

บทที่ 2

วรรณคดีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การศึกษาเทคนิคการบวคของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ในโรงเรียนประถมศึกษาสังกัดสำนักงานการประถมศึกษา กรุงเทพมหานคร ผู้วิจัยได้ศึกษาวรรณคดีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ในอันที่จะเป็นประโยชน์แก่การศึกษาเทคนิคการบวค ดังนี้

- 2.1 ความสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์
- 2.2 หลักการสอนคณิตศาสตร์
- 2.3 ทฤษฎีการสอนคณิตศาสตร์
- 2.4 วิธีสอนคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา
- 2.5 ความหมายของการบวค
- 2.6 ทฤษฎีของการบวคและวิธีการบวค
- 2.7 ความสามารถในการอนุรักษ์และความสามารถในการคิดเลข
- 2.8 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ความสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์

คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีความสำคัญวิชาหนึ่ง คณิตศาสตร์มิได้มีความหมายเพียงตัวเลขและสัญลักษณ์เท่านั้น คณิตศาสตร์มีความหมายกว้างมาก ซึ่ง ยูนิท ฟินิทกุล (2528) ได้สรุปลักษณะสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เกี่ยวข้องกับการคิด เราใช้คณิตศาสตร์พิสูจน์อย่างมีเหตุผลว่าสิ่งที่เราคิดขึ้นนั้นเป็นจริงหรือไม่ ด้วยวิธีการคิดเราก็สามารถจะนำวิชาคณิตศาสตร์ไปแก้ปัญหาในทางวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยีและอุตสาหกรรมต่าง ๆ คณิตศาสตร์ช่วยให้คนเป็นผู้ที่มีเหตุผล เป็นคนใฝ่รู้ตลอดจนพยายามคิดค้นสิ่งแปลกใหม่ คณิตศาสตร์จึงเป็นรากฐานแห่งความเจริญในด้านต่าง ๆ
2. คณิตศาสตร์เป็นภาษาที่กำหนดขึ้นด้วยสัญลักษณ์ที่รัดกุม และสื่อความหมายได้ถูกต้อง เป็นภาษาที่มีตัวอักษร ตัวเลขและสัญลักษณ์แทนความคิด เช่น $X + 3 = 8$ เมื่อเขียนสมการนี้ทุกคน

ที่เรียนคณิตศาสตร์ก็จะเข้าใจความหมายที่ตรงกัน

3. คณิตศาสตร์เป็นโครงสร้างที่มีเหตุผล เราจะเห็นว่าคณิตศาสตร์นั้น จะเริ่มต้นด้วยเรื่อง ที่ง่าย ๆ และอธิบายข้อคิดต่าง ๆ ที่สำคัญ ซึ่งเริ่มต้นด้วยนิยาม เช่น จุด เส้นตรง ระนาบ เรื่อง อันเป็นพื้นฐานเหล่านี้ก็จะนำไปสู่เรื่องอื่น ๆ ต่อไป

4. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีแบบแผน เราจะเห็นว่าการคิดในทางคณิตศาสตร์นั้นจะต้องคิดอยู่ในแบบแผนและมีรูปแบบ ไม่ว่าจะคิดเรื่องใดก็ตาม ทุกขั้นตอนจะตอบได้ และจำแนกออกมาให้เห็นจริง ได้

5. คณิตศาสตร์เป็นศิลปะอย่างหนึ่งเช่นเดียวกับศิลปะอื่น ๆ ความงามของคณิตศาสตร์ก็คือ ความมีระเบียบและกลมกลืน นักคณิตศาสตร์ได้พยายามแสดงความคิดเห็นใหม่ ๆ และแสดงโครงสร้าง ใหม่ ๆ ทางคณิตศาสตร์ออกมา

ปัจจุบันวิชาคณิตศาสตร์มีบทบาทมากกว่าในอดีตและมีความสำคัญในชีวิตประจำวันมากขึ้น ทาง ด้านสังคมวิทยาก็ต้องอาศัยความรู้ทางสถิติ นักธุรกิจต้องใช้ความรู้ และหลักการทางคณิตศาสตร์ช่วยคิด ช่วยคำนวณผลิตผล (สุรชัย ชวัญเมือง, 2522) คณิตศาสตร์จึงมีคุณค่าต่อมนุษย์มากและ สุรชัย ชวัญเมือง ได้สรุปความสำคัญของคณิตศาสตร์ไว้ 3 ประการ คือ

1. ความสำคัญในแง่นำไปใช้ทั้ง ในชีวิตประจำวัน และในงานอาชีพ ในชีวิตประจำวันของคน เราทุกคนต้องใช้คณิตศาสตร์ และเกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์อยู่เสมอ อาทิเช่น ในการดูเวลา การกะ ระยะทาง การกำหนดรายรับรายจ่ายในครอบครัวหรือแม้แต่การเล่นกีฬา เป็นต้น

2. ความสำคัญของคณิตศาสตร์ในแง่ที่เป็นเครื่องปลูกฝังและอบรมให้ผู้เรียนมีคุณสมบัติ มีนิสัย เจตคติ และความสามารถทางสมองบางประการ เช่น ความเป็นคนช่างสังเกตการรู้จักคิดอย่างมีเหตุผล และแสดงความคิดเห็นออกมาอย่างเป็นระบบ ง่ายสั้น และชัดเจน ตลอดจนมีความสามารถในการ วิเคราะห์ปัญหา

3. ความสำคัญของคณิตศาสตร์ในแง่วัฒนธรรม คณิตศาสตร์เป็นมรดกทางวัฒนธรรมส่วนหนึ่งที่คนรุ่นก่อนได้คิดสร้างสรรค์ไว้ และถ่ายทอดมาให้คนรุ่นหลัง ดังนั้นในการศึกษาวิชาคณิตศาสตร์ควรจะเป็น การศึกษาเพื่อชื่นชมในผลงานของคณิตศาสตร์ที่มีต่อวัฒนธรรม อารยธรรม และความก้าวหน้าของมนุษย์

จะเห็นว่าคณิตศาสตร์มีความสำคัญ และจำเป็นต่อการดำรงชีวิตของมนุษย์เป็นอย่างมาก หลักสูตรประถมศึกษา พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง 2533) จึงกำหนดให้วิชาคณิตศาสตร์อยู่ในกลุ่มทักษะ ที่เป็นเครื่องมือการเรียนรู้ ซึ่งเน้นในด้านความคิด ความเข้าใจจากกิจกรรม ประสบการณ์และของจริง หรืออุปกรณ์ที่เกี่ยวข้องกับพื้นฐานในด้านความคิด ความเข้าใจจากกิจกรรม ประสบการณ์และของจริง หรือ

อุปกรณ์ที่เกี่ยวกับพื้นฐานทางจำนวน พีชคณิต การวัด เรขาคณิต และสถิติ โดยจัดให้มีความสัมพันธ์กัน และคำนึงถึงสิ่งที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน (ชัยยงค์ พรหมวงศ์, 2526) ดังนั้นใน การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนในกลุ่มประสบการณ์ต่าง ๆ จึงต้องมีการกำหนดจุดมุ่งหมาย ตามลักษณะของกลุ่มประสบการณ์นั้น ๆ เพื่อจัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ตรงตามจุดประสงค์และเพื่อเป็นแนวทางสำหรับการประเมินผลการเรียนด้วย กระทรวงศึกษาธิการ (2533) ได้กล่าวถึงจุดประสงค์ทั่วไปในการสอนคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษาไว้ ดังนี้

1. เพื่อให้รู้คุณค่าของคณิตศาสตร์ และสามารถนำไปใช้ประโยชน์ในชีวิตประจำวัน
2. เพื่อให้เกิดความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับหลักการคณิตศาสตร์อย่างกว้างขวาง
3. เพื่อฝึกฝนให้มีทักษะ สมาธิ ความสังเกตและความคิดตามลำดับมี เหตุผล ความมั่นใจ ตลอดจนจนแสดงความรู้สึกรักคิดออกมาอย่างมีระบบ ง่ายสั้นและชัดเจน มีความกระตือรือร้น ความละเอียดถี่ถ้วน ความแม่นยำ และรวดเร็ว
4. เพื่อปลูกฝังและส่งเสริมให้มีระเบียบวิธีวิทยาศาสตร์ และการคิดคำนวณซึ่งจะเป็นประโยชน์ในการแก้ปัญหา
5. เพื่อให้เคยชินต่อการแก้ปัญหา และเป็นแนวทางอันก่อให้เกิดความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

จุดประสงค์ดังกล่าว ทำให้การสอนคณิตศาสตร์เน้นความคิดรวบยอด เพื่อให้ผู้เรียนเรียนคณิตศาสตร์ด้วยความเข้าใจ รู้จักคิดอย่างมีเหตุผล เกิดเจตคติที่ดี และสามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ประโยชน์ในชีวิตประจำวัน การสอนคณิตศาสตร์จึงเน้นที่กระบวนการเรียนการสอน เพื่อให้ผู้เรียนบรรลุวัตถุประสงค์ ในการสอนคณิตศาสตร์ครูจะต้องวางแผนการสอนอย่างดี และจัดกิจกรรมให้เหมาะสมกับความต้องการของผู้เรียน สอดคล้องกับเนื้อหาและจุดมุ่งหมาย รู้จักนำหลักจิตวิทยา ทฤษฎีการเรียนรู้ และเทคโนโลยีทางการศึกษามาใช้ในการเรียนการสอน เพื่อให้ผู้เรียนเกิดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ การสอนให้เด็กท่องกฎและสูตรทางคณิตศาสตร์ ตลอดจนจำหลักการและวิธีการโดยไม่คำนึงถึงความเข้าใจของผู้เรียน ผู้เรียนจะเรียนด้วยการท่องจำโดยปราศจากความเข้าใจ ซึ่งจะทำให้ผู้เรียนมีความรู้เพียงผิวเผินเกิดความเบื่อหน่ายและไม่เห็นความสำคัญของสิ่งที่เรียนทำให้เกิดเจตคติที่ไม่ดีต่อการเรียนคณิตศาสตร์

หลักการสอนคณิตศาสตร์

ธรรมชาติของวิชาคณิตศาสตร์ เป็นวิชาที่เกี่ยวกับความคิดรวบยอดมีโครงสร้างแสดงความ เป็นเหตุเป็นผลกัน และเป็นวิชาที่สื่อความหมายโดยใช้สัญลักษณ์ นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นวิชา ที่มีลักษณะเป็นนามธรรม ซึ่งมีความยากลำบากต่อการเรียนรู้ และทำความเข้าใจสำหรับเด็ก และเป็นปัญหาสำหรับครูผู้สอนที่จะต้องคิดค้น และหาวิธีที่จะทำให้เด็กเกิดการเรียนรู้ และมีความเข้าใจ ในเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์อย่างมีประสิทธิภาพมากที่สุด

กระทรวงศึกษาธิการ ได้กำหนดหลักการสอนคณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรประถมศึกษา พุทธ ศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) ไว้ดังนี้

การสอนคณิตศาสตร์เน้นให้นักเรียนได้ปฏิบัติ ศึกษา ค้นคว้า ทดลองบันทึกข้อมูล อธิบาย ลำดับเหตุการณ์ นำไปสู่ข้อสรุปด้วยตนเองเป็นสำคัญ แต่เดิมครูมักใช้วิธีสรุปกฎเกณฑ์ของคณิตศาสตร์ แต่ละเรื่อง แต่ละบท แล้วให้นักเรียนท่องจำเพื่อนำเอาข้อสรุปนั้น ๆ ไปใช้ประกอบในการแก้ปัญหา โจทย์ข้ออื่น ๆ โดยให้นักเรียนมีโอกาสร่วมในการศึกษาค้นคว้าเพื่อหาข้อสรุปกฎเกณฑ์นั้นน้อยมาก ทำให้การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เป็นแต่เรื่องการคิดคำนวณเพียงอย่างเดียว ขาดการปลูกฝังนิสัย และวิธีการศึกษาหาความรู้ใหม่ ๆ อย่างมีระเบียบวิธีอันเป็นสิ่งสำคัญยิ่ง (กระทรวงศึกษาธิการ, 2533)

การสอนคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษามุ่งหวังให้ผู้เรียน สามารถนำความรู้ไปใช้ให้เป็น ประโยชน์ในชีวิตประจำวัน ดังนั้นเนื้อหาที่หลักสูตรกำหนดให้เรียนจึงเป็นเรื่องที่เกี่ยวข้องกับชีวิต ประจำวัน เนื้อหาที่จัดให้เรียน ในชั้นประถมศึกษาชั้นนี้ประกอบด้วยพื้นฐานทางด้านต่าง ๆ 5 ด้าน คือ พื้นฐานทางจำนวน ทางพีชคณิต ทางการวัด ทางเรขาคณิต และทางสถิติ การกำหนดเนื้อหาโดยใช้พื้นฐานทางด้านต่าง ๆ ดังกล่าวแล้ว สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ซึ่งเป็นผู้จัดทำหนังสือเรียนคณิตศาสตร์ในชั้นประถมศึกษาได้นำเนื้อหาจากพื้นฐานต่าง ๆ นั้นมาผสม ผสานกัน โดยเนื้อหาเหล่านั้นมีความจำเป็นและเป็นประโยชน์ในชีวิตประจำวัน นอกจากนี้ยังสอดคล้องกับบุคลิกภาวะของผู้เรียนด้วย การนำพื้นฐานทั้ง 5 ด้าน มาสอนในระดับประถมศึกษาจะทำให้ นักเรียนที่จบชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 แล้ว สามารถนำความรู้ที่เล่าเรียน ไปใช้ในชีวิตประจำวันได้ เป็นอย่างดี เพราะ ชีวิตประจำวันของเรานั้นมีความสัมพันธ์กับพื้นฐานเหล่านั้นตลอดเวลา (ฉวีวรรณ กীরติกว, 2527)



บุญทัน อยู่ชมนบุญ (2529) ได้กล่าวถึงหลักการสอนคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. การสอนโดยคำนึงถึงความพร้อมของผู้เรียน คือความพร้อมในด้านร่างกาย อารมณ์ สติปัญญา และพร้อมในแง่ความรู้พื้นฐานที่จะมาต่อเนื่องกับความรู้ใหม่ โดยครูต้องมีการทบทวนความรู้เดิมก่อน เพื่อให้ประสบการณ์เดิมกับประสบการณ์ใหม่ต่อเนื่องกัน จะช่วยให้นักเรียนเกิดความเข้าใจและมองเห็นความสัมพันธ์ของสิ่งที่เรียนได้ดี
2. การจัดกิจกรรมการสอนต้องให้เหมาะสมกับวัย ความต้องการ ความสนใจ และความสามารถของผู้เรียน เพื่อมิให้เกิดปัญหาตามมาภายหลัง
3. การคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคลโดยเฉพาะวิชาคณิตศาสตร์ เป็นวิชาที่จะต้องคำนึงให้มากกว่าวิชาอื่น ๆ ในแง่ความสามารถทางสติปัญญา
4. การเตรียมความพร้อมทางคณิตศาสตร์ให้นักเรียนเป็นรายบุคคลหรือรายกลุ่มเพื่อเป็นพื้นฐานทางการเรียน จะช่วยให้ผู้เรียนมีความพร้อมตามวัยและความสามารถของแต่ละคน
5. วิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีระบบที่จะต้องเรียนไปตามลำดับชั้น การสอนเพื่อสร้างความคิด ความเข้าใจ ในระยะเริ่มแรก จะต้องเป็นประสบการณ์ที่ง่ายไม่ซับซ้อน สิ่งที่ไม่เกี่ยวข้องและทำให้เกิดความสับสนจะต้องไม่นำเข้ามาในกระบวนการเรียนการสอน การสอนจะเป็นไปตามลำดับขั้นตอนที่วางไว้
6. การสอนแต่ละครั้งจะต้องมีจุดประสงค์ที่แน่นอนว่า จัดกิจกรรมเพื่อสนองจุดประสงค์อะไร
7. เวลาที่ใช้ในการสอน ควรจะใช้ระยะเวลาพอสมควรไม่นานเกินไป
8. ครูควรจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่มีการยืดหยุ่นได้ ให้เด็กได้มีโอกาสเลือกทำกิจกรรมได้ตามความพอใจ ตามความถนัดของตน และให้อิสระในการทำงานแก่ผู้เรียน สิ่งสำคัญประการหนึ่ง คือ การปลูกฝังเจตคติที่ดีแก่ผู้เรียนในการเรียนคณิตศาสตร์ ถ้าเกิดมีขึ้นจะช่วยให้เด็กพอใจในการเรียนวิชานี้ เห็นประโยชน์และคุณค่า
9. การสอนที่ดีควรเปิดโอกาสให้นักเรียนวางแผนร่วมกับครู หรือมีส่วนร่วมในการค้นคว้าย่อมจะสนใจมากขึ้น
10. การสอนคณิตศาสตร์ที่ดี ควรให้ผู้เรียนมีโอกาสทำงานร่วมกัน หรือมีส่วนร่วมในการค้นคว้า สรุปกฎเกณฑ์ต่าง ๆ ด้วยตนเองร่วมกับเพื่อน ๆ
11. การจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ควรสนุกสนานบันเทิงไปพร้อมกับการเรียนรู้จึงจะสร้างบรรยากาศที่น่าติดตามต่อไปแก่ผู้เรียน

12. นักเรียนระดับประถมศึกษาในระหว่างอายุ 6 - 12 ปี จะเรียนได้ดี เมื่อเริ่มโดยครูใช้ของจริง อุปกรณ์ ซึ่งเป็นรูปธรรมนำไปสู่นามธรรมตามลำดับ จะช่วยให้นักเรียนเรียนรู้ด้วยความเข้าใจ มิใช่จำดังเช่นในอดีตที่ผ่านมาทำให้เห็นว่าวิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ง่ายต่อการเรียนรู้

13. การประเมินผลการเรียนการสอนเป็นกระบวนการต่อเนื่อง และเป็นส่วนหนึ่งของการเรียนการสอน ครูอาจใช้วิธีการสังเกต การตรวจแบบฝึกหัดการสอบถามเป็นเครื่องมือในการวัดผล จะช่วยให้ครูทราบข้อบกพร่องของนักเรียนและการสอนของตน

14. ครูไม่ควรจำกัดวิธีคำนวณหาคำตอบของนักเรียน แต่ควรแนะนำวิธีคิดรวดเร็วและแม่นยำให้ภายหลัง

15. การฝึกให้นักเรียนรู้จักตรวจสอบคำตอบด้วยตนเอง

ยูทธานา ตรีนุสนท์ (2524) และประทีป สยามชัย (2511) ได้ให้แนวคิดในทำนองเดียวกันถึงหลักการสอนคณิตศาสตร์ ว่ามีองค์ประกอบที่สำคัญ คือ ทฤษฎีการเรียนรู้หลักการทางการศึกษา และหลักทางจิตวิทยา

ทฤษฎีการเรียนรู้ที่มีอิทธิพลต่อการสอนคณิตศาสตร์มีอยู่ 2 ทฤษฎี คือ จิตวิทยาพันธนาการ (Bond Psychology) มีหลักอยู่ว่า การเรียนรู้เกิดจากการเชื่อมโยงระหว่างสิ่งเร้าและ การตอบสนอง เน้นการแยกความรู้ออกเป็นส่วนย่อย ๆ อีกทฤษฎีหนึ่งได้แก่อัจฉริยภาพเกสตัลท์ (Gestalt Psychology) ซึ่งมีหลักการว่า การเรียนรู้จะเกิดโดยการวิเคราะห์ผ่าน โครงสร้างและจัดรูปใหม่ของสภาพการณ์นั้น ๆ เน้นในการเกิดความเข้าใจอย่างลึกซึ้ง

หลักการศึกษานักการศึกษาเน้นการสอนคณิตศาสตร์เพื่อให้เกิดความเข้าใจมากกว่าเกิดทักษะการคำนวณ เพราะ การฝึกทักษะเพียงอย่างเดียวแต่ขาดความเข้าใจไม่อาจทำให้การเรียนการสอนคณิตศาสตร์บรรลุจุดมุ่งหมายได้ รวมทั้งยึดหลักที่จะทำการสอนให้เด็กสามารถค้นพบหลักการได้ด้วยตนเอง

หลักทางจิตวิทยา นักจิตวิทยาและนักการศึกษาเน้นให้เห็นความแตกต่างระหว่างบุคคล และการเรียนรู้ที่เหมาะสมกับวัย จะช่วยทำให้การสอนคณิตศาสตร์ของครูมีประสิทธิภาพยิ่งขึ้นผู้เรียนควรจะได้เรียนไปตามความสามารถของตน ซึ่งหลักสูตรและการสอนคณิตศาสตร์ควรมีความยืดหยุ่นเพียงพอที่จะจัดให้ผู้เรียนมีโอกาสเรียนรู้ในอัตราของตนเอง นอกจากนี้การเรียนรู้ที่เหมาะสมกับวัย จะช่วยให้ผู้เรียนได้มีความเข้าใจพัฒนาการก้าวหน้าด้วยความมั่นคงและสิ่งที่จะช่วยให้ทราบว่าจัดการสอนให้เหมาะสมกับวัยได้อย่างไร โดยอาศัยทฤษฎีพัฒนาการต่าง ๆ เช่น ทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของ Piaget

ทฤษฎีการสอนคณิตศาสตร์

ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ให้บรรลุจุดมุ่งหมายได้นั้น ครูผู้สอนจะต้องจัดกระบวนการเรียนการสอนที่มีประสิทธิภาพ เลือกใช้วิธีการสอนที่จะทำให้เด็กเกิดความคิดความเข้าใจ เกิดทักษะ สามารถนำคณิตศาสตร์ไปใช้ได้ตลอดจนมีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์โดยอาศัยหลักและทฤษฎี และหลักการสอนคณิตศาสตร์ จิตวิทยาการเรียนรู้มาผสมผสาน ประยุกต์ใช้ให้สอดคล้องและเหมาะสมกับจุดประสงค์ของเนื้อหา ทฤษฎีการสอนคณิตศาสตร์มีหลายทฤษฎีด้วยกัน โสภณ บำรุงสงฆ์ และ สมหวัง ไตรตันวงศ์ (2520) ได้กล่าวถึง ทฤษฎีการสอนคณิตศาสตร์ไว้ 3 ทฤษฎี คือ

1. ทฤษฎีแห่งการฝึกฝน (Drill Theory) เน้นการฝึกหัดซ้ำกันมาก ๆ จนเกิดความเคยชิน ซึ่งมียังมีข้อบกพร่องอีก คือ

1.1 ต้องให้เด็กท่องจำ ซึ่งเป็นเรื่องยากสำหรับเด็ก

1.2 เด็กไม่อาจจะจดจำข้อเท็จจริงต่าง ๆ ที่เรียนมาแล้วได้หมด

1.3 เด็กจะขาดความเข้าใจในสิ่งที่เรียน เป็นเหตุให้เกิดความลำบาก สับสน ในสิ่งที่เรียน สิ่งที่คิดคำนวณ แก้ปัญหาและอาจลืมสิ่งที่เรียนได้ง่าย ๆ

2. ทฤษฎีแห่งการเรียนรู้โดยเหตุบังเอิญ (Incidental-Learning Theory) ทฤษฎีนี้เชื่อว่า เด็กจะเรียนได้ดีเมื่อเกิดความต้องการ หรืออยากรู้เกิดขึ้น แต่ในการปฏิบัติจริงมักจะไม่มีเกิดขึ้นบ่อยนัก จึงทำให้ทฤษฎีนี้ไม่เกิดผล

3. ทฤษฎีแห่งความหมาย (Meaning Theory) เน้นว่าการคิดคำนวณกับความเป็นอยู่ในสังคมของเด็ก เป็นหัวใจของการสอนคณิตศาสตร์ และเชื่อว่าเด็กจะเรียนรู้ และเข้าใจสิ่งที่เรียนได้ดีเมื่อสิ่งนั้นมีความหมายต่อเด็กเอง และเป็นเรื่องที่เด็กได้เห็นและปฏิบัติในสังคมประจำวันของเด็ก จากผลการค้นคว้าและวิจัยคณิตศาสตร์ในชั้นประถมศึกษาในระดับชั้น ป.1 - 2 ตามทฤษฎีนี้ เด็กจะเรียนคณิตศาสตร์ได้ผลดีที่สุด ผู้เชี่ยวชาญในการสอนคณิตศาสตร์ชั้นประถมศึกษาได้เสนอแนะดังนี้

3.1 สอนเรื่องใหม่แต่ละครั้ง ควรใช้ของจริงประกอบการสอนเพื่อให้นักเรียนได้มองเห็นชั้นกลาง ๆ อย่างแจ่มแจ้ง

3.2 ให้ออกาสเด็กได้แสดงวิธีการคิดคำนวณของเด็กเอง และได้ชี้ให้เห็นถึงความยาก ตลอดจนข้อแตกต่างระหว่างเรื่องที่เรียนกับเรื่องที่เรียนมาแล้ว

3.3 ให้เด็กได้ใช้ความพยายามหาคำตอบด้วยตนเอง โดยใช้ความรู้ที่มีอยู่เป็นเครื่องมือในการคิด

3.4 ควรใช้วัสดุทัศนูปกรณช่วยสอนชั้นต่าง ๆ ให้มาก

3.5 ให้เด็กทำแบบฝึกหัดเกี่ยวกับเรื่องที่เรียนใหม่ พร้อมทั้งให้อธิบายวิธีการคิดคำนวณที่เด็กทำด้วย ทั้งนี้อาจให้ไปแสดงวิธีทำบนกระดาน เพื่อให้เพื่อนร่วมชั้นดูด้วยก็ได้ นอกจากนั้น การให้แสดงถึงวิธีการตรวจสอบคำตอบด้วย

3.6 การฝึกฝนให้เกิดทักษะนั้นเป็นสิ่งที่ต้องทำ แต่ควรฝึกหลังจากที่เด็ก เข้าใจวิธีการนั้น ๆ เป็นอย่างดีแล้ว

3.7 ควรสอนซ้ำในเรื่องที่เด็กไม่เข้าใจจนกว่าเด็กจะเข้าใจ และทำให้ถูกต้อง

3.8 ควรให้เด็กได้นำความรู้ไปใช้จริงในชีวิตประจำวัน

3.9 ให้แบบฝึกหัดเด็กทำสม่ำเสมอ เพื่อเป็นการฝึกทักษะในเรื่องที่เด็กเคยเรียนมาแล้ว

นอกจากนี้ การนำทฤษฎีการสอนคณิตศาสตร์มาใช้ในการสอนนั้น เพื่อให้เกิดการเรียนรู้ที่ดี อัญชลี แจ่มเจริญ (2526) ได้เสนอแนะสิ่งที่ควรถือเป็นแนวปฏิบัติ ดังนี้

1. ดำเนินการสอนให้เหมาะสมและสอดคล้องกับความสามารถของแต่ละบุคคลซึ่งมีความแตกต่างกัน
2. มีการจูงใจให้นักเรียนแสดงความสนใจ เห็นประโยชน์และมีเจตคติที่ดีต่อการเรียนคณิตศาสตร์
3. ใช้วิธีถ่ายทอดความรู้ มีการนำเอาประสบการณ์ต่าง ๆ มาสัมพันธ์กันให้บังเกิดผลแห่งการเรียนรู้
4. มีการฝึกให้นักเรียนรู้จักสรุป วิเคราะห์ และนำความรู้ไปใช้ในชีวิตประจำวัน
5. ฝึกทักษะถือว่าเป็นสิ่งสำคัญในการเรียนคณิตศาสตร์ ผู้สอนควรเอาใจใส่ดูแลอย่างใกล้ชิด

ในการจัดประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์ให้แก่เด็กเรียนนั้น มีความจำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องคำนึงถึงหลักจิตวิทยา เพราะคณิตศาสตร์มีลักษณะเป็นนามธรรม ซึ่งมีความยากลำบากต่อการเรียนรู้สำหรับเด็กเรียน ดังนั้น การจัดประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์จึงควรให้เด็กเรียนได้เรียนรู้โดยอาศัยหลักเกณฑ์ ดังนี้

1. เรียนจากสิ่งที่เป็นรูปธรรม เช่น การสอนนับก็ให้หัดนับวัตถุ สิ่งของ รูปภาพ
2. เรียนตามลำดับความยากง่ายและเหมาะสมกับวัย ให้ทำกิจกรรมต่างๆ ไม่ใช่ครูอธิบายให้ฟังแล้วทำตาม มุ่งสอนโดยยึดความสนใจของเด็กเรียนเป็นเกณฑ์
3. เรียนเพื่อสร้างความเจริญเติบโต ไม่ใช่สร้างเฉพาะสติปัญญาด้านเดียว แต่มุ่งสร้างความเจริญทางกาย อารมณ์ และสังคมพร้อมกันไปด้วย
4. เรียนโดยพิจารณาถึงความแตกต่างระหว่างบุคคลโดยการแบ่งหมู่เรียนให้ทำกิจกรรมตามความสนใจของเด็กเรียน
5. เรียนร่วมกัน ทำงานร่วมกัน ปรึกษาแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน รู้จักรับผิดชอบในกิจกรรมที่ทำ
6. เผชิญกับปัญหาที่เร้ากระตุ้นให้เด็กเรียนสนใจอยากคิด อยากทำ อยากแก้ปัญหา การสอนคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษามุ่งพัฒนาให้เด็กเรียนคิดเป็น ทำเป็น แก้ปัญหาเป็น ส่งเสริมให้เด็กเรียนเกิดการเรียนรู้อย่างมีเหตุผล ดังนั้นในการสอนคณิตศาสตร์ ครูควรเน้นความเข้าใจมากกว่าความจำ ควรจะให้เด็กเรียนค้นพบโดยที่ครูเสนอแนะน้อยที่สุดให้เด็กเรียนหาวิธีแก้ปัญหาด้วยตนเอง โดยเฉพาะให้ความสำคัญที่วิธีการมากกว่าคำตอบ เนื่องจากวิธีการหาคำตอบที่ดี และเหมาะสมเป็นจุดมุ่งหมายสำคัญในการสอนคณิตศาสตร์ (Whirl, 1973)

วิธีสอนคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา

คณิตศาสตร์ที่จะสอนกับเด็กในระดับประถมศึกษานั้น จะต้องถือว่าเป็นการสอนที่ถูกต้อง และเป็นพื้นฐานที่จะนำไปใช้ในการเรียนระดับสูงต่อไปได้ และเป็นการสร้างแรงจูงใจในการเรียนของเด็ก เพราะถ้าเด็กได้รับความเข้าใจและมีพื้นฐานดี มีการคิดคำนวณถูกต้องเสมอจะทำให้เด็กเกิดความสนใจ ไม่เบื่อหน่ายต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ นอกจากจะเกิดผลต่าง ๆ ดังกล่าวแล้ว เด็กยังสามารถนำเอาไปใช้กับงานต่าง ๆ ของตนได้

ดังนั้นในการสอนคณิตศาสตร์ในชั้นประถมศึกษาชั้นนั้น จะต้องเริ่มต้นจากสิ่งที่ถูกต้อง และ การใช้ภาษาคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องด้วย ทั้งนี้มีความมุ่งหมายที่จะ ให้เด็กได้รับในสิ่งต่อไปนี้ (โสภณ บำรุง สงฆ์ และสมหวัง ไตรตันวงศ์, 2520)

1. ให้เด็กนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้
2. ให้สามารถนำไปใช้ทางวิทยาศาสตร์
3. ให้เด็กได้มีทักษะในการคิดคำนวณ
4. ให้เด็กได้เข้าใจในพื้นฐานของคณิตศาสตร์
5. ให้เด็กได้รู้จักใช้ความคิดริเริ่ม รู้เหตุผล และรู้ถึงโครงสร้างทางคณิตศาสตร์
6. ให้เด็กได้แก้ปัญหาต่าง ๆ ที่เป็นปัญหาจริงจากชีวิตประจำวัน
7. ให้เด็กสามารถแปลง โจทย์ปัญหาเป็นประโยคสัญลักษณ์ได้
8. ให้เด็กเลือกใช้วิธีที่ดีที่สุดและสามารถนำไปใช้ได้ถูกต้อง

ในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษา มุ่งให้นักเรียนมีความสามารถขั้นพื้นฐาน ใน 3 ด้าน คือ ความสามารถหรือทักษะในการคิดคำนวณ ความเข้าใจในหลักการหรือมโนทัศน์ และความสามารถในการแก้ปัญหาหรือการนำไปใช้ ความสามารถทั้ง 3 ด้านนี้มีความสัมพันธ์ซึ่งกันและกัน กล่าวคือ นักเรียนจะต้องมีความเข้าใจในหลักการหรือมโนทัศน์หนึ่ง ๆ เสียก่อน แล้วฝึกฝนให้เกิดทักษะ จนสามารถนำไปใช้ในการแก้ปัญหาชีวิตประจำวันหรือสถานการณ์อื่น ๆ ได้

วิธีสอนให้เกิดมโนทัศน์

ในการสอนให้เกิดมโนทัศน์ Travers (1967) กล่าวว่า ผู้เรียนจะเกิดการเรียนรู้ให้เกิดมโนทัศน์อย่างไรนั้นขึ้นอยู่กับวิธีสอนของครู วิธีสอนบางอย่างอาจจะต้องการผู้เรียนที่มีความสามารถมากกว่าหนึ่งวิธี ดังนั้นในการสอนให้เกิดมโนทัศน์ครูจะต้องรู้จักนำวิธีสอนไปใช้ให้เหมาะสมกับระดับความสามารถของผู้เรียน กล่าวโดยสรุปถึงแนวทางที่จะจัดสภาพการสอนเพื่อให้เกิดมโนทัศน์ มีดังนี้

1. สิ่งที่จะอำนวยความสะดวกให้แก่การเรียนรู้ให้เกิดมโนทัศน์ คือ เมื่อผู้เรียนเห็นความแตกต่างระหว่างตัวอย่างทางบวก (positive instance) และตัวอย่างทางลบ (negative instance) อย่างชัดเจน และเมื่อตัวอย่างทางบวกมีความสอดคล้องเป็นระบบเดียวกัน

2. ปัญหาที่มีคุณลักษณะซ้ำ ๆ กัน มักจะแก้ไขได้ง่ายกว่าปัญหาที่ไม่มีคุณลักษณะซ้ำกัน
3. การศึกษาส่วนใหญ่พบว่า นักเรียนจะเรียนมโนทัศน์ได้ง่ายกว่า ถ้าลดจำนวนคุณลักษณะที่ไม่เกี่ยวข้องออกไป
4. ทักษะในการเรียนรู้มโนทัศน์จะเพิ่มขึ้นตามอายุ เด็กเล็กมักจะสนใจคุณลักษณะทางรูปร่างเช่น รูปร่าง สี ขนาด เป็นต้น
5. มโนทัศน์ง่าย ๆ ความวิตกกังวลจะช่วยในการเรียนรู้ได้มาก แต่ถ้าเป็นมโนทัศน์ที่ซับซ้อน ความวิตกกังวลจะบั่นทอนประสิทธิภาพของการเรียน
6. การเรียนรู้มโนทัศน์จะง่ายขึ้น ถ้าครูแนะจุดเด่นหรือลักษณะที่ควรสังเกตุให้นักเรียนทราบ
7. บางครั้งควรจะต้องแสดงตัวอย่างทางบวกหลาย ๆ ตัวอย่างพร้อมกัน แต่ไม่ควรจะให้เกิน 4 ตัวอย่าง
8. การเรียนรู้มโนทัศน์จะง่ายกว่า และสามารถที่จะนำไปใช้สถานการณ์ใหม่ได้ ถ้าผู้เรียนสามารถที่จะเชื่อมโยงมโนทัศน์นั้นให้แก่ตัวเองได้
9. นักเรียนสามารถที่จะเรียนรู้มโนทัศน์ได้ง่ายขึ้น ถ้านักเรียนรู้จักตัวอย่างของมโนทัศน์ทั้งตัวอย่างทางบวกและตัวอย่างทางลบ
10. การส่งผลย้อนกลับ จะช่วยให้เกิดการเรียนรู้ได้ดียิ่งขึ้น
11. การเรียนรู้มโนทัศน์ใหม่ ๆ และ แปลก ๆ จะง่ายขึ้น ถ้าได้เรียนรู้มโนทัศน์ขั้นต้น ๆ มาอย่างสมบูรณ์ และเมื่อได้เรียนรู้จากตัวอย่างที่ถูกต้องและมากพอ
12. ครูควรสอนมโนทัศน์ให้สัมพันธ์กันด้วย
13. ครูควรให้ผู้เรียนมีเวลาเพียงพอที่จะปรับเนื้อหาทั้งหมดที่ได้รับเข้ากับโครงสร้างของมโนทัศน์เดิม

วิธีฝึกทักษะ

ทักษะ (Skill) เป็นลักษณะของพฤติกรรมการเคลื่อนไหวที่ประสานสัมพันธ์ต่อเนื่องกัน เป็นลูกโซ่ พฤติกรรมดังกล่าวเป็นไปอย่างรวดเร็ว แม่นยำ เช่น การนับเงิน เป็นต้น การมีทักษะการคิดคำนวณที่ดี เป็นสิ่งที่มีความสำคัญและมีประโยชน์อย่างยิ่งต่อการเรียนคณิตศาสตร์ตั้งนั้นในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ หลังจากทีครูได้ให้ตัวอย่างพร้อมกับคำอธิบายที่ชัดเจนจนนักเรียนมีความรู้

ความเข้าใจในเนื้อหา ของเรื่องนั้น ๆ ดีแล้ว ขึ้นต่อไปครูจำเป็นต้องจัดกิจกรรมให้นักเรียนได้ฝึกฝนเพื่อให้มีความชำนาญแคล่วคล่อง ถูกต้อง แม่นยำ และรวดเร็วหรือที่เรียกว่าฝึกฝนให้เกิดทักษะ การที่นักเรียนมีแต่ความรู้ความเข้าใจโดยไม่มีทักษะในการคิดคำนวณในเรื่องนั้น ๆ เมื่อนักเรียนต้องนำความรู้ไปใช้ในการแก้ปัญหา หรือ ทำโจทย์แบบฝึกหัด จะทำให้นักเรียนทำได้ช้า และขาดความแม่นยำ (น้อมศรี เภท, 2535) การใช้เวลาสำหรับการฝึกทักษะการคิดคำนวณจึงเป็นสิ่งสำคัญ โดยในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ครูควรจัดแบ่งเวลาส่วนหนึ่งไว้ สำหรับฝึกทักษะการคิดคำนวณ เพื่อจะได้มีโอกาสเห็นความสามารถในการคิดคำนวณของนักเรียน สามารถให้ความช่วยเหลือแก่นักเรียนได้ทันที ในกรณีที่นักเรียนยังมีปัญหาทางด้านการคิดคำนวณอยู่ หรือสามารถให้การส่งเสริม สนับสนุนให้นักเรียนมีทักษะการคิดคำนวณที่ดีขึ้นได้ ในกรณีที่นักเรียนมีทักษะการคิดคำนวณอยู่แล้ว ในทางตรงกันข้ามถ้าครูไม่เห็นความสำคัญของการใช้เวลาสำหรับการฝึกทักษะการคิดคำนวณ จะทำให้ครูไม่ทราบว่านักเรียนคนใด ที่ยังมีวิธีการคิดคำนวณที่ผิดอยู่ ทำให้นักเรียนผู้นั้นต้องกระทำในสิ่งที่ผิดซ้ำ ๆ จนเกิดความเคยชินทำให้ยากแก่การแก้ไข และต้องเสียเวลาประกอบกับการใช้ความพยายามอย่างมากในการที่จะแก้ไขให้มีความเข้าใจในสิ่งที่ถูกต้อง และทำให้นักเรียนขาดทักษะในการคิดคำนวณ ต้องเสียเวลาไปกับการคิดคำนวณมาก จนไม่มีเวลาทบทวนหรือทำความเข้าใจกับเรื่องอื่น ๆ เป็นเหตุทำให้อ่อนทั้งทักษะการคิดคำนวณและการเรียนคณิตศาสตร์เรื่อง อื่น ๆ ซึ่งเป็นสาเหตุสำคัญอย่างหนึ่งที่ทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนยังไม่เป็นที่น่าพอใจ ในการฝึกทักษะนั้น ผู้สอนควรจะเข้าใจลำดับขั้นของทักษะซึ่งประกอบด้วยขั้นดังต่อไปนี้ (วารินทร์ สายโอบเอื้อ และสุณีเยี ธีรดากร, 2522)

1. ขั้นความรู้ (Cognitive Phase) เป็นขั้นที่ผู้เรียนจะต้องศึกษาให้เข้าใจเนื้อหาของเรื่องที่จะฝึกและรู้ว่าการฝึกทักษะนั้นจะต้องทำอย่างไรบ้าง โดยผู้สอนจะต้องพยายามวิเคราะห์เนื้อหาของทักษะที่จะฝึก และอธิบายถึง สิ่งที่น่าคาดหวังว่าจะเกิดขึ้นจากการฝึกให้ผู้เรียนได้เข้าใจ
2. ขั้นปฏิบัติจนไม่มีข้อผิดพลาด (Fixation Phase) เป็นขั้นที่ลงมือปฏิบัติตามความรู้ความเข้าใจที่มีอยู่ จนกระทั่งพฤติกรรมต่าง ๆ ที่ไม่ถูกต้อง จะถูกแก้ไขให้ถูกต้องและลดลงเป็นศูนย์แล้วพฤติกรรมที่ถูกต้อง ก็จะคงที่จนเกิดความชำนาญและคล่องตัวในการปฏิบัติเรื่องนั้น ๆ เพิ่มขึ้น
3. ขั้นอัตโนมัติ (Autonomous Phase) เป็นขั้นที่สามารถปฏิบัติได้อย่างทันที โดยไม่ต้องคิดหรือวางแผนมีความชำนาญถูกต้องและรวดเร็วมาก โดยไม่มีข้อผิดพลาด

De Cecco (1986) ได้เสนอวิธีการฝึกทักษะไว้เป็นขั้น ๆ ดังนี้

1. วิเคราะห์ที่จะฝึก โดยแยกแยะทักษะที่จะสอนว่าประกอบไปด้วยอะไรบ้างได้อย่างชัดเจน ตามลำดับก่อนหลังของการฝึก
2. การสอบความสามารถเบื้องต้นของผู้เรียนว่ามีความสามารถเบื้องต้นพอหรือไม่ด้วยการทดสอบตามขั้นตอนต่าง ๆ
3. ฝึกทักษะที่เด็กยังขาดอยู่และส่งเสริมทักษะที่เด็กมีอยู่แล้วให้เกิดความชำนาญยิ่งขึ้น
4. ขึ้นอธิบายและสาธิตทักษะที่จะฝึกอย่างช้าและชัดเจนตามลำดับก่อนหลัง
5. ขึ้นการฝึกต้องฝึกอย่างต่อเนื่องกัน โดยสอนย่อยบางส่วน แล้วจึงฝึกให้ครบองค์ประกอบทั้งหมด
6. มีการปรับปรุงแก้ไข เพื่อให้เกิดความคล่องแคล่วว่องไว โดยเน้นทักษะย่อยที่สำคัญ
7. ให้ผลย้อนกลับแก่ผู้เรียน อาจจะเป็นแรงจูงใจของการฝึกให้ทราบ รวมทั้งการเสริมแรงด้วย

ดวงเดือน อ่อนน่วม (2535) ได้กล่าวถึงประโยชน์ของการฝึกทักษะการคิดคำนวณไว้ดังนี้

1. การฝึกทำให้ช่วยจำได้แม่นยำยิ่งขึ้น เพราะโดยปกติการอ่าน การฟัง การมอง การดู หรือ การทำเพียงครั้งเดียว ย่อมยากแก่การที่จะจดจำได้ทั้งหมด
2. การฝึกเป็นทางนำไปสู่ความถูกต้อง
3. การฝึกเป็นรากฐาน ในการพัฒนาประสิทธิภาพในการคิดคำนวณ เช่น เมื่อนักเรียนรู้ว่าทำไมจึงเป็นเช่นนั้นแล้ว จากการฝึกจะช่วยให้มองเห็นวิธีลัด อันจะทำให้คิดได้รวดเร็วขึ้น
4. การฝึกเป็นวิธีหนึ่งที่จะช่วยสร้างความเชื่อมั่นในการคิดคำนวณ เมื่อผู้เรียนประสบความสำเร็จในการคิดคำนวณคือ คิดคำนวณได้ถูกต้อง และรวดเร็วย่อมก่อให้เกิดแรงจูงใจทำให้มีเจตคติที่ดีต่อวิชา และอยากมีส่วนร่วม

นอกจากนี้ บุญเลิศ บุญเรือง (2523) ได้กล่าวว่า การฝึกทักษะการคิดคำนวณมีประโยชน์หลายประการด้วยกันคือ

1. ช่วยให้นักเรียนมีทักษะในการคิดคำนวณ
2. สอดคล้องกับการวัดผลในปัจจุบัน ที่ให้นักเรียนหาแต่คำตอบ โดยไม่แสดงวิธีทำ
3. สอดคล้องกับการนำไปใช้ในชีวิตประจำวัน เพราะในชีวิตประจำวันการคิดคำนวณเกี่ยว

กับสิ่งต่าง ๆ เราไม่แสดงวิธีทำ

4. เป็นหนทางหนึ่งที่จะช่วยแก้ปัญหานักเรียน ที่อ่อนเลขเนื่องจากนักเรียนจะมีประสบการณ์ในการคิดคำนวณมากขึ้นกว่าเดิม

ความหมายของการบวก

การบวก หมายถึง การกระทำของจำนวน โดยวิธีการนำจำนวนสองจำนวนมารวมกัน จำนวนที่ได้จากการรวมสองจำนวนเข้าด้วยกันนี้ เรียกว่า ผลรวมหรือผลบวก สัญลักษณ์ที่แสดงการรวมกัน เรียกว่าเครื่องหมาย " + " (สุโขทัยธรรมมาธิราช, 2526) การบวกเป็นพื้นฐานที่สำคัญ และจำเป็นสำหรับมนุษย์ทุกคนสำหรับใช้เป็นเครื่องมือในการดำเนินชีวิตประจำวัน เช่น เป็นเครื่องมือในการซื้อขาย แลกเปลี่ยนสิ่งของทำให้ทราบปริมาณของสิ่งที้นำมารวมกัน และเป็นความรู้พื้นฐานที่จะทำให้เข้าใจเรื่องการลบ การคูณและการหารต่อไป

โสภณ บำรุงสงฆ์ และสมทวิง ไตรตันวงศ์ (2520) ได้กล่าวถึงความหมายของการบวก ว่า การบวก คือ การนำเอาจำนวนสมาชิกในกลุ่มหนึ่งรวมเข้ากับจำนวนสมาชิกในอีกกลุ่มหนึ่งแล้วเกิดเป็นจำนวนที่สามขึ้น เช่น

จำนวนสมาชิกในกลุ่ม A = { 1 2 3 } ซึ่งมีจำนวนสมาชิกอยู่ 3 จำนวน

จำนวนสมาชิกในกลุ่ม B = { 4 5 } ซึ่งมีจำนวนสมาชิกอยู่ 2 จำนวน

เมื่อสมาชิกในกลุ่ม A รวมกับจำนวนสมาชิกในกลุ่ม B ก็จะได้กลุ่มใหม่ คือ

C = { 1 2 3 4 5 } ซึ่งมีจำนวนสมาชิกอยู่ทั้งหมด 5 จำนวน

สุรัชชัย ชวัญเมือง (2522) ได้กล่าวถึงความหมายของการบวกว่า การบวกของจำนวนคู่หนึ่งๆ หมายถึง การกระทำอย่างหนึ่งที่เป็นารรวมจำนวนคู่หนึ่ง แล้วตั้งชื่อจำนวนคู่ใหม่นั้นใหม่ ด้วยจำนวนเดียวเพียงจำนวนเดียว เช่น มีจำนวน 3 กับ จำนวน 2 และหา $3 + 2$ เครื่องหมาย + ในที่นี้หมายถึงการรวมจำนวน 3 กับจำนวน 2 อย่างหนึ่ง แล้วตั้งชื่อใหม่เป็น 5

วรวิไล โสภประยูร (2528) ได้กล่าวถึงความหมายของการบวกว่า การบวก หมายถึง การกระทำของจำนวน โดยวิธีการนำจำนวนสองจำนวนมารวมกันจำนวนที่ได้จากการรวมสองจำนวนเข้าด้วยกันนี้เรียกว่า ผลรวม หรือ ผลบวก สัญลักษณ์ที่แสดงการรวมกัน เรียกว่า เครื่องหมาย +

Sunko and Eulenbery (1966) ได้ให้ความหมายของการบวกว่า การบวก เป็น กระบวนการค้นหาผลบวกของ 2 จำนวน หรือ มากกว่าโดยไม่ต้องนับ

Swenson (1973) ได้กล่าวถึงความหมายของการบวกว่า การบวก เป็น กระบวนการ ที่เร็วกว่าการนับทีละหนึ่ง ยิ่งจำนวนที่ต้องนับมากเท่าไร กระบวนการบวกจะช่วยประหยัด เวลาได้มากยิ่งขึ้น

จากความหมายของการบวกข้างต้น สรุปได้ว่าการบวกเป็นการรวมกันของจำนวน 2 จำนวนซึ่งรวดเร็วกว่าการนับ ทำให้เกิดจำนวนใหม่ขึ้น จำนวนที่เกิดใหม่นี้ เรียกว่า ผลรวม หรือผลบวก

ทฤษฎีของการบวกและเทคนิคการบวก

มีทฤษฎีที่อธิบายเกี่ยวกับกระบวนการบวก ซึ่ง Groen and Parkman (อ้างถึงใน วิจิตรรา ชื่อธานุวงศ์, 2523) ได้สรุปไว้ 2 ทฤษฎี คือ

1. กระบวนการฟื้นความจำ (Reproductive Process) กระบวนการดังกล่าวนี้ จะเห็นได้จากการคิดคำนวณ กล่าวคือ เมื่อ ต้องการรวมจำนวนสองจำนวนเข้าด้วยกัน เด็กจะสามารถได้คำตอบออกมาทันทีอย่างรวดเร็ว ซึ่งคำตอบนั้นจะเป็นการตอบในลักษณะจำได้ ทฤษฎีดังกล่าวนี้ เชื่อว่าคำตอบนั้นจะถูกเก็บอยู่ในความจำ ในรูปของประ โยคสัญลักษณ์การบวก

2. กระบวนการสร้างตัวเลข (Reconstructive Process) นักวิจัยที่เชื่อใน กระบวนการนี้มี 2 กลุ่ม คือ กลุ่มแรก สนใจในการสร้างรูปแบบของคำตอบจากการเชื่อมโยง ตัวเลขชุดต่าง ๆ เข้าด้วยกัน Thorndike (1922) กล่าวว่า พื้นฐานสำคัญของการสอน บวกเลข 2 จำนวน แก่เด็ก คือ ให้เด็กจำการเชื่อมโยง (Association) ระหว่างจำนวน ทั้งสองนั้น กลุ่มแรกผู้ตอบจะตอบโดยการเชื่อมโยงระหว่างตัวเลขกับตัวเลข แล้วคิดหาคำตอบ ออกมา แต่นักวิจัยกลุ่มหลังกลับสนใจ การบวกในรูปกระบวนการนับ (Counting process) โดย ให้เหตุผลว่า พฤติกรรมการนับนี้มักจะพบในเด็ก และผู้ใหญ่บางคน ตัวเลขมากขึ้นต้องใช้เวลานับ มากขึ้น ๆ

Grossnickle และ Brueckner (1982) เสนอว่า การบวกสามารถใช้เทคนิคการคิด

ได้ทั้งหมด 7 วิธี ดังนี้

1. เทคนิคการนับเพิ่มทีละ 1

ตัวอย่าง เช่น $3+2$ ได้ 3 แล้ว 4, 5

2. เทคนิคการบวกจากหลักใหญ่ไปหาหลักย่อย

ตัวอย่าง เช่น $15+21 = (10+20)+(5+1)$

$24+25 = (20+20)+(4+5)$

3. เทคนิคการเพิ่มขึ้นทีละสิบและบวกเพิ่ม

ตัวอย่าง เช่น $27+18 = (27+10) + 8$

$15+24 = (15+10+10) + 4$

4. เทคนิคการบวกจำนวนถ้วนและลบออก

ตัวอย่าง เช่น $16+19 = (16+20) - 1$

$26+28 = (26+30) - 2$

5. เทคนิคการบวกจำนวนถ้วนและบวกเพิ่ม

ตัวอย่าง เช่น $13+22 = (13+20) + 2$

$46+25 = (46+20) + 5$

6. เทคนิคการทวิคูณและลบออก

ตัวอย่าง เช่น $17+20 = (20+20) - 3$

$15+14 = (15+15) - 1$

7. เทคนิคการทวิคูณและบวกเพิ่ม

ตัวอย่าง เช่น $25+26 = (25+25) + 1$

$12+17 = (12+12) + 5$

โสภณ บำรุงสงฆ์ และสมหวัง ไตรตันวงศ์ (2520) ได้เสนอกิจกรรมส่งเสริมความเข้าใจ และทักษะในการบวก ดังนี้

$$\begin{array}{cccccc}
 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\
 + & + & + & + & + & + \\
 \hline
 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 \\
 \\
 === & === & === & === & === & ===
 \end{array}$$

นอกจากนั้น Downes and Paling (1958) ได้เสนอกิจกรรมใน การส่งเสริมการฝึกทักษะการบวกโดยใช้ลูกปัดต่าง ๆ ซึ่งร้อยด้วยเชือก โดยบอกให้เด็กร้อยจาก 2 เส้น มารวมเป็นเส้นเดียว เช่น



หลังจากนั้นให้เด็กเขียนเป็นตัวเลขแสดงการกระทำลงในสมุด อย่างกระบวนการบวกข้างต้น เขียนได้ว่า $3+4 = 7$

ความสามารถในการอนุรักษ์กับความสามารถในการคิด

ทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาและความคิดของ Piaget ได้กล่าวถึงพัฒนาการเกิดความคิดความเข้าใจของเด็กอายุประมาณ 7-11 ปี ซึ่งมีพัฒนาการในขั้น Concrete Operations ว่า เด็กสามารถสร้างภาพในใจได้ (Mental Representation) สามารถคิดเปรียบเทียบและเข้าใจว่าของสิ่งใดสิ่งหนึ่งจะใหญ่กว่า มากกว่า น้อยกว่า (Relational Terms) สามารถจัดแบ่งสิ่งของเป็นหมวดหมู่ได้ (Class Inclusion) สามารถจัดสิ่งของตามหมวด

หมู่และตามลำดับได้ (Serialization and Hierarchical Arrangement) ซึ่งความสามารถดังกล่าวเป็นทางนำไปสู่ความเข้าใจเกี่ยวกับจำนวนและตัวเลข ตามทฤษฎีของ Piaget เด็กจะมีโน้ตส์เกี่ยวกับจำนวน (Concept of Numbers) ต่อเมื่อเด็กมีโน้ตส์ความคงอยู่ของสสาร หรือความสามารถในการอนุรักษ์ (Conservation) และความสามารถในการคิดเลขแบบทวนกลับได้ (Reversibility) ซึ่งเป็นลักษณะที่สำคัญที่สุดของการแสดงถึงความสามารถในการอนุรักษ์จำนวน เช่น คิด $4+3$ เท่ากับ 7 ซึ่งเป็นทางตรงได้ และ คิดจาก $4 + 3$ เท่ากับ 7 เป็น $7 - 3$ เท่ากับ 4 หรือ $3 + 4$ เท่ากับ 7 ได้เช่นกัน Piaget ได้ให้ความหมายของ Reversibility ว่า เป็นลักษณะที่สำคัญที่สุดที่แสดงออกถึงกิจกรรมของความสามารถทางสติปัญญา Piaget เน้นว่า องค์ประกอบทางสังคม และการกระทำของเด็ก ซึ่งเป็นบ่อเกิดของความคิดมีอิทธิพลต่อการพัฒนาการทางสติปัญญา โดยเฉพาะในด้านกิจกรรมที่กระทำด้วยตัวเด็กเอง จะเป็นสิ่งที่สำคัญที่สุด นอกจากนี้เขายังเน้นว่า เกณฑ์ปกติ (Norms) ของอายุที่จัดไว้เป็นการประมาณเท่านั้น เด็กบางคนอาจจะพัฒนาในช่วงที่เร็วหรือช้ากว่าเกณฑ์ปกติ เด็กคนเดียวกันจะมีความสามารถในการคิดเรื่องใดเรื่องหนึ่งหรือประเภทใดประเภทหนึ่งดีกว่าการคิดประเภทอื่น ๆ ก็ได้ โดยเฉพาะในช่วงวัยอายุ $7 - 8$ ปี เด็กเริ่มเข้าใจประโยคการบวก เช่น $4 + 3 = 7$ สามารถคิดจากการรวมจำนวนสิ่งของได้ แบบทาลลันท์ แบบหาตัวตั้ง และแบบหาตัวบวกว่าแตกต่างกันหรือไม่ถ้าให้เขาได้มีโอกาสฝึกความสามารถของการเชื่อมโยงตัวเลข โดยการหัดนับกับจำนวนสิ่งของ จะช่วยให้เด็กมีทักษะการบวกดีขึ้นหรือไม่

ตามทฤษฎีของ Piaget เด็กไม่สามารถมีโน้ตส์เกี่ยวกับจำนวน (Concept of Number) ก่อนความสามารถในการอนุรักษ์ (Swenson, 1973)

ความสามารถในการอนุรักษ์ คือ ความสามารถในการบอกปริมาณของจำนวนหรือสสารว่ามีจำนวนหรือปริมาณคงที่แม้ว่าจะเปลี่ยนแปลงรูปร่างและภาชนะที่ใส่เปลี่ยนแปลงรูปหรือเปลี่ยนทิศทาง เปลี่ยนสถานที่ก็ตาม เช่น การอนุรักษ์ปริมาณของเหลว การอนุรักษ์ความยาวของไม้ Piaget เชื่อว่า ความสามารถในการอนุรักษ์ขึ้นอยู่กับเวลาที่เด็กมีโอกาสปะทะสัมพันธ์กับวัตถุต่าง ๆ ในชีวิตประจำวัน ระดับของมโนทัศน์การอนุรักษ์มี 3 ระดับ คือ

ระดับ 1 ชั้นที่ไม่เกิดมโนทัศน์ด้านการอนุรักษ์ (Non-Conservational Stage)

เด็กเข้าใจเฉพาะสิ่งที่ปรากฏอยู่ตามที่ตัวเองรับรู้จากระบบประสาทสัมผัส เช่น สายตามองเห็นเป็นอย่างนั้น



ระดับ 2 ขั้นหัวเลี้ยวหัวต่อ (Transitional Stage) เป็นขั้นที่เด็กเกิดมโนทัศน์ด้านการอนุรักษ์ภายใต้สภาพการณ์บางอย่าง และจะไม่เกิดการอนุรักษ์เมื่อสภาพการณ์บางอย่างเปลี่ยนจากเดิม

ระดับ 3 ขั้นเกิดมโนทัศน์ด้านการอนุรักษ์ (Conservational Stage) เป็นขั้นที่เด็กเข้าใจหลักการอนุรักษ์ได้ เด็กที่บรรลุระดับนี้ได้ต้องมีการพัฒนาถึงระดับที่คิดแบบทวนกลับได้ (Reversibility) เช่น สามารถคิดจาก A ไปถึง B ได้ก็ต้องคิดจาก B กลับสู่ A ได้เช่นกัน แทนได้ด้วยสัญลักษณ์ A B ความสามารถนี้เป็นลักษณะสำคัญที่สุดของการแสดงถึงความสามารถในการอนุรักษ์จำนวน Lovell (1966) ได้เสนอตัวอย่างคำถามเพื่อทดสอบว่าเด็กมีความสามารถในการคิดเลขหรือไม่ โดยทดสอบว่า มีความสามารถในการคิดแบบทวนกลับเกี่ยวกับตัวเลขหรือไม่ ตัวอย่างคำถามมีดังนี้

1. 37 มากกว่า 19 อยู่เท่าไร
2. จะต้องเอาอะไรออกจาก 37 เพื่อให้เหลือ 19
3. จะต้องเพิ่ม 19 ไปอีกเท่าไร จึงจะได้ 37

หากเด็กไม่สามารถคิดคำตอบข้างต้นได้ แสดงว่าการคิดเลขของเขายังไม่บรรลุขั้นการคิดแบบทวนกลับ (Reversible Operations)

ในการสอนเรื่องการบวก การลบ เพื่อให้เกิดการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพ นั้น Fehr และ Phillips (1973) กล่าวว่า การสอนการบวกและการลบในเวลาเดียวกันนั้น ไม่ใช่เป็นการฝึกหัดที่ดี สิ่งที่เหมาะสมคือให้เด็กได้มีความคิดรวบยอดทางการบวกก่อนแล้วจึงให้ความคิดรวบยอดทางการลบเมื่อเข้าใจดีแล้ว จึงให้รู้ถึงความสัมพันธ์ของวิธีการทั้งสองวิธีนี้ นอกจากลำดับการสอนดังกล่าวแล้ว Reisman (1975) ยังได้เสนอความคิดไว้ว่า บางครั้งความยากลำบากในการทำความเข้าใจ มาจากการที่เด็กขาดความพร้อมที่จะเรียนในเรื่องนั้น งานที่กำลังทำอยู่อาจจะยากเกินไปสำหรับระดับการเรียนรู้ของเขาก็เป็นได้ ดังนั้นความพร้อมในการเรียนของเด็กจึงเป็นสิ่งที่ครูจะต้องให้ความสนใจและศึกษา

Underhill (1979) กล่าวว่า ความพร้อมที่จะทำเรื่องการบวกและลบขึ้นอยู่กับสิ่งที่สำคัญสองประการ คือ ประสบการณ์ และ ทัศนภาวะ ประสบการณ์เป็นสิ่งที่ผู้เรียนได้เรียนรู้และฝึกฝนมาก่อนที่จะเรียนเรื่องการบวก และ ลบ ประสบการณ์ที่จะเป็นได้แก่ เรื่องของตัวเลข การจัดลำดับ การนับ การจัดหมู่ หนึ่งต่อหนึ่ง เป็นต้น ทางด้านทัศนภาวะนั้น เด็กจะไม่สามารถเข้าใจเรื่องการบวกลบได้อย่างถ่องแท้จนกว่าจะมีความสามารถ ในการอนุรักษ์จำนวน

เพราะเมื่อเด็กยัง ไม่มีความสามารถในการอนุรักษ์จำนวน เขาก็จะ ไม่สามารถเข้าใจความเท่ากันอย่างแท้จริง เช่น วางลูกกวาดห้าอันรวมกันให้เด็กเห็น ต่อมาแยกลูกกวาดออกเป็นสองกองสองกองและสามอัน เด็กที่ยัง ไม่มีความสามารถในการอนุรักษ์จำนวนจะบอกว่าเมื่อวางโดยแบ่งลูกกวาดออกเป็นสองกองจะมากกว่าเมื่อบางรวมกัน แสดงให้เห็นว่า เด็กที่ ไม่มีความสามารถในการอนุรักษ์จำนวน จะไม่เชื่อว่า $2 + 3$ เท่ากับ 5 หรือ $3 + 2$ เท่ากับ 5 เป็นจำนวนเดียวกัน เด็กจะเข้าใจความหมายของ $2 + 3$ เท่ากับ 5 ได้ในวงจำกัด

นอกจากนี้ความเข้าใจเกี่ยวกับวิธีการกลับกัน (Inverse Operation) ขึ้นอยู่กับความคิดย้อนกลับ (Reversibility) ซึ่งความสามารถในการคิดย้อนกลับนี้มีความสัมพันธ์อย่างใกล้ชิดกับความสามารถในการอนุรักษ์ กล่าวคือ เมื่อการลบเป็นวิธีกลับของการบวก เด็กที่ ไม่มีความสามารถในการอนุรักษ์จำนวนก็จะไม่เข้าใจถึงความสัมพันธ์ระหว่างการบวกกับการลบ ดังนั้นถึงแม้ว่าเขาจะสามารถหาได้ว่า $2 + 3$ เท่ากับเท่าไร แต่ก็จะเป็นการยากที่จะเข้าใจและหาคำตอบ ของ $2 + \dots$ เท่ากับ 5 แต่เมื่อเด็กมีความสามารถในการอนุรักษ์จำนวนแล้ว เมื่อเขาทราบว่า $2 + 3$ เท่ากับ 5 ก็จะเข้าใจต่อไปได้ว่า $5 - 2$ เท่ากับ 3 และ $5 - 3$ เท่ากับ 2 ได้อย่างถูกต้อง และด้วยความเข้าใจ ดังนั้น ความสามารถในการอนุรักษ์จำนวนจึงมีความสำคัญอย่างยิ่งต่อการเรียนเรื่อง การบวก และการลบ

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

วิชัย ชำนิ (2519) ได้ศึกษาเปรียบเทียบพัฒนาการด้านมโนภาพ เกี่ยวกับการอนุรักษ์จำนวน และการบวกจำนวนของเด็กในเมืองกับเด็กชนบท พบว่า เด็กในเมืองใหญ่มีพัฒนาการด้านมโนภาพด้านการอนุรักษ์จำนวน และการบวกจำนวนเร็วกว่าเด็กในชนบทอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ชวลิต บัวสรวง (2507) กล่าวว่า การให้ประสบการณ์แก่เด็กในการฝึกทุกเลขคู่บวกเป็นเรื่องสำคัญอย่างยิ่งสำหรับนักเรียนจะต้องใช้ในโอกาสต่อไป นอกจากนี้ชวลิต บัวสรวงยังพบว่า นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ยังไม่มีทักษะและไม่เข้าใจวิธีการบวกอย่างถูกต้อง นักเรียนมักจะใช้วิธีนับนิ้ว ทำให้นับเกิน นับขาด จนทำผิดในเกือบทุกคู่บวกที่มีคำตอบเป็นเลขสองหลัก ดังนั้น นักเรียนเหล่านี้ควรจะได้รับการฝึกทักษะการบวกในใจระดับที่ง่ายก่อน เพื่อเป็นจุดเริ่มต้นไปสู่ขั้นพัฒนาการบวกในใจระดับที่ยากขึ้น

Chazal (1935) ได้ศึกษาถึงลักษณะการบวกเลขผิดของนักเรียน ชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 เป็นจำนวน 57 คน โดยให้เด็กบวกจำนวนง่าย ๆ จำนวน 100 ข้อ และพร้อมกันนั้นก็ทำการสัมภาษณ์เด็ก ผลที่ได้แสดงให้เห็นว่า เด็กจำนวน 22.7 % บวกโดยวิธีนับ เด็ก 23% ใช้วิธีเตาอย่างผิด ๆ เด็ก 29.5 % ได้คำตอบจากการใช้ความสัมพันธ์ทางด้านความทรงจำสำหรับคำตอบที่ได้จากการเตาของ 23 % นั้น Chazal อธิบายว่า เกิดจากกิจกรรมของสมอง ซึ่งเขาได้อธิบายต่อไปว่า การเตาเกิดขึ้นได้อย่างไร ในการวิจัยครั้งนั้นมีลักษณะที่สำหรับที่จะตัดสินการเตาของเด็กโดยอาศัยดูกิจกรรมภายนอกของเด็ก เช่น เด็กตอบเร็ววันที่ ตอบช้าอย่างลังเล อย่างไรก็ตามการดูกิจกรรมภายนอกเช่นนี้ไม่สามารถจะวัดการเตาของเด็กได้อย่างแน่นอน

Thyne (1954) ได้ศึกษาแบบของคำตอบผิดในการบวกเลขหลักเดียวพบแบบคำตอบผิดที่สำคัญ 5 แบบ ด้วยกัน คือ

1. แบบ S (Subtraction) หมายถึง คำตอบที่ผิดที่ได้จากผลต่างของกลุ่มบวก เช่น $8+7 = 1$
2. แบบ + X หมายถึง คำตอบที่ตอบผิดไปจากคำตอบจริงอยู่ 1 หรือ 2 เช่น $3+8 = 12$, $8+7 = 13$
3. แบบ P (Persistence) หมายถึง คำตอบที่ตอบผิด เพราะเอาตัวตั้งหรือตัวบวกมาเป็นคำตอบ เช่น $7+4 = 7$, $7+4 = 4$
4. แบบ R (Reversal) หมายถึง คำตอบที่ตอบผิด เพราะเขียนกลับหลักกันของคำตอบจริง เช่น $7+6 = 31$
5. แบบ C (Confusion) เป็นคำตอบผิดจากการอ่าน เลข 9 และ 6 สลับกัน

Groen และ Parkman (1972) ได้ศึกษาผลการสลับที่ในตำแหน่งของกลุ่มบวก โดยมี 2 กรณี คือ กรณีแรกตัวน้อยสุดอยู่ทางซ้ายมือ กรณีหลังตัวน้อยสุดอยู่ทางขวามือ เช่น $1 + 3$ เปรียบเทียบกับ $3 + 1$, $1 + 4$ เปรียบเทียบกับ $4 + 1$ เป็นต้น พบว่า โจทย์การบวกอย่างง่ายในรูปที่ตัวเลขมากอยู่ทางซ้ายมือหรือในตำแหน่งตัวตั้ง เป็นกระบวนการที่ผู้ถูกทดลองทำได้ง่ายกว่าเมื่อตัวเลขมากอยู่ในตำแหน่งตัวบวก

Alderman (1978) ได้ศึกษาโครงสร้างของกระบวนการบวกทั้ง 3 แบบ พบว่ารูปแบบที่ง่ายที่สุด คือ ข้อความในรูป $M + N = \dots$ ส่วนรูปแบบที่ยากที่สุด คือ $\dots + N = P$ โดยให้เหตุผลดังนี้ รูปแบบ $M + N = \dots$ ซึ่งให้ผู้ตอบหาผลบวกนั้นผู้ตอบเพียงแต่รื้อฟื้นความจำก็สามารถตอบได้ ความยากง่ายของปัญหาขึ้นอยู่กับความมากน้อยของตัวเลขในตำแหน่งตัวบวก

ถ้าอยู่ในรูป $M + \dots = P$ ซึ่งให้ผู้ตอบหาตัวบวกนั้น ตัวหลักในการนับ คือ M และจะต้องนับเพิ่มทีละ 1 ไปจนกว่าจะถึงค่าของ P จำนวนครั้งที่เพิ่มขึ้นนี้ คือ ค่าของ N ส่วนตัวไม่ทราบค่าในตำแหน่ง M ที่อยู่ในรูป $\dots + M = P$ นั้น ตัวหลักเริ่มต้น คือ P และจะต้องนับถอยหลังทีละ 1 เป็นจำนวน M ครั้ง เพื่อหาตัว N

นอกจากนั้น Alderman ยังได้สรุปว่า การหาตัวไม่ทราบค่าที่อยู่ในตำแหน่ง P, N และ M ในแบบ $M + N = \dots$, $M + \dots = P$ และ $\dots + N = P$ นั้น ความยากจะยิ่งเพิ่มขึ้นตามลำดับ

Ibarra (1979) ได้ศึกษาความสามารถของเด็กอนุบาลในการแก้ปัญหาการบวกและการลบเลข จากการเสนอคำถามต่างกัน 5 แบบ เพื่อศึกษาว่าเสนอแบบไหนเด็กทำได้ดีกว่ากัน แบบการเสนอ มีดังนี้

1. การเล่าเรื่องอย่างเดียว
2. การแสดงการรวมจำนวนสิ่งของให้เห็น
3. การแสดงกลุ่มจำนวนสมาชิก
4. การแสดงภาพประกอบคำบรรยาย
5. การแสดงจำนวนกลุ่มสมาชิก และการรวมจำนวนสิ่งของให้เห็น

การดำเนินงานโดยให้เด็กแต่ละคนจากกลุ่มตัวอย่างทั้งหมด 113 คน ตอบปากเปล่าจากคำถามตามรูปแบบการเสนอข้างต้นทั้งหมด 30 ข้อ โดยมีแบบการเสนอคำถามแบบละ 6 ข้อ ผลการวิจัยพบว่า

1. ในตำแหน่งตัวไม่ทราบค่า โจทย์ปัญหาในรูป $A + B = \dots$ เด็กทำได้มากกว่า โจทย์ปัญหาในรูป $A + \dots = C$
2. รูปแบบของการเสนอปัญหาที่ยากที่สุดสำหรับเด็ก คือ แบบที่ 1 ส่วนแบบที่ง่ายที่สุดคือ แบบที่ 5 นอกนั้นยากปานกลาง

ผลการวิจัยของ Restle (1970) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับการบวกเลขหลักเดียวสองจำนวน ในข้อความ $A + B = C$ มีดังนี้

1. ความเร็วของการคำนวณขึ้นอยู่กับขนาดค่าของตัวเลข ยิ่งตัวที่มีค่าน้อยยิ่งบวกได้ง่ายกว่า ซึ่งได้แก่ $1 + 2$ ง่ายกว่า $3 + 7$, $2 + 0$ ง่ายกว่า $3 + 2$ เป็นต้น
2. ในกระบวนการบวก และกระบวนการตัดสินใจเปรียบเทียบว่า $A + B = C$ (ให้ตอบว่า

มากกว่า, น้อยกว่า, หรือ เท่ากัน) หรือไม่นั้น ความเร็วและความถูกต้องในการตอบจะเพิ่มขึ้น เมื่อความแตกต่างของคำตอบจริงของผลบวก A กับ B ต่างกับ C ยิ่งมากขึ้น เช่น $4 + 5$ เปรียบเทียบกับ 1 ได้ง่ายกว่า $4 + 6$ เปรียบเทียบกับ 8 เป็นต้น

3. ความเร็วและความถูกต้องในการบวกจะเพิ่มมากขึ้น เมื่อ $A = B$ เช่น ทาผลบวก $0 + 0$, $1 + 1$, $2 + 2$, $3 + 3$ เป็นต้น ทั้งนี้ผู้ตอบอาจจะใช้วิธีหรือฟันความจำ

4. ผู้ถูกทดลองจะตอบผิด และใช้เวลาคิดมากขึ้น เมื่อขนาดของผลบวกยิ่งมากขึ้น เช่น ทาผลบวก $7 + 8$ จะตอบผิด และใช้เวลาคิดมากกว่าผลบวก $2 + 3$ เป็นต้น

Morton (1975) ได้ศึกษากระบวนการฝึก 3 ขั้นตอนว่า มีผลต่อความคล่องแคล่วในการบวกเลข 100 ข้อ แบบครบทุกเลขคู่บวกหรือไม่ ตัวอักษรที่วัด คือคะแนนการตอบถูก และอัตราความเร็วในการบวก กระบวนการที่ศึกษาคือ การฝึกเขียนเลขก่อนฝึก การฝึกทำแบบทดสอบ และการรู้ผลคำตอบของตัวเองตั้งตัวอย่างที่มีอายุ 6 ถึง 9 ปี จำนวน 36 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมโดยทดลอง 2 ครั้ง ดังนี้

การทดลองครั้งที่ 1 เพื่อศึกษาผลการฝึกจากการฝึกตอบแบบทดสอบโดยทุกกลุ่มมีกระบวนการระยะแรกเหมือนกัน คือ ได้รับการฝึกเขียนเลข 2 นาที ก่อน ต่อจากนั้นกลุ่มทดลองได้ฝึกทำแบบทดสอบเป็นเวลา 1 นาที ส่วนกลุ่มควบคุมไม่ได้รับการฝึกทำแบบทดสอบวิเคราะห์ข้อมูลโดยเปรียบเทียบอัตราเร็วในการตอบถูกระยะก่อนการทดลองและหลังการทดลองพบว่ากลุ่มต่าง ๆ แตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทั้งนี้ Jerman (1970) ได้สรุปตรงกันว่า เด็กนักเรียนผู้ซึ่งเคยเรียนรู้การใช้กลวิธีหนึ่งในการคิดตัวเลข ก็ยังคงใช้วิธีเดิมต่อไปขณะที่มีอายุมากขึ้น เพียงแต่ทำได้รวดเร็วกว่าเดิม

Thiele (1938) และ Swenson (1949) ได้พบหลักฐานยืนยันว่าการสอนให้เด็กรู้จักวิธีต่าง ๆ ในการคิดตัวเลขนั้น จะช่วยให้เด็กได้เรียนรู้และจำตัวเลขต่าง ๆ ในการบวกอย่างไร และช่วยถ่ายโยงการเรียนรู้ไปใช้ในปัญหาอื่น ๆ ด้วย Thornton (1977) ก็ได้ค้นพบหลักฐานทำนองเดียวกันกับการเรียนทักษะการคำนวณเบื้องต้นทั้ง 4 คือ บวก ลบ คูณ ทหาร ตามความเห็นของ Thornton เด็กนักเรียนผู้ซึ่งได้รับการสอนให้รู้จักวิธีการคิดอย่างใหม่ จะมีประสบการณ์ในการเรียนตัวเลขที่ยากมากขึ้นกว่าเดิม

กลวิธีต่าง ๆ ในการสอนให้เด็กพัฒนาไปสู่การคิดตัวเลข ซึ่งเป็นนามธรรม นั้น จากผลการศึกษาของ Thiele, Swenson และ Thornton ชี้ให้เห็นว่าสามารถช่วยให้เด็กคิดเลขในระดับที่ยากขึ้น ช่วยทำให้การฝึกทักษะเป็นไปได้ง่ายและเร็วช่วยเด็กสามารถรวบรวมและเข้าใจความสัมพันธ์

ของตัวเลขต่าง ๆ ซึ่งจะช่วยให้เด็กจำและระลึกตัวเลขได้

จากเอกสารและงานวิจัยที่กล่าวมาจะเห็นได้ว่าการบวกเป็นพื้นฐานที่สำคัญในการคิดคำนวณ และจำเป็นสำหรับมนุษย์ทุกคน เพื่อใช้เป็นเครื่องมือในชีวิตประจำวันในการคิดคำนวณการบวกเรื่องหนึ่ง ๆ นักเรียนอาจใช้เทคนิคการบวกได้หลายวิธี การศึกษาเรื่องการบวกโดยใช้เทคนิควิธีสอนแบบต่าง ๆ ที่เหมาะสมกับเนื้อหาจะช่วยให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงขึ้น และการศึกษาเกี่ยวกับลักษณะและรูปแบบการบวกเลขที่ผ่านมาเป็นการศึกษาที่เด็กมักจะทำผิดในรูปแบบต่าง ๆ เพื่อค้นหาข้อบกพร่องในการบวก ซึ่งผลการวิจัยเหล่านี้สามารถนำไปเป็นแกนหลักในการศึกษาเทคนิคการบวกของเด็กได้อย่างมีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น