บทที่ 1

บทนำ

หอสมุดกลาง สถาบันวิทยบริการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

1.1 ความสำคัญและความเป็นมาของปัญหา

งานวิจัยด้านต่างๆจะอาศัยระเบียบวิธีทางด้านสถิติเข้ามาช่วยเพื่อหาข้อสรุปสำหรับสมมติฐานที่ตั้งขึ้นมา และผลสรุปจะมีความถูกต้องและน่าเชื่อถือมากน้อยเพียงใดนั้นขึ้นอยู่กับการเลือกใช้ตัวสถิติที่เหมาะสมกับลักษณะของข้อมูลที่จะทำการทดสอบ โดยทั่วไปการทดสอบสมมติฐานเชิงสถิติที่สนใจศึกษามักพิจารณาจากค่าเฉลี่ยของประชากรเป็นหลัก ไม่ว่าจะเป็นการทดสอบเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยประชากรชุดเดียวหรือค่าเฉลี่ยของประชากรตั้งแต่ 2 ชุดขึ้นไปก็ตาม สำหรับการหาข้อสรุปของการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยของประชากรที่มีตั้งแต่ 2 ชุดขึ้นไป จะใช้วิธีการวิเคราะห์ที่เรียกว่า การวิเคราะห์ความแปรปรวน (Analysis of variance) ซึ่งนิยมเรียกสั้นๆว่า ANOVA วิธีการนี้ใช้ได้ผลภายใต้ข้อกำหนดเบื้องต้นที่ว่า ประชากร t ประชากรนั้น มีการแจกแจงแบบปกติ และมีค่าความแปรปรวนเท่ากัน คือ $\sigma_i^2 = \sigma^2$ (i = 1, 2, ..., t) เพราะฉะนั้นจะเห็นได้ว่าผู้วิจัยจะต้องทำการทดสอบว่าความแปรปรวนของแต่ละประชากรเท่ากันหรือไม่ ก่อนที่จะนำไปสู่การวิเคราะห์ความแปรปรวน เป็นที่ทราบดีแล้วว่าตัวสถิติที่ใช้ทดสอบความเท่ากันของความแปรปรวนที่ถูกนำมาใช้มากที่สุดคือ การทดสอบเอฟ (F test) ซึ่งเป็นสถิติทดสอบที่ใช้พารามิเตอร์ (parametric statistics) และมีข้อตกลงเบื้องต้นเกี่ยวกับลักษณะการแจกแจงของประชากรว่าจะต้องมีการแจกแจงแบบปกติ ซึ่งข้อมูลที่ได้จากแผนการทดลองโดยทั่วไปจะมีลักษณะการแจกแจงของประชากรไม่เป็นแบบปกติเสมอไป ถ้าผู้วิจัยยังคงเลือกใช้สถิติทดสอบเอฟก็จะส่งผลให้ผลสรุปที่ได้ขาดความน่าเชื่อถือ ทางเลือกที่เป็นไปได้สำหรับผู้วิจัยเมื่อเกิดปัญหาเกี่ยวกับการแจกแจงประชากรที่ไม่เป็นแบบปกติคือ

1. ใช้การทดสอบเอฟเดิมโดยที่ข้อมูลยังมีคุณสมบัติไม่เป็นไปตามข้อตกลงเบื้องต้น
2. ใช้การทดสอบที่ไม่ใช้พารามิเตอร์ (Nonparametric test)
3. ใช้วิธีการทดสอบอื่นที่เหมาะสมกับข้อมูล แต่คุณสมบัติไม่เป็นไปตามข้อตกลงเบื้องต้น

จากทางเลือกที่กล่าวมาทั้งหมดจะเห็นได้ว่าทางเลือกที่หนึ่ง เป็นทางเลือกที่ไม่ดีนัก เนื่องจากการทดสอบเอฟ เป็นการทดสอบที่มีความไวมาก และจะเป็นผลกระทบอย่างมากต่อข้อสรุปที่ได้จากการทดสอบดังคำกล่าวของ Scheff (1959 : 337 – 345) ว่าการฝ่าฝืนข้อตกลงเบื้องต้นจะมีผลเล็กน้อยต่อการอ้างอิงหรือทดสอบเกี่ยวกับค่าเฉลี่ย แต่จะมีผลอย่างมากต่อการอ้างอิงหรือการทดสอบเกี่ยวกับค่าความแปรปรวน

ส่วนทางเลือกที่สองและสามนั้น เป็นทางเลือกที่ผู้วิจัยสามารถนำมาใช้ได้เมื่อข้อมูลไม่ได้มีการแจกแจงแบบปกติ ยกตัวอย่างเช่น ข้อมูลมีการแจกแจงแบบเบ้ หรือแบบสมมาตรหางยาว เป็นต้น แต่ทางเลือกนี้อาจมีข้อเสียคือ อำนาจของการทดสอบจะลดลงไป

เป็นที่ทราบกันดีแล้วว่าการทดสอบความเท่ากันของความแปรปรวนส่วนใหญ่มีการพัฒนาและประยุกต์ใช้กับข้อมูลประเภทจำแนกทางเดียว (One way classification data) ยกตัวอย่างเช่นกรณีที่การแจกแจงข้อมูลเป็นแบบปกติจะเลือกใช้ตัวสถิติทดสอบบาร์ตเลต (Bartlett's test) สถิติทดสอบคอคครัน (Cochran's test) สถิติทดสอบฮาร์ทเลย์ (Hartley's test) ส่วนกรณีที่ข้อมูลมิได้มีการแจกแจงแบบปกติก็จะเลือกใช้สถิติทดสอบของเลเวเน (Levene's test) สถิติทดสอบของบราวน์และฟอร์ซีส (Brown-Forsythe test) สถิติทดสอบของโอบรีน (O' Brien' test) สถิติทดสอบของแจคไนฟ์ (Jacknife's test) เป็นต้น แต่เนื่องจากการวางแผนทดลองแบบจำแนกทางเดียวจะใช้ได้ผลดีเมื่อหน่วยตัวอย่างของแต่ละวิธีมีความสม่ำเสมอกัน ซึ่งในทางปฏิบัติจริงนั้นเป็นไปได้ยาก จึงได้มีการวางแผนทดลองแบบสุ่มในบล็อกสมบูรณ์ (Randomized Complete Block Design : RCBD) ขึ้น ซึ่งข้อมูลที่ได้จากแผนทดลองนี้เป็นข้อมูลประเภทจำแนกสองทาง (Two way classification) สำหรับตัวสถิติทดสอบความเท่ากันของความแปรปรวนของข้อมูลประเภทนี้นั้นมีผู้วิจัยหลาย ๆ คนเสนอไว้ ยกตัวอย่างเช่น สถิติทดสอบฮาน(Han 's test) สถิติทดสอบชูคลา(Shukla 's test) สถิติทดสอบแฮร์ริส(Harris 's test) เป็นต้น ซึ่งส่วนหนึ่งเป็นสถิติทดสอบที่น่าสนใจผู้วิจัยจึงได้นำมาศึกษาในครั้งนี้

แต่เนื่องจากตัวสถิติเหล่านี้ยังไม่มีผู้ศึกษาและนำมาเปรียบเทียบกันอย่างจริงจังในด้านคุณสมบัติและความเหมาะสมกับลักษณะของข้อมูล เพราะฉะนั้นในการศึกษาครั้งนี้ผู้วิจัยได้ทำการศึกษาความแกร่ง (Robustness) ของสถิติทดสอบความเท่ากันของความแปร ปรวนของความคลาดเคลื่อนเมื่อข้อมูลได้จากแผนการทดลองแบบสุ่มในบล็อกสมบูรณ์ ซึ่งความแกร่งนี้พิจารณาได้จากการที่สถิติทดสอบนั้นจะต้องไม่ทำให้ความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่1 (Type I Error) หรือความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 2 (Type II Error) มีค่ามากขึ้นเมื่อข้อตกลงเบื้องต้นเกิดผิดพลาดไป ดังนั้นคุณสมบัติที่จะชี้ให้เห็นว่าสถิติทดสอบนั้นมีความเหมาะสมหรือไม่ ก็คือ ความแกร่งและอำนาจการทดสอบ (Power of the test)

1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย

ในการศึกษาวิจัยครั้งนี้ต้องการศึกษาเปรียบเทียบความแกร่งของตัวสถิติทดสอบความเท่ากันของความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนเมื่อข้อมูลที่ต้องการทดสอบได้จากแผนการทดลองแบบสุ่มในบล็อกสมบูรณ์ (Randomized Complete Block Design) โดยใช้ตัวสถิติทดสอบดังนี้

1. สถิติทดสอบไบร์เลย์และบราดเลย์ (Brindley and Bradley test statistic)
2. สถิติทดสอบฮาน (Han test statistic)
3. สถิติทดสอบวิลค็อก (Wilcox test statistic)
4. สถิติทดสอบเลเวเนปรับปรุง (Modified Levene test statistic) ที่เสนอโดย Yitnosumarto และ O' Neill

เพื่อหาข้อสรุปเกี่ยวกับความแกร่งและอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบดังกล่าวภายใต้การแจกแจงของความคลาดเคลื่อน 4 แบบ คือ

1. การแจกแจงแบบปกติ (Normal distribution)
2. การแจกแจงแบบที (T distribution)
3. การแจกแจงแบบไคสแควร์ (Chi-square distribution)
4. การแจกแจงแบบไวบูลล์ (Weibull distribution)

1.3 สมมติฐานของการวิจัย

ในการทดสอบความเท่ากันของความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน เมื่อความคลาดเคลื่อนไม่ได้มีการแจกแจงแบบปกติ สถิติทดสอบวิลค็อกจะมีความเหมาะสมมากที่สุดในกรณีที่อิทธิพลของบล็อกมีค่าน้อย และเมื่ออิทธิพลของบล็อกมีค่ามากสถิติทดสอบเลเวเนปรับปรุงจะมีความเหมาะสมมากที่สุด

1.4 ข้อตกลงเบื้องต้น

ตัวแบบของข้อมูลที่ใช้ในการศึกษา จากแผนการทดลองแบบสุ่มในบล็อกสมบูรณ์มีรูปแบบเป็น

$X_{ij} = \mu + \tau_i + \beta_j + \varepsilon_{ij}$

โดยที่ X_{ij} คือค่าสังเกตจากหน่วยทดลองในบล็อกที่ j ที่ได้รับทรีทเมนต์ที่ i

μ คือค่าเฉลี่ยของประชากร

τ_i คืออิทธิพลของทรีทเมนต์ที่ i

β_j คืออิทธิพลของบล็อกที่ j

ε_{ij} คือค่าความคลาดเคลื่อนสุ่มของการทดลองจากหน่วยทดลองที่ (i,j)

ในการศึกษานี้ กำหนดให้ τ_i เป็นอิทธิพลแบบคงที่ และ β_j เป็นอิทธิพลแบบสุ่ม

จะได้ว่า $\sum_{i=1}^{t} \tau_i = 0$ และ $\beta_j \sim (\mu_\beta, \sigma_\beta^2)$; $j = 1, 2, \ldots, b$

ในกรณีที่ความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนมีค่าเท่ากัน

$$\varepsilon_{ij} \sim (\mu_i, \sigma^2)$$

และในกรณีไม่เท่ากัน $\varepsilon_{ij} \sim (\mu_i, \sigma_i^2)$ โดยที่ $i = 1, 2, \ldots, t$ $j = 1, 2, \ldots, b$

ซึ่งในกรณีที่ความแปรปรวนของ ε_{ij} ไม่เท่ากัน จะได้ว่า

$$Var(X_{ij}) = \sigma_\beta^2 + \sigma_i^2 \qquad i = 1, 2, \ldots, t \quad j = 1, 2, \ldots, b$$

เมื่อ $\underset{\sim}{X}_j$ เป็นเวคเตอร์ของหน่วยตัวอย่างในบล็อกที่ j ดังนั้นเมตริกซ์ความแปรปรวนร่วมของ

$\underset{\sim}{X}_j$ คือ $Cov\left(\underset{\sim}{X}_j\right) = \left(Cov\left(X_{ij}, X_{kj}\right)\right)_{t \times t}$; $i = 1,2,\ldots,t$ $k = 1,2,\ldots,t$

กรณีที่ i = k จะได้ว่า $Cov(\underset{\sim}{X}_j) = Var(X_{ij})$

และกรณีที่ $i \neq k$ จะได้ว่า $Cov(\underset{\sim}{X}_j) = Cov(X_{ij}, X_{kj})$

$$= Cov(\mu + \tau_i + \beta_j + \varepsilon_{ij}, \mu + \tau_k + \beta_j + \varepsilon_{kj})$$

$$= Cov(\beta_j, \beta_j) + Cov(\beta_j, \varepsilon_{kj}) + Cov(\varepsilon_{ij}, \beta_j) + Cov(\varepsilon_{ij}, \varepsilon_{kj})$$

$= \sigma_\beta^2$ $\because$ ความเป็นอิสระของ β_j, ε_{ij} และ ε_{kj}

และได้ว่า $\underset{\sim}{X}_j \sim (\underset{\sim}{\tau}, \underset{\sim}{V})$ j=1, 2,...,b

เมื่อ $\underset{\sim}{\tau}' = (\mu + \tau_1 + \mu_\beta, \mu + \tau_2 + \mu_\beta, \ldots, \mu + \tau_t + \mu_\beta)$

หอสมุดกลาง สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

และ $$\underset{\sim}{V} = \begin{bmatrix} \sigma_\beta^2 + \sigma_1^2 & & & \sigma_\beta^2 \\ & \sigma_\beta^2 + \sigma_2^2 & & \\ & & \ddots & \\ \sigma_\beta^2 & & & \sigma_\beta^2 + \sigma_t^2 \end{bmatrix}$$

ในงานวิจัยนี้ จะทำการทดสอบสมมติฐาน

$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \ldots = \sigma_t^2$

H_1 : ความแปรปรวนของประชากรอย่างน้อย 1 กลุ่ม มีความแปรปรวนต่างกัน

ภายใต้สถานการณ์ต่างๆ โดยใช้สถิติทดสอบไบร์เลย์และบราดเลย์ สถิติทดสอบฮาน สถิติทดสอบวิลค็อก และสถิติทดสอบเลเวเนปรับปรุง

เนื่องจากการวิจัยครั้งนี้ต้องการศึกษาถึงความแกร่งและอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบความเท่ากันของความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน ทำการศึกษาภายใต้การแจกแจงของความคลาดเคลื่อนที่ไม่ใช่การแจกแจงแบบปกติ คือ การแจกแจงที(สมมาตรหางยาว) การแจกแจงแบบไคสแควร์และไวบูลล์ (เบ้ขวา) นอกจากนี้ยังสนใจศึกษาถึงปัจจัยของจำนวนบล็อกที่เพิ่มขึ้นว่ามีผลต่ออำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบและจากคุณสมบัติของสถิติทดสอบ ที่นำมาศึกษาในครั้งนี้ พบว่าตัวสถิติบางวิธีจะมีความแกร่งเมื่ออิทธิพลของบล็อกมีค่าเพิ่มขึ้น จึงวางแผนการทดลองโดยกำหนดให้อิทธิพลของบล็อก (β_j) เป็นอิทธิพลแบบสุ่ม และวัดการกระจายโดยใช้ค่าสัมประสิทธิ์ความแปรผัน (C.V.) เพื่อตรวจสอบอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบทั้ง 4 วิธี เมื่อค่าสัมประสิทธิ์ความแปรผันของอิทธิพลของบล็อกมีค่าเพิ่มขึ้น

ในกรณีที่ต้องการศึกษาค่าอำนาจการทดสอบจะกำหนดความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนให้มีค่าแตกต่างกัน โดยกำหนดให้ความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนแตกต่างกันเป็นอัตราส่วน 3 ระดับ คือ แตกต่างกันน้อย แตกต่างกันปานกลาง และแตกต่างกันมาก กำหนดความแตกต่างตามวิธีของ Games และ Probert (1972) ซึ่งคำนวณจากสูตร

$$\Phi = \sqrt{\sum_{i=1}^{t} \frac{\left(\sigma_i^2 - \bar{\sigma}^2\right)^2}{t\sigma_1^2}}$$

เป็นตัววัดความแตกต่างดังต่อไปนี้

1. อัตราส่วนของความแปรปรวนแตกต่างกันน้อย ค่า ϕ อยู่ระหว่าง (0,1.5)
2. อัตราส่วนของความแปรปรวนแตกต่างกันปานกลางค่า ϕ อยู่ระหว่าง (1.5,3.0)
3. อัตราส่วนของความแปรปรวนแตกต่างกันมากค่า ϕ มากกว่า 3.0

1.5 ขอบเขตของการวิจัย

1. ศึกษาถึงความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 (Type I Error) และอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบ ไบร์เลย์และบราดเลย์ สถิติทดสอบฮาน สถิติทดสอบวิลค็อก และสถิติทดสอบเลเวเนปรับปรุง เมื่อข้อมูล ได้จากแผนการทดลองแบบสุ่มในบล็อกสมบูรณ์ ภายใต้การแจกแจกของความคลาดเคลื่อน 4 แบบคือ การแจกแจงแบบปกติ แบบที แบบไคสแควร์ และแบบไวบูลล์
2. กำหนดให้มีจำนวนบล็อกในแผนการทดลอง เท่ากับ 5, 10, 15, 20 และ 30 ตามลำดับ
3. กำหนดให้ปัจจัยที่สนใจ (Treatment) เป็นปัจจัยแบบคงที่ (Fixed-effect) และมีจำนวนเท่ากับ 4 ทรีทเมนต์
4. กำหนดให้อิทธิพลของบล็อกเป็นแบบสุ่ม (Random effect) และวัดการกระจายโดยใช้ค่าสัมประสิทธิ์ความแปรผัน (Coefficient of variation) ที่แตกต่างกัน 5 ระดับ คือ 5%, 10%, 20%, 50% และ 100%
5. กำหนดให้ความแตกต่างของความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนในแต่ละประชากรแตกต่างกันดังนี้ (ประชากร 1 : ประชากร 2 : ประชากร 3 : ประชากร 4)

   ความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนแตกต่างกันน้อย

   ชุดที่ 1 1 : 2.5 : 3 : 3.5 ค่า ϕ เท่ากับ 0.9354

   ชุดที่ 2 1 : 2 : 3 : 4 ค่า ϕ เท่ากับ 1.1180

   ความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนแตกต่างกันปานกลาง

   ชุดที่ 3 1 : 4 : 5 : 5.5 ค่า ϕ เท่ากับ 1.7455

   ชุดที่ 4 1 : 3 : 5 : 7 ค่า ϕ เท่ากับ 2.2361

   ความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนแตกต่างกันมาก

   ชุดที่ 5 1 : 3 : 5 : 10 ค่า ϕ เท่ากับ 3.3448

   ชุดที่ 6 1 : 5 : 10 : 15 ค่า ϕ เท่ากับ 5.2619

6. กำหนดระดับนัยสำคัญเท่ากับ 0.01,0.05,และ 0.10
7. การวิจัยครั้งนี้จำลองการทดลองตามสถานการณ์ต่างๆโดยใช้เทคนิคมอนติคาร์โล (Monte Carlo Technique) ทำซ้ำ 1,000 ครั้ง ในแต่ละสถานการณ์ของการทดลองด้วยโปรแกรมภาษาฟอร์แทรน 77 บนเครื่องคอมพิวเตอร์ HITACHI EX-33

1.6 คำจำกัดความ

ความแกร่ง (Robustness) ของสถิติทดสอบหมายถึง คุณสมบัติของการทดสอบที่ไม่แสดงความไวต่อการเปลี่ยนแปลงของปัจจัยที่ต้องการทดสอบ เช่น การเบี่ยงเบนจากข้อตกลงเกี่ยวกับการแจกแจงของประชากรแบบปกติไปเป็นแบบอื่นจะต้องไม่ส่งผลกระทบต่อค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 (Type I Error) และค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 2 (Type II Error) ให้เพิ่มมากขึ้น

อำนาจของการทดสอบ (Power of the test) หมายถึงความน่าจะเป็นของการปฏิเสธสมมติฐานว่างเมื่อสมมติฐานว่างนั้นผิด ซึ่งมีค่าเท่ากับ $1-\beta$ เมื่อ β คือค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 2

ความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 (Type I Error) คือความผิดพลาดที่เกิดจากการปฏิเสธสมมติฐานว่างเมื่อสมมติฐานว่างนั้นเป็นจริง

ความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 2 (Type II Error) คือความผิดพลาดที่เกิดจากการยอมรับสมมติฐานว่างเมื่อสมมติฐานว่างนั้นผิด

1.7 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1.ได้ตัวสถิติทดสอบที่มีความแกร่งและเหมาะสมกับลักษณะของข้อมูลที่ได้จากแผนการทดลองแบบสุ่มในบล็อกสมบูรณ์เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบสมมาตรหางยาว และการแจกแจงแบบเบ้

2. เพื่อเป็นแนวทางในการวิจัยหาตัวสถิติทดสอบที่มีความเหมาะสมต่อไป