ความโค้งของเส้นในสเปสยูคลิเดียน n-มิติ

นาย ไพโรจน์ สัตยธรรม

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต

แผนกวิชาคณิตศาสตร์

บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณมหาวิทยาลัย

พ.ศ. ๒๕๑๙

ON THE CURVATURES OF CURVES IN EUCLIDEAN N-SPACE

Mr. Piroj Sattayatham

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of Master of Science

Department of Mathematics

Graduate School

Chulalongkorn University

1976

Accepted by the graduate school, Chulalongkorn University in partial fulfillment of the requirements for the degree of master of science.

Kirid Prachuabmoh

....

Dean of the Graduate School

Thesis Committee ...P. Kongsama... Chairman

...Sawai Nualtaranee...

...Sidney S. Mitchell...

Thesis Supervisor : Dr. Sidney S.Mitchell

หัวข้อวิทยานิพนธ์ ความโค้งของเส้นในสเปสยูคลิเดียน n-มิติ

ชื่อ นายไพโรจน์ สัตยธรรม

แผนกวิชา คณิตศาสตร์

ปีการศึกษา ๒๕๑๘

บทคัดย่อ

จุดมุ่งหมายของวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ต้องการจะขยายทฤษฎีบางบทของเส้นโค้งที่อยู่ในยูคลิเดียน ๓-มิติ ไปยังกรณีที่เส้นโค้งอยู่ในยูคลิเดียน n-มิติ

ในบทต้น ๆ ของวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ เราจะกล่าวถึงความรู้ขั้นพื้นฐานที่จำเป็นเพียงเพื่อจะใช้เป็นเครื่องมือในการบอกลักษณะความโค้งของเส้น ที่อยู่ในสเปสยูคลิเดียน n-มิติ ต่อจากนั้น เราจะพิสูจน์ว่า

(ก) ถ้าฟังชั่นของความโค้ง $k_j(s)$ ถูกนิยามสำหรับทุกค่า $j \leq i \leq n-1$ และ $k_i(s) = 0$ แล้ว เส้นโค้งจะอยู่ในแมนนิโฟลเชิงเส้น i-มิติ

(ข) ถ้ากำหนดฟังชั่นจำนวนจริงบวก ที่นิยามบนช่วงปิด $[0,L]$ มาให้ $(n-1)$ ฟังชั่นคือ $k_1, k_2, \ldots,$ และ k_{n-1} โดยสมมุติว่าฟังชั่น k_i อยู่ในชั้น C^{n-i-1} เมื่อ i มีค่าตั้งแต่ $1, 2, \ldots,$ ถึง $n-1$ แล้ว จะมีเส้นโค้ง F ที่มี $k_1(s), k_2(s), \ldots,$ และ $k_{n-1}(s)$ เป็นความโค้งที่ ๑, ความโค้งที่ ๒,..., และความโค้งที่ n-1 ของเส้นโค้ง F ที่จุด F(s) ตามลำดับ โดยที่ s เป็นความยาวของเส้นโค้ง F เมื่อวัดจากจุดเริ่มต้นที่เหมาะสม และเส้นโค้ง F ดังกล่าวจะมีเพียงเส้นเดียวภายใต้การเคลื่อนที่ในสเปสยูคลิเดียน n-มิติ

Thesis Title : On the Curvatures of Curves in Euclidean n-space

Name : Mr. Piroj Sattayatham

Department : Mathematics

Academic Year : 1975

ABSTRACT

The object of this Thesis is to generalize some Theorems on curves which lie in Euclidean 3-space to more general case, i.e., we shall prove these theorems when our curves lie in Euclidean n-space.

In the first part of this Thesis, we develop enough machinery so that we can characterize the curvatures of curve in Euclidean n-space. We then prove that

(a) If the curvature functions $k_j(s)$ are defined for all $j \le i \le n-1$ and $k_i(s) \equiv 0$, then the curve is contained in an i-dimensional linear manifold.

(b) If we are given n-1 positive real-valued functions $k_1, k_2, \ldots, k_{n-1}$ defined on a closed interval $[0,L]$ and if the functions k_i are of class C^{n-i-1}, $i = 1,2,\ldots, n-1$. Then there exists a curve F in Euclidean n-space for which $k_1(s), k_2(s), \ldots, k_{n-1}(s)$ are the first, second,..., and (n-1)th curvatures of the curve at the point F(s) respectively, where s is the arc length measured from some suitable base point. Such a curve is uniquely determined up to a Euclidean motion.

ACKNOWLEDGEMENT

I wish to express here my sincere gratitude to Dr. Sidney S. Mitchell, my thesis supervisor, for introducing me to this Subject and for his valuable assistance in preparing this thesis. Also I thank him for preparing me to understand and possibly solve problems in related areas.

TABLE OF CONTENTS