บทที่ 2

การวิเคราะห์ความแปรปรวนในแผนการทดลองบล็อกไม่สมบูรณ์ที่สมดุลย์ และตัวสถิติที่ใช้ในการวิจัย

ในบทนี้จะกล่าวถึง วิธีการวิเคราะห์ความแปรปรวนในแผนการทดลองบล็อกไม่สมบูรณ์ที่สมดุลย์ ซึ่งจำแนกเป็นการทดสอบแบบพาราเมตริก คือ การทดสอบเอฟ (สุรพล อุปดิสสกุล 2526:27-45) และการทดสอบแบบนอนพาราเมตริก คือ การทดสอบเดอร์บิน (Conover 1980:275-277) ซึ่งรายละเอียดแสดงไว้ในหัวข้อ 2.1

สำหรับเกณฑ์ในการเปรียบเทียบสถิติทดสอบ จำแนกเป็น 2 ลักษณะ คือ ค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 และค่าอำนาจของการทดสอบของสถิติทดสอบ ในการพิจารณาความสามารถในการควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 จะใช้เกณฑ์ของ Cochran (1954: อ้างโดย Ramsay 1980:337-349) และเกณฑ์ของ Bradley (1978: 144-152) และเกณฑ์ในการพิจารณาความแตกต่างของค่าอำนาจของการทดสอบ (ธีระดา ภิญโญ 2526:38-39) ซึ่งรายละเอียดแสดงไว้ในหัวข้อ 2.2 และ 2.3

แผนการทดลองบล็อกไม่สมบูรณ์ที่สมดุลย์

(Balanced incomplete block designs : BIB)

แผนการทดลองบล็อกไม่สมบูรณ์ที่สมดุลย์ หมายถึง แผนการทดลองที่มีการจัดให้ "สิ่งทดลองแต่ละคู่ปรากฏร่วมกันในบล็อกเป็นจำนวนครั้งเท่ากัน" ซึ่งอาจจะตั้งเป็นหลักเกณฑ์ในการพิจารณาให้ชัดเจนได้ดังนี้

1. ในแต่ละบล็อกไม่สมบูรณ์จะประกอบด้วยจำนวนหน่วยการทดลองเท่ากัน

2. สิ่งทดลองแต่ละสิ่งจะปรากฏในการทดลองเป็นจำนวนครั้งเท่ากัน (หรือจำนวนซ้ำเท่ากันนั่นเอง)

3. สิ่งทดลองแต่ละคู่ปรากฏร่วมกันในบล็อกเป็นจำนวนครั้งเท่ากัน ซึ่งจำนวนครั้ง หรือ λ หาได้จากสูตร

$$\lambda = \frac{r(k - 1)}{(t - 1)}$$

4. จำนวนหน่วยการทดลองทั้งหมด หาได้ดังนี้

$$tr = bk$$

โดยที่ t, r, b, k และ λ มีความหมายดังนี้

t = จำนวนสิ่งทดลอง

k = จำนวนสิ่งทดลองต่อบล็อก หรือ จำนวนหน่วยการทดลองต่อบล็อก ซึ่ง $k \leq (t - 1)$ เสมอ

r = จำนวนซ้ำของสิ่งทดลอง

b = จำนวนบล็อก

λ = จำนวนครั้งที่สิ่งทดลองแต่ละคู่ปรากฏร่วมกันในบล็อก

ทั้งนี้ค่าของสัญลักษณ์เหล่านี้ต้องเป็นเลขจำนวนเต็มเสมอ

Cochran and Cox (1957) ได้แบ่งแผนการทดลอง BIB ออกเป็น 5 ประเภท ดังนี้

ประเภทที่ 1 (type I) : สามารถจัดกลุ่มของบล็อกรวมกันเป็นซ้ำ*ได้

ประเภทที่ 2 (type II) : สามารถจัดกลุ่มของบล็อกรวมกันเป็นกลุ่มของซ้ำได้

ประเภทที่ 3 (Type III) : ไม่สามารถจัดกลุ่มของบล็อกรวมกันเป็นซ้ำ* หรือกลุ่มของซ้ำ*ได้

ประเภทที่ 4 (Type IV) : จำนวนสิ่งทดลองเท่ากับจำนวนบล็อก

ประเภทที่ 5 (Type V) : การทดลองขนาดเล็ก (มีสิ่งทดลองไม่มาก)

---

* ซ้ำ ในที่นี้หมายถึง การจัดกลุ่มของบล็อกให้รวมกันเป็นบล็อกสมบูรณ์

2.1 การวิเคราะห์ความแปรปรวน

2.1.1 การทดสอบเอฟ (F-Test)

การวิเคราะห์ความแปรปรวนของ BIB ทั้ง 5 ประเภทนี้ มีหลักการเหมือนกัน ยกเว้นข้อปลีกย่อยบางประการเท่านั้นที่อาจต่างกัน

2.1.1.1 BIB ประเภทที่ 1 สามารถจัดกลุ่มของบล็อกรวมกันเป็นซ้ำได้ รูปแบบการวิเคราะห์ความแปรปรวนแสดงในตารางที่ 2.1

ตารางที่ 2.1 แสดงการวิเคราะห์ความแปรปรวน BIB ประเภทที่ 1

Source of variation	d.f.	MS
Replications	r - 1	
Treatments (unadj.)	t - 1	
Blocks within rep. (adj.)	b - r	E_b
Intrablock (Error)	rt - t - b + 1	E_e
Total	rt - 1	

ขั้นตอนในการคำนวณ

(1) จัดตารางใหม่พร้อมกับหาค่าต่าง ๆ ที่จะใช้ในการวิเคราะห์ความแปรปรวนดังแสดงในตารางที่ 2.2

ตารางที่ 2.2 แสดงค่าต่าง ๆ ในการวิเคราะห์ความแปรปรวน BIB ประเภทที่ 1

ลิ่งทดลอง	ซ้ำ					T_i	B_t	Q_i	W_i
	I	II	III	IV	V				
1									
2									
3									
4									
5									
6									
ผลรวม						G.T.			

โดยที่ T_i = ผลรวมลิ่งทดลองแต่ละลิ่ง

B_t = ผลรวมของทุกบล็อกที่มีลิ่งทดลองนั้นปรากฏ

$Q_i = kT_i - B_t$

$W_i = (t - k)\ T_i - (t - 1)\ B_t + (k - 1)\ G.T.$

หมายเหตุ

ก. ผลรวมของ $Q_i = 0$ เสมอ

ข. ผลรวมของ $W_i = 0$ เสมอ

ค. ผลรวมของ $B_t = k \times G.T.$

(2) การหาค่า sum of squares

$$C.F. = \frac{(\text{ผลรวมทั้งหมดในการทดลอง})^2}{\text{จำนวนข้อมูลทั้งหมด} = (\text{จำนวนซ้ำ})\ (\text{จำนวนสิ่งทดลอง})}$$

$$\text{Total SS} = \text{ผลบวกของ } (\text{ข้อมูลแต่ละตัว})^2 - C.F.$$

$$\text{Replications SS} = \frac{\text{ผลบวกของ (ผลรวมแต่ละซ้ำ)}}{\text{จำนวนข้อมูลที่ประกอบเป็นผลรวม} = \text{จำนวนสิ่งทดลอง}} - C.F.$$

$$\text{Treatments SS (unadj.)} = \frac{\text{ผลบวกของ (ผลรวมของแต่ละสิ่งทดลอง)}^2}{\text{จำนวนข้อมูลที่ประกอบเป็นผลรวม} = \text{จำนวนซ้ำ}} - C.F.$$

$$\text{Treatments SS (adj.)} = \left(\sum_i^t Q_i^2\right)/kt\lambda$$

Blocks within rep. SS (unadj.)

$$= \frac{\text{ผลบวกของ } (\text{ผลรวมแต่ละบล็อก})^2}{\text{จำนวนสิ่งทดลองต่อบล็อก}} - \frac{\text{ผลบวกของ (ผลรวมแต่ละซ้ำ)}^2}{\text{จำนวนสิ่งทดลอง}}$$

Blocks within rep. SS (adj.)

$$= [\text{Blocks within rep. (unadj.)} + \text{Treatments SS (adj.)}] - \text{Treatments SS (unadj.)}$$

Intrablocks SS = Total SS - Rep. SS - Tr. SS (unadj.)

- Blocks within rep. SS (adj.)

หมายเหตุ

Blocks within rep. SS (unadj.) อาจหาโดย

= Blocks SS - Replications SS

(3) คำนวณตัวปรับค่า μ

$$\mu = \frac{r(E_b - E_e)}{rt\ (k - 1)\ E_b + k\ (b - r - t + 1)\ E_e}$$

หมายเหตุ

ถ้า $E_b \leq E_e$ ถือว่า $\mu = 0$ ไม่ต้องปรับค่าและอาจวิเคราะห์แบบ RBD

(4) คำนวณผลรวมของแต่ละสิ่งทดลองที่ได้ปรับอิทธิพลของบล็อกออกแล้ว T_i' หรือ adjusted total ดังนี้

$$T_i' = T_i + \mu W_i$$

(5) คำนวณหา Adjusted Treatment Totals SS

Adj. Tr. Totals SS

$$= \frac{\text{ผลบวกของ (ผลรวมแต่ละสิ่งทดลองที่ปรับค่าแล้ว)}^2}{\text{จำนวนซ้ำ}} - \text{C.F.}$$

(6) หา Adjusted Treatment Total MS

$$= \frac{\text{Adj. Tr. Totals SS}}{t - 1}$$

(7) คำนวณหาค่า mean square ของความคลาดเคลื่อนมาตรฐาน ที่จะใช้ในการตรวจสอบอิทธิพลสิ่งทดลองโดยวิธี F ความคลาดเคลื่อนนี้เรียกว่า"effective error variance" ซึ่งประมาณโดย "effective error mean square" , E_e'

$$E_e' = E_e \left[1 + (t - k)\, \mu \right]$$

(8) คำนวณค่า F

$$F = \frac{\text{Adj. Tr. Total MS}}{\text{Effective Error MS}}$$

2.1.1.2 BIB ประเภทที่ 2 สามารถจัดกลุ่มของบล็อกรวมกันเป็นกลุ่มของซ้ำได้ รูปแบบการวิเคราะห์ความแปรปรวนแสดงในตารางที่ 2.3

ตารางที่ 2.3 แสดงการวิเคราะห์ความแปรปรวน BIB ประเภทที่ 2

Source of variation	d.f.	MS
Groups	g - 1	
Treatments (unadj.)	t - 1	
Blocks within groups (adj.)	b - g	E_b
Intrablock (Error)	rt-t-b+1	E_e
Total	rt-1	

โดยที่ g = จำนวนกลุ่มของซ้ำ

วิธีการคำนวณ

คล้ายคลึงกับ BIB ประเภทที่ 1 โดยใช้ groups แทน replications และเปลี่ยนวิธีคำนวณตัวปรับค่า μ ดังนี้

$$\mu = \frac{(b - g)(E_b - E_e)}{t(k-1)(b-g)E_b + (t-k)(b-g-t+1)E_e}$$

ถ้า $E_b \leq E_e$ ไม่ต้องหาค่า μ

2.1.1.3 BIB ประเภทที่ 3 ไม่สามารถจัดกลุ่มของบล็อกรวมกันเป็นซ้ำ หรือกลุ่มของซ้ำได้ รูปแบบการวิเคราะห์ความแปรปรวนแสดงในตารางที่ 2.4

ตารางที่ 2.4 แสดงการวิเคราะห์ความแปรปรวน BIB ประเภทที่ 3

Source of variation	d.f.	MS
Treatments (unadj.)	t - 1	
Blocks (adj.)	b - 1	E_b
Intrablock (Error)	rt - t - b + 1	E_e
Total	rt - 1	

ขั้นตอนในการคำนวณ

(1) จัดตารางใหม่พร้อมกับหาค่าต่าง ๆ ที่จะใช้ในการวิเคราะห์ความแปรปรวน ดังแสดงในตารางที่ 2.5

016927

ตารางที่ 2.5 แสดงค่าต่าง ๆ ในการวิเคราะห์ความแปรปรวน BIB ประเภทที่ 3

สิ่งทดลอง	T_i	B_t	Q_i	W_i	T_i'
1					
2					
3					
4					
5					
6					
ผลรวม	G.T				

(2) การหาค่า sum of squares คำนวณหาในทำนองเดียวกับ BIB ประเภทที่ 1 ยกเว้นไม่มีการหาค่า Replications SS และค่า SS ที่หาต่างจาก BIB ประเภทที่ 1 มีดังนี้

Blocks SS (unadj.)

$$= \frac{\text{ผลบวกของ (ผลรวมแต่ละบล็อก)}^2}{\text{จำนวนข้อมูลที่ประกอบกันเป็นผลรวม = จำนวนสิ่งทดลองต่อบล็อก}} - \text{C.F.}$$

Blocks SS (adj.)

$$= \text{Block SS (unadj.)} + \text{Tr. SS (adj.)} - \text{Tr. SS (unadj.)}$$

Intrablock SS

$$= \text{Total SS} - \text{Tr. SS (unadj.)} - \text{Blocks SS (adj.)}$$

(3) คำนวณตัวปรับค่า μ

$$\mu = \frac{(b-1)(E_b - E_e)}{t(k-1)(b-1)\,E_b + (t-k)(b-t)\,E_e}$$

ในทำนองเดียวกัน ถ้า $E_b \leq E_e$ ไม่ต้องหาค่า μ และอาจวิเคราะห์แบบ CRD

2.1.1.4 <u>BIB ประเภทที่ 4</u> จำนวนสิ่งทดลองเท่ากับจำนวนบล็อก ($t = b$) BIB ประเภทนี้คล้ายกับ BIB ประเภทที่ 3 คือ ไม่สามารถจัดกลุ่มของบล็อกออกมาเป็นซ้ำหรือกลุ่มของซ้ำได้ แต่แตกต่างกันในการหาค่า SS บางค่า ดังนี้

เนื่องจาก $t = b$ จึงสามารถหาค่า Blocks SS (adj.) ได้โดยตรง

$$\text{Blocks SS (adj.)} = \frac{\sum_{i=1}^{t} W_i^2}{rt\,(t-k)(k-1)}$$

โดยที่ W_i คำนวณมาได้เช่นเดียวกับขั้นตอนในการคำนวณใน BIB ประเภทที่ 1 คือ

$$W_i = (t-k)\,T_i - (t-1)\,B_t + (k-1)\,G.T.$$

ส่วนตัวปรับค่า μ หาได้โดย

$$\mu = \frac{E_b - E_e}{t(k-1)\,E_b}$$

ขั้นตอนอื่น ๆ ทำเช่นเดียวกับ BIB ประเภทที่ 3

2.1.1.5 BIB ประเภทที่ 5 การทดลองขนาดเล็ก

การทดลองบางประเภทจำเป็นต้องใช้แผนการทดลอง BIB เนื่องจากลักษณะหรือธรรมชาติของบล็อกมีขนาดเล็กจนไม่สามารถทดลองได้ทุกสิ่งทดลองทั้ง ๆ ที่จำนวนสิ่งทดลองมีไม่มากนัก ซึ่งเป็นผลให้ d.f. ของ E_b และ E_e ค่อนข้างต่ำ โดยเฉพาะ E_b ซึ่งเป็นตัวบอกรายละเอียดระหว่างบล็อก จึงเป็นแหล่งที่ควรให้ความสนใจมาก ถ้ามีความแปรปรวนระหว่างบล็อกมาก ผู้ทดลองต้องพยายามขจัดอิทธิพลนี้ออกจากสิ่งทดลองที่อยู่คนละบล็อกก่อนที่จะนำสิ่งทดลองดังกล่าวมาทำการเปรียบเทียบกัน ดังนั้น ถ้า d.f. E_b ต่ำ ค่า E_b ที่ประเมินได้มักจะไม่ค่อยเที่ยงตรงหรือใกล้เคียงกับความจริง โดยเฉพาะกรณีที่ d.f. ของ E_b น้อยกว่า 10 ถึง 14 จะไม่เอารายละเอียดระหว่างบล็อกมาคิดให้ใช้วิธีวิเคราะห์ตามแบบของ Yates (1936) คือ คำนวณค่า Treatments SS (adj.) โดยตรง ส่วนบล็อกวิเคราะห์โดยไม่ต้องปรับอิทธิพลของสิ่งทดลอง คือ หาค่า Blocks SS (unadj.) ทำให้การวิเคราะห์การคำนวณง่ายขึ้น

BIB ประเภทที่ 5 นี้ เน้นเฉพาะขนาดการทดลองเท่านั้น ส่วนลักษณะอื่น ๆ จะเป็นลักษณะ BIB ประเภทใด ๆ ก็ได้ (ประเภทที่ 1-4) ดังนั้นรูปแบบตารางการวิเคราะห์ความแปรปรวนจึงคล้อยตาม BIB ประเภทนั้น ๆ เพียงแต่มีการดัดแปลงบางส่วนเล็กน้อย

เกณฑ์การตัดสินใจ

จะปฏิเสธสมมติฐานหลัก เมื่อ $F \geq F(\alpha, t-1, rt-t-b+1)$

เมื่อ $F(\alpha, t-1, rt-t-b+1)$ เป็นค่าวิกฤตที่ได้จากตาราง F ที่องศาอิสระ $t-1$ กับ $rt-t-b+1$ ณ ระดับนัยสำคัญ α

2.1.2 การทดสอบเดอร์บิน (The Durbin Test)

การทดสอบเดอร์บิน เป็นการทดสอบแบบนอนพาราเมตริกที่ใช้กับข้อมูลจากแผนการทดลองบล็อกไม่สมบูรณ์ที่สมดุลย์ เมื่อข้อมูลไม่เป็นไปตามข้อตกลงเบื้องต้นในการวิเคราะห์ความแปรปรวนในเรื่องประชากรต้องมีการแจกแจงแบบปกติ หรือค่าสังเกตอยู่ในลักษณะที่มีการจัดอันดับ (ranks) หรือ พบว่าการทดสอบเดอร์บินเป็นวิธีการวิเคราะห์ความแปรปรวนที่ง่ายกว่าการทดสอบแบบพาราเมตริก

การทดสอบเดอร์บินนี้ เป็นการทดสอบประเภทหนึ่งใน "Friedman-type Statistic" ถ้าจำนวนสิ่งทดลองเท่ากับจำนวนหน่วยการทดลองต่อบล็อก การทดสอบเดอร์บินก็คือการทดสอบฟรีดแมนนั่นเอง (Skillings and Mack 1981 : 173-174)

ข้อสมมติ

(1) ทุกบล็อกต้องเป็นอิสระซึ่งกันและกัน

(2) ค่าสังเกตภายในแต่ละบล็อกต้องมีการจัดอันดับ

สมมติฐาน

H_o : ไม่มีความแตกต่างระหว่างอิทธิพลของสิ่งทดลอง

H_1 : มีอย่างน้อยหนึ่งสิ่งทดลองที่มีอิทธิพลแตกต่างจากสิ่งทดลองอื่น

ขั้นตอนในการคำนวณ

ให้ X_{ij} เป็นค่าสังเกตจากหน่วยทดลองในบล็อกที่ j ได้รับทรีทเมนต์ที่ i

(1) จัดอันดับ (rank) X_{ij} ในแต่ละบล็อก $[R(X_{ij})]$

(2) รวมค่าอันดับของข้อมูลที่ได้รับทรีทเมนต์ที่ i เป็น

$$R_i = \sum_{i=1}^{b} R(X_{ij})$$

(3) หาตัวสถิติ ดังนี้

$$T = \frac{12(t-1)}{rt(k^2-1)} \left[\sum_{i=1}^{t} R_i - \frac{r(k+1)}{2} \right]^2$$

หรือ

$$T = \frac{12(t-1)}{rt(k^2-1)} \sum_{i=1}^{t} R_i^2 - \frac{3r(t-1)(k+1)}{k-1}$$

เกณฑ์การตัดสินใจ

จะปฏิเสธสมมติฐานหลัก เมื่อ $T \geq \chi^2(\alpha , t - 1)$

เมื่อ $\chi^2(\alpha , t - 1)$ เป็นค่าวิกฤตที่ได้จากตารางไคสแควร์ที่องศาอิสระ $t - 1$ ณ ระดับนัยสำคัญ α

2.2 เกณฑ์ในการพิจารณาความสามารถในการควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1

ในการเปรียบเทียบสถิติทดสอบโดยใช้ความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 จากการทดลอง กับระดับนัยสำคัญที่กำหนดนั้น สำหรับในการวิจัยครั้งนี้จะใช้เกณฑ์ในการพิจารณาความสามารถในการควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 จากเกณฑ์ของ Cochran และเกณฑ์ของ Bradley ดังนี้

2.2.1 เกณฑ์ของ Cochran ถ้าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 จากผลการทดลองของการทดสอบ อยู่ในช่วง $[.007 , .015]$ สำหรับ $\alpha = .01$ $[.04, .06]$ สำหรับ $\alpha = .05$ และ $[.081, .119]$ สำหรับ $\alpha = .10$ จะถือว่าการทดสอบนั้นควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ ณ ระดับนัยสำคัญนั้น ๆ

2.2.2 เกณฑ์ของ Bradley ถ้าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 จากผลการทดลองของการทดสอบ อยู่ในช่วง $[.005 , .015]$ สำหรับ $\alpha = .01$ $[.025 , .075]$ สำหรับ $\alpha = .05$ และ $[.05 , .15]$ สำหรับ $\alpha = .10$ จะถือว่าการทดสอบนั้นควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ ณ ระดับนัยสำคัญนั้น ๆ

ถ้าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 จากผลการทดลองของการทดสอบ อยู่นอกขอบเขตที่ระบุไว้ในหัวข้อ 2.2.1 หรือ 2.2.2 จะถือว่าการทดสอบนั้นไม่สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ ซึ่งแบ่งเป็น 2 กรณีคือ

1. กรณีที่ความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 มากกว่าขอบเขตบนของเกณฑ์ที่ใช้พิจารณา จะถือว่าการทดสอบนั้นมีค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 มากกว่าค่า α ที่กำหนด

2. กรณีที่ความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 น้อยกว่าขอบเขตล่างของเกณฑ์ที่ใช้พิจารณา จะถือว่าการทดสอบนั้นมีค่าความน่าจะเป็นของความ

คลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 น้อยกว่าค่า α ที่กำหนด

2.3 เกณฑ์ในการพิจารณาความแตกต่างของค่าอำนาจการทดสอบ

ในการเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบ สำหรับการวิจัยครั้งนี้จะใช้เกณฑ์ในการตัดสิน ซึ่งได้จากการคำนวณดังแสดงในภาคผนวก ก โดยให้ความหมายไว้ดังนี้

2.3.1 ถ้าอำนาจการทดสอบเอฟจากข้อมูลที่ได้เมื่อคำนวณจากข้อมูลที่แปลงแล้ว กับการทดสอบเดอร์บินจากข้อมูลดิบ มีความแตกต่างน้อยกว่า .030 สำหรับ α = .01 , .036 สำหรับ α = .05 และ .048 สำหรับ α = .10 จะถือว่าค่าอำนาจการทดสอบของทั้ง 2 วิธี ไม่มีความแตกต่างอย่างมีนัยสำคัญ

2.3.2 ถ้าค่าอำนาจการทดสอบเอฟจากข้อมูลที่ได้เมื่อคำนวณจากข้อมูลที่แปลงแล้ว กับการทดสอบเดอร์บินจากข้อมูลดิบ มีความแตกต่างมากกว่า .030 สำหรับ α = .01 .036 สำหรับ α = .05 และ .048 สำหรับ α = .10 จะถือว่าค่าอำนาจการทดสอบของทั้ง 2 วิธีนั้น มีความแตกต่างอย่างมีนัยสำคัญ