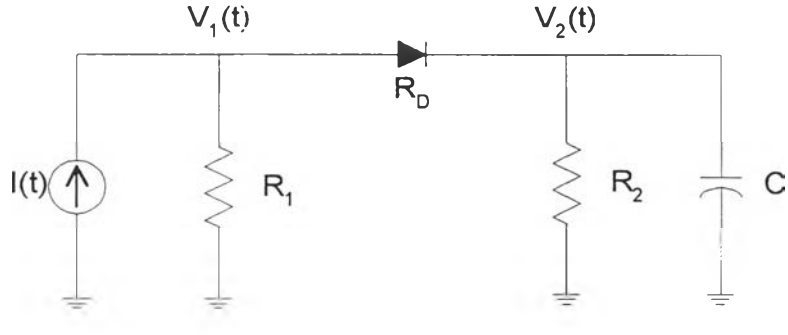
บทที่ 4

ขั้นตอนวิธีเมตริกซ์แคชเพื่อลดเวลาในการจำลองทางเวลา

ขั้นตอนวิธีเมตริกซ์แคช ที่จะนำเสนอในบทนี้นั้นเป็นขั้นตอนวิธีที่ใช้เวลาในการคำนวณน้อยกว่าขั้นตอนวิธีแบบทั่วไปในการทำการจำลองทางเวลาสำหรับกรณีที่วงจรเป็นวงจรเชิงเส้นแบบท่อน โดยจะใช้หลักความจริงที่ว่า เมตริกซ์ในส่วนของขั้นตอนวิธีที่แก้สมการเชิงเส้น จะมีจำนวนค่าที่แตกต่างกันได้ไม่เกินค่าที่จำกัดค่าหนึ่งเท่านั้น ดังนั้นเมื่อเพิ่มเทคนิคพิเศษในขั้นตอนวิธีเมตริกซ์แคชเข้าไปเพื่อจัดเก็บค่าตัวประกอบแอล-ยูของเมตริกซ์เหล่านี้เพื่อนำกลับมาใช้ใหม่ จะทำให้สามารถแก้สมการเชิงเส้นได้เร็วกว่าการแก้สมการในขั้นตอนวิธีแบบทั่วไปที่ค่าตัวประกอบแอล-ยูจะต้องถูกคำนวณใหม่ทุกครั้ง

4.1 ความซ้ำซ้อนของขั้นตอนวิธีแบบทั่วไปของ "เล็ก 6.0"

จากแผนภูมิสายงานของขั้นตอนวิธีการวิเคราะห์ผลตอบสนองทางเวลาของโปรแกรม "เล็ก 6.0" ดังที่รูปที่ 3.1 นั้นพบว่า ขั้นตอนวิธีแบบทั่วไปนั้นจะต้องทำการสร้างสมการวงจร และแก้สมการวงจรใหม่ทุกครั้งที่แต่ละจุดเวลา ซึ่งในความเป็นจริงแล้วสำหรับบางวงจรอาจไม่ต้องทำการสร้างและแก้ปัญหาสมการวงจรใหม่ทุกครั้ง เพื่อให้เห็นภาพได้ชัดเจนยิ่งขึ้น ขอยกตัวอย่างวงจรในรูปที่ 4.1 ซึ่งเป็นวงจรเชิงเส้นแบบท่อน ใช้ประกอบในการอธิบาย ดังนี้



รูปที่ 4.1 ตัวอย่างวงจรเชิงเส้นแบบท่อน

จากวงจรในรูปที่ 4.1 ซึ่งเป็นวงจรเดียวกันกับวงจรในรูปที่ 3.3 ที่เคยอธิบายถึงการทำงานของวงจรมาบ้างแล้วในบทที่ 3 โดยที่สมการวงจรในรูป Ax=b ที่สร้างด้วยวิธีโมดิฟายด์โนดัลนั้นได้ถูกแสดงไว้ในสมการที่ (4.1) และขอกำหนดค่าตัวแปรต่างๆ ดังนี้ (R_1=1 Ω, R_2=1 Ω, C=0.001 F, I=5 A, $V_2(0)$=0 V) และเพื่อเป็นง่ายต่อการอธิบาย จะขอกำหนดให้ขนาดขั้นเวลาเป็นแบบคงที่ขนาด 10^{-3} s ซึ่งสมการวงจรที่แทนค่าแล้วได้แสดงไว้ในสมการที่ (4.2) ถ้าพิจารณาสมการให้ดีจะพบว่าองค์ประกอบในเมตริกซ์ A นั้นมีตัวแปรเพียง 2 ตัวคือ R_D และ I_D โดยที่ตัวแปรทั้งสองตัวนี้เป็นค่าพารามิเตอร์ของไดโอดซึ่งเป็นอุปกรณ์เชิงเส้นแบบท่อน ดังนั้นถ้าพูดใหม่อีกครั้งก็คือ องค์ประกอบของเมตริกซ์ A ของวงจรในรูปที่ 4.1 นั้นจะขึ้นกับสถานะการทำงานของไดโอด ซึ่งมีทั้งหมด 3 สถานะดังนี้

1. สถานะไม่นำกระแส $1/R_D = 1/R_{OFF}$ และ $I_D = 0$
2. สถานะนำกระแส $1/R_D = 1/(R_{ON} // R_{OFF})$ และ $I_D = V_{CUTIN}/R_{ON}$
3. สถานะพังทลาย $1/R_D = 1/(R_{OFF} // R_Z)$ และ $I_D = -V_Z/R_Z$

ซึ่งถ้าใช้ขั้นตอนวิธีแบบทั่วไปในการวิเคราะห์วงจรนี้ (ดังที่ได้กล่าวมาแล้วในบทที่ 3) ในส่วนของขั้นตอนการแก้สมการเมตริกซ์โดยการแยกตัวประกอบแอล-ยูนั้น ขั้นตอนวิธีแบบทั่วไปจะทำการแยกตัวประกอบแอล-ยูเมตริกซ์ A ซ้ำๆเดิมที่ทุกๆจุดเวลา เนื่องจากว่าขั้นตอนวิธีแบบทั่วไปนั้นไม่รู้ว่า จริงๆแล้วไม่มีความจำเป็นที่จะต้องแยกตัวประกอบแอล-ยูใหม่ เนื่องจากเมตริกซ์ A นั้นมีเพียง 3 รูปแบบตามสถานะการทำงานของไดโอดเท่านั้น ดังนั้นถ้าเพิ่มเทคนิคพิเศษการรู้จำรูปแบบเมตริกซ์ A เข้าไปสำหรับวิเคราะห์วงจรเดียวกันนี้ ขั้นตอนวิธีใหม่นี้จะทำการแยกตัวประกอบแอลยูเพียง 3 ครั้งเท่านั้นเอง และสำหรับในครั้งอื่นๆนั้นจะนำค่าตัวประกอบแอล-ยูที่เคยแยกไปแล้วกลับมาใช้ใหม่ได้เลย โดยที่จะไม่ต้องทำการแยกตัวประกอบแอล-ยูใหม่ที่ทุกๆจุดเวลาเหมือน ขั้นตอนวิธีแบบทั่วไป

$$\begin{bmatrix} 1/R_1 + 1/R_D & -1/R_D \\ -1/R_D & 1/R_2 + C/h + 1/R_D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1(t_i) \\ V_2(t_i) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I(t_i) + I_D \\ C * V_2(t_{i-1})/h - I_D \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

$$\begin{bmatrix} 1 + 1/R_D & -1/R_D \\ -1/R_D & 2 + 1/R_D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1(t_i) \\ V_2(t_i) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 + I_D \\ V_2(t_{i-1}) - I_D \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

แต่เนื่องจากในทางปฏิบัติจริงแล้วขนาดขั้นเวลาจะไม่คงที่ อาจเพิ่มขึ้นหรือลดลงได้ตามขนาดของ LTE ดังที่ได้อธิบายมาแล้วในบทที่ 2 ประกอบกับอุปกรณ์เชิงเส้นแบบท่อนมิได้มีเพียงไดโอดเท่านั้น ทำให้เมตริกซ์ A จะมีได้มากมายหลายรูปแบบ ดังนั้นในส่วนของขั้นตอนวิธีที่จะจัดการในส่วนของการจัดเก็บตัวประกอบแอล-ยูนั้น จึงจำเป็นต้องหารูปแบบที่เป็นไปได้ทั้งหมดของเมตริกซ์ A เสียก่อนว่า รูปแบบของเมตริกซ์ A นั้นขึ้นอยู่กับพารามิเตอร์อะไรบ้าง

การแบ่งกลุ่มอุปกรณ์ทางด้านอิเล็กทรอนิกส์

รูปแบบเมตริกซ์ A นั้นเกิดจากค่าพารามิเตอร์ต่างๆของอุปกรณ์ในวงจร ซึ่งทำให้อาจพูดได้ว่าเมตริกซ์ A นั้นมีรูปแบบขึ้นกับค่าพารามิเตอร์ของอุปกรณ์ในวงจร ดังนั้นจึงขอแบ่งกลุ่มอุปกรณ์ทางด้านอิเล็กทรอนิกส์ทั้งหมดออกเป็น 4 กลุ่มใหญ่ๆ ด้วยกันคือ

1. **อุปกรณ์เชิงเส้น (Linear)** เช่น ความต้านทาน, แหล่งกำเนิดกระแส ฯลฯ ซึ่งจะเป็นส่วนที่เป็นค่าคงที่ในเมตริกซ์ A
2. **อุปกรณ์เชิงเส้นแบบท่อน (Piecewise linear)** เช่น ไดโอด หรือออปแอมป์ ที่มีแบบจำลองเป็นเชิงเส้นแบบท่อน ฯลฯ ซึ่งจะเป็นองค์ประกอบในเมตริกซ์ A ที่มีรูปแบบขึ้นอยู่กับสถานะการทำงานของอุปกรณ์เชิงเส้นแบบท่อน
3. **อุปกรณ์พลวัต (Dynamic)** เช่น ตัวเก็บประจุ, ตัวเหนี่ยวนำ ฯลฯ ซึ่งจะเป็นองค์ประกอบในเมตริกซ์ A ที่มีรูปแบบขึ้นอยู่กับขนาดของขั้นเวลา (h) ในการจำลองทางเวลา
4. **อุปกรณ์ไม่เชิงเส้น (Nonlinear)** เช่น ไดโอดที่มีแบบจำลองเป็นเอกซ์โพเนนเชียล ฯลฯ ซึ่งจะเป็นองค์ประกอบในเมตริกซ์ A ที่ไม่สามารถจัดให้ขึ้นอยู่กับพารามิเตอร์ใดเป็นพิเศษได้

จากการที่สามารถจัดให้อุปกรณ์ต่างๆแบ่งกลุ่มออกเป็น 4 กลุ่มได้แล้ว จึงได้กำหนดขอบเขตของวงจรที่จะใช้ในขั้นตอนวิธีใหม่ (ขั้นตอนวิธีที่รู้จำการแยกตัวประกอบแอล-ยูของเมตริกซ์) คือเป็นต้องวงจรเชิงเส้นแบบท่อน กล่าวคือประกอบด้วยอุปกรณ์ในข้อ 1-3 คืออุปกรณ์เชิงเส้น อุปกรณ์เชิงเส้นแบบท่อน และอุปกรณ์พลวัต เท่านั้น แต่ถ้าวงจรที่ต้องการทำการวิเคราะห์นั้นประกอบด้วยอุปกรณ์ไม่เชิงเส้น ก็จะไม่สามารถใช้ขั้นตอนวิธีพิเศษที่ว่านี้เพื่อเร่งความเร็วในการวิเคราะห์ผลตอบสนองเชิงเวลาได้ ต้องย้อนกลับไปใช้ใช้ขั้นตอนวิธีแบบทั่วไปในการวิเคราะห์เหมือนเดิม

รูปแบบของเมตริกซ์ A ขึ้นอยู่กับพารามิเตอร์อะไรบ้าง

หลังจากที่จำกัดให้ประเภทของวงจรที่จะเร่งความเร็วในขั้นตอนวิธีเมตริกซ์แคชเป็นวงจรเชิงเส้นแบบท่อน แล้วจำแนกแบ่งประเภทอุปกรณ์ออกเป็น 3 ประเภทดังที่ได้กล่าวมาแล้ว จะสามารถกำหนดรูปแบบที่เป็นไปได้ของเมตริกซ์ A ว่าจะขึ้นอยู่กับพารามิเตอร์ 2 ตัวคือ

- จำนวนสถานะการทำงานของอุปกรณ์เชิงเส้นแบบท่อน (Nstate)
- จำนวนรูปแบบของขั้นเวลาที่ใช้ในการคำนวณ (Nstep)

โดยที่สถานะการทำงานของอุปกรณ์เชิงเส้นแบบท่อนนั้นขึ้นอยู่กับตัวแปรสถานะของอุปกรณ์เชิงเส้นแบบท่อนดังที่ได้กล่าวมาแล้ว และเพื่อที่จะกำหนดให้รูปแบบของเมตริกซ์ A มีจำนวนจำกัดและมีรูปแบบที่แน่นอน จึงจำเป็นต้องปรับเปลี่ยนรูปแบบการเพิ่มลดขนาดของขั้นเวลา ให้มีรูปแบบที่เหมาะสมใหม่ดังในสมการที่ (4.3)

$$h = \frac{H_{max}}{2^{Nstep}} \tag{4.3}$$

โดยที่ Nstep มีค่าที่เป็นไปได้ 11 รูปแบบคือ 0, 1, 2, ..., 10

Hmax คือค่าขั้นเวลาที่มีขนาดมากที่สุด

ดังนั้นเมื่อสามารถกำหนดรูปแบบได้ดังนี้แล้ว จากพารามิเตอร์ 2 ตัวนี้เองทำให้สามารถบอกจำนวนรูปแบบที่เป็นไปได้ทั้งหมดของเมตริกซ์ A ดังสมการที่ (4.4)

$$\text{จำนวนรูปแบบที่เป็นไปได้ทั้งหมดของเมตริกซ์ A} = Nstep \bullet \prod_{i=1}^{m} Nstate_i \tag{4.4}$$

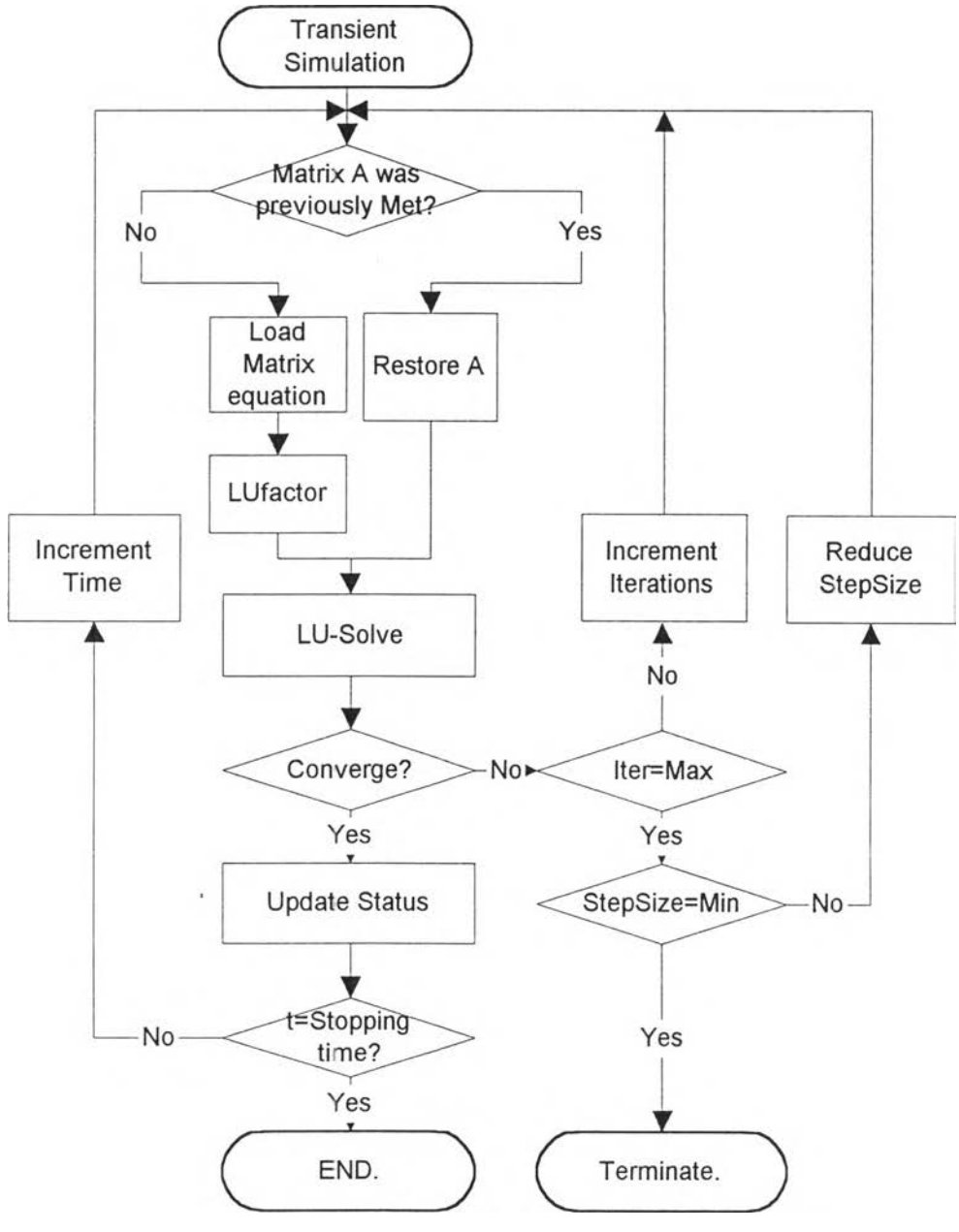
โดยที่ m คือจำนวนรูปแบบที่เป็นไปได้ทั้งหมดของสถานะการทำงานของอุปกรณ์เชิงเส้นแบบท่อนในวงจร และหลังจากที่กำหนดขอบเขตของพารามิเตอร์ต่างๆดังต่อไปนี้

1. วงจรต้องเป็นวงจรเชิงเส้นแบบท่อน
2. ขนาดของขั้นเวลาต้องเป็นดังสมการที่ (4.3)
3. การเพิ่ม-ลดขนาดของขั้นเวลาต้องคูณหรือหารด้วย 2 เช่น 2 เท่า, 0.5 เท่า เป็นต้น

แล้วจะขอนำเสนอขั้นตอนวิธีใหม่ที่รู้จำการแยกตัวประกอบแอล-ยูของเมตริกซ์ A คือ ขั้นตอนวิธีเมตริกซ์แคช (ที่ใช้ในการลดเวลาการคำนวณของการจำลองทางเวลาจากการลดเวลาที่ใช้ในการแยกตัวประกอบแอล-ยู) มาใช้ดังที่จะกล่าวในหัวข้อถัดไป

4.2 ขั้นตอนวิธีเมตริกซ์แคช

ขั้นตอนวิธีเมตริกซ์แคชนี้ จะสามารถลดเวลาในการคำนวณลงได้จากการลดเวลาที่ใช้ในการแยกตัวประกอบแอล-ยู ซึ่งขั้นตอนวิธีนี้จะมีความพิเศษตรงที่ว่าสามารถนำเมตริกซ์ที่แยกตัวประกอบแอล-ยูแล้วกลับมาใช้ใหม่ได้ ทำให้ไม่ต้องเสียเวลาเพื่อทำการแยกตัวประกอบแอล-ยูใหม่



รูปที่ 4.2 แผนภูมิสายงานขั้นตอนวิธีการวิเคราะห์ผลตอบสนองเชิงเวลาของโปรแกรม "เล็ก 6.0" ที่นำเอาเทคนิคพิเศษของขั้นตอนวิธีเมตริกซ์แคชไปใช้

ทุกครั้ง ซึ่งจะเป็นส่วนที่ใช้เวลามากที่สุดในการคำนวณ ซึ่งมีผลให้เวลาที่ใช้ในการวิเคราะห์วงจรทั้งหมดลดลงเป็นอย่างมาก และการทำงานของขั้นตอนวิธีเมตริกซ์แคชนี้ได้นำเสนอไว้ในแผนภูมิสายงานดังรูปที่ 4.2

จากแผนภูมิสายงานการทำงานของขั้นตอนวิธีเมตริกซ์แคชในรูปที่ 4.2 นั้นสามารถอธิบายได้อย่างง่ายๆว่า ในทุกๆครั้งที่จะทำการสร้างสมการเมตริกซ์เพื่อนำมาแก้สมการเพื่อหาค่าผลเฉลยนั้น ให้ตรวจสอบดูก่อนว่า รูปแบบของเมตริกซ์ A นั้นเคยผ่านการแยกตัวประกอบแอล-ยูมาแล้วหรือยัง ซึ่งถ้าเคยแล้วก็ไม่ต้องเสียเวลาแยกตัวประกอบแอล-ยูใหม่ ให้นำสิ่งที่เคยทำไปแล้วกลับมาใช้ใหม่ได้เลย แต่ในทางตรงกันข้ามถ้ายังไม่เคยผ่านการแยกตัวประกอบแอล-ยูมาเลย ก็ให้ทำงานไปตามปกติ แล้วทำการจัดเก็บค่าพารามิเตอร์ต่างๆที่สำคัญไว้สำหรับการทำงานครั้งถัดๆไป ซึ่งพารามิเตอร์ที่สำคัญที่ควรจัดเก็บไว้ และโครงสร้างข้อมูลที่ใช้ในการจัดเก็บนั้นจะอธิบายไว้ในหัวข้อถัดไป

และในการนำขั้นตอนวิธีเมตริกซ์แคชนี้ไปใช้นั้น ต้องมีการจัดเก็บค่าพารามิเตอร์ต่างๆที่เหมาะสม และโครงสร้างข้อมูลที่ใช้ต้องมีประสิทธิภาพจึงจะทำให้ขั้นตอนวิธีนี้มีประสิทธิภาพสูงสุด กล่าวคือ ในการจัดเก็บต้องคำนึงถึงการค้นหาด้วยว่า จะต้องสามารถนำกลับมาใช้ได้อย่างรวดเร็ว และมีขั้นตอนวิธีที่ใช้ในการค้นหาอย่างเหมาะสม หรือต้องคำนึงถึงปริมาณหน่วยความจำที่ใช้ด้วย เนื่องจากปริมาณหน่วยความจำของระบบนั้นต้องถูกใช้ในงานด้านอื่นด้วยเช่น เก็บค่าผลลัพธ์ทั้งหมดของการคำนวณ อีกทั้งเวลาที่ใช้จะต้องน้อยด้วย มิฉะนั้นจะกลายเป็นว่าขั้นตอนวิธีใหม่มิได้ช่วยอะไรเลย กลับทำให้การคำนวณช้าลงไปอีก

4.3 โครงสร้างข้อมูลของขั้นตอนวิธีเมตริกซ์แคช

ในการทดสอบนำขั้นตอนวิธีเมตริกซ์แคชไปใช้นั้น เพื่อความสะดวกในการเขียนโปรแกรมและการเปรียบเทียบผล จึงได้นำไปใช้กับโปรแกรม “เล็ก 6.0” ซึ่งใช้ขั้นตอนวิธีการทำงานเป็นขั้นตอนวิธีแบบทั่วไป ส่วนโครงสร้างข้อมูลและขั้นตอนวิธีที่ใช้ร่วมในขั้นตอนวิธีเมตริกซ์แคชนั้นจะขอยกตัวอย่างที่ง่ายต่อการนำไปใช้ และไม่ต้องปรับแต่งโครงสร้างของโปรแกรม “เล็ก 6.0” มากจนเกินไป ได้ดังต่อไปนี้

พารามิเตอร์ที่สำคัญที่จะนำมาใช้ในขั้นตอนวิธีเมตริกซ์แคช

พารามิเตอร์ต่างๆที่ต้องจัดเก็บเพื่อนำไปใช้ในการแยกตัวประกอบแอล-ยูครั้งต่อๆไปนั้นมีดังต่อไปนี้

1. เมตริกซ์ A หลังจากแยกตัวประกอบแอล-ยูแล้ว
2. ค่าลำดับแนวตั้ง และค่าลำดับแถวของเมตริกซ์ A หลังการทำ Complete Pivoting (PivotR, PivotC)
3. ขั้นเวลาในการคำนวณ (Nstep)
4. สถานะการทำงานของวงจรเชิงเส้นแบบท่อน (Status)

โดยที่พารามิเตอร์แต่ละตัวมีความหมายดังนี้ เมตริกซ์ A ใช้สำหรับเก็บค่าตัวประกอบแอล-ยูไว้ใช้ในการแยกตัวประกอบแอล-ยูครั้งถัดไปในกรณีที่เมตริกซ์ A มีค่าเหมือนเดิม, ค่าลำดับแนวตั้ง และค่าลำดับแถวของเมตริกซ์ A นั้นจะถูกนำมาใช้ในตอนแก้สมการ เนื่องจากว่า ในการทำ Complete pivoting นั้นมีการสลับลำดับของตัวแปร, และพารามิเตอร์ตัวสุดท้ายคือ สถานะการของอุปกรณ์เชิงเส้นแบบท่อน และขั้นเวลาในการคำนวณ ซึ่งเป็นพารามิเตอร์ที่ใช้บอกรูปแบบของเมตริกซ์ A

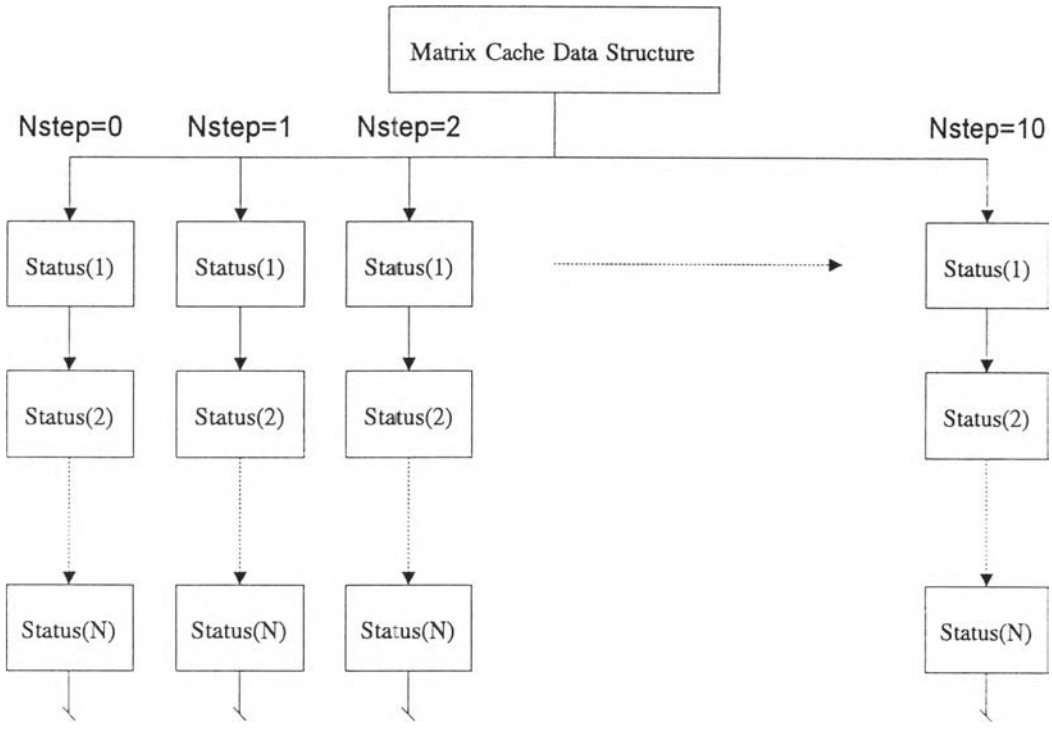
โครงสร้างข้อมูลของขั้นตอนวิธีเมตริกซ์แคช

เนื่องจากรูปแบบของเมตริกซ์ A นั้นขึ้นอยู่กับพารามิเตอร์ 2 ตัวคือสถานะการทำงานของอุปกรณ์เชิงเส้นแบบท่อน และขั้นเวลาในการคำนวณ โดยที่

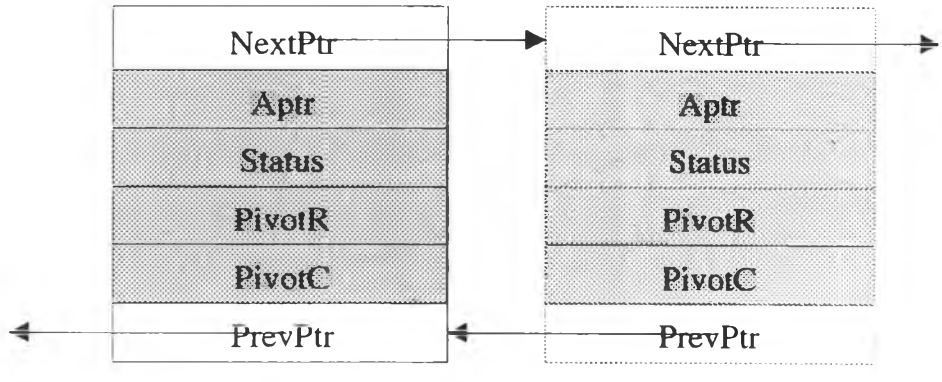
- ขั้นเวลาในการคำนวณ มีค่าจำกัดอยู่ 11 ค่าคือ $H_{MAX}/2^{Nstep}$ โดยที่ H_{MAX} = ขนาดขั้นเวลาที่มากที่สุด และ Nstep= 0, 1, 2, ..., 10 ดังนั้นในการนำไปใช้นั้นจึงเลือกใช้โครงสร้างข้อมูลเป็นแบบแถวลำดับ (Array)
- สถานะการทำงานของอุปกรณ์เชิงเส้นแบบท่อน มีจำนวนที่ไม่แน่นอนขึ้นอยู่กับวงจรที่ผู้ใช้ป้อนว่ามีอุปกรณ์เชิงเส้นแบบท่อนชนิดใดบ้าง ดังนั้นในการนำไปใช้จึงเลือกใช้โครงสร้างข้อมูลเป็นแบบรายการแบบเชื่อมโยง (Linked list)

เพื่อให้การค้นหาเมตริกซ์เป็นไปอย่างมีประสิทธิภาพ จึงได้นำหลักการแอลอาร์ยู (LRU - Least Recently Used) มาใช้ร่วมกับโครงสร้างข้อมูลในรูปที่ 4.3 ทำให้ในการจัดเก็บเมตริกซ์ตามค่าพารามิเตอร์สถานะการทำงานของอุปกรณ์เชิงเส้นแบบท่อนนั้นต้องเป็น รายการแบบเชื่อมโยงสองทาง (Double Linked list)

และดังที่ได้กล่าวมาแล้วว่าเรื่องของปริมาณหน่วยความจำที่ใช้จัดเก็บก็เป็นข้อจำกัดอีกอย่างหนึ่งทำให้พารามิเตอร์ทุกตัวที่ใช้ถูกจัดเก็บเป็นแบบการจัดสรรพลวัต (Dynamic Allocation) โครงสร้างข้อมูลที่ใช้จัดเก็บที่ทุกๆค่าขั้นเวลาได้แสดงไว้ดังรูปที่ 4.4



รูปที่ 4.3 ตัวอย่างโครงสร้างข้อมูลที่ใช้กับขั้นตอนวิธีเมตริกซ์แคช



รูปที่ 4.4 โครงสร้างข้อมูลในการจัดเก็บเมตริกซ์ที่ทุกๆค่าขั้นเวลา

จากโครงสร้างข้อมูลที่ใช้ในรูปที่ 4.3 และ 4.4 นั้น ทำให้สามารถคำนวณขนาดหน่วยความจำที่ต้องใช้ในการจัดเก็บเมตริกซ์ 1 ครั้งได้ดังสมการที่ (4.5)

$$\text{ขนาดหน่วยความจำที่ใช้} = N_{PWL} + 2*N_T + 6*N_T*N_T + 12 \qquad (4.5)$$

โดยที่ N_{PWL} คือจำนวนอุปกรณ์เชิงเส้นแบบท่อนในวงจร

N_T คือจำนวนตัวแปรของวงจร

12 คือค่าคงที่ที่ใช้ในการเก็บค่าตัวชี้สำหรับ NextPtr, PrevPtr, Aptr

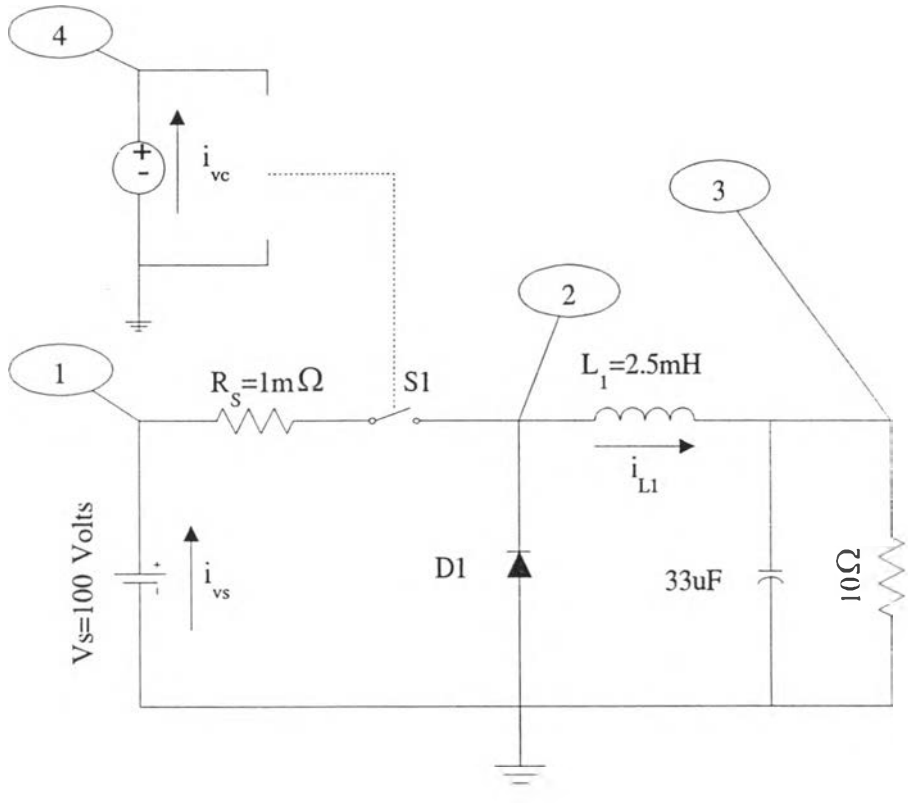
NextPtr คือตัวชี้ไปยังโครงสร้างข้อมูลชุดถัดไป

PrevPtr คือตัวชี้ไปยังโครงสร้างข้อมูลชุดก่อน

Aptr คือตัวชี้ไปยังหน่วยความจำที่เก็บเมตริกซ์ A

4.4 ตัวอย่างของวงจรที่นำขั้นตอนวิธีเมตริกซ์แคชไปใช้

เพื่อแสดงให้เห็นถึงการนำเอาขั้นตอนวิธีเมตริกซ์แคชไปใช้กับวงจรประเภทเชิงเส้นแบบท่อนเพื่อเร่งความเร็วในการจำลองทางเวลาของวงจรอิเล็กทรอนิกส์ จึงขอยกตัวอย่างวงจรลดระดับแรงดันไฟตรง (Buck converter) ดังรูปที่ 4.5



รูปที่ 4.5 วงจร Buck converter

จากวงจรในรูปที่ 4.5 นั้นเป็นวงจรที่มีคุณสมบัติเข้าเกณฑ์ที่จะสามารถเร่งความเร็วในการคำนวณได้ กล่าวคือวงจรนี้มีอุปกรณ์เป็นเชิงเส้นแบบท่อนทั้งหมด ถ้าทำการจำลองทางเวลาโดยโปรแกรม "เล็ก 6.0" โดยที่มีค่าพารามิเตอร์ต่างๆดังต่อไปนี้

- Stopping time = 4 ms
- H_{MAX} = 1 μs

โปรแกรม "เล็ก 6.0" จะกำหนดให้มีตัวแปรวงจรทั้งหมด 7 ตัวคือ

1. ค่าแรงดันที่โนด 1 (V_1)
2. ค่าแรงดันที่โนด 2 (V_2)
3. ค่าแรงดันที่โนด 3 (V_3)
4. ค่าแรงดันที่โนด 4 (V_4)
5. ค่ากระแสที่ไหลผ่านแหล่งกำเนิดแรงดัน V_S (i_{VS})
6. ค่ากระแสที่ไหลผ่านแหล่งกำเนิดแรงดัน V_C (i_{VC})
7. ค่ากระแสที่ไหลผ่านตัวเหนียวนำ L_1 (i_{L1})

และทำการสร้างสมการวงจรด้วยวิธีโมดิฟายด์โนดัลในรูป Ax=b ได้ดังสมการที่ 4.6

$$\begin{bmatrix} Gs & -Gs & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ -Gs & Gs+Gd & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{X_C}{h}+0.1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & \frac{X_L}{h} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \\ i_{Vs} \\ i_{L1} \\ i_{Vc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -I_{D0} \\ \frac{X_C}{h}\tilde{v} \\ 0 \\ -100 \\ \frac{X_L}{h}\tilde{i} \\ -V_C \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

โดยที่ค่าตัวแปรต่างๆมีความหมายดังนี้

$X_C = 33*10^{-6}$

$X_L = -2.5*10^{-3}$

$$Gs = \begin{cases} \frac{1}{Rs} & V_4 \geq V_{th} \\ 0 & V_4 < V_{th} \end{cases}$$

$$G_D = \begin{cases} \frac{1}{R_{ON}} + \frac{1}{R_{OFF}} & V_{Cutin} \le V_2 \\ \frac{1}{R_{OFF}} & -V_Z < V_2 \le V_{Cutin} \\ \frac{1}{R_Z} + \frac{1}{R_{OFF}} & V_2 \le -V_Z \end{cases}$$

$$I_{D0} = \begin{cases} -G_D V_{Cutin} & V_{Cutin} \le V_2 \\ 0 & -V_Z < V_2 \le V_{Cutin} \\ G_D V_Z & V_2 \le -V_Z \end{cases}$$

$\tilde{v}$ = ค่าแรงดันคร่อมตัวเก็บประจุที่จุดเวลาที่แล้ว

$\tilde{i}$ = ค่ากระแสผ่านตัวเหนี่ยวนำที่จุดเวลาที่แล้ว

$v(0) =$ 0 V

$i(0) =$ 0 A

และถ้าในส่วนคำนวณของการทำการจำลองทางเวลานั้นใช้ขั้นตอนวิธีพิเศษเมตริกซ์แคชที่อธิบายไว้ในข้างต้นจะได้ผลของการทำงานแสดงไว้ในตารางที่ 4.1

จำนวนตัวแปรของวงจร	7 ตัว
จำนวนอุปกรณ์เชิงเส้นแบบท่อน	2 ตัว
ขนาดของเมตริกซ์ A	7x7
จำนวนจุดเวลาที่ทำการจำลอง	6548 จุด
จำนวนรูปแบบของขั้นเวลา	11 รูปแบบ
จำนวนรูปแบบที่เป็นไปได้ทั้งหมดของเมตริกซ์ A	66 รูปแบบ
จำนวนรูปแบบของเมตริกซ์ A ที่เกิดขึ้นจริง	28 รูปแบบ
ขนาดหน่วยความจำทั้งหมดที่ใช้ในการจัดเก็บ	12,216 bytes
เวลาที่ใช้ในการคำนวณของขั้นตอนวิธีแบบทั่วไป	13.7240 s
เวลาที่ใช้ในการคำนวณของขั้นตอนวิธีเมตริกซ์แคช	3.2089 s
เปอร์เซ็นต์ของเวลาที่ใช้ในขั้นตอนวิธีแบบทั่วไปต่อขั้นตอนวิธีเมตริกซ์แคช	428%

ตารางที่ 4.1 ตารางแสดงผลการทำงานของขั้นตอนวิธีเมตริกซ์แคชสำหรับวงจรในรูปที่ 4.5