

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ทุนวิจัย รัชดาภิเษก สมโภช

รายงานผลการวิจัย



การประมาณค่าพารามิเตอร์เมื่อมีขนาดตัวอย่างน้อย

โดย

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ชัชวาลย์ ชัยพันธุ์

ตุลาคม 2524

ฝ่ายวิจัย งานส่งเสริมสหกิจศึกษา
มอบให้หอสมุดกลาง สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
22 / ก.พ. / 26

สถาบันวิทยบริการ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

519.5

4365

กิจกรรมประกาศ

งานวิจัยนี้ได้รับเงินอุดหนุนจากทุนวิจัยรัชดาภิเษกสมโภชของ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ปี ๒๕๖๔ ในชื่อโครงการวิจัย "การประมาณค่าพารามิเตอร์เมื่อมีขนาดตัวอย่างน้อย" ผู้วิจัยขอ
ขอบคุณไว้ ณ ที่นี้ด้วย



สถาบันวิจัยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

คำนำ

โครงการวิจัยนี้เกิดจากแนวความคิดและแรงกระตุ้นในระหว่างที่ผู้วิจัยได้เข้าไปมีส่วนร่วม เป็นอนุกรรมการในคณะกรรมการวางแผนส่วนรวม ซึ่งมีหน้าที่สำคัญในการกำกับการกำหนดเค้าโครงของแผนพัฒนาเศรษฐกิจและสังคมแห่งชาติฉบับที่ 5 โดยมี ดร.พิสิฎฐ ภัคเกษม ผู้ช่วยเลขาธิการ เป็นประธาน และคุณธรรมรักษ์ การพิศิษฐ์ ผู้อำนวยการกองวางแผนเศรษฐกิจและสังคม สำนักงานคณะกรรมการพัฒนาการเศรษฐกิจและสังคมแห่งชาติ เป็นอนุกรรมการและเลขานุการท่านที่ 2 ได้กรุณาให้ความร่วมมือและสนับสนุนอย่างเต็มที่ในอันที่จะทำให้งานวิจัยนี้สำเร็จตามจุดมุ่งหมาย

นอกจากนั้น ผู้วิจัยขอขอบคุณผู้ร่วมงาน คือ คุณเอกพล หนุ่ยศรี คุณชาลิต ทิชาลัย และคุณสมคิด สุขไย ซึ่งทำหน้าที่ด้วยความรับผิดชอบ และอดทนในงานที่เกี่ยวกับคอมพิวเตอร์ทั้งหมด ถ้าหากขาดท่านเหล่านี้แล้ว งานวิจัยนี้จะไม่สำเร็จลงได้

ในท้ายที่สุด ผู้วิจัยขอขอบคุณ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ผู้สนับสนุนทางการเงิน ภายใต้เงินทุนรัชดาภิเษกสมโภช ปี 2524 และคณะเศรษฐศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย โดยเฉพาะหน่วยเศรษฐศาสตร์วิจัย ที่ได้ให้ความสนับสนุนและร่วมมือตลอดมา

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ชัยวุฒิ ชัยพันธุ์

ตุลาคม 2524

สถาบันวิจัยประชากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ชื่อโครงการวิจัย การประมาณค่าพารามิเตอร์เมื่อมีขนาดตัวอย่างน้อย

ชื่อผู้วิจัย ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ชัยวุฒิ ชัยพันธุ์

เดือนและปีที่ทำวิจัยเสร็จ ตุลาคม 2524

บทคัดย่อ

ปัญหาการมีขนาดตัวอย่างน้อยเป็นปัญหาทาง เศรษฐมิติที่เกิดขึ้นบ่อยครั้งมากในประเทศไทย โดยเฉพาะอย่างยิ่งในการประมาณค่าพารามิเตอร์ของโมเดลเศรษฐศาสตร์มหภาค อย่างไรก็ตาม ความพยายามที่จะแก้ปัญหานี้ยังไม่ได้รับการพัฒนาไปอย่างเหมาะสม ส่วนใหญ่ปัญหานี้มักจะถูกละเลย หรือแม้ว่าจะได้มีการพัฒนาไปบ้างก็ยังเป็นเพียงวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ไปทีละสมการ ซึ่งยังไม่ให้ค่าพารามิเตอร์ที่มีประสิทธิภาพสูงสุด วัตถุประสงค์สำคัญของงานวิจัยนี้จึงเป็นการหาวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา โดยวิธีที่เลือกนี้จะต้องไม่ยุ่งยากและสามารถให้ค่าพารามิเตอร์ที่มีประสิทธิภาพสูงสุด ในเบื้องต้นจะได้วิเคราะห์ทางด้านทฤษฎี หลังจากนั้นจะได้ศึกษาทดสอบทางปฏิบัติโดยใช้โมเดลเศรษฐศาสตร์มหภาคสร้างโดยกองวางแผนเศรษฐกิจและสังคม สำนักงานคณะกรรมการพัฒนาการเศรษฐกิจและสังคมแห่งชาติ เพื่อใช้ในการวางแผนพัฒนาฯ ฉบับที่ 5

ในบทแรกได้กล่าวถึงลักษณะของ โมเดลที่ใช้ในการวิเคราะห์และแสดงถึงวิธีในการประมาณค่าพารามิเตอร์บางวิธีรวมถึง OLS, ZA, 2SLS, 3SLS และ FIML เพื่อเป็นพื้นฐานการวิเคราะห์ในบทต่อไป

บทที่สอง เป็นการกล่าวถึงลักษณะของปัญหาการมีขนาดตัวอย่างน้อยที่เกิดขึ้นกับวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์แต่ละวิธี ศึกษาเงื่อนไขของแต่ละวิธีเราสามารถแยกลักษณะปัญหาออกได้เป็น 4 กรณีด้วยกัน โดยที่กรณีที่ 2 (จำนวนตัวอย่างน้อยกว่าจำนวนตัวแปรต้นที่ถูกกำหนดก่อนทั้งหมดของโมเดล และกรณีที่ 3, จำนวนตัวอย่างน้อยกว่าจำนวนสมการพฤติกรรมของโมเดล) เกิดขึ้นบ่อยมากในทางปฏิบัติ ถ้าหากเกิดปัญหากรณีที่ 2 เมทริกซ์ผลคูณข้ามของตัวแปรต้นที่ถูกกำหนดก่อนทั้งหมดของโมเดลจะไม่มีค่าอินเวอร์สในขณะที่กรณีที่ 3 เมทริกซ์ความแปรปรวนร่วมของตัวแปรต้นส่วนเหลือจะไม่มีค่าอินเวอร์ส

บทที่ 3 ได้พยายามที่จะรวบรวมวิธีแก้ปัญหาทั้งหมดที่ได้รับการพัฒนาขึ้นมาจนถึงปัจจุบัน โดยเฉพาะอย่างยิ่งในการแก้ปัญหากรณีที่ 2 และที่ 3 ตลอดจนได้วิเคราะห์ถึงข้อดี ข้อเสีย และประสิทธิภาพของแต่ละวิธีด้วย

บทที่ 4 ได้แสดงถึงวิธีการใช้อินเวสแบบทั่วไปเพื่อแก้ปัญหาทั้ง 2 กรณีดังกล่าว จากการวิเคราะห์ทางทฤษฎีจะได้ข้อสรุปที่สำคัญดังนี้

- 1) 3SLS และ ZA ซึ่งใช้อินเวสแบบทั่วไปจะสามารถใช้ได้ในการตีที่มีขนาดตัวอย่างน้อย กล่าวคือเมื่อจำนวนตัวอย่างน้อยกว่าจำนวนสมการพฤติกรรมของโมเดล
- 2) ประสิทธิภาพแบบข้อมูลไม่จำกัดของทั้ง 2 วิธี จะไม่เปลี่ยนแปลง
- 3) ถ้าเกิดปัญหาเฉพาะกรณีที่ 3 วิธี 3SLS ใช้อินเวสแบบทั่วไปกับระบบสมการพฤติกรรมทั้งหมดของโมเดลจะเป็นวิธีที่ดีที่สุด
- 4) ถ้าเกิดปัญหากรณีที่ 2 และ 3 พร้อมกันไป วิธี ZA ใช้อินเวสแบบทั่วไปกับระบบสมการพฤติกรรมทั้งหมดของโมเดลจะเป็นวิธีที่ดีที่สุด

ในบทที่ 5 ได้ทำการวิเคราะห์ทางปฏิบัติโดยใช้โมเดลเศรษฐศาสตร์มหภาคของประเทศไทย โมเดลนี้เป็นโมเดลขนาดใหญ่ประกอบด้วย 161 สมการโครงสร้าง โดยที่ในจำนวนนี้มี 42 สมการพฤติกรรม โมเดลนี้มีปัญหาการมีขนาดตัวอย่างน้อยทั้ง 2 กรณี โดยการแก้ปัญหาดังกล่าวการใช้อินเวสแบบทั่วไป แทนที่จะใช้ 2SLS และ 3SLS เราจึงสามารถใช้ OLS และ ZA จากการคำนวณทำให้ได้ข้อสรุปที่สำคัญดังนี้

ประการแรก ZA สามารถใช้ได้แม้ว่าขนาดตัวอย่างจะน้อยกว่าจำนวนสมการพฤติกรรมของโมเดล

ประการที่สอง วิธีดังกล่าวจะให้ค่าพารามิเตอร์ที่มีประสิทธิภาพสูง

ผลของการวิจัยนี้แสดงให้เห็นอย่างชัดเจนว่าโดยการใช้อินเวสแบบทั่วไปกับระบบสมการทั้งหมด เราจะได้พารามิเตอร์ที่มีประสิทธิภาพสูงกว่าวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ไปทีละสมการ อย่างไรก็ตาม อาจจะมีคำถามว่าวิธีที่ใช้นี้จะให้ค่าพารามิเตอร์ที่มีประสิทธิภาพสูงที่สุดหรือไม่เมื่อเปรียบเทียบกับวิธีอื่น ๆ โดยเฉพาะอย่างยิ่งที่พัฒนาขึ้นโดย COURE ในการตอบคำถามนี้จำเป็นจะต้องเขียนโปรแกรมเพิ่มขึ้นเป็นอย่างมาก ซึ่งพิจารณาโดยส่วนรวมแล้วไม่คุ้มค่า ดังนั้นในงานวิจัยนี้จึงจะเลยเสีย

Project Title Parameter Estimation With Undersized Sample

Name of the Investigator Chaiwoot Chaipan

Year October, 1981

Abstract

Problem of undersized sample is an econometric problem which occurs very often in Thailand, especially in estimating the parameters of macroeconometric model. However, any attempt to solve the problem in Thailand has not been appropriately developed. For the most part, the problem was neglected. Even though some development were undertaken, it was merely a single-equation method which did not provide highest efficiency in parameters. The main objective of this research is therefore to search for the appropriate method of solving the problem, whereby the selected method must not be complex and can provide higher efficiency in parameters. At first, conceptual and theoretical framework was drawn up and also intensively discussed. And then an empirical study was undertaken by using modified Thailand's macro-econometric model built by The Social and Economic Planning Division of NESDB for the preparation of the Fifth-Five-Year National Economic and Social Development Plan.

In the first chapter, an analytical model type was sketched and some methods of parameter estimation, including OLS, ZA, 2SLS, 3SLS and FIML was drawn for serving an analytical purpose in the forth-coming chapters.

In the second chapter, characteristics of the problem of undersized sample encountering each parameter estimation method were intensively discussed. According to the conditions of each method, the problem could be classified into 4 cases, whereby the second case (number of observations is smaller than total number of predetermined variables of the model) and the third case (number of observations is smaller than number of behavioral equations of the model) occur very often in practice. If the second case ever occurs, crossproduct matrix of total predetermined variables of the model is singular, while in the third case, variance-covariance matrix of residual variables is singular.

Third chapter attempted to gather together all methods which until now were developed, especially in order to solve the second and the third cases. Advantages, disadvantages and efficiency of each method were also intensively discussed.

The fourth chapter showed how generalized inverse could be used to solve both cases as mentioned. By conceptual and theoretical analysis, the following conclusions could be reached :

- 1) 3SLS and ZA using generalized inverse exist in the case of undersized sample, specifically when number of observations is smaller than number of behavioral equations of the model.

- 2) Asymptotical efficiency of both methods remain unchanged.

- 3) If the problem is only as defined in the third case, 3SLS using generalized inverse with the whole system will be the best method.

4) If the second and the third case occur simultaneously, ZA using generalized inverse with the whole system will be the best method.

In the fifth chapter, empirical analysis was undertaken by using Thailand's macroeconometric model. The model is a large one consisting of 161 structural equations, 42 of which are behavioral equations. This model has problems of undersized sample in both cases. By using generalized inverse, instead of 2SLS and 3 SLS, we could use OLS and ZA. The valuable conclusions could be drawn as follows.

Firstly, ZA exists, even though number of observations is smaller than number of behavioral equations of the model.

Secondly, the method can yield higher efficiency in parameters.

The results of this research indicated clearly that by using generalized inverse with the whole system we can get parameters whose efficiency is higher than single-equation method. However, it may be asked whether the method proposed can yield a highest efficiency in parameters or not, compared with another method, especially the one developed by COURT. To answer this question, more work on computer program was acutely needed, which after all may not be worthwhile. Therefore it was neglected in this research.

สารบัญ

	หน้า
บทที่ 1 วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบต่าง ๆ	1
1.1 โครงสร้างโมเดลสำหรับการวิเคราะห์	2
1.2 วิธีประมาณค่าพารามิเตอร์แบบกำลังสองน้อยที่สุด	5
1.3 วิธีประมาณค่าพารามิเตอร์แบบ Maximum-Likelihood	8
บทที่ 2 ปัญหาการมีขนาดตัวอย่างน้อย	11
2.1 ปัญหาการมีขนาดตัวอย่างน้อยของวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ในแต่ละ สมการ	12
2.2 ปัญหาการมีขนาดตัวอย่างน้อยของวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทุก สมการพร้อมกัน	14
บทที่ 3 วิธีแก้ปัญหาการมีขนาดตัวอย่างน้อย	18
3.1 วิธีแก้ปัญหาการมีขนาดตัวอย่างน้อยในการมีจำนวนข้อมูลน้อยกว่า จำนวนตัวแปรต้นที่ถูกกำหนดก่อนทั้งหมดของโมเดล	18
3.1.1 เจือจางบางประการในการนำไปใช้ในทางปฏิบัติ	18
3.2.2 วิธีแก้ปัญหโดยเลือกตัวแปรต้น เครื่องมือ	20
3.2.3 การกำหนดตัวแปรต้น เครื่องมือด้วยวิธีพริ้นซิפל-คัม โพนินท	21
3.2.4 วิธีของ FISHER	24
3.2.5 วิธีของ RUBLE	26
3.2.6 วิธีของ THEIL	28
3.2.7 วิธีทำซ้ำโดยใช้ตัวแปรต้น เครื่องมือ	31
3.2 วิธีแก้ปัญหาการมีขนาดตัวอย่างน้อยในการมีจำนวนข้อมูลน้อยกว่าจำนวน สมการพฤติกรรมของโมเดล	33
3.2.1 เมทริกซ์ความแปรปรวนร่วมของตัวแปรต้นกระทบ เป็น เส้นทะแยงมุม	33

	หน้า
3.2.2 การแบ่งโมเดลออกเป็นส่วน ๆ	34
3.2.3 วิธีของ COURT	35
บทที่ 4 การแก้ปัญหาการมีขนาดตัวอย่างน้อยโดยการหาอินเวอสมแบบทั่วไป ..	39
4.1 ลักษณะของอินเวอสมแบบทั่วไป	39
4.2 สำหรับปัญหาการถดถอยที่ 1	45
4.3 สำหรับปัญหาการถดถอยที่ 2	46
4.4 สำหรับปัญหาการถดถอยที่ 3	48
4.4.1 การหาอินเวอสมแบบทั่วไปของ เมทริกซ์ $\hat{\Sigma}$	48
4.4.2 สำหรับวิธีกำลังสองน้อยที่สุด	49
4.4.3 สำหรับวิธี Full-Information Maximum-Likelihood	52
บทที่ 5 การประมาณค่าพารามิเตอร์โมเดลเศรษฐศาสตร์มหภาคของประเทศไทย	53
5.1 ข้อสมมติฐาน	53
5.2 โมเดลเศรษฐศาสตร์มหภาคของประเทศไทย	54
5.3 ผลการคำนวณ	57
5.4 คำอธิบายทางด้านเทคนิคของโปรแกรมที่ใช้ในการคำนวณ	59
บรรณานุกรม	62
คำศัพท์ไทย - อังกฤษ	67
คำศัพท์อังกฤษ - ไทย	69
ภาคผนวก	72



วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบต่าง ๆ

ปัญหาการมีขนาดตัวอย่างน้อยนั้น เป็นปัญหาทาง เศรษฐมิติที่เกิดขึ้นบ่อยครั้งในประเทศไทย โดยเฉพาะอย่างยิ่งในการประมาณค่าพารามิเตอร์ของโมเดลเศรษฐศาสตร์มหภาค^{1/} ลักษณะปัญหาเกี่ยวข้องกับวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ในแต่ละวิธี เพราะวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบต่าง ๆ ที่ได้รับการพัฒนาขึ้นมาจนถึงปัจจุบันนี้มีข้อจำกัดว่าจะต้องมีขนาดของตัวอย่างขั้นต่ำเท่าที่กำหนด มิเช่นนั้นวิธีดังกล่าวจะไม่สามารถใช้ได้อีกต่อไป

ถึงแม้ว่าจนถึงปัจจุบันจะได้มีการพัฒนาวิธีการที่จะแก้ไขปัญหาดังกล่าวขึ้นมามากมายหลายวิธีแล้วก็ตาม แต่ปัญหาดังกล่าวก็ยังนับว่าเป็นเรื่องที่ยังใหม่อยู่มาก เพราะยังไม่มีตำราเศรษฐมิติเล่มใดที่กล่าวถึงปัญหานี้ อย่างเป็นระบบแต่อย่างใด มีเพียงตำราบางเล่มที่เขียนถึงปัญหานี้แต่ก็ยังเป็นเพียงเรื่องใด เรื่องหนึ่งเท่านั้น ไม่ครอบคลุมถึงขอบเขตทั้งหมดของปัญหา นอกจากนี้วิธีการแก้ปัญหาก็ได้รับการพัฒนาขึ้นมาเป็นส่วนใหญ่เป็นเพียงทฤษฎี ซึ่งยังต้องการการทดสอบทางปฏิบัติอยู่อีกมาก มีเพียงบางวิธีเท่านั้นที่ได้มีการนำไปใช้ทดสอบในการประมาณค่าพารามิเตอร์ของ เศรษฐมิติโมเดล ส่วนบางวิธีนั้นยังมิได้มีการทดสอบแต่อย่างใด

สำหรับในประเทศไทย การแก้ปัญหาดังกล่าวยังไม่ได้รับการพัฒนาไปเท่าที่ควร ส่วนใหญ่ปัญหานี้มักจะถูกละเลย หรือถึงแม้ได้รับการพัฒนาไปบ้างก็ยัง เป็นเพียงวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ไปทีละสมการ^{2/} ซึ่งยังไม่สามารถให้ค่าพารามิเตอร์ที่มีประสิทธิภาพสูงสุดได้ วัตถุประสงค์สำคัญของงานวิจัยนี้ จึงอยู่ที่ความพยายามที่จะจำกัดขอบเขตของปัญหา และหาทางแก้ไขปัญหาดังกล่าว ซึ่งประโยชน์ที่จะได้รับไม่เพียงแต่จะทำให้การประมาณค่าพารามิเตอร์สำหรับโมเดลของประเทศไทย

^{1/} ในจำนวนนี้มีโมเดลที่เป็นที่รู้จักดีเช่น วีรพงษ์ รามางกูร (2519), CHAIPRAVAT O., MEESOOK K. and GARNJARERNDDEE S. (1977), และกองวางแผนเศรษฐกิจและสังคม (2523)

^{2/} ความพยายามในการแก้ปัญหาดังกล่าวปรากฏอยู่ใน วีรพงษ์ รามางกูร (2519)

มีประสิทธิภาพสูงขึ้นเท่านั้น ยังมีส่วนสำคัญในการเพิ่มพูนความรู้ในสาขาวิชาเศรษฐมิติโดยทั่วไป อีกด้วย

สำหรับในบทแรกนี้จะได้กล่าวถึงวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบต่าง ๆ โดยย่อเสียก่อน เพื่อเป็นพื้นฐานและใช้อ้างอิงในบทต่อ ๆ ไป

1.1 โครงสร้างโมเดลสำหรับการวิเคราะห์

กำหนดโครงสร้างโมเดล ซึ่งเป็นระบบสมการเส้นตรงและเป็นขีมีด เทเนียบสคือ^{1/}

(1.1) $Y\Gamma = XB + W$

โดยที่

$Y \Delta [y_1 \dots y_M \cdot y_{M+1} \dots y_G]$

Δ เมทริกซ์ของตัวแปรผันที่ถูกกำหนดภายในจำนวน G ตัว และมีจำนวนข้อมูล

เท่ากับ T

M Δ จำนวนสมการพฤติกรรม

G Δ จำนวนสมการทั้งหมดของโมเดล

G-M Δ จำนวนสมการเอกลักษณ์

$\Gamma \Delta$ เมทริกซ์ขนาด G x G ของสัมประสิทธิ์ของตัวแปรผันที่ถูกกำหนดภายใน

X Δ เมทริกซ์ขนาด T x X ของตัวแปรผันที่ถูกกำหนดก่อนเป็นจำนวน X

ตัว และมีจำนวนข้อมูลเท่ากับ T

B Δ เมทริกซ์ขนาด K x G ของสัมประสิทธิ์ของตัวแปรผันที่ถูกกำหนดก่อน

W $\Delta [w_1 \dots w_M, 0 \dots 0]$

Δ เมทริกซ์ของตัวแปรผันกระทบ ซึ่งสำหรับทุกสมการพฤติกรรมจนถึง M

สมการจะมีจำนวนข้อมูลเท่ากับ T ส่วนสมการเอกลักษณ์จะมีค่าเป็นศูนย์

สมการลดรูปของระบบสมการโครงสร้าง (1.1) จะเป็น

$$Y = X\beta\Gamma^{-1} + W\Gamma^{-1}$$

$$= X\Pi + V$$

^{1/}Theil (1971) p. 439.

โดยที่ $\Pi = B\Gamma^{-1}$ และ $V = W\Gamma^{-1}$

ระบบสมการโครงสร้างตามแบบ (1.1) นั้นสามารถเขียนได้อีกแบบหนึ่งดังนี้^{1/}

(1.2) $y = Z\delta + u$

โดยที่ $y \triangleq \begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_M \end{bmatrix}$ \triangleq เวกเตอร์ขนาด $(MT \times 1)$ ของตัวแปรผันที่ถูกกำหนดภายในจำนวน M ตัว และมีจำนวนข้อมูลเท่ากับ T

$Z \triangleq \begin{bmatrix} z_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & z_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \\ 0 & 0 & & z_M \end{bmatrix}$ \triangleq เมทริกซ์ขนาด $(MT \times N)$ ของตัวแปรผันทางด้านขวามือ ซึ่งมี N ตัว ของสมการพฤติกรรม ซึ่งมี M สมการ และมีจำนวนข้อมูลเท่ากับ T

$\delta \triangleq \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \vdots \\ \delta_M \end{bmatrix}$ \triangleq เวกเตอร์ขนาด $(N \times 1)$ ของสัมประสิทธิ์ของตัวแปรผันทางด้านขวามือของสมการ ซึ่งมี N ตัว

$u \triangleq \begin{bmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_M \end{bmatrix}$ \triangleq เวกเตอร์ขนาด $(MT \times 1)$ ของตัวแปรผันกระทบจำนวน M สมการและมีจำนวนข้อมูลเท่ากับ T

สำหรับสมการที่ μ ของระบบสมการ (1.2) นั่นก็คือ

(1.3) $y_\mu = z_\mu \delta_\mu + u_\mu$

โดยที่ตัวแปรผันทางด้านขวามือเป็นจำนวน n_μ ตัว และเมื่อรวมกันแล้ว

$$N = \sum_{\mu=1}^M n_\mu$$

สมการ (1.3) นั้นเขียนอีกอย่างหนึ่งได้ว่า

$$(1.4) \quad y_{\mu} = \gamma_{\mu} \gamma_{\mu} + x_{\mu} \beta_{\mu} + u_{\mu}$$

โดยที่ $z_{\mu} = \begin{bmatrix} \gamma_{\mu} \\ x_{\mu} \end{bmatrix}$

และ

$$\delta_{\mu} = \begin{bmatrix} \gamma_{\mu} \\ \beta_{\mu} \end{bmatrix}$$

ซึ่ง $n_{\mu} = g_{\mu} + k_{\mu}$

มี g_{μ} จำนวนตัวแปรผันที่ถูกกำหนดภายในที่อยู่ทางด้านขวามือของสมการที่ μ

k_{μ} จำนวนตัวแปรผันที่ถูกกำหนดก่อนในสมการที่ μ

สมมติให้

$$Eu = \underline{0} \quad \text{และ}$$

$$(1.5) \quad \Sigma u u' = \Sigma \otimes I \quad \Delta \quad \text{ความแปรปรวนร่วมของตัวแปรผันกระทบของสมการ}$$

พฤติกรรมจำนวน M สมการ

โดยที่

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \dots & \sigma_{1M} \\ \vdots & & \vdots \\ \sigma_{M1} & \dots & \sigma_{MM} \end{bmatrix}$$

Σ เป็นเมทริกซ์ขนาด $(M \times M)$ เป็นเมทริกซ์ที่ได้อันดับและเป็นพหุคูณดีฟิว-เดฟิวิต

1.2 วิธีประมาณค่าพารามิเตอร์แบบกำลังสองน้อยที่สุด

จาก (1.2) เมทริกซ์ของตัวแปรผันที่ถูกกำหนดก่อนคูณตลอดจะได้

$$(1.6) \quad (I \otimes X' X') y = (I \otimes X' X') Z\delta + (I \otimes X' X') u$$

โดยที่

$$(1.7) \quad \text{Var } X'u = \Sigma \otimes X' X$$

จากการใช้วิธีของ Aitken กับ (1.6) จะได้วิธีประมาณค่าพารามิเตอร์ที่เรียกว่า

Three Stage Least Squares, 3SLS^{1/} แต่เนื่องจากเมทริกซ์ Σ^{-1}

นั้นไม่ทราบค่า ZELLNER and THEIL จึงแนะนำให้ใช้ค่าอันวางของเมทริกซ์ความแปรปรวน

ร่วมของส่วนเหลือจากวิธี Two Stage Least Squares, 2SLS หรือ $\hat{\Sigma}^{-1}$ แทน ดังนั้น

สูตรของ 3SLS ก็คือ

$$(1.8) \quad \hat{\delta}_{3SLS} = (Z' [\hat{\Sigma}^{-1} \otimes X(X'X)^{-1} X'] Z)^{-1} Z' [\hat{\Sigma}^{-1} \otimes X(X'X)^{-1} X'] y$$

พารามิเตอร์ที่ได้ตามสูตร (1.8) นี้จะมีคุณสมบัติค่าเดียว แต่คงเส้นคงวา

ถ้า Σ เป็นเมทริกซ์แบบเส้นทแยงมุมแล้วสูตร (1.8) ก็คือวิธี 2SLS^{2/}

ซึ่งสำหรับสมการที่ μ จะมีสูตรดังนี้

$$(1.9) \quad \hat{\delta}_{\mu}^{2SLS} \begin{bmatrix} \hat{y}_{\mu} \\ \hat{\beta}_{\mu} \end{bmatrix} = [Z'_{\mu} X(X'X)^{-1} X' Z_{\mu}]^{-1} Z'_{\mu} X(X'X)^{-1} X' y_{\mu}$$

^{1/} ZELLNER and THEIL (1962)

^{2/} THEIL (1971) p 451-454

$$(1.10) \quad \hat{\delta}_\mu \text{ 2SLS} = \begin{bmatrix} Y_\mu' X(X'X)^{-1} X'Y_\mu & Y_\mu' X_\mu \\ X_\mu' Y_\mu & X_\mu' X_\mu \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} Y_\mu' X(X'X)^{-1} X'Y_\mu \\ X_\mu' Y_\mu \end{bmatrix}$$

สูตร 2 SLS ที่แสดงมานี้อาจหามาได้โดยการเอา X' คูณตลอดสมการ (1.3) แล้วใช้วิธีของ Aitken

$$(1.11) \quad X'Y_\mu = X'Z_\mu \delta_\mu + X'u_\mu$$

ในอีกทางหนึ่ง 2 SLS อาจหามาได้ดังนี้

กำหนดให้

$$(1.12) \quad Y_\mu = X \hat{\Pi}_\mu + \hat{V}_\mu$$

เป็นสมการถดรูป โดยที่

$$\hat{\Pi}_\mu = (X'X)^{-1} X'Y_\mu$$

Δ เป็นเมทริกซ์ขนาด $(K \times g_\mu)$

ของสัมประสิทธิ์ซึ่งได้มาจากการประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธี OLS

\hat{V}_μ Δ เป็นเมทริกซ์ขนาด $(T \times g_\mu)$ ของส่วนเหลือ จำนวน g_μ ตัว และมีจำนวนข้อมูลเท่ากับ T

แทนค่า $\hat{\Pi}_\mu$ ใน (1.12) จะได้

$$(1.13 a) \quad Y_\mu = X(X'X)^{-1} X'Y_\mu + \hat{V}_\mu$$

หรือ

$$(1.13 b) \quad Y_\mu - \hat{Y}_\mu = \hat{V}_\mu = X(X'X)^{-1} X'Y_\mu$$

โดยที่

\hat{Y}_μ = เมทริกซ์ขนาด $(T \times g_\mu)$ ของค่าประมาณเป็นจำนวน T ค่าของตัวแปรต้นทางด้านขวามือจำนวน g_μ ตัว ของสมการที่ μ

แทนค่า y_μ ด้วย \hat{y}_μ ใน (1.4) แล้วใช้วิธี OLS ระหว่าง \hat{y}_μ กับ x_μ ก็จะได้สูตร 2 SLS ดังนี้

$$(1.14) \quad \hat{\delta}_\mu \text{ 2 SLS} = \begin{bmatrix} Y'_\mu Y_\mu & Y'_\mu X_\mu \\ X'_\mu Y_\mu & X'_\mu X_\mu \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} Y'_\mu \hat{y}_\mu \\ X'_\mu \hat{y}_\mu \end{bmatrix}$$

ซึ่งสูตร (1.14) นี้จะเหมือนกับสูตร (1.10) นอกจากนั้นยังแสดงสูตรในแบบของ k-class ได้ดังนี้^{1/}

$$(1.15) \quad \hat{\delta}_\mu^k = \begin{bmatrix} Y'_\mu Y_\mu - k \hat{V}'_\mu \hat{V}_\mu & Y'_\mu X_\mu \\ X'_\mu Y_\mu & X'_\mu X_\mu \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} Y'_\mu y_\mu - k \hat{V}'_\mu y_\mu \\ X'_\mu y_\mu \end{bmatrix}$$

ซึ่ง k เป็นค่าคงที่ใด ๆ เมื่อ k = 1 สูตร (1.15) จะเหมือนกับสูตร (1.14) เมื่อ k = 0 สูตร (1.15) จะเหมือนกับสูตรการประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธี OLS และ ถ้า k = 1 โดยที่ 1 เน้นรากที่น้อยที่สุดของสมการ ดีเทอมินันท์ซึ่งจะไม่กล่าวถึงโดยละเอียดในที่นี้ สูตร (1.15) จะเหมือนกับสูตรการประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธี Limited-Information Maximum Likelihood, LIML^{2/}

ทั้ง k-class, 2SLS และ LIML จะมีคุณสมบัติค่าเบี่ยง แต่ดงเส้นคงวา ส่วน $\hat{\delta}$ 3 SLS นั้นจะมีคุณสมบัติคือมีประสิทธิภาพเมื่อข้อมูลไม่จำกัด^{3/}

ถ้า $\Gamma = I$

หรือ

$$(1.16) \quad z_\mu = \begin{bmatrix} 0 \\ x_\mu \end{bmatrix} \quad \mu = 1, \dots, M$$

^{1/} JOHNSTON (1963) p.260

^{2/} ผู้สนใจจะหาอ่านได้จาก GOLDBERGER (1964) p 338-344 และ THEIL (1971) p 503-504

^{3/} พิสูจน์ใน ZELLNER and THEIL (1962)

แล้ว สมการโครงสร้างแต่ละสมการจะไม่มีความสัมพันธ์ซึ่งกันและกัน ในกรณีนี้ 3 SLS จะเหมือนกับ Zellner-Aitken Estimator, $ZA^{1/}$ ซึ่งมีสูตรการคำนวณดังนี้

$$(1.17) \hat{\delta}^{ZA} = [Z' (\hat{\Sigma}^{-1} \otimes I) Z]^{-1} Z' (\hat{\Sigma}^{-1} \otimes I) y$$

เมทริกซ์ Σ^{-1} ซึ่งไม่ทราบค่าในการคำนวณจะใช้ $\hat{\Sigma}^{-1}$ แทน โดย $\hat{\Sigma}^{-1}$ นั้นจะได้อาจมาจากการหาค่าอินเวอสมเมทริกซ์ความแปรปรวนร่วมของส่วนเหลือจากวิธี OLS ถ้าหากเมทริกซ์ Σ เป็นเส้นทแยงมุมแล้ว ZA จะเหมือนกับ OLS (Ordinary Least Squares) ซึ่งสูตรคำนวณในแต่ละสมการคือ

$$(1.18) \hat{\delta}_{\mu}^{OLS} = (Z'_{\mu} Z_{\mu})^{-1} Z'_{\mu} y_{\mu}$$

$\hat{\delta}^{ZA}$ และ $\hat{\delta}^{OLS}$ นั้นจะให้พารามิเตอร์ที่มีคุณสมบัติไม่ลำเอียง และ ถ้าเมทริกซ์ Σ ไม่เป็นเส้นทแยงมุม $\hat{\delta}^{ZA}$ จะมีประสิทธิภาพกว่า $\hat{\delta}_{\mu}^{OLS}$ แต่สำหรับระบบสมการที่เป็น ซิมัลเทเนียส แล้ว $\hat{\delta}^{ZA}$ และ $\hat{\delta}_{\mu}^{OLS}$ จะลำเอียงและไม่คงเส้นคงวา

1.3 วิธีประมาณค่าพารามิเตอร์แบบ Maximum-Likelihood

Full-Information Maximum Likelihood, FIML^{2/} นั้นเป็นวิธีที่ประมาณค่าพารามิเตอร์ทุกตัวในระบบไปพร้อม ๆ กัน สำหรับวิธีนี้แตกต่างกับ 2 SLS และ 3 SLS โดยสมมติให้ตัวแปรต้นกระทบ มีการกระจายแบบปรกติ

$$u \sim N(0, \Sigma \otimes I)$$

สมมติให้ระบบสมการไม่มีสมการเอกลักษณ์ คือ $G = M$ ดังนั้นฟังก์ชันความน่าจะเป็นของตัวแปรต้นกระทบจำนวน MT ตัวคือ^{3/}

^{1/}ZELLNER (1962)

^{2/}KOOPMANS, RUBIN and LEIPNIK (1950)

^{3/}ผู้สนใจจะหาอ่านได้จาก ROTHENBERG and LEENDERS (1964)

$$f(u) = (2\pi)^{-1/2 M T} \det^{-1/2} \Psi \exp \left[-\frac{1}{2} u' \Psi^{-1} u \right]$$

โดยที่

$$\Psi = \Sigma \otimes I$$

หรือในรูปของ \ln

$$(1.19 a) \quad L(u, \Psi) = \frac{1}{T} \ln f(u) = k + \frac{1}{2T} \ln \det \Psi^{-1} - \frac{1}{2T} u' \Psi^{-1} u$$

ซึ่งสามารถแปลงให้อยู่ในรูป

$$(1.19 b) \quad L(\delta, \Sigma, y, Z) = k' + \ln \det \Gamma + \frac{1}{2} \ln \det \Sigma^{-1} - \frac{1}{2T} (y - Z\delta)' \Psi^{-1} (y - Z\delta)$$

โดยที่ k และ k' เป็นค่าคงที่ เมื่อหาค่าศัพท์เร็นซิเอนซ์เทียบกับ Σ^{-1} จะได้

$$(1.20) \quad \sigma_{ij} = \frac{1}{T} (y_i - Z_i \delta_i)' (y_j - Z_j \delta_j) \triangleq s_{ij}, \quad i, j = 1, \dots, M$$

ดังนั้น (1.19) จะเป็น

$$L^*(\delta, y, Z) = k' + \ln |\det \Psi| - \frac{1}{2} \ln \det S - \frac{1}{2T} u' (S^{-1} \otimes I) u$$

โดยที่ $S \triangleq [s_{ij}]$ แต่เนื่องจากยังมี δ_i ซึ่งไม่ทราบค่าปรากฏอยู่จึงยังไม่สามารถแทน Σ ด้วย S ได้ แต่เนื่องจากเทอมสุดท้ายของ $L^*(\delta, y, Z)$ นั้นเป็นค่าคงที่ ดังนั้น

$$(1.21) \quad L^*(\delta, y, Z) = k^* + \ln |\det \Gamma| - \frac{1}{2} \ln \det S$$

โดยที่ $k^* = k' - \frac{1}{2T} u' (S^{-1} \otimes I) u$ และเป็นค่าคงที่ ดังนั้น

$$\frac{\partial \ln |\det \Gamma|}{\partial \delta} - \frac{1}{2} \frac{\partial \ln \det S}{\partial \delta} = 0$$

เนื่องจากสมการนี้ไม่เป็นสมการเส้นตรง จึงไม่สามารถแก้สมการหาค่าตอบได้โดยตรง แต่ทำได้ด้วยการหาค่าประมาณด้วยการทำซ้ำ (Newton Method) ซึ่งสำหรับขั้นที่ $h^{(i)}$ ซึ่งได้ค่าสูงสูดนั้นเขียนได้ดังนี้

$$(1.22) \quad \hat{\delta}^{(i)} = \hat{\delta}^{(i-1)} - h^{(i)} [L^{(i-1)}]^{-1} l^{(i-1)}$$

$$\text{หรือ} \quad \hat{\delta}^{(i)} = \hat{\delta}^{(i-1)} - h^{(i)} d^{(i)}$$

โดยที่

$$\hat{\delta}^{(i)} \quad \underline{\Delta} \quad \text{เวกเตอร์ของค่าพารามิเตอร์ในขั้นที่ } i$$

$$l^{(i)} \quad \underline{\Delta} \quad \text{เวกเตอร์ของค่าดิฟเฟอเรนเชียลอันดับหนึ่งของอนุกรม}$$

Taylor ของสมการ (1.21) ในขั้นที่ i

$$d^{(i)} \quad \underline{\Delta} \quad \text{เมทริกซ์ของค่าดิฟเฟอเรนเชียลอันดับสอง}$$

ในตอนเริ่มต้นการทำซ้ำนั้นจะต้องกำหนดค่าเริ่มต้นของ $\hat{\delta}^{(0)}$ เสียก่อนซึ่งค่าดังกล่าว อาจได้มาจากพารามิเตอร์จากวิธี OLS หรือ 2SLS ก็ได้

ถ้าหากยกเลิกข้อสมมติที่ว่า $G = M$ เสียโดยในโครงสร้างของโมเดลมีสมการเอกลักษณ์ ประกอบอยู่ด้วย ก็จะไม่ทำให้วิธีการหาสูตร FIML ต่างออกไป^{1/}

FIML จะให้ค่าพารามิเตอร์ที่ลำเอียงแต่คงเส้นคงวา และมีประสิทธิภาพเมื่อข้อมูลไม่จำกัด มากกว่า k -class, 2SLS และ LIML^{2/} ถ้าหากโมเดลมีโครงสร้างเป็น 3-เคอซีฟ แล้ว FIML จะเหมือนกับ OLS^{3/}

^{1/}ROTHENBERG and LEENDERS (1964) p 72-73

^{2/}THEIL (1971) p 526

^{3/}THEIL (1971) p 525

บทที่ 2

ปัญหาการมีขนาดตัวอย่างน้อย

วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบต่าง ๆ ที่ได้กล่าวมาแล้วในบทก่อนนั้น โดยทั่วไปพัฒนาขึ้นมาโดยมิได้มีการพิจารณาถึงปัญหาของขนาดของตัวอย่างแต่อย่างใด ข้อสรุปต่าง ๆ เกี่ยวกับคุณลักษณะของพารามิเตอร์ที่ได้มาจากวิธีต่าง ๆ เหล่านั้น นอกจาก OLS และ ZA แล้ว จะเป็นข้อสรุปที่เป็นแบบมีข้อมูลไม่จำกัดทั้งสิ้น ดังนั้นจึงได้มีการศึกษาโดยเฉพาะในแบบ Monte-Carlo-Studies เพื่อที่จะหาข้อความรู้ถึงลักษณะของพารามิเตอร์ซึ่งได้มาจากวิธีต่าง ๆ ในกรณีที่มีขนาดของตัวอย่างจำกัด อย่างไรก็ตามก็ไม่สามารถหาข้อสรุปที่เป็นจริงในทุกกรณีได้เหมือนเช่นข้อสรุปในกรณีที่เป็นแบบมีข้อมูลไม่จำกัด ในทางปฏิบัตินั้นการประมาณค่าพารามิเตอร์ของเศรษฐมิติโมเดลที่สร้างขึ้นมักจะต้องพบกับปัญหาไม่เพียงแต่มีขนาดของตัวอย่างน้อย เท่านั้นแต่ขนาดของตัวอย่างที่หามาได้มักจะมีน้อยมากอีกด้วย ซึ่งปัญหาดังกล่าวนี้เราเรียกรวมกันไปว่าปัญหาการมีขนาดตัวอย่างน้อย ซึ่งโดยทั่วไปไมได้มุ่งที่จะพิจารณาว่าคุณลักษณะของพารามิเตอร์ที่ได้จะเปลี่ยนแปลงไปอย่างไร แต่เป็นปัญหาที่ว่าวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบต่าง ๆ นั้นจะไม่สามารถใช้ได้อีกต่อไป

ในบทนี้จะได้กล่าวถึงลักษณะของปัญหาการมีขนาดตัวอย่างน้อยโดยละเอียดโดยในหัวข้อ ๒.๑ จะได้กล่าวถึงปัญหาของการมีขนาดตัวอย่างน้อยที่เกิดขึ้นกับวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ในแต่ละสมการซึ่งได้แก่ k-class, 2 SLS, LIML และ OLS ซึ่งปัญหาแรกก็คือการมีขนาดตัวอย่างหรือจำนวนข้อมูลน้อยกว่าจำนวนตัวแปรต้นในสมการ ซึ่งจะทำให้วิธี k-class, 2 SLS, LIML และ OLS ใช้ไม่ได้อีกต่อไป ปัญหาในลักษณะเช่นนี้มักจะมีน้อยมากในทางปฏิบัติ ส่วนปัญหาที่สองซึ่งจะพบบ่อยครั้งมากในทางปฏิบัติก็คือการมีจำนวนข้อมูลน้อยกว่าจำนวนตัวแปรต้นที่ถูกกำหนดก่อนทั้งหมดของโมเดล ซึ่งจะทำให้วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ดังกล่าว ยกเว้น OLS ไม่สามารถใช้ได้อีกต่อไป

ในหัวข้อ 2.2 จะได้กล่าวถึงปัญหาการมีขนาดตัวอย่างน้อยที่เกิดขึ้นกับวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทุกสมการไปพร้อม ๆ กันซึ่งได้แก่ 3 SLS และ ZA ซึ่งปัญหาแรกก็คือการมีจำนวนข้อมูลน้อยกว่าจำนวนตัวแปรต้นอย่างน้อยหนึ่งสมการ ซึ่งจะ使得ทั้ง 3 SLS และ ZA ไม่สามารถใช้ได้อีกต่อไป ปัญหาที่สองก็คือการมีจำนวนข้อมูลน้อยกว่าจำนวนตัวแปรต้นที่ถูกกำหนดก่อนหน้านี้ทั้งหมดของโมเดลซึ่งจะทำให้ 3 SLS ใช้ไม่ได้ แต่ ZA ยังคงใช้ได้อยู่ ซึ่งปัญหาดังกล่าวพบได้บ่อยครั้งมากในทางปฏิบัติ ส่วนปัญหาที่สามก็คือการมีจำนวนข้อมูลน้อยกว่าจำนวนสมการพฤติกรรมซึ่งเกิดขึ้นบ่อยครั้งเช่นกัน ในทางปฏิบัติ นอกจากนั้นยังจะได้กล่าวถึงปัญหาการมีขนาดตัวอย่างน้อยที่เกิดขึ้นกับวิธี FIML ซึ่งก็คือเมื่อจำนวนข้อมูลน้อยกว่าจำนวนตัวแปรต้นทั้งหมดของโมเดล ลักษณะดังกล่าวจะทำให้ FIML ไม่สามารถใช้ได้อีกต่อไป

2.1 ปัญหาการมีขนาดตัวอย่างน้อยของวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ในแต่ละสมการ

ปัญหาการมีขนาดตัวอย่างน้อยที่เกิดขึ้นกับวิธี OLS ตามสูตร (1.18) ก็คือจะทำให้เมทริกซ์ $(Z_{\mu}' Z_{\mu})$ ไม่สามารถหาค่าอินเวอร์สได้ ถ้าหากจำนวนข้อมูลน้อยกว่าจำนวนตัวแปรต้นของสมการคือ $T < n_{\mu}$ แล้ว $x(Z_{\mu}) \leq T$ ดังนั้น $x(Z_{\mu}' Z_{\mu}) \leq T$ ซึ่งโดยทั่วไปอาจเขียนได้ว่า $x(Z_{\mu}' Z_{\mu}) = T < n_{\mu}$ ดังนั้น $Z_{\mu}' Z_{\mu}$ จะไม่สามารถหาค่าอินเวอร์สได้

สำหรับวิธี 2 SLS นั้นจากสูตร (1.9), (1.10) และ (1.14) จะเห็นได้ว่าจะต้องมีเงื่อนไขว่า

$$(2.1) \quad T \geq n_{\mu}$$

เช่นเดียวกับวิธี OLS เพราะตาม (2.1) จะทำให้ $Z_{\mu}' X(X'X)^{-1}X'Z_{\mu}$ ในสูตร

(1.9) สามารถหาค่าอินเวอร์สได้ และจากสูตร (1.15) จะเห็นว่าทุกวิธีของ k-class รวมถึง LIML จะต้องเป็นไปตามข้อกำหนด (2.1) เช่นกัน

ปัญหาการมีจำนวนข้อมูลน้อยกว่าจำนวนตัวแปรต้นของสมการนี้มักจะพบได้น้อยในทางปฏิบัติ เพราะเศรษฐมิติโมเดลโดยทั่วไปมักจะมีจำนวนตัวแปรต้นไม่เกิน 5 ตัว ซึ่งก็มักจะน้อยกว่าจำนวนข้อมูลที่หามาได้เสมอ

ในการประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วย k-class หรือ 2 SLS นั้นสิ่งสำคัญที่สุดก็คือเมทริกซ์ $X'X$ ซึ่งจะได้จากสูตร (1.10) สำหรับ 2 SLS และจากสูตร

(1.15) สำหรับ k-class และ LIML กล่าวคือดูได้จาก $(y'_\mu y_\mu - k\hat{v}'_\mu \hat{v}_\mu)$

และ $(y'_\mu y_\mu - k\hat{v}'_\mu \hat{v}_\mu)$ ซึ่งมีเมทริกซ์ \hat{v}_μ ร่วมอยู่ด้วยและจาก (1.2) เราสามารถเขียน \hat{v}_μ ได้ดังนี้

$$\hat{v}_\mu = y_\mu - X(X'X)^{-1} X'y_\mu$$

ดังนั้น k-class, 2 SLS และ LIML จะไม่สามารถใช้ได้อีกต่อไปถ้าเมทริกซ์ $X'X$ ไม่สามารถหาค่าอินเวอร์สได้ เมทริกซ์ $X'X$ นั้นมีขนาด $(K \times K)$ ดังนั้นจะมีค่าอินเวอร์สก็ต่อเมื่อ $r(X'X) = K$ และ $r(X) = K$ เพราะ $r(X'X) = r(X)$ แต่ถ้าจำนวนข้อมูลมีน้อยกว่าจำนวนตัวแปรต้นที่ถูกกำหนดก่อนทั้งหมดของโมเดลคือ $T < K$ ดังนั้นเมทริกซ์ X ซึ่งตาม (1.1) มีขนาด $(T \times K)$ จะมี $r(X) \leq T < K$ ซึ่งจะทำให้ $r(X'X) < K$ เมทริกซ์ $X'X$ จึงไม่สามารถหาอินเวอร์สได้ หรือ 2 SLS และ LIML ซึ่งเป็นวิธีในกลุ่มของ k-class จึงไม่สามารถใช้ได้ ดังนั้นเงื่อนไขที่ 2 SLS และ LIML จะใช้ได้ก็คือ

$$(2.2) \quad T \geq K$$

ปัญหาการมีขนาดตัวอย่างน้อยในกรณีนี้เกิดขึ้นบ่อยมากในทางปฏิบัติ และในปัจจุบันก็มีความพยายามที่ควิธีแก้ปัญหามีไว้หลายวิธีด้วยกัน ซึ่งจะได้กล่าวถึงโดยละเอียดในบทต่อไป ปัญหาดังกล่าวมักจะเกิดขึ้นเมื่อต้องใช้ข้อมูลรายปีมาทำการคำนวณโดยเฉพาะอย่างยิ่งโมเดลเศรษฐศาสตร์มหภาค ซึ่งตัวอย่างสำหรับโมเดลที่เป็นที่รู้จักกันแพร่หลายซึ่งเกิดปัญหานี้ก็เช่น โมเดล KLEIN III^{1/} ซึ่งมี

$$T = 21, \quad K = 28$$

และโมเดล KLEIN and GOLDBERGER^{2/} ซึ่งมี

$$T = 18, \quad K = 31$$

เป็นต้น

^{1/}KLEIN (1950)

^{2/}KLEIN and GOLDBERGER (1955)

2.2 ปัญหาการมีขนาดตัวอย่างน้อยของวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทุกสมการพร้อมกัน

เงื่อนไขที่จะสามารถใช้วิธี ZA ได้นั้นดูได้จากสูตร (1.17) ซึ่งจะเห็นได้ว่ามีเมทริกซ์

$$\hat{\sigma}^{ij} z_j^i z_j^i, \quad i, j = 1, \dots, M$$

ซึ่งมีขนาด $(M \times M)$ ปรางกฏอยู่ โดยที่ $\hat{\sigma}^{ij}$ ก็คือ

$$\hat{\Sigma}^{-1} = \begin{bmatrix} \hat{\sigma}^{11} & \dots & \hat{\sigma}^{1M} \\ \vdots & & \vdots \\ \hat{\sigma}^{M1} & \dots & \hat{\sigma}^{MM} \end{bmatrix}$$

ดังนั้นเงื่อนไขสำคัญที่จะทำให้เมทริกซ์นี้มีค่าอินเวอสิฟก็คือ

$$(2.3) \quad T \geq \max_{\mu} n_{\mu}, \quad \mu = 1, \dots, M$$

เช่นถ้า $\max_{\mu} n_{\mu} = n_1$ และ $n_2 < T < n_1$ โดยที่

$$\max_{\mu'} n_{\mu'} = n_2, \quad \mu' = 2, \dots, M$$

แล้วจะเห็นได้ว่าเมทริกซ์ย่อย

$$[\hat{\sigma}^{11} z_1^1 z_1^1 \dots \hat{\sigma}^{1M} z_1^1 z_M^1]$$

จะมีแรงสูงสุดเท่ากับ T และน้อยกว่า n_1 เช่นเดียวกัน แรงค ของเมทริกซ์

ที่กล่าวมาก็จะไม่ใช้ $n = \sum_{\mu=1}^M n_{\mu}$ แต่จะเป็น $[\sum_{\mu'=2}^M n_{\mu'} + T] < n$

จึงไม่มีค่าอินเวอสิฟ วิธี ZA จึงไม่สามารถใช้ได้

เช่นเดียวกับกับวิธี 3 SLS ซึ่งสามารถแสดงได้จากสูตร (1.8) ซึ่งมีส่วน

หนึ่งของเมทริกซ์คือ

$$\hat{\sigma}^{ij} z_j^i x(x'x)^{-1} x'z_j^i, \quad i, j = 1, \dots, M$$

ซึ่งจะต้องเป็นไปตามเงื่อนไข (2.3) นอกจากนั้นยังจะต้องเป็นไปตามเงื่อนไข (2.2) อีกด้วย เนื่องจากเทอม

$$\sum_{\mu=1}^M \hat{\sigma}_{i\mu} z_{i\mu} x(x'x)^{-1} x' y_{\mu}, \quad i = 1, \dots, M$$

จะไม่สามารถหาค่าได้ถ้า $r(x'x) \leq T < K$

เงื่อนไข (2.3) นั้นเช่นเดียวกับ (2.1) คือไม่ค่อยพบในทางปฏิบัติ ส่วนเงื่อนไข (2.2) นั้น มีความสำคัญมากเพราะเกิดปัญหาขึ้นบ่อย ๆ ในการประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธี 3 SLS

ปัญหาการมีขนาดตัวอย่างน้อยอีกปัญหาหนึ่งซึ่งจนถึงปัจจุบันนี้ยังมีการค้นคว้าในเรื่องดังกล่าว น้อยมาก^{1/} ปัญหาเกิดจากว่า σ^{ij} ในสูตร (1.8) และ (1.17) นั้นไม่ทราบค่า และต้องแทนด้วย $\hat{\sigma}^{ij}$ ซึ่งเป็นเมทริกซ์ความแปรปรวนร่วมของส่วนเหลือซึ่งได้จากวิธี OLS และ 2 SLS ตามลำดับ คือ

$$(2.4) \quad \hat{\Sigma} = \frac{1}{T} \hat{U}'\hat{U}$$

ซึ่งใช้เป็นค่าประมาณของ σ^{ij} ในสูตร ZA และ 3 SLS โดย \hat{U} เป็นเมทริกซ์ขนาด $(T \times M)$ ของส่วนเหลือจากจำนวน M สมการซึ่งมีจำนวนข้อมูลเท่ากับ T ถ้า $T < M$ แล้ว $r(\hat{U}) \leq T < M$ ดังนั้น $r(\hat{U}'\hat{U}) < M$

ซึ่งหมายความว่า $\hat{\Sigma}$ จะไม่สามารถหาค่าอินเวอร์สได้ ในกรณีเช่นนี้จึงไม่สามารถใช้วิธี ZA และ 3 SLS ได้ ดังนั้นสำหรับการใช้ ZA และ 3 SLS จะต้องเป็นไปตามเงื่อนไข (2.2) และ (2.3) แล้ว ยังจะต้องเป็นไปตามเงื่อนไข

$$(2.5) \quad T \geq M$$

อีกด้วย

^{1/} มีตำราบางเล่มที่กล่าวถึงปัญหานี้ไว้เล็กน้อยเช่น THEIL (1971), p 529 และ

สำหรับวิธี FIML นั้นก็จำเป็นต้องใช้ค่า $\hat{\Sigma}^{-1}$ อยู่ด้วย และในการคำนวณตามสูตร (1.23) นั้นจำเป็นที่ $\det \hat{\Sigma} \neq 0$ นอกจากนั้นยังต้องเป็นไปตามเงื่อนไข

(2.5) อีกด้วย อย่างไรก็ตามจากการวิจัยของ KLEIN และ SARGAN^{1/}

แสดงให้เห็นว่าจะใช้วิธี FIML ได้ก็ต่อเมื่อ

$$(2.6) \quad T > G + K$$

เพราะถ้า $T > G \geq M$ แล้วย่อมเป็นไปตามเงื่อนไข (2.5) เสมอ

ปัญหาการมีขนาดตัวอย่างน้อยทั้งหมดที่กล่าวมานี้สามารถแยกออกได้เป็น 4 กรณีด้วยกัน ซึ่งได้สรุปไว้ในตารางท้ายบท การทดสอบการเกิดปัญหามีขนาดตัวอย่างน้อยตามตาราง กับ เศรษฐมิติโมเดลนั้นแสดงได้ดังตัวอย่างโมเดลของ KLEIN III และ KLEIN-GOLDBERGER ดังนี้

KLEIN III

KLEIN-GOLDBERGER

$$T = 21, \max_{\mu} n_{\mu} = 6$$

$$T = 18, \max_{\mu} n_{\mu} = 6$$

$$K = 28, M = 12$$

$$K = 31, M = 15$$

$$T > \max_{\mu} n_{\mu}$$

$$T > \max_{\mu} n_{\mu}$$

$$T < K$$

$$T < K$$

$$T > M$$

$$T > M$$

^{1/}KLEIN (1969) และ SARGAN (1975) p 87

ในการประมาณค่าพารามิเตอร์ของทั้ง 2 โมเดลนั้นจะเกิดปัญหาการมีขนาดตัวอย่าง
น้อยในการใช้วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบ k-class รวมทั้ง 3 SLS
และ FIML

ชนิดของปัญหาการมีขนาดตัวอย่างน้อยของวิธีการ
ประมาณค่าพารามิเตอร์แบบต่าง ๆ

	OLS	k-class 2 SLS, LIML	ZA	3 SLS	FIML	ชนิดของปัญหา
เงื่อนไขที่ 1	$T \geq n_{\mu}$	$T \geq n$	$T \geq \max_{\mu} n_{\mu}$	$T \geq \max_{\mu} n_{\mu}$	-	กรณีที่ 1
เงื่อนไขที่ 2	-	$T \geq K$	-	$T \geq K$	-	กรณีที่ 2
เงื่อนไขที่ 3	-	-	$T \geq M$	$T \geq M$	$T \geq M$	กรณีที่ 3
เงื่อนไขที่ 4	-	-	-	-	$T \geq G+K$	กรณีที่ 4

สถาบันวิทยบริการ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 3

วิธีแก้ปัญหามีขนาดตัวอย่างน้อย

ปัญหามีขนาดตัวอย่างน้อยสำหรับวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบต่าง ๆ ดังที่กล่าวมานี้ จนถึงปัจจุบันยังไม่มีตำราเศรษฐมิติเล่มใดรวบรวมมาเขียนไว้อย่างเป็นระบบแต่อย่างไร มีตำราบางเล่มที่เขียนถึงปัญหาชนิดใดชนิดหนึ่งไว้เท่านั้น โดยเฉพาะปัญหากรณีที่ 2 (มีจำนวนข้อมูลน้อยกว่าจำนวนตัวแปรต้นที่ถูกกำหนดก่อนทั้งหมดของโมเดล) ซึ่งเกิดขึ้นบ่อยที่สุดในทางปฏิบัติ ซึ่งในปัจจุบันก็ได้มีการพัฒนาวิธีแก้ปัญหาดังกล่าวขึ้นมาหลายวิธีด้วยกัน ซึ่งบางวิธีสามารถหาคำตอบได้จากตำราเศรษฐมิติที่พิมพ์ออกมาใหม่ ๆ ในระยะไม่กี่ปีมานี้ ส่วนปัญหากรณีที่ 3 (มีจำนวนข้อมูลน้อยกว่าจำนวนสมการพฤติกรรม) นั้นจนถึงปัจจุบันยังได้มีการกล่าวถึงกันมากนัก สำหรับปัญหากรณีที่ 1 (มีจำนวนข้อมูลน้อยกว่าจำนวนตัวแปรต้นของสมการ) และปัญหากรณีที่ 4 (มีจำนวนข้อมูลน้อยกว่าจำนวนตัวแปรต้นทั้งหมด) นั้นเกือบจะไม่มีใครพูดถึงเลย ปัญหากรณีที่ 1 นั้นมีความสำคัญอย่างมากในทางปฏิบัติเพราะไม่ค่อยจะเกิดขึ้น ส่วนปัญหากรณีที่ 4 นั้นจนถึงปัจจุบันยังไม่ได้มีการพัฒนาวิธีใด ๆ เพื่อแก้ปัญหาดังกล่าวเลย

ในบทนี้จะรวบรวมวิธีแก้ปัญหสำหรับกรณีที่ 2 และกรณีที่ 3 ซึ่งมีความสำคัญอย่างมากในทางปฏิบัติมากกล่าวถึงไว้โดยละเอียดโดยจะได้พยายามวิเคราะห์ข้อดีและข้อเสียของแต่ละวิธีไว้ด้วย

3.1 วิธีแก้ปัญหามีขนาดตัวอย่างน้อย ในกรณีมีจำนวนข้อมูลน้อยกว่าจำนวนตัวแปรต้นที่ถูกกำหนดก่อนทั้งหมดของโมเดล (กรณีที่ 2)

3.1.1 เงื่อนไขประการในการนำไปใช้ในทางปฏิบัติ

การที่จะนำวิธีการแก้ปัญหที่กล่าวถึงในหัวข้อนี้ ไปใช้ในทางปฏิบัตินั้น จำเป็นจะต้องเป็นไปตามเงื่อนไข 2 ประการ ซึ่งจะได้นำมากล่าวถึงโดยละเอียดให้หัวข้อนี้เสียก่อนเป็นเบื้องต้น

กำหนดเมทริกซ์ X_I ซึ่งมีลักษณะดังนี้

(3.1) $X_I \triangleq$ เป็นเมทริกซ์ขนาด $(T \times k_I)$ ของตัวแปรต้นที่ถูกกำหนดก่อนเป็นจำนวน k_I ตัว ซึ่งมีจำนวนข้อมูลเท่ากับ T ตัว ตัวแปรต้นนี้เรียก "ตัวแปรต้นเครื่องมือ"

เงื่อนไขประการแรกก็คือ

(3.2) $k_I \geq n_\mu$

สำหรับ 2 SLS เราสามารถแสดงเงื่อนไขดังกล่าวได้โดยดูจากสูตร (1.4) ซึ่งสามารถเขียนได้ดังนี้^{1/}

$$(3.3) \quad \begin{bmatrix} [\hat{Y}_\mu] & [X_\mu] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [(Y_\mu - \hat{V}_\mu)] & [X_\mu] \\ X_I \begin{bmatrix} [(X_I' X_I)^{-1} X_I' Y_\mu] \\ [0] \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

โดยที่

$I_{k_\mu} \triangleq$ เมทริกซ์เอกลักษณ์ ซึ่งมีขนาด k_μ
 $0 \triangleq$ เมทริกซ์ซึ่งมีสมาชิก เป็นศูนย์ขนาด $(k_I - k_\mu) \times k_\mu$

ซึ่งจะเห็นได้ว่า

$$(3.4) \quad r \left[\begin{bmatrix} [\hat{Y}_\mu] \\ [X_\mu] \end{bmatrix} \right] = r \left[\begin{array}{c|c} [\hat{Y}_\mu] & [X_\mu] \\ \hline [X_\mu] & [X_\mu] \end{array} \right] \leq r(X_I) \quad 2/$$

^{1/}JOHNSTON (1963) p. 259-260

^{2/}เป็นไปตามกฎ $r(AB) = \min [r(A), r(B)]$ ดูได้จาก

ถ้าหาก $r(X_I) < n_\mu$ แล้ว เมทริกซ์ทางด้านซ้ายของสมการ (3.4)

จะไม่มีค่าอินเวอร์ส วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ตามสูตร (1.14) จะใช้ไม่ได้

นอกจากนั้นเพื่อป้องกันไม่ให้ปัญหาการมีขนาดตัวอย่างไม่น้อยเกิดขึ้นได้อีก จำเป็นจะต้องกำหนดว่า

$$(3.5) \quad k_I \leq T$$

สำหรับ 3 SLS ซึ่งนอกจากจะต้องเป็นไปตามเงื่อนไข (3.2) แล้วจะต้องมีเงื่อนไขอีกว่า

$$(3.6) \quad k_I > \max_{\mu} n_\mu, \quad \mu = 1, \dots, M$$

สำหรับเงื่อนไขประการที่สองก็คือ

$$(3.7) \quad X_\mu \in X_I$$

ซึ่งหมายถึงว่าตัวแปรต้นเครื่องมือหนึ่งจะต้องประกอบไปด้วยตัวแปรต้นที่ถูกกำหนดก่อนในแต่ละสมการ เงื่อนไขที่สองนี้แสดงได้จากสูตร (1.14) เช่นกัน ซึ่งสามารถเขียนได้ดังนี้

$$(3.8) \quad \hat{Y}_\mu' X_\mu = Y_\mu' X_I (X_I' X_I)^{-1} X_I' X_\mu = Y_\mu' X_\mu \quad 1/$$

ซึ่ง (3.8) จะเป็นไปได้อีกต่อเมื่อ

$$(3.9) \quad Y_\mu' X_I (X_I' X_I)^{-1} X_I' X_\mu \in Y_\mu' X_I (X_I' X_I)^{-1} X_I' X_I = Y_\mu' X_I$$

ซึ่งก็คือเมื่อเป็นไปตามเงื่อนไข (3.7) เท่านั้น นอกจากนี้สำหรับ 3 SLS จะต้องเป็นไปตามเงื่อนไขที่ว่า

$$(3.10) \quad X_\mu \in X, \quad \mu = 1, \dots, M$$

3.1.2 วิธีแก้ปัญหาโดยเลือกตัวแปรต้น เครื่องมือ

การเลือกตัวแปรต้นเครื่องมือ X_I สำหรับวิธี 2 SLS, k-class หรือ LIML นั้นจะต้องเป็นไปตามเงื่อนไข (3.2), (3.5) และ (3.7) และสำหรับวิธี 3 SLS

1/ สามารถแทน X ได้ด้วย X_I

จะต้องเป็นไปตามเงื่อนไข (3.5) (3.6) และ (3.10) การที่จะเลือกตัวแปรผันใดรวมอยู่ใน X_I นั้นอาจพิจารณาได้หลายกรณี เช่นนอกจากตัวแปรผัน X_u แล้ว อาจจะมีเลือกตัวแปรผันที่ถูกกำหนดก่อนเพิ่มไปด้วย สำหรับตัวแปรผันที่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรผันที่เลือกไปแล้วก็อาจจะตัดออกไปได้ หรือให้เลือกตัวแปรผันที่มีความสำคัญในการอธิบายพฤติกรรมของโมเดลโดยอาจจะใช้ทฤษฎีทางเศรษฐศาสตร์เป็นเครื่องช่วยในการตัดสินใจ นอกจากนี้อาจจะเลือกเอาเฉพาะตัวแปรผันที่ไม่มีความแตกต่างของเวลาหรือถ้ามีก็ให้น้อยที่สุด เพราะตัวแปรผันประเภทนี้จะทำให้การประมาณค่าพารามิเตอร์ในขั้นแรกขาดความคงเส้นคงวาได้ ตัวอย่างของการประมาณค่าพารามิเตอร์ดังกล่าวนี้ได้จาก KLEIN-GOLDBERGER-Model^{1/} และ BROOKINGS-Model^{2/}

อย่างไรก็ตาม เนื่องจากวิธีนี้ไม่มีกฎเกณฑ์ในการเลือกตัวแปรผัน X_I ที่แน่นอน จึงไม่สามารถกล่าวได้ว่าพารามิเตอร์ที่ได้จะมีลักษณะอย่างไร สำหรับวิธี 2 SLS, LIML และ k-class นั้นเรายังสามารถเปลี่ยนแปลง X_I ไปตามความเหมาะสมในแต่ละสมการได้ ซึ่งเราจะทำไม่ได้สำหรับวิธี 3 SLS

3.1.3 การกำหนดตัวแปรผันเครื่องมือด้วยวิธีพหุคูณ-กัมโปเนน

การกำหนดตัวแปรผัน X_I ด้วยวิธี พหุคูณ-กัมโปเนน นั้นเป็นวิธีแรกที่ได้รับการพัฒนาขึ้นเพื่อแก้ปัญหาการมีขนาดตัวอย่างน้อยในการใช้จำนวนข้อมูลน้อยกว่าจำนวนตัวแปรผันที่ถูกกำหนดก่อนทั้งหมดของโมเดล^{3/} ซึ่งมีวิธีการโดยละเอียดดังนี้

กำหนดเมทริกซ์ X มีขนาด $(T \times k)$ ซึ่งเนื่องจาก $T < K$ จะมี k แถวตั้งเป็นแบบไม่อิสระ เส้นตรงอย่างแน่นอน เขียนเมทริกซ์ X ได้ดังนี้

$$(3.11) \quad X = pa'$$

โดยที่

$$p \Delta \text{ เวกเตอร์ขนาด } (T \times 1)$$

$$a \Delta \text{ เวกเตอร์ขนาด } (K \times 1)$$

^{1/} KLEIN and GOLDBERGER (1955) p 48-49

^{2/} DUSENBERRY, FROMM, KLEIN and KUH (1965) p 736-737

^{3/} KLOEK and MENNES (1960)

ซึ่ง

$$(3.12) \quad p'p = 1$$

สร้างเมทริกซ์ $(X - pa')$ ซึ่งมีขนาด $(T \times K)$ ผลรวมของกำลัง

สองของเมทริกซ์นี้จะมีค่าน้อยที่สุดเมื่อ เรากำหนดภายใต้เงื่อนไข (3.12) ค่ามูลค่า

ลักษณะที่สูงที่สุดของเมทริกซ์ $X'X$ จากสมการ^{1/}

$$(3.13) \quad (X'X - \lambda I) a = 0$$

และค่าของรากที่สูงที่สุดจาก

$$(3.14) \quad |X'X - \lambda I| = 0$$

ทรินอิมัล-คัมโทเนินท์ ที่หนึ่งก็คือ

$$(3.15) \quad p_1 = \frac{1}{\lambda_1} X a_1$$

โดยที่ λ_1 เป็นค่าของรากที่สูงที่สุดจาก (3.14) และเป็นค่ามูลค่าลักษณะที่สูงที่สุด

ของ $X'X$ ด้วย ส่วน a_1 เป็น เวกเตอร์ลักษณะของค่าดังกล่าว

จากเงื่อนไข

$$(3.16) \quad p_2' p_2 = 1, \quad p_1' p_2 = 0$$

จะสามารถหาค่า p_2 จากค่าสูงที่สุดเป็นที่สองของมูลค่าลักษณะและ เวกเตอร์ลักษณะ
ของค่าดังกล่าวได้

เราสามารถหาค่าความแปรปรวนทั้งหมดของทุกตัวแปรต้นได้จาก

$$(3.17) \quad \hat{\text{var}}(X) = \sum_{k=1}^K \sum_{t=1}^T x_{tk}^2 = \text{tr } X'X = \sum_{k=1}^K \lambda_k$$

^{1/}THEIL (1971) p 46

เราจึงสามารถทราบได้ว่าพริซิฟัล-คัมโพนิท ที่ k จะมีส่วนในค่าความแปรปรวนทั้งหมดเท่าไรจากสัดส่วน $\lambda_k / \text{tr } X'X$ เราจะเลือกจำนวน พริซิฟัล-คัมโพนิท ซึ่งจะมีส่วนในค่าความแปรปรวนทั้งหมดมากที่สุด โดยปกติแล้วจำนวนที่เลือกนี้จะน้อยกว่า K และจะน้อยกว่า T จากเงื่อนไข (3.7) และ (3.10) จึงสามารถเขียนได้ว่า

$$(3.18) \quad k_I = k_u + k_p$$

โดยที่ k_p Δ จำนวนพริซิฟัล-คัมโพนิทที่เลือก

KLOEK and MENNES ได้ทดลองทั้งหมด 4 วิธีด้วยกัน พบว่าวิธีที่ 4 จะดีที่สุด โดยที่คำนวณหาพริซิฟัล-คัมโพนิท ของตัวแปรผันที่ถูกกำหนดก่อนทุกตัวของโมเดล เมทริกซ์ของตัวแปรผัน เครื่องมือจะเป็นดังนี้

$$(3.19) \quad X_I = [X_u \quad X_p]$$

โดยที่ X_p เป็นเมทริกซ์ขนาด $(T \times k_p)$ ของพริซิฟัล-คัมโพนิท จำนวน k_p ตัว โดยมีจำนวนข้อมูลคือ T

วิธีดังกล่าวนี้มีข้อเสียซึ่งพอจะสรุปมาเขียนได้ดังนี้

- 1) ลักษณะของพารามิเตอร์ที่ได้จะขึ้นอยู่กับเงื่อนไข (3.12) และขนาดของตัวแปรผันเป็นอย่างมาก
- 2) ไม่มีกฎเกณฑ์ที่แน่นอนในการเลือกจำนวน พริซิฟัล-คัมโพนิท
- 3) ไม่มีกฎเกณฑ์ที่แน่นอนในการเลือกว่าจะเอาตัวแปรผันใดมาคำนวณหาพริซิฟัล-คัมโพนิท
- 4) ผลกระทบของตัวแปรผัน เครื่องมือจะไม่สามารถมองเห็นได้ง่ายอีกต่อไปเพราะตัวแปรผันดังกล่าวจะถูกแปลงให้อยู่ในรูปลักษณะอื่น

ถึงแม้จะมีข้อเสียดังที่กล่าวมาแล้ว อย่างไรก็ตามวิธีนี้ก็เป็นที่นิยมใช้และจากผลในทางปฏิบัติพบว่าจะได้พารามิเตอร์ที่ดีและจะทำให้ความสามารถในการพยากรณ์ดีขึ้นอย่างมากด้วย^{1/}

^{1/}KLOEK and MENNES (1960) ใช้โมเดล KLEIN I เป็นโมเดลสำหรับทดสอบ ส่วนโมเดลอื่น ๆ นั้นดูได้จาก DUTTA and SHARMA (1973) และ KLEIN (1969)

อย่างไรก็ตามจนถึงปัจจุบันยังไม่มีการใช้วิธีพหุคูณ-คัมโพเนนต กับ 3 SLS และ LIML
แต่อย่างใด

3.1.4 วิธีของ FISHER^{1/}

วิธีนี้เริ่มต้นจากสมการ (1.4) โดยจากสมการนี้เราจะกำหนดให้ y_{μ} และ x_{μ}
เป็นตัวแปรต้นอันดับที่ศูนย์ จากนั้นจะเปลี่ยนสมการพฤติกรรมทุกสมการให้อยู่ในรูปของ y_{μ} ได้ดังนี้

$$(3.20) \quad y_{\mu, (i)} = y_{\mu, (i)} \gamma_{\mu, (i)} + x_{\mu, (i)} \beta_{\mu, (i)} [+ u_{\mu, (i)}] ,$$

$$i = 1, \dots, g_{\mu}$$

ตัวแปรต้น u ซึ่งเป็นตัวแปรต้นกระทบนั้นในที่นี้ไม่มีความสำคัญ นั่นก็คือสมการ (3.20)

อาจจะเป็นสมการเอกลักษณ์ ก็ได้ สำหรับ y_{μ} นั้นจะเป็น $y_{\mu}; \in Y_{\mu}$ และตัวแปรต้น
 Y_{μ} และ X_{μ} จะเป็นตัวแปรต้นอันดับที่สอง สำหรับทุกค่าของ $y_{\mu, (i)}$, $i = 1, \dots, g_{\mu}$
ของทุกสมการพฤติกรรมจะเป็น

$$(3.21) \quad y_{\mu, (i, j)} = y_{\mu, (i, j)} \gamma_{\mu, (i, j)} + x_{\mu, (i, j)} \beta_{\mu, (i, j)} [+ u_{\mu, (i, j)}] ,$$

$$j = 1, \dots, g_{\mu, (i)}$$

$$i = 1, \dots, g_{\mu}$$

ตัวแปรต้น $y_{\mu, (i, j)}$ และ $x_{\mu, (i, j)}$ จะเป็นตัวแปรต้น
อันดับที่สอง และสำหรับตัวแปรต้น $y_{\mu, (i, j)}$ ก็จะสามารถเขียนได้ในลักษณะเช่นเดียว
กันดังที่ได้กล่าวมาแล้ว

หลังจากทำไปเช่นนี้จนถึงขั้นที่ p ก็จะทำให้ได้เวกเตอร์ของตัวแปรต้นที่ถูกกำหนดก่อน
แต่ละตัว โดยเวกเตอร์นี้จะประกอบไปด้วยสมาชิก p ตัวด้วยกัน สมาชิกตัวแรกจะมีอันดับที่หนึ่ง
สมาชิกตัวที่สองจะมีอันดับเป็นที่สอง เช่นนี้สำหรับอันดับใดที่ไม่มีตัวแปรต้นก็จะมีค่าเป็น ∞ เช่น เมื่อ
 $p = 5$ และตัวแปรต้นที่ถูกกำหนดก่อนตัวใดตัวหนึ่งจะมีอันดับ 1, 2 และ 4 ดังนั้นจะได้
เวกเตอร์ที่มีลักษณะดังนี้

^{1/}FISHER (1965) p. 621-628

$$f = (1, 2, 4, \infty, \infty)$$

ทุก ๆ 2 เวกเตอร์, f และ h เราสามารถสร้างตัวเลข β ได้ดังนี้

$$(3.22) \quad \beta(f) > \beta(h) \leftrightarrow f > h$$

$$\begin{bmatrix} f_i = h_i \\ f_j > h_j \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} i = 1, \dots, j-1 \\ j \quad 1 < j \leq p \end{matrix}$$

ตามกฎดังกล่าวสามารถกำหนดอันดับที่ β ของตัวแปรผันที่ถูกกำหนดก่อนทุกตัวได้

ในการสร้าง \hat{y}_μ เพื่อแทน y_μ นั้น ให้เลือกตัวแปรผันที่ถูกกำหนดก่อนซึ่งมีอันดับของตัวเลข β ต่ำที่สุด ก่อนและตัวต่อไปให้เลือกตัวแปรผันที่มีอันดับของตัวเลข β รองลงไปตามลำดับ ทำเช่นนี้จนได้ตัวแปรผันเครื่องมือ T-2 ตัวก็จะได้เมทริกซ์ของ X_I

ถึงแม้วิธีนี้จะมีการเลือกตัวแปรผันเครื่องมือโดยอัตโนมัติก็ตามก็ยังมิใช่ข้อเสียที่สำคัญ 2 ประการด้วยกัน

ประการแรก ไม่สามารถป้องกันไม่ให้ตัวแปรผันที่มีความแตกต่างของเวลาเข้าไปอยู่ในตัวแปรผันเครื่องมือได้ ซึ่งวิธีแก้ที่ FISHER เสนอให้กำหนดน้ำหนักของตัวแปรผันที่ถูกกำหนดภายนอกและตัวแปรผันที่มีความแตกต่างของเวลาให้ต่างกันในการกำหนดตัวเลข β โดยให้โอกาสสำหรับตัวแปรผันที่ถูกกำหนดภายนอกก่อน ซึ่งถ้าเป็นดังเดิมข้อดีของวิธีนี้ที่สามารถเลือกตัวแปรผันเครื่องมือได้โดยอัตโนมัติก็จะหมดไป

ประการที่สอง THEIL^{1/} มีความเห็นว่าวิธีดังกล่าวจะไม่ทำให้ 2 SLS เป็นวิธีที่อยู่ในกลุ่มของ Limited Information Method อีกต่อไป เพราะในการเลือกตัวแปรผันเครื่องมือที่นำจากสมการโครงสร้างของโมเดล จึงทำให้ไม่สามารถทดสอบไปทีละสมการได้ นอกจากนี้ ข้อผิดพลาดจากการกำหนดตัวแปรผันของโมเดล ยังจะมีผลทำให้ได้ค่า

^{1/}THEIL (1972) p 222

ของ \hat{Y}_μ ที่ไม่ได้อีกด้วย ลักษณะดังกล่าวจะทำให้วิธีของ FISHER ไม่สามารถ
เพิ่มประสิทธิภาพของพหุคูณตัวแปรขึ้นได้

3.1.5 วิธีของ RUBLE^{1/}

วิธีนี้มีรายละเอียดในการคำนวณดังนี้คือ

กำหนดเวกเตอร์ $B \in [b_1, b_2, \dots, b_n]$ และเวกเตอร์ a ซึ่งไม่
อยู่ใน B โดยสามารถเขียนเวกเตอร์ a ได้ดังนี้

โดยที่สัญลักษณ์

\parallel หมายถึงเกิดจากแถวตั้งของ

\perp หมายถึงเป็นออร์โธโกนัล กับ

กำหนดเมทริกซ์ $A \in [a_1, a_2, \dots, a_m]$ ซึ่งสามารถเขียนได้เป็น

$$A = A_{\parallel B} + A_{\perp B}$$

เช่นเดียวกันสำหรับเมทริกซ์ Y จะเขียนได้ว่า

$$(3.23) \quad Y = Y_{\parallel X} + Y_{\perp X} = X(X'X)^{-1} X'Y + \hat{V}$$

$$\text{ดังนั้น} \quad Y' X Y_{\parallel X} = Y'X(X'X)^{-1} X'X(X'X)^{-1} X'Y$$

$$= Y'X(X'X)^{-1} X'Y$$

$$= [Y'Y]_{\parallel X}$$

และ

$$Y'_{\perp X} Y_{\perp X} = Y'Y - [Y'Y]_{\parallel X} = [Y'Y]_{\perp X}$$

วิธีการคำนวณก็คือคำนวณหา $|Y'Y|$ $||_X$ เสียก่อนแล้วนำไปแทนในสูตร
การคำนวณของวิธี 2 SLS วิธีที่ง่ายที่สุดนั้นให้คำนวณหาค่า $|Y'Y|$ $||_X$ เสียก่อนจะได้

$|Y'Y|$ $||_X$ เพราะ

$$(3.25) \quad [Y'Y] \quad ||_X = Y'Y [Y'Y] \perp X$$

ถ้าหากเมทริกซ์ $X'X$ มีค่าอินเวสแล้ว $[Y'Y] \perp X$ ก็คือ $\hat{V}'\hat{V}$
มันเอง แต่ถ้า $X'X$ ไม่มีค่าอินเวสจะได้

$$(3.26) \quad [Y'Y] \quad ||_X = Y'Y$$

ในการคำนวณหา $[Y'Y] \perp X$ ทำได้โดยสร้างเมทริกซ์

$$(3.27) \quad \begin{bmatrix} X'X & X'Y \\ Y'X & Y'Y \end{bmatrix}$$

แล้วใช้วิธีการทำทางแฉนวน ตามวิธีของ Gauss จนกระทั่งข้างใต้เส้น
ทะแยงมุมของเมทริกซ์ เป็นศูนย์หมดทุกตัวจึงหยุดการคำนวณและจะได้ $[Y'Y] \perp X$
กล่าวคือ

$$(3.28) \quad \begin{bmatrix} A_{XX} & A_{XY} \\ \underline{0} & [Y'Y] \perp X \end{bmatrix}$$

โดยที่

A_{XX} เป็นเมทริกซ์มีขนาด $(K \times K)$

A_{XY} เป็นเมทริกซ์มีขนาด $(K \times G)$

วิธีการนี้สามารถใช้บางส่วนของเมทริกซ์ X คือ X_I มาใช้ในการคำนวณแทน X ได้ โดยที่เมทริกซ์ X_I จะต้องเป็นไปตามที่ได้กล่าวไว้ในหัวข้อ 3.11 จำนวนของตัวแปรต้นเครื่องมือที่จะใช้ประกอบไปด้วย $k_I = k_\mu + k_R$ โดย k_R จะต้องกำหนดขึ้นเอง วิธีการคำนวณจะเป็นไปดังที่ได้กล่าวมาแล้วโดยผลลัพธ์ก็คือ

$$(3.29) \quad [Y'Y] \perp X_I = [Y'Y] \perp \begin{bmatrix} X_\mu & X_R \end{bmatrix}$$

โดยที่ X_R เป็นเมทริกซ์ขนาด $(T \times k_R)$ ของตัวแปรต้นเครื่องมือ

วิธีนี้มีข้อดีที่ตรงที่ว่าสิ่งที่จะต้องกำหนดขึ้นเองมีเพียงตัวเดียว คือ k_R โดยจะต้องเป็นไปตามเงื่อนไขคือ $k_R \geq g_\mu$ หรือ $k_R \geq \max_\mu g_\mu$, $\mu = 1, \dots, M$ และ $k_R \leq T - k_\mu$

วิธีนี้เช่นเดียวกับวิธีของ FISHER ที่สามารถสังเกตผลกระทบของตัวแปรต้นเครื่องมือที่ใช้ได้ เนื่องจากในการหาทิศทาง ทำให้เรารู้ว่าจะเลือกตัวแปรต้นใด ในอีกทางหนึ่งก็มีสิ่งที่ต้องกำหนดขึ้นเองน้อยเมื่อเปรียบเทียบกับวิธีอื่น ๆ นอกจากนั้น 2 SLS, k-class และ LIML ที่ใช้วิธีนี้ก็ยังคงเป็นวิธีในกลุ่มของ Limited Information Method อยู่ อย่างไรก็ตาม วิธีนี้จนถึงปัจจุบันยังไม่มีใครใช้ในทางปฏิบัติ

3.1.6 วิธีของ THEIL¹⁾

วิธีนี้พัฒนาขึ้นมาจากวิธี 2 SLS เติมนั่นเอง โดยเปรียบเทียบแล้ววิธีนี้จะง่ายกว่าวิธีของ FISHER และวิธีกำหนดตัวแปรต้นเครื่องมือด้วยวิธี ทรินอพิล-คัมโพเนนท อีกทั้งยังเป็นวิธีที่สามารถจัดอยู่ในกลุ่มของ Limited-Information Method และเป็นวิธีที่มีกฎเกณฑ์แน่นอนกว่าด้วย

¹⁾THEIL (1972)

จากสูตรในการประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธี 2 SLS คือ

$$(3.30) \quad \begin{bmatrix} Y_{\mu}' X(X'X)^{-1} X' Y_{\mu} \\ X_{\mu}' Y_{\mu} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{\mu}' X(X'X)^{-1} X' Y_{\mu} & Y_{\mu}' X_{\mu} \\ X_{\mu}' Y_{\mu} & X_{\mu}' X_{\mu} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{Y}_{\mu} \\ \hat{\beta}_{\mu} \end{bmatrix}$$

ดึงออกมา k_{μ} สมการซึ่งอยู่ในส่วนล่างจะได้

$$(3.31) \quad X_{\mu}' Y_{\mu} = X_{\mu}' \begin{bmatrix} Y_{\mu} \\ X_{\mu} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{Y}_{\mu} \\ \hat{\beta}_{\mu} \end{bmatrix} = X_{\mu}' Z_{\mu} \hat{\delta}_{\mu}$$

ซึ่งจะเห็นได้ว่าไม่มีเมทริกซ์ $X'X$ ปรากฏอยู่ สำหรับ $\hat{\beta}_{\mu}$ นั้นหาค่าได้ดังนี้

$$(3.32) \quad \hat{\beta}_{\mu} = (X_{\mu}' X_{\mu})^{-1} (X_{\mu}' Y_{\mu} - X_{\mu}' Y_{\mu} \hat{Y}_{\mu})$$

ซึ่งเราจะทราบค่าของ $\hat{\beta}_{\mu}$ ได้ถ้าทราบค่าของ \hat{Y}_{μ} และ $(X_{\mu}' X_{\mu})^{-1}$

มีค่าอื่นเวอส

จากระบบสมการทั้งหมดของโมเดลคือ

$$(3.33) \quad X_{\mu}' Y_{\mu} = X_{\mu}' Z_{\mu} \delta_{\mu} + X_{\mu}' u_{\mu}$$

แบ่งออกมา k_{μ} สมการ แล้วจัดอยู่ในกลุ่มที่หนึ่งคือ

$$(3.34) \quad X_{\mu}' Y_{\mu} = X_{\mu}' Z_{\mu} \delta_{\mu} + X_{\mu}' u_{\mu}$$

และอีก $K - k_{\mu}$ สมการจัดอยู่ในกลุ่มที่สองคือ

$$(3.35) \quad \bar{x}'_{\mu} y_{\mu} = \bar{x}'_{\mu} z_{\mu} \delta_{\mu} + \bar{x}'_{\mu} u_{\mu}$$

โดยที่

\bar{x}_{μ} \triangleq เมทริกซ์ขนาด $[T \times (K-k_{\mu})]$ ของตัวแปรผันที่ถูกกำหนดก่อนทุกตัวของโมเดลซึ่งไม่รวมอยู่ในสมการที่ n

เมทริกซ์ความแปรปรวนร่วมของตัวแปรผันกระทบของระบบสมการ (3.35) นั่นก็คือ $\sigma_{\mu\mu} (\bar{x}'_{\mu} \bar{x}_{\mu})$ แต่เนื่องจากเกิดปัญหาการมีขนาดตัวอย่างไม่น้อยในกรณีที่ 2 ทำให้ $\bar{x}'_{\mu} \bar{x}_{\mu}$ ไม่มีค่าอินเวอร์ส THEIL จึงเสนอให้แทนเมทริกซ์นี้ด้วยเมทริกซ์ซึ่งจะเรียกว่า D_{μ} ซึ่งมีขนาดเท่ากันและเป็น พ้อยซีฟิฟเว้ดีฟิไนทีฟ จากนั้นจะสามารถหาสูตรการประมาณค่าพารามิเตอร์ในรูปของ D_{μ} ได้ โดยหาค่าต่ำสุดของฟังก์ชันกำลังสองต่อไปนี้

$$(3.36) \quad Q(d^*_{\mu}) = [\bar{x}'_{\mu} y_{\mu} - \bar{x}'_{\mu} z_{\mu} d^*_{\mu}] D_{\mu}^{-1} [\bar{x}'_{\mu} y_{\mu} - \bar{x}'_{\mu} z_{\mu} d^*_{\mu}] \\ = (y_{\mu} - z_{\mu} d^*_{\mu})' C_{\mu} (y_{\mu} - z_{\mu} d^*_{\mu})$$

โดยในฟังก์ชันนี้ D_{μ}^{-1} แทน $(\bar{x}'_{\mu} \bar{x}_{\mu})^{-1}$ และ

$$(3.37) \quad C_{\mu} = \bar{x}'_{\mu} D_{\mu}^{-1} \bar{x}_{\mu}$$

ซึ่ง d^*_{μ} จะเป็นเวกเตอร์แถวตั้ง $(n \times 1)$ ของพารามิเตอร์ของโมเดลที่ต้องการ ส่วนสมการข้อจำกัดในการหาค่าต่ำสุดของ (3.36) นั่นก็คือ

$$(3.38) \quad x'_{\mu} y_{\mu} = x'_{\mu} z_{\mu} d^*_{\mu}$$

จะได้สูตรการประมาณค่าพารามิเตอร์ดังนี้

$$(3.39) \quad \begin{bmatrix} z'_{\mu} C_{\mu} z_{\mu} & z'_{\mu} x_{\mu} \\ x'_{\mu} z_{\mu} & \underline{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d^*_{\mu} \\ \lambda'_{\mu} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z'_{\mu} C_{\mu} y_{\mu} \\ x'_{\mu} y_{\mu} \end{bmatrix}$$

โดยที่ λ_μ เป็นเวกเตอร์ $(k_\mu \times 1)$ ของตัวคูณ Lagrange

จากการทดสอบวิธีตามสูตร (3.39) กับโมเดล KLEIN - I นั้น ปรากฏว่าจะให้ค่าพารามิเตอร์ที่ใกล้เคียงกับ 2 SLS มาก แต่มีค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานสูงกว่า

หัวใจสำคัญของวิธีนี้อยู่ที่การกำหนดเมทริกซ์ C_μ และ D_μ โดย THEIL แนะนำว่าควรจะสร้างเมทริกซ์ D_μ ให้เป็นเส้นทแยงมุม โดยสมาชิกที่อยู่บนเส้นทแยงมุมนั้นก็คือค่าของ $\bar{x}'_\mu \bar{x}_\mu$

จะเห็นได้ว่าวิธีนี้ง่ายกว่าและมีกฎเกณฑ์ที่แน่นอนกว่าเมื่อเปรียบเทียบกับวิธีที่กล่าวมาแล้วในตอนต้น อย่างไรก็ตามวิธีนี้ก็ยังไม่มีการใช้ในทางปฏิบัติโดยเฉพาะกับโมเดลขนาดใหญ่ และยังไม่มีการคิดแปลงวิธีดังกล่าวเพื่อใช้กับวิธี 3 SLS แต่อย่างใด

3.1.7 วิธีทำซ้ำโดยใช้ตัวแปรต้นเครื่องมือ^{1/}

สูตรการคำนวณด้วยวิธี 2 SLS ที่แสดงไว้ใน (1.14) นั้น สามารถเขียนให้อยู่ในรูปของวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์โดยใช้ตัวแปรต้นเครื่องมือได้ดังนี้^{2/}

$$(3.40) \quad \hat{\delta} \text{ 2 SLS} = \left[\begin{array}{c} \hat{Y}'_\mu \\ Y_\mu \\ X'_\mu \end{array} \right]^{-1} \left[\begin{array}{c} \hat{Y}'_\mu \\ Y_\mu \\ X'_\mu \end{array} \right] Y_\mu$$

$$= \left[\begin{array}{c} \hat{Y}'_\mu \\ Y_\mu \\ X'_\mu \end{array} \right]^{-1} \left[\begin{array}{c} \hat{Y}'_\mu \\ Y_\mu \\ X'_\mu \end{array} \right] Y_\mu$$

^{1/}MOSBAEK and WOLD (1970), DUTTA and LYTTKENS (1974)

^{2/}GOLDBERGER (1964) p 284-287 and 331-332

ตัวแปรต้นเครื่องมือในที่นี้ก็คือ \hat{y}_μ แต่เนื่องจากเกิดปัญหาการมีขนาดตัวอย่างน้อย

คือ $T < K$ จึงไม่สามารถคำนวณหาค่าได้ วิธีแก้ปัญหานี้ให้ทำดังต่อไปนี้คือ

- 1) ประมาณค่าพารามิเตอร์ของสมการโครงสร้างครั้งแรกด้วยวิธี OLS
- 2) สร้างเมทริกซ์ $\hat{\beta}$ และ $\hat{\Gamma}$ ของสมการถดถูป เช่น ในสมการ (1.1)
- 3) จาก (1.12) เราจะได้

$$(3.41) \quad \hat{y} = X \hat{\beta} \hat{\Gamma}^{-1}$$

โดยที่ $\hat{y}_\mu, \mu = 1, \dots, M$ เป็นเซตย่อยของ \hat{y}

- 4) แทน (3.41) ใน (3.40) จะได้พารามิเตอร์ของสมการโครงสร้าง

ครั้งที่ 2

- 5) จากพารามิเตอร์ในข้อ 4 สร้างเมทริกซ์ $\hat{\beta}$ และ $\hat{\Gamma}$ ของสมการถดถูปใหม่ และจะได้ (3.41) ใหม่ และใช้เป็นตัวแปรต้นเครื่องมือต่อไป

DUTTA and LYTTKENS¹⁾ พิสูจน์ให้เห็นว่าโดยทั่วไปวิธีนี้จะเข้าหาคุลยภาพและจะมีคุณสมบัติเมื่อข้อมูลไม่จำกัด เช่นเดียวกับ 2 SLS จากการใช้วิธีนี้ในทางปฏิบัติพบว่าแม้จะมีจำนวนข้อมูลน้อยมาก แต่วิธีนี้ก็ยังสามารถให้ค่าพารามิเตอร์ที่เบี่ยงเบนไปน้อยมาก²⁾

ที่กล่าวมาทั้งหมด 6 วิธีนี้ โดยสรุปแล้ววิธีที่ง่ายที่สุดและมีหลักเกณฑ์ที่แน่นอนที่สุดก็คือวิธีของ RUBLE ส่วนวิธีที่ใช้กันแพร่หลายอย่างมากในทางปฏิบัติก็คือวิธีกำหนดตัวแปรต้น เครื่องมือ ด้วยวิธี ทริโนมิอัล-คัมโพเนนทและวิธีทำซ้ำโดยใช้ตัวแปรต้น เครื่องมือ ซึ่งจากผลในการใช้ในทางปฏิบัติ จนถึงปัจจุบันพบว่าทั้ง 2 วิธีนี้แม้ว่าจะมีขนาดข้อมูลน้อยมาก ก็สามารถให้ค่าพารามิเตอร์ที่ เบี่ยงเบน น้อยมาก และสามารถทำให้การพยากรณ์โดยโมเดลที่ขึ้นอย่างมากรด้วย อย่างไรก็ตามวิธีทำซ้ำโดยใช้ ตัวแปรต้น เครื่องมือนี้ก็มิใช่ว่าจะเสียตรงที่ต้องใช้เวลาในการคำนวณค่อนข้างมากเมื่อเปรียบเทียบกับวิธีอื่น ๆ

สำหรับการแก้ปัญหากการมีขนาดตัวอย่างน้อยคือ $T < K$ นี้ยังสามารถทำได้โดยใช้ การหาอินเวอร์สแบบทั่วไป $(X'X)^+$ ซึ่งจะได้อีกกล่าวถึงในบทต่อไป

¹⁾DUTTA and LYTTKENS (1974)

²⁾DUTTA and SHARMA (1973), DUTTA and LYTTKENS (1974)

3.2 วิธีแก้ปัญหาค่าพารามิเตอร์ที่มีจำนวนข้อมูลน้อยกว่าจำนวนสมการพฤติกรรมของ โมเดล (กรณี 3)

3.2.1 เมทริกซ์ความแปรปรวนร่วมของตัวแปรต้นกระทบ เป็นเส้นทแยงมุม
การหลีกเลี่ยงที่จะไม่ให้เกิดปัญหาค่าพารามิเตอร์ที่มีจำนวนข้อมูลน้อยกว่าจำนวนสมการพฤติกรรมของ
โดยสมมติให้เมทริกซ์ความแปรปรวนร่วมของตัวแปรต้นกระทบหรือ Σ เป็นเส้นทแยงมุมกล่าวคือ

$$(3.42) \quad \Sigma = \Delta \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \dots & \dots & 0 \\ \vdots & & & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & \sigma_{MM} \end{bmatrix}$$

ซึ่งในกรณีนี้ Σ จะมีค่าอินเวอร์สเสมอ อย่างไรก็ตามการที่จะเป็นไปตามข้อสมมตินี้ได้โมเดลจะต้อง
เป็นโมเดลในแบบของ WOLD^{1/} คือเป็นรีเคอซีฟ ซึ่งโมเดลแบบนี้จะต้องมีข้อสมมติต่อไปนี้ว่า

$$(3.43) \quad \Gamma = \Delta \begin{bmatrix} 1 & \gamma_{12} & \dots & \gamma_{1G} \\ 0 & 1 & & \gamma_{2G} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & & 1 \end{bmatrix}$$

ในการตีเช่นนี้ FIML จะให้ค่าพารามิเตอร์เหมือนกับ OLS สำหรับเมทริกซ์ Σ
นั้นจะแทนด้วย $\hat{\Sigma}$ ซึ่งสมมติให้เป็น

^{1/} คำจำกัดความและลักษณะของโมเดลแบบของ WOLD มีอยู่ใน THEIL (1971)
p 460-466, GOLDBERGER (1964) p 354-356, DHRYMES (1970) p. 308-311.

$$(3.44) \quad \hat{\Sigma} = \begin{bmatrix} \hat{\sigma}_{11} & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \hat{\sigma}_{MM} \end{bmatrix}$$

ซึ่งข้อสมมติ (3.44) นี้ไม่มีการให้เหตุผลสนับสนุนแต่อย่างใด^{1/}

ภายใต้ข้อสมมติ (3.44) วิธี 3 SLS จะให้ค่าพารามิเตอร์เหมือนกับ 2 SLS และ ZA จะให้ค่าพารามิเตอร์ที่เหมือนกับ OLS^{2/}

3.2.2 การแบ่งโมเดลออกเป็น ส่วน ๆ

ถ้าหากเราแบ่งโมเดลซึ่งมีสมการโครงสร้าง M สมการ ออกเป็น s ส่วนโดยแต่ละส่วนมีตัวแปรต้นที่ถูกกำหนดภายใน G_s ตัว และตัวแปรต้นที่ถูกกำหนดก่อน K_s ตัว เมทริกซ์ความแปรปรวนร่วมของตัวแปรต้นกระทบจะมีลักษณะดังนี้

$$(3.45) \quad \hat{\Sigma} = \underline{\underline{\Lambda}} \begin{bmatrix} \hat{\Sigma}_{11} & \dots & \hat{\Sigma}_{1s} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{\Sigma}_{s1} & \dots & \hat{\Sigma}_{ss} \end{bmatrix}$$

โดยที่เมทริกซ์กำลังสองของแต่ละส่วนคือ $\hat{\Sigma}_{rr}$ จะมีขนาดเท่ากับ M_r ดังนั้นถ้าหากเกิดปัญหาการมีขนาดตัวอย่างไม่้อยกรณที่ 3 คือ $T < M$ เราก็สามารถแบ่งโมเดลออกเป็น ส่วน ๆ ได้จนกระทั่ง

$$(3.46 a) \quad T \geq \max M_r, \quad r = 1, \dots, s$$

^{1/}BROWN (1959), EISENPRESS (1962) p 344

^{2/}ZELLNER (1962) p 351, ZELLNER and THEIL (1962) p 58

และ เช่นเดียวกัน เพื่อหลีกเลี่ยงปัญหาการมีขนาดตัวอย่างน้อยกรณีที่ 4 ก็ทำได้โดยแบ่งโมเดลออกเป็น ส่วน ๆ จนกระทั่ง

$$(3.46 \text{ b}) \quad T \succ \max [G_r + K_r], r = 1, \dots, s$$

ดังนั้นในแง่แต่ละส่วนของ s ส่วนจะมี $\hat{\Sigma}_{zz}$ ที่มีค่าอินเวอร์สเสมอและเราสามารถแยกใช้วิธี FIML, 3 SLS และ ZA กับแต่ละส่วนได้ อย่างไรก็ตามประสิทธิภาพของพารามิเตอร์ที่ได้จะลดลง กล่าวคือ ประสิทธิภาพของ 3 SLS ที่ใช้กับแต่ละส่วนจะมีค่าอยู่ระหว่าง ประสิทธิภาพของ 2 SLS และ 3 SLS ที่ใช้กับโมเดลทั้งหมด^{1/} และประสิทธิภาพของ ZA ที่ใช้กับแต่ละส่วนจะอยู่ระหว่าง OLS และ ZA ที่ใช้กับโมเดลทั้งหมด

3.2.3 วิธีของ COURT^{2/}

วิธีนี้เป็นวิธีใหม่ซึ่งฟังจะพัฒนาขึ้นมาเมื่อไม่นานมานี้เองเพื่อแก้ปัญหาการมีขนาดตัวอย่างน้อยในกรณีที่ 3 เริ่มต้นจากสูตรการประมาณค่าพารามิเตอร์ของ 3 SLS ในสมการ (1.8) ซึ่งสามารถเขียนใหม่ได้ดังนี้

$$(3.47) \quad \hat{\delta}c = A'(I \otimes X'X)y$$

โดยที่เมทริกซ์ A สามารถหาค่าได้จากระบบสมการต่อไปนี้

$$(3.48) \quad \begin{bmatrix} \hat{\Sigma} \otimes X'X & (I \otimes X'X)Z \\ Z'(I \otimes X) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix}$$

ซึ่งส่วนแรกของระบบสมการนี้ก็คือ

$$(3.49) \quad (\hat{\Sigma} \otimes X'X)A = -(I \otimes X'X)ZC$$

^{1/}THEIL (1971) p 529, 537

^{2/}COURT (1974)



โดยที่

$$(3.50) \quad A = -[\hat{\Sigma}^{-1} \otimes (X'X)^{-1}] (I \otimes X') ZC$$

แทน (3.50) ในส่วนที่สองของระบบสมการ (3.48) จะได้

$$(3.51) \quad -Z'(I \otimes X) [\hat{\Sigma}^{-1} \otimes (X'X)^{-1}] (I \otimes X') ZC = I$$

และ

$$(3.52) \quad M = -(Z' [\hat{\Sigma}^{-1} \otimes X(X'X)^{-1} X'] Z)^{-1/2}$$

แทนค่า M ใน (3.50) จะได้

$$(3.53) \quad A = [\hat{\Sigma}^{-1} \otimes (X'X)^{-1}] (I \otimes X') Z (Z' [\hat{\Sigma}^{-1} \otimes X(X'X)^{-1} X'] Z)^{-1}$$

หรือ

$$(3.54) \quad A' = (Z' [\hat{\Sigma}^{-1} \otimes X(X'X)^{-1} X'] Z)^{-1} Z' (I \otimes X) [\hat{\Sigma}^{-1} \otimes (X'X)^{-1}]$$

แทนใน 3.47) จะได้

$$(3.55) \quad \hat{\delta}C = (Z' [\hat{\Sigma}^{-1} \otimes X(X'X)^{-1} X'] Z)^{-1} Z' (I \otimes X) [\hat{\Sigma}^{-1} \otimes (X'X)^{-1}] (I \otimes X') y$$

หรือ

$$(3.56) \quad \hat{\delta}C = (Z' [\hat{\Sigma}^{-1} \otimes X(X'X)^{-1} X'] Z)^{-1} Z' [\hat{\Sigma}^{-1} \otimes X(X'X)^{-1} X'] y$$

^{1/2}กฎในการแปลงดูได้จาก THEIL (1971) p 304

ซึ่งจะเรียกว่าเป็นวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ของ COURT ซึ่งจะมีลักษณะคล้ายกับวิธี 3 SLS แตกต่างกันตรงที่ว่าถึงแม้ $\hat{\Sigma}$ และ Σ จะไม่มีค่าอินเวส ซึ่ง 3 SLS จะใช้ไม่ได้อีกต่อไป แต่วิธีของ COURT ตาม (3.47) จะสามารถหาค่าพารามิเตอร์ได้

เงื่อนไขของวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ของ COURT ในมืออยู่ประการเดียวคือ เมทริกซ์

$$\begin{bmatrix} \hat{\Sigma} \otimes X'X & (I \otimes X'X)Z \\ Z'(I \otimes X)X & \underline{0} \end{bmatrix}$$

จะต้องสามารถหาค่าอินเวสได้ในกรณีที่ $\hat{\Sigma}$ ไม่มีค่าอินเวส เมทริกซ์ดังกล่าวจะสามารถหาค่าอินเวสได้จากระบบสมการ

$$(3.57) \quad \begin{bmatrix} \hat{\Sigma} \otimes X'X & (I \otimes X'X)Z \\ Z'(I \otimes X)X & \underline{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C & A \\ A' & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_a & \underline{0} \\ \underline{0} & I_b \end{bmatrix}$$

โดยที่

A	$\underline{\Delta}$	เป็นเมทริกซ์ขนาด	(MK x N)
D	$\underline{\Delta}$	เป็นเมทริกซ์ขนาด	(N x N)
C	$\underline{\Delta}$	เป็นเมทริกซ์ขนาด	(MK x MK)
I_a	$\underline{\Delta}$	เป็นเมทริกซ์ขนาด	(MK x MK)
I_b	$\underline{\Delta}$	เป็นเมทริกซ์ขนาด	(N x N)

COURT ได้ชี้ให้เห็นว่าภายใต้ข้อสมมติที่เกี่ยวกับตัวแปรต้นกระทบดังในหัวข้อ (1.2)

วิธีดังกล่าวนี้จะมีลักษณะคงเส้นคงวา และ

$$(3.58) \quad p \lim \sqrt{T} (\hat{\delta}C - \delta) \sim N[0, A'_X (\Sigma \otimes Q) A_X]$$

$$p \lim \sqrt{T} (\hat{\delta}C - \delta) \sim N[0, -D_X]$$

โดยที่

•	A'_X	$p \lim$	TA
	D_X	$p \lim$	TD
และ	Q	$p \lim$	$\frac{1}{T} X'X$

อย่างไรก็ตามวิธีของ COURT^{1/} จนถึงปัจจุบันยังไม่มีการใช้ในทางปฏิบัติแต่อย่างใด

วิธีนี้ข้อเสีย 2 ประการคือ

ประการแรก คุณสมบัติแบบมีข้อมูลไม่จำกัดของวิธีนี้ยังไม่เป็นที่ทราบแน่นอน¹

ประการที่สอง วิธีดังกล่าวนี้ไม่สามารถใช้กับ FIML ได้

วิธีการแก้ปัญหามีขนาดตัวอย่างน้อยในกรณีที่ $T < M$ นี้สามารถทำได้อีกทางหนึ่ง โดยการทำการหาอินเวอสมแบบทั่วไป ซึ่งจะได้กล่าวถึงโดยละเอียดในบทต่อไป



^{1/}COURT (1974) p 557

บทที่ 4

การแก้ปัญหาการมีขนาดตัวอย่างน้อยโดยการหาอินเวอร์สแบบทั่วไป

4.1 ลักษณะของอินเวอร์สแบบทั่วไป^{1/}

กำหนดระบบสมการคือ

$$(4.1) \quad Ax = b$$

โดยที่

A Δ เมทริกซ์ของสัมประสิทธิ์

b Δ เวกเตอร์ขนาด $(n \times 1)$ ของตัวคงที่

x Δ เวกเตอร์ขนาด $(n \times 1)$ ของตัวแปรต้นในปัญหา

ถ้า A มีขนาด $(n \times n)$ แล้ว ดังนั้น $r(A) = n$ ค่าของ x จาก
ระบบสมการ (4.1) จะสามารถหาได้จาก

$$(4.2) \quad x = A^{-1} b$$

โดยที่ A^{-1} เป็นค่าอินเวอร์สของ A แต่ถ้า A มีขนาด $(m \times n)$ โดย $m > n$
แล้วจะมีค่าอินเวอร์สทางด้านซ้ายไม่จำกัดจำนวน แต่จะไม่มีค่าอินเวอร์สทางด้านขวา เมื่อ $r(A) = n$
อย่างไรก็ตามเราสามารถใช่วิธีกำลังสองน้อยที่สุด เพื่อหาค่าอินเวอร์สที่แน่นอนของ A ได้

$$(4.3) \quad x = (A^t A)^{-1} A^t b \quad \Delta \quad A^+ b$$

$A^+ b$ ในที่นี้จะ เป็นคำตอบของระบบสมการ (4.1) เมื่อ $r(A) = n$ โดยที่ A^+
ก็คือ อินเวอร์สแบบทั่วไป ของ A

^{1/}NOBLE (1969) p 142-146, THEIL (1971) p 268-274

สำหรับในกรณีที่ $r(A) < n$ ก็สามารถหาคำตอบที่แน่นอนสำหรับระบบสมการ

(4.1) ได้ดังนี้

กำหนดให้ A มีขนาด $(m \times n)$ โดย $m < n$ และ $r(A) = m$

ให้แบ่งระบบสมการออกเป็นดังนี้

$$(4.4) \quad A = \begin{bmatrix} A_1 & A_2 \end{bmatrix}, \quad x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

โดยที่

$A_1 \triangleq$ เป็นเมทริกซ์ย่อยของ A มีขนาด $(m \times m)$ และมีค่าอินเวอร์ส

$A_2 \triangleq$ เป็นเมทริกซ์ย่อยของ A มีขนาด $[m \times (n - m)]$

$x_1 \triangleq$ เป็นเวกเตอร์ย่อยของ x มีขนาด $(m \times 1)$

$x_2 \triangleq$ เป็นเวกเตอร์ย่อยของ x มีขนาด $[(n - m) \times 1]$

ระบบสมการ (4.1) ก็สามารถเขียนได้ดังนี้

$$(4.5) \quad A_1 x_1 = b - A_2 x_2$$

คำตอบก็คือ

$$(4.6) \quad x_1 = A_1^{-1} (b - A_2 x_2)$$

ซึ่งจะได้หลายค่าขึ้นอยู่กับค่าของ x_2 ส่วนคำตอบที่แน่นอนนั้นจะสามารถหาได้โดยหาค่าค่าสุด

ของ $x'x$ โดยวิธีเงื่อนไขคือ $Ax = b$ ดังนี้

$$(4.7) \quad P = x'x + 2\lambda'(b - Ax)$$

โดยที่ P เป็นสเกลาร์ และ λ เป็นเวกเตอร์ขนาด $(m \times 1)$ ของ

ตัวคูณ Lagrange หาค่าคิฟที่เร็นซิเอชันของ P เทียบกับ x และ λ แล้ว

ให้เท่ากับศูนย์ จะได้

$$(4.8) \quad x = -A' \lambda$$

และ

$$(4.9) \quad Ax = b$$

แทน (4.8) ใน (4.9) จะได้

$$(4.10) \quad AA'\lambda = b \quad \lambda = (AA')^{-1}b$$

สมการ (4.10) นี้ถูกต้องเพราะ $r(AA') = m$ แทนใน (4.8) จะได้

$$(4.11) \quad x = A'(AA')^{-1}b$$

สมมติให้ A เป็นเมทริกซ์มีแรงค์เท่าไรก็ได้ เช่น $r(A) = k$ โดยที่ $k < m$ และ $k < n$ เมทริกซ์ A จะมีขนาด $(m \times n)$ เช่นเดิม ดังนั้นเราก็จะสามารถหาคำตอบที่แน่นอนของระบบสมการ (4.1) ได้โดย

1) หาค่าต่ำสุดของ $(b - Ax)'(b - Ax)$

2) หาค่าต่ำสุดของ $x'x$

เราสามารถแบ่งเมทริกซ์ A ออกได้เป็น 2 เมทริกซ์คือ

$$(4.12) \quad A = BC$$

โดยที่

B เมทริกซ์ขนาด $(m \times k)$ และ $r(B) = k$

C เมทริกซ์ขนาด $(k \times n)$ และ $r(C) = k$

หาค่าต่ำสุดตาม 1) จะได้

$$(4.13) \quad A'Ax = A'b$$

แต่ $r(A'A) = r(A) = k < n$ นั่นคือ $A'A$ ไม่มีค่าอีสเวสสมการ (4.13) จึงไม่สามารถหาคำตอบได้

จาก (4.12) เราสามารถเขียน (4.13) ใหม่ดังนี้

$$(4.14) \quad C'(B'B)Cx = C'B'b$$

เอา C คูณข้างหน้า

$$(4.15) \quad CC' (B'B) Cx = CC' B'b$$

เนื่องจาก CC' และ $B'B$ มีค่าอินเวอร์ส ดังนั้นเราจึงสามารถคูณ (4.15) ได้ด้วย $(CC')^{-1}$ จากนั้นคูณด้วย $(B'B)^{-1}$ จะได้

$$(4.16) \quad Cx = (B'B)^{-1} B'b$$

เนื่องจาก C เป็นเมทริกซ์ขนาด $(k \times n)$ และ $r(C) = k$ เราจึงสามารถหาคำตอบจาก (4.16) ได้เช่นเดียวกับ (4.11) ดังนี้

$$(4.17) \quad x = C'(CC')^{-1} (B'B)^{-1} B'b = A^+ b$$

A^+ นี้เรียกว่า MOORE-PENROSE-Inverse ของ $A^{1/}$ ซึ่งเป็นแบบที่มีความสำคัญมากของอินเวอร์สแบบทั่วไป MOORE-PENROSE-Inverse มีค่าจำกัดความดังนี้คือ

$$(4.18) \quad A^+ = C'(CC')^{-1} (B'B)^{-1} B'$$

NOBLE ได้แสดงให้เห็นว่า ไม่ว่า A จะมีลักษณะอย่างไรก็สามารถเขียนได้ตาม (4.12)

เสมอ ^{2/} MOORE-PENROSE-Inverse จะมีคุณลักษณะ 4 ประการคือ

$$(4.19) \quad AA^+ A = A$$

$$(4.20) \quad A^+ AA^+ = A^+$$

$$(4.21) \quad (AA^+)' = AA^+$$

$$(4.22) \quad (A^+ A)' = A^+ A$$

^{1/}PENROSE (1955)

^{2/}NOBLE (1969) p 144-145 ทฤษฎี 5.21

และ MOORE-PENROSE-Inverse ของเมทริกซ์ใด ๆ จะมีเพียงค่าเดียว ¹

วิธีการคำนวณหา MOORE-PENROSE-Inverse นั้นสามารถแสดงได้อีกในรูปแบบหนึ่งดังนี้
เริ่มต้นจากเมทริกซ์ A ซึ่งมีขนาด $(m \times n)$ และมีเร็งค คือ k เมทริกซ์
 $A'A$ จะได้ส่วนกัน และเป็น พ้อยซิทีฟ-ดีฟิไนที ค่ามูลค่าลักษณะและเวกเตอร์
ลักษณะของ $A'A$ จะสามารถหาค่าได้จากสมการ

$$(4.23) \quad (A'A - \lambda I)y = \underline{0}$$

และ

$$(4.24) \quad |A'A - \lambda I| = 0$$

โดยที่ λ เป็นสเกลาร์และ y เป็นเวกเตอร์ขนาด $(n \times 1)$ ซึ่งเป็นคำตอบที่ต้องการ
และเป็นไปตามเงื่อนไข $y'y = 1$

เราสามารถแบ่งเวกเตอร์ลักษณะออกเป็น $[H \ K]$ โดยที่

$H \ \Delta$ เป็นเมทริกซ์ขนาด $(n \times k)$ ของเวกเตอร์ลักษณะซึ่งมีค่ามูลค่า

ลักษณะเป็นบวก (เนื่องจาก $r(A'A) = r(A) = k$)

$K \ \Delta$ เป็นเมทริกซ์ขนาด $[n \times (n-k)]$ ของเวกเตอร์ลักษณะซึ่งมี

รากของศูนย์อยู่เป็นจำนวน $(n-k)$ ตัว

เนื่องจากเมทริกซ์ของเวกเตอร์ลักษณะเป็น ออโธโกนัล ดังนั้น

$$(4.25) \quad H'H = I, \quad K'K = I, \quad H'K = \underline{0}$$

$$[H \ K] \begin{bmatrix} H' \\ K' \end{bmatrix} = I,$$

$$(4.26) \quad HH' + KK' = I$$

เนื่องจากเวกเตอร์ลักษณะใน K นั้นมีรากของศูนย์อยู่ ดังนั้น $A'AK = \underline{0}$

และ $(AK)'AK = \underline{0}$ และดังนั้น $AK = \underline{0}$, $AKK' = \underline{0}$ เอา A คูณ

ข้างหน้าสมการ (4.26) จะได้

$$(4.27) \quad AHH' = A$$

กำหนดเมทริกซ์ D ซึ่งมีลักษณะดังต่อไปนี้

D \triangleq เป็นเมทริกซ์ขนาด $(k \times k)$ ที่เป็นเส้นทแยงมุม โดยค่าที่เส้นทแยงมุม เป็นค่ามูลค่าลักษณะ ของ $A'A$ ซึ่งเป็นบวก
ดังนั้น

$$(4.28) \quad A'A = HDH'^{1/}$$

MOORE-PENROSE-Inverse ของ $A'A$ ก็คือ

$$(4.29) \quad (A'A)^+ = HD^{-1}H'$$

MOORE-PENROSE-Inverse ของ A ก็คือ

$$(4.30) \quad A^+ = (A'A)^+ A' = H.D^{-1}H'A'$$

สมการ (4.29) และ (4.30) จะมีคุณสมบัติตาม (4.19) -- (4.22) ทุกประการ^{2/} ค่า MOORE-PENROSE-Inverse นี้จะมีค่าเพียง ดังนั้น (4.29) จะเหมือนกับ (4.18) เมื่อ A ใน (4.12) ได้ส่วนกัน และเป็นพ้อยซีดีฟงเค้ฟฟิอิต และสามารถแทน $(A'A)^+$ ใน (4.29) ด้วย A^+ และ $(BC)^+$ โดยที่ $B = C'$ จาก (4.29) จะเห็นได้ว่า $(A'A)^+ = (A'A)^{-1}$ เมื่อ $r(A'A) = n$ ดังนั้น (4.30) จึงเหมือนกับ (4.18) เมื่อ A มีค่าอินเวอส

^{1/}THEIL (1971) p. 270

^{2/}THEIL (1971) p. 270

4.2 สำหรับปัญหากรณีที่ 1

ปัญหาการมีขนาดตัวอย่างน้อยในกรณีที่ 1 ก็คือการมีขนาดข้อมูลน้อยกว่าจำนวนตัวแปรต้นในสมการ ซึ่งดังที่ได้กล่าวมาแล้วในบทที่ 3 ว่า พบน้อยมากในทางปฏิบัติ ดังนั้นในที่นี้จึงจะกล่าวถึงไว้แต่เพียงเล็กน้อยเท่านั้น

สำหรับ OLS จะเกิดปัญหากรณีที่ 1 ขึ้นเมื่อ $T < n_{\mu}$ กรณีนี้เมทริกซ์ Z_{μ} จากสมการ (1.3) ซึ่งมีขนาด $(T \times n_{\mu})$ จะมี $r(Z_{\mu}) = T$ วิธีแก้ปัญหาก็ทำได้เช่นเดียวกับ (4.11) คือ

$$(4.31) \quad \hat{\sigma}_{\mu}^{OLS} = Z_{\mu}'(Z_{\mu}'Z_{\mu})^{-1} y_{\mu}$$

ส่วนวิธี ZA นั้น ปัญหากรณีที่ 1 จะเกิดขึ้นเมื่อ $T < \max n_{\mu}$ วิธีแก้ปัญหาก็ต้องเขียนสูตร (1.17) เสียใหม่ดังนี้

$$(4.32) \quad \hat{\delta}_{ZA} = \begin{bmatrix} \hat{\sigma}_{11}^{11} Z_1' Z_1 & \dots & \hat{\sigma}_{1M}^{1M} Z_1' Z_M \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{\sigma}_{M1}^{M1} Z_M' Z_1 & \dots & \hat{\sigma}_{MM}^{MM} Z_M' Z_M \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} M & \hat{\sigma}_{1\mu}^{1\mu} Z_1' y_{\mu} \\ \Sigma & \\ \mu=1 & \\ \vdots & \\ M & \hat{\sigma}_{M\mu}^{M\mu} Z_M' y_{\mu} \\ \Sigma & \\ \mu=1 & \end{bmatrix}$$

อินเวรสแบบทั่วไป ซึ่งอยู่ทางด้านขวามือของสมการนั้น สามารถคำนวณได้ตาม (4.29) เพราะเมทริกซ์ที่ต้องการหาค่าอินเวสนั้นได้ส่วนกัน วิธีการคำนวณนั้นเป็นตามวิธีของ ZA ที่ได้กล่าวมาแล้ว คือใช้ Aitken-Method กับระบบสมการ (1.2) แต่ใช้ อินเวรสแบบทั่วไป ส่วนค่า $\hat{\sigma}_{ij}$ นั้นได้จากวิธี OLS เช่นเดิม ซึ่งสำหรับสมการที่เกิดปัญหาก็ให้ใช้วิธีตาม (4.31)

สำหรับวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบอื่น ๆ คือ 2 SLS, LIML, k-class และ 3 SLS นั้น ต้องประมาณค่าพารามิเตอร์ของสมการลดรูปเสียก่อน และเนื่องมาจากเงื่อนไข (3.2) และ (3.6) จึงทำให้เกิดปัญหากรณีที่ 2 พร้อมกันไปด้วย ดังนั้นปัญหานี้จึงจะกล่าวถึงในหัวข้อต่อไป

4.3 สำหรับปัญหากรณีที่ 2

ปัญหาการมีขนาดตัวอย่างน้อยกรณีที่ 2 นี้เกิดขึ้นเมื่อมีจำนวนข้อมูลน้อยกว่าจำนวนตัวแปรต้นที่ถูกกำหนดก่อนทั้งหมดของโมเดล หรือเมื่อ $T < K$ ซึ่งจะทำให้ $r(X'X) = r(X) \leq T$ ดังที่แสดงไว้ในบทที่ 2 สำหรับการแก้ปัญหาโดยใช้วิธีสแวนแบบทั่วไปนั้น จะทำให้วิธี 2 SLS, k-class และ LIML เหมือนกับ OLS ซึ่งแสดงได้ดังนี้

สูตรการหาค่าพารามิเตอร์ตามแบบของ k-class ซึ่งได้แสดงไว้ใน (1.15) นั่นก็คือ

$$\hat{\delta}_k = \begin{bmatrix} Y'_\mu Y_\mu - k\hat{V}'_\mu \hat{V}_\mu & Y'_\mu X_\mu \\ X'_\mu Y_\mu & X'_\mu X_\mu \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} Y'_\mu y_\mu - k\hat{V}'_\mu y_\mu \\ X'_\mu y_\mu \end{bmatrix}$$

วิธี 2 SLS นั้นต่างจาก LIML เฉพาะตรงค่าของ k เท่านั้น และวิธีที่กล่าวนี้ทุกวิธีต่างจาก OLS ตรงเมทริกซ์หรือเวกเตอร์ที่มี \hat{V}_μ อยู่เท่านั้น \hat{V}_μ นั้นตาม (1.13b) ก็คือ

$$(4.33) \quad \hat{V}_\mu = Y_\mu - \hat{Y}_\mu$$

$$\text{ถ้า } r(X'X) = X \quad \text{แล้ว จาก (1.13 a) } \hat{Y}_\mu = X(X'X)^{-1} X'Y$$

ซึ่งก็คือการใช้วิธีกำลังสองน้อยที่สุดกับสมการถดถุมนั้นเอง และจะเหมือนกับสมการ (4.3) ที่กล่าวมาแล้วในหัวข้อ 4.1 นั้นเอง แต่เมื่อ $T < K$ เราก็สามารถประมาณค่าพารามิเตอร์ของสมการถดถุมนั้นได้โดยใช้วิธีกำลังสองน้อยที่สุด คือ หาค่าต่ำสุดของ $\hat{V}'_k \hat{V}_k$ ภายใต้เงื่อนไข $r(X) = T^{1/2}$ สำหรับสมการ (4.33) นั้นจะเขียนได้เป็น

$$(4.34) \quad \hat{V}_\mu = Y_\mu - X\hat{\pi}_\mu = Y_\mu - XX'(XX')^{-1} Y_\mu \\ = \hat{\pi}_\mu \text{ เมื่อ } r(X) = T < K$$

ดังนั้น
$$\tilde{v}_\mu = y_\mu - \hat{y}_\mu = 0$$

เมื่อเป็นเช่นนี้สูตรของ k-class จะกลายเป็น

$$(4.35) \quad \hat{\delta}_\mu^k = \begin{bmatrix} Y'_\mu & Y_\mu & Y'_\mu X_\mu \\ X'_\mu & Y_\mu & X'_\mu X_\mu \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} Y'_\mu & Y_\mu \\ X'_\mu & Y_\mu \end{bmatrix} = \hat{\delta}_\mu^{\text{OLS}}$$

วิธี k-class จะเหมือนกับ OLS^{1/} สูตร (4.35) ซึ่งก็คือสูตร (1.15)

เมื่อ $\tilde{v}_\mu = 0$ นี้จะมีคุณสมบัติเมื่อข้อมูลไม่จำกัดเช่นเดียวกับ 2 SLS, LIML หรือ k-class ทุกประการ อย่างไรก็ตามจนถึงปัจจุบันก็ยังไม่มีความอธิบายว่าในกรณีที่มีขนาดตัวอย่างน้อย กล่าวคือการใช้ OLS เมื่อเกิดปัญหาการตี 2 นั้นพารามิเตอร์ที่ได้จะมีคุณสมบัติเช่นเดียวกับคุณสมบัติแบบข้อมูลไม่จำกัดหรือไม่ และการใช้ OLS เมื่อเกิดปัญหาการตี 2 จะให้พารามิเตอร์ที่มีคุณสมบัติดีกว่า วิธี 2SLS และ LIML ตามที่กล่าวมาในหัวข้อ 3.1 หรือไม่ อย่างไรก็ตาม THEIL, FISHER and WADYCKI และ RUBLE^{2/} มีความเห็นว่าวิธี 2 SLS และ LIML ที่กล่าวมาในหัวข้อ 3.1 จะดีกว่าการใช้ OLS

สำหรับวิธี 3 SLS และ ZA นั้นเมื่อเกิดปัญหาการตี 2 การใช้

อินเวอสมแบบทั่วไป จะทำให้ 3 SLS เหมือนกับ ZA กล่าวคือ

$$\hat{\sigma}_{ij}^2 z_i' X(X'X)^{-1} X'z_j \quad \text{จะเป็น} \quad \hat{\sigma}_{ij}^2 z_i' z_j \quad \text{และ} \quad \sum_{\mu=1}^M \hat{\sigma}_{i\mu}^2 z_i' X(X'X)^{-1} X'y_\mu \quad 3/$$

^{1/}SWAMY and HOLMES (1971), FISHER and WADYCKI (1971)

^{2/}THEIL(1971) p 534-535, FISHER and WADYCKI(1971) p 464,

^{3/}RUBLE (1968) p 108-109

จะเป็น $\sum_{\mu=1}^M \hat{\sigma}_{i\mu}^2 z'_{i\mu} y_{i\mu}$ ด้วยวิธีที่ได้แสดงมาแล้วจาก (1.15) ไปเป็น (4.35)^{1/}
 นั่นเอง

4.4 สำหรับกรณีที่ 3

4.4.1 การหาค่าฮิสเวสแบบทั่วไปของเมทริกซ์ $\hat{\Sigma}$

ปัญหาการมีขนาดตัวอย่างน้อยกรณีที่ 3 เกิดขึ้นเมื่อมีจำนวนข้อมูลน้อยกว่า
 จำนวนสมการพหุคูณอันดับผลให้ $\hat{\Sigma}$ ซึ่งจะใช้แทน Σ ไม่มีค่าฮิสเวส ดังที่ได้แสดงมา
 แล้วในหัวข้อ 2.2 ว่าเมทริกซ์ $\hat{\Sigma}$ ก็คือ

$$(4.36) \quad \hat{\Sigma} = \frac{1}{2} \hat{U}' \hat{U}$$

โดยที่ \hat{U} เป็นเมทริกซ์ขนาด $(T \times M)$ ของส่วนเหลือ จำนวน T ตัวจากสมการโครง
 สร้าง M สมการ เมื่อ $T < M$ จะทำให้เมทริกซ์ $\hat{\Sigma}$ ซึ่งมีขนาด $(M \times M)$ มี

$$(4.37) \quad r(\hat{\Sigma}) = r(\hat{U}) \leq T < M$$

หรือเขียนโดยทั่วไปว่า $r(\hat{\Sigma}) = T < M$ ดังนั้น $\hat{\Sigma}$ จึงไม่มีค่าฮิสเวส

ดังที่ได้แสดงมาแล้วในหัวข้อ 4.1 จากสมการ (4.12) ถึง (4.18)

ถึงวิธีการหาค่า ฮิสเวสแบบทั่วไปของเมทริกซ์ใด ๆ ซึ่งมีขนาด $(m \times n)$ และมีเร็งค คือ
 k ในกรณีของ $\hat{\Sigma}$ ก็เช่นกัน คือ $m = M$, $n = m = M$ และ $k = T$ เรา

สามารถแยก (4.36) ได้เช่นเดียวกับ (4.12) และเพิ่มค่าคงที่ $\frac{1}{T}$ เข้าไปใน

(4.36) ซึ่งสามารถทำได้โดยกำหนดให้

$$(4.38) \quad \hat{U}_T = \frac{1}{\sqrt{T}} \hat{U}$$

^{1/}SWAMY and HOLMES (1971) p 458

และ

$$(4.39) \quad \hat{\Sigma} = \hat{U}_T' \hat{U}_T$$



โดยที่

\hat{U}_T' เช่นเดียวกับเมทริกซ์ B ใน (4.12) และมีขนาด $(M \times T)$

$$\text{มี } r(\hat{U}_T') = T$$

\hat{U}_T เช่นเดียวกับเมทริกซ์ C ใน (4.12) และมีขนาด $(T \times M)$

$$\text{มี } r(\hat{U}_T) = T$$

จากสมการ (4.18) เราจึงสามารถหาค่า อีสเวสแบบทั่วไปของ $\hat{\Sigma}$ ได้จาก

$$(4.40) \quad \hat{\Sigma}^+ = \hat{U}_T' (\hat{U}_T \hat{U}_T')^{-1} (\hat{U}_T \hat{U}_T')^{-1} \hat{U}_T$$

และเพื่อให้การคำนวณสั้นเข้า เราสามารถหาค่า $\hat{\Sigma}^+$ ได้ตาม (4.29)

ดังนี้

$$(4.41) \quad \hat{\Sigma}^+ = E \Lambda^{-1} E'$$

โดยที่ $E \underline{\Lambda}$ เป็น เมทริกซ์ ขนาด $(M \times T)$ ของเวกเตอร์ลักษณะ มีจำนวนเท่ากับ T ซึ่งมีค่า มูลค่าลักษณะ ของ $\hat{\Sigma}$ เป็นบวก

$\Lambda \underline{\Delta}$ เป็น เมทริกซ์ ขนาด $(T \times T)$ ซึ่งเป็นเส้นทแยงมุมซึ่งค่าบนเส้นทแยงมุม เป็นค่า มูลค่าลักษณะของ $\hat{\Sigma}$ ที่เป็นบวกจำนวน T ตัว

เช่นเดียวกับที่ได้แสดงมาแล้วในหัวข้อ 4.1 สมการ (4.40) จะเหมือนกับ

(4.41) เนื่องจาก MOORE-PENROSE-Inverse มีค่าเดียว

4.4.2 สำหรับวิธีกำลังสองน้อยที่สุด

การใช้อีสเวสแบบทั่วไปกับวิธี 3 SLS นั้นแสดงได้โดยเริ่มต้นจากสมการโครงสร้าง

(1.6) ดังนี้

$$(I \otimes X')y = (I \otimes X')z\delta + (I \otimes X')u$$

เมทริกซ์ความแปรปรวนร่วมของ u นั้นจาก (1.7) เขียนได้ดังนี้

$$(4.42) \quad \text{var} [(I \otimes X')u] = \Sigma \otimes X'X$$

และ

$$(4.43) \quad [\text{var} [(I \otimes X')u]]^{-1} = \Sigma^{-1} \otimes (X'X)^{-1}$$

ในการประมาณค่าพารามิเตอร์เราจะแทนด้วย

$$(4.44) \quad \hat{\text{var}} [(I \otimes X')u] = \hat{\Sigma} \otimes X'X$$

เมื่อ $r(\hat{\Sigma}) = T < M$ เราจะไม่สามารถแทน Σ^{-1} ในสูตร (4.43) ได้ด้วย $\hat{\Sigma}^{-1}$ แต่จะต้องแทนด้วย $\hat{\Sigma}^+$ ซึ่งคำนวณมาได้ตาม (4.41) การแทนอินเวอสมแบบทั่วไปใน (4.43) นั้นเป็นไปตามทฤษฎีของ SCHOENFELD^{1/} ซึ่งจะได้

$$(4.45) \quad [\hat{\text{var}} [(I \otimes X')u]]^+ = \hat{\Sigma}^+ \otimes (X'X)^+ = \hat{\Sigma}^+ \otimes (X'X)^{-1}$$

สำหรับเมทริกซ์ความแปรปรวนร่วมของพารามิเตอร์นั้น ZELLNER and THEIL^{2/} แสดงไว้โดยเริ่มต้นจาก

$$(4.46) \quad \text{plim} [\hat{\Sigma} \otimes X'X] = \Sigma \otimes X'X$$

สูตรการหาค่าพารามิเตอร์สำหรับวิธี 3 SLS ใหม่จะเป็น

$$(4.47) \quad \hat{\delta}_{3 \text{ SLS}} = [z'(I \otimes X)X] [\hat{\Sigma}^+ \otimes (X'X)^{-1}] (I \otimes X'X) z]^{-1} z'(I \otimes X)X [\hat{\Sigma}^+ \otimes (X'X)^{-1}] (I \otimes X'X)y$$

^{1/}SCHOENFELD (1973)

^{2/}ZELLNER and THEIL (1962) p 59-60

จาก (4.46) จะได้

$$(4.48) \quad \text{plim} [\hat{\Sigma}^{-1} \otimes (X'X)^{-1}] = (\Sigma \otimes X'X)^{-1} \\ = \Sigma^{-1} \otimes (X'X)^{-1}$$

และในรูปของอีสเวสแบบทั่วไปจะได้

$$(4.49) \quad \text{plim} [\hat{\Sigma}^+ \otimes (X'X)^+] = (\Sigma \otimes X'X)^+ \\ = \Sigma^{-1} \otimes (X'X)^{-1}$$

ซึ่งเนื่องมาจาก $(X'X)^{-1} = (X'X)^+$ เมื่อไม่เกิดปัญหาการที่ 2 และ $\hat{\Sigma}^+ = \hat{\Sigma}^{-1}$

เมื่อ $T \gg K$ ดังนั้น $\text{plim} \hat{\Sigma}^+ = \Sigma^{-1}$ ดังนั้น

$$(4.50) \quad Z'(I \otimes X) [\hat{\Sigma}^+ \otimes (X'X)^{-1}] (I \otimes X')Z$$

จึงเป็นค่าประมาณที่มีคุณสมบัติคงเส้นคงวาของ

$$(4.51) \quad Z'(I \otimes X) [\Sigma^{-1} \otimes (X'X)^{-1}] (I \otimes X')Z$$

ประสิทธิภาพเมื่อข้อมูลไม่จำกัดของ 3 SLS ใหม่จะสูงกว่า 2 SLS^{1/} เช่นเดียวกับวิธี 3 SLS เดิม เนื่องจากเมื่อ $T > M$ แล้ว $\hat{\Sigma}^+ = \hat{\Sigma}^{-1}$ และเมื่อจำนวนตัวอย่างหรือข้อมูลเพิ่มขึ้น $\hat{\Sigma}^{-1}$ จะเข้าใกล้ Σ^{-1} หรือเรียกอีกอย่างหนึ่งว่าเป็นค่าประมาณที่คงเส้นคงวาของ Σ^{-1} นั่นเอง^{2/} วิธีพิสูจน์ค่ากล่าวที่เกี่ยวกับ 3 SLS ใหม่จึงไม่เปลี่ยนแปลง นอกจากนั้นข้อสมมติต่าง ๆ ที่เกี่ยวกับ Σ และ Σ^{-1} ก็ไม่เปลี่ยนแปลง

^{1/}ZELINER and THEIL (1962) p 61-63

^{2/}THEIL (1971) p 497

ถึงแม้จะเกิดปัญหาการมีขนาดตัวอย่างน้อยขึ้น เนื่องจากเมทริกซ์ Σ ประกอบด้วยพารามิเตอร์ที่ไม่ขึ้นอยู่กับขนาดตัวอย่างแต่อย่างใด

ดังนั้นการใช้วิธีเอสแวนสแบบทั่วไปกับวิธี 3 SLS เมื่อเกิดปัญหาการมีขนาดตัวอย่างน้อยกรณีที่ 3 ตามสูตร (4.47) จะได้พารามิเตอร์ที่มีคุณสมบัติเมื่อข้อมูลไม่จำกัดเช่นเดียวกับ 3 SLS เดิมทุกประการ

4.4.3 สำหรับวิธี Full-Information Maximum-Likelihood

ดังที่ได้แสดงมาแล้วในหัวข้อ 2.2 ว่าเราจะใช้วิธี FIML ได้ก็ต่อเมื่อ

$T > (G + K)$ และดังนั้น $T > G \geq M$ ซึ่งหมายถึงว่าถึงแม้ว่า $T \gg M$

ก็ยังไม่สามารถใช้วิธี FIML ในการประมาณค่าพารามิเตอร์ของโมเดลได้จะต้องมี

$T > (G + K)$ ด้วย ดังนั้นในกรณีที่เกิดปัญหาการมีขนาดตัวอย่างน้อยกรณีที่ 3

คือ $T < M$ ถึงแม้จะใช้เอสแวนสแบบทั่วไป คือ $\hat{\Sigma}^+$ ก็จะไม่ทำให้สามารถใช้วิธี FIML

ได้แต่อย่างใด วิธีแก้ปัญหาจึงสามารถทำได้โดยใช้ FIML กับโมเดลที่แบ่งออกเป็นส่วน ๆ

ดังที่ได้กล่าวมาแล้วในหัวข้อ 3.22

สถาบันวิจัยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 5

การประมาณค่าพารามิเตอร์โมเดล
เศรษฐศาสตร์มหภาคของประเทศไทย5.1 ข้อสมมติฐาน

เป้าหมายสำคัญของงานวิจัยนี้ นอกจากจะพยายามศึกษาลักษณะและขอบเขตของปัญหาการมีขนาดตัวอย่างน้อยแล้ว ยังจะได้แสดงวิธีการแก้ปัญหาด้วยการใช้อินเวอสมแบบทั่วไป สำหรับวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบต่าง ๆ ที่ได้รับการพัฒนาขึ้นจนถึงปัจจุบันอีกด้วย สำหรับปัญหากรณีที่ 1 นั้น สามารถที่จะละเลยเสียได้เนื่องจากเกิดขึ้นน้อยมากในทางปฏิบัติ ส่วนปัญหากรณีที่ 2 นั้น พบได้บ่อยมากในทางปฏิบัติ และในปัจจุบันได้มีการพัฒนาวิธีแก้ไขแล้วมากมายหลายวิธี (หัวข้อ 3.1) ในอีกทางหนึ่งการใช้อินเวอสมแบบทั่วไปเพื่อแก้ปัญหานี้ จะทำให้วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบ k-class (รวม 2SLS และ LIML) เหมือนกับ OLS และ 3SLS จะเหมือนกับ ZA ด้วยเหตุผลดังกล่าวจึงยังนิยมใช้วิธี OLS กับปัญหากรณีที่ 2 อยู่ อย่างไรก็ตาม ปัญหาที่เกิดขึ้นกับการใช้ OLS กับโมเดลที่เป็นสมมติฐานเชิงอวกจะทำให้ OLS ไม่ใช่วิธีที่ดีที่สุดในการแก้ปัญหาคกรณีที่ 2 ได้

ถ้าหากเราพิจารณาถึงประสิทธิภาพของพารามิเตอร์ที่จะได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทุกสมการพร้อมกันแล้ว โดยจะใช้วิธี 3SLS ในการประมาณค่าพารามิเตอร์ของโมเดลในกรณีที่เกิดปัญหากรณีที่ 2 เราก็จะพบอุปสรรคเนื่องจากเงื่อนไข (3.10) บังคับไว้ว่า

$$X_{\mu} \in X_I, \quad \mu = 1, \dots, M$$

กล่าวคือเมื่อเกิดปัญหากรณีที่ 2 ขึ้น เราก็จะต้องรวมเอาตัวแปรผัน X_{μ} ของทุกสมการพฤติกรรมเข้าด้วยกันเพื่อสร้างเมทริกซ์ X_I ซึ่งจะใช้เป็นตัวแปรผันเครื่องมือต่อไป แต่ถึงแม้จะเลือกเอาตัวแปรผันที่ซ้ำ ๆ กันออกแล้วก็ตาม ในทางปฏิบัติเราก็มักจะพบกับปัญหาว่าตัวแปรผันที่เราต้องเก็บไว้เป็นตัวแปรผันเครื่องมือ นั้นมักจะมีจำนวนมากจนอาจจะให้ $z(X_I)$ ไม่น้อยกว่า $z(X)$ แต่อย่างใด ในกรณีเช่นนี้วิธีแก้ปัญหาที่แสดงไว้ในหัวข้อ 3.1 ก็จะไม่สามารถช่วยได้ ต้องใช้วิธีที่ได้แสดงไว้ในหัวข้อ 3.2 หรือไม่ก็ต้องใช้อินเวอสมแบบทั่วไป

ในกรณีที่ใช้อินเวอสมันต์ทั่วไปนั้นจะทำได้โดยในขั้นแรกประมาณค่าพารามิเตอร์ของสมการโครงสร้างแต่ละสมการเสียก่อนด้วยวิธี OLS จากนั้นจึงประมาณค่าพารามิเตอร์ของทุกสมการพร้อมกันด้วยวิธี ZA พารามิเตอร์ที่ได้นั้นจะมีประสิทธิภาพสูงขึ้น เนื่องจาก ประสิทธิภาพเมื่อข้อมูลไม่จำกัดของวิธี ZA นั้น จะเหมือนกับ 3SLS และของวิธี OLS จะเหมือนกัน 2SLS (ดูหัวข้อ 4.3) ซึ่งวิธี 3SLS นั้น มีประสิทธิภาพสูงกว่า 2SLS และ ZA จะมีประสิทธิภาพสูงกว่า OLS ประสิทธิภาพที่เพิ่มขึ้นนี้ได้รับการทดสอบแล้วว่าเป็นจริงแม้ว่าจะมีขนาดตัวอย่างน้อยก็ตาม^{1/}

ถ้านอกจากจะเกิดปัญหากรณีที่ 2 แล้วยังเกิดปัญหากรณีที่ 3 อีกด้วย กรณีเช่นนี้การใช้อินเวอสมันต์ทั่วไปตามที่กล่าวมาแล้วในหัวข้อ 4.4 ก็จะทำให้ประสิทธิภาพของพารามิเตอร์ที่ได้จากวิธี ZA จะสูงกว่าจากวิธี OLS เช่นกัน ซึ่งอาจจะเขียนได้ดังนี้

$$(5.1) \quad \text{ประสิทธิภาพของ } \hat{\delta}_{OLS} \leq \text{ประสิทธิภาพของ } \hat{\delta}_{ZA\text{-subs}} < \text{ประสิทธิภาพของ } \hat{\delta}_{ZA^+}$$

กล่าวคือถ้าเราแบ่งโมเดลออกเป็น ส่วน ๆ แล้วประมาณค่าพารามิเตอร์ของแต่ละส่วนด้วยวิธี ZA พารามิเตอร์ที่ได้จะมีประสิทธิภาพสูงกว่าการประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธี OLS แต่ถ้าเราแทน $\hat{\Sigma}^{-1}$ ด้วย $\hat{\Sigma}^+$ ในวิธี ZA เราจะได้พารามิเตอร์ที่มีประสิทธิภาพสูงที่สุด

ถ้าหากเกิดเฉพาะปัญหากรณีที่ 3 เราก็สามารถแสดงได้เช่นเดียวกับ (5.1) คือ

$$(5.2) \quad \text{ประสิทธิภาพของ } \hat{\delta}_{2SLS} < \text{ประสิทธิภาพของ } \hat{\delta}_{3SLS\text{-subs}} < \text{ประสิทธิภาพของ } \hat{\delta}_{3SLS^+}$$

กล่าวคือถ้าเราแบ่งโมเดลออกเป็น ส่วน ๆ แล้วประมาณค่าพารามิเตอร์ของแต่ละส่วนด้วยวิธี 3SLS พารามิเตอร์ที่ได้จะมีประสิทธิภาพสูงกว่าการประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธี 2SLS แต่ถ้าเราแทน $\hat{\Sigma}^{-1}$ ด้วย $\hat{\Sigma}^+$ ในวิธี 3SLS เราจะได้พารามิเตอร์ที่มีประสิทธิภาพสูงที่สุด

5.2 โมเดลเศรษฐศาสตร์มหภาคของประเทศไทย

จากข้อสมมุติฐานที่ได้กล่าวมาแล้ว เราจะได้ทดสอบในทางปฏิบัติโดยการประมาณค่าพารามิเตอร์

^{1/} ZELLNER and THEIL (1962) และ ZELLNER (1962)

ในโมเดลเศรษฐศาสตร์มหภาคของประเทศไทย เพื่อหาข้อสรุปที่จะเป็นการพัฒนาไปสู่วิธีการที่จะได้ค่าพารามิเตอร์ซึ่งมีประสิทธิภาพสูงกว่าวิธีที่ใช้กันอยู่ในปัจจุบัน

สำหรับโมเดลเศรษฐศาสตร์มหภาคเพื่อใช้ทดสอบข้อสมมุติฐานนั้น ถึงแม้จนถึงปัจจุบันในประเทศไทยจะได้มีการสร้างโมเดลเศรษฐศาสตร์มหภาคไว้มากมายหลายโมเดลแล้วก็ตาม แต่ในงานวิจัยนี้จะเลือกโมเดลซึ่งสร้างโดยกองวางแผนเศรษฐกิจและสังคม สำนักงานสภาพัฒนาการเศรษฐกิจและสังคมแห่งชาติ^{1/} ในปี 2523 เป็นโมเดลสำหรับการวิเคราะห์ในทางปฏิบัติ เนื่องจากเหตุผลหลายประการด้วยกันคือ

1. โมเดลดังกล่าวเป็นโมเดลที่สร้างขึ้นใหม่ที่สุด ข้อมูลที่ใช้จึงสามารถเก็บรวบรวมและเพิ่มเติมได้ง่าย และโอกาสที่จะเกิดข้อผิดพลาดเกี่ยวกับข้อมูลจะมีน้อยกว่าโมเดลอื่น ๆ

2. โมเดลดังกล่าวเป็นโมเดลที่ใช้ประโยชน์อยู่ในปัจจุบัน โดยเฉพาะในการวางแผนพัฒนาเศรษฐกิจและสังคมฉบับที่ 5

3. โมเดลดังกล่าวเกิดลักษณะปัญหาตรงตามที่ต้องการวิเคราะห์ อย่างไรก็ตามโมเดลดังกล่าวซึ่งประกอบไปด้วยกว่า 200 สมการ ก็ไม่เหมาะสมที่จะนำมาใช้วิเคราะห์โดยทันที จำเป็นที่จะต้องปรับปรุงทั้งในด้านโครงสร้างของโมเดลและการกำหนดตัวแปรผันในแต่ละสมการเสียใหม่เพื่อให้ได้ความสัมพันธ์ที่ดีขึ้น

ส่วนที่ได้ปรับปรุงไปนั้นมีสาระสำคัญดังต่อไปนี้คือ

1. การกำหนดผลผลิตในภาคเกษตรกรรมแต่เดิมแยกเป็นรายภาคนั้น ได้เปลี่ยนเป็นความสัมพันธ์รวมทั้งประเทศเพราะเชื่อว่าจะให้ความสัมพันธ์ทางสถิติที่ดีกว่า

2. สมการกำหนดผลผลิตขั้นสําปะหลังซึ่งแต่เดิมเป็นสมการเอกลักษณ์ และถือเป็นส่วนเหลือ แต่เพื่อให้สอดคล้องกับการพิจารณาความสัมพันธ์รวมทั้งประเทศ จึงได้เปลี่ยนมาเป็นสมการพฤติกรรม

3. การกำหนดมูลค่าเพิ่มในภาคเกษตรกรรมได้เปลี่ยนมาเป็นมูลค่าเพิ่มรวมทั้งประเทศด้วย

^{1/} กองวางแผนเศรษฐกิจและสังคม (2523)

4. มูลค่าเพิ่มสาขาการค้าส่งและค้าปลีกจากการสั่งซื้อสินค้าเข้าและจากเหมืองแร่ แต่เดิมกำหนดความสัมพันธ์ในรูปแบบโน้มได้ เปลี่ยนมาเป็นตัวแปรผันที่ถูกกำหนดก่อนภายนอกโมเดล

5. สมการที่อธิบายพฤติกรรมของราคาและมูลค่าการผลิตรายภาคไม่ค่อยจะมีความสัมพันธ์กับโมเดลในส่วนอื่น ๆ จึงได้ เปลี่ยนเป็นตัวแปรผันที่ถูกกำหนดก่อนภายนอกโมเดลทั้งหมด หรือตัดออกไปจากโมเดลที่จะใช้วิเคราะห์ในที่นี้เสีย

ส่วนการเปลี่ยนแปลงในรายละเอียดโดยเฉพาะการกำหนดตัวแปรผันใหม่ ในแต่ละสมการซึ่งเปลี่ยนแปลงไปจากเดิมค่อนข้างมากนั้น จะสามารถดูได้จากโครงสร้างโดยละเอียดของโมเดลในภาคผนวก

โดยสรุปโมเดลนี้จะเป็นซีมีลเทเนียด ประกอบด้วย 42 สมการพฤติกรรม และ 119 สมการเอกลักษณ์ มีตัวแปรผันที่ถูกกำหนดภายในทั้งสิ้น 161 ตัว ตัวแปรผันที่ถูกกำหนดก่อน 85 ตัว ในจำนวนนี้เป็นตัวแปรผันที่ถูกกำหนดภายนอกโมเดล 70 ตัว ส่วนที่เหลือเป็นตัวแปรผันที่มีความแตกต่างของเวลา สำหรับข้อมูลที่ใช้ในการประมาณค่าพารามิเตอร์นั้นอยู่ในช่วงปี 1961-1979 ซึ่งแสดงไว้ในภาคผนวก โดยสรุปเขียนได้ดังนี้

$$G = 161$$

$$M = 42$$

$$(5.3) \quad K = 85$$

$$T = 19$$

$$N = 91$$

$$\max_{\mu} n_{\mu} = 5 \quad \mu = 1, 2, \dots, 42$$

จากการตรวจสอบลักษณะปัญหาตามตารางในบทที่ 2 จะพบว่า

$$T > \max_{\mu} n_{\mu}, \quad \mu = 1, \dots, 42$$

$$(5.4) \quad T < K$$

$$T < M$$

$$T < (G + K)$$

กล่าวคือโมเดลนี้เกิดปัญหาการมีขนาดตัวอย่างไม่น้อย กรณีที่ 2 และกรณีที่ 3 พร้อมกันและเกิดปัญหากรณีที่ 4 ด้วย

ในการวิเคราะห์ นอกจากประมาณค่าพารามิเตอร์ ของโมเดลทั้งระบบแล้ว จะได้แบ่งโมเดลออกเป็นโมเดลย่อย 3 ส่วนด้วยกันคือ

โมเดลส่วนที่ 1 เป็นส่วนกำหนดมูลค่าการผลิตในสาขาต่าง ๆ และกำหนดรายได้ประชาชาติ ในส่วนนี้ประกอบไปด้วย 14 สมการพฤติกรรม

โมเดลส่วนที่ 2 เป็นส่วนกำหนดพฤติกรรมการกำหนดรายได้ ในส่วนเอกชน บริษัทและรัฐบาลประกอบไปด้วย 15 สมการพฤติกรรม

โมเดลส่วนที่ 3 เป็นส่วนกำหนดพฤติกรรมในการสะสมทุนส่งออก นำเข้า ดุลการค้าและดุลการชำระเงิน ประกอบไปด้วย 13 สมการพฤติกรรม

การแบ่งโมเดลออกเป็นสามย่อย ๓ ส่วนนี้เป็นไปตามข้อกำหนดที่จะทดสอบข้อสมมุติฐาน (5.1) ดังที่ได้กล่าวมาแล้วในหัวข้อ 5.1 ทุกประการ

5.3 ผลการคำนวณ

ด้วยเหตุผลดังที่ได้กล่าวมาแล้วในหัวข้อ 5.1 จึงได้ทำการประมาณค่าพารามิเตอร์ของโมเดลเศรษฐศาสตร์มหภาคในหัวข้อ 5.2 ในแต่ละสมการด้วยวิธี OLS เสียก่อน เป็นเบื้องต้น จากนั้นจึงได้แบ่งโมเดลออกเป็น 3 ส่วนด้วยกัน โดยที่ $\max M_r = M_2 = 15$, $r = 1, 2, 3$ ซึ่งเป็นไปตามเงื่อนไข (3.46 a) ดังนั้น จึงสามารถประมาณค่าพารามิเตอร์ของโมเดลแต่ละส่วนด้วยวิธี ZA ได้ ซึ่งจะเรียกวิธีนี้ว่า ZA-Subs ในท้ายที่สุดจึงได้สร้างเมทริกซ์ $\hat{\Sigma}^+$ ขึ้นแล้วนำไปแทน $\hat{\Sigma}^{-1}$ ในสูตรของ ZA จากนั้นจึงทำการประมาณค่าพารามิเตอร์ของทุกสมการของโมเดลพร้อม ๆ กัน ด้วยวิธี ZA ซึ่งจะเรียกวิธีนี้ว่า ZA^+ ในการคำนวณทุกวิธีนั้นเพื่อวัตถุประสงค์ในการวิเคราะห์จึงได้ตัดพารามิเตอร์ซึ่งเป็นตัวคงที่ออกทุกสมการ ผลการคำนวณที่สำคัญได้แสดงไว้ในภาคผนวก

ในการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ดังที่ได้กล่าวมานั้น จะใช้หมายเลขเรียงลำดับดังนี้

หมายเลข	ประสิทธิภาพ
1	มีประสิทธิภาพสูงสุด
2	มีประสิทธิภาพปานกลาง
3	มีประสิทธิภาพน้อยที่สุด

ผลจากการคำนวณปรากฏว่าในจำนวนพารามิเตอร์ทั้งหมด 98 ตัว มีอยู่ถึง 61 ตัว หรือคิดเป็นร้อยละ 62.24 สามารถจัดอันดับได้ดังนี้

OLS	ZA - Subs	ZA ⁺
3	2	1

ส่วนอีก 29 ตัว หรือคิดเป็นร้อยละ 29.60 สามารถจัดอันดับได้ดังนี้

OLS	ZA - Subs	ZA ⁺
3	1	2

และที่เหลืออีก 8 ตัว หรือคิดเป็นร้อยละ 8.16 สามารถจัดอันดับได้ดังนี้

OLS	ZA - Subs	ZA ⁺
2	1	3

จากผลการคำนวณทำให้งานวิจัยนี้ ได้ข้อสรุปที่ชัดเจนว่า ประสิทธิภาพของพารามิเตอร์ ซึ่งได้กล่าวไว้ในหัวข้อ 3.22 และ 4.42 และได้รวบรวมมาสรุปไว้เป็นข้อสมมุติฐาน (5.1) นั้น เป็นจริงแม้ว่าจะมีขนาดของตัวอย่างน้อยมาก และมีขนาดของโมเดลใหญ่มากก็ตาม แสดงให้เห็นว่า การใช้อินเวสแบบทั่วไป เพื่อแก้ปัญหาการมีขนาดตัวอย่างน้อยนั้น เป็นวิธีที่ดีในแง่ที่ว่า จะสามารถ ทำให้ประสิทธิภาพของพารามิเตอร์เพิ่มขึ้นได้เป็นอย่างมาก

เมื่อเกิดปัญหาการมีตัวอย่างน้อยในกรณีที่ 2 และ 3 พร้อมกันนั้น ZA^+ จะให้ค่าพารามิเตอร์ที่มีประสิทธิภาพเช่นเดียวกับ ZA และเมื่อเกิดปัญหาการที่ขนาดตัวอย่างน้อยเฉพาะกรณีที่ 3 $3SLS^+$ จะให้ค่าพารามิเตอร์ที่มีประสิทธิภาพเช่นเดียวกับ $3SLS$ และจากผลการคำนวณนี้ชี้ชัดแจ้งว่าการประมาณค่าพารามิเตอร์ทุก ๆ สมการไปพร้อม ๆ กันนั้น จะให้ค่าพารามิเตอร์ที่มีประสิทธิภาพสูงกว่าวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ไปทีละสมการอย่างแน่นอน ด้วยเหตุผลดังกล่าวจึงไม่มีเหตุผลและความจำเป็นใด ๆ ที่จะต้องใช้วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ไปทีละสมการ

อย่างไรก็ตาม ถึงแม้การใช้อินเวอสมแบบทั่วไปจะทำให้ได้ค่าพารามิเตอร์ที่มีประสิทธิภาพสูงขึ้นมาก็ตาม แต่จะสูงที่สุดหรือไม่เมื่อเปรียบเทียบกับวิธีอื่น ๆ โดยเฉพาะวิธีของ COURT นั้น ยังเป็นปัญหาที่ต้องการคำตอบ การทดสอบในทางปฏิบัติเพื่อตอบคำถามดังกล่าวนี้จะต้องใช้เวลาในการเขียนคอมพิวเตอร์โปรแกรมเพิ่มขึ้นเป็นอย่างมาก และเมื่อเปรียบเทียบกับเป้าหมายที่ต้องการแล้วไม่คุ้มกันในที่นี้จึงจะเลยเสีย

5.4 คำอธิบายทางด้านเทคนิคของโปรแกรมที่ใช้ในการคำนวณ

คอมพิวเตอร์โปรแกรมที่ใช้ในการคำนวณนั้นมีอยู่ 3 โปรแกรมด้วยกันคือ

โปรแกรม 3SLS เป็นโปรแกรมที่ดัดแปลงมาจากโปรแกรมของ IBM-Share Program Library^{1/} ใช้คำนวณด้วยวิธี 2SLS และ 3SLS นอกจากนั้นยังใช้กับวิธี OLS และ ZA ได้อีกด้วย

โปรแกรม 3SLS GI เป็นโปรแกรมที่ดัดแปลงมาจากโปรแกรม 3SLS โดยเปลี่ยนจากส่วนการคำนวณ $\hat{\Sigma}^{-1}$ มาเป็น $\hat{\Sigma}^+$ โดยใช้สูตรการคำนวณตาม (4.41) ซึ่งมีวิธีการที่เขียนเพิ่มขึ้นโดยละเอียดดังนี้

1. สร้าง เวกทริคซ์ผลคูณข้ามของส่วน เหลือ

$$\hat{U}' \hat{U} \Delta \left[(y_1 - z_1 \hat{\delta}_1)' (y_j - z_j \hat{\delta}_j) \right]$$

ในแบบ DOUBLE PRECISION

^{1/} IBM (1966)

2. เปลี่ยนเมทริกซ์ $\hat{U}'_T \hat{U}_T$ ให้อยู่ในแบบ SINGLE PRECISION
3. เก็บ $\hat{\Sigma}$ ในแบบเวกเตอร์
4. พิมพ์ $\hat{\Sigma}$
5. เปลี่ยน $\text{vec}(\hat{\Sigma})$ ให้อยู่ในรูปเมทริกซ์สหสัมพันธ์ โดยใช้โปรแกรมย่อย NORMAL
6. พิมพ์เมทริกซ์สหสัมพันธ์
7. เปลี่ยน $\hat{\Sigma}$ ให้เป็นไตรไดเอ็กโกนัล โดยใช้โปรแกรมย่อย TRIDI
8. คำนวณมูลค่าลักษณะของ $\hat{\Sigma}$ โดยใช้โปรแกรมย่อย EIGVAL
9. กำหนดจำนวนมูลค่าลักษณะที่ต้องการใช้ $\hat{\lambda}_1, \hat{\lambda}_2, \dots, \hat{\lambda}_p, p < M \rightarrow r(\hat{\Sigma}) = p$
10. คำนวณเวกเตอร์ลักษณะของ $\hat{\Sigma}$
11. ทาค่าอินเวอ. ของมูลค่าลักษณะ
12. คำนวณ $\hat{\Sigma}^+ = E A^{-1} E'$
13. เก็บค่า $\hat{\Sigma}^+$ ในรูปเวกเตอร์
14. พิมพ์ค่า $\hat{\Sigma}^+$
15. เปลี่ยน $\hat{\Sigma}^+$ จาก SINGLE PRECISION มาเป็น DOUBLE PRECISION
เพื่อนำไปใช้กำหนดค่า S^{ij} ต่อไป

โปรแกรมนี้ สามารถใช้คำนวณด้วยวิธี 2SLS และ 3SLS⁺ นอกจากนั้น ยังใช้ได้กับวิธี OLS และ ZA⁺ ด้วย แต่เนื่องจาก

$$P = r(\hat{\Sigma}) = M \rightarrow \hat{\Sigma}^+ = \hat{\Sigma}^{-1}$$

ดังนั้น จึงสามารถใช้โปรแกรม 3 SLS GI คำนวณในการฝึกได้ด้วย

โปรแกรม 3SLS U เป็นโปรแกรมที่ดัดแปลงมาจากโปรแกรม 3SLS เช่นกัน โดยเปลี่ยนจากส่วนการคำนวณ $\hat{\Sigma}^{-1}$ มาเป็น $\hat{\Sigma}^+$ โดยใช้สูตรการคำนวณตาม (4.40) ซึ่งมีวิธีการที่เขียนเพิ่มเติมโดยละเอียดดังนี้

1. อ่านเมทริกซ์ \hat{U}'_T จาก File ที่ 15
2. คำนวณ $\hat{\Sigma} = \hat{U}'_T \hat{U}_T$
3. เก็บเมทริกซ์ $\hat{\Sigma}$ ในรูปของเวกเตอร์

4. คิมพ์เมทริกซ์ $\hat{\Sigma}$
5. เปลี่ยน $\text{vec}(\hat{\Sigma})$ ให้อยู่ในรูปเมทริกซ์สหสัมพันธ์โดยใช้โปรแกรมย่อย NORMAL
6. คิมพ์เมทริกซ์สหสัมพันธ์
7. สร้างเมทริกซ์ $\hat{U}'_T \hat{U}'_T$
8. หาค่าอินเวอร์สของ $\hat{U}'_T \hat{U}'_T$ โดยใช้โปรแกรมย่อย MATIV
9. สร้างเมทริกซ์ $\hat{U}'_T (\hat{U}'_T \hat{U}'_T)^{-1}$
10. คำนวณ $\hat{\Sigma}^+ = \left[\hat{U}'_T (\hat{U}'_T \hat{U}'_T)^{-1} \right] * \left[\hat{U}'_T (\hat{U}'_T \hat{U}'_T)^{-1} \right]'$
 $= \hat{U}'_T (\hat{U}'_T \hat{U}'_T)^{-1} (\hat{U}'_T \hat{U}'_T)^{-1} \hat{U}_T$
11. เก็บเมทริกซ์ $\hat{\Sigma}^+$ ในรูปเวกเตอร์
12. คิมพ์ $\hat{\Sigma}^+$

โปรแกรมนี้สามารถใช้คำนวณด้วยวิธี 2SLS และ 3SLS⁺ นอกจากนั้น ยังใช้ได้ด้วยวิธี OLS และ ZA⁺ ด้วย แต่โปรแกรมนี้จะใช้ได้เฉพาะเมื่อ $r(\hat{\Sigma}) < M$ เท่านั้น

การคำนวณเกือบทั้งหมดใช้เครื่อง IBM 3031 ของสำนักงานสถิติแห่งชาติ ซึ่งสามารถใส่ตัวแปรต้นทั้งหมดได้ไม่เกิน ๔๔ ตัว โดยในการคำนวณสำหรับงานวิจัยนี้ใช้ทั้งสิ้นแต่ ละโปรแกรมประมาณ 620K

สถาบันวิจัยประชากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บรรณานุกรม

ภาษาต่างประเทศ

- BROWN, T.M. (1959) Simplified Full Maximum Likelihood and Comparative Structural Estimates. *Econometrica*, 27, p.638-653.
- CHERNOFF, H. and N. DIVINSKY (1953) The Computation of Maximum-Likelihood Estimates of Linear Structural Equations. In: Wm.C.HOOD and T.C. KOOPMANS (Eds.), *Studies in Econometric Method*, Chapter X, p.236-269, New York: J. Wiley & Sons.
- CHAIPRAVAT O., MEESOOK K, and GARNJARERNDDEE S. (1977) Impacts of Monetary, Fiscal, Debt Management and Exchange Rate Policy Changes in the Thai Economy, A Macroeconometric Model Simulation, Department of Economic Research, Bank of Thailand, October:
- COURT, H.R. (1974) Three Stage Least Squares and Some Extensions where the Structural Disturbance Covariance Matrix may be Singular. *Econometrica*, 42, p. 547-558.
- CROCKETT, J.B. and H.CHERNOFF (1955) Gradient Methods of Maximization. *Pacific Journal of Mathematics*, 5, p. 33-50.
- DHRYMES, P.J. (1970) *Econometrics: Statistical Foundations and Applications*. New York: Harper & Row.
- DUESENBERY, J.S., G. FROMM, L.R.KLEIN and E. KUH(Eds.) (1965) *The Brookings Quarterly Econometric Model of the United States*. Amsterdam: North-Holland
- DUTTA, M. and E. LYTTKENS (1974) Iterative Instrumental Variables Method and Estimation of Large Simultaneous System. *Journal of the American Statistical Association*, 69, p. 977-986.

- DATTA, M. and P.L. SHARMA (1973) Alternative Estimators and Predictive Power of Alternative Estimators: An Econometric Model of Puerto Rico. *The Review of Economics and Statistics*, 55, p.381-385.
- EISENPRESS, H. (1962) Note on the Computation of Full-Information Maximum-Likelihood Estimates of Coefficients of a Simultaneous System. *Econometrica*, 30, p.343-348
- EISENPRESS, H. (1963) Forecasting by Econometric Systems. IBM Share General Program Library, IBM 7090-7094 Program IB 9 FES.
- FISHER, F.M. (1965) Dynamic Structure and Estimation in Economy-Wide Econometric Models. In: J.S. Duesenberry et al. (Eds.), *The Brookings Quarterly Econometric Model of the United States*, p. 589-635, Amsterdam: North-Holland.
- FISHER, W.D. and W.J. WADYCKI (1971) Estimating a Structural Equation in a Large System. *Econometrica*, 39, p.461-465.
- GOLDBERGER, A.S. (1964) *Econometric Theory*. New York: J.Wiley & Sons.
- IBM (1966) Share Program Library, UOC 3 SLS, SDA3495.
- JOHNSTON, J. (1963) *Econometric Methods*. New York: McGraw-Hill.
- KHATRI, C.G. (1968) Some Results for the Singular Normal Multivariate Regression Models. *Sankhya*, 30, p.267-280.
- KLEIN, L.R. (1950) *Economic Fluctuations in the United States, 1921-1941*. New York: J. Wiley & Sons.
- KLEIN, L.R. (1968) *An Essay on the Theory of Economic Prediction*. Helsinki: The Academic Book Store.
- KLEIN, L.R. (1969) Estimation of Interdependent Systems in Macroeconometrics. *Econometrica*, 37, p.171-192.

KLEIN, L.R. and A.S. GOLDBERGER (1955) An Econometric Model of the United States, 1929-1952. Amsterdam: North-Holland.

KLOEK, T. and L.B.M. MENNES (1960) Simultaneous Equations Estimation Based on Principal Components of Predetermined Variables. *Econometrica*, 28 p.45-61

KOOPMANS, T.C. (Ed.) (1950) Statistical Inference in dynamic Economic Models. New York: J. Wiley & Sons.

KOOPMANS, T.C. and Wm. C. HOOD (1953) The Estimation of Simultaneous Linear Economic Relationships. In: Wm. C. Hood and T.C. Koopmans (Eds.), *Studies in Econometric Method*, Chapter VI, p.112-199, New York: J. Wiley & Sons.

KOOPMANS, T.C., H. RUBIN and R.B. LEIPNIK (1950) Measuring the Equation Systems of Dynamic Economics. In: T. C. Koopmans (Ed.), *Statistical Inference in Dynamic Economic Models*, p.53-237, New York: J. Wiley & Sons.

LESERER M and KLAUDY st von (1975) A Note on Full-Information Estimation Using Generalized Inverses, Working Paper No. 29, Institute fuer Agraecknauig, University of Goettingen.

MARSAGLIA, G. (1964) Conditional Means and Covariances of Normal Variables with Singular Covariance Matrix. *Journal of the American Statistical Association*, 59, p.1203-1204.

MOSBAEK, E.J. and H.O. WOLD (1970) Interdependent Systems, Structure and Estimation. Amsterdam: North-Holland.

NOBLE, B. (1969) Applied Linear Algebra. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice-Hall

- PENROSE, R. (1955) A Generalized Inverse for Matrices. Proc. Camb. Phil. Soc., 51, p.406-413
- RAO, C.R. and S.K.MITRA (1971) Generalized Inverse of Matrices and its Applications. New York: J. Wiley & Sons.
- ROTHENBERG, T.J. and C.T. LEENDERS (1964) Efficient Estimation of Simultaneous Equation Systems. Econometrica, 32, p.57-76.
- RUBLE, W.L. (1968) Improving the Computation of Simultaneous Stochastic Linear Equations Estimates. Agricultural Economics Report, No. 116, Michigan State University.
- SARGAN, J.G. (1975) Asymptotic Theory and Large Models. International Economic Review, 16, p.75-91
- SCHOENFELD P. (1971) Best Linear Minimum Bias Estimation in Linear Regression. Econometrica, 39, p.531-544.
- SCHOENFELD P. (1973) A Note on the Measurability of the Pseudo-Inverse. Journal of Econometrics, 1, p313-314
- SWAMY, P.A.V.B. and J. HOLMES (1971) The Use of Undersized Samples in the Estimation of Simultaneous Equation Systems. Econometrica, 39, p.455-459.
- THEIL, H. (1953) Estimation and Simultaneous Correlation in Complete Equation Systems. Den Haag: Central Planning Bureau.
- THEIL, H. (1971) Principles of Econometrics. Amsterdam: North-Holland.
- THEIL, H. (1972) Eine einfache Modifikation der zweistufigen Methode der kleinsten Quadrate für unterdimensionierte Stichproben. Ifo-Studien, 18, p. 203-222.

ZELLNER, A. (1962) An Efficient Method of Estimating Seemingly Unrelated Regressions and Tests for Aggregation Bias. *Journal of the American Statistical Association*, 57, p.348-368

ZELLNER, A. and H. THEIL (1962) Three-Stage Least Squares: Simultaneous Estimation of Simultaneous Equations. *Econometrica*, 30, p.54-78.

ภาษาไทย

วีรพงษ์ รามางกูร (๒๕๑๔) แผนจำลองเศรษฐกิจมหภาค, หน่วยเศรษฐศาสตร์วิจัย คณะเศรษฐศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, ธันวาคม

กองวางแผนเศรษฐกิจและสังคม (๒๕๒๓) แบบจำลองเศรษฐกิจระยะยาว, สำนักงานคณะกรรมการพัฒนาเศรษฐกิจและสังคมแห่งชาติ, สิงหาคม

สถาบันวิจัยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



คำศัพท์ไทย-อังกฤษ

	ก	
การกระจายแบบปกติ		normal distribution
การกำหนดตัวแปรต้น		specification
การทำทางแถวอน		row operation
	ค	
ความแปรปรวนร่วม		covariance
ความแตกต่างของเวลา		time lag
คงเส้นคงวา		consistent
ความแปรปรวน		variance
	ช	
ซิมัล เท เนียส		simultaneous
	ด	
ดี เทอมีแนนท์		determinant
ดิฟเฟอเรนเชียล		differentiation
ได้ส่วนกัน		symmetric
	ต	
ตัวแปรต้นกระทบ		disturbance term
ตัวแปรต้นเครื่องมือ		instrumental variable
ตัวแปรต้นที่ถูกกำหนดก่อน		predetermined variable
ตัวแปรต้นที่ถูกกำหนดภายใน		endogenous variable
ตัวแปรต้นที่ถูกกำหนดภายนอก		exogenous variable
	ถ	
แถวตั้ง		column

	ป	
โปรแกรมย่อย		subroutine
	ผ	
ผลคูณข้าม		cross product
	พ	
พิพัต		pivot
พ็อสซิทีฟ-ดีฟินิท		positive definit
พริ้นซิพัล-คัมโพเน็นท		principal component
	ม	
มีประสิทธิภาพเมื่อข้อมูลไม่จำกัด		asymtotic efficient
เมทริกซ์ย่อย		submatrix
เมทริกซ์เอกลักษณ์		identity matrix
ไม่มีอิสระเส้นตรงอย่างแน่นอน		exact linear dependent
มูลค่าลักษณะ		characteristic value
	ร	
รีเคอซีฟ		recursive
เร็งค		rank
	ว	
เวกเตอร์ลักษณะ		characteristic vector
	ส	
เส้นทะแยงมุม		diagonal
ส่วนเหลือ		residue
สมาชิก		element
สเกลาร์		scalar
สมการพฤติกรรม		behavioral equation
สมการโครงสร้าง		structural equation
สมการเอกลักษณ์		identity equation

ออโรโกนัล

อินเวอส

อินเวอสแบบทั่วไป

อ

orthogonal

inverse

generalized inverse

คำศัพท์อังกฤษ-ไทย

A

asymtotic efficient

มีประสิทธิภาพเมื่อข้อมูลไม่จำกัด

B

bias

ลำเอียง

behavioral equation

สมการพฤติกรรม

C

covariance

ความแปรปรวนร่วม

consistent

คงเส้นคงวา

column

แถวตั้ง

characteristic value

มูลค่าลักษณะ

characteristic vector

เวกเตอร์ลักษณะ

converge

เข้าหาจุดลยภาพ

cross product

ผลคูณข้าม

D

diagonal

เส้นทะแยงมุม

disturbance term

ตัวแปรผันกระทบ

determinant

ดีเทอร์มิแนนท์

differentiation

ดิฟเฟอเรนเชียล

	E	
element		สมาชิก
exact linear dependent		ไม่อิสระ เส้นตรงอย่างแน่นอน
endogenous variable		ตัวแปรต้นที่ถูกกำหนดภายใน
exogenous variable		ตัวแปรต้นที่ถูกกำหนดภายนอก
	G	
generalized inverse		อินเวอร์สแบบทั่วไป
	I	
inverse		อินเวอร์ส
instrumental variable		ตัวแปรต้นเครื่องมือ
identity matrix		เมทริกซ์เอกลักษณ์
identity equation		สมการเอกลักษณ์
	N	
normal distribution		การกระจายแบบปกติ
	O	
orthogonal		ออร์โธโกนัล
	P	
principal component		พริ้นซิพัล-คอมโพเนนต์
predetermined variable		ตัวแปรต้นที่กำหนดก่อน
pivot		คีย์
positive definit		พอสซิทีฟ-ดีฟิไนต์
	R	
residue		ส่วนเหลือ
recursive		รีเคอร์ซีฟ
rank		เร็งค
row operation		การทำทางแถวนอน

S

simultaneous

ซิมัลเทเนียส

submatrix

เมทริกซ์ย่อย

specification

การกำหนดตัวแปรต้น

subset

เซ็ทย่อย

subvector

เวกเตอร์ย่อย

scalar

สเกลาร์

symmetric

ได้ส่วนกัน

subroutine

โปรแกรมย่อย

time lag

ความแตกต่างของเวลา

tridiagonal

ไตรไดแอกโกนัล

variance

ความแปรปรวน

สถาบันวิทยบริการ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



ภาคผนวก

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

1. STRUCTURE OF THE MODEL

Notation

The following use of variable names should be observed,

- O - Output (in million tons)
- V - usually means value added
- A - usually means planted area
- I - usually means investment
- X - usually means export
- XQ - usually means export in million tons
- M - usually means import
- P - usually means price
- PX - usually means export price
- PM - usually means import price

A variable name ending in "R" usually denotes "real" (1972 prices)

Exogenous variables are denoted by "***"

I. Supply

a) Agriculture

(a1) Planted areas of rice, maize, sugar cane and cassava

Rice

$$(1) \quad AR = f(PRC^*, POR^*, PC)$$

Maize

$$(2) \quad AM = f(PMZ^*, PC, XMZR)$$

Sugar cane

$$(3) \quad AS = f(PSUG^*, POS^*, AC, XSUGR)$$

Cassava

(4) $AC = f(AR, AM, AS, PCAS^*, XCASR)$

(a2) Value added of rice, maize, sugar cane and cassava

(5) $VRCR = (AR.ER)^a$

(6) $VMZR = (AM.EM)^b$

(7) $VSUGR = (AS.ES)^c$

(8) $VCASR = (AC.EC)^d$

a, b, c, d = value added per unit of output

(Output is in millions of tons)

(a3) Total value added and value added at current prices

(9) $VCR = VRCR + VMZR + VSUGR + VCASR + VRUBR^* + VOCR^*$

(10) $VAGR = VCR + VLIVR^* + VFISHR^* + VFORR^*$

(11) $VRC = VRCR.PRC^*$

(12) $VMZ = VMZR.PMZ^*$

(13) $VRUB = VRUBR.PRUB^*$

(14) $VSUG = VSUGR.PSUG^*$

(15) $VCAS = VCASR.PCAS^*$

(16) $VOC = VOCR.POC^*$

(17) $VC = VRC + VMZ + VRUB + VSUG + VCAS + VOC$

(18) $PC = VC/VCR$

(19) $VLIV = VLIVR.PLIV^*$

(20) $VFISH = VFISHR.PFISH^*$

(21) $VFOR = VFORR.PFOR^*$

(22) $VAG = VC + VLIV + VFISH + VFOR$

(23) $PAG = VAG/VAGR$

b) Mining(b1) Tin

$$(24) \quad VTIN = PTIN \cdot VTINR^*$$

(b2) Natural gas

$$(25) \quad VGASR = 2.0150943 (GASUC^* + GASTEX^*)$$

$$(26) \quad VGAS = VGASR \cdot PGAS^*$$

(b3) Other mining

$$(27) \quad VOMIN = POMIN \cdot VOMINR^*$$

(b4) Total value added and value added at current prices

$$(28) \quad VMINR = VTINR^* + VGASR + VOMINR^*$$

$$(29) \quad VMIN = VTIN + VGAS + VOMIN$$

c) Manufacturing

$$(30) \quad VMANR = f(CPRIR, (XOTHR^* + XUGR), VTACR)$$

$$(31) \quad VMAN = PMAN \cdot VMANR^*$$

d) Construction

$$(32) \quad VCONR = f(ICONR, VTACR)$$

e) Transportation and Communication

$$(33) \quad VTACR = f((VAGR + VMANR + VMINR + VCONR), VTACR_{t-1}^*)$$

f) Wholesale and retail trade(f1) WRT originating from agriculture

$$(34) \quad VWAGR = f(VAGR, VAGR_{t-1}^*)$$

(f2) WRT originating from manufacturing

$$(35) \quad VWMANR = f(VMANR, XSUGR, AC)$$

(f4) Total value added

$$(36) \quad VWRTR = VWMR^* + VWAGR + VWMINR^* + VWMANR$$

g) Services

$$(37) \quad VSERR = f(CPRIR, VSERRt-1, GDPR)$$

h) Public administration and defence

$$(38) \quad VPADR = f(CPUBR, VPADRt-1, GDPR)$$

j) Banking, insurance and real estate

$$(39) \quad VBKR = f(GDPR, VBKRt-1)$$

k) Electricity and water supply

$$(40) \quad VELR = f(GDPR, VELRt-1)$$

l) Ownership of dwellings

$$(41) \quad VODR = f(GDPR, VODRt-1)$$

m) Non-agricultural sector

$$(42) \quad VONR = VCONR + VTACR + VPADR + VSERR + VODR \\ + VBKR + VELR + VWRTR$$

$$(43) \quad VON = VONR \cdot PON$$

$$(44) \quad VNAGR = VONR + VMANR + VMINR$$

$$(45) \quad VNAG = VON + VMAN + VMIN$$

$$(46) \quad PNAG = VNAG/VNAGR$$

n) Gross domestic product

$$(47) \quad GDPR = VAGR + VNAGR$$

$$(48) \quad GDP = VAG + VNAG$$

$$(49) \quad PGDP = GAP/GDPR$$

$$(50) \quad GNP = GDP + NFW$$

$$(51) \quad GNPF = GNP - TI + SUB$$

$$(52) \quad GNPFR = GNPF/PGDP$$

$$(53) \quad GDPF = GDP - TI + SUB$$

$$(54) \quad VAGF = VAG - TIAG$$

$$(55) \quad VNAGR = VNAG - TINAG$$

$$(56) \quad VAGRF = VAGF/PAG$$

$$(57) \quad VNAGRF = VNAGF/PNAG$$

$$(58) \quad GDRF = VAGRF + VNAGRF$$

$$(59) \quad NI = GMPF - D$$

$$(60) \quad TIAG = 0.01 (TI - SUB)^*$$

$$(61) \quad TINAG = 0.99 (TI - SUB)^*$$

p) Factor income

(p1) Households

$$(62) \quad INCH = GMPF - OSC - IPEG$$

(p2) Operating surplus of companies

$$(63) \quad OSC/PGBP = f((GMPF/PGBP), (TOC/PGBP))$$

(p3) General government income from property and entrepreneurship

$$(64) \quad IPEG/PGBP = f((GMPF/PGBP), (TOG/PGBP), GDPWR)$$

II. Household Account

a) Total income of households (Disposal of Income)

$$(65) \quad DI = INCH + DV + CTHG + CFW^*$$

b) Consumption expenditure

$$(66) \quad CDR = -2867.9 + 0.0611DSPI/PCD^*$$

$$(67) \quad CNDR = 0.7969 DSPI/PCND^*$$

$$(68) \quad CD = CDR.PCD^*$$

$$(69) \quad CND = CNDR.PCND^*$$

$$(70) \quad CPRIR = CDR + CNDR$$

$$(71) \quad CPRI = CD + CND$$

$$(72) \quad PCPRI = CPRI/CPRIR$$

c) Direct taxes

$$(73) \quad TDH/PCPRI = f((DI/PCPRI), (SH/PCPRI))$$

d) Other transfers to general government

$$(74) \quad OTG/PCPRI = f((DI/PCPRI), (SH/PCPRI))$$

e) Interest on consumers' debt

$$(75) \quad INCD/PCD^* = f((INCD/P(D)t-1)^*, (CD/PCD)^*, (SH/PCPRI))$$

f) Saving

$$(76) \quad SH = DI - INCD - CPRI - TDH - OTG$$

g) Disposable income

$$(77) \quad DSPI + DI - INCD - TDH - OTG - CTW^*$$

III. Companies Accounta) Total income of companies (Total Outlay)

$$(78) \quad TOC = OSC + INCD + INPDG$$

b) Direct taxes on corporations

$$(79) \quad TDC/PGDP = f((TOC/PGDP), (GNFF/PGDP))$$

c) Provision for the consumption of capital

$$(80) \quad D/PGDP = f(KRt-1, CPT, ITT)$$

d) Dividends and saving

$$(81) \quad DV + SC = TOC - TDC - D$$

$$(82) \quad SC/PGDP = f(DV + SC)/PGDP$$

IV. Government Accounta) Total government income (total outlay)

$$(83) \quad TOG = IPEG + TDH + OTG + TDC + TI - SUB^* + CFWG^*$$

b) Interest on public debt

$$(84) \quad \text{INPDG}/\text{PCPUB}^* = f((\text{PUBDB}/\text{PCPUB}^*)_{t-1}, (\text{TOC}/\text{PGDP}))$$

c) Government saving

$$(85) \quad \text{SG} = \text{TOG} - \text{CPUB}^* - \text{CIWG}^* - \text{CTHG}^* - \text{INPDG}$$

d) Government cash surplus

$$(86) \quad \text{GS} = \text{SG} - \text{IGOV}^*$$

e) Public debt

$$(87) \quad \text{PUBDB} = f(\text{GOVS}, \text{PUBDB}_{t-1}^*)$$

f) National government expenditure

$$(88) \quad \text{GEXP} = f((\text{CPUB}^* + \text{CIWG}^* + \text{CTHG} + \text{INPDG} + \text{IGOV}^* + \text{SUB}), \text{GOVS})$$

g) National government revenue

$$(89) \quad \text{GREV} = f((\text{IPEG} + \text{TDC} + \text{TDH} + \text{CFWG}^* + \text{OTG} + \text{TI}), \text{GOVS})$$

h) National government treasury cash surplus

$$(90) \quad \text{GOVS} = \text{GREV} - \text{GEXP}$$

j) Indirect taxes(j1) Export duties

Rice

$$(91) \quad \text{TIXRC} = f(\text{PXRCB}^*, \text{PWRCB}^*, \text{GOVS})$$

Other (mainly rubber)

$$(92) \quad \text{TIXO}/\text{PCPUB}^* = f((\text{XRUB}/\text{PCPUB}^*), \text{ITT})$$

(j2) Import duties

$$(93) \quad \text{TIM} = \text{MFAL} \cdot \text{TMFAL}^* + \text{MO} \cdot \text{TMO}^*$$

(j3) Other indirect taxes

$$(94) \quad \text{TIO}/\text{PGDP} = f((\text{GNPF}/\text{PGDP}))$$

(j4) Total indirect taxes

$$(95) \quad \text{TI} = \text{TIXRC} + \text{TIXO} + \text{TIM} + \text{TIO}$$

k) Public consumption

$$(96) \quad \text{CPUBR} = \frac{\text{CPUB}^*}{\text{PCPUB}^*}$$

V. Capital Formationa) Private investment

$$(97) \quad \text{IPRIR} = f(\text{GDPR}, \text{ITR})$$

$$(98) \quad \text{IPRI} = \text{IPRIR} \cdot \text{PIPRI}^*$$

b) Investment of state enterprises

$$(99) \quad \text{ISER} = \frac{\text{ISE}^*}{\text{PIPUB}^*}$$

c) Central government's investment

$$(100) \quad \text{IGOVR} = \frac{\text{IGOV}^*}{\text{PIPUB}^*}$$

d) Public investment

$$(101) \quad \text{IPUB} = \frac{\text{ISE}^*}{\text{PIPUB}^*} + \frac{\text{IGOV}^*}{\text{PIPUB}^*}$$

$$(102) \quad \text{IGOVR} = \frac{\text{IGOV}^*}{\text{PIPUB}^*}$$

$$(103) \quad \text{IPUBR} = \text{ISER} + \text{IGOVR}$$

e) Investment in construction(e1) Private sector

$$(104) \quad \text{IPRICR} = f(\text{IPRIR}, \text{ITR})$$

(e2) Public sector

$$(105) \quad \text{IPUBCR} = f(\text{IPUBR}, \text{ITR})$$

(e3) Total

$$(106) \quad \text{ICONR} = \text{IPRICR} + \text{IPUBCR}$$

f) Total investment

$$(107) \quad \text{IT} = \text{IPRI} + \text{IPUB}$$

$$(108) \quad \text{ITR} = \text{IPRIR} + \text{IPUBR}$$

g) Capital stock

$$(109) \quad \text{KR} = 0.965 \text{Krt-1} + \text{ITR}$$

h) Change in inventories and statistical discrepancy

$$(110) \text{ IVEN} = \text{GDE} - \text{CPRI} - \overset{*}{\text{CPUB}} - \text{IPRI} - \text{IPUB} - \text{XGS} \\ + \text{MGS}$$

VI. Export of goods and servicesa) Goods(a1) Maize

$$(111) \text{ XMZR} = f(\text{VMZR}, \overset{*}{\text{VHZRt-1}})$$

(a2) Rubber

$$(112) \text{ XRUBR} = f(\overset{*}{\text{VRUBR}}, \overset{*}{\text{TIXO/PCPUB}})$$

(a3) Tapioca

$$(113) \text{ XCASR} = f(\text{VCASR})$$

(a4) Sugar

$$(114) \text{ XSUGR} = f(\overset{*}{\text{CPRISUGR}}, \overset{*}{\text{VSUGRt-1}})$$

(a5) Tin

$$(115) \text{ XTINR} = f(\overset{*}{\text{VTINR}}, \overset{*}{\text{VCONR}})$$

(a6) Total exports and export at current prices

$$(116) \text{ XGR} = \overset{*}{\text{XRCR}} + \overset{*}{\text{XMZR}} + \overset{*}{\text{XRUBR}} + \overset{*}{\text{XCASR}} + \overset{*}{\text{XSUGR}} \\ + \overset{*}{\text{XTINR}} + \overset{*}{\text{XOTHR}}$$

$$(117) \text{ XRC} = \overset{*}{\text{XRCR}} \cdot \overset{*}{\text{PXRC}}$$

$$(118) \text{ XMZ} = \overset{*}{\text{XMZR}} \cdot \overset{*}{\text{PXMZ}}$$

$$(119) \text{ XRUB} = \overset{*}{\text{XRUBR}} \cdot \overset{*}{\text{PXRUB}}$$

$$(120) \text{ XCAS} = \overset{*}{\text{XCASR}} \cdot \overset{*}{\text{PXCAS}}$$

$$(121) \text{ XSUG} = \overset{*}{\text{XSUGR}} \cdot \overset{*}{\text{PXSUG}}$$

$$(122) \text{ XTIN} = \overset{*}{\text{XTINR}} \cdot \overset{*}{\text{PXTIN}}$$

$$(123) \text{ XOTH} = \overset{*}{\text{XOTHR}} \cdot \overset{*}{\text{PXOTH}}$$

$$(124) \quad XG = XRC + XMZ + XRUB + XCAS + XSUG + XTIN \\ + XOTH$$

$$(125) \quad PXG = XG/XGR$$

(a7) Quantities (in million tons)

$$(126) \quad XQRC = XRC/PXRCB^*$$

$$(127) \quad XQMZ = XMZ/PXMZB^*$$

$$(128) \quad XQRUB = XRUB/PXRUBB^*$$

$$(129) \quad XQCAS = XCAS/PXCASB^*$$

$$(130) \quad XQSUG = XSUG/PXSUGB^*$$

$$(131) \quad XQTIN = XTIN/PXTINB^*$$

b) Services

(b1) Tourism

$$(132) \quad XTRA/PCPRI = f(GDPWR, D66, XS)^*$$

(b2) Freight and insurance

$$(133) \quad XFAI/PXG = f(XGR, (XFAI/PXG)^{t-1}, XS)^*$$

(b3) Other services

$$(134) \quad XOS/PGDP = f(GDPR, XS)$$

c) Total goods and services

$$(135) \quad XS = XTRA + XFAI + XSMIL + XOS^*$$

$$(136) \quad XSR = XS/PXS$$

$$(137) \quad XGR = XG + XS$$

$$(138) \quad XGSR = XGR + XSR$$

$$(139) \quad PXGS = XGS/XGSR$$

$$(140) \quad PXS = PXG$$

VII. Imports of goods and services

a) Import prices including import duties

$$(141) \quad \text{PMTFAL} = \text{PMFAL}^* (1 + \text{TMFAL}^*)$$

$$(142) \quad \text{PMTO} = \text{PMO}^* (1 + \text{TMO}^*)$$

b) Fuel and lubricants

$$(143) \quad \text{MEALR} = f(\text{VNAGRF}, \text{PMTFAL}/\text{PGDP})$$

c) Other goods

$$(144) \quad \text{MOR} = \text{CPRIR} + \text{CPUBR} + \text{ITR} + \text{IVENR}^* + \text{XGSR} - \text{MFALR} \\ - \text{MSR} - \text{GDPR}$$

d) Import of goods at current prices and total import

$$(145) \quad \text{MFAL} = \text{MFALR} \cdot \text{PMFAL}^*$$

$$(146) \quad \text{MO} = \text{MOR} \cdot \text{PMO}^*$$

$$(147) \quad \text{MGR} = \text{MFALR} + \text{MOR}$$

$$(148) \quad \text{MG} = \text{MFAL} + \text{MO}$$

$$(149) \quad \text{PMG} = \text{MG}/\text{MGR}$$

e) Services import

$$(150) \quad \text{MS}/\text{PMG} = f(\text{((XG + MG)/PMG)}, \text{MS}/\text{PMS}^*_{t-1})$$

$$(151) \quad \text{MSR} = \text{MS}/\text{PMS}$$

$$(152) \quad \text{EMS} = \text{PMG}$$

f) Goods and services

$$(153) \quad \text{MGS} = \text{MG} + \text{MS}$$

$$(154) \quad \text{MGSR} = \text{MGR} + \text{MSR}$$

$$(155) \quad \text{PMGS} = \text{MGS}/\text{MGSR}$$

VIII. Current Account of the balance of payments

a) Balance of trade

$$(156) \quad \text{BT} = \text{XG} - \text{MG}$$

b) Balance on the goods and services account

$$(157) \quad BGS = XGS - MGS$$

c) Net private transfers from abroad

$$(158) \quad NPT = CFW^* - CTW^*$$

d) Net government transfers from abroad

$$(159) \quad CGT = CFWG^* - CTWG^*$$

e) Net transfers from abroad

$$(160) \quad TRAN = NPT + CGT$$

f) Current account surplus

$$(161) \quad CA = BGS + TRAN + NFW^*$$

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



Notation

Nominal

Real

AR		Planted areas of rice
AM		Planted areas of Maize
AS		Planted areas of sugar cane
AC		Planted areas of cassava
BGS		Balance of goods and services account
BT		Balance of trade
CA		Current account balance
CD	CDR	Consumption of durable goods
* CFW		Households' current transfers from the rest of the world
* CFWG		Government's current transfers from the rest of the world
CGT		Net government transfers from the rest of the world
CND	CNDR	Consumption of non-durable goods and services
CPRI	CPRIR	Private consumption
	* CPRISUGR	Consumption of sugar preserves and confectionery
* CPUB	CPUBR	Public consumption
* CTHG		Current transfers to households from the general government
* CTW		Current transfers to the rest of the world

Nominal	Real	
* CTWG		Current transfers to the rest of the world from the general government
CPT		= $CPUB^* + CTWG^* + CTHG^* + INPDG^* + IGOV^* + SUB^*$
D		Depreciation
DI		Disposal of income
DSPI		Disposable income
DV		Dividends
* D66		0/1 dummy (1 from 1966 onwards)
* ER		Yield of rice
* EM		Yield of Maize
* ES		Yield of sugar cane
* EC		Yield of cassava
	* GASTEX	Production of natural gas from the Texas Pacific well (millions cubic feet per day)
	* GASUO	Production of natural gas from the Union Oil well (Millions cubic feet per day)
GDP	GDPR	Gross domestic product at market prices
GDPF	GDPRF	Gross domestic product at factor cost
	* GDPWR	Gross domestic product of the world

Nominal	Real	
GEXP		National government's expenditure
GNP	GNPR	Gross national product
GNPF	GNPRF	Gross national product at factor cost
GOVS		National government treasury cash surplus
GREV		National government revenue
GS		General government cash surplus
	ICONR	Total investment in construction
* IGOV	IGOVR	Central government's investment
INCD		Interest on consumers' debt
INCH		Households' factor income
INPDG		Interest on public debt
IPEG		Government income from property and entrepreneurship
IPRI	IPRIR	Private investment
	IPRICR	Private investment in construction
IPUB	IPUBR	Public investment
	IPUBCR	Public investment in construction
* ISE	ISER	State enterprises' investment
IT	ITR	Total investment (fixed capital formation)
IVEN	* IVENR	Change in inventories and statistical discrepancy
	KR	Capital stock
MFAL	MFALR	Import of fuel and lubricants

Nominal	Real	
MG	MGR	Total imports of merchandise (c.e.f)
MGS	MGSR	Imports of goods and services
MO	MOR	Other imported goods (other than fuel and lubricants)
MS	MSR	Services import
* NFW		Net factor income from the rest of the world
NI		National income
NPT		Net private transfers from the rest of the world
OSC		Operating surplus of companies
OTG		Other transfers from households to the general government
PUBDB		Public debt
SC		Saving of corporations and government enterprises
SG		General government saving
SH		Households' saving
* SUE		Subsidies
TDC		Direct taxes on corporations
TDH		Direct taxes on households
TI		Indirect taxes
TIAG		Indirect taxes on agricultural products
TIM		Import duties
TINAG		Indirect taxes on non-agricultural products

Nominal	Real	
TIO		Other indirect taxes
TIXO		Other export duties
TIXRC		Rice duties and premium
	* TMFAL	Import tariff rate for fuel and lubricants
	* TMO	Import tariff rate for other imported goods
TOC		Total outlay of companies (corporations and government enterprises)
TOG		Total outlay of the general government
TRAN		Net transfers from the rest of the world

Price deflators

PAG	Agriculture
PC	Crops
* PCAS	Cassava
* PCD	Consumption of consumer durables
* PCND	Consumption of consumer non-durables and services
PCPRI	Private consumption
* PCPUB	Public consumption
* PFISH	Fisheries
* PFOR	Forestry
* PGAS	Natural gas
PGDP	GDP
* PIPRI	Private investment
* PIPUB	Public investment
* PLIV	Livestock
* PMAN	Manufacturing
* PMFAL	Imports of fuel and lubricants
PMG	Total import of goods
PMGS	Imports of goods and services
* PMO	Other imports
PMS	Services import
PMTFAL	Import of fuel and lubricants including import taxes
PMTO	Other imported goods including import taxes

Price deflators

PNAG	Non-agriculture
* POC	Other crops
* POMIN	Other mining
* PON	Non-agriculture other than mining and manufacturing
* POR	= (PMZ + PSUG + PCAS)/3
* POS	= (PRC + PMZ + PCAS)/3
* PRC	Rice
* PRUB	Rubber
* PSUG	Sugar cane
* PTIN	Tin
* PXCAS	Tapioca export
* PXCASB	Tapioca export (baht/ton)
PXG	Total export of goods
PXGS	Total export of goods and services
* PXMZ	Maize export
* PXMZB	Maize export (baht/ton)
* PXOTH	Other goods export
* PXRC	Rice export
* PXRCE	Rice export (baht/ton)
* PXRUB	Rubber export
* PXRUBB	Rubber export (baht/ton)
PXS	total export of services
* PXSUG	Sugar export
* PXSUGB	Sugar export (baht/ton)

Price deflators*
PXTIN

Tin export

*
PXTINB

Tin export (baht/ton)

*
PWRCBBangkok wholesale price of rice 5%
(baht/ton)

Value added

Nominal	Real	
VAG	VAGR	Agriculture
VAGF	VAGRF	Agriculture at factor cost
	VBKR	Banking, insurance and real estate
VC	VCR	Crops
VCAS	VCASR	Cassava
	VCONR	Construction
	VELR	Electricity and water supply
VFISH	* VFISHR	Fisheries
VFOR	* VFORR	Forestry
VGAS	VGASR	Natural gas
VLIV	* VLIVR	Livestock
VMAN	VMANR	Manufacturing
VMIN	VMINR	Mining
VMZ	VMZR	Maize
VNAG	VNAGR	Non-agriculture
VNAGF	VNAGRF	Non-agriculture at factor cost
VOC	* VOCR	Other crops
	VODR	Ownership of dwellings
VOMIN	* VOMINR	Other mining
VON	VONR	Non-agriculture other than mining and manufacturing
	VPADR	Public administration and defence
VRC	VRCR	Rice
VRUB	* VRUBR	Rubber

Nominal	Real	
	VSERR	Services
VSUG	VSUGR	Sugar cane
	VTACK	Transportation and communication
VTIN	*VTINR	Tin
	VWAGR	Wholesale and retail trade originating from agriculture
	*VWMR	Wholesale and retail trade originating from import
	VWMANR	Wholesale and retail trade originating from manufacturing
	*VWMINR	Wholesale and retail trade originating from mining
	VWRTR	Wholesale and retail trade

Exports

Nominal	Real	
XCAS	XCASR	Tapioca
XFAI		Services income from freight and insurance on merchandise
XG	XGR	Merchandise export (f.o.b)
XGS	XGSR	Export of goods and services
XMZ	XMZR	Maize
XOS		Other services export
XOTH	* XOTHR	Other exports
	XQCAS	Quantity of tapioca export (million tons)
	XQMZ	Quantity of Maize export (million tons)
	XQRC	Quantity of rice export (million tons)
	XQRUB	Quantity of rubber export (million tons)
	XQSUG	Quantity of sugar export (million tons)
	XQTIN	Quantity of tin export (million tons)
XRC	* XRCCR	Rice export
XRUB	XRUBR	Rubber export
XS	XSR	Services export
* XSMIL		Income from military services
XSUG	XSUGR	Sugar export
XTIN	XTINR	Tin export
XTRA		Income from tourism

Other variables

XOSU	=	XOTH [*] R + XSUGR
VAMA	=	VAGR + VMANR + VMINR + VCONR
OSCR	=	OSC/PGDP
GNPRF	=	GNPF/PGDP
TOCR	=	TOC/PGDP
IPEGR	=	IPEG/PGDP
TOGR	=	TOG/PGDP
TDHR	=	TDH/PCPRI
DIR	=	DI/PCPRI
SHR	=	SH/PCPRI
OTGR	=	OTG/PCPRI
INCDR	=	INCD/PCD
TDCR	=	TDC/PGDP
DR	=	D/PGDP
SCR	=	SC/PGDP
DVSCR	=	(DV + SC)/PGDP
INPDGR	=	INPDG/PCPUB [*]
CPT	=	CPUB [*] + CTWG [*] + CTHG [*] + INPDG [*] + IGOV [*] + SUB [*]
ITT	=	IPEG + TDC + TDH + CFWG [*] + OTG + TI
TIXOR	=	TIXO/PCPUB [*]
XRUBR	=	XRUB/PCPUB [*]
XTRAR	=	XTRA/PCPRI [*]
XFAIR	=	XFAI/PXG
XOSR	=	XOS/PGDP
PMTFALR	=	PMTFAL/PGDP
MSR	=	MS/PMG
XGMGR	=	(XG + MG)/PMG

2. PARAMETER OF THE MODEL2.1 OLS

*/ t-statistics are shown in parentheses.

PARAMETER	1	2	3	4	5
EQUATION					
1) AR	1.811D+04 (7.045D-01)	-2.174D+04 (1.284D+00)	6.900D+04 (2.000D+00)		
2) AM	-3.774D+02 (5.885D-01)	2.840D+03 (4.098D+00)	1.781D+00 (6.184D+00)		
3) AS	-1.063D+01 (2.536D-02)	4.437D+02 (1.259D+00)	2.079D-01 (1.523D+00)	3.315D-01 (2.335D+00)	
4) AC	2.668D-03 (2.347D-01)	-2.413D-02 (1.982D-01)	9.074D-01 (2.411D+00)	5.505D+01 (1.922D-01)	4.926D-01 (2.785D+00)
30) VMANR	2.219D-01 (2.019D+00)	1.074D+00 (1.120D+01)	-6.827D-01 (5.575D-01)		
32) VCONR	5.337D-01 (7.186D+00)	-4.903D-02 (4.090D-01)			
33) VTACR	9.878D-02 (1.705D+01)	1.417D-01 (2.531D+00)			
34) VWAGR	4.513D-02 (5.916D-01)	8.011D-02 (1.004D+00)			
35) VWMANR	1.353D+00 (1.056D+00)	5.534D+01 (3.469D+00)	-3.496D+01 (1.766D+00)		
37) VSERR	-9.052D-02 (3.162D+00)	5.244D-01 (3.486D+00)	1.109D-01 (4.215D+00)		



PARAMETER	1	2	3	4	5
EQUATION					
38) VPADR	5.222D-02 (1.286D+00)	8.803D-01 (3.686D+00)	1.500D-03 (1.209D-01)		
39) VBKR	1.046D-03 (5.168D-01)	1.105D+00 (2.191D+01)			
40) VELR	1.011D-03 (2.329D+00)	1.061D-00 (3.210D+01)			
41) VODR	7.108D-04 (3.001D+00)	1.002D+00 (7.485D+01)			
63) OSCR	5.288D-03 (6.335D-01)	7.836D-01 (1.107D+01)			
64) IPEGR	1.028D-02 (1.211D+00)	-2.264D-02 (4.9971D-01)	1.185D+02 (1.909D-01)		
73) TDHR	1.515D-02 (4.617D+00)	1.599D-02 (7.412D-01)			
74) OTGR	3.931D-03 (4.138D+00)	-6.253D-03 (1.001D+00)			
75) INCDR	9.668D-01 (7.981D+00)	2.902D-02 (5.984D-01)	9.195D-04 (9.973D-02)		
79) TDCR	1.642D-01 (4.544D+00)	-7806D-03 (1.831D+00)			
80) DR	5.007E-04 (1.187D+00)	6.142D-03 (2.301D-01)	9.062D-01 (2.708D+01)		
82) SCR	8.229D-01 (2.164D+01)				

PARAMETER	1	2	3	4	5
EQUATION					
84) INPDGR	5.047D-02	4.558D-02			
	(4.205D+00)	(2.523D+00)			
87) PUBDB	-7.169D-01	1.029D+00			
	(6.181D+00)	(4.241D+01)			
88) GEXP	9.088D-01	-2.689D-01			
	(2/912D+01)	(1.465D+00)			
89) GREV	9.244D-01	-3.723D-02			
	(2.104D+02)	(1.682D+00)			
91) TIXRC	1.695D-01	4.068D-01	1.454D-01		
	(1.373D+00)	(1.711D+00)	(4.535D+00)		
92) TIXOR	-7.773D-03	1.415D-02			
	(1.364D-01)	(4.914D+00)			
94) TIOR	8.114D-02				
	(4.728D+01)				
97) IPRIR	2.267D-02	6.247D-01			
	(1.212D+00)	(7.887D+00)			
104) IPRICR	-5.693D-03	2.481D-01			
	(4.229D-02)	(2.556D+00)			
105) IPUBCR	6.386D-01	1.262D-03			
	(7.851D+00)	(5.497D-02)			
111) XMZR	4.589D-01	4.952D-01			
	(2.501D+00)	(4.025D+00)			
112) XRUBR	1.283D+00	-9.119D-02			
	(4.650D+01)	(1.182D-02)			

PARAMETER	1	2	3	4	5
EQUATION					
113) XCASR	1.220D+00 (3.221D+01)				
114) XSUGR	-9.324D-01 (3.100D+00)	1.790D+00 (6.962D+00)			
115) XTINR	2.226D+00 (8.448D+00)	-7.761D-02 (2.371D+00)			
132) XTRAR	-8.435D+01 (3.148D-01)	-2.568D+01 (1.065D-01)	2.451D-01 (1.192D+01)		
133) XFAIR	1.654D-02 (4.272D+00)	5.142D-01 (2.412D+00)	-5.766D-03 (6.333D-01)		
134) XOSR	8.086D-03 (6.714D+00)	1.124D-01 (5.924D+00)			
143) MFALR	3.342D-02 (2.344D+01)	-1.636D+02 (3.481D+00)			
150) MSR	2.324D-01 (2.876D+00)	6.076D-01 (3.801D+00)			

2.2 ZA⁺

THREE STAGE LEAST SQUARES (4 JULY 65) NESDB'S MACRO MODEL

PROB 1

STAGE 3 DIVISION OPTION 0

..... EFFICIENT ESTIM TES.....

PARAMETER	1	2	3	4	5
EQUATION					
1) AR	1.314D+07 (2.876D+00)	-7.047D+06 (3.901D+00)	-4.878D+06 (6.333D-01)		
2) AM	-1.574D+04 (1.922D-01)	4.904D+04 (2.758D+00)	-1.906D+01 (4.711D+03)		
3) AS	-1.896D+05 (6.496D+03)	1.030D+05 (2.125D+03)	7.530D+01 (5.824D+04)	-6.810D+01 (1.037D+03)	
4) AC	3.955D-02 (5.324D+04)	-2.134D-01 (1.269D+04)	6.600D-02 (1.612D+04)	-7.487D+02 (1.033D+04)	7.678D-01 (2.758D+04)
30) VCONR	1.074D+00 (6.573D+03)	2.170D+00 (1.776D+04)	-1.082D+01 (2.819D+03)		
32) VCONR	6.865D+00 (2.633D+05)	-1053D+01 (1.773D+05)			
33) VTACR	1.902D-01 (2.312D+05)	-7.702D-01 (3.394D+04)			
34) VWAGR	-1.472D+00 (1.364D+05)	1.627D+00 (8.730D+03)			
35) VWMANR	2.468D+00 (1.148D+05)	6.565D+01 (9.385D+04)	-5.133D+01 (3.120D+03)		

PARAMETER	1	2	3	4	5
EQUATION					
37) VSERR	4.706E-02	4.618D-01	2.611D-02		
	(1.607D+04)	(9.522D+03)	(2.519D+04)		
38) VFADR	-3.933D-01	-4.478D-01	1.006D-01		
	(5.916D+03)	(1.574D+04)	(2.642D+03)		
39) VBKR	5.579D-02	2.977D-01			
	(1.168D+04)	(2.085D+05)			
40) VEIR	3.027D-01	-2.322D+01			
	(3.388D+03)	(7.736D+02)			
41) VODR	-7.199D+03	4.183D+05			
	(3.259D+03)	(4.753D+03)			
63) OSCR	2.201D+03	-9.247D+03			
	(8.584D+04)	(6.696D+03)			
64) IPEGR	-1.925D+04	2.106D+05	-2.569D+09		
	(2.967D+04)	(3.675D+04)	(5.196D+03)		
73) TDHR	-2.468D+01	-2.052D+03			
	(3.594D+04)	(4.995D+03)			
74) OTGR	-3.049D+02	1.995D+03			
	(2.899D+03)	(1.067D+05)			
75) INCDR	-1.854D+06	1.520D+06	-3.315D+05		
	(1.461D+03)	(1.062D+05)	(8.749D+04)		
79) TDCR	8.222D+03	-1.338D+03			
	(2.260D+04)	(5.012D+04)			
80) DR	-2.760D+02	-2.312D+04	3.104D+04		
	(2.013D+04)	(1.406D+04)	(1.302D+04)		

PARAMETER	1	2	3	4	5
EQUATION					
82) SCR	9.288D+04				
	(2.64(D+04)				
84) INPDGR	9.937D+03	-1.496D+04			
	(4.167D+05)	(5.511D+04)			
87) PUBDB	9.722D+03	1.743D+03			
	(9.081D+04)	(6.538D+03)			
88) GEXP	6.707D+03	2.953D+04			
	(1.326D+03)	(1.266D+03)			
89) GREV	3.187D+04	1.702D+05			
	(4.955D+03)	(2.761D+03)			
91) TIXRC	-3.836D+04	-1.132D+05	-1.424D+04		
	(8.049D+03)	(2.425D+03)	(6.621D+03)		
92) TIXOR	1.604D+06	-6.707D+04			
	(1.160D+03)	(4.986D+03)			
94) TIGR	-3.006D+03				
	(2.296D+04)				
97) IPRIR	4.557D-01	-1.219D+00			
	(4.850D+04)	(5.205D+03)			
104) IPRICR	7.849D+04	-5.237D+04			
	(1.895D+00)	(2.269D+00)			
105) IPUBCR	-4.959D+04	1.528D+04			
	(2.229D+00)	(1.737D+00)			
111) XMZR	7.346D+05	-5.404D+05			
	(1.605D+00)	(8.883D+04)			

PARAMETER	1	2	3	4	5
EQUATION					
112) XRUBR	7.591D+04 (8.433D+04)	-1.574D+04 (7.313D+00)			
113) XCASR	4.904D+04 (4.402D+03)				
114) XSUGR	-1.906D+01 (1.105D+00)	-4.551D-01 (1.919D+00)			
115) XTINR	-3.534D+05 (1.919D+00)	6.796D+04 (8.703D+03)			
132) XTRAR	2.194D+07 (1.331D+00)	-5.400D+07 (1.648D+05)	-5.615D+03 (1.009D+04)		
133) XFAIR	4.495D+04 (5.697D+04)	-8.105D+05 (2.058D+05)	-9.393D+04 (2.163D+03)		
134) XOSR	-1.427D+04 (3.773D+04)	1.618D+05 (3.795D+04)			
143) MFALR	-2.814D+03 (3.233D+03)	1.437D+08 (6.878D+04)			
150) MSR	5.059D+02 (3.475D+03)	-7.418D+03 (2.594D+04)			

2.3 ZA - SUBSYSTEM I

THREE STAGE LEAST SQUARES (4 JULY 65) NESDB'S MACRO MODEL

SUBSYSTEM I

PROB 1

STAGE 3

DIVISION OPTION C

..... EFFICIENT ESTIMATES

PARAMETER	1	2	3	4	5
EQUATION					
1) AR	2.035D+06 (3.054D+02)	1.055D+06 (3.572D+02)	-2.354D+06 (3.194D+02)		
2) AM	5.965D+03 (6.824D+01)	5.482D+04 (5.043D+02)	-8.803D+00 (1.917D+02)		
3) AS	-9.662D+04 (4.032D+02)	1.582D+05 (7.233D+02)	-8.420D+01 (9.555D+02)	9.653D+01 (9.229D+02)	
4) AC	5.289D-02 (2.062D+01)	3.147D+00 (1.004D+02)	-2.033D+01 (2.600D+02)	-2.576D+03 (4.020D+01)	3.845D+01 (9.809D-02)
30) VMANR	6.027D+00 (2.672D+04)	1.005D+00 (1.515D+04)	-6.247D+01 (2.498D+04)		
32) VCONR	5.185D+00 (9.612D+04)	-7.313D+00 (7.898D+04)			
33) VTACR	4.677D-01 (1.129D+05)	-3.478D+00 (8.554D+04)			
34) VWAGR	-2.182D+00 (1.952D+04)	2.422D+00 (2.069D+04)			

PARAMETER	1	2	3	4	5
EQUATION					
35) VWMANR	6.503D-01 (1.472D+04)	4.442D+01 (6.887D+04)	-2.163D+01 (2.915D+04)		
37) VSERR	3.388D+00 (3.068D+04)	5.302D+00 (2.442D+04)	-2.620D+00 (2.344D+04)		
38) VPADR	2.742D+00 (1.233D+04)	-7.362D+00 (3.805D+03)	1.442D-02 (1.389D+02)		
39) VBKR	-1.729D-01 (1.060D+04)	5.909D+00 (1.368D+04)			
40) VELR	9.104D-03 (2.713D+03)	-6.222D-02 (2.749D+02)			
41) VODR	1.073D-02 (2.576D+03)	6.575D-01 (2.750D+03)			

2.4 ZA - SUBSYSTEM II

THREE STAGE LEAST SQUARES (4 JULY 65) NESDB'S MACRO MODEL

SUBSYSTEM II

PROB 1

STAGE 3

DIVISION OPTION 0

.... EFFICIENT ESTIMATES

PARAMETER	1	2	3	4	5
EQUATION					
63) OSCR	4.519D-01 (4.236D+02)	-2.577D+00 (2.820D+02)			
64) IPEGR	-3.020D-01 (3.047D+02)	1.897D-01 (3.611D+01)	3.706D+04 (4.635D+02)		
73) TDHR	-6.552D-02 (1.551D+02)	5.044D-01 (1.817D+02)			
74) OTGR	-6.279D-02 (7.821D+01)	4.400D-01 (8.240D+01)			
75) INCDR	1.2190+01 (1.345D+03)	-6.492D+00 (1.307D+03)	1.342D+00 (1.404D+03)		
79) TDGR	-4.646D-01 (4.870D+03)	8.127D-02 (6.864D+03)			
80) DR	-6.535D-03 (4.287D+03)	-2.204D-01 (4.114D+03)	1.203D+00 (1.775D+04)		
82) SCR	1.205D+00 (2.235D+04)				

PARAMETER	1	2	3	4	5
EQUATION					
84) INPDGR	5.842D-02 (9.036D+02)	1.387D-01 (1.328D+03)			
87) PUBDB	-3.810D-01 (7.251D+03)	1.111D+00 (1.099D+05)			
88) GEXP	9.364D-01 (8.225D+04)	5.972D-02 (1.092D+03)			
89) GREV	9.086D-01 (8.736D+04)	7.104D-02 (2.007D+03)			
91) TIXRC	4.658D-01 (2.176D+03)	-1.303D+00 (3.849D+03)	4.010D-01 (1.928D+04)		
92) TIXOR	-1.643D+00 (7.621D+03)	3.914D-02 (7.579D+03)			
94) TIOR	9.004D-02 (6.753D+04)				

2.5 ZA - SUBSYSTEM III

THREE STAGE LEAST SQUARES (4 JULY 65) NESDB'S MACRO MODEL

SUBSYSTEM III

PROB. 3

STAGE 3 DIVISION OPTION 0

..... EFFICIENT ESTIMATES

PARAMETER	1	2	3	4	5
EQUATION					
97) IPRIR	-1.211D-01	7.026D-01			
	(2.494D+01)	(3.416D+01)			
104) IPRICR	5.530D+01	-3.992D+01			
	(1.753D+03)	(1.746D+03)			
105) IPUBCR	3.751D+00	-7.915D-01			
	(3.095D+02)	(2.311D+02)			
111) XMZR	3.227D+02	-2.856D+02			
	(4.652D+03)	(4.330D+03)			
112) XRUBR	-2.741D+00	1.111D+01			
	(9.090D+03)	(1.200D+04)			
113) XCASR	1.216D+00				
	(5.728D+04)				
114) XSUGR	8.742D+00	-6.436D+00			
	(5.240D+03)	(4.423D+03)			
115) XTINR	-9.824D-01	4.095D-01			
	(1.041D+03)	(3.078D+03)			

PARAMETER	1	2	3	4	5
EQUATION					
132) XTRAR	1.430D+03	-8.005D+03	6.356D-01		
	(1.474D+03)	(5.248D+03)	(8.7790+03)		
133) XFAIR	5.973D-01	-7.658D+00	7.615D-01		
	(4.280D+03)	(1.200D+03)	(4.239D+03)		
134) XOSR	3.731D-02	-3.836D-01			
	(7.051D+03)	(4.350D+03)			
143) MFALR	1.077D-01	-2.620D+03			
	(7.354D+03)	(5.3460+03)			
150) MSR	-1.735D-01	4.284D+00			
	(7.823D+03)	(1.059D+04)			

สถาบันวิทยบริการ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

3. CHANGE OF EFFICIENCY

3.1 OF Z_A^+ IN RELATION TO OLS

PARAMETER	1	2	3	4	5
EQUATION					
1) AR	+	+	-		
2) AM	-	-	+		
3) AS	+	+	+	+	
4) AC	+	+	+	+	+
30) VMANR	+	+	+		
32) VCONR	+	+			
33) VTACR	+	+			
34) VWAGR	+	+			
35) VWMANR	+	+	+		
37) VSERR	+	+	+		
38) VPADR	+	+	+		
39) VBKR	+	+			
40) VELR	+	+			
41) VODR	+	+			

PARAMETER	1	2	3	4	5
EQUATION					
63) OSCR	+	+			
64) IPEGR	+	+	+		
73) TDHR	+	+			
74) OTGR	+	+			
75) INCDR	+	+	+		
79) TDCR	+	+			
80) DR	+	+	+		
82) SCR	+				
84) INPDGR	+	+			
87) PUBDB	+	+			
88) GEXP	+	+			
89) GREV	+	+			
91) TIXRC	+	+	+		
92) TIXOR	+	+			
94) TIOR	+				

PARAMETER	1	2	3	4	5
EQUATION					
97) IPRIR	+	+			
104) IPRICR	+	-			
105) IPUBCR	-	+			
111) XMZR	-	+			
112) XRUBR	+	+			
113) XCASR	+				
114) XSUGR	-	-			
115) XTINR	-	+			
132) XTRAR	+	+	+		
133) XFAIR	+	+	+		
134) XOSR	+	+			
143) MFALR	+	+			
150) MSR	+	+			

3.2 OF ZA-SUB IN RELATION TO OLS

PARAMETER	1	2	3	4	5
EQUATION					
1) AR	+	+	+		
2) AM	+	+	+		
3) AS	+	+	+	+	
4) AC	+	+	+	+	+
30) VMANR	+	+	+		
32) VCONR	+	+			
33) VTACR	+	+			
34) VWAGR	+	+			
35) VWMANR	+	+	+		
37) VSERR	+	+	+		
38) VPADR	+	+	+		
39) VBKR	+	+			
40) VELR	+	+			
41) VODR	+	+			

PARAMETER	1	2	3	4	5
EQUATION					
63) OSCR	+	+			
64) IPEGR	+	+	+		
73) TDHR	+	+			
74) OTGR	+	+			
75) INCDR	+	+	+		
79) TDCR	+	+			
80) DR	+	+	+		
82) SCR	+				
84) INPDGR	+	+			
87) PUBDB	+	+			
88) GEXP	+	+			
89) GREV	+	+			
91) TIXRC	+	+	+		
92) TIXOR	+	+			
94) TIOR	+				

PARAMETER	1	2	3	4	5
EQUATION					
97) IPRIR	+	+			
104) IPRICR	+	+			
105) IPUBCR	+	+			
111) XMZR	+	+			
112) XRUBR	+	+			
113) XCASR	+				
114) XSUGR	+	+			
115) XTINR	+	+			
132) XTRAR	+	+	+		
133) XFAIR	+	+	+		
134) XCSR	+	+			
143) MFALR	+	+			
150) MSR	+	+			

3.3 OF ZA^+ IN RELATION TO ZA -SUB

PARAMETER	1	2	3	4	5
EQUATION					
1) AR	-	-	-		
2) AM	-	-	+		
3) AS	+	+	+	+	
4) AC	+	+	+	+	+
30) VMANR	-	+	-		
32) VCONR	+	+			
33) VTACR	+	-			
34) VWAGR	+	-			
35) VWMANR	+	+	-		
37) VSERR	-	-	+		
38) VPADR	-	+	+		
39) VBKR	+	+			
40) VELR	+	+			
41) VODR	+	+			

PARAMETER	1	2	3	4	5
EQUATION					
63) OSCR	+	+			
64) IPEGR	+	+	+		
73) TDHR	+	+			
74) OTGR	+	+			
75) INCDR	+	+	+		
79) TDCR	+	+			
80) DR	+	+	-		
82) SCR	+				
84) INPDGR	+	+			
87) PUBDB	+	-			
88) GEXP	-	+			
89) GREV	-	+			
91) TIXRC	+	-	-		
92) TIXOR	-	-			
94) TIOR	-				

PARAMETER	1	2	3	4	5
EQUATION					
97) IPRIR	+	+			
104) IPRICR	-	-			
105) IPUECR	-	-			
111) XMZR	-	+			
112) XRUBR	-	-			
113) XCASR	-				
114) XSUGR	-	-			
115) XTINR	-	+			
132) XTRAR	-	+	+		
133) XFAIR	+	+	-		
134) XOSR	+	+			
143) MFAIR	-	+			
150) MSR	-	+			

4. DATA FOR 3SLS PROGRAM (1961-1979)

AR	AM	AS	VMZR(t-1)	VSUGR(t-1)	VCASR
38619.0	1916.00	776.000	500.000	611.000	458.000
41168.0	2050.00	345.000	566.000	496.000	552.000
41229.0	2612.00	452.000	630.000	408.000	558.000
40872.0	3449.00	532.000	809.000	614.000	443.000
40961.0	3605.00	523.000	901.000	657.000	421.000
46454.0	4084.00	361.000	1036.00	591.000	535.000
41612.0	4651.00	448.000	1156.00	507.000	741.000
45173.0	4763.00	646.000	1289.00	706.000	746.000
47400.0	4503.00	739.000	2494.00	940.000	777.000
46840.0	5180.00	862.000	1670.00	988.000	861.000
47043.0	6368.00	865.000	1934.00	1070.00	1304.00
93172.0	6231.00	1133.00	2348.00	955.000	1569.00
106578.	7172.00	1616.00	1333.00	1554.00	2272.00
97710.0	7749.00	1935.00	2363.00	2095.00	2203.00
108846.	8200.00	2444.00	2690.00	2268.00	2486.00
104454.	8029.00	3119.00	2880.00	2983.00	3587.00
109909.	7534.00	3541.00	2690.00	4104.00	4368.00
120713.	8661.00	3190.00	1719.00	2768.00	5327.00
115839.	9529.00	2730.00	2871.00	3150.00	3915.00

VRUBR	VAGR	VTINR	VMANR	VCONR	VTACR
777.000	29135.0	656.000	9197.00	3514.00	4861.00
817.000	31330.0	725.000	10341.0	4018.00	5305.00
825.000	34110.0	771.000	11269.0	4439.00	5489.00
879.000	34610.0	772.000	12258.0	5109.00	6130.00
910.000	35931.0	942.000	14249.0	5688.00	6444.00
891.000	40873.0	1117.00	15911.0	6908.00	6906.00
983.000	39834.0	1113.00	17895.0	8212.00	7643.00
1163.00	43706.0	1169.00	19209.0	8591.00	7859.00
1270.00	47018.0	1027.00	21805.0	8724.00	8408.00
1298.00	48332.0	1061.00	23320.0	8705.00	9195.00
1433.00	50537.0	1056.00	25202.0	7689.00	9373.00
1529.00	49919.0	1075.00	27864.0	7168.00	10514.0
1738.00	56237.0	1019.00	31523.0	7221.00	11320.0
1721.00	56962.0	991.000	34403.0	7459.00	12109.0
1583.00	62081.0	799.000	37146.0	8514.00	12444.0
1779.00	65898.0	996.000	42529.0	10022.0	13366.0
1940.00	65537.0	1179.00	48071.0	11996.0	14474.0
2128.00	72513.0	1471.00	52521.0	13583.0	16205.0
2497.00	71408.0	1655.00	57841.0	14547.0	17663.0

VPADR	VSERR	VELR	VBKR	VODR	GDPR
. 3327.00	7028.00	284.000	1533.00	2121.00	73856.0
. 3494.00	7508.00	330.000	1781.00	2185.00	79838.0
. 3828.00	8024.00	337.000	1941.00	2243.00	86544.0
. 3942.00	8632.00	417.000	2242.00	2314.00	92256.0
. 4258.00	9559.00	532.000	2580.00	2391.00	99544.0
. 4358.00	10501.0	707.000	3164.00	2483.00	111688.
. 4776.00	11433.0	921.000	3687.00	2587.00	120389.
. 5445.00	12623.0	1263.00	4249.00	2699.00	130598.
. 5893.00	13515.0	1365.00	4977.00	2842.00	140941.
. 6776.00	14541.0	1638.00	5806.00	3000.00	150092.
. 6993.00	15705.0	1879.00	6559.00	3106.00	157088.
. 7178.00	16844.0	2251.00	6922.00	3199.00	164626.
. 7692.00	18519.0	2626.00	7616.00	3313.00	180146.
. 7866.00	18801.0	2786.00	8944.00	3452.00	189950.
. 8359.00	20265.0	3181.00	9629.00	3555.00	203514.
. 8393.00	21276.0	3642.00	10208.0	3664.00	221225.
. 9555.00	23260.0	4144.00	11574.0	3823.00	237173.
. 10166.0	26353.0	4500.00	13443.0	4052.00	261097.
. 11594.0	28777.0	5178.00	15582.0	4289.00	276907.

VNAGRF	GNPRF	XOSU	VAMA	SVSCR	CPT
. 36800.0	65781.0	2718.20	42776.0	675.200	7544.50
. 40176.6	71355.8	3002.10	46757.0	830.100	8786.70
. 43385.0	77301.6	2540.50	50960.0	1042.50	9740.90
. 47571.0	81975.0	3042.70	53309.0	1602.00	10911.8
. 52537.8	88268.8	3925.80	57560.0	1509.30	12826.1
. 58785.0	99439.1	5195.40	65701.0	1970.80	14989.3
. 66236.8	106427.	4583.70	68176.0	3083.10	17698.2
. 71787.2	115657.	4341.20	73971.0	2849.50	20665.7
. 77766.3	124518.	4812.60	80124.0	2956.60	22479.0
. 85618.9	133588.	5275.20	82912.0	3277.40	24529.0
. 90267.8	139512.	8058.25	86284.0	3959.60	26300.0
. 97274.0	146519.	10155.0	87837.0	4281.00	28041.0
. 104487.	160887.	13227.1	97664.0	4225.31	31378.0
. 110238.	167939.	14066.0	101742.	5300.89	35676.0
. 120238.	182171.	12830.0	110226.	4517.52	43662.0
. 133344.	198489.	17564.5	121355.	4580.64	59926.0
. 145349.	209577.	21363.8	129130.	5584.30	67707.0
. 160254.	229354.	25649.1	142721.	7468.69	83714.0
. 175199.	241714.	27466.9	148327.	7684.84	103162.

ITT	CPRISUGR	VTACR(t-1)	VPADR(t-1)	VSERR(t-1)	VELR(t-1)
. 8080.50	601.000	4827.00	3168.00	6623.00	210.000
. 9051.60	630.000	4861.00	3327.00	7028.00	284.000
. 10147.9	659.000	5305.00	3494.00	7508.00	330.000
. 10921.8	686.000	5489.00	3828.00	8024.00	337.000
. 12185.6	741.000	6130.00	3942.00	8632.00	417.000
. 13990.7	800.000	6444.00	4258.00	9559.00	532.000
. 16177.8	870.000	6906.00	4358.00	10501.0	707.000
. 18613.4	941.000	7643.00	4776.00	11433.0	921.000
. 19696.0	996.000	2149.20	5445.00	12623.0	1263.00
. 20249.0	1064.00	8408.00	5893.00	13515.0	1365.00
. 20962.0	1300.00	9195.00	6476.00	14541.0	1638.00
. 22896.0	1320.00	9373.00	6993.00	15705.0	1879.00
. 28511.0	1490.00	10514.0	7178.00	16844.0	2251.00
. 41491.0	1845.00	11320.0	7692.00	18519.0	2626.00
. 41828.0	1942.00	12109.0	7866.00	18801.0	2786.00
. 46881.0	2074.00	12444.0	8359.00	20265.0	3181.00
. 57802.0	2379.00	13366.0	8893.00	21276.0	3642.00
. 69997.0	2748.00	14474.0	9555.00	23260.0	4144.00
. 84624.0	2870.00	16205.0	10166.0	26352.0	4500.00

VBKR(t-1)	VODR(T-1)	CDR	DIR	TDHR	OTGR
. 1306.00	2063.00	1641.80	63018.0	653.500	214.200
. 1533.00	2121.00	1820.20	65402.0	644.000	307.800
. 1781.00	2185.00	2018.10	69020.1	689.900	215.700
. 1941.00	2243.00	2237.40	73770.9	750.900	215.200
. 2242.00	2314.00	2480.60	81788.1	860.100	257.800
. 2580.00	2391.00	2750.20	94362.8	896.100	236.600
. 3164.00	2483.00	3049.20	94287.1	1018.90	239.800
. 3687.00	2587.00	3380.60	100043.	1166.60	271.400
. 4249.00	2600.00	3748.00	108392.	1366.90	216.500
. 4977.00	2842.00	4614.00	115147.	1501.00	261.800
. 5806.00	3000.00	4206.00	120140.	1734.84	288.820
. 6559.00	3106.00	4551.00	132257.	1716.00	517.000
. 6922.00	3199.00	5910.00	154638.	1622.24	344.730
. 7616.00	3313.00	6850.00	155869.	1593.83	338.860
. 8944.00	3453.00	6670.00	163986.	2010.52	465.280
. 9629.00	3555.00	7412.00	178249.	2200.88	608.240
. 10208.0	3664.00	9361.00	190550.	2481.38	608.200
. 11574.0	3823.00	9644.00	204983.	3140.16	674.710
. 13443.0	4052.00	9997.00	217850.	3284.12	722.740

INCDR	TDCR	DR	SCR	OSCR	TOCR
110.500	278.800	7692.00	675.200	2735.30	3397.10
131.900	347.700	8698.60	830.100	3473.30	4131.40
157.300	407.400	9684.10	1042.50	4275.80	5128.30
187.700	441.100	10430.8	1602.00	5505.70	6440.20
224.000	581.500	11607.4	1509.30	6052.50	7103.90
267.200	651.300	13202.4	1970.80	7049.00	8333.90
318.900	722.000	15373.7	2763.00	9419.80	10814.7
380.400	868.300	17545.4	2492.70	10324.4	12152.2
453.000	931.800	18512.0	2585.00	11785.8	13623.1
612.800	996.100	18807.0	2681.70	13380.0	15618.1
636.720	1065.67	19172.0	3278.48	16975.1	17580.8
690.000	1005.00	20436.0	3509.00	14979.0	18129.0
913.370	1250.37	25376.0	3496.55	14853.5	17763.0
936.090	1952.22	38068.0	4481.22	16988.4	19708.4
1339.71	2471.60	38376.0	3514.99	16742.1	21301.1
1752.65	2445.93	43068.0	3577.50	17824.1	22778.7
1980.12	2833.80	52966.0	4458.27	21582.3	25682.1
2380.11	3589.07	63984.0	6072.51	24777.8	30185.3
2412.22	3906.89	78341.0	6183.41	25604.0	32443.9

MSR(t-1)	CPUBR	INPDGR	INCDR(t-1)	PUBDB	TIXOR
572.550	6985.00	481.200	92.6000	6662.30	268.200
692.410	7642.00	429.600	110.500	7640.50	223.900
837.300	8360.00	560.000	131.900	7623.60	208.900
926.700	8862.00	581.900	157.300	8786.00	206.300
1168.10	9792.00	679.400	187.700	10008.7	212.700
1379.40	10565.0	896.600	224.000	13682.6	197.900
1578.10	11380.0	855.400	267.200	13497.0	133.000
2025.00	13788.0	1121.20	318.900	15028.2	133.300
2884.40	14986.0	1262.20	380.400	19493.5	350.700
3084.30	16426.0	1516.40	453.000	23644.2	196.600
3469.70	17542.0	1850.99	612.764	29012.4	46.5300
3126.10	17885.0	2460.00	636.716	38057.7	60.0000
3206.00	19653.0	2900.90	690.000	42461.4	518.180
3593.70	19818.0	2609.22	913.372	40875.2	935.290
2871.60	21908.0	2442.48	936.091	43211.6	399.060
3427.60	25032.0	2573.81	1339.71	53572.5	650.030
4054.10	27274.0	3164.82	1752.65	64371.7	695.660
3586.40	31816.0	3569.41	1980.12	77180.9	842.940
4112.80	36864.0	4291.26	2380.11	90166.3	1328.91

GEXP	GREV	GOVS	IPRIR	IPUBR	IPRICR
. 7316.90	7483.30	166.398	8306.00	3166.00	4580.00
. 8513.20	8104.30	-408.902	9536.00	4104.00	4939.00
. 9615.70	8851.40	-764.301	11270.0	4975.00	5223.00
. 10451.5	9909.90	-541.598	14228.0	5686.00	5933.00
. 12474.7	11872.3	-602.400	14969.0	6680.00	6278.00
. 14295.9	13119.1	-1176.80	18636.0	7819.00	7279.00
. 16510.8	14852.8	-1658.10	23171.0	9337.00	7793.00
. 19325.7	16850.3	-2475.40	25088.0	10317.0	8684.00
. 21171.1	18361.7	-2809.40	27971.0	11838.0	9657.00
. 24289.1	18807.9	-5481.20	27858.0	12093.0	9569.00
. 27167.6	19886.6	-7281.00	27514.0	11821.0	9139.00
. 28823.1	21532.4	-7290.40	23167.0	11440.0	8735.00
. 32481.4	27173.7	-5307.70	28921.0	8933.00	9240.00
. 36181.5	38187.0	2005.50	35272.0	6868.00	10419.0
. 45814.0	39084.1	-6729.90	32823.0	9489.00	10592.0
. 59751.7	43596.6	-16155.1	31576.0	13543.0	10720.0
. 66414.1	53956.5	-12457.6	43167.0	16665.0	13185.0
. 77908.4	65193.1	-12715.3	44850.0	19334.0	15602.0
. 91823.2	78669.0	-13154.1	49425.0	19800.0	16556.0

IPUBCR	ICONR	KR(t-1)	PUBDBR(t-1)	PUBDB(t-1)	XTRAR
. 1973.00	6553.00	426179.	8027.80	6385.40	189.740
. 2467.00	7406.00	422735.	8271.50	6662.30	221.600
. 3190.00	8413.00	421580.	9298.00	7640.50	249.600
. 3479.00	9412.00	423070.	9205.40	7623.60	289.800
. 3996.00	10274.0	428177.	10412.4	8786.00	422.200
. 4677.00	11953.0	434840.	11759.8	10008.7	1028.80
. 6117.00	13910.0	446076.	14425.7	12682.6	1303.60
. 6101.00	14785.0	462971.	14358.0	13497.0	1340.00
. 7375.00	17032.0	482172.	15776.3	15028.2	1867.50
. 7955.00	17524.0	505105.	20780.3	19493.5	2300.30
. 8083.00	17222.0	527377.	24864.3	23644.2	2311.60
. 7903.00	16638.0	548255.	30000.9	29012.4	2718.00
. 6443.00	15683.0	563673.	38057.7	38057.7	2939.70
. 4298.00	14717.0	581849.	39290.6	42461.4	2697.40
. 6283.00	16875.0	603624.	31157.5	40875.2	3035.50
. 9451.00	20171.0	624909.	30574.6	4311.6	2592.80
. 11330.0	24515.0	648159.	36163.2	53574.5	2802.20
. 12461.0	28063.0	685303.	42126.7	64371.7	4939.60
. 11311.0	27867.0	725501.	45815.8	77180.9	5633.50

XFAIR	XFAIR(t-1)	XOSR	XMZR	XCASR	KRUBR
. 942.000	66.4200	1019.18	641.800	523.100	1081.90
. 1198.00	102.090	1072.60	532.600	473.100	1138.10
. 1224.00	156.900	1090.70	838.400	504.400	1095.30
. 1529.00	158.300	1156.40	1258.10	871.700	1271.90
. 1409.00	257.300	1239.90	908.200	848.600	1235.90
. 2008.00	385.800	1753.90	1375.30	612.700	1187.00
. 1695.00	517.900	1774.30	1762.30	1048.30	1478.30
. 2114.00	517.900	1774.30	1762.30	1048.30	1478.30
. 2118.00	381.600	1766.60	1746.90	1151.10	1619.90
. 2575.00	256.100	1966.90	1637.50	1565.20	1615.40
. 2669.00	307.570	2155.20	2119.24	1325.36	1804.33
. 3115.00	541.130	2348.00	2085.00	1547.00	1862.00
. 3840.00	639.000	2283.60	1567.67	2167.75	2288.84
. 3185.00	674.400	2844.00	2602.89	2827.28	2125.02
. 3282.00	723.020	2934.70	2380.06	2814.98	1936.94
. 3538.00	643.800	2941.90	2736.38	4390.44	2188.78
. 4128.00	865.080	3255.00	1744.21	4666.80	2355.25
. 4515.40	931.830	4285.20	2231.21	7420.64	2591.62
. 4732.00	1133.20	5513.80	2277.74	4674.16	3053.37

XSUGR	XTINR	MFALR	TIOR	XGR	MSR
. 4.30000	1379.30	942.000	3551.80	9923.00	692.450
. 133.500	1511.70	1198.00	4233.90	9435.00	837.300
. 163.600	1676.40	1224.00	4709.40	9578.00	926.700
. 151.800	1703.80	1529.00	5408.90	12165.0	1168.10
. 261.300	1562.10	1409.00	6288.10	12664.0	1379.40
. 169.300	1439.80	2008.00	6913.30	13817.0	1578.10
. 46.6000	2065.30	1695.00	7901.30	13808.0	2025.00
. 0.0	1829.90	2114.00	8709.10	13228.0	2884.40
. 50.0000	1785.20	2118.00	9280.90	14267.0	3084.30
. 174.500	1694.90	2575.00	10494.1	14270.0	3469.70
. 541.574	1666.50	2669.00	11416.0	18284.5	3126.10
. 1264.00	1664.00	3115.00	11764.0	21750.0	3206.00
. 854.228	1727.30	3840.00	12295.7	22761.7	3593.70
. 1376.75	1582.20	3185.00	13479.4	24366.8	2871.60
. 1848.22	1269.60	3282.00	14608.2	23240.1	3427.60
. 3486.69	1527.50	3548.00	16185.9	32554.1	4054.10
. 5132.09	1633.30	4128.00	18480.6	37953.4	3586.40
. 3226.34	2205.20	4515.40	20055.4	43473.4	4112.80
. 3690.55	2385.40	4732.00	21582.1	45733.6	4566.80

PRC	PMZ	PSUG	POR	POS	XGMGR
0.717957	0.781448	0.716532	1.02800	1.02850	19656.2
0.692687	0.699841	0.673039	0.834380	0.840930	21883.4
0.597041	0.779851	0.841856	0.789670	0.708070	24093.2
0.559614	0.829523	0.628006	0.897960	0.875160	28903.0
0.790654	0.872973	0.467343	0.846460	0.954230	30328.2
0.974274	0.943166	0.768639	0.980320	1.04890	35956.8
0.885306	0.840962	0.994334	0.895170	0.858820	41475.8
0.739751	0.675368	0.697872	0.776780	0.790740	46918.9
0.769035	0.741317	0.725331	0.738990	0.753560	51785.0
0.547794	0.908480	0.809345	0.943500	0.856310	50516.6
0.622983	0.729131	0.850262	0.833979	0.758220	43661.9
1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	52385.0
1.50164	1.51375	1.07542	1.19888	1.34096	65632.4
1.58223	2.18773	1.73104	1.66546	1.61586	63236.2
1.43279	2.07674	1.72444	1.64048	1.54327	56423.0
1.31485	1.78885	1.72076	1.60895	1.47365	63934.2
1.65920	1.34380	1.60730	1.39289	1.41019	76062.2
1.75208	1.59213	1.63492	1.48742	1.52647	82129.8
1.84200	2.15693	2.38502	2.22620	2.04519	94514.9

PXRCB	PMTFALR	PWRCB	GDPWR	D66	PC
2283.00	2.08674	1633.00	0.48675	0.0	0.761920
2549.00	2.00894	1893.00	0.514350	0.0	0.724136
2415.00	1.93488	1682.00	0.545800	0.0	0.675008
2315.00	1.65004	1544.00	0.593025	0.0	0.672186
2287.00	1.38365	1536.00	0.625625	0.0	0.791157
2654.00	1.19937	2086.00	0.666450	1.00000	0.900444
3139.00	1.31824	2398.00	0.706050	1.00000	0.840851
3534.00	1.35907	2001.00	0.769575	1.00000	0.777532
2879.00	1.20493	2205.00	0.828800	1.00000	0.816074
2366.00	1.21834	1905.00	0.882100	1.00000	0.753320
1846.00	1.04743	1578.00	0.926050	1.00000	0.760013
2101.00	1.00000	1822.00	1.00000	1.00000	1.00000
4235.00	1.20796	2865.00	1.07582	1.00000	1.35287
9500.00	3.79705	3773.00	1.07002	1.00000	1.49051
6152.00	4.13543	3723.00	1.06975	1.00000	1.52646
4359.00	4.48187	3822.00	1.13347	1.00000	1.58140
4542.00	4.81658	3866.00	1.18577	1.00000	1.68972
6488.00	4.89662	4250.00	1.24142	1.00000	1.79497
5575.00	6.70022	4438.00	1.29110	1.00000	2.08439

AC	PCAS	CPRIR	VWAGR	VAGR(t-1)	VWMANR
. 621.000	1.58603	53258.0	2673.00	28227.0	3242.00
. 767.000	1.13025	56612.0	2945.00	29135.0	2674.00
. 875.000	0.747312	60439.0	2892.00	31330.0	4172.00
. 656.000	1.23634	64411.0	3111.00	34110.0	4787.00
. 637.000	1.19905	68924.0	3618.00	34610.0	6279.00
. 814.000	1.22916	74988.0	3815.00	35931.0	6606.00
. 880.000	0.850220	80936.0	4721.00	40873.0	8200.00
. 1066.00	0.957105	86307.0	4918.00	39034.0	8468.00
. 1193.00	0.750322	91374.0	4695.00	43706.0	8937.00
. 1403.00	1.11266	97978.0	5395.00	47018.0	10192.0
. 1384.00	0.922546	103681.	7053.00	48332.0	11732.0
. 2069.00	1.00000	110254.	5812.00	50537.0	13868.0
. 2725.00	1.00748	119560.	7194.00	49919.0	14134.0
. 3000.00	1.07764	126207.	7127.00	56237.0	16600.0
. 3715.00	1.12027	134447.	7639.00	56962.0	17472.0
. 4373.00	1.31726	146241.	8729.00	62081.0	19664.0
. 6000.00	1.22765	158455.	8651.00	65898.0	221012.
. 6313.00	1.23522	166856.	9472.00	65537.0	23888.0
. 6510.00	2.13665	177204.	9967.00	72513.0	23802.0

IPEGR	TCGR	SHR	TIXRC	ITR	VMZR
. 292.000	10120.0	8651.00	1061.00	11472.0	566.000
. 323.000	11328.0	7936.00	914.000	13640.0	630.000
. 535.000	12900.0	7726.00	991.000	16245.0	809.000
. 326.000	13494.0	8226.00	1440.00	19914.0	901.000
. 414.000	14389.0	11336.0	1389.00	21649.0	1036.00
. 522.000	15414.0	17372.0	1187.00	26455.0	1156.00
. 666.000	17985.0	12143.0	1194.00	32508.0	1289.00
. 821.000	20817.0	11233.0	1441.00	35405.0	1494.00
. 895.000	21592.0	15339.0	1176.00	39809.0	1670.00
. 1044.00	22327.0	15227.0	661.000	39951.0	1934.00
. 1199.00	22771.0	14211.0	369.000	39335.0	2348.00
. 1252.00	22896.0	18949.0	346.000	34607.0	1333.00
. 1115.000	23719.0	30788.0	481.000	37854.0	2363.00
. 1795.00	28777.0	26330.0	3774.00	42140.0	2690.00
. 17040.00	28289.0	25755.0	871.000	42312.0	2880.00
. 1652.00	29325.0	27566.0	398.000	45119.0	2690.00
. 1455.00	34247.0	26589.0	621.000	59832.0	1719.00
. 1527.00	38338.0	31883.0	524.000	64184.0	2871.00
. 1409.00	4045 .0	33767.0	607.000	69225.0	2944.00

XS

.....

•	1244.30
•	1403.90
•	1583.10
•	1873.80
•	2723.10
•	5524.70
•	7491.80
•	8157.39
•	8100.70
•	8458.10
•	8475.70
•	10118.2
•	11275.3
•	12715.4
•	12663.7
•	10847.0
•	11735.6
•	18757.7
•	24945.0

สถาบันวิทยบริการ

ศาลากลางมหาวิทยาลัย

PROB. 1
STAGE 3

DIVISION OPTION 0

RESIDUAL COVARIANCE MATRIX

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
1.0060+08	1.4050+06	1.1100+06	-1.0000+06	1.0110+06	-4.2790+06	6.5680+05	8.2330+05	-7.3910+07	2.9850+05	1
	3.0760+05	-3.9170+03	8.3580+04	2.2270+05	-1.4550+05	3.1760+04	2.5660+05	1.6120+06	7.2170+04	2
		6.5570+04	-9.0280+04	5.7410+04	-4.7780+04	-3.0700+04	2.5680+04	-1.9990+05	-2.9020+04	3
			2.0510+05	1.2700+05	2.1290+04	7.2010+04	8.2140+04	1.4770+06	5.3730+04	4
				1.7270+06	-1.1200+04	2.5180+04	2.4830+05	-3.3700+06	-1.6810+05	5
					4.0470+05	-4.5610+04	-2.1010+05	1.1990+06	-4.7610+04	6
						1.1250+05	3.6680+04	-1.4950+06	2.5160+04	7
							5.8400+05	-5.9140+06	3.4750+04	8
								8.5400+08	2.1090+06	9
									9.2300+04	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
-6.7220+05	-1.9370+06	5.9730+04	-1.5240+05	-3.1940+05	1.1400+06	-1.7610+05	8.9960+04	3.5350+05	-1.6140+06	1
3.5630+04	1.2200+03	1.3820+04	-4.1910+02	1.0870+05	1.7510+04	4.9890+04	-4.0600+03	4.4960+03	-6.8460+04	2
-2.1640+04	-3.4460+04	-6.2180+03	-2.7120+03	1.7720+04	3.2230+04	-1.4690+04	-4.7640+03	1.9160+04	-9.7040+03	3
4.6970+04	4.3810+04	1.5500+04	2.8110+03	-5.7250+04	-2.6130+04	4.8290+04	7.5070+03	-2.5480+04	2.0730+04	4
8.9770+04	-1.5380+04	2.7100+04	5.3110+03	-3.9110+04	1.2340+05	1.0420+05	-1.9230+04	2.3330+04	-8.1940+04	5
4.4730+04	5.5200+04	8.5070+03	4.9010+03	-1.4400+05	-4.7160+04	-6.1460+04	-1.0200+04	-1.4100+04	9.4750+04	6
-3.4820+03	2.2760+04	-3.7360+03	1.6210+03	-6.3160+04	2.1480+03	2.5440+04	4.8730+03	-1.4620+04	3.5470+03	7
-5.4890+04	-2.5890+03	1.0940+04	-4.3090+03	-5.1830+03	4.8890+04	1.2140+05	1.4000+04	2.1740+04	3.7350+04	8
3.2050+06	2.8880+06	-1.6980+05	2.2510+05	8.4840+06	-1.0460+06	-1.6330+06	-5.2460+05	-6.6650+05	-1.1350+06	9
1.6140+04	4.0550+03	7.9240+03	-6.8310+01	-1.0940+04	-3.5470+04	2.1900+04	8.4860+03	-3.3490+03	1.5330+03	10
5.8980+04	2.5250+04	6.6850+03	3.5900+03	4.7740+04	-1.5540+04	-1.9540+03	-7.5910+03	-1.1660+04	-2.7080+04	11
	7.9020+04	-7.7530+03	6.4000+03	4.8670+04	-1.7240+04	2.0120+04	-4.9960+03	-1.6600+04	2.1050+04	12
		7.8980+03	-4.3350+02	-1.4770+04	-5.2900+03	1.7350+03	1.7990+03	-1.9780+02	-6.8780+03	13
			7.1420+02	3.9330+03	-2.2910+03	1.9460+03	-5.9230+02	-1.1970+03	-4.5140+02	14
				5.4700+05	3.5920+04	-2.0190+04	-2.9230+04	-2.8500+04	-1.8650+05	15
					5.1140+04	-6.4060+03	-4.4080+03	3.8650+03	-2.0050+04	16
						5.9760+04	7.9620+03	2.5550+03	1.7640+04	17
							5.0100+03	1.5240+03	1.1380+04	18
								1.1670+04	1.0400+04	19
									1.4260+05	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	
-2.8930+06	-6.3830+05	1.6820+05	-2.2860+06	1.0600+07	3.1590+05	-1.9010+05	-4.6180+05	-4.0530+05	-5.0430+05	1
-9.5120+04	-3.9290+04	3.3160+04	-1.0850+05	2.4900+04	8.8910+04	-7.1670+04	-9.0890+04	2.9580+05	1.4260+05	2
-4.2780+04	-1.1290+04	-2.0130+04	-2.2360+05	3.5030+05	2.3800+03	1.3770+02	-5.4340+03	-4.7300+04	7.4890+04	3
4.2890+04	-1.8690+04	5.9380+04	1.9040+05	-5.1780+05	3.2890+03	-5.4130+04	3.9160+03	2.2710+05	3.7830+04	4
9.2190+04	-1.0560+05	7.2360+03	-5.0050+03	-2.4840+05	-3.7330+04	1.4030+04	-6.1820+04	5.6560+05	2.6370+05	5
1.9350+05	5.9170+04	-4.2980+04	-1.6870+05	-2.5720+05	-6.6750+04	1.4240+04	3.4510+04	-2.4810+05	1.6260+05	6
-1.4000+04	-1.2370+04	3.2950+04	2.0210+05	-1.7050+05	1.9300+04	-2.8500+04	2.0190+04	1.2370+05	1.1800+05	7
-1.0800+05	-1.0360+05	8.7230+04	-2.9580+05	-2.4430+05	5.5010+04	-9.4800+04	-2.4330+04	6.6990+05	1.8420+05	8
-7.4460+04	1.2510+06	-9.4010+05	6.8790+04	1.2520+07	9.5610+05	-1.2370+06	-1.6860+05	-3.4410+06	1.0360+07	9
-3.7840+04	-2.8690+03	3.1490+04	1.7740+05	-1.5110+05	4.2570+04	-5.2200+04	-9.8760+03	4.6570+04	-1.0710+05	10
3.5110+04	1.1320+04	-7.5480+03	3.1430+04	-1.2140+05	-3.7180+02	-1.9280+02	-1.3060+03	-5.1240+04	2.3610+03	11
5.0160+04	1.3370+04	1.8760+03	1.7740+05	-2.8100+05	-1.5710+03	-3.4490+03	1.5790+04	7.3060+04	1.0940+05	12
2.9830+02	-3.2120+03	6.7580+03	-4.7910+03	-4.7990+04	1.4330+03	4.6440+02	-5.3550+03	1.3890+04	-3.7840+04	13
4.8530+03	1.5100+03	-4.4770+02	2.1710+04	-3.2010+04	-8.4280+02	4.5170+02	7.7300+02	1.9790+03	-1.8440+03	14
-5.2590+04	3.8240+04	-6.9650+04	1.4460+05	3.9280+05	4.3070+04	1.1040+05	-2.7490+04	-8.6060+04	9.4680+04	15
-2.9690+04	-1.4560+04	-1.1900+04	-1.7740+05	2.9070+05	-5.3020+03	8.5670+03	-2.8600+03	3.7980+04	1.7540+05	16
-3.2720+03	-2.7230+04	3.2960+04	1.1780+05	-3.4070+05	6.0470+03	-2.5290+04	-1.2140+04	2.1800+05	-1.0130+05	17
-3.5400+03	-5.6250+03	9.7400+03	2.8710+04	-5.5270+04	-1.3160+03	-3.6060+03	-2.5590+03	3.5590+04	-4.9320+04	18
-1.4150+04	-8.3940+03	-3.1430+02	-7.5440+04	5.8170+04	7.4760+02	-1.4450+04	-6.2700+03	7.7710+03	-2.7470+04	19
6.0730+04	-1.3000+04	2.2350+04	-1.3270+05	-1.9670+05	-2.3060+04	-5.5370+04	2.0910+04	9.1690+04	7.6530+04	20
1.4270+05	2.3890+04	-1.7280+04	-4.0820+03	-3.7820+05	-5.1620+04	3.1760+04	1.6930+04	-5.3260+04	-5.0290+03	21

4.3090+04	9.5890+04	-2.2980+05	1.4270+04	-3.0920+04	2.8630+02	1.5300+05	-4.2380+04	23
	2.3730+06		7.6500+04	7.8910+04	-8.6420+03	1.5030+05	-1.0020+06	24
		4.4550+06	1.2040+05	4.7660+04	-6.2320+03	-9.4980+05	1.3770+06	25
			8.6750+04	-2.5940+04	-2.4820+03	4.1680+04	5.5340+04	26
				1.3690+05	-1.3080+03	-8.3210+04	-1.1030+05	27
					2.2900+04	-3.9240+04	1.0700+05	28
						1.1730+06	1.1290+05	29
							2.0150+06	30

31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	
-1.6010+05	2.9740+06	2.5290+05	-1.6610+05	-1.0420+06	3.6530+05	2.1680+05	1.6990+06	1.2950+05	-1.1020+06	1
-2.6160+05	6.3580+04	-7.7240+04	-1.5080+04	-4.3710+04	4.6210+04	-2.5990+04	6.3730+04	1.4350+04	-5.1400+04	2
-1.8600+04	8.3070+04	9.6470+03	-1.6920+03	8.0690+03	-5.5830+04	1.8470+04	2.6740+04	1.0470+03	-3.7150+04	3
-1.0040+05	-1.2050+05	-6.3030+04	-7.2180+03	-6.4670+04	8.8120+04	-2.6150+04	-2.7490+04	-1.0370+04	3.4890+04	4
-6.2940+05	-4.5130+04	-8.7150+04	-5.7070+04	5.3060+04	-4.6290+04	-4.7490+03	3.4660+03	-2.2550+04	-1.2320+05	5
1.8070+05	-1.9800+05	3.2900+04	1.8770+04	5.9270+04	-8.8180+04	1.1630+04	-1.6410+05	-9.8800+03	5.2950+04	6
-1.9760+04	-4.8290+04	-2.3190+04	-2.1890+03	-8.1720+03	4.9740+04	1.7780+03	5.8870+03	-4.6890+03	6.2310+03	7
-4.5250+05	7.1930+04	-1.1700+05	-3.3350+04	-4.7730+04	1.4900+05	-4.7500+04	7.3620+04	1.4450+04	-3.7820+04	8
-2.1980+06	1.1930+06	-5.9740+05	2.8660+05	-2.4670+06	-5.0650+06	4.2950+05	-4.6440+05	-7.3350+05	-8.9400+05	9
2.9100+04	-7.6780+03	-2.4610+04	2.8510+03	-3.1870+04	5.8840+04	-8.4360+03	2.1190+04	8.1830+01	1.4390+04	10
1.7770+04	-5.0430+04	-8.6410+03	3.1030+03	-1.6820+03	-3.4560+04	3.3940+03	-1.6610+04	-6.0990+03	1.4860+03	11
-1.3570+04	-9.0830+04	-6.5480+03	1.8260+03	4.7210+04	2.3470+03	-1.2670+04	-2.1870+04	-3.1440+03	2.1400+04	12
-1.8340+04	-2.4210+03	-3.9590+03	-1.2370+03	-1.2820+04	7.3340+03	-6.0640+03	-4.9690+03	4.1840+01	-7.0990+02	13
3.3170+02	-7.9330+03	3.9150+02	1.8110+02	5.9650+03	-2.8930+02	-4.2180+02	-1.1800+03	-4.8560+02	1.0750+03	14
-1.1190+05	1.0180+05	5.2710+04	-1.4460+03	-1.1300+04	-1.0100+05	-1.4360+04	4.3850+04	2.0200+04	-5.2020+04	15
-6.1970+04	4.2170+04	3.1000+03	-8.5890+03	-8.1250+03	-2.1180+04	-1.6900+03	1.0680+04	3.3340+03	-2.8330+04	16
-1.0170+05	-2.5640+04	-3.0660+04	-1.0550+04	1.9280+04	8.1900+04	-1.2710+04	2.8170+04	-1.2560+03	9.6440+03	17
-6.2030+03	1.6910+03	-4.9700+03	-1.7110+03	-4.3370+03	2.6340+04	-2.4340+03	3.5060+03	-3.6290+02	6.9980+03	18
-1.1160+04	2.8300+04	-4.0170+03	-1.5510+03	5.8160+03	1.3400+03	4.8360+03	1.3490+04	6.0790+02	-8.1120+03	19
4.7830+04	-7.2150+04	-3.8290+04	3.1770+03	2.3030+04	3.5720+04	1.0680+04	-3.1840+04	-9.7660+03	4.9850+04	20
7.3190+04	-1.4440+05	5.8910+03	6.6070+03	4.9320+04	-2.0960+04	1.1360+04	-8.0070+04	-1.0440+04	5.0070+04	21
9.2510+04	-2.3310+04	3.0090+04	8.9230+03	1.6000+04	-3.3870+04	3.0690+03	-2.3330+04	1.4840+03	8.2850+03	22
-4.7250+04	-1.7140+04	-3.1110+04	-4.6700+03	-2.4170+04	6.1820+04	-1.5900+04	1.3100+04	-3.3110+03	8.6520+03	23
1.1210+05	-2.1160+05	9.0470+04	5.2180+03	1.0750+05	2.9860+05	-1.0150+05	6.5490+04	-6.7910+03	8.6980+04	24
2.5160+05	6.4740+05	1.1380+05	1.4770+04	-2.2010+05	-5.8580+05	7.2270+04	8.9770+04	3.5450+04	-2.4430+05	25
-3.3200+04	2.8330+04	-2.5850+04	1.2400+03	-1.8900+04	-1.1420+04	-2.2860+04	3.0410+04	7.1230+03	1.7490+04	26
9.8500+03	4.4780+03	5.6170+04	1.6910+03	2.6670+04	-3.2360+04	-5.2730+03	-2.1260+04	5.3170+03	8.3920+02	27
4.4360+04	-2.9810+04	-1.8670+03	6.2390+03	3.0370+03	-2.5490+04	5.3800+03	-1.7550+04	-3.1350+03	8.1850+03	28
-7.1790+05	-3.4760+04	-1.6650+05	-5.8930+04	-2.0690+03	3.1950+05	-8.6780+04	7.9000+04	2.9460+03	-7.9230+02	29
-1.9610+05	-7.0560+04	-6.9400+04	2.6670+03	-6.5240+04	-3.2130+05	2.1260+03	-1.2010+05	-5.3770+03	-8.9990+04	30
6.7420+05	-9.8410+04	9.0680+04	4.5310+04	5.1910+04	-1.0220+05	5.5670+04	-5.3150+04	-7.2330+03	8.1250+04	31
	2.4610+05	4.6710+03	-7.6580+03	-6.4570+04	-2.3370+04	1.6170+04	8.8880+04	1.3740+04	-6.3060+04	32
		6.6490+04	5.5410+03	3.1670+04	-2.5980+04	4.1990+03	-1.5990+04	3.8850+03	-5.1640+03	33
			5.3240+03	1.3860+03	-1.7580+04	5.5510+03	-6.1890+03	-7.4940+02	4.5680+03	34
				1.3590+05	5.7610+03	1.0950+03	-2.1350+03	2.7370+03	1.0420+04	35
					2.2240+05	-2.8310+04	3.2290+04	6.0600+03	4.0280+04	36
						4.1310+04	-7.2850+02	-9.8140+03	3.2270+02	37
							8.0310+04	4.5710+03	-2.1480+04	38
								5.1110+03	-2.6370+03	39
								4.9590+04		40

41	42	
5.0458+05	7.9230+05	1
7.9340+03	1.9130+04	2
-6.0030+03	2.6510+04	3
8.3850+03	-3.4850+04	4
-1.5870+05	1.8250+05	5
-1.3230+04	1.3810+04	6
1.0200+04	-4.1100+04	7
-1.2610+04	6.3540+03	8
1.2690+06	-3.6290+06	9
2.5860+04	-8.9360+03	10
-3.7300+03	1.3530+04	11
-3.0590+02	-4.1910+04	12
-1.8770+03	1.7770+04	13

-1.9920+04	8.150+04	15
-9.2610+03	-3.4590+03	16
-1.4970+04	6.5400+03	17
2.6080+02	-1.9980+03	18
-1.9120+03	1.8830+04	19
5.2860+03	-3.0670+04	20
-2.9770+04	-3.0750+03	21
5.6320+03	-7.9560+03	22
1.0630+04	-7.7810+03	23
2.4720+04	-1.0990+05	24
9.4810+04	-6.8500+04	25
1.2380+04	-1.1030+04	26
-2.3610+04	-3.7630+03	27
1.1390+04	-2.3930+04	28
-4.7740+04	-5.7840+04	29
6.4520+04	-2.0820+05	30
5.0510+04	1.3080+03	31
7.9450+03	1.5550+04	32
-2.0920+03	1.2490+04	33
7.2940+03	-2.4840+03	34
-2.3240+04	2.6050+04	35
-1.0560+04	-6.4720+03	36
-3.9070+03	5.9870+03	37
6.1070+03	1.0900+04	38
4.5690+01	8.1940+02	39
1.8550+03	-2.5260+04	40
3.8360+04	-1.9890+04	41
	1.0620+05	42

RESIDUAL CORRELATION MATRIX

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
1.0000+00	2.5250-01	4.3230-01	-2.2010-01	7.6660-02	-6.7040-01	1.9520-01	1.0740-01	-2.5210-01	9.7950-02	1
	1.0000+00	-2.7580-02	3.3270-01	3.0550-01	-4.1230-01	1.7970-01	6.0530-01	9.9460-02	4.2830-01	2
		1.0000+00	-7.7850-01	1.7060-01	-2.9330-01	-3.5740-01	1.3130-01	-2.6720-02	-3.7300-01	3
			1.0000+00	2.1340-01	7.3910-02	4.7400-01	2.3730-01	1.1160-01	3.9050-01	4
				1.0000+00	-1.3390-02	5.7130-02	2.4730-01	-8.7760-02	-4.2120-01	5
					1.0000+00	-2.1370-01	-4.3220-01	6.4510-02	-2.4630-01	6
						1.0000+00	1.4310-01	-1.5250-01	2.4680-01	7
							1.0000+00	-2.6480-01	1.4970-01	8
								1.0000+00	2.3750-01	9
									1.0000+00	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
-2.7590-01	-6.8700-01	6.7000-02	-5.6850-01	-4.3050-02	5.0840-01	-7.1830-02	1.2670-01	3.2620-01	-4.2600-01	1
2.6450-01	7.8240-03	2.8050-01	-2.8280-02	2.6500-01	1.3960-01	3.6800-01	-1.0340-01	7.5040-02	-3.2690-01	2
-3.4790-01	-4.7880-01	-2.7320-01	-3.9630-01	9.3550-02	5.5460-01	-2.3480-01	-2.6290-01	6.9270-01	-1.0030-01	3
4.2710-01	3.4410-01	3.6510-01	2.3220-01	-1.7090-01	-2.5520-01	4.3620-01	2.3420-01	-5.2080-01	1.2120-01	4
2.8130-01	-4.1640-02	2.3210-01	1.5120-01	-4.0240-02	4.1530-01	3.2430-01	-2.0670-01	1.6440-01	-1.6510-01	5
2.8950-01	3.0860-01	1.5050-01	2.8830-01	-3.0620-01	-3.2780-01	-3.9520-01	-2.2660-01	-2.0520-01	3.9440-01	6
-4.2740-02	2.4140-01	-1.2530-01	1.8080-01	-2.5460-01	2.8310-02	3.1030-01	2.0520-01	-4.0340-01	2.8000-02	7
-2.9580-01	-1.2050-02	1.6100-01	-2.1100-01	-9.1710-03	2.8290-01	6.4970-01	2.5890-01	2.6340-01	1.2940-01	8
4.5160-01	3.5150-01	-6.5390-02	2.8920-01	3.9260-01	-1.5830-01	-2.2860-01	-2.5360-01	-2.1110-01	-1.0290-01	9
2.1870-01	4.7480-02	2.9350-01	-5.9500-03	-4.8690-02	-5.1620-01	2.9490-01	3.9460-01	-1.0200-01	1.3360-02	10
1.0000+00	3.6990-01	3.0970-01	5.5320-01	2.6580-01	-2.8290-01	-3.2920-02	-4.4150-01	-4.4460-01	-2.9520-01	11
	1.0000+00	-3.1030-01	8.5190-01	2.3410-01	-2.7110-01	2.9280-01	-2.5110-01	-5.4680-01	1.9830-01	12
		1.0000+00	-1.8250-01	-2.2470-01	-2.6320-01	7.9870-02	2.8590-01	-2.0600-02	-2.0490-01	13
			1.0000+00	1.9900-01	-3.7900-01	2.9780-01	-3.1310-01	-4.1460-01	-4.4720-02	14
				1.0000+00	2.1480-01	-1.1170-01	-5.5840-01	-3.5680-01	-6.6770-01	15
					1.0000+00	-1.1590-01	-2.7540-01	1.5820-01	-2.3470-01	16
						1.0000+00	4.6010-01	9.6740-02	1.9100-01	17
							1.0000+00	1.9940-01	4.2550-01	18
								1.0000+00	2.5480-01	19
									1.0000+00	20

21	22	23	24	25	26	27	28	29	30		
-7.6330-01	-3.6520-01	8.0790-02	-1.4790-01	5.0060-01	1.0690-01	-5.1210-02	-3.0620-01	-3.7310-02	-3.5420-02	1	
-4.5400-01	-4.0650-01	2.8800-01	-1.2700-01	2.1270-02	5.4430-01	-3.4930-01	-3.6800-01	4.9250-01	1.8120-01	2	
-4.6220-01	-2.5300-01	-3.7870-01	-5.6690-01	6.4830-01	3.1570-02	1.4540-03	-1.4030-01	-1.7050-01	2.0610-01	3	
2.5070-01	-2.3440-01	6.3160-01	2.7290-01	-5.4180-01	2.4660-02	-3.2310-01	5.7140-02	4.6290-01	5.8850-02	4	
1.8570-01	-4.6120-01	2.6530-02	-2.4730-01	-8.9570-02	-9.6440-02	2.8850-02	-3.1090-01	3.9740-01	1.4140-01	5	
8.0530-01	5.3380-01	-3.2550-01	-1.7210-01	-1.9160-01	-3.5630-01	6.0520-02	3.5850-01	-3.6010-01	1.8010-01	6	
-1.1040-01	-2.1160-01	4.7320-01	3.9110-01	-2.4080-01	1.9530-01	-2.2970-01	3.9780-01	3.4050-01	2.4790-01	7	
-3.7400-01	-7.7790-01	5.4990-01	-2.5120-01	-1.5150-01	2.4440-01	-3.3530-01	-2.1040-01	8.0940-01	1.6980-01	8	
-6.7440-03	2.4570-01	-1.5500-01	1.5280-01	2.0290-01	1.1110-01	-1.1440-01	-3.8140-02	-1.0870-01	2.4970-01	9	
-3.2970-01	-5.6190-02	4.9930-01	3.7910-01	-2.3570-01	4.7570-01	-4.6440-01	-2.1480-01	1.4150-01	-2.4850-01	10	
3.8270-01	2.6750-01	-1.4970-01	8.4010-02	-2.3680-01	-5.1980-03	-2.1660-03	-3.5540-02	-1.9480-01	6.8490-03	11	
4.7230-01	2.7290-01	3.2150-02	4.0960-01	-4.7370-01	-1.8980-02	-3.3160-02	3.7120-01	2.4000-01	2.7420-01	12	
8.8850-03	-2.0740-01	3.6640-01	-3.4990-02	-2.5590-01	5.4760-02	1.4120-02	-3.9830-01	1.4430-01	-3.0000-01	13	
4.8070-01	3.2430-01	-8.0710-02	5.2730-01	-5.6750-01	-1.0700-01	4.5690-02	1.9120-01	6.8360-02	-4.8610-02	14	
-1.8820-01	2.9670-01	-4.5370-01	1.2690-01	2.5160-01	1.9770-01	4.0340-01	-2.4570-01	-1.0740-01	9.0200-02	15	
-3.4750-01	-3.6950-01	-2.5340-01	-5.0910-01	6.0910-01	-7.9600-02	1.0240-01	-8.3580-02	1.5510-01	5.4630-01	16	
-3.5420-02	-6.3910-01	6.4950-01	3.1280-01	-6.6030-01	8.3980-02	-2.7960-01	-3.2810-01	8.2350-01	-2.9190-01	17	
-1.3240-01	-4.5600-01	6.6290-01	2.6330-01	-3.7000-01	-6.3130-02	-1.3770-01	-2.3890-01	4.6420-01	-4.9090-01	18	
-3.4670-01	-4.4600-01	-1.4020-02	-4.5330-01	2.5510-01	2.3500-02	-3.6160-01	-3.8360-01	6.6420-02	-1.7910-01	19	
4.2560-01	-1.9750-01	2.8510-01	-2.2810-01	-2.4700-01	-2.0730-01	-3.9630-01	3.6590-01	2.2420-01	1.4280-01	20	
1.0000+00	3.6290-01	-2.2040-01	-7.0130-03	-4.7430-01	-4.6390-01	2.2730-01	2.9620-01	-1.3020-01	-9.3780-03	21	
	1.0000+00	-6.1260-01	2.8870-01	1.1280-01	-5.6200-02	3.7740-01	2.8210-01	-7.5300-01	-3.6890-02	22	
		1.0000+00	2.9990-01	-5.2460-01	2.3350-01	-4.0270-01	9.1160-03	6.8030-01	-1.4380-01	23	
			1.0000+00	-4.9870-01	1.6860-01	1.3850-01	-3.7080-02	9.0070-02	-4.5830-01	24	
					1.0000+00	1.9370-01	6.1040-02	-1.9520-02	-4.1550-01	4.5960-01	25
						1.0000+00	-2.3810-01	-5.5700-02	1.3070-01	1.3240-01	26
							1.0000+00	-2.3360-02	-2.0770-01	-2.1000-01	27
								1.0000+00	-2.3940-01	4.9830-01	28
									1.0000+00	7.3460-02	29
									1.0000+00	1.0000+00	30

31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	
-1.9440-02	5.9760-01	9.7780-02	-2.2680-01	-2.8180-01	7.7220-02	1.0630-01	5.9770-01	1.8060-01	-4.9320-01	1
-5.7440-01	2.3100-01	-5.4010-01	-3.7260-01	-2.1380-01	1.7670-01	-2.3060-01	4.0550-01	3.6190-01	-4.1610-01	2
-8.8450-02	6.5390-01	1.4610-01	-9.0540-02	8.5490-02	-4.6240-01	3.5490-01	3.6850-01	5.7180-02	-6.5160-01	3
-2.6990-01	-5.3610-01	-5.3970-01	-2.1840-01	-3.8740-01	4.1260-01	-2.8410-01	-2.1420-01	-3.2040-01	3.4590-01	4
-5.8340-01	-9.9900-02	-2.5720-01	-5.9520-01	1.0960-01	-7.4700-02	-1.7780-02	9.3080-03	-2.4000-01	-4.2090-01	5
3.4600-01	-6.2740-01	2.0060-01	4.0450-01	2.5280-01	-2.9390-01	8.9920-02	-9.1800-01	-2.1720-01	3.7370-01	6
-7.1750-02	-2.9020-01	-2.6810-01	-8.9420-02	-6.6090-02	3.1440-01	2.6080-02	6.1930-02	-1.9550-01	8.3410-02	7
-7.2110-01	1.8970-01	-5.9360-01	-5.9810-01	-1.6940-01	4.1350-01	-3.0580-01	3.3990-01	2.6440-01	-2.2110-01	8
-9.1610-02	7.9550-02	-7.9280-02	1.3440-01	-2.2900-01	-3.6750-01	7.2310-02	-5.6070-02	-3.5110-01	-1.3740-01	9
1.1660-01	-5.0940-02	-3.1410-01	1.2860-01	-2.8460-01	4.1070-01	-1.3660-01	2.4610-01	3.7670-03	2.1270-01	10
8.9110-02	-4.1850-01	-1.3800-01	1.7510-01	-1.8790-02	-3.0170-01	6.8760-02	-2.4130-01	-3.5120-01	2.7470-02	11
-5.8770-02	-6.5130-01	-9.0330-02	8.9020-02	4.5560-01	1.7700-02	-2.2170-01	-2.7450-01	-1.5650-01	3.4190-01	12
-2.5130-01	-5.4920-02	-1.7270-01	-1.9070-01	-3.9130-01	1.7500-01	-5.3570-01	-1.9730-01	6.5850-03	-3.5870-02	13
1.5120-02	-5.9830-01	5.6810-02	9.2870-02	6.0550-01	-2.2640-02	-7.7650-02	-1.5580-01	-2.5410-01	1.8070-01	14
-1.8420-01	2.7740-01	2.7640-01	-2.6790-02	-4.1440-02	-2.8970-01	-9.5540-02	2.0920-01	3.8200-01	-3.1590-01	15
-3.3370-01	3.7590-01	5.3160-02	-5.2050-01	-9.7470-02	-1.9860-01	-3.6760-02	1.6670-01	2.0620-01	-5.6250-01	16
-5.0640-01	-2.1140-01	-4.8640-01	-5.9130-01	-2.1390-01	7.1040-01	-2.5580-01	4.0660-01	-7.1840-02	1.7720-01	17
-1.0670-01	4.8160-02	-2.7230-01	-3.3140-01	-1.6620-01	7.8910-01	-1.6920-01	1.7480-01	-7.1700-02	4.4390-01	18
-1.2580-01	5.2800-01	-1.4420-01	-1.9670-01	1.4610-01	2.6310-02	2.2020-01	4.4070-01	7.8710-02	-3.3720-01	19
1.5420-01	-3.8510-01	-3.9320-01	1.1530-01	1.6540-01	2.0060-01	1.3910-01	-2.9750-01	-3.6170-01	5.9270-01	20
2.3590-01	-7.7030-01	6.0470-02	2.3970-01	3.5410-01	-1.1760-01	1.4790-01	-7.4780-01	-3.8670-01	5.9520-01	21
6.4650-01	-2.6970-01	6.6970-01	7.0180-01	2.4910-01	-4.1210-01	8.6660-02	-4.7250-01	1.1910-01	2.1350-01	22
-3.9450-01	-1.6640-01	-5.8120-01	-3.0830-01	-3.1590-01	6.3150-01	-3.7700-01	2.2270-01	-2.2310-01	1.8720-01	23
8.8590-02	-2.7690-01	2.2770-01	4.6420-02	1.8940-01	4.1100-01	-3.2410-01	1.5000-01	-6.1660-02	2.5360-01	24
1.4520-01	6.1020-01	2.0910-01	9.5880-02	-2.8290-01	-5.8860-01	1.6850-01	1.5010-01	2.3500-01	-5.1990-01	25
-1.3730-01	1.9390-01	-3.4040-01	5.7710-02	-1.7410-01	-8.2240-02	-3.8180-01	3.6430-01	3.3830-01	-2.6670-01	26
3.2430-02	2.4400-02	5.8880-01	6.2640-02	1.9560-01	-1.8560-01	-7.0130-02	-2.0280-01	2.0100-01	1.0190-02	27
3.5700-01	-3.9710-01	-4.7860-02	5.6510-01	5.4450-02	-3.5730-01	1.7490-01	-4.0920-01	-2.8980-01	2.4290-01	28
-8.0730-01	-6.4690-02	-5.9620-01	-7.4570-01	-5.1810-03	8.2540-01	-3.9420-01	2.5740-01	3.8040-02	-3.2850-03	29
-1.6830-01	-1.0020-01	-1.8960-01	2.5750-02	-1.2470-01	-4.8000-01	7.3710-03	-2.9860-01	-5.2990-02	-2.8470-01	30
1.0000+00	-2.4160-01	4.2830-01	7.5620-01	1.7150-01	-4.6400-01	3.3360-01	-2.2840-01	-1.2320-01	4.4430-01	31
	1.0000+00	3.6510-02	-2.1150-01	-3.5310-01	-9.9890-02	1.4030-01	4.3210-01	3.8740-01	-5.7040-01	32

1.0000+00	2.9450-01	3.3310-01	-2.1360-01	8.0120-02	-2.1890-01	2.1080-01	-8.9930-02	33
1.0000+00	1.0000+00	5.1520-02	-5.0870-01	3.7430-01	-2.9930-01	-1.4370-01	2.8110-01	34
		1.0000+00	3.3140-02	1.4610-02	-2.0440-02	1.0380-01	1.2690-01	35
			1.0000+00	-2.9540-01	2.4160-01	1.7970-01	3.8350-01	36
				1.0000+00	-1.2650-02	-4.0010-01	7.1300-03	37
					1.0000+00	2.2560-01	-3.4040-01	38
						1.0000+00	-1.6570-01	39
							1.0000+00	40

	41	42	
	2.5680-01	2.4230-01	1
	7.3030-02	1.0580-01	2
	-1.1970-01	3.1770-01	3
	9.4530-02	-2.3610-01	4
	-6.1670-01	4.2620-01	5
	-1.0620-01	6.6610-02	6
	1.5530-01	-3.7590-01	7
	-8.4220-02	2.5510-02	8
	2.2170-01	-3.8110-01	9
	4.3470-01	-8.6210-02	10
	-7.8400-02	1.7090-01	11
	-5.5570-03	-4.5750-01	12
	-1.0500-02	4.7360-01	13
	-1.8490-01	-5.0220-02	14
	-1.3470-01	-1.9980-01	15
	-2.0950-01	-4.6940-02	16
	-3.1260-01	8.2080-02	17
	1.8810-02	-8.6600-02	18
	-9.0360-02	5.3490-01	19
	7.1460-02	-2.4920-01	20
	-4.0230-01	-2.4980-02	21
	1.6500-01	-1.4010-01	22
	2.6150-01	-1.1500-01	23
	6.1920-02	-2.1880-01	24
	2.2930-01	-9.9590-02	25
	2.1450-01	-1.1490-01	26
	-3.2590-01	-3.1210-02	27
	3.8420-01	-4.8530-01	28
	-2.2510-01	-1.6380-01	29
	2.3210-01	-4.5010-01	30
	3.1410-01	4.8890-03	31
	8.1760-02	9.6190-02	32
	-4.1420-02	1.4860-01	33
	5.1040-01	-1.0450-01	34
	-3.2200-01	2.1690-01	35
	-1.1440-01	-4.2110-02	36
	-9.8150-02	9.0380-02	37
	1.1000-01	1.1810-01	38
	3.2630-03	3.5170-02	39
	4.2530-02	-3.4800-01	40
	1.0000+00	-3.1160-01	41
		1.0000+00	42



GENERALIZED INVERSE OF RESIDUAL COVARIANCE MATRIX

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
1.192D+08	1.259D+06	2.100D+06	-1.482D+06	7.312D+06	-3.239D+06	1.381D+05	9.820D+04	-9.127D+07	-8.776D+04	1
	1.875D+05	3.354D+04	4.789D+04	4.203D+05	-8.705D+04	1.327D+04	1.562D+05	1.477D+06	3.394D+04	2
		9.259D+04	-9.104D+04	2.444D+05	-3.209D+04	-4.644D+04	5.069D+04	-1.053D+06	-3.238D+04	3
			1.865D+05	4.560D+04	3.696D+04	7.119D+04	3.658D+04	1.820D+06	5.961D+04	4
				1.978D+06	4.244D+04	-5.690D+04	3.634D+05	-4.592D+06	-5.049D+04	5
					3.713D+05	-4.042D+04	-1.480D+05	1.629D+06	-3.917D+04	6
						1.128D+05	2.540D+04	-1.725D+06	2.702D+04	7
							4.528D+05	-5.535D+06	1.118D+04	8
								8.110D+08	1.974D+06	9
									6.164D+04	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
-6.386D+05	-2.962D+06	7.589D+03	-2.503D+05	-2.629D+04	-1.979D+06	-3.572D+05	4.094D+04	8.533D+05	-3.459D+05	1
3.686D+04	-1.642D+04	6.864D+03	-1.574D+03	3.373D+04	4.125D+04	4.834D+04	-4.468D+03	1.549D+04	-1.274D+04	2
-2.413D+04	-7.089D+04	-4.722D+03	-6.667D+03	-5.616D+04	6.269D+04	-1.721D+04	-5.279D+03	3.667D+04	2.624D+04	3
5.150D+04	5.004D+04	1.411D+04	3.640D+03	-5.204D+04	-3.950D+04	4.140D+04	7.882D+03	-2.965D+04	2.320D+04	4
9.167D+04	-2.419D+05	4.779D+04	-2.033D+04	-4.941D+05	2.263D+05	3.314D+04	-1.944D+04	1.173D+05	1.186D+05	5
4.221D+04	3.659D+04	1.132D+04	2.944D+03	-1.613D+05	-3.313D+04	-6.254D+04	-1.317D+04	-5.701D+03	8.617D+04	6
-3.973D+03	3.767D+04	-3.589D+03	2.906D+03	-4.162D+04	-9.387D+03	2.842D+04	7.494D+03	-2.165D+04	2.002D+02	7
-4.481D+04	-1.001D+04	2.797D+03	-3.876D+03	-4.136D+04	5.056D+04	1.087D+05	1.103D+04	2.546D+04	6.921D+04	8
3.030D+06	3.390D+06	-1.183D+05	2.506D+05	8.951D+06	-1.164D+06	-1.259D+06	-3.324D+05	-8.619D+05	-8.628D+05	9
1.446D+04	1.493D+04	3.733D+03	1.545D+03	3.248D+03	-2.789D+04	3.174D+04	7.465D+03	-5.475D+03	-2.259D+01	10
5.705D+04	2.655D+04	7.205D+03	3.559D+03	4.798D+04	-1.363D+04	1.174D+03	-6.726D+03	-1.182D+04	-2.603D+04	11
	1.182D+05	-7.453D+03	1.031D+04	1.295D+05	-5.122D+04	2.402D+04	-2.832D+03	-3.583D+04	-1.715D+04	12
		7.025D+03	-2.599D+02	-1.469D+04	-4.270D+03	1.807D+03	1.257D+03	-5.659D+01	-6.534D+03	13
			1.072D+03	1.169D+04	-5.748D+03	2.453D+03	-2.145D+02	-3.136D+03	-3.924D+03	14
				6.928D+05	-2.972D+04	-8.553D+03	-2.169D+04	-6.722D+04	-2.427D+05	15
					6.964D+04	-1.705D+04	-6.203D+03	1.861D+04	8.413D+03	16
						5.443D+04	4.155D+03	4.998D+02	1.008D+04	17
								2.076D+04	5.741D+03	18
									2.815D+04	19
									1.543D+05	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	
-2.266D+06	-9.533D+05	-3.912D+05	-1.053D+07	2.103D+07	6.897D+05	-1.339D+06	-9.091D+05	-1.641D+06	2.966D+06	1
-3.240D+04	-4.470D+04	5.460D+03	-2.833D+05	2.445D+05	6.660D+04	-8.521D+04	-4.006D+04	1.962D+05	1.836D+05	2
-4.270D+04	-2.825D+04	-2.971D+04	-5.284D+05	6.810D+05	1.323D+04	-4.927D+04	-2.279D+04	-3.740D+04	2.122D+05	3
5.433D+04	-7.706D+03	5.440D+04	2.558D+05	-5.430D+05	1.208D+04	-3.676D+04	1.109D+04	1.644D+05	-1.189D+04	4
-2.465D+04	-1.785D+05	-2.614D+04	-2.262D+06	1.909D+06	1.075D+05	-3.362D+05	-1.133D+05	2.595D+05	1.040D+06	5
1.525D+05	6.565D+04	-3.425D+04	-2.962D+05	-9.520D+04	-5.962D+04	-3.564D+04	3.065D+04	-2.269D+05	2.739D+05	6
-3.267D+03	-6.163D+03	3.504D+04	3.023D+05	-3.243D+05	1.103D+04	-2.487D+02	2.410D+04	1.360D+05	4.571D+04	7
-4.965D+04	-8.972D+04	5.776D+04	-3.234D+05	-6.988D+04	6.918D+04	-7.881D+04	-2.339D+04	5.252D+05	1.675D+05	8
6.904D+05	1.258D+06	-8.607D+05	8.757D+06	5.805D+06	2.616D+05	-1.298D+04	-3.206D+05	-7.618D+05	7.710D+06	9
-8.935D+03	-3.447D+03	2.616D+04	2.447D+05	-2.500D+05	1.858D+04	-3.289D+04	-1.310D+04	7.634D+04	-1.336D+05	10
3.535D+04	8.718D+03	-5.688D+03	2.748D+04	-1.491D+05	-7.614D+03	1.503D+01	-2.733D+03	-3.126D+04	5.552D+02	11
4.549D+04	3.069D+04	1.522D+06	4.944D+05	-6.592D+05	-1.064D+04	5.289D+04	3.267D+04	9.082D+04	-4.438D+04	12
4.785D+03	-2.593D+03	4.864D+03	2.578D+02	-4.338D+04	7.441D+02	1.985D+03	-5.518D+03	8.669D+03	-3.805D+04	13
4.123D+03	3.066D+03	1.123D+03	5.189D+04	-7.155D+04	-2.017D+03	6.061D+03	2.375D+03	5.148D+03	-1.768D+04	14
-3.797D+04	7.143D+04	-4.782D+04	7.565D+05	-4.023D+05	7.937D+03	2.340D+05	5.382D+03	-5.015D+04	-2.424D+05	15
-3.771D+04	-2.365D+04	-2.154D+04	-4.297D+05	6.330D+05	1.877D+04	-3.968D+04	-1.178D+04	-1.305D+04	2.958D+05	16
-9.055D+03	-2.029D+04	3.381D+04	1.713D+05	-3.584D+05	1.754D+04	-1.837D+04	-6.169D+03	1.861D+05	-1.247D+05	17
-5.169D+03	-3.942D+03	1.012D+04	5.566D+04	-6.752D+04	2.393D+02	-1.594D+03	-9.363D+02	3.111D+04	-5.319D+04	18
-1.439D+04	-1.594D+04	-6.343D+03	-2.272D+05	2.456D+05	8.063D+03	-4.212D+04	-1.357D+04	-6.247D+03	4.593D+04	19
3.581D+04	-2.810D+04	1.667D+04	-3.959D+05	1.883D+05	1.099D+03	-1.222D+05	9.557D+03	7.137D+04	2.524D+05	20
8.955D+04	2.155D+04	-1.716D+03	-3.398D+03	-3.438D+05	-2.339D+04	3.704D+03	7.360D+04	-5.155D+04	3.718D+04	21

	-1.3830+04	1.9730+05	-1.4750+04	1.7090+04	1.4750+04	1.1170+04	-1.0290+05	-0.820+04		
	4.0900+04	2.0340+05	-3.4230+05	1.0630+04	-3.9750+03	4.7530+03	1.4250+05	-1.0370+05		22
			-4.7950+06	-5.4500+04	5.4180+05	1.0970+05	4.1540+05	-2.2630+06		23
				7.9650+06	1.6820+05	-5.0390+05	-1.8310+05	-9.5700+05	2.8680+06	24
					5.4110+04	-4.4350+04	-1.4730+04	9.0330+04	1.0510+05	25
							2.5570+04	-5.0120+04	-3.0700+05	26
							2.0150+05	2.6120+04	-5.4150+03	27
								9.0790+05	-8.3040+03	28
									2.5550+06	29
										30

	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	
	1.4860+06	2.7180+06	-2.2040+05	-2.7900+05	-9.8110+05	-9.3000+05	6.8700+05	1.5100+06	-4.5750+04	-1.1770+06	1
	-1.4350+05	2.5480+04	-7.0160+04	-1.8190+04	-2.1230+04	-9.7170+03	2.6500+03	4.5860+04	-8.2270+02	-3.0960+04	2
	-7.7990+05	9.0410+04	-1.3580+04	-7.2990+03	-2.3820+03	-7.6290+04	2.7270+04	2.7370+04	-5.4970+02	-4.4770+04	3
	-4.0300+04	-1.3130+05	-5.5570+04	-2.3450+03	-5.5410+04	7.2030+04	-2.3700+04	-3.3840+04	-1.1850+04	4.5000+04	4
	-2.4820+05	6.3610+04	-2.3050+05	-5.4420+04	-9.5120+04	-2.6720+05	6.3160+04	3.0600+04	-3.1890+04	-1.4980+05	5
	1.3710+05	-1.6290+05	1.7750+04	1.7010+04	2.6040+04	-1.0060+05	1.5680+04	-1.4750+05	-1.0000+04	2.8980+04	6
	-1.7630+04	-5.9510+04	-1.4920+04	-1.2030+03	3.9310+03	7.2540+04	-5.0900+03	6.0580+02	-2.2710+03	1.9240+06	7
	-3.1700+05	2.9330+04	-1.0570+05	-2.9390+04	-1.5080+04	7.8000+04	-2.6590+04	5.3200+04	3.0290+03	-2.4650+04	8
	-3.2890+06	4.8440+05	-4.5000+05	1.5150+05	-1.7390+06	-3.1600+06	-5.4160+04	-7.8790+05	-5.3010+05	-1.8310+05	9
	-3.1080+03	-2.8990+04	-1.3040+04	-1.5370+03	-1.3090+04	6.5950+04	-5.9390+03	1.5400+04	-3.7510+03	1.5910+04	10
	4.7800+03	-5.0140+04	-8.6810+03	1.7180+03	-1.9450+03	-2.4080+04	1.9090+03	-1.6250+04	-5.5080+03	3.4340+03	11
	-4.0360+04	-9.6340+04	1.4340+04	7.1710+03	5.8340+04	4.1780+04	-2.8590+04	-2.2480+04	2.3030+03	3.1770+04	12
	-1.6170+04	-5.6790+03	-2.5010+03	-1.3970+03	-1.0180+04	2.9070+03	-4.5370+03	-6.0060+03	-1.0010+03	-1.2910+03	13
	-2.5400+03	-8.2760+03	2.2830+03	6.7270+02	6.9140+03	4.8130+03	-2.2880+03	-1.2360+03	2.3130+02	2.9530+03	14
	-1.3670+05	7.4220+04	9.8800+04	7.4540+03	2.3580+04	-1.1100+04	-4.4430+04	3.4090+04	2.9670+04	-1.2940+04	15
	-9.2340+03	5.4060+04	-1.6370+04	-8.8390+03	-2.3340+04	-6.4190+04	1.0620+04	1.2600+04	2.6520+02	-3.6850+04	16
	-7.9820+04	-2.3570+04	-2.8270+04	-6.7510+03	1.8370+04	7.3350+04	-1.3680+04	2.8390+04	-5.9690+02	9.6630+03	17
	-1.0160+04	2.2550+03	-3.2160+03	-1.1120+03	-4.4570+03	2.2850+04	-2.2340+03	4.3970+03	-7.2780+02	4.0110+03	18
	6.3350+03	3.2540+04	-1.4630+04	-3.6260+03	-8.3660+02	-1.9100+04	1.2220+04	1.4160+04	-1.6790+03	-1.3210+04	19
	4.1560+04	-6.6240+04	-6.1330+04	4.0550+02	-4.1750+03	-1.4150+04	2.4660+04	-2.0440+04	-1.3920+04	1.9800+04	20
	4.5080+04	-1.0520+05	-3.8190+03	1.0440+04	1.5720+04	-2.2800+04	7.0490+03	-6.2960+04	-6.3700+03	3.1810+04	21
	5.6600+04	-2.4050+04	3.8620+04	8.5680+03	1.8850+04	-3.9960+03	-4.5620+03	-2.2070+04	3.9410+03	1.3230+04	22
	-5.7870+04	-3.1810+04	-2.0880+04	-3.1580+03	-9.5730+03	6.6360+04	-1.8220+04	7.2620+03	-3.5360+03	1.5870+04	23
	-1.3600+05	-2.7910+05	2.5750+05	3.6380+04	2.1500+05	6.8910+05	-2.3570+05	4.8880+04	3.9260+04	2.0600+05	24
	4.1820+05	7.1180+05	-1.0000+05	-4.6870+04	-3.3610+05	-8.7690+05	2.0870+05	9.9250+04	-7.6860+03	-3.2760+05	25
	-5.6200+04	2.1250+04	-2.8370+04	-6.7430+03	-1.7230+04	5.0320+02	-1.5800+04	2.8480+04	3.0860+03	-1.1690+04	26
	-5.1870+04	1.3940+04	8.5450+04	9.2470+03	2.6000+04	2.3560+04	-2.6520+04	-1.3050+04	1.2480+04	7.0130+03	27
	1.6870+04	-3.7970+04	6.9580+03	5.8680+03	1.3110+04	1.6330+03	-2.4820+03	-1.9920+04	-6.6700+02	1.4890+04	28
	-5.1890+05	-4.3900+04	-1.4190+05	-3.7390+04	3.5490+03	2.2590+05	-7.1370+04	7.1970+04	-5.0520+03	8.0320+03	29
	-1.1780+03	-6.9460+04	-1.5110+05	-1.6190+04	-9.0160+04	-4.7460+05	6.1430+04	-1.3230+05	-2.4160+04	-1.0420+05	30
	4.7130+05	-6.8860+04	6.4770+04	2.7780+04	2.6850+04	-6.7550+04	5.2170+04	-3.3850+04	-4.9350+03	3.9100+04	31
		2.1870+05	6.5540+03	-1.1050+04	-4.1920+04	-3.2120+04	2.2070+04	7.6200+04	1.0080+04	-5.2460+04	32
			7.5040+04	8.3490+03	3.4420+04	3.7970+03	-7.8670+03	-1.4360+04	8.9400+03	-4.4630+02	33
				4.1080+03	5.1720+03	-5.4750+03	3.0560+03	-6.9090+03	-1.3700+02	6.5310+03	34
					1.1740+05	1.7550+04	-4.9100+03	8.7450+03	5.8500+03	3.9320+03	35
						2.0180+05	-3.0920+04	3.1450+04	4.2990+03	3.9560+04	36
							4.2360+04	4.3210+02	-4.8620+03	-3.5210+03	37
								7.3960+04	3.7480+03	-1.3970+04	38
									3.9590+03	-1.5580+03	39
										3.4450+04	40

	41	42	
	-1.7760+05	1.6980+06	1
	-3.5580+04	3.9040+04	2
	-1.6020+04	5.5460+04	3
	6.0670+03	-4.1770+04	4
	-1.1390+05	3.2110+05	5
	5.3710+03	2.8810+04	6
	9.3780+03	-5.5420+04	7
	-5.1130+04	1.9590+04	8
	9.8140+05	-4.1490+06	9
	4.9180+03	-8.4890+03	10
	-3.5360+03	1.1980+04	11
	1.4500+04	-7.5830+04	12
	-3.7490+03	1.5020+05	13

TEP1
TEP10
TEP2
COV 1



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

8.4640+02	-4.1130+03	14
-1.4030+03	-1.2020+05	15
-1.1390+04	2.1920+04	16
-8.7220+03	1.8250+03	17
9.0600+02	-2.4170+03	18
-7.0290+03	3.4710+04	19
6.6360+03	4.5340+03	20
3.9690+03	-4.5700+03	21
1.1500+04	-2.2630+04	22
4.1250+03	-1.6850+04	23
1.2380+05	-3.9030+05	24
-3.7690+04	2.4860+05	25
-3.4580+03	-1.2420+03	26
1.0390+04	-5.2840+04	27
1.1170+04	-3.7240+04	28
-3.5840+04	-7.5460+04	29
-3.7920+02	-8.3720+04	30
4.6530+04	3.5170+04	31
-1.9420+04	2.4110+04	32
1.0900+04	-7.2720+03	33
5.4960+03	-6.0050+03	34
2.3410+03	1.3150+04	35
5.4790+02	-3.4430+04	36
-5.2140+03	1.7550+04	37
-4.2740+03	1.1800+04	38
-1.6250+03	-2.2240+03	39
1.2350+04	-2.9670+04	40
1.8550+04	-2.6590+04	41
	1.3170+05	42

1.0000+00	1.9330-01	6.1040-02	-1.9520-02	-4.1550-01	11
	1.0000+00	-2.3770-01	-5.5600-02	1.3050-01	12
		1.0000+00	-2.3370-02	-2.0770-01	13
			1.0000+00	-2.3940-01	14
				1.0000+00	15

INVERSE OF RESIDUAL COVARIANCE MATRIX

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
2.9360-05	2.7520-05	4.2880-05	3.9250-04	2.2370-04	-8.0580-05	8.2610-05	1.2070-04	9.5540-05	-4.1290-06	1
	1.2550-04	6.1810-06	3.5770-04	2.1380-04	-4.6890-05	6.4850-05	1.5580-04	1.1370-04	-2.6170-06	2
		3.3910-04	1.0020-03	4.9320-04	-2.5490-04	2.0870-04	4.4920-04	2.3300-04	-2.1820-05	3
			7.3000-03	3.5380-03	-1.5620-03	1.3880-03	2.2950-03	1.2730-03	-9.6100-05	4
				2.2050-03	-8.2850-04	7.8340-04	1.2820-03	8.7360-04	-4.0230-05	5
					3.8200-04	-3.2810-04	-5.3700-04	-3.1140-04	2.1860-05	6
						3.1970-04	4.5540-04	3.2520-04	-1.5410-05	7
							1.1210-03	5.9090-04	-4.3930-05	8
								5.2300-04	-1.8860-05	9
									2.9620-06	10

11	12	13	14	15	
7.7100-06	-8.4310-06	-3.3370-05	1.3930-04	1.0380-06	1
-3.3630-06	1.4580-05	-2.9800-05	7.9980-05	-7.9930-06	2
3.7250-05	-4.1000-05	-7.1600-05	4.0740-04	1.1750-06	3
1.4850-04	-1.2230-04	-5.9320-04	2.5400-03	5.6250-05	4
8.3220-05	-8.9900-05	-2.9710-04	1.3560-03	3.3900-05	5
-3.9920-05	4.2320-05	1.3330-04	-5.9350-04	-1.9010-05	6
3.6740-05	-3.2590-05	-1.1970-04	5.1460-04	1.1100-05	7
5.5850-05	-6.9080-05	-1.8760-04	8.3020-04	2.8130-05	8
3.8410-05	-5.1050-05	-1.0490-04	4.7650-04	-1.5820-07	9
-2.0080-06	2.0750-06	6.7810-06	-3.3260-05	-8.3170-07	10
6.3600-06	-7.8190-06	-1.2450-05	6.1690-05	1.9790-06	11
	2.8080-05	1.3820-05	-6.5120-05	-4.3540-06	12
		6.0440-05	-2.0900-04	-6.7450-06	13
			1.0110-03	2.7400-05	14
				6.7890-06	15

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

PROB. 3
STAGE 3

DIVISION OPTION 0

RESIDUAL COVARIANCE MATRIX

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
2.252D+06	-2.192D+05	-7.856D+04	-7.757D+04	2.978D+03	-7.086D+04	-3.591D+05	2.377D+03	-1.354D+05	-6.193D+03	1
	7.536D+05	-1.100D+05	1.014D+05	5.064D+04	5.638D+04	-1.142D+05	6.222D+04	-6.123D+04	-8.332D+03	2
		2.751D+05	5.121D+03	-8.557D+03	-7.013D+04	-2.612D+04	1.807D+04	1.024D+05	1.583D+04	3
			7.432D+04	6.193D+03	3.439D+04	-2.903D+04	4.694D+03	-1.343D+04	4.476D+03	4
				5.951D+03	1.505D+03	-1.956D+04	6.205D+03	-7.131D+03	-8.633D+02	5
					1.434D+05	6.259D+03	1.190D+03	-2.391D+03	3.064D+03	6
						2.486D+05	-3.164D+04	3.719D+04	6.981D+03	7
							4.617D+04	-6.386D+02	-6.699D+03	8
								9.537D+04	5.428D+03	9
									6.070D+03	10
							11	12	13	
							-1.006D+05	7.212D+04	-2.327D+05	1
							9.081D+04	5.645D+04	1.462D+03	2
							-7.048D+04	8.880D+03	1.736D+04	3
							-5.771D+03	-2.338D+03	1.396D+04	4
							5.104D+03	8.152D+03	-2.776D+03	5
							1.131D+04	-2.525D+04	2.830D+04	6
							4.501D+04	-1.181D+04	-7.235D+03	7
							3.606D+02	-4.367D+03	6.691D+03	8
							-2.475D+04	7.037D+03	1.256D+04	9
							-3.038D+03	5.235D+01	9.440D+02	10
							5.542D+04	2.074D+03	-2.823D+04	11
								4.268D+04	-2.223D+04	12
									1.187D+05	13

RESIDUAL CORRELATION MATRIX

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
1.000D+00	-1.633D-01	-1.002D-01	-1.696D-01	2.572D-02	-1.247D-01	-4.800D-01	7.372D-03	-2.966D-01	-5.298D-02	1
	1.000D+00	-2.416D-01	4.283D-01	7.561D-01	1.715D-01	-2.640D-01	3.336D-01	-2.284D-01	-1.232D-01	2
		1.000D+00	3.652D-02	-2.115D-01	-3.531D-01	-9.989D-02	1.603D-01	6.321D-01	3.874D-01	3
			1.000D+00	2.945D-01	3.331D-01	-2.136D-01	8.014D-02	-2.169D-01	2.108D-01	4
				1.000D+00	5.151D-02	-5.086D-01	3.743D-01	-2.993D-01	-1.436D-01	5
					1.000D+00	3.315D-02	1.462D-02	-2.044D-02	1.036D-01	6
						1.000D+00	-2.954D-01	2.416D-01	1.797D-01	7
							1.000D+00	-1.264D-02	-4.001D-01	8
								1.000D+00	2.256D-01	9
									1.000D+00	10
							11	12	13	
							-2.647D-01	2.321D-01	-4.501D-01	1
							4.444D-01	3.140D-01	4.887D-03	2
							-3.708D-01	6.176D-02	9.617D-02	3
							-5.992D-02	-4.142D-02	1.486D-01	4
							2.810D-01	5.103D-01	-1.045D-01	5
							1.269D-01	-3.220D-01	2.169D-01	6
							3.335D-01	-1.144D-01	-4.212D-02	7
							7.128D-03	-9.515D-02	9.036D-02	8
							-3.404D-01	1.100D-01	1.181D-01	9
							-1.657D-01	3.249D-03	3.517D-02	10
							1.000D+00	4.254D-02	-3.480D-01	11
								1.000D+00	-3.116D-01	12