ประกอบความแปรปรวนโดยใช้วิธีการเฉลี่ยตัวแบบ

2.2.1 ทำการลดพารามิเตอร์ของตัวแบบเต็มรูปทีละตัวเพื่อให้ได้ตัวแบบที่เป็นไปได้ทั้งหมดดังต่อไปนี้

ตัวแบบที่ 1

$$Y_{ijk} = \mu + \tau_i + \alpha_j + \beta_k + \varepsilon_{ijk}$$

ตัวแบบที่ 2

$$Y_{ijk} = \mu + \tau_i + \alpha_j + \varepsilon_{ijk}$$

ตัวแบบที่ 3

$$Y_{ijk} = \mu + \tau_i + \beta_k + \varepsilon_{ijk}$$

ตัวแบบที่ 4

$$Y_{ijk} = \mu + \alpha_j + \beta_k + \varepsilon_{ijk}$$

ตัวแบบที่ 5

$$Y_{ijk} = \mu + \tau_i + \varepsilon_{ijk}$$

ตัวแบบที่ 6

$$Y_{ijk} = \mu + \beta_k + \varepsilon_{ijk}$$

ตัวแบบที่ 7

$$Y_{ijk} = \mu + \alpha_j + \varepsilon_{ijk}$$

ตัวแบบที่ 8

$$Y_{ijk} = \mu + \varepsilon_{ijk}$$

2.2.2 การประมาณค่าพารามิเตอร์แบบจุดของด้วยวิธีการเฉลี่ยตัวแบบ

ตัวแบบที่ 1

1) ค่าประมาณแบบจุดของ $\sigma_{\varepsilon_1}^2$

จากตารางการวิเคราะห์ความแปรปรวน เราทราบว่า

$$E(MSE_1) = \sigma_{\varepsilon_1}^2$$

หมายความว่า MSE_1 เป็นตัวประมาณไม่เอนเอียงสำหรับ $\sigma_{\varepsilon_1}^2$
 ดังนั้นจะสามารถหาค่าประมาณของ $\sigma_{\varepsilon_1}^2$ ได้จาก

$$\hat{\sigma}_{\varepsilon_1}^2 = MSE_1$$

2) ค่าประมาณแบบจุดของ $\sigma_{\tau_1}^2$

จากตารางการวิเคราะห์ความแปรปรวน เราทราบว่า

$$\begin{aligned} E(MST_1) &= \sigma_{\varepsilon_1}^2 + p\sigma_{\tau_1}^2 \\ E(MST_1) - E(MSE_1) &= (\sigma_{\varepsilon_1}^2 + p\sigma_{\tau_1}^2) - \sigma_{\varepsilon_1}^2 \\ &= p\sigma_{\tau_1}^2 \\ \therefore \sigma_{\tau_1}^2 &= \frac{E(MST_1) - E(MSE_1)}{p} \\ &= E\left(\frac{MST_1 - MSE_1}{p}\right) \end{aligned}$$

หมายความว่า $\frac{MST_1 - MSE_1}{p}$ เป็นตัวประมาณไม่เอนเอียงสำหรับ $\sigma_{\tau_1}^2$
 ดังนั้นจะสามารถหาค่าประมาณของ $\sigma_{\tau_1}^2$ ได้จาก

$$\hat{\sigma}_{\tau_1}^2 = \frac{MST_1 - MSE_1}{p}$$

3) ค่าประมาณแบบจุดของ $\sigma_{\alpha_1}^2$ และ $\sigma_{\beta_1}^2$

ในทำนองเดียวกันทราบว่า

$$\begin{aligned} E(MSA_1) &= \sigma_{\varepsilon_1}^2 + p\sigma_{\alpha_1}^2 \\ E(MSB_1) &= \sigma_{\varepsilon_1}^2 + p\sigma_{\beta_1}^2 \end{aligned}$$

ดังนั้นค่าประมาณของ $\sigma_{\alpha_1}^2$ และ $\sigma_{\beta_1}^2$ คือ

$$\begin{aligned} \hat{\sigma}_{\alpha_1}^2 &= \frac{MSA_1 - MSE_1}{p} \\ \hat{\sigma}_{\beta_1}^2 &= \frac{MSB_1 - MSE_1}{p} \end{aligned}$$

ในทำนองเดียวกัน

ตัวแบบที่ 2

ค่าประมาณแบบจุดของ $\sigma_{\varepsilon_2}^2$

$$E(MSE_2) = \sigma_{\varepsilon_2}^2$$

$$\hat{\sigma}_{\varepsilon_2}^2 = MSE_2$$

ค่าประมาณแบบจุดของ $\sigma_{\tau_2}^2, \sigma_{\alpha_2}^2$

$$E(MST_2) = \sigma_{\varepsilon_2}^2 + p\sigma_{\tau_2}^2$$

$$E(MSA_2) = \sigma_{\varepsilon_2}^2 + p\sigma_{\alpha_2}^2$$

$$\hat{\sigma}_{\tau_2}^2 = \frac{MST_2 - MSE_2}{p}$$

$$\hat{\sigma}_{\alpha_2}^2 = \frac{MSA_2 - MSE_2}{p}$$

ตัวแบบที่ 3

ค่าประมาณแบบจุดของ $\sigma_{\varepsilon_3}^2$

$$E(MSE_3) = \sigma_{\varepsilon_3}^2$$

$$\hat{\sigma}_{\varepsilon_3}^2 = MSE_3$$

ค่าประมาณแบบจุดของ $\sigma_{\tau_3}^2, \sigma_{\beta_3}^2$

$$E(MST_3) = \sigma_{\varepsilon_3}^2 + p\sigma_{\tau_3}^2$$

$$E(MSB_3) = \sigma_{\varepsilon_3}^2 + p\sigma_{\beta_3}^2$$

$$\hat{\sigma}_{\tau_3}^2 = \frac{MST_3 - MSE_3}{p}$$

$$\hat{\sigma}_{\beta_3}^2 = \frac{MSB_3 - MSE_3}{p}$$

ตัวแบบที่ 4

ค่าประมาณแบบจุดของ $\sigma_{\varepsilon_4}^2$

$$E(MSE_4) = \sigma_{\varepsilon_4}^2$$

$$\hat{\sigma}_{\varepsilon_4}^2 = MSE_4$$

ค่าประมาณแบบจุดของ $\sigma_{\alpha_4}^2, \sigma_{\beta_4}^2$

$$E(MSA_4) = \sigma_{\varepsilon_4}^2 + p\sigma_{\alpha_4}^2$$

$$E(MSB_4) = \sigma_{\varepsilon_4}^2 + p\sigma_{\beta_4}^2$$

$$\hat{\sigma}_{\alpha_4}^2 = \frac{MSA_4 - MSE_4}{p}$$

$$\hat{\sigma}_{\beta_4}^2 = \frac{MSB_4 - MSE_4}{p}$$

ตัวแบบที่ 5

ค่าประมาณแบบจุดของ $\sigma_{\varepsilon_5}^2$

$$E(MSE_5) = \sigma_{\varepsilon_5}^2$$

$$\hat{\sigma}_{\varepsilon_5}^2 = MSE_5$$

ค่าประมาณแบบจุดของ $\sigma_{\tau_5}^2$

$$E(MST_5) = \sigma_{\varepsilon_5}^2 + p\sigma_{\tau_5}^2$$

$$\hat{\sigma}_{\tau_5}^2 = \frac{MST_5 - MSE_5}{p}$$

ตัวแบบที่ 6

ค่าประมาณแบบจุดของ $\sigma_{\varepsilon_6}^2$

$$E(MSE_6) = \sigma_{\varepsilon_6}^2$$

$$\hat{\sigma}_{\varepsilon_6}^2 = MSE_6$$

ค่าประมาณแบบจุดของ $\sigma_{\beta_6}^2$

$$E(MSB_6) = \sigma_{\varepsilon_6}^2 + p\sigma_{\beta_6}^2$$

$$\hat{\sigma}_{\beta_6}^2 = \frac{MSB_6 - MSE_6}{p}$$

ตัวแบบที่ 7ค่าประมาณแบบจุดของ $\sigma_{\varepsilon_7}^2$

$$E(MSE_7) = \sigma_{\varepsilon_7}^2$$

$$\hat{\sigma}_{\varepsilon_7}^2 = MSE_7$$

ค่าประมาณแบบจุดของ $\sigma_{\alpha_7}^2$

$$E(MSA_7) = \sigma_{\varepsilon_7}^2 + p\sigma_{\alpha_7}^2$$

$$\hat{\sigma}_{\alpha_7}^2 = \frac{MSA_7 - MSE_7}{p}$$

ตัวแบบที่ 8ค่าประมาณแบบจุดของ $\sigma_{\varepsilon_8}^2$

$$E(MSE_8) = \sigma_{\varepsilon_8}^2$$

$$\hat{\sigma}_{\varepsilon_8}^2 = MSE_8$$

2.2.3 นำองค์ประกอบความแปรปรวนตามตัวแบบที่ได้มาถ่วงน้ำหนักเพื่อเป็นการปรับค่าองค์ประกอบความแปรปรวนรวมของแต่ละตัวแบบให้มีค่าเท่ากันเท่ากับองค์ประกอบความแปรปรวนรวมของตัวแบบเต็มรูปเนื่องจากเราคาดว่าตัวแบบแต่ละตัวแบบมาจากข้อมูลตัวอย่างชุดเดียวกันควรจะมีค่าความแปรปรวนเท่ากัน ซึ่งค่าที่ทำการถ่วงน้ำหนักในแต่ละตัวแบบแสดงได้ดังนี้

$$W_1 = \hat{\sigma}_{\tau_1}^2 + \hat{\sigma}_{\alpha_1}^2 + \hat{\sigma}_{\beta_1}^2 + \hat{\sigma}_{\varepsilon_1}^2$$

$$W_2 = W_1 / (\hat{\sigma}_{\tau_2}^2 + \hat{\sigma}_{\alpha_2}^2 + \hat{\sigma}_{\varepsilon_2}^2)$$

$$W_3 = W_1 / (\hat{\sigma}_{\tau_3}^2 + \hat{\sigma}_{\beta_3}^2 + \hat{\sigma}_{\varepsilon_3}^2)$$

$$W_4 = W_1 / (\hat{\sigma}_{\alpha_4}^2 + \hat{\sigma}_{\beta_4}^2 + \hat{\sigma}_{\varepsilon_4}^2)$$

$$W_5 = W_1 / (\hat{\sigma}_{\tau_5}^2 + \hat{\sigma}_{\varepsilon_5}^2)$$

$$W_6 = W_1 / (\hat{\sigma}_{\beta_6}^2 + \hat{\sigma}_{\varepsilon_6}^2)$$

$$W_7 = W_1 / (\hat{\sigma}_{\alpha_7}^2 + \hat{\sigma}_{\varepsilon_7}^2)$$

$$W_8 = W_1 / (\hat{\sigma}_{\varepsilon_8}^2)$$

2.2.4 ขั้นตอนต่อมาคือการนำเอาค่าองค์ประกอบความแปรปรวนที่เกิดจากความผันแปรเดียวกันมาทำการเฉลี่ย

ตารางที่ 2 แสดงการเฉลี่ยตัวแบบ

ตัวแบบ	1	2	3	4	5	6	7	8	
องค์ประกอบความแปรปรวน									องค์ประกอบความแปรปรวนเฉลี่ย
	$\hat{\sigma}_{\tau_1}^2$	$W_2 \cdot \hat{\sigma}_{\tau_2}^2$	$W_3 \cdot \hat{\sigma}_{\tau_3}^2$		$W_5 \cdot \hat{\sigma}_{\tau_5}^2$				$\frac{\sum_{i=1}^8 \hat{\sigma}_{\tau_i}^2}{8}$
	$\hat{\sigma}_{\alpha_1}^2$	$W_2 \cdot \hat{\sigma}_{\alpha_2}^2$		$W_4 \cdot \hat{\sigma}_{\alpha_4}^2$			$W_7 \cdot \hat{\sigma}_{\alpha_7}^2$		$\frac{\sum_{i=1}^8 \hat{\sigma}_{\alpha_i}^2}{8}$
	$\hat{\sigma}_{\beta_1}^2$		$W_3 \cdot \hat{\sigma}_{\beta_3}^2$	$W_4 \cdot \hat{\sigma}_{\beta_4}^2$		$W_6 \cdot \hat{\sigma}_{\beta_6}^2$			$\frac{\sum_{i=1}^8 \hat{\sigma}_{\beta_i}^2}{8}$
	$\hat{\sigma}_{\varepsilon_1}^2$	$\frac{W_2 \cdot \hat{\sigma}_{\varepsilon_2}^2}{m+1}$	$\frac{W_3 \cdot \hat{\sigma}_{\varepsilon_3}^2}{m+1}$	$\frac{W_4 \cdot \hat{\sigma}_{\varepsilon_4}^2}{m+1}$	$\frac{W_5 \cdot \hat{\sigma}_{\varepsilon_5}^2}{2m+1}$	$\frac{W_6 \cdot \hat{\sigma}_{\varepsilon_6}^2}{2m+1}$	$\frac{W_7 \cdot \hat{\sigma}_{\varepsilon_7}^2}{2m+1}$	$\frac{W_8 \cdot \hat{\sigma}_{\varepsilon_8}^2}{3m+1}$	$\frac{\sum_{i=1}^8 \hat{\sigma}_{\varepsilon_i}^2}{8}$

i คือจำนวนตัวแบบที่เป็นไปได้ทั้งหมด

m คือ 0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5 และ 3.0 ตามลำดับ

เมื่อเราทำการลดพารามิเตอร์หนึ่งตัวปัจจัยจะถูกลดลงไปหนึ่งปัจจัย ทำให้ค่าผลบวกกำลังสองของปัจจัยตัวนั้นไปรวมอยู่กับผลบวกกำลังสองของปัจจัยที่เกิดจากความคลาดเคลื่อน และตอนที่เราสร้างข้อมูลเพื่อนำมาศึกษา เรากำหนดให้ค่าความแปรปรวนที่เกิดจากปัจจัยอื่น ๆ เป็น m เท่าของค่าความแปรปรวนที่เกิดจากความคลาดเคลื่อนในการสุ่มตัวอย่าง ซึ่งคิดเป็นสัดส่วน

$m:m:m:1$ ค้างนั้นถ้าปัจจัยหายไปหนึ่งปัจจัยสัดส่วนจะเปลี่ยนไปเป็น $0:m:m:m+1$ อย่างเช่นตัวแบบที่สองปัจจัยแบ่งบล็อกลูกตามสมมติหายไปเราจึงเฉลี่ยค่าองค์ประกอบความแปรปรวนที่เกิดจากความคลาดเคลื่อนด้วย $m+1$ ก่อน เพื่อให้สัดส่วนขององค์ประกอบความแปรปรวนที่เกิดจากความคลาดเคลื่อนกลับไปเป็น 1 เท่าเดิม

2.3 เกณฑ์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบวิธีการประมาณ

การประมาณแบบจุด

การเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าแบบจุดขององค์ประกอบความแปรปรวนสำหรับตัวแบบจตุรัสละติจูดจะพิจารณาโดยการเปรียบเทียบขนาดเวกเตอร์ขององค์ประกอบความแปรปรวน ระหว่างค่าประมาณของพารามิเตอร์ที่ศึกษากับค่าจริงขององค์ประกอบความแปรปรวน ซึ่งเรียกเกณฑ์นี้ว่าระยะทางยูคลิด (Euclidean Distance) เฉลี่ยโดยสมมติให้องค์ประกอบความแปรปรวนแต่ละตัวเป็นอิสระจากกัน ซึ่งมีสูตรดังนี้

โดยใช้ตัวแบบเต็มรูป

$(EuFM)_j$ = ระยะทางยูคลิดการทดลองที่ j ของตัวแบบเต็มรูป

$$= \left\| \begin{matrix} \hat{\theta}_{FM_j} - \theta_j \\ \hat{\sigma}_{\tau_j}^2 - \sigma_{\tau_j}^2 \\ \hat{\sigma}_{\alpha_j}^2 - \sigma_{\alpha_j}^2 \\ \hat{\sigma}_{\beta_j}^2 - \sigma_{\beta_j}^2 \\ \hat{\sigma}_{\epsilon_j}^2 - \sigma_{\epsilon_j}^2 \end{matrix} \right\|$$

$$= \sqrt{(\hat{\sigma}_{\tau_j}^2 - \sigma_{\tau_j}^2)^2 + (\hat{\sigma}_{\alpha_j}^2 - \sigma_{\alpha_j}^2)^2 + (\hat{\sigma}_{\beta_j}^2 - \sigma_{\beta_j}^2)^2 + (\hat{\sigma}_{\epsilon_j}^2 - \sigma_{\epsilon_j}^2)^2}$$

\overline{EuFM} = ระยะทางยูคลิดเฉลี่ยโดยใช้ตัวแบบเต็มรูป

$$= \frac{\sum_{j=1}^N (EuFM)_j}{N}$$

โดยใช้วิธีการเฉลี่ยตัวแบบ

$(EuMA)_j$ = ระยะทางขุคลิการทดลองที่ j ของวิธีการเฉลี่ยตัวแบบ

$$= \left\| \begin{pmatrix} \hat{\theta}_{MA_j} - \theta_j \\ \sim \end{pmatrix} \right\|$$

$$= \sqrt{(\hat{\sigma}_{r_{MA_j}}^2 - \sigma_{r_j}^2)^2 + (\hat{\sigma}_{\alpha_{MA_j}}^2 - \sigma_{\alpha_j}^2)^2 + (\hat{\sigma}_{\beta_{MA_j}}^2 - \sigma_{\beta_j}^2)^2 + (\hat{\sigma}_{\epsilon_{MA_j}}^2 - \sigma_{\epsilon_j}^2)^2}$$

\overline{EuMA} = ระยะทางขุคลิการเฉลี่ยของวิธีการเฉลี่ยตัวแบบ

$$= \frac{\sum_{j=1}^N (EuMA)_j}{N}$$

โดยที่ j คือ ค่าเริ่มต้นในการหาค่าระยะทางขุคลิการเฉลี่ย

N คือ จำนวนการทดลองทั้งหมดที่ทำให้ระยะทางขุคลิการเฉลี่ยเข้าสู่ค่าคงที่

และ $\hat{\theta}_{FM_j}$ คือ เวกเตอร์ค่าประมาณขององค์ประกอบความแปรปรวนวิธีตัวแบบเต็มรูป

$\hat{\theta}_{MA_j}$ คือ เวกเตอร์ค่าประมาณขององค์ประกอบความแปรปรวนวิธีตัวแบบเฉลี่ย

θ_j คือ เวกเตอร์ค่าจริงขององค์ประกอบความแปรปรวน

ซึ่ง

$$\hat{\theta}_{\sim FM_j} = \begin{pmatrix} \hat{\sigma}_{\tau_{FM_j}}^2 \\ \hat{\sigma}_{\alpha_{FM_j}}^2 \\ \hat{\sigma}_{\beta_{FM_j}}^2 \\ \hat{\sigma}_{\varepsilon_{FM_j}}^2 \end{pmatrix}, \hat{\theta}_{\sim MA_j} = \begin{pmatrix} \hat{\sigma}_{\tau_{MA_j}}^2 \\ \hat{\sigma}_{\alpha_{MA_j}}^2 \\ \hat{\sigma}_{\beta_{MA_j}}^2 \\ \hat{\sigma}_{\varepsilon_{MA_j}}^2 \end{pmatrix}, \theta_j = \begin{pmatrix} \sigma_{\tau_j}^2 \\ \sigma_{\alpha_j}^2 \\ \sigma_{\beta_j}^2 \\ \sigma_{\varepsilon_j}^2 \end{pmatrix}$$

ดังนั้น ถ้าวิธีการใดที่ให้ค่าระยะทางซุกติคเฉลี่ยต่ำกว่าก็จะเป็นวิธีการประมาณที่ดีกว่า นั่นแสดงว่าค่าประมาณขององค์ประกอบความแปรปรวนที่ได้มีค่าใกล้เคียงค่าจริงขององค์ประกอบความแปรปรวนมากกว่า