



## บทที่ 2

### ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

เนื้อหาในบทนี้จะกล่าวถึงสาเหตุของ MAI, แบบจำลองระบบของระบบ DS-CDMA ซึ่งสเปรดด้วยสเปรดดิ้งโค้ดแบบรหัสสั้น, วิธีการวัดค่าต่างๆที่ใช้ในการจำลองระบบ รวมทั้งความหมายของค่าต่างๆที่วัดขึ้นมา ทฤษฎีเกี่ยวกับเครื่องรับแบบมัลติยูสเซอร์ดีเทกชันที่เกี่ยวข้อง และเทคนิคการลดความซับซ้อนโดยการลดจำนวนค่านำหนักถ่วงของเครื่องรับที่เกี่ยวข้องเหล่านั้น

#### 2.1 สาเหตุของ MAI

ในระบบ DS-CDMA ผู้ใช้ทุกคนจะส่งสัญญาณออกมาในช่วงความถี่ และเวลาเดียวกัน ผู้ใช้แต่ละคนจึงรบกวนซึ่งกันและกัน การรบกวนดังกล่าวเรียกว่า MAI ระดับของ MAI นี้จะขึ้นอยู่กับค่าสหสัมพันธ์ข้าม (cross-correlation) ระหว่างสัญญาณของผู้ใช้แต่ละคนว่ามากหรือน้อยเพียงใด สิ่งที่มีผลต่อค่าสหสัมพันธ์ข้ามดังกล่าวมากที่สุดก็คือสเปรดดิ้งโค้ดของผู้ใช้แต่ละคนนั่นเอง

##### 2.1.1 ปปรากฏการณ์ใกล้-ไกล (Near-Far Effect)

ปรากฏการณ์ใกล้-ไกลคือปรากฏการณ์ที่ระดับของสัญญาณของผู้ใช้แต่ละคนในระบบที่รับได้ที่เครื่องรับมีค่าไม่เท่ากัน ปรากฏการณ์ใกล้-ไกลมักจะเกิดจากผู้ใช้แต่ละคนมีระยะห่างจากเครื่องรับไม่เท่ากัน ระยะห่างที่ไม่เท่ากันทำให้สัญญาณของผู้ใช้แต่ละคนเกิดการลดทอนที่ไม่เท่ากัน สัญญาณของผู้ใช้ที่อยู่ใกล้เครื่องรับจะถูกลดทอนน้อย ในขณะที่สัญญาณของผู้ใช้ที่อยู่ไกลกว่าจะถูกลดทอนมากกว่า

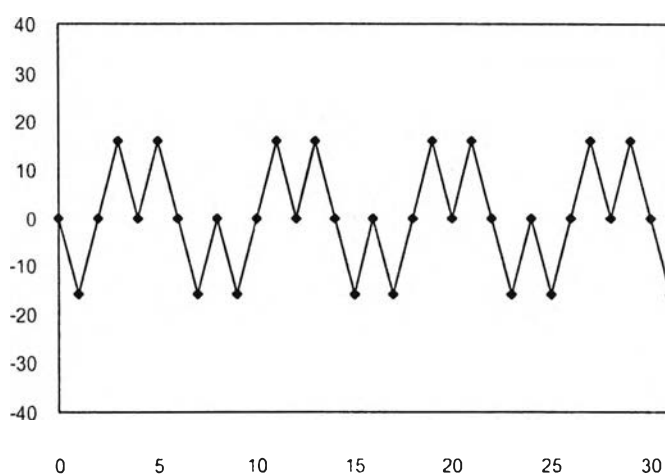
โดยทั่วไปแล้วค่าสหสัมพันธ์ข้ามระหว่างผู้ใช้แต่ละคนจะไม่เท่ากับศูนย์เนื่องจากสภาพสิ่งแวดล้อมรวมทั้งความไม่สมบูรณ์ของสเปรดดิ้งโค้ด ในกรณีนี้ปรากฏการณ์ใกล้-ไกลจะส่งผลกระทบต่อระดับของ MAI มาก

การแก้ปัญหาปรากฏการณ์ใกล้-ไกลทำได้โดยการควบคุมกำลังส่งของผู้ใช้แต่ละคนเพื่อให้กำลังของสัญญาณของผู้ใช้แต่ละคนที่รับได้ที่เครื่องรับมีค่าเท่ากัน อย่างไรก็ตามการควบคุมกำลังส่งนี้มีความซับซ้อนสูงมาก

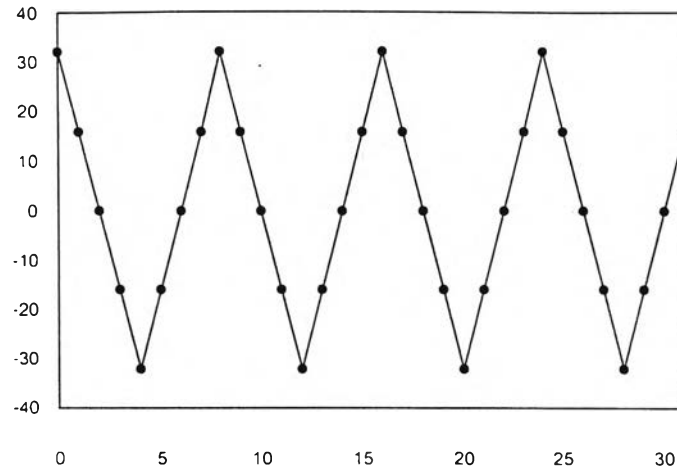
## 2.2 สเปรคดิงโค้ด

สเปรคดิงโค้ดคือสิ่งที่ใช้แบ่งแยกผู้ใช้แต่ละคนในระบบ DS-CDMA ออกจากกัน สเปรคดิงโค้ดที่ดีจะถูกออกแบบมาให้มีค่าสหสัมพันธ์ข้ามระหว่างรหัสในชุดรหัสเป็นศูนย์ หรือมีความตั้งฉากกันโดยสมบูรณ์ อย่างไรก็ตามสเปรคดิงโค้ดที่ดีดังกล่าวออกแบบได้ยาก มีจำนวนรหัสที่ใช้ได้จำกัด รวมทั้งความตั้งฉากอาจจะสูญเสียไปเนื่องจากสภาพแวดล้อม เช่น ค่าหน่วงเวลาที่ไม่เท่ากัน เป็นต้น ดังนั้นสเปรคดิงโค้ดบางประเภทจึงถูกออกแบบมาเพื่อแก้ปัญหาดังกล่าว สเปรคดิงโค้ดที่ถูกเสนอใช้ในระบบ DS-CDMA มีด้วยกัน 2 ประเภทหลัก ๆ คือ [27]

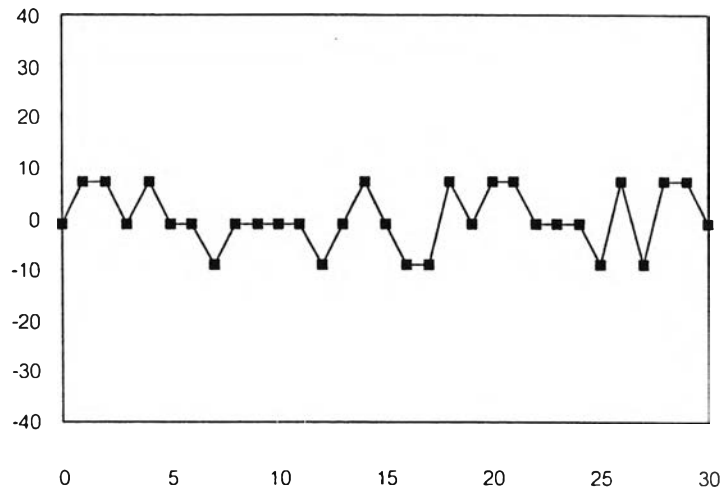
- 1) **Orthogonal Code** เป็นรหัสไบนารีที่ไม่มี การเลื่อนของรหัสจะมีค่าสหสัมพันธ์ข้ามระหว่างรหัสเป็นศูนย์ แต่เมื่อมีการเลื่อนของรหัสในบางกรณีจะทำให้เกิดค่าสหสัมพันธ์ข้ามระหว่างรหัสที่มีค่ามาก นอกจากนี้รหัสชนิดนี้ยังมีคุณสมบัติทางสหสัมพันธ์ตัวเอง (auto-correlation) ที่ไม่ดี ตัวอย่างของรหัสที่จัดอยู่ในประเภทนี้ก็ได้แก่ Hadamard Walsh Code และ Variable-length orthogonal sequence เป็นต้น ดังรูป 2.1 และ รูปที่ 2.2
- 2) **Pseudorandom Noise-Sequence (PN Sequence)** เป็นรหัสไบนารีที่มีค่าสหสัมพันธ์ข้ามระหว่างรหัสไม่เท่ากับศูนย์ อย่างไรก็ตามค่าสหสัมพันธ์ข้ามดังกล่าวจะมีค่าต่ำมากทั้งในกรณีที่มีการเลื่อนของรหัส และไม่มี การเลื่อนของรหัส นอกจากนี้รหัสชนิดนี้ยังมีคุณสมบัติทางสหสัมพันธ์ตัวเองที่ดีด้วย ตัวอย่างของรหัสที่จัดอยู่ในประเภทนี้ได้แก่ m-sequence (Maximal-length sequence), Gold code และ Kasami sequence เป็นต้น ดังรูป 2.3 และ รูปที่ 2.4



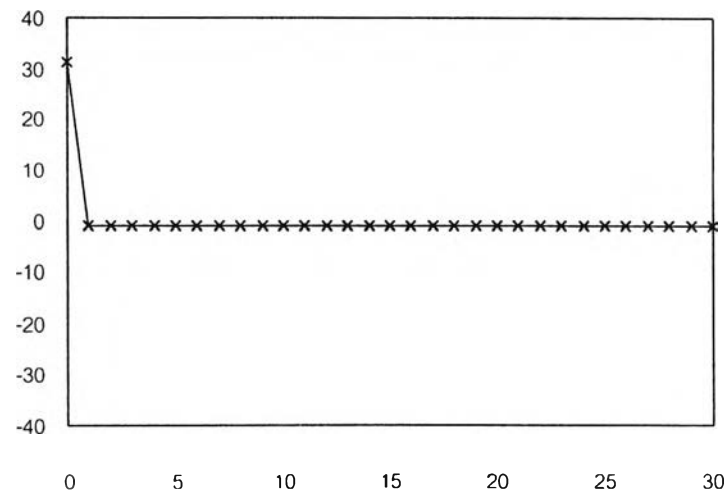
รูปที่ 2.1 ตัวอย่างกราฟสหสัมพันธ์ข้ามระหว่าง Orthogonal Code



รูปที่ 2.2 ตัวอย่างกราฟสหสัมพันธ์ตัวเองของ Orthogonal Code



รูปที่ 2.3 ตัวอย่างกราฟสหสัมพันธ์ข้ามระหว่าง PN Sequence



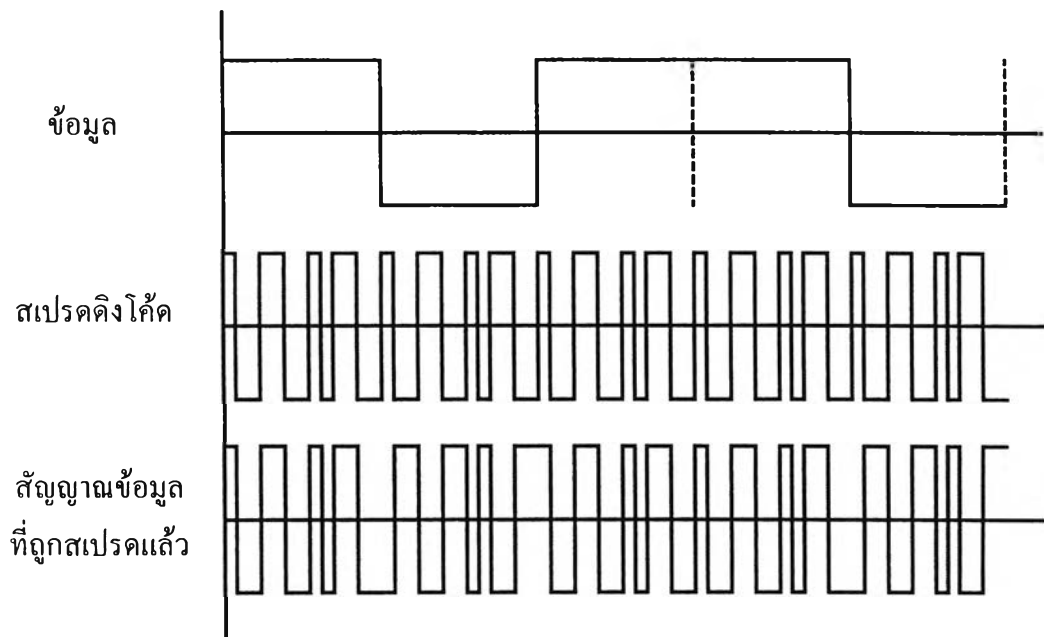
รูปที่ 2.4 ตัวอย่างกราฟสหสัมพันธ์ตัวเองของ PN Sequence

## 2.3 การสเปรดและดีสเปรด

การสเปรดและดีสเปรดเป็นขั้นตอนที่สำคัญในการสื่อสารข้อมูลในระบบ DS-CDMA การสเปรดเป็นกระบวนการที่ผู้ใช้แต่ละคนใช้ในการส่งข้อมูลของตนเองออกมา และการดีสเปรดเป็นกระบวนการที่ใช้ที่เครื่องรับสำหรับประมาณบิตข้อมูลของผู้ใช้คนที่สนใจ

### 2.3.1 ขั้นตอนการสเปรด

ข้อมูลของผู้ใช้แต่ละบิตจะถูกนำมาคูณด้วยสเปรดคิงโค้ดของผู้ใช้คนนั้น ดังนั้นข้อมูล 1 บิต จะถูกกระจายออกมาเป็นข้อมูลที่มีจำนวนหลายบิต โดยเรียกแต่ละบิตนั้นใหม่ว่าชิป (chip) ดังนั้น อัตราของบิตข้อมูลที่ถูกคูณแล้วจะสูงกว่าอัตราบิตของข้อมูลเดิมมากเป็นผลให้มีการแผ่ขยายของ สเปกตรัมขึ้น ดังนั้นจึงเรียกกระบวนการนี้ว่าการสเปรด จากรูปที่ 2.5 ประกอบ



รูปที่ 2.5 ตัวอย่างขั้นตอนการสเปรด

### 2.3.2 ขั้นตอนการดีสเปรด

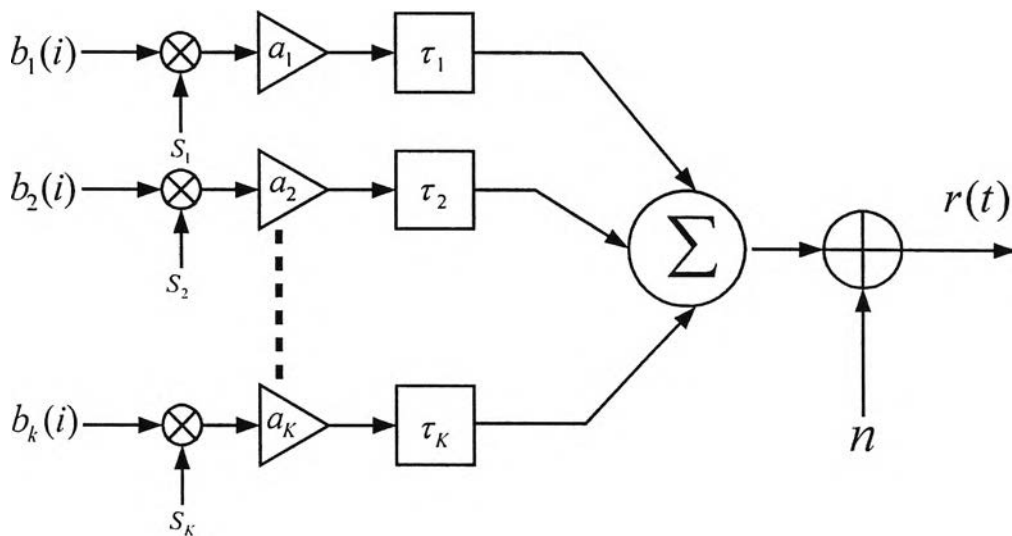
เป็นขั้นตอนที่ใช้ในเครื่องรับแบบแมตซ์ฟิลเตอร์ซึ่งเป็นเครื่องรับแบบธรรมดาสำหรับระบบ DS-CDMA ขั้นตอนนี้เริ่มต้นจากการรับสัญญาณที่ถูกสเปรดแล้วมาเป็นจำนวน 1 คาบของบิตข้อมูล

ปกติ จากนั้นก็นำมาคำนวณค่าสหสัมพันธ์ (Correlate) ระหว่างสัญญาณดังกล่าวกับสเปรคดิงโค้ดของผู้ใช้คนที่สนใจ การหาค่าสหสัมพันธ์ทำได้โดยการคูณสัญญาณที่รับได้เข้ากับสเปรคดิงโค้ดตัวเดิมที่ใช้ในการสเปรคตอนส่งมา หลังจากนั้นก็หาค่าเฉลี่ยของสัญญาณในหนึ่งคาบของบิตข้อมูลที่ต้องการ

## 2.4 แบบจำลองระบบ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้พิจารณาแบบจำลองระบบ DS-SS-SSMA สำหรับช่องสัญญาณที่มีการรบกวนจากสัญญาณรบกวนเกาส์เซียนแบบขาว (Additive White Gaussian Noise, (AWGN))

### 2.4.1 แบบจำลองระบบด้านส่ง



รูปที่ 2.6 แบบจำลองระบบด้านส่ง

พิจารณาแบบจำลองระบบ DS-SS-SSMA ในทางด้านส่ง ในช่องสัญญาณสัญญาณที่มีการรบกวนจากสัญญาณรบกวนเกาส์เซียนแบบขาว กำหนดให้มีผู้ใช้ในระบบจำนวน  $K$  คน.  $b_k(i)$  เป็นข้อมูลบิตที่  $i$  ของผู้ใช้ลำดับที่  $k$  ซึ่งมีคาบสัญลักษณ์เป็น  $T_c$ ,  $a_k$  เป็นขนาดของสัญญาณที่รับได้ที่เครื่องรับของผู้ใช้ลำดับที่  $k$ ,  $s_k$  เป็นสเปรคดิงโค้ดของผู้ใช้ลำดับที่  $k$  ซึ่งมีจำนวนชิปเท่ากับ  $L_c$  และ  $\tau_k$  เป็นค่าหน่วงเวลาสัมพัทธ์ของผู้ใช้ลำดับที่  $k$

กำหนดให้ผู้ใช้ส่งข้อมูลจำนวน  $2M + 1$  บิต สัญญาณรวมที่รับได้ที่เครื่องรับจะสามารถเขียนได้ดังนี้

$$r(t) = \sum_{i=-M}^M a_k \sum_{k=1}^K b_k(i) p_k(t - iT_s - \tau_k) + n(t) \quad (2-1)$$

$$p_k(t) = \sum_{i=0}^{L_c-1} s_k(i) \cdot \chi(t - iT_c) \quad (2-2)$$

โดยที่  $\chi(t) = \begin{cases} 1 & \text{if } t \in [0, T_c] \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$

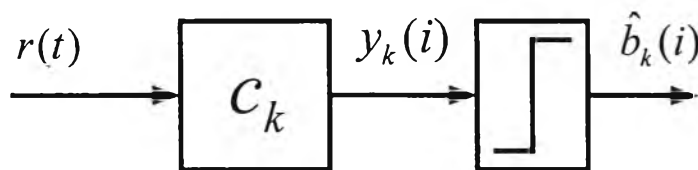
$T_c$  เป็นคาบของชิป ( $T_c = T_s / L_c$ ),

$s_k(i) \in \{-1, +1\}$

และ  $n(t)$  เป็นสัญญาณรบกวนเกาส์เซียนแบบขาวที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับศูนย์และมีค่าความแปรปรวนเป็น  $\sigma$

#### 2.4.2 แบบจำลองระบบทางด้านรับ

เนื่องจากวิทยานิพนธ์ฉบับนี้มุ่งเน้นไปยังเครื่องรับที่ต้องการทราบสเปรคดิงโค้ดของผู้ใช้คนที่สนใจเพียงคนเดียวเท่านั้น ดังนั้นแบบจำลองระบบทางด้านรับจึงเป็นแบบจำลองที่พิจารณาเครื่องรับที่ทราบสเปรคดิงโค้ดของผู้ใช้คนที่สนใจเท่านั้น



รูปที่ 2.7 แบบจำลองระบบด้านรับ

การตัดสินใจบิต  $\hat{b}_k(i)$  สามารถแสดงได้ดังนี้

$$\hat{b}_k(i) = \text{sgn}(y_k(i)) \quad (2-3)$$

$$y_k(i) = \int_{T_s}^{T_s+T_s} r(t) c_k(t) dt \quad (2-4)$$

โดย  $c_k(t)$  คือ ผลตอบของเครื่องรับสำหรับผู้ใช้ลำดับที่  $k$  และ  $y_k(i)$  คือสัญญาณออกจากเครื่องรับสำหรับผู้ใช้ลำดับที่  $k$  ในช่วงคาบบิตที่  $i$

### 2.4.3 แบบจำลองเวลาไม่ต่อเนื่อง (Discrete Time Model)

พิจารณาสัญญาณที่รับมาได้  $r(t)$  ถูกสุ่มด้วยอัตราชีพ  $1/T_c$  ผลลัพธ์ที่ได้ในช่วง 1 คาบของ บิตข้อมูลที  $i$  เขียนแทนด้วยเวกเตอร์  $\mathbf{r}(i)$  ที่มีจำนวนสมาชิกเท่ากับ  $L_c$  ตัว สำหรับผลตอบของ เครื่องรับของผู้ใช้ลำดับที่  $k$  ในช่วง 1 คาบของบิตข้อมูลที  $i$  เขียนแทนด้วยเวกเตอร์  $\mathbf{c}_k(i)$  ที่มี จำนวนสมาชิกเท่ากับ  $L_c$  ตัว

$$\mathbf{y}_k(i) = \mathbf{c}_k^H(i)\mathbf{r}(i) \quad (2-5)$$

โดย  $(\bullet)^H$  แทนเครื่องหมาย Complex Conjugate Transpose สำหรับการตัดสินใจบิต  $\hat{b}_k(i)$  ยังคงเหมือนกับในสมการ (2-3)

### 2.5 เครื่องรับแบบแมตซ์ฟิลเตอร์

เครื่องรับแบบแมตซ์ฟิลเตอร์เป็นเครื่องรับที่ใช้กันโดยทั่วไปในระบบ DS-SS สำหรับ เครื่องรับแบบแมตซ์ฟิลเตอร์ ค่าผลตอบของเครื่องรับ  $c_k(t)$  ในสมการ (2-4) จะถูกกำหนดให้เท่ากับสเปคตรัมโค๊ดของผู้ใช้ลำดับที่  $k$  ( $p_k(t - iT_s)$ ) พิจารณากรณีเฉพาะของระบบ DS-SS ที่ค่า หน่วงเวลาสัมพันธ์ของผู้ใช้ทุกคนในระบบเท่ากับ 0 ในช่วงบิตข้อมูลที  $i$  กำหนดให้ผู้ใช้ลำดับที่ 1 เป็นผู้ใช้ที่สนใจ โดยการกระจายสมการ (2-4) สัญญาณออกจากเครื่องรับแบบแมตซ์ฟิลเตอร์ของผู้ ใช้คนที่ 1 สามารถเขียนได้ดังนี้

$$\begin{aligned} y_1(i) &= a_1 b_1(i) \int_{T_s}^{T_s+T_s} p_1(t - iT_s) p_1(t - iT_s) dt \\ &+ \sum_{k=2}^K a_k b_k(i) \int_{T_s}^{T_s+T_s} p_1(t - iT_s) p_k(t - iT_s) dt \\ &+ \int_{T_s}^{T_s+T_s} p_1(t - iT_s) n(t) dt \end{aligned} \quad (2-6)$$

จากทางขวามือของสมการ (2-6) จะพบว่าพจน์แรกเป็นสิ่งที่ผู้ใช้ที่สนใจส่งมา พจน์กลาง เป็น MAI จากผู้ใช้คนอื่นๆ และพจน์สุดท้ายเป็นสัญญาณรบกวนที่ผ่านเครื่องรับแบบแมตซ์ฟิลเตอร์ จาก สมการ (2-3) เครื่องรับแบบแมตซ์ฟิลเตอร์จะตัดสินใจบิตที  $i$  จากสัญญาณออกจากเครื่องรับ แบบแมตซ์ฟิลเตอร์ของผู้ใช้คนที่ สนใจตามสมการ (2-6) โดยตรง จะเห็นได้ว่า MAI จะมีผลต่อการ ตัดสินใจบิตเนื่องจากเครื่องรับแบบแมตซ์ฟิลเตอร์จะพิจารณาว่า MAI เป็นสัญญาณรบกวนซึ่งไม่ สามารถกำจัดได้ ดังนั้นสมรรถนะของเครื่องรับชนิดนี้จึงถูกจำกัดโดย MAI

## 2.6 เครื่องรับที่มีการปรับตัวโดยอัตโนมัติและไม่จำเป็นต้องใช้ความรู้เกี่ยวกับสเปกตรัมของสัญญาณอื่น ๆ

เครื่องรับชนิดนี้ถูกพัฒนาต่อมาจากมัลติยูสเซอร์ดีเทกชันโดยทั่วไป เพื่อลดความซับซ้อนของการคำนวณในมัลติยูสเซอร์ดีเทกชัน และสามารถทำงานได้แม้จะทราบสเปกตรัมโค๊ดเฉพาะของผู้ใช้ที่สนใจเท่านั้น สำหรับเครื่องรับชนิดนี้ค่าผลตอบของเครื่องรับจะได้ออกมาจากการปรับตัวโดยอัตโนมัติด้วยวิธีการบางอย่าง ผลลัพธ์ที่ได้จะทำให้ MAI น้อยลง กล่าวคือลดค่าของพจน์กลางของสมการ (2-6) ในขณะที่เดียวกันก็จะขยายค่าของพจน์แรกซึ่งเป็นสิ่งที่ผู้ใช้คนที่สนใจส่งมา สำหรับการวิเคราะห์เครื่องรับในหัวข้อนี้จะใช้แบบจำลองแบบเวลาไม่ต่อเนื่อง

### 2.6.1 วิธี Steepest Descent และ ระเบียบวิธีกำลังสองเฉลี่ยต่ำสุด (LMS)

วิธี steepest descent เป็นกรรมวิธีสำหรับปรับค่าน้ำหนักถ่วงของวงจรกรองปรับตัวได้เพื่อให้ผู้เข้าสู่ผลตอบที่ต้องการวิธีหนึ่งซึ่งได้รับความนิยม วิธี steepest descent ใช้การทำซ้ำหรือวิธีการปรับตัวเองในการเปลี่ยนแปลงค่าน้ำหนักถ่วงของวงจรกรองทีละเล็กทีละน้อยในทิศทางที่ลดค่าของฟังก์ชันจุดประสงค์มากที่สุด โดยจะปรับค่าน้ำหนักถ่วงดังนี้ [28]

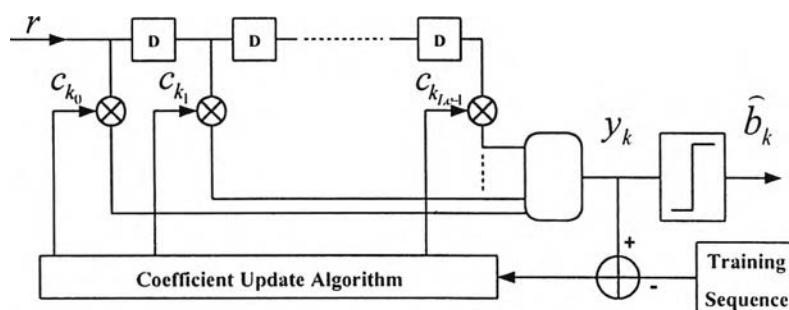
$$w(i+1) = w(i) - \mu(\nabla j(i)) \quad (2-7)$$

โดยที่  $w(i)$  เป็นเวกเตอร์ของน้ำหนักถ่วงของวงจรกรอง (tap weight vector) ที่เวลา  $i$ ,  $\mu$  เป็นค่าช่วงก้าว (learning rate parameter หรือ step-size),  $j(i)$  เป็นค่าของฟังก์ชันจุดประสงค์ที่เวลา  $i$  และเกรเดียนต์เวกเตอร์  $\nabla j(i)$  เป็นเวกเตอร์ของค่าเกรเดียนต์ของฟังก์ชันจุดประสงค์ที่เวลา  $i$

ระเบียบวิธี LMS ถูกประดิษฐ์ขึ้นมาเมื่อปีค.ศ. 1960 โดย Widrow และ Hoff ระเบียบวิธี LMS นี้จะใช้ข้อมูลที่มืออยู่มาหาค่าเกรเดียนต์ที่ขณะเวลาใดๆ เพื่อนำมาประมาณค่าเกรเดียนต์จริงๆ ของวิธี steepest descent การประมาณเกรเดียนต์เวกเตอร์นี้ทำให้เกิดผลตามมา คือ ในการคำนวณแต่ละครั้งของน้ำหนักถ่วง  $w(i)$  ของวงจรกรองเมื่อใช้ระเบียบวิธี LMS จะได้รับผลจากเกรเดียนต์น้อยส์ทำให้  $w(i)$  ที่คำนวณโดยระเบียบวิธี LMS จะมีการเคลื่อนไหวอย่างสุ่มรอบๆ ค่าต่ำสุดของพื้นผิวความผิดพลาด (ไม่ผู้เข้าสู่จุดต่ำสุดอย่างแท้จริง แต่ผู้เข้าในค่าเฉลี่ย) ระเบียบวิธี LMS นี้เป็นที่นิยมอย่างมาก เนื่องจากเป็นวิธีการที่ง่าย และ มีความซับซ้อนต่ำ



### 2.6.2 เครื่องรับที่มีการปรับตัวเพื่อให้ค่าเฉลี่ยของกำลังสองของค่าผิดพลาดต่ำที่สุด (MMSE adaptive detector)



รูปที่ 2.8 โครงสร้างของ MMSE adaptive detector สำหรับผู้ใช้ลำดับที่  $k$

โครงสร้างของเครื่องรับชนิดนี้สำหรับผู้ใช้ 1 คน แสดงดังรูปที่ 2.8 เครื่องรับชนิดนี้จะมีผลตอบ  $c_k(i)$  ที่สามารถปรับตัวโดยอัตโนมัติเพื่อให้ค่าเฉลี่ยของกำลังสองของค่าผิดพลาดต่ำที่สุด ฟังก์ชันจุดประสงค์สำหรับการปรับตัวของเครื่องรับชนิดนี้สามารถแสดงได้ดังนี้

$$J = E[|e_k(i)|^2] \quad (2-8)$$

$$e_k(i) = a_k b_k(i) - y_k(i) \quad (2-9)$$

สมการสำหรับปรับค่านำหนักถ่วงของเครื่องรับชนิดนี้ด้วยระเบียบวิธี LMS สามารถเขียนได้ดังนี้

$$c_k(i+1) = c_k(i) + \mu r(i) e_k^*(i) \quad (2-10)$$

โดย  $(\bullet)^*$  แทนเครื่องหมายค่าสังยุคเชิงซ้อน (complex conjugate) จากสมการ (2-10) จะพบว่าการปรับค่านำหนักถ่วงของเครื่องรับ MMSE adaptive detector จะต้องทราบบิตข้อมูลที่ใช้คนที่สนใจส่งมา  $b_k(i)$  จำนวนหนึ่ง บิตข้อมูลเหล่านี้ถูกเรียกว่าเทรนนิ่งซีแควนซ์ ดังนั้นการใช้เครื่องรับชนิดนี้ระบบจะต้องสูญเสียทรัพยากรส่วนหนึ่งไปในการส่งเทรนนิ่งซีแควนซ์แทนที่การส่งบิตข้อมูลปกติ

### 2.6.3 เครื่องรับที่มีการปรับตัวแบบบอดเพื่อให้ค่าเฉลี่ยของกำลังของสัญญาณออกต่ำที่สุด (Minimum Mean Output Energy (MMOE) blind adaptive detector)

เนื่องจากเครื่องรับแบบ MMSE adaptive detector จำเป็นต้องใช้เทรนนิ่งซีแควนซ์ในขั้นตอนการปรับตัวทำให้ต้องสูญเสียทรัพยากรบางส่วนของระบบไป M.Honig [20] จึงได้เสนอเครื่องรับที่มีการปรับตัวโดยอัตโนมัติที่ไม่จำเป็นต้องใช้เทรนนิ่งซีแควนซ์ หรือที่เรียกกันว่าเครื่องรับที่มีการปรับตัวแบบบอด (Blind adaptive detector) แนวคิดของเครื่องรับชนิดนี้มาจากการสังเกตความสัมพันธ์ระหว่างค่าเฉลี่ยของกำลังสองของค่าผิดพลาด (Mean Square Error, MSE) และค่าเฉลี่ยของ

กำลังของสัญญาณ (Mean Output Energy, MOE) เมื่อกำหนดค่าผลตอบของเครื่องรับสำหรับผู้ใช้งานลำดับที่  $k$  ดังสมการ (2-11)

$$c_k(i) = s_k(i) + x_k(i) \quad (2-11)$$

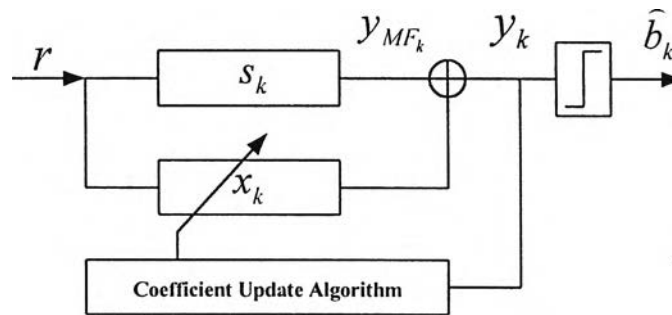
โดย  $s_k$  เป็นเวกเตอร์ที่มีสมาชิกเป็นสเปกตรัมของสัญญาณผู้ใช้ลำดับที่  $k$  และ  $x_k$  เป็นเวกเตอร์ค่าน้ำหนักถ่วงของวงจรกรองปรับตัวได้ โดยที่  $x_k$  จะตั้งฉากกับ  $s_k$  ( $x_k^H s_k = 0$ ) เพื่อป้องกันการหักล้างของสัญญาณที่ต้องการ

$$\text{MOE} = E[|y_k(i)|^2] \quad (2-12)$$

$$\text{MSE} = E[|a_k b_k(i) - y_k(i)|^2] \quad (2-13)$$

$$\text{MSE} = \text{MOE} - a_k^2 \quad (2-14)$$

จากสมการ (2-14) จะพบว่า การลด MOE จะส่งผลไปลด MSE ด้วย นอกจากนี้ในสมการของ MOE ไม่จำเป็นต้องใช้เทรนนิงซีแวนซ์จึงทำให้สามารถปรับตัวแบบบอดได้ โครงสร้างของเครื่องรับชนิดนี้แสดงดังรูปที่ 2.9



รูปที่ 2.9 โครงสร้างของ MMOE blind adaptive detector สำหรับผู้ใช้ลำดับที่  $k$

เนื่องจากข้อกำหนดที่  $x_k$  จะต้องตั้งฉากกับ  $s_k$  สมการสำหรับปรับค่าน้ำหนักถ่วงด้วยระเบียบวิธี LMS ของเครื่องรับชนิดนี้จึงต้องสามารถปรับ  $x_k$  ในทิศทางที่ตั้งฉากกับ  $s_k$  ดังนี้

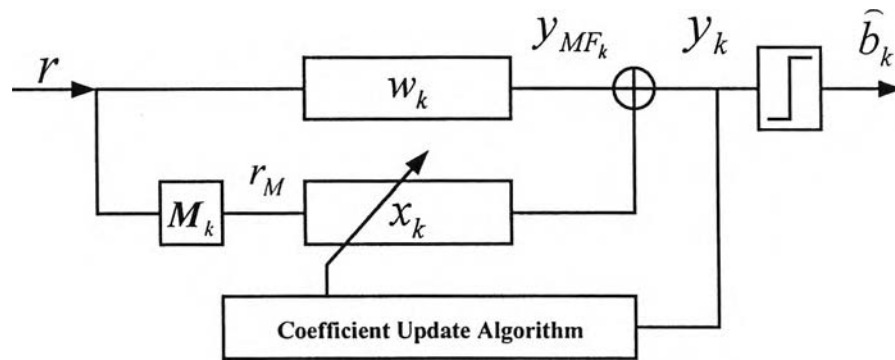
$$y_{MF_k}(i) = s_k^H r(i) \quad (2-15)$$

$$y_k(i) = (s_k - x_k(i))^H r(i) \quad (2-16)$$

$$x_k(i+1) = x_k(i) + \mu y_k^*(i)(r(i) - y_{MF_k}(i)s_k) \quad (2-17)$$

กระบวนการปรับตัวของ  $x_k$  ดังสมการ (2-17) อาจได้รับผลกระทบจากปรากฏการณ์ความละเอียดจำกัด (Finite precision) ซึ่งอาจทำให้  $x_k$  ไม่ตั้งฉากกับ  $s_k$  โดยสมบูรณ์ เป็นผลให้เกิดการหักล้างของสัญญาณที่ต้องการได้

J. B. Schodorf [29-30] ได้เสนอโครงสร้างแบบลิเนียร์ลิกอนเสตรน (Linearly Constrained (LC) Structure) ดังแสดงในรูปที่ 2.10 มาใช้กับเครื่องรับ MMOE blind adaptive detector เพื่อป้องกันการหักล้างของสัญญาณที่ต้องการ โครงสร้างแบบลิเนียร์ลิกอนเสตรนไม่ได้เป็นโครงสร้างที่ใหม่แต่อย่างใด มันได้ถูกเสนอใช้ในงานทางด้าน Adaptive Antenna Array มาเป็นเวลานานแล้วในชื่อของโครงสร้างแบบ General Side-Lobe Cancellation [28]



รูปที่ 2.10 โครงสร้างแบบลิเนียร์ลิกอนเสตรน สำหรับผู้ใช้ลำดับที่  $k$

พิจารณาการปรับตัวแบบ MMOE สำหรับผู้ใช้ลำดับที่  $k$  ภายใต้เงื่อนไขดังนี้

$$\min_c c_k^H R_{rr} c_k \quad \text{โดยที่ } Oc_k = f \quad (2-18)$$

โดยที่  $R_{rr} = E[r(i)r(i)^H]$  เป็นเมทริกซ์สหสัมพันธ์ตัวเองขนาด  $L_c \times L_c$ ,

$c_k$  เป็นเวกเตอร์ของค่าน้ำหนักถ่วง มีความยาวเท่ากับ  $L_c$ ,

$O$  เป็นเมทริกซ์ขนาด  $P \times L_c$  โดยที่แต่ละแถวของ  $O$  จะแทนข้อกำหนด (Constraint),

$f$  เป็นเวกเตอร์ที่มีความยาวเท่ากับ  $P$  โดยที่สมาชิกแต่ละตัวของ  $f$  จะบอกค่าของข้อกำหนด (Constraint Value),

และ  $P$  คือจำนวนของข้อกำหนด

เวกเตอร์ค่าน้ำหนักถ่วงสำหรับโครงสร้างแบบลิเนียร์ลิกอนเสตรนคือ  $c_k = w_k - M_k^H x_k$  โดย  $w_k$  เป็นเวกเตอร์ที่คงที่และกำหนดค่าเพื่อให้ข้อกำหนดเป็นจริง และ  $x_k$  เป็นเวกเตอร์ที่สามารถปรับตัวได้ สำหรับการรักษาค่าข้อกำหนดในกระบวนการปรับตวันั้นทำได้โดยการใช้บล็อกกิงเมทริกซ์ (Blocking Matrix)  $M_k$  ซึ่งเป็นเมทริกซ์ที่มีค่าคงที่และตั้งฉากกับ  $w_k$  เสมอ ( $M_k^H w_k = 0$ ) ในกรณีที่มีข้อกำหนดเดียว กล่าวคือมีข้อกำหนดของสเปกตรัมโคดของใช้คนที่สนใจเท่านั้น ค่าของเวกเตอร์  $w_k$  จะเท่ากับสเปกตรัมโคดของใช้คนที่สนใจ แต่ในกรณีที่มีข้อกำหนดของใช้คนอื่นๆ ร่วมด้วย ค่าของเวกเตอร์  $w_k$  จะเป็นดีคอดิเรกเตอร์ที่มีข้อมูลของใช้เหล่านั้น สำหรับรูปแบบของบล็อกกิงเมทริกซ์  $M_k$  อย่างง่าย สามารถแสดงได้ดังนี้

$$M_k = \begin{bmatrix} w_k(2) & -w_k(1) & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & w_k(3) & -w_k(2) & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & w_k(L_c) & -w_k(L_c - 1) \\ -w_k(L_c) & 0 & 0 & \cdots & w_k(1) \end{bmatrix} \quad (2-19)$$

เมื่อมีการใช้บล็อกกิงเมทริกซ์  $M_k$  เพื่อรับประกันความต้งฉากแล้วทำให้  $x_k$  สามารถปรับตัวได้อย่างอิสระ สมการปรับค่าน้ำหนักถ่วงของโครงสร้างแบบลิเนียร์รีคอนสเตรนสำหรับ MMOE blind adaptive detector ด้วยระเบียบวิธี LMS สามารถเขียนได้ดังนี้

$$y_k(i) = [w_k - M_k^H x_k(i)]^H r(i) \quad (2-20)$$

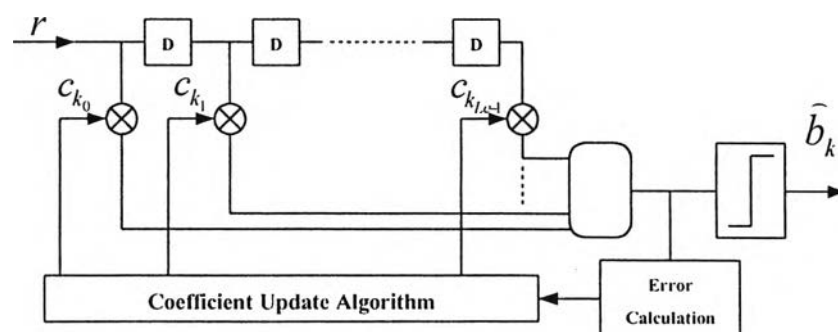
$$r_M(i) = M_k r(i) \quad (2-21)$$

$$x_k(i+1) = x_k(i) + \mu y_k(i) r_M(i) \quad (2-22)$$

นอกจากเพื่อป้องกันการหักล้างของสัญญาณที่ต้องการแล้ว โครงสร้างแบบลิเนียร์รีคอนสเตรนยังสามารถเพิ่มข้อกำหนด ตัวอย่างเช่น ข้อกำหนดเกี่ยวกับสเปรดคิงโค้ดของผู้ใช้คนอื่นๆ เพื่อช่วยให้เครื่องรับมีสมรรถนะที่ดีขึ้นได้โดยง่าย

#### 2.6.4 เครื่องรับที่มีการปรับตัวแบบบอดด้วยขั้นตอนคอนสเตรนต์มอดูลัส (Constant Modulus Algorithm (CMA) blind adaptive detector)

CMA เป็นวิธีการปรับตัวแบบบอดชนิดหนึ่งที่ได้รับคามนิยมอย่างมาก การนำ CMA มาใช้ในระบบ DS-CDMA เพื่อใช้ปรับค่าน้ำหนักถ่วงของเครื่องรับที่มีการปรับตัวโดยอัตโนมัติและไม่จำเป็นต้องใช้ความรู้เกี่ยวกับสเปรดคิงโค้ดของผู้ใช้คนอื่นๆ ถูกเสนอโดย W. Lee [21] โครงสร้างของ CMA blind adaptive detector แสดงดังรูปที่ 2.11



รูปที่ 2.11 โครงสร้างของ CMA blind adaptive detector สำหรับผู้ใช้ลำดับที่ k

CMA สามารถมีรูปแบบมาก W. Lee [21] ได้ใช้รูปแบบที่มีฟังก์ชันจุดประสงค์ดังสมการ (2-23)

$$J = \frac{1}{4} E[(|y_k(i)|^2 - \xi)^2] \quad (2-23)$$

โดย  $\xi$  เป็นค่าคงที่ซึ่งโดยทั่วไปแล้วจะถูกกำหนดค่าเท่ากับกำลังของสัญญาณของผู้ใช้คนที่สนใจที่รับได้ที่เครื่องรับ สมการปรับค่าน้ำหนักถ่วงด้วยฟังก์ชันจุดประสงค์ดังสมการ (2-23) ด้วยระเบียบวิธี LMS สามารถเขียนได้ดังนี้

$$c_k(i+1) = c_k(i) + \mu(|y_k(i)|^2 - \xi)y_k^*(i)r_k(i) \quad (2-24)$$

การลู่เข้าของอัลกอริทึม CMA ขึ้นอยู่กับสภาพแวดล้อม และการกำหนดค่าเริ่มต้นของวงจรกรองปรับตัวได้ W. Lee ได้ใช้สเปกตรัมโคคเคอร์เรชันของผู้ใช้คนที่สนใจเป็นค่าเริ่มต้นของวงจรกรองปรับตัวได้ จากผลการจำลองระบบพบว่าการกำหนดค่าเริ่มต้นด้วยวิธีนี้ทำให้อัลกอริทึมลู่เข้าได้เป็นอย่างดี อย่างไรก็ตามเนื่องจากการกำหนดค่าเริ่มต้นด้วยสเปกตรัมโคคเคอร์เรชันของผู้ใช้คนที่สนใจ ทำให้เครื่องรับได้รับผลกระทบจาก MAI ในกรณีที่ MAI มีค่ามาก อัลกอริทึม CMA อาจจะไม่ลู่เข้าสู่ค่าตอบที่ไม่ต้องการ เช่น ลู่เข้าสู่สัญญาณแทรกสอดของผู้ใช้คนอื่น เป็นต้น

N. Zecevic [22] ได้เสนอการใช้โครงสร้างแบบลิเนียร์ลิกอนสเตรนดิงในรูปที่ 2.10 ร่วมกับ CMA เพื่อป้องกันการลู่เข้าสู่ค่าตอบที่ไม่ต้องการ โดยเรียกเครื่องรับนี้ว่าเครื่องรับที่ใช้การปรับตัวแบบบอดด้วยขั้นตอนลิเนียร์ลิกอนสเตรนดิงคอนสแตนต์มอดุลัส (Linearly Constrained Constant Modulus Algorithm (LCCMA) blind adaptive detector) สมการสำหรับปรับค่าน้ำหนักถ่วงของเครื่องรับชนิดนี้ด้วยระเบียบวิธี LMS สามารถเขียนได้ดังนี้

$$x_k(i+1) = x_k(i) + \mu(|y_k(i)|^2 - \xi)y_k^*(i)r_{k,i}(i) \quad (2-15)$$

## 2.7 Weiner-Hopf Equations และ วงจรกรองที่เหมาะสมที่สุด (Optimum Filter)

พิจารณาระบบของวงจรกรองซึ่งมีสัญญาณเข้าเป็นลำดับทางเวลา  $u(0), u(1), u(2), \dots$  และวงจรกรองมีผลตอบเป็น  $w_0, w_1, w_2, \dots$  โดยค่าทั้งสองถูกสมมติว่ามีค่าเป็นจำนวนเชิงซ้อน และมีระยะเวลาเป็นอนันต์ สัญญาณออกของวงจรกรอง  $y(i)$  ที่เวลา  $i$  สามารถแสดงดังนี้

$$y(i) = \sum_{q=0}^{\infty} w_q^* u(i-q) \quad (2-16)$$

วงจรกรองถูกเลือกให้เหมาะสมที่สุดโดยการทำให้ค่าเฉลี่ยของกำลังสองของค่าผิดพลาดต่ำที่สุด ฟังก์ชันจุดประสงค์สามารถเขียนได้ดังนี้

$$\begin{aligned} J &= E[e(i)e^*(i)] \\ &= E[|e(i)|^2] \end{aligned} \quad (2-17)$$

ค่าผิดพลาด  $e(i)$  กำหนดโดยผลต่างระหว่างสัญญาณออกของวงจรกรองที่ต้องการและสัญญาณออกของวงจรกรองจริง

$$e(i) = d(i) - y(i) \quad (2-18)$$

โดย  $d(i)$  คือสัญญาณออกของวงจรกรองที่ต้องการ ค่าสัมประสิทธิ์ลำดับที่  $q$  ของวงจรกรอง  $w_q$  สามารถเขียนในรูปส่วนจริงและส่วนจินตภาพดังนี้

$$w_q = a_q + jb_q \quad (2-19)$$

กำหนดตัวดำเนินการเกรเดียนต์ย่อยในรูปของอนุพันธ์ย่อยอันดับ 1 เทียบกับค่าสัมประสิทธิ์ลำดับที่  $q$  ของวงจรกรอง  $w_q$  ดังนี้

$$\nabla_q = \frac{\partial}{\partial a_q} + j \frac{\partial}{\partial b_q} \quad (2-20)$$

ตัวดำเนินการเกรเดียนต์ของฟังก์ชันจุดประสงค์เทียบกับสัมประสิทธิ์ของวงจรกรอง ( $\nabla J$ ) เกิดจากการทำเกรเดียนต์ย่อยเทียบกับสัมประสิทธิ์ลำดับต่างๆ ของวงจรกรอง

$$\nabla_q J = \frac{\partial J}{\partial a_q} + j \frac{\partial J}{\partial b_q}, \quad q = 0, 1, 2, \dots \quad (2-21)$$

จุดคงที่ (Stationary point) ของวงจรกรอง ซึ่งโดยทั่วไปจะทำให้ฟังก์ชันจุดประสงค์มีค่าต่ำที่สุด คือจุดที่ทำให้องค์ประกอบย่อยทุกตัวของเกรเดียนต์เวกเตอร์ ( $\nabla J$ ) มีค่าเป็น 0

$$\nabla_q J = 0, \quad q = 0, 1, 2, \dots \quad (2-22)$$

วงจรกรองที่ทำให้ค่าของฟังก์ชันจุดประสงค์เป็นไปตามเงื่อนไขข้างต้นสามารถกล่าวได้ว่าเป็นวงจรกรองที่มีความเหมาะสมที่สุดในแง่ของค่าเฉลี่ยของกำลังสองของค่าผิดพลาด

จากสมการ (2-17) และ สมการ (2-21) สามารถแสดงได้ดังนี้

$$\nabla_q J = E \left[ \frac{\partial e(i)}{\partial a_q} e^*(i) + \frac{\partial e^*(i)}{\partial a_q} e(i) + \frac{\partial e(i)}{\partial b_q} j e^*(i) + \frac{\partial e^*(i)}{\partial b_q} j e(i) \right] \quad (2-23)$$

เนื่องจากสัญญาณออกของวงจรกรองที่ต้องการ  $d(i)$  ของค่าผิดพลาดในสมการ (2-18) ไม่ขึ้นกับค่าสัมประสิทธิ์ของวงจรกรอง ดังนั้นจึงสามารถเขียนอนุพันธ์ย่อยต่างๆ ได้ดังนี้

$$\begin{aligned}
\frac{\partial e(i)}{\partial a_q} &= u(i-q) \\
\frac{\partial e^*(i)}{\partial a_q} &= -u^*(i-q) \\
\frac{\partial e(i)}{\partial b_q} &= ju(i-q) \\
\frac{\partial e^*(i)}{\partial b_q} &= -ju^*(i-q)
\end{aligned} \tag{2-24}$$

แทนค่าในสมการ (2-24) ลงในสมการ (2-23) ได้ดังนี้

$$\nabla_q J = -2E[u(i-q)e^*(i)] \tag{2-25}$$

กำหนด  $e_{opt}$  เป็นค่าผิดพลาดของวงจรกรองที่มีความเหมาะสมที่สุด สมการ (2-22) จะสมมูลกับสมการดังต่อไปนี้

$$E[u(i-q)e^*(i)] = 0, \quad q = 0, 1, 2, \dots \tag{2-26}$$

$$E\left[u(i-q)\left(d^*(i) - \sum_{g=0}^{\infty} w_{opt\_g} u^*(i-g)\right)\right] = 0, \quad q = 0, 1, 2, \dots \tag{2-27}$$

$$\sum_{g=0}^{\infty} w_{opt\_g} E[u(i-q)u^*(i-g)] = E[u(i-q)d^*(i)], \quad q = 0, 1, 2, \dots \tag{2-28}$$

$$\sum_{g=0}^{\infty} w_{opt\_g} r_{uu}(g-q) = r_{ud}(-q), \quad q = 0, 1, 2, \dots \tag{2-29}$$

โดย  $w_{opt\_g}$  คือค่าสัมประสิทธิ์ลำดับที่  $g$  ของวงจรกรองที่เหมาะสมที่สุด,

$r_{uu}(g-q) = E[u(i-q)u^*(i-g)]$  คือค่าสหสัมพันธ์ตัวเองของสัญญาณเข้าวงจรกรอง

และ  $r_{ud}(-q) = E[u(i-q)d^*(i)]$  คือค่าสหสัมพันธ์ข้ามระหว่างสัญญาณเข้าวงจรกรอง และสัญญาณออกวงจรกรองที่ต้องการ

สมการ (2-29) แสดงวงจรกรองที่เหมาะสมที่สุดในรูปของฟังก์ชันสหสัมพันธ์ 2 ตัว คือ  $r_{uu}(g-q)$  และ  $r_{ud}(-q)$  สมการ (2-29) นี้เรียกว่า Wiener-Hopf equations.

### 2.7.1 Wiener-Hopf equations สำหรับวงจรกรองเชิงเส้นที่มีผลตอบจำกัด (Linear Finite Impulse Response Filter)

ในกรณีของวงจรกรองเชิงเส้นที่มีผลตอบจำกัดที่มีจำนวนค่าน้ำหนักถ่วงเท่ากับ  $M$  ตัว ซึ่งเป็นวงจรกรองที่มีใช้กันจริงนั้น Wiener-Hopf equations จะถูกลดเป็นกลุ่มของสมการจำนวน  $M$  สมการ ดังนี้

$$\sum_{g=0}^{M-1} w_{opt} r_{mg}(g-q) = r_{md}(-q), \quad q = 0, 1, 2, \dots, M-1 \quad (2-30)$$

กำหนด  $R_{mm}$  เป็นเมทริกซ์สหสัมพันธ์ตัวเองของสัญญาณเข้าขนาด  $M \times M$  และ  $r_{md}$  เป็นเวกเตอร์สหสัมพันธ์ข้ามระหว่างสัญญาณเข้าวงจรกรอง และสัญญาณออกวงจรกรองที่ต้องการที่มีจำนวนสมาชิกเท่ากับ  $M$  ตัว

$$R_{mm} = E[u(i)u^H(i)] \quad (2-31)$$

$$r_{md} = E[u(i)d^*(i)] \quad (2-32)$$

โดย  $u(i)$  เป็นเวกเตอร์ของสัญญาณเข้าที่มีจำนวนสมาชิกเท่ากับ  $M$  ตัว

Weiner-Hopf equations ในสมการ (2-30) สามารถเขียนในรูปของเมทริกซ์ได้ดังนี้

$$R_{mm} w_{opt} = r_{md} \quad (2-33)$$

โดย  $w_{opt}$  เป็นเวกเตอร์ของค่าน้ำหนักถ่วงของวงจรกรองที่เหมาะสมที่สุดที่มีจำนวนสมาชิกเท่ากับ  $M$  ตัว

พิจารณาว่าเมทริกซ์  $R_{mm}$  สามารถหาเมทริกซ์ผกผัน ( $R_{mm}^{-1}$ ) ได้ ค่าน้ำหนักถ่วงของวงจรกรองที่เหมาะสมที่สุดสามารถหาได้โดยการแก้สมการ (2-33) ได้ดังนี้

$$w_{opt} = R_{mm}^{-1} r_{md} \quad (2-33)$$

## 2.7.2 วงจรกรองที่เหมาะสมที่สุดของเครื่องรับที่มีการปรับตัวโดยอัตโนมัติและไม่จำเป็นต้องใช้ความรู้เกี่ยวกับสเปกตรัมโคดของผู้ใช้คนอื่น ๆ

### 2.7.2.1 เครื่องรับ MMSE adaptive detector

วงจรกรองของเครื่องรับชนิดนี้เป็นไปตาม Weiner-Hopf equations โดยค่าสัญญาณออกของวงจรกรองที่ต้องการ  $d(i)$  คือเทรนนิงซีควเอนซ์นั่นเอง ดังนั้นวงจรกรองที่เหมาะสมที่สุดของเครื่องรับชนิดนี้สำหรับผู้ลำดับที่  $k$  ( $c_{opt}$ ) คือ

$$c_{opt} = R_{rr}^{-1} r_{rh} \quad (2-33)$$

โดย  $R_{rr} = E[r(i)r(i)^H]$  เป็นเมทริกซ์สหสัมพันธ์ตัวเองของสัญญาณเข้าขนาด  $L_c \times L_c$

และ  $r_{rh} = E[r(i)a_k b_k^*(i)]$  เป็นเวกเตอร์สหสัมพันธ์ข้ามที่มีจำนวนสมาชิกเท่ากับ  $L_c$  ตัว



### 2.7.2.2 เครื่องรับ MMOE blind adaptive detector

เครื่องรับชนิดนี้จะแยกพิจารณาเป็น 2 กรณี ได้แก่ กรณีที่ไม่ใช้โครงสร้างแบบลิเนียร์ลีคอนเสตรน และกรณีที่ใช้โครงสร้างแบบลิเนียร์ลีคอนเสตรน

- กรณีที่ไม่ใช้โครงสร้างแบบลิเนียร์ลีคอนเสตรน สำหรับในกรณีนี้ดังที่กล่าวไว้ในหัวข้อก่อนหน้าสมการปรับค่าน้ำหนักถ่วง จะกำหนดให้วงจรกรองปรับตัวได้ปรับตัวในทิศทางตั้งฉากกับวงจรกรองคงที่เพื่อป้องกันการหักล้างของสัญญาณที่ต้องการ วงจรกรองที่เหมาะสมที่สุดหาได้โดยใช้ตัวคูณลากรองจ้มาช่วยหาอนุพันธ์ย่อยของฟังก์ชันจุดประสงค์ตั้งสมการ (2-12) เทียบกับวงจรกรอง ที่มีข้อกำหนดเรื่องความตั้งฉากระหว่างวงจรกรองปรับตัวได้และวงจรกรองคงที่  $\mathbf{x}_k^H \mathbf{s}_k = 0$  วงจรกรองที่เหมาะสมที่สุดสำหรับผู้ใช้อันดับที่  $k$  สามารถแสดงได้โดย

$$\mathbf{c}_{opt} = (\mathbf{s}_k^H \mathbf{R}_{rr} \mathbf{s}_k) \mathbf{R}_{rr}^{-1} \mathbf{s}_k \quad (2-33)$$

- กรณีที่ใช้โครงสร้างแบบลิเนียร์ลีคอนเสตรน สำหรับกรณีนี้จะมีการใช้บล็อกกิงเมทริกซ์เพื่อรับประกันความตั้งฉากระหว่างวงจรกรองปรับตัวได้และวงจรกรองคงที่ ดังนั้นวงจรกรองที่เหมาะสมที่สุดของเครื่องรับชนิดนี้ได้มาจากการหาอนุพันธ์ย่อยของฟังก์ชันจุดประสงค์โดยไม่มีข้อกำหนดใด ๆ วงจรกรองปรับตัวได้ที่เหมาะสมที่สุดสำหรับผู้ใช้อันดับที่  $k$  ( $\mathbf{x}_{opt}$ ) สามารถแสดงได้โดย

$$\mathbf{x}_{opt} = \mathbf{R}_{MM}^{-1} \mathbf{r}_{Mw} \quad (2-34)$$

โดย  $\mathbf{R}_{MM} = E[\mathbf{M}_k \mathbf{r}(i) \mathbf{r}^H(i) \mathbf{M}_k^H]$  เป็นเมทริกซ์สหสัมพันธ์ตัวเองของสัญญาณออกจากบล็อกกิงเมทริกซ์

และ  $\mathbf{r}_{Mw} = E[\mathbf{M}_k \mathbf{r}(i) (\mathbf{w}_k^H \mathbf{r}(i))^H]$  เป็นเวกเตอร์สหสัมพันธ์ข้ามระหว่างสัญญาณออกจากบล็อกกิงเมทริกซ์ และสัญญาณออกจากวงจรกรองคงที่

### 2.7.2.3 เครื่องรับ CMA blind adaptive detector

เครื่องรับชนิดนี้ทั้งแบบที่ไม่ใช้โครงสร้างแบบลิเนียร์ลีคอนเสตรนและแบบที่ใช้โครงสร้างแบบลิเนียร์ลีคอนเสตรนไม่สามารถหาคำตอบที่เหมาะสมที่สุดที่แน่นอนได้ เนื่องจากธรรมชาติของอัลกอริทึม CMA มีคำตอบมากกว่าหนึ่งคำตอบ โดยคำตอบแต่ละคำตอบนั้นขึ้นอยู่กับสภาพของสัญญาณ และการกำหนดค่าเริ่มต้นให้แก่วงจรกรอง วิธีการหาคำตอบของอัลกอริทึม CMA นี้มักอยู่ในรูปแบบการวิเคราะห์เชิงเลขโดยการใช้ผลคูณครอนเนกเกอร์ (Kronecker Product) [31]

## 2.8 เทคนิคลดความซับซ้อน

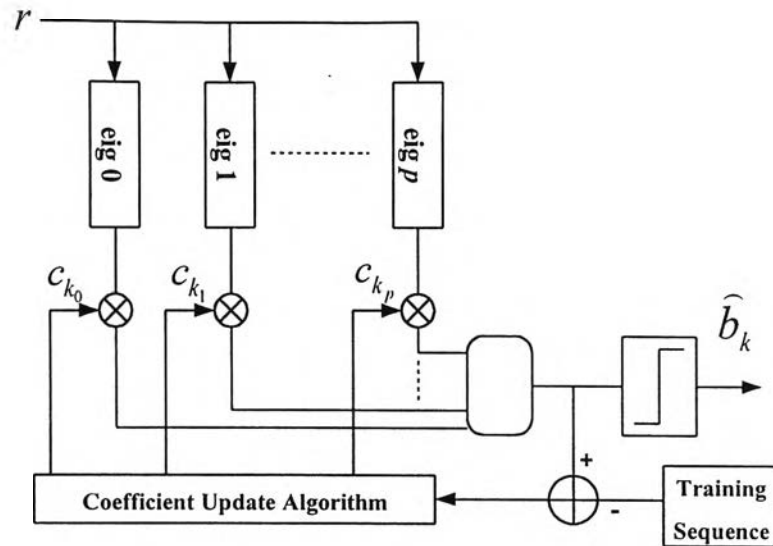
โดยทั่วไปแล้วเครื่องรับที่มีการปรับตัวโดยอัตโนมัติและไม่จำเป็นต้องใช้ความรู้เกี่ยวกับสเปกตรัมโค๊ดของผู้ใช้คนอื่นๆ จะต้องใช้วงจรกรองปรับตัวได้ที่มีจำนวนของค่าน้ำหนักถ่วงเท่ากับจำนวนชิปของสเปกตรัมโค๊ดซึ่งมักจะมีจำนวนมาก ความซับซ้อนส่วนใหญ่ของเครื่องรับที่มีการปรับตัวโดยอัตโนมัติจะอยู่ที่ขั้นตอนการปรับตัว ดังนั้นการใช้วงจรกรองที่มีจำนวนของค่าน้ำหนักถ่วงมากจึงมีความซับซ้อนมากตามไปด้วย ระเบียบวิธี LMS เป็นระเบียบวิธีในการปรับตัวที่มีความซับซ้อนของการคำนวณต่อค่าน้ำหนักถ่วง 1 ค่าน้อย อย่างไรก็ตาม ระเบียบวิธี LMS มีอัตราการลู่เข้าที่ช้า โดยเฉพาะในกรณีที่วงจรกรองมีจำนวนของค่าน้ำหนักถ่วงมาก [28] การเพิ่มอัตราการลู่เข้าอาจทำได้โดยการใช้ระเบียบวิธีในการปรับตัวชนิดอื่น เช่น RLS ซึ่งมีอัตราการลู่เข้าดีกว่ามาก แต่จะมีความซับซ้อนของการคำนวณต่อค่าน้ำหนักถ่วง 1 ค่ามาก ดังนั้นจึงมีงานวิจัยจำนวนมากเสนอวิธีลดความซับซ้อนของเครื่องรับที่มีการปรับตัวโดยอัตโนมัติด้วยการลดจำนวนของค่าน้ำหนักถ่วงที่ต้องใช้ในวงจรกรองปรับตัวได้ นอกจากความซับซ้อนที่ลดลงแล้วอัตราการลู่เข้าของเครื่องรับที่ใช้วงจรกรองปรับตัวได้ที่มีจำนวนของค่าน้ำหนักถ่วงน้อยจะเพิ่มขึ้นด้วย [19,26,28]

กระบวนการสำหรับลดจำนวนของค่าน้ำหนักถ่วงที่ต้องใช้ในวงจรกรองปรับตัวที่ถูกเสนอในงานวิจัยในอดีต ได้แก่

### 2.8.1 วิธีการลดความซับซ้อนสำหรับเครื่องรับ MMSE adaptive detector

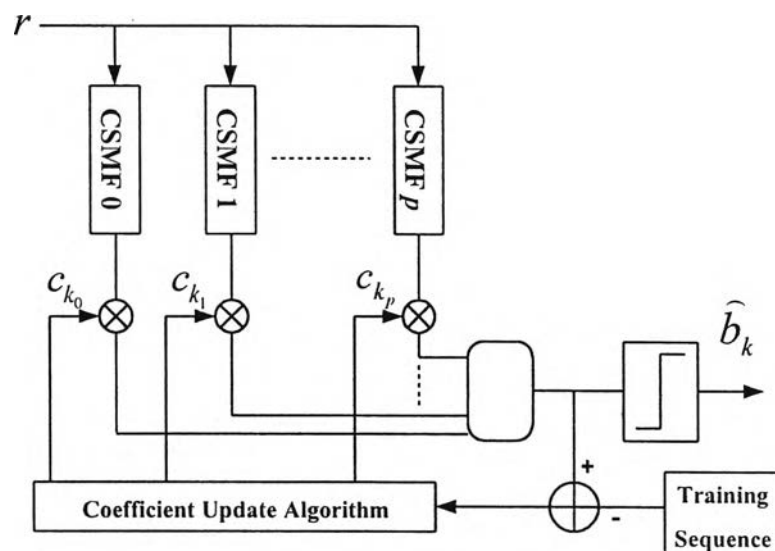
#### 2.8.1.1 วิธี Eigen Decomposition

การทำงานของเครื่องรับชนิดนี้เริ่มต้นจากการนำสัญญาณที่รับมาได้ ( $r$ ) มาผ่านเข้าสู่กลุ่มของแมตริกซ์ฟิลเตอร์ซึ่งค่าสัมประสิทธิ์ของแมตริกซ์ฟิลเตอร์ถูกกำหนดให้เท่ากับเวกเตอร์เจาะจง (Eigenvector) ของเมทริกซ์สหสัมพันธ์ตัวเองของสัญญาณที่รับมาได้ โดยเลือกเวกเตอร์เจาะจงที่มีค่าเจาะจง (Eigenvalue) สูงสุดจำนวน  $p$  ตัว โดย  $p$  คือจำนวนของค่าน้ำหนักถ่วงของวงจรกรองปรับตัวได้ที่ต้องการ สัญญาณออกจากกลุ่มของแมตริกซ์ฟิลเตอร์จะถูกป้อนเข้าสู่วงจรกรองปรับตัวต่อไป วิธีการนี้มีสมรรถนะในแง่ของอัตราความผิดพลาดบิตที่ดี ทว่าการทำ Eigen Decomposition เพื่อหาค่าของเวกเตอร์เจาะจงนั้นมีความซับซ้อนสูงมาก วิธีนี้จึงไม่สามารถนำมาใช้ได้ทางปฏิบัติ



รูปที่ 2.12 โครงสร้างของเครื่องรับแบบ MMSE adaptive detector ที่ใช้การลดความซับซ้อนด้วยวิธี Eigen Decomposition

### 2.8.1.2 วิธี Cyclically Shifted Matched Filter (CSMF)

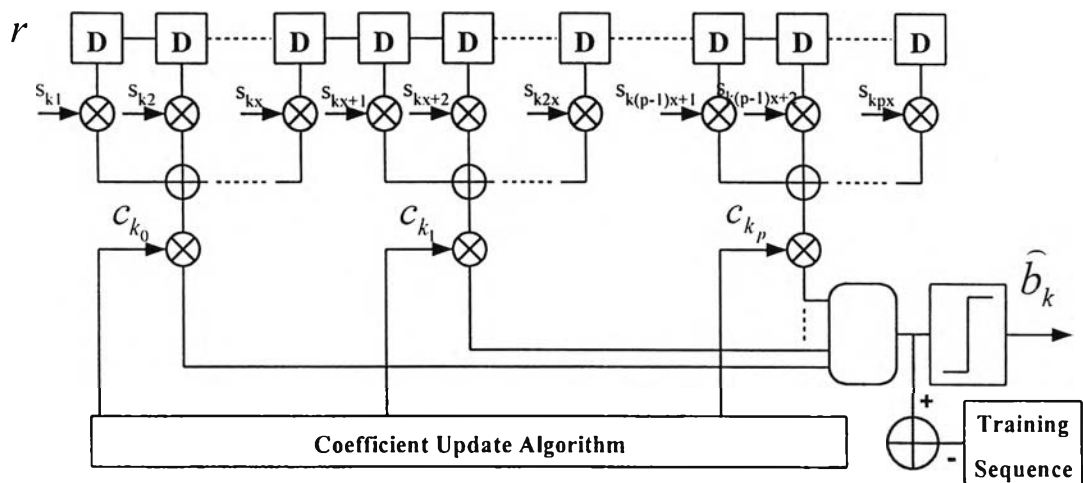


รูปที่ 2.13 โครงสร้างของเครื่องรับแบบ MMSE adaptive detector ที่ใช้การลดความซับซ้อนด้วยวิธี Cyclically Shifted Matched Filter

การทำงานของเครื่องรับชนิดนี้คล้ายกับเครื่องรับที่มีการลดความซับซ้อนด้วยวิธี Eigen Decomposition ต่างกันที่ค่าสัมประสิทธิ์ของกลุ่มของแมตริกซ์ฟิลเตอร์ถูกกำหนดให้เท่ากับการเลื่อนสเปกตรัมโคคเคของผู้ใช้คนที่สนใจไปแบบเป็นวงรอบด้วยค่าต่างๆ โดยจะต้องมีแมตริกซ์ฟิลเตอร์ตัวหนึ่ง

ที่ตรงกับสเปคตรัมโคดของใช้คนที่สนใจ (เลื่อนไปเป็นวงรอบด้วยค่า 0) เพื่อที่จะรับประกันสมรรถนะอย่างต่ำในระดับของเครื่องรับแบบแมตซ์ฟิลเตอร์ (ในหัวข้อ 2.5) วิธีการนี้ถึงแม้จะมีสมรรถนะต่ำกว่าวิธี Eigen Decomposition แต่ก็มีสมรรถนะที่ดีกว่าเครื่องรับแบบแมตซ์ฟิลเตอร์ และมีความซับซ้อนต่ำกว่าวิธี Eigen Decomposition มาก

### 2.8.1.3 วิธี Symmetric Dimension Reduction (SDR)

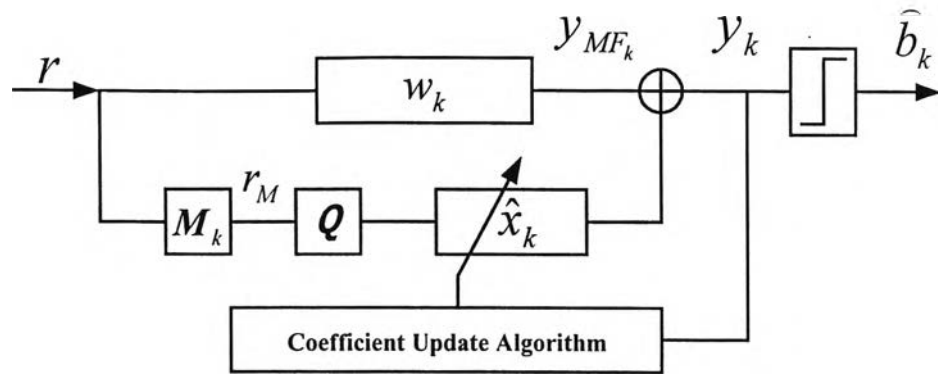


รูปที่ 2.14 โครงสร้างของเครื่องรับแบบ MMSE adaptive detector ที่ใช้การลดความซับซ้อนด้วยวิธี Symmetric Dimension Reduction

การทำงานของเครื่องรับชนิดนี้จะเริ่มต้นจากการหาผลบวกบางส่วนของเครื่องรับแบบแมตซ์ฟิลเตอร์ ก่อนที่จะป้อนผลลัพธ์ที่ได้เข้าสู่วงจรกรองปรับตัวได้ วิธีการนี้มีความซับซ้อนของวงจรที่ต้องเพิ่มเข้าไปน้อยมาก E. G. Strom [23] ได้แสดงผลจากการจำลองระบบของเครื่องรับที่มีการลดความซับซ้อนด้วยวิธีนี้ พบว่ามีประสิทธิภาพใกล้เคียงกับเครื่องรับที่มีการลดความซับซ้อนด้วยวิธี CSMF มาก

### 2.8.2 วิธีการลดความซับซ้อนสำหรับเครื่องรับ MMOE blind adaptive detector

J.B.Schodorf [26] ได้เสนอวิธีการลดความซับซ้อนของเครื่องรับแบบ MMOE blind adaptive detector ที่ใช้โครงสร้างแบบลิเนียร์ลีคอนเสตรน โดยเรียกเครื่องรับนี้ว่ามัลติยูสเซอร์ดีเทกชันที่มีการปรับตัวโดยอัตโนมัติบางส่วน (Partially Adaptive Multiuser Detection) ดังแสดงในรูปที่ 2.15



รูปที่ 2.15 โครงสร้างของเครื่องรับแบบ MMOE blind adaptive detector  
ที่มีการลดความซับซ้อนของวงจรกรองปรับตัวได้

เครื่องรับชนิดนี้จะลดมิติของสัญญาณออกจากบล็อกกิ่งเมทริกซ์โดยเมทริกซ์ลดมิติ (Dimension reduction matrix)  $Q$  ขนาด  $L_c \times p$  ก่อนที่จะป้อนเข้าสู่วงจรกรองปรับตัวได้  $\hat{x}_k$  ที่มีจำนวนค่านำหนักถ่วงเท่ากับ  $p$  ตัว ค่านำหนักถ่วงของเครื่องรับโดยรวมคือ  $c_k = w_k - M_k^H Q x_k$  สมการปรับค่านำหนักถ่วงของเครื่องรับชนิดนี้ด้วยระเบียบวิธี LMS สามารถเขียนได้ดังนี้

$$\hat{x}_k(i+1) = \hat{x}_k(i) + \mu y_k^*(i) Q^H M_k r(i) \quad (2-35)$$

พิจารณาส่วนต่างของเครื่องรับที่ไม่มีการลดความซับซ้อนดังในรูปที่ 2.10 ซึ่งประกอบไปด้วยบล็อกกิ่งเมทริกซ์ และวงจรกรองปรับตัวได้ J. B. Schodorf ได้แสดงค่าเฉลี่ยของกำลังสองของค่าผิดพลาดในส่วนต่างของเครื่องรับดังนี้

$$MMSE = \delta_i - r_{MM}^H R_{MM}^{-1} r_{MM} \quad (2-36)$$

$$MMSE = \delta_i - \sum_{j=1}^{L_c} \frac{|r_{MM}^H v_j|^2}{\lambda_j} \quad (2-37)$$

โดย  $\delta_i$  คือกำลังของสัญญาณรบกวนในส่วนบนของเครื่องรับในรูปที่ 2.15,

$R_{MM}$  และ  $r_{MM}$  เหมือนดังที่กำหนดสำหรับสมการ (2-34),

$v_j$  คือเวกเตอร์เจาะจงลำดับที่  $j$  ของ  $R_{MM}$

และ  $\lambda_j$  คือค่าเจาะจงที่สัมพันธ์กับ  $v_j$

จากการวิเคราะห์ค่าเฉลี่ยของกำลังสองของค่าผิดพลาดในส่วนต่างของเครื่องรับที่ไม่มีการลดความซับซ้อน J.B.Schodorf ได้แสดงว่าเมทริกซ์ลดมิติที่เหมาะสมที่สุดในแง่ของค่าเฉลี่ยของกำลังสองของค่าผิดพลาดคือเมทริกซ์ที่แต่ละคอลัมน์ของมันเป็นเวกเตอร์เจาะจงของ  $R_{MM}$  โดยเลือกเวกเตอร์เจาะจง  $p$  ตัว ที่ทำให้ค่าของฟังก์ชันดังต่อไปนี้สูงสุด

$$\frac{|r_{Mw}^H v_j|^2}{\lambda_j} \quad (2-38)$$

อย่างไรก็ดีการหาเวกเตอร์เฉพาะจากการทำ Eigen Decomposition มีความซับซ้อนที่สูงมาก J.B.Schodorf จึงเสนอให้ใช้การแปลงอื่น ๆ เช่น Discrete Cosine Transform (DCT) เป็นต้นมาใช้แทนเวกเตอร์เฉพาะ โดยในกรณีที่ใช้ DCT แต่ละคอลัมน์ของเมทริกซ์ลดมิติจะแทนด้วยคอลัมน์ของเมทริกซ์ DCT โดยเลือกคอลัมน์ของเมทริกซ์ DCT จำนวน  $p$  คอลัมน์ที่ทำให้ค่าของฟังก์ชันดังต่อไปนี้สูงสุด

$$\frac{|r_{Mw}^H d_j|^2}{\sigma_{d_j}} \quad (2-39)$$

โดย  $d_j$  คือคอลัมน์ของเมทริกซ์ DCT ลำดับที่  $j$

และ  $\sigma_{d_j}$  คือค่ากำลังของสัญญาณออกจากคอลัมน์ของเมทริกซ์ DCT ลำดับที่  $j$

ในทางปฏิบัติ การคำนวณค่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ ที่เป็นค่าเฉลี่ยในทางสถิติ จะถูกแทนด้วยการหาค่าเฉลี่ยในทางเวลา ค่าพารามิเตอร์บางตัว เช่น  $\sigma_{d_j}$  มีการเปลี่ยนแปลงตามเวลาดังนั้นการเลือกคอลัมน์ของเมทริกซ์ DCT จึงต้องคำนวณในช่วงข้อมูลช่วงหนึ่ง และใช้การเลือกนั้นสำหรับช่วงข้อมูลนั้น กระบวนการนี้ทำให้วิธีนี้ไม่สามารถตัดสินใจบิตต่อบิตได้ รวมทั้งยังต้องการหน่วยเก็บข้อมูลจำนวนมากสำหรับเก็บข้อมูล

## 2.9 วิธีการวัดสมรรถนะและความหมายของตัววัดสมรรถนะต่างๆ

### 2.9.1 อัตราส่วนสัญญาณต่อสัญญาณรบกวน (Signal to noise ratio, SNR)

ค่า SNR เป็นสิ่งที่ใช้บอกความรุนแรงของการรบกวนจากสัญญาณรบกวนต่อสัญญาณของผู้ใช้ ค่า SNR สำหรับผู้ใช้ลำดับที่  $k$  มีหน่วยเป็น dB แสดงได้โดย

$$SNR = 10 \log_{10} \left( \frac{L_c a_k^2}{\sigma^2} \right) \quad (2-40)$$

โดย  $L_c$  คือจำนวนชิปของสเปรคดิงโค้ดที่ใช้,

$a_k^2$  คือกำลังของสัญญาณของผู้ใช้ลำดับที่  $k$

และ  $\sigma^2$  คือกำลังของสัญญาณรบกวน

### 2.9.2 อัตราส่วนสัญญาณต่อสัญญาณแทรกสอด (Signal to interference ratio, SIR)

SIR เป็นหน่วยใช้วัดสมรรถนะของเครื่องรับในการกำจัดสัญญาณแทรกสอดต่าง ๆ เช่น MAI รวมถึงสัญญาณรบกวนด้วย เครื่องรับที่มีสมรรถนะดีจะสามารถกำจัดสิ่งแทรกสอดต่าง ๆ ได้มาก หรือ มีค่า SIR สูงนั่นเอง

ค่า SIR ของเครื่องรับสำหรับผู้ใช้ลำดับที่  $k$  ในช่วงบิตข้อมูลที่  $i$  มีหน่วยเป็น dB สามารถแสดงได้โดย

$$SIR = 10 \log_{10} \left( \frac{\mathbf{c}_k^H \mathbf{s}_k}{\mathbf{c}_k^H [\mathbf{r}(i) - a_k b_k(i) \mathbf{s}_k]} \right) \quad (2-41)$$

โดย  $\mathbf{c}_k$  คือเวกเตอร์ของผลตอบของเครื่องรับสำหรับผู้ใช้ลำดับที่  $k$  ในช่วงบิตข้อมูลที่  $i$ ,

$\mathbf{s}_k$  คือเวกเตอร์ของสเปรคดิงโค้ดของผู้ใช้ลำดับที่  $k$ ,

$\mathbf{r}(i)$  คือเวกเตอร์ของสัญญาณที่รับมาได้ในช่วงบิตข้อมูลที่  $i$ ,

$a_k$  คือขนาดของสัญญาณของผู้ใช้ลำดับที่  $k$  ที่รับได้ที่เครื่องรับ

และ  $b_k(i)$  คือบิตข้อมูลที่  $i$  ของผู้ใช้ลำดับที่  $k$

เครื่องรับที่เหมาะสมที่สุด หรือเครื่องรับที่มีสมรรถนะในอุดมคติ จะสามารถกำจัด MAI ออกไปได้โดยสมบูรณ์ ดังนั้นค่า SIR ของเครื่องรับที่เหมาะสมที่สุดนี้จะมีค่าเท่ากับค่า SNR ของสัญญาณของผู้ใช้คนที่สนใจ