บทที่ 5
การวิเคราะห์ผลการวิเคราะห์สเปกตรัมกำลัง

ในการวิเคราะห์สเปกตรัมกำลังของสัญญาณดิจิตัลทั้งสเปกตรัมกำลัง, spectrogram, และ periodogram นั้น การเลือกความยาวที่ใช้ในการทรานส์ฟอร์ม, ชนิดของวินโดว์, ความยาวของวินโดว์, และความยาวของข้อมูลที่ทับซ้อนกัน จะมีผลกระทบต่อผลการวิเคราะห์มากหรือน้อยขึ้นกับลักษณะของการวิเคราะห์ บทนี้จะแสดงให้เห็นถึงผลดังกล่าวรวมถึงผลการวิเคราะห์สเปกตรัมกำลังเมื่อใช้ดีสครีตฮาร์ตเลย์ทรานส์ฟอร์มกับเมื่อใช้ดีสครีตฟูเรียร์ทรานส์ฟอร์มโดยเปลี่ยนค่าตัวเลือกข้างต้น อีกทั้งยังได้ทำการเปรียบเทียบเวลาที่ใช้ในการวิเคราะห์ และค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยที่ได้จากเปรียบเทียบผลการวิเคราะห์ระหว่างใช้ดีสครีตฮาร์ตเลย์ทรานส์ฟอร์มกับเมื่อใช้ดีสครีตฟูเรียร์ทรานส์ฟอร์ม

5.1 ผลการวิเคราะห์สเปกตรัมกำลัง

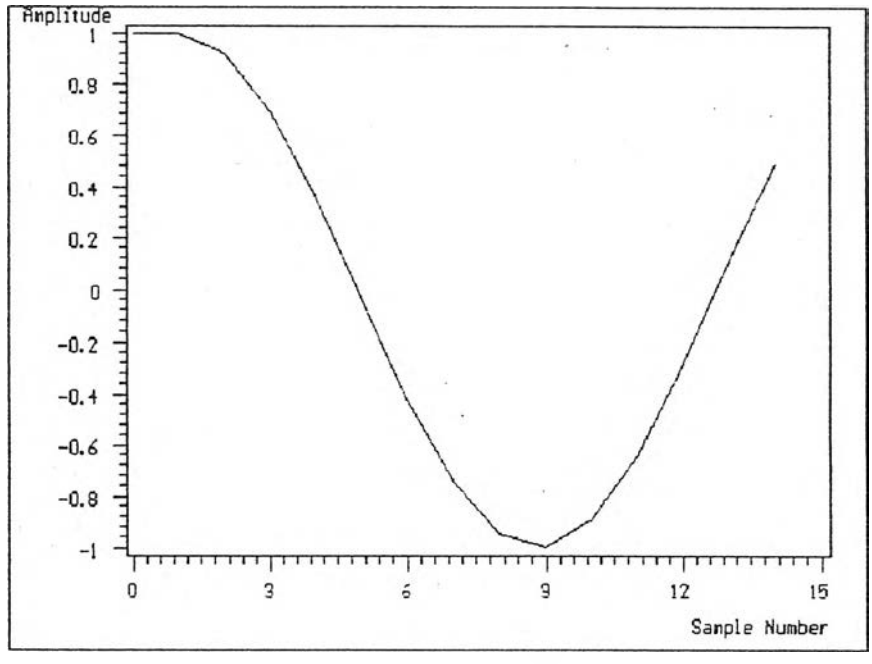
การวิเคราะห์สเปกตรัมกำลังของสัญญาณทั้ง สเปกตรัมกำลัง, spectrogram ,และ periodogram ของสัญญาณไม่ว่าจะเป็นสัญญาณ stationary หรือ non stationary การวิเคราะห์โดยใช้ฟาสต์ฮาร์ตเลย์ทรานส์ฟอร์ม จะให้ผลการวิเคราะห์เหมือนกับฟาสต์ฟูเรียร์ทรานส์ฟอร์ม

5.1.1 ผลการวิเคราะห์สเปกตรัมกำลัง

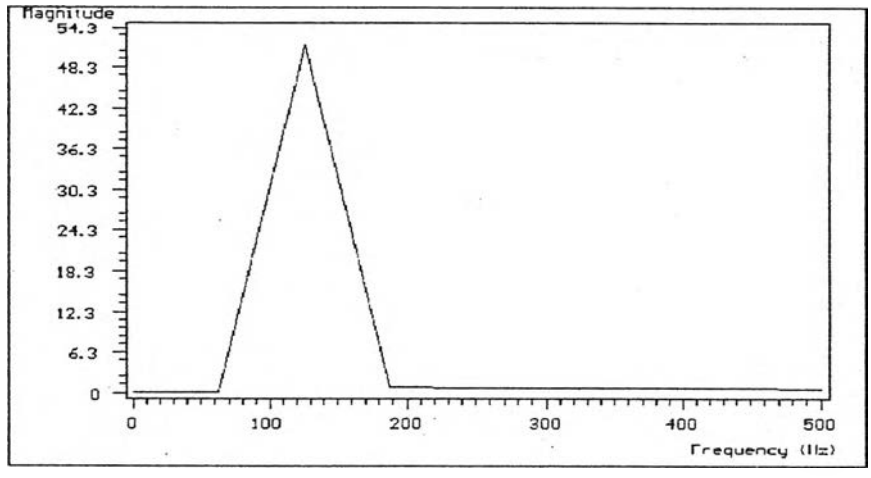
ในการวิเคราะห์สเปกตรัมกำลัง จำนวนข้อมูลที่จะทรานส์ฟอร์ม(N)จะต้องเลือกให้มากกว่าจำนวนสัญญาณข้อมูล(Q) (หรือ N >> Q) จึงจะทำให้ไม่เกิดผลการวิเคราะห์สเปกตรัมกำลังที่ผิดพลาดได้

สัญญาณ sinusoidal ความถี่ 64 Hz แอมปลิจูด 1 หน่วยจำนวนสัญญาณข้อมูล(Q)เท่ากับ 15 ดังรูป 5.1.1.1 เมื่อทำการวิเคราะห์สเปกตรัมกำลังของสัญญาณโดยใช้ความยาวข้อมูลที่จะทำการทรานส์ฟอร์ม(N)ค่าต่าง ๆ กันจะได้ผลการวิเคราะห์ดังรูปที่

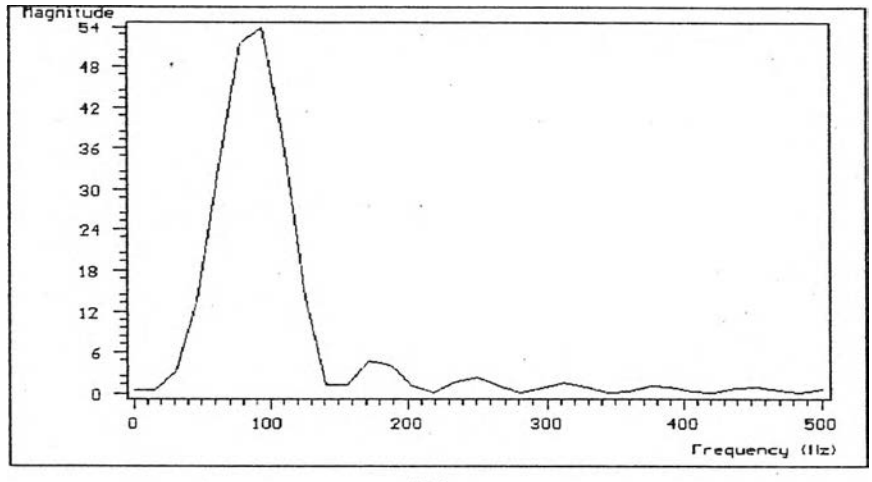
5.1.2 จะเห็นว่าถ้า N >> Q ผลการวิเคราะห์สเปกตรัมกำลังของสัญญาณจะไม่เกิดความผิดพลาด



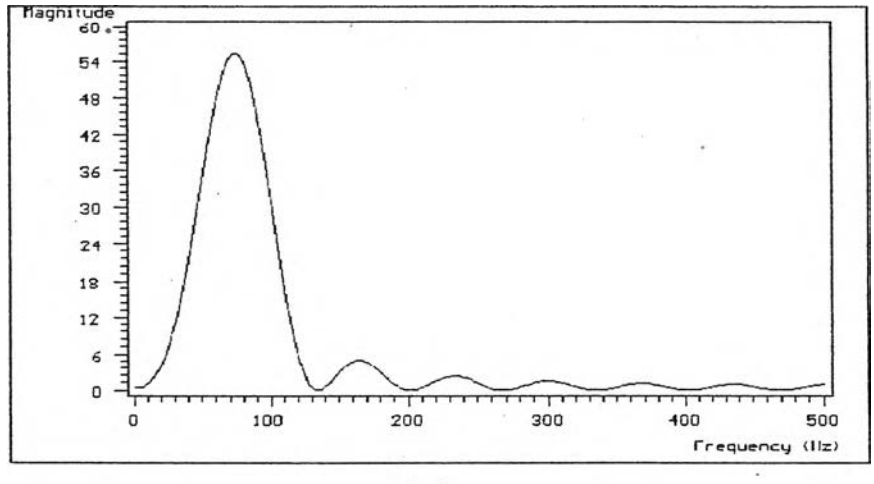
รูปที่ 5.1.1.1 แสดงสัญญาณ sinusoidal ที่ความถี่ 64 Hz จำนวนข้อมูล Q = 15



(ก)

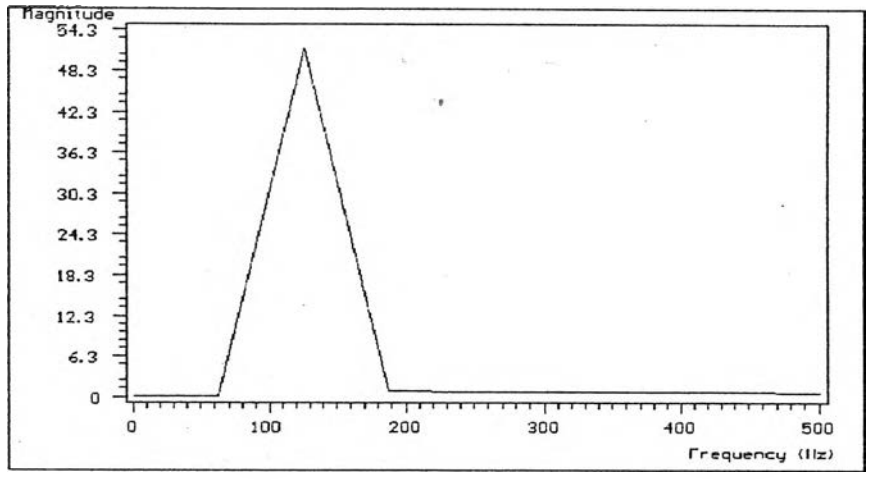


(ข)

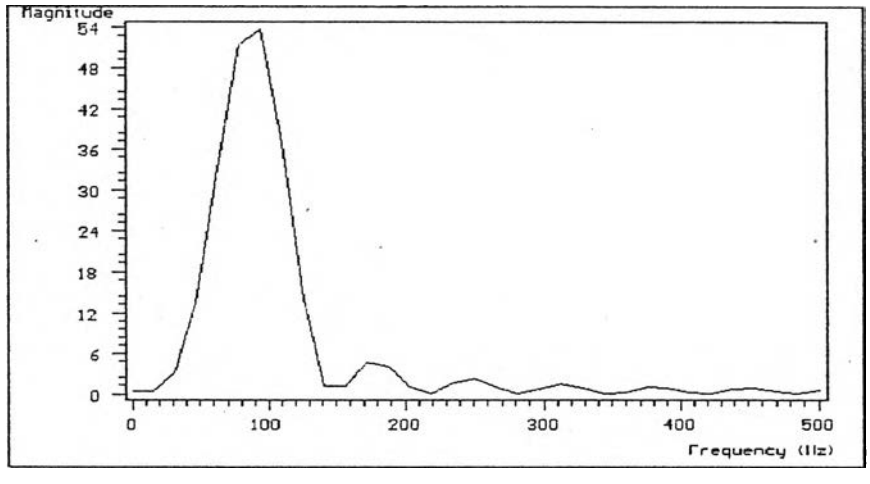


(ค)

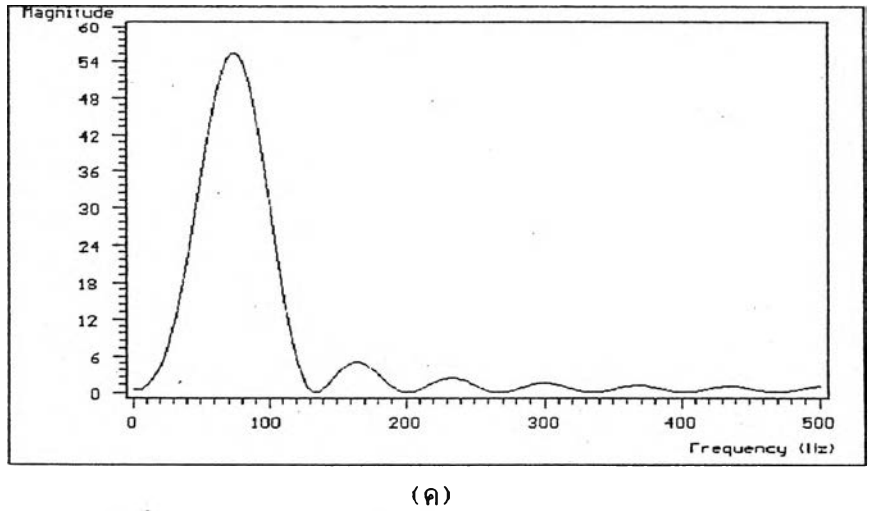
รูปที่ 5.1.1.2 แสดงผลการวิเคราะห์สเปกตรัมกำลังของสัญญาณรูปที่ 5.1.1.1 ที่ค่า (ก) N = 16 (ข)N = 64 (ค) N = 512โดยใช้ FHT



(ก)



(ข)



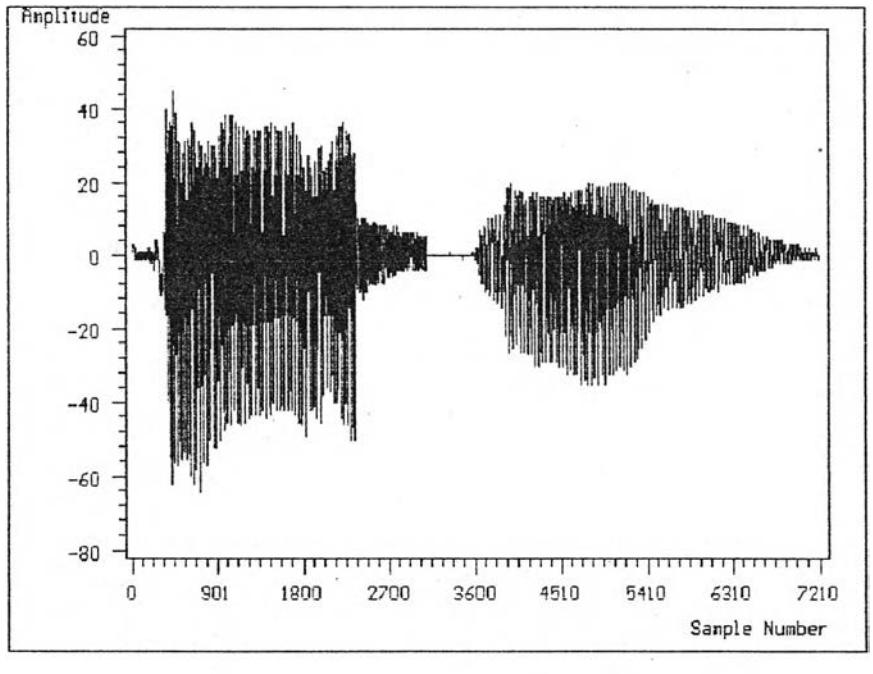
(ค)

รูปที่ 5.1.1.3 แสดงผลการวิเคราะห์สเปกตรัมกำลังของสัญญาณรูปที่ 5.1.1.1 ที่ค่า (ก) N = 16 (ข) N = 64 (ค) N = 512 โดยใช้ FFT

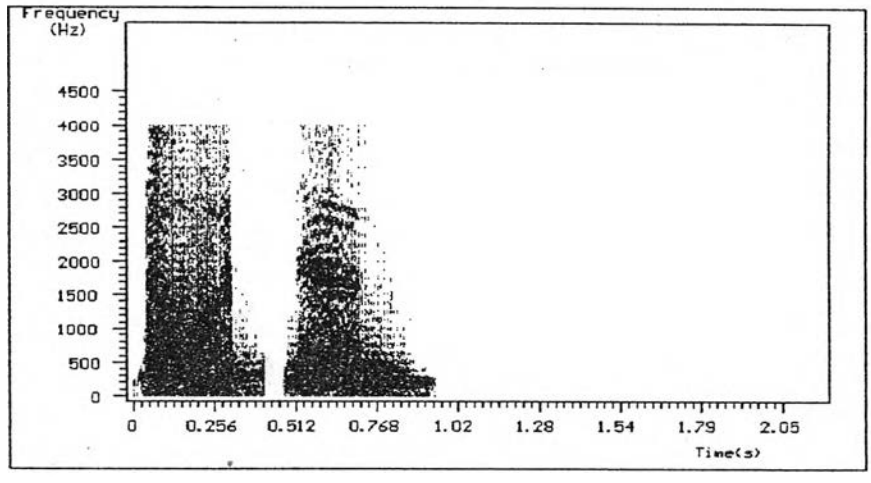
5.1.2 ผลการวิเคราะห์สเปกตรัมกำลังในรูป spectrogram

การวิเคราะห์แบบ spectrogram ชนิดของวินโดว์ที่ใช้การแยกสัญญาณออกเป็นส่วน ๆ (segment) และความยาวของวินโดว์จะมีผลต่อการวิเคราะห์ ถ้าการวิเคราะห์เลือกชนิดของวินโดว์ และความยาวของวินโดว์ไม่เหมาะสมอาจจะทำให้ไม่ได้ผลการวิเคราะห์ตามต้องการ

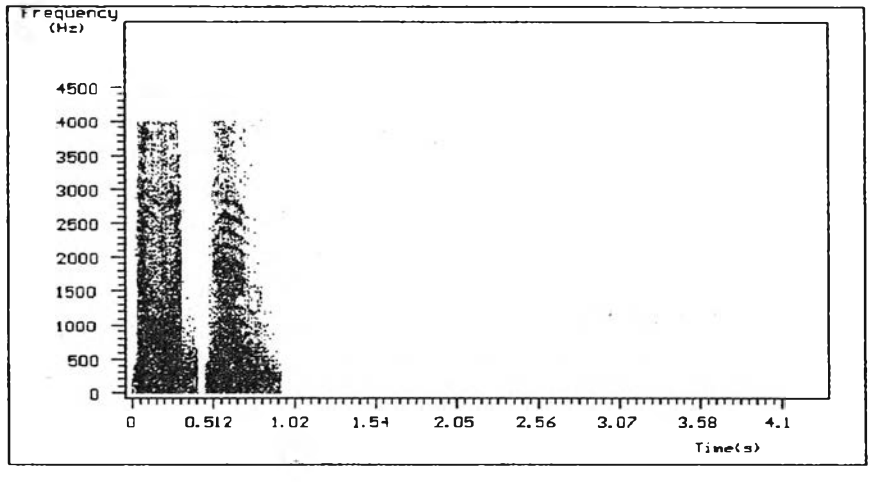
เนื่องจากสัญญาณเสียงที่นำมาวิเคราะห์จะถูกแบ่งออกเป็นส่วน ๆ ด้วยวินโดว์ ซึ่งวินโดว์ที่ใช้นั้นมีหลายแบบและให้ผลการวิเคราะห์ที่แตกต่างกัน ดังรูปที่ 5.1.2.2 เป็นการวิเคราะห์ spectrogram ของสัญญาณเสียง"ศูนย์ หนึ่ง"ที่บันทึกโดยใช้การ์ด sound blaster โดยใช้ ractangular วินโดว์ที่ความยาวของวินโดว์ค่าต่าง ๆและรูปที่ 5.1.3.4 จะใช้ hamming วินโดว์ ที่ความยาวของวินโดว์ค่าต่าง ๆ ซึ่งผลการวิเคราะห์ของทั้งสองจะแตกต่างกันดังนั้นในการวิเคราะห์ spectrogram จึงต้องเลือกชนิดของวินโดว์และความยาวของวินโดว์ให้เหมาะสมจึงจะได้ผลการวิเคราะห์ตามต้องการ



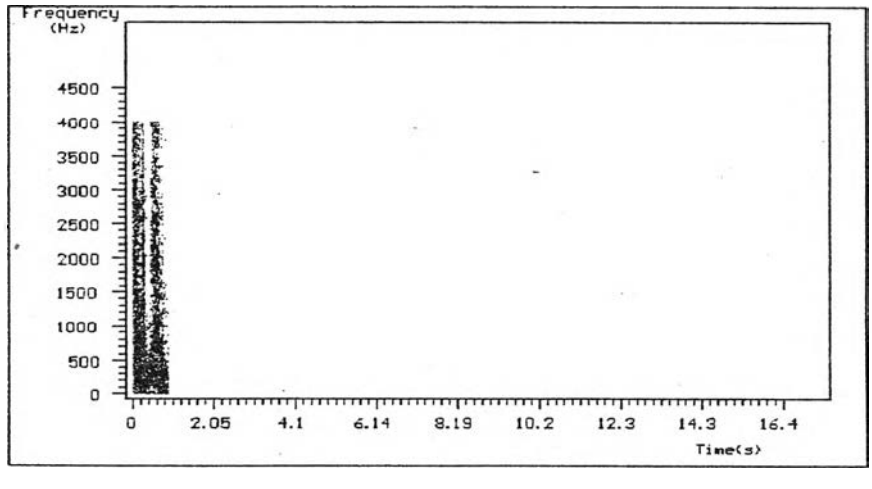
รูปที่ 5.1.2.1 แสดงสัญญาณเสียง"ศูนย์ หนึ่ง"ที่บันทึกโดยใช้การ์ด sound blaster ที่ความถี่ในการสุ่มตัวอย่าง 8 kHz



(ก)

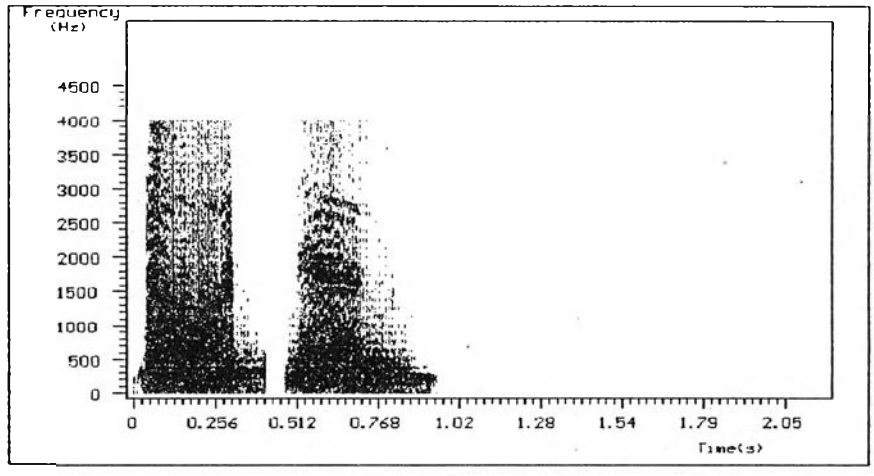


(ข)

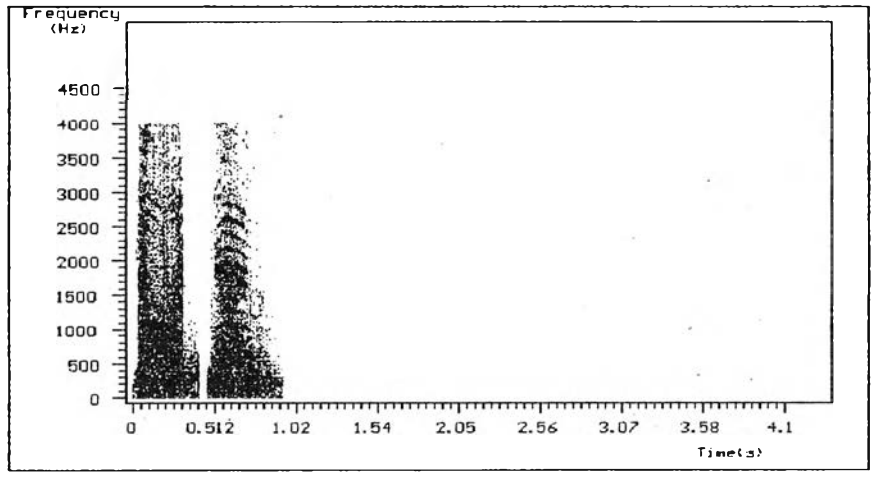


(ค)

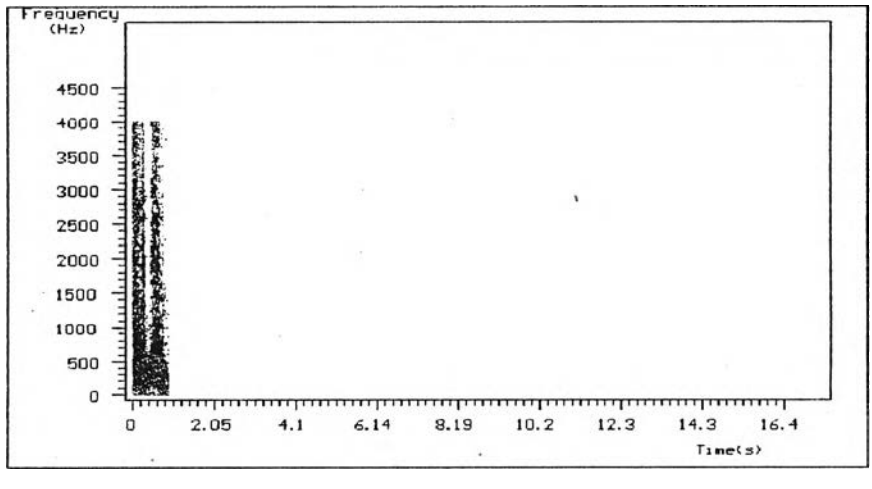
รูปที่ 5.1.2.2 แสดงผลการวิเคราะห์ spectrogram ของสัญญาณเสียงรูปที่ 5.1.2.1 โดยใช้ rectangular วินโดว์ ที่ค่า (ก) L = 64, (ข) L = 128, (ค) L = 512 และใช้ FHT วิเคราะห์



(ก)

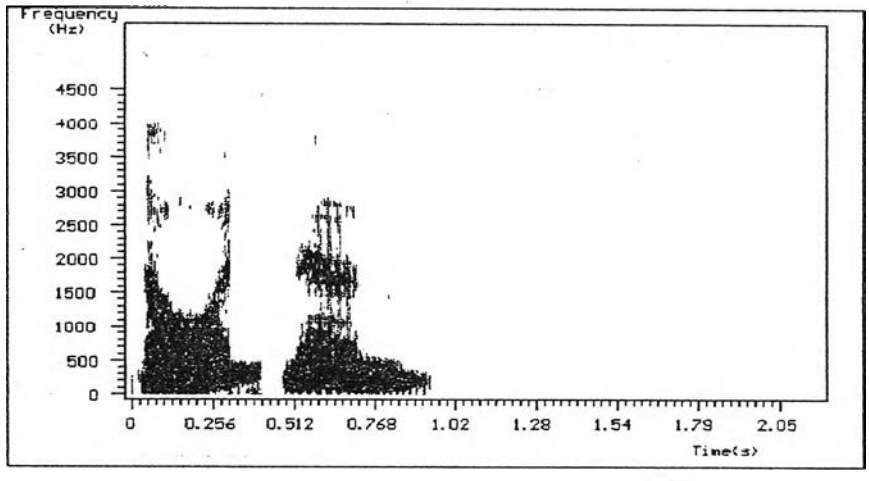


(ข)

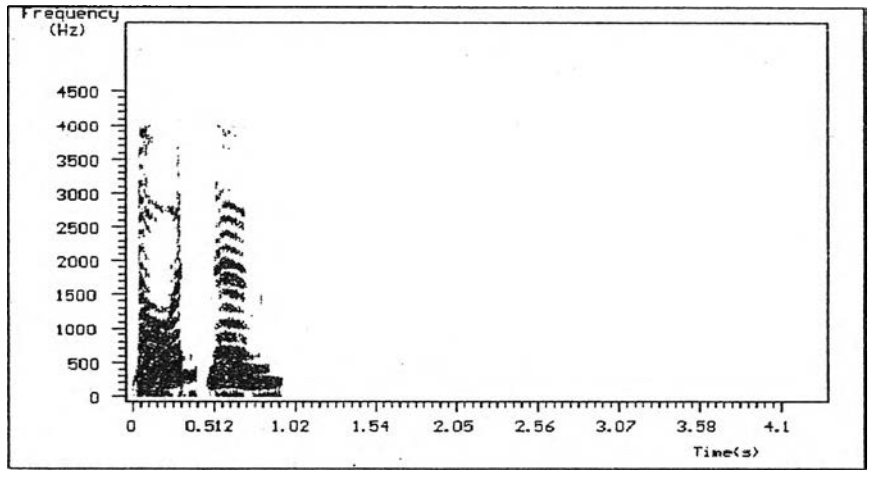


(ค)

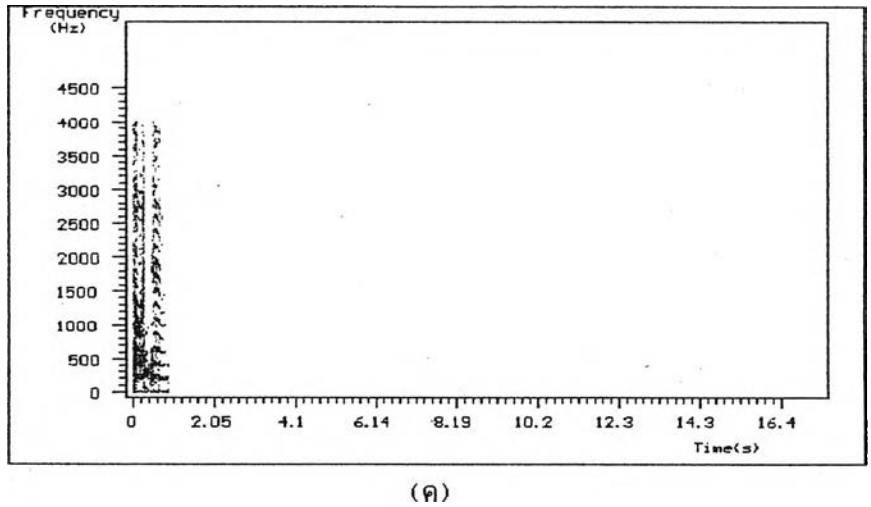
รูปที่ 5.1.2.3 แสดงผลการวิเคราะห์ spectrogram ของสัญญาณเสียงรูปที่ 5.1.2.1 โดยใช้ rectangular วินโดว์ที่ค่า (ก) L = 64, (ข) L = 128, (ค) L = 512 และใช้ FFT วิเคราะห์



(ก)

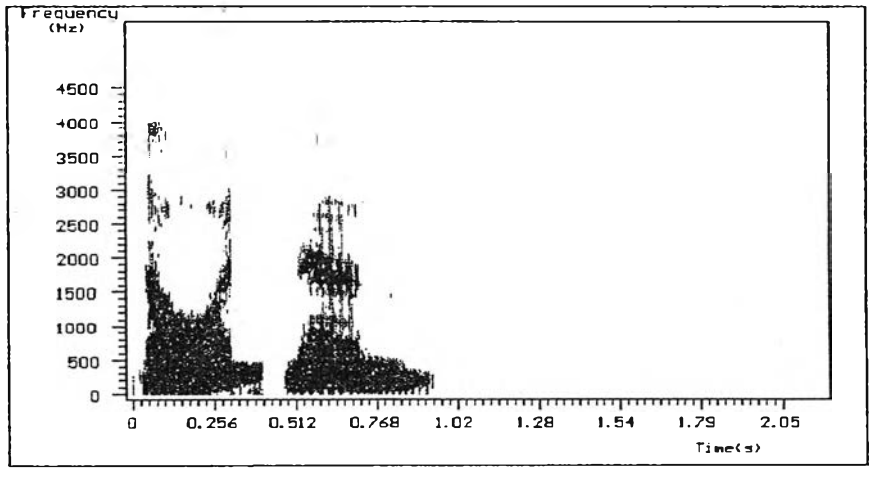


(ข)

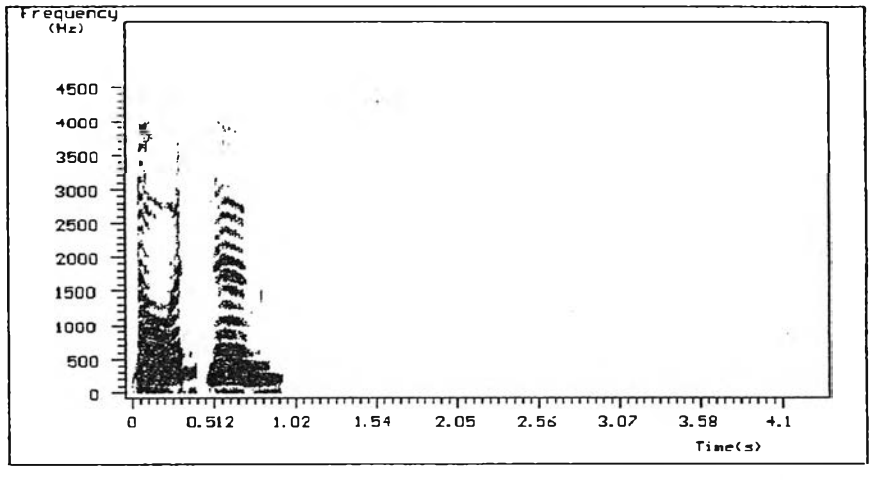


(ค)

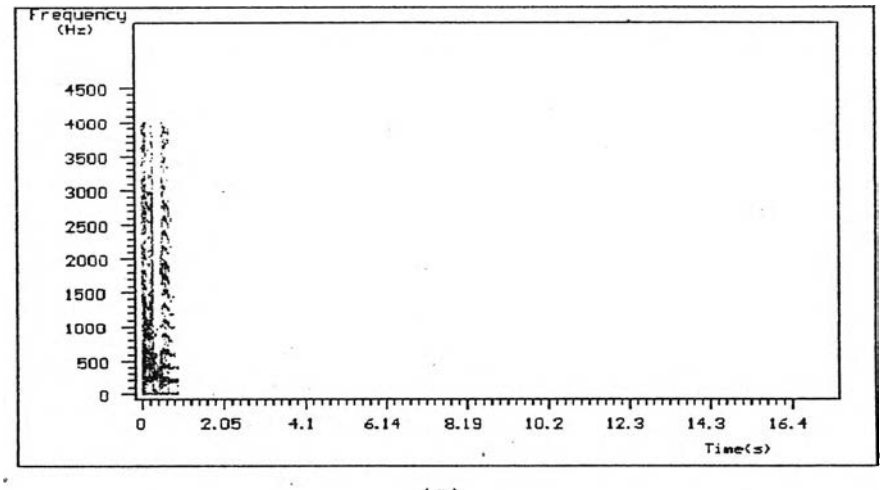
รูปที่ 5.1.2.4 แสดงผลการวิเคราะห์ spectrogram ของสัญญาณเสียงรูปที่ 5.1.2.1 โดยใช้ hamming วินโดว์ที่ค่า (ก) L = 64, (ข) L = 128, (ค) L = 512 และใช้ FHT วิเคราะห์



(ก)



(ข)



(ค)

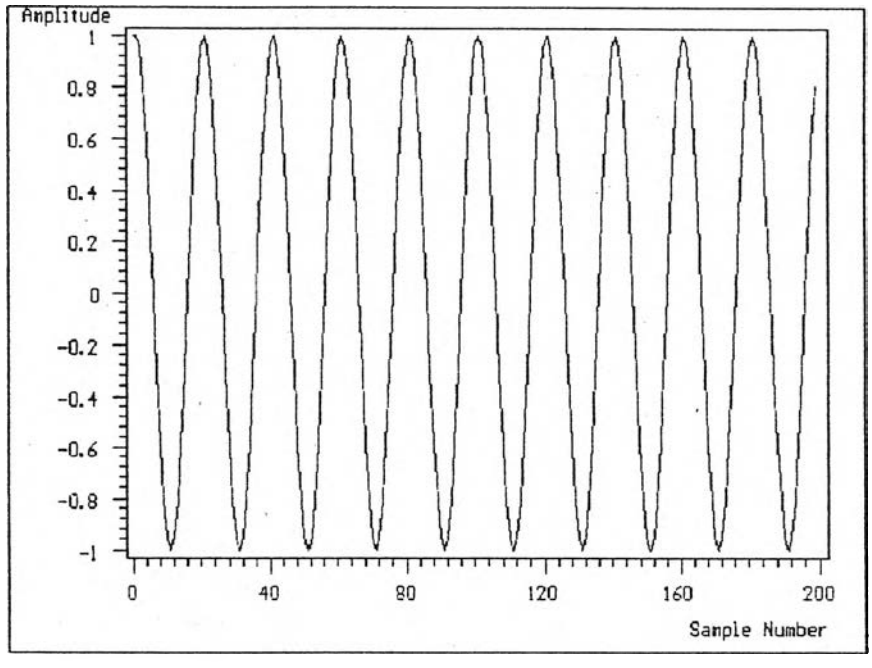
รูปที่ 5.1.2.5 แสดงผลการวิเคราะห์ spectrogram ของสัญญาณเสียงรูปที่ 5.1.2.1 โดยใช้ hamming วินโดว์ที่ค่า (ก) L = 64, (ข) L = 128, (ค) L = 512 และใช้ FFT วิเคราะห์

5.1.3 ผลการวิเคราะห์สเปกตรัมกำลังในรูป periodogram

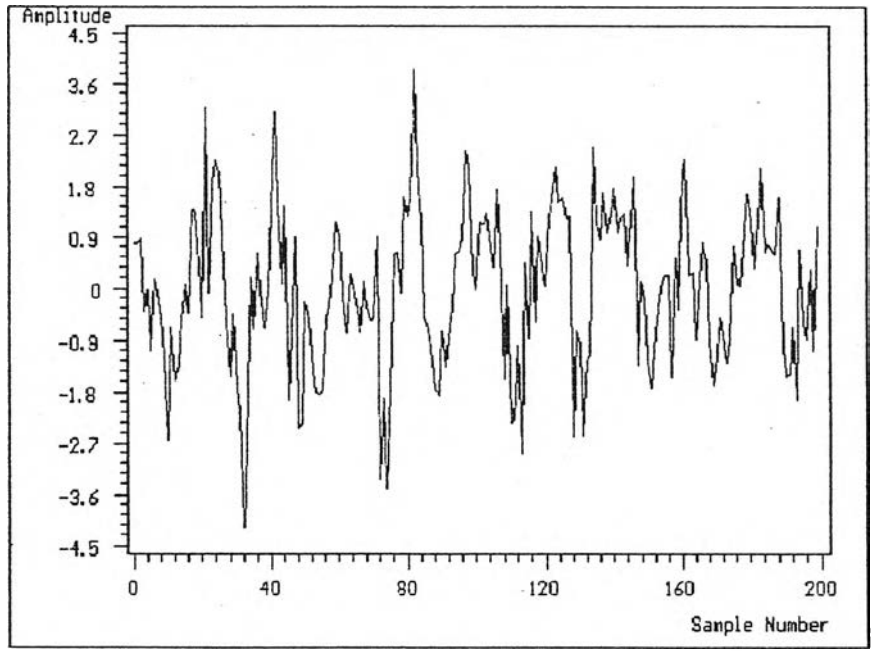
การวิเคราะห์แบบ periodogram ชนิดของวินโดว์ที่ใช้การแยกสัญญาณออกเป็นส่วน ๆ (segment) และความยาวของวินโดว์จะมีผลต่อการวิเคราะห์ ถ้าการวิเคราะห์เลือกชนิดของวินโดว์และความยาวของวินโดว์ไม่เหมาะสมอาจจะทำให้ไม่ได้ผลการวิเคราะห์ตามต้องการ

สัญญาณ sinusoidal ความถี่ 100 Hz แอมปลิจูด 1 หน่วยจำนวนสัญญาณข้อมูล(Q)เท่ากับ 100 ดังรูป 5.1.3.1 เมื่อนำสัญญาณ sinusoidal มาบวกกับสัญญาณ gaussian noise ที่ทำให้ค่า SNR เท่ากับ -3.0 dB ทำการวิเคราะห์ periodogram ใช้ความยาวข้อมูลที่จะทำการทรานส์ฟอร์ม(N)เท่ากับ 1024 และใช้ rectangular วินโดว์ ความยาวของวินโดว์(L)ค่าต่าง ๆ โดยจำนวนสัญญาณที่ทับซ้อนกันจะเท่ากับ L/2 แสดงดังรูปที่ 5.1.3.3 และใช้ hamming วินโดว์ แสดงดังรูปที่ 5.1.3.5

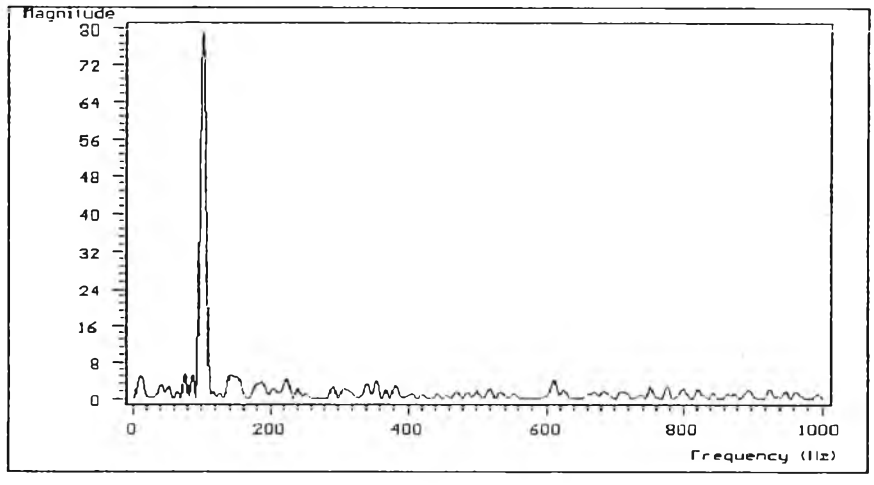
การวิเคราะห์โดยใช้ periodogram กับสัญญาณมาตรฐาน sinusoidal ที่มีสัญญาณรบกวน จะสามารถ detect สัญญาณมาตรฐานได้ แต่สัญญาณรบกวนจะต้องไม่มีขนาดมากจนทำให้ค่า SNR เกิน -6.0 dB ถ้าสัญญาณรบกวนมีขนาดมากกว่านี้จะทำให้ไม่สามารถ detect สัญญาณมาตรฐานได้ รูปที่ 5.1.3.7 เป็นการแสดงการวิเคราะห์ periodogram ของสัญญาณมาตรฐานรูปที่ 5.1.3.1 เมื่อบวกกับสัญญาณรบกวนที่ทำให้ค่า SNR มีค่าต่าง ๆ กันโดยใช้ ractangular วินโดว์ความยาวL=64 และจำนวนข้อมูลที่ทับซ้อนเท่ากับ 32 และจำนวนข้อมูลที่ทรานส์ฟอร์ม N=1024



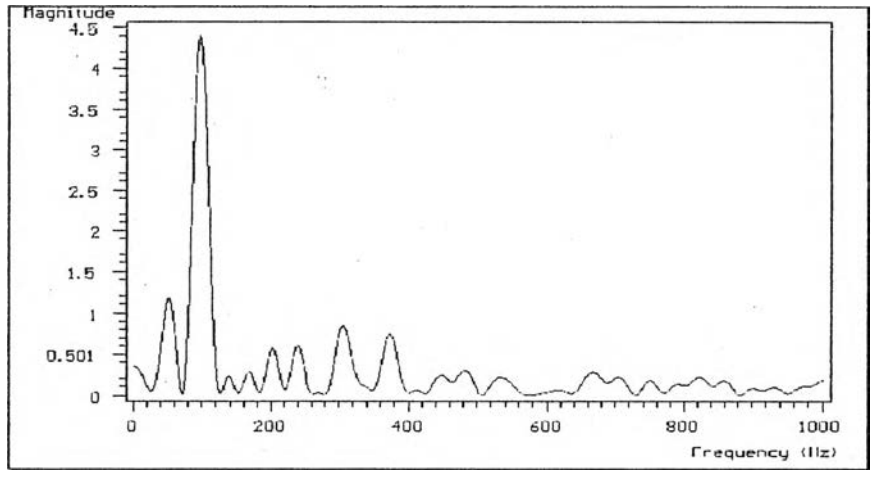
รูปที่ 5.1.3.1 แสดงสัญญาณมาตรฐาน sinusoidal แอมปลิจูด 1 หน่วย ความถี่ 100 Hz จำนวนสัญญาณข้อมูล Q = 100



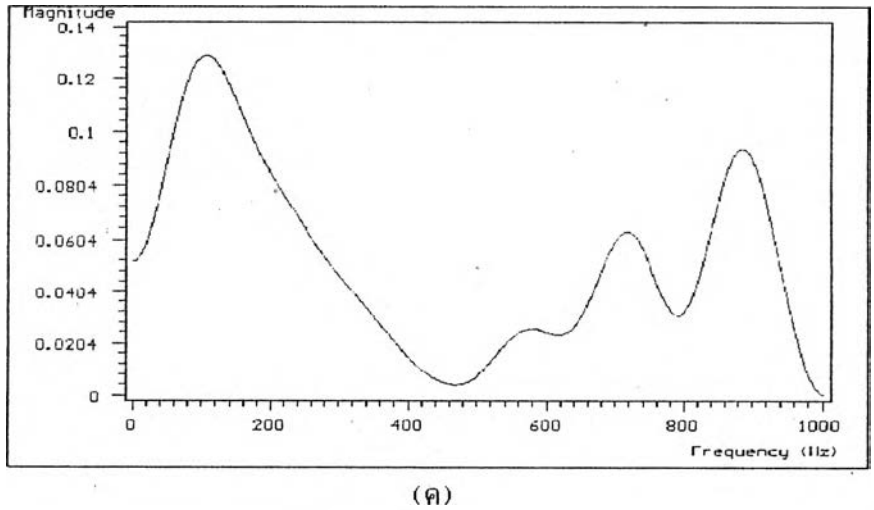
รูปที่ 5.1.3.2 แสดงสัญญาณมาตรฐานรูปที่ 5.1.3.1 บวกสัญญาณรบกวน ที่ทำให้ SNR = -3.0 dB



(ก)

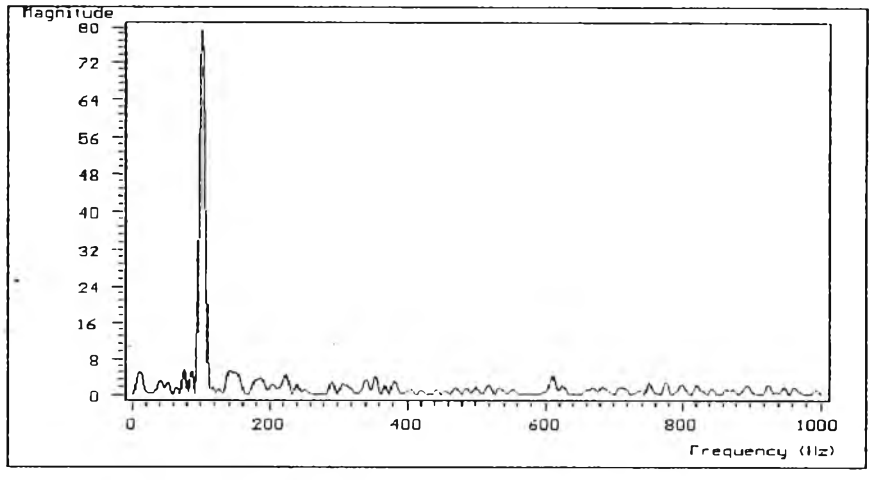


(ข)

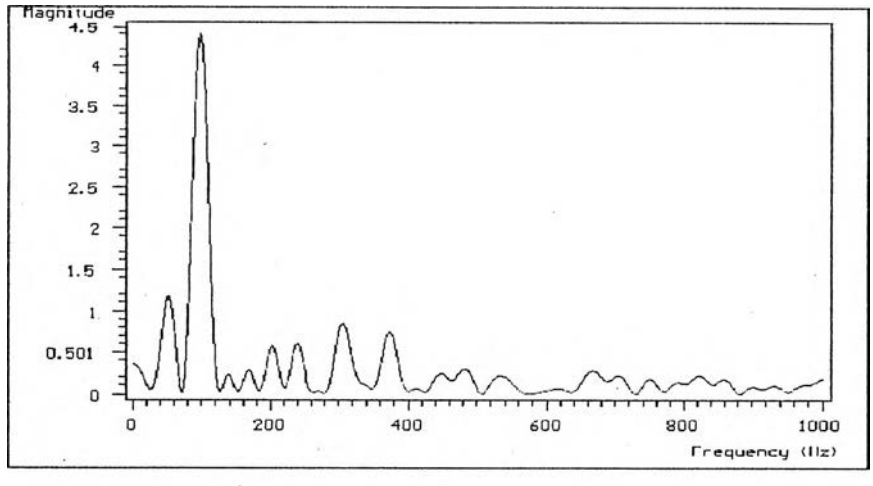


(ค)

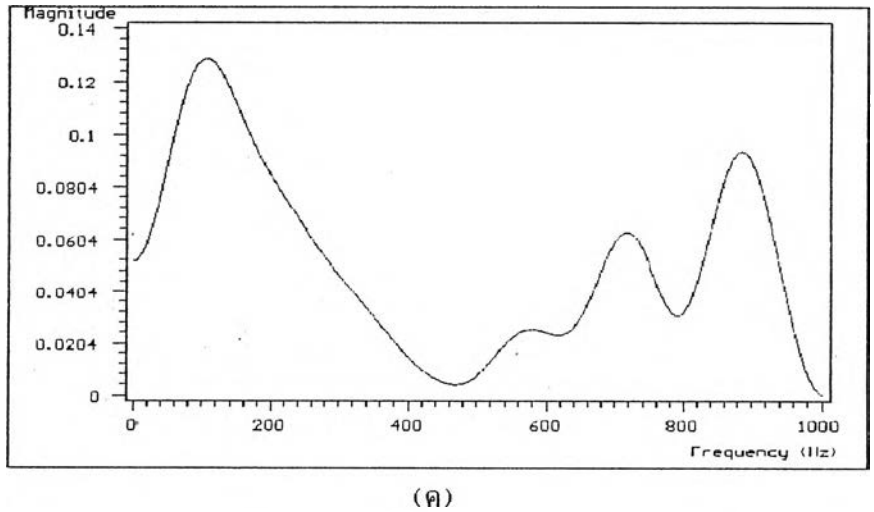
รูปที่ 5.1.3.3 แสดงผลการวิเคราะห์ periodogram ของสัญญาณรูปที่ 5.1.3.2 โดยใช้ rectangular วินโดว์ที่ค่า (ก) L=512, (ข) L=64, (ค) L=16 และใช้ FHT วิเคราะห์



(ก)

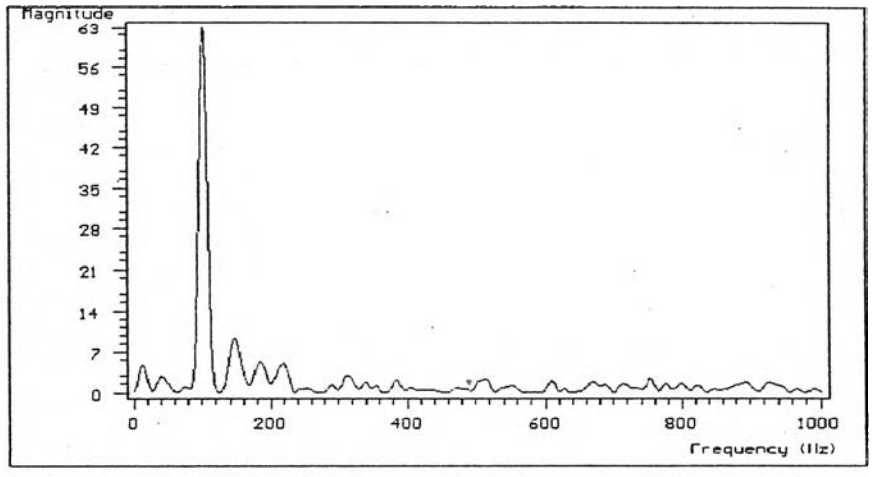


(ข)

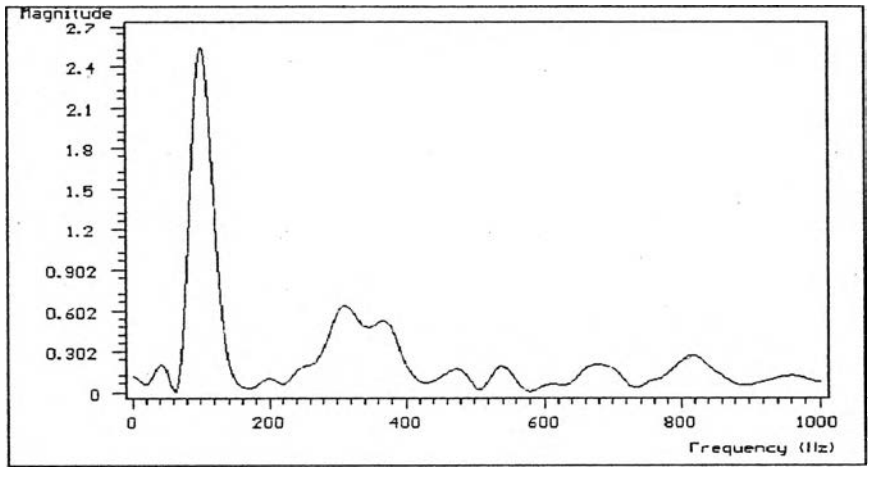


(ค)

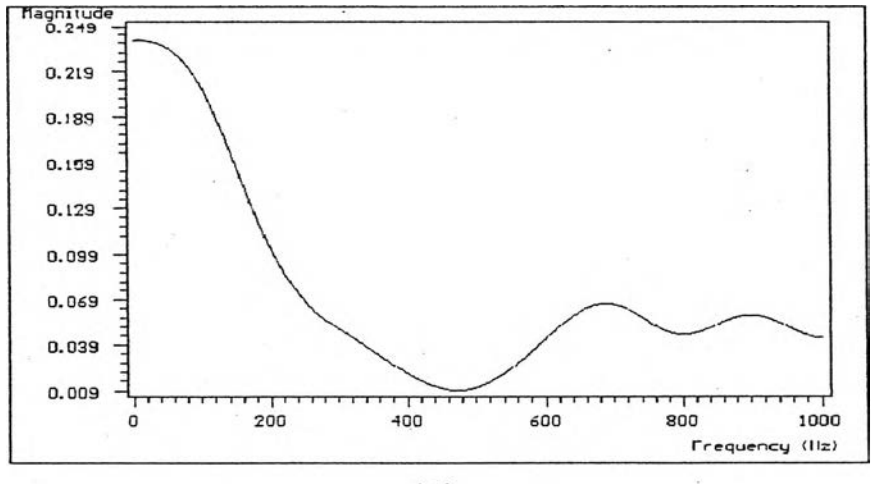
รูปที่ 5.1.3.4 แสดงผลการวิเคราะห์ periodogram ของสัญญาณรูปที่ 5.1.3.2 โดยใช้ rectangular วินโดว์ที่ค่า (ก) L=512, (ข) L=64, (ค) L=16 และใช้ FFT วิเคราะห์



(ก)

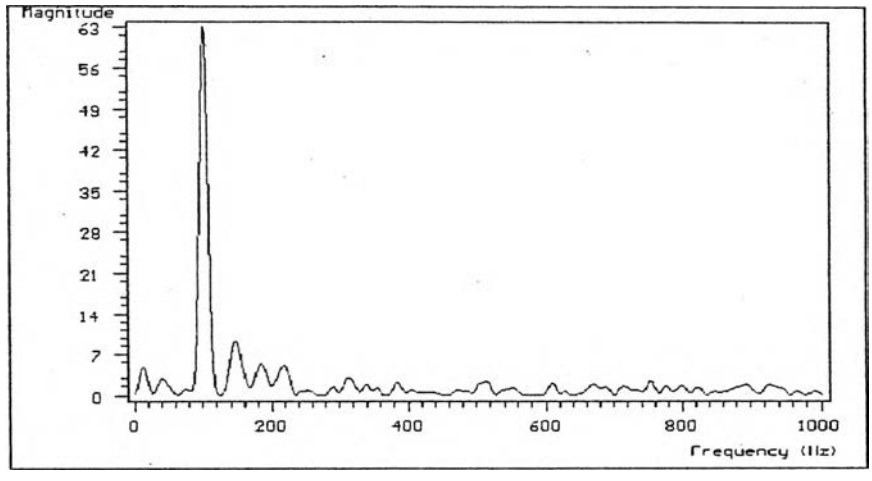


(ข)

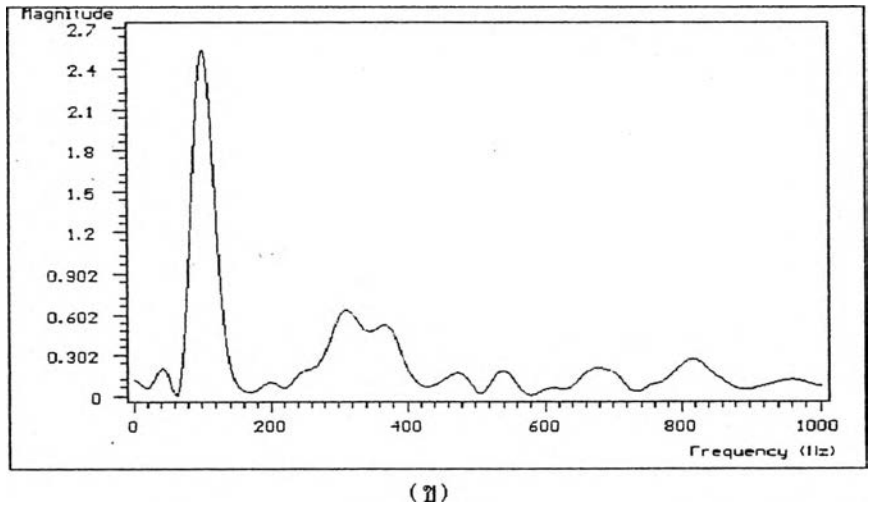


(ค)

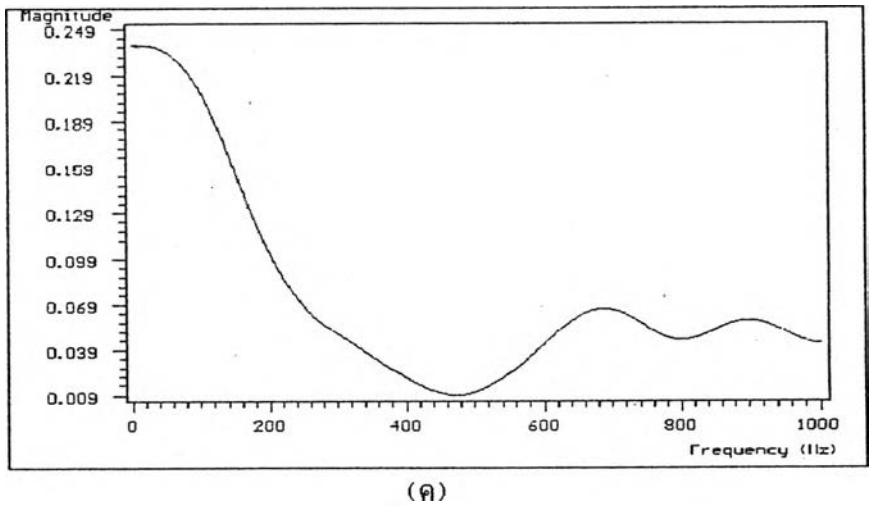
รูปที่ 5.1.3.5 แสดงผลการวิเคราะห์ periodogram ของสัญญาณรูปที่ 5.1.3.2 โดยใช้ hamming วินโดว์ที่ค่า (ก) L=512, (ข) L=64, (ค) L=16 และใช้ FHT วิเคราะห์



(ก)

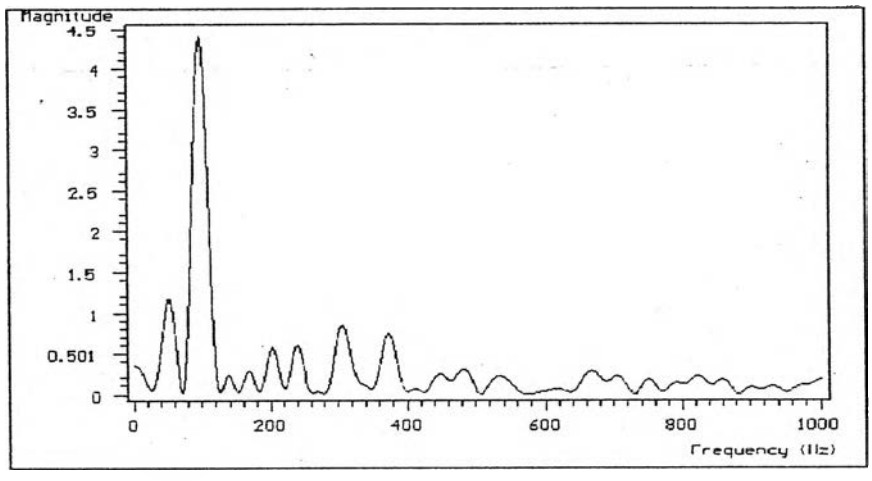


(ข)

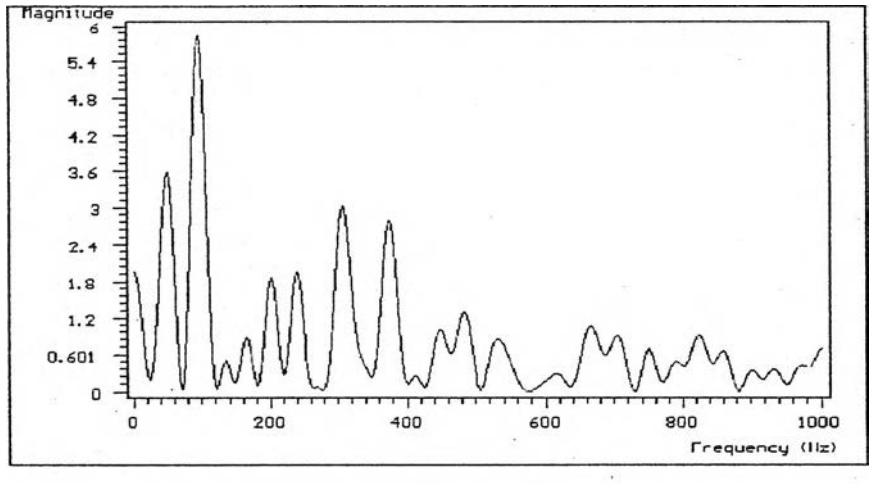


(ค)

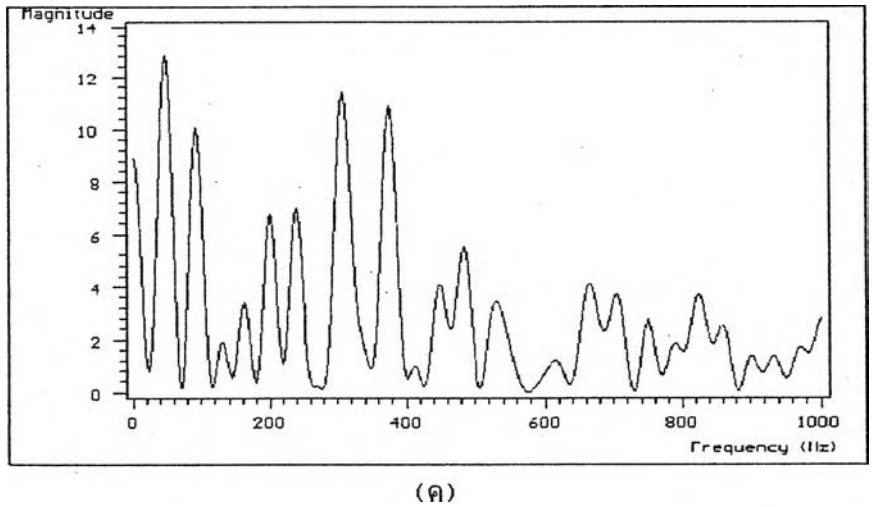
รูปที่ 5.1.3.6 แสดงผลการวิเคราะห์ periodogram ของสัญญาณรูปที่ 5.1.3.2 โดยใช้ hamming วินโดว์ที่ค่า (ก) L=512, (ข) L=64, (ค) L=16 และใช้ FFT วิเคราะห์



(ก)

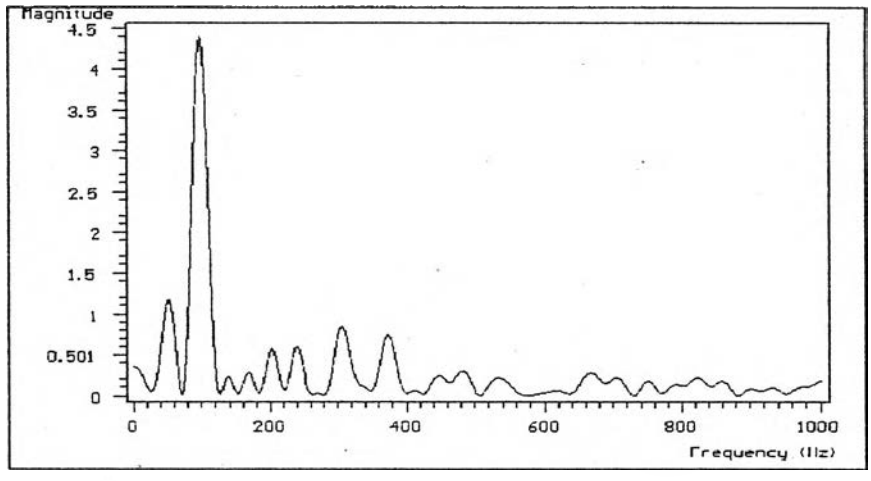


(ข)

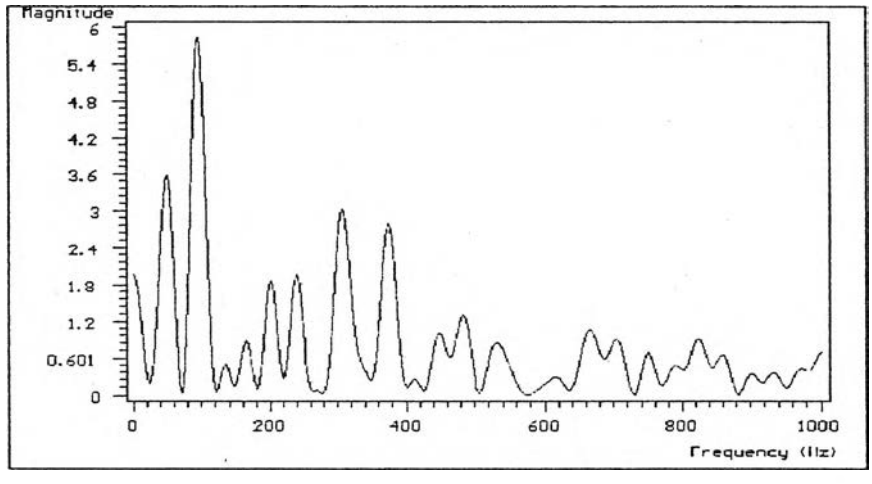


(ค)

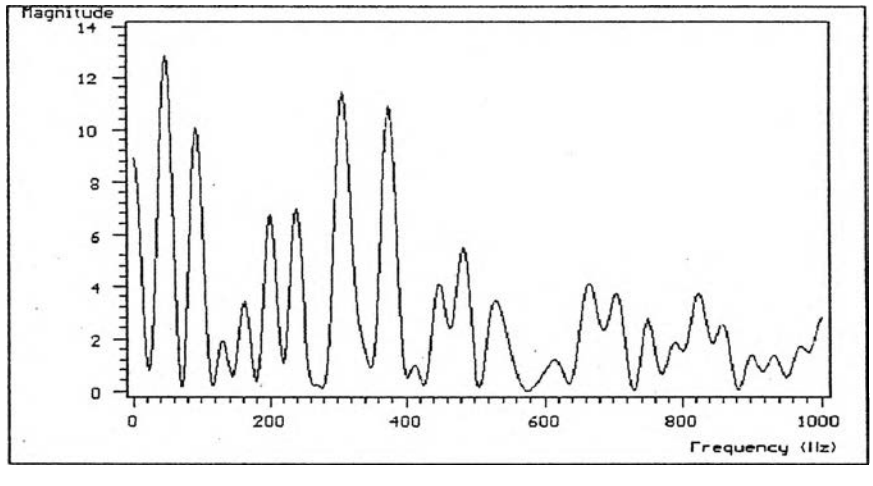
รูปที่ 5.1.3.7 แสดงผลการวิเคราะห์ periodogram ของสัญญาณรูปที่ 5.1.3.1 เมื่อบวกสัญญาณรบกวนที่ทำให้ค่า SNR เท่ากับ (ก) -3.0 dB (ข) -6.0 dB (ค) -9.0 dB



(ก)



(ข)



(ค)

รูปที่ 5.1.3.8 แสดงผลการวิเคราะห์ periodogram ของสัญญาณรูปที่ 5.1.3.1 เมื่อบวกสัญญาณรบกวนที่ทำให้ค่า SNR เท่ากับ (ก) -3.0 dB (ข) -6.0 dB (ค) -9.0 dB โดยใช้ FFT วิเคราะห์

5.2 การเปรียบเทียบผลการวิเคราะห์สเปกตรัมกำลังของสัญญาณเมื่อใช้ดีสครีตฮาร์ตเลย์ทรานส์ฟอร์มกับเมื่อใช้ดีสครีตฟูเรียร์ทรานส์ฟอร์ม

การเปรียบเทียบระหว่างการวิเคราะห์สเปกตรัมกำลังของสัญญาณเมื่อใช้ดีสครีตฮาร์ตเลย์ทรานส์ฟอร์มกับใช้ดีสครีตฟูเรียร์ทรานส์ฟอร์มนั้น ได้ทำการเปรียบเทียบทั้งเวลาที่ใช้ในการคำนวณและค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย โดยจะแยกทำการเปรียบเทียบตามวิธีการวิเคราะห์ การทดสอบจะทำบนเครื่องไมโครคอมพิวเตอร์ IBM AT 386SX-16

สำหรับการเปรียบเทียบความเร็วนั้นจะใช้นาฬิกาของเครื่องคอมพิวเตอร์ โดยก่อนวิเคราะห์จะทำการเก็บค่าเวลาขณะนั้นไว้ เมื่อทำการวิเคราะห์เสร็จก็จะทำการบันทึกค่าเวลา แล้วนำค่าเวลาทั้งสองมาหาผลต่างเป็นเวลาที่ใช้ในการคำนวณในหน่วย msec

5.2.1 ผลการเปรียบเทียบการวิเคราะห์สเปกตรัมกำลัง

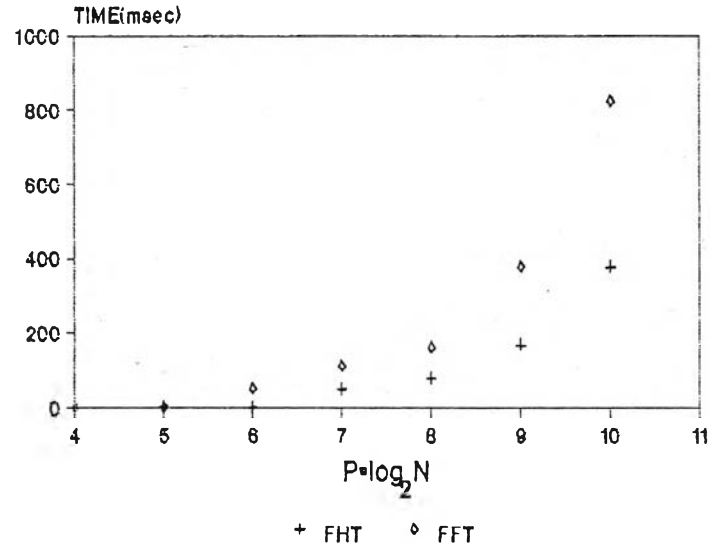
การเปรียบเทียบผลการวิเคราะห์สเปกตรัมกำลัง สัญญาณที่ใช้ในการทดสอบจะเป็นสัญญาณ sinusoidal ที่ความถี่ 64 Hz ความถี่ในการสุ่มตัวอย่างเท่ากับ 1,000 Hz จำนวนสัญญาณทั้งหมด(Q) เท่ากับ 15 และจะทำการทดสอบโดยเปลี่ยนค่าความยาวของข้อมูลที่ทำการทรานส์ฟอร์ม(N) สำหรับค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยที่ใช้ในการทดสอบจะแสดงในสมการ(5.2.1.1)

$$MSE = \frac{1}{(N/2+1)} \sum_{k=0}^{N/2} (P_F[k] - P_H[k])^2 \qquad (5.2.1.1)$$

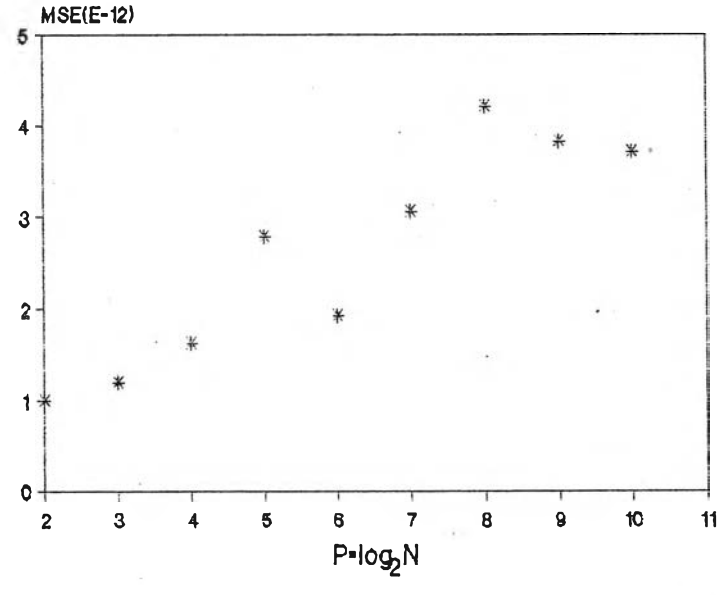
โดยที่ $P_F[k]$ เป็นสเปกตรัมกำลังมาจากการใช้ดีสครีตฟูเรียร์ทรานส์ฟอร์ม

$P_H[k]$ เป็นสเปกตรัมกำลังมาจากการใช้ดีสครีตฮาร์ตเลย์ทรานส์ฟอร์ม

การเปรียบเทียบเวลาที่ใช้ในการวิเคราะห์สเปกตรัมกำลังเมื่อใช้ดีสครีตฮาร์ตเลย์ทรานส์ฟอร์มกับเมื่อใช้ดีสครีตฟูเรียร์ทรานส์ฟอร์มแสดงดังรูปที่ 5.2.2.1 และค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยที่ได้จะแสดงดังรูปที่ 5.2.1.2



รูปที่ 5.2.1.1 แสดงการเปรียบเทียบเวลาที่ใช้ในการวิเคราะห์สเปกตรัมกำลัง เมื่อใช้ FHT กับเมื่อใช้ FFT



รูปที่ 5.2.1.2 แสดงค่า MSE ที่ได้จากการเปรียบเทียบผลการวิเคราะห์สเปกตรัม เมื่อใช้ FHT กับเมื่อใช้ FFT

5.2.2 ผลการเปรียบเทียบการวิเคราะห์สเปกตรัมกำลังในรูป spectrogram

การเปรียบเทียบ spectrogram ระหว่างการใช้ดีสครีตฮาร์ตเลย์ทรานส์ฟรอ์มกับการใช้ดีสครีตฟูเรียร์ทรานส์ฟอร์ม จะใช้สัญญาณเสียง"ศูนย์ หนึ่ง"ที่บันทึกโดยใช้การ์ด sound blaster ที่ความยาวของสัญญาณ(Q) 5560 โดยใช้ rectangular วินโดว์ในการแบ่งสัญญาณเสียงออกเป็นส่วน ๆ ที่ความยาวของวินโดว์(L) ค่าต่าง ๆ จำนวนสัญญาณเสียงที่ทับซ้อนกันเท่ากับ L/2 และใช้ความยาวของข้อมูลที่ทำการทรานส์ฟอร์ม(N) เท่ากับ 512 ค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย(MSE) จะเป็นการเปรียบเทียบผลที่ได้จากการวิเคราะห์ spectrogram เมื่อใช้ดีสครีตฮาร์ตเลย์ทรานส์ฟอร์มกับเมื่อใช้ดีสครีตฟูเรียร์ทรานส์ฟอร์ม แสดงดังสมการที่(5.2.2.1)

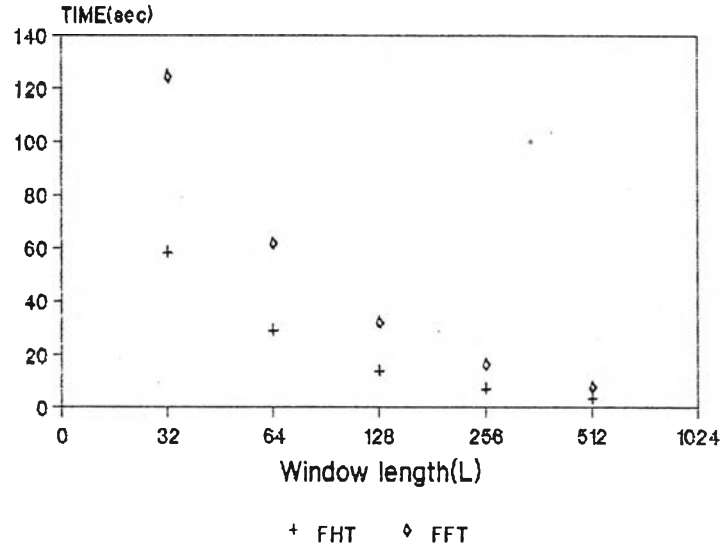
$$MSE = \frac{1}{K(N/2+1)} \sum_{r=0}^{K-1} \sum_{k=0}^{N/2} (F[r,k] - H[r,k])^2 \qquad (5.2.2.1)$$

โดยที่ K เป็นจำนวนส่วนของสัญญาณเสียงที่ถูกแบ่งโดยวินโดว์

F[r,k] เป็นดีสครีตฟูเรียร์ทรานส์ฟอร์มของ $v_r[n]$ (แต่ละส่วนของ x[n])

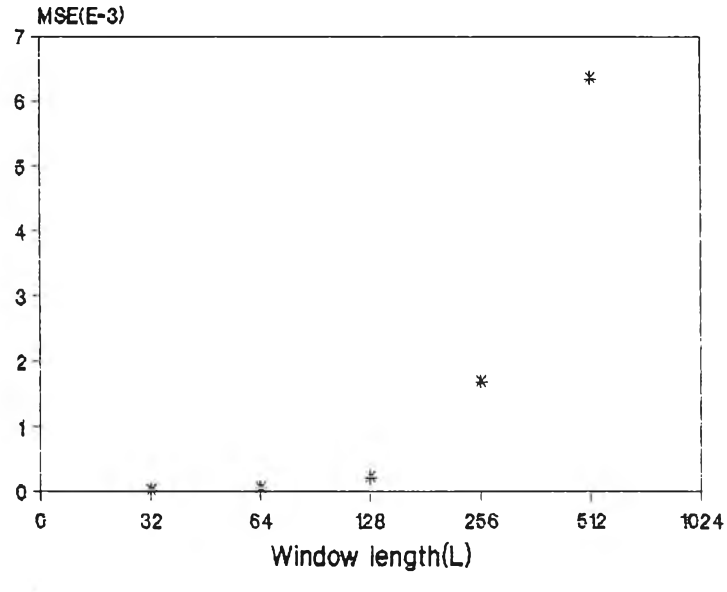
H[r,k] เป็นดีสครีตฮาร์ตเลย์ทรานส์ฟอร์มของ $v_r[n]$

การเปรียบเทียบการวิเคราะห์ spectrogram เมื่อใช้ดีสครีตฮาร์ตเลย์ทรานส์ฟอร์มกับเมื่อใช้ดีสครีตฟูเรียร์ทรานส์ฟอร์มแสดงดังรูปที่ 5.2.2.1 และค่า MSE ที่ได้จากการคำนวณในสมการที่(5.2.2.1) แสดงดังรูปที่ 5.2.2.2



หอสมุดกลาง สถาบันวิทยบริการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

รูปที่ 5.2.2.1 แสดงการเปรียบเทียบเวลาที่ใช้ในการวิเคราะห์ spectrogram เมื่อใช้ FHT กับเมื่อใช้ FFT



รูปที่ 5.2.2.2 แสดงค่า MSE ที่ได้จากการเปรียบเทียบผลการวิเคราะห์ spectrogram เมื่อใช้ FHT กับเมื่อใช้ FFT

5.3 ผลการเปรียบเทียบการวิเคราะห์สเปกตรัมกำลังในรูป periodogram

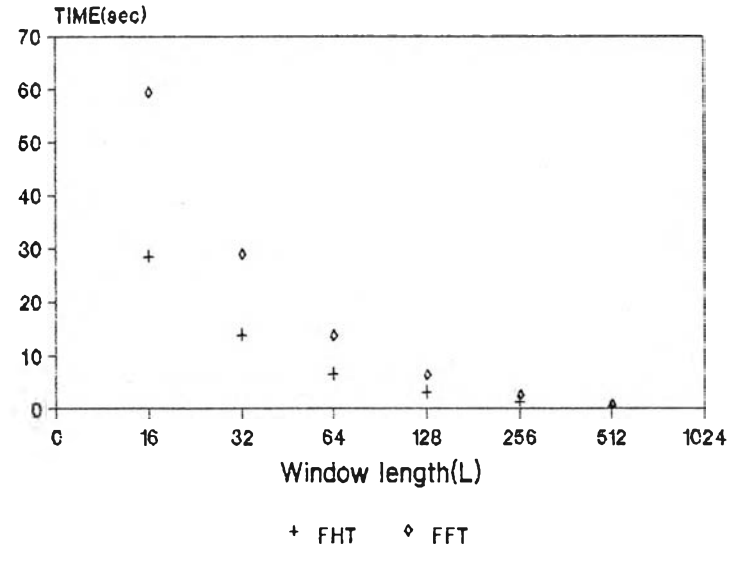
การเปรียบเทียบผลการวิเคราะห์ periodogram ระหว่างการใช้ดีสครีตฮาร์ตเลย์ทรานส์ฟอร์มกับการใช้ดีสครีตฟูเรียร์ทรานส์ฟอร์ม จะใช้สัญญาณมาตรฐาน sinnusoidal ที่ความถี่ 100 Hz ความถี่ในการสุ่มตัวอย่าง 10,000 Hz จำนวนสัญญาณทั้งหมด(Q) 600 บวกกับสัญญาณรบกวน white gaussian ที่ทำให้ค่า SNR เท่ากับ -3 dB และใช้ rectangular วินโดว์ในการแบ่งสัญญาณออกเป็นส่วน ที่ความยาวของวินโดว์(L) ค่าต่าง ๆ จำนวนสัญญาณที่ทับซ้อนเท่ากับ L/2 และความยาวข้อมูลที่ทำการทรานส์ฟอร์ม(N) เท่ากับ 1024 สำหรับค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยจะเป็นการเปรียบเทียบผลที่ได้จากการวิเคราะห์ periodogram เมื่อใช้ดีสครีตฮาร์ตเลย์ทรานส์ฟอร์มกับเมื่อใช้ดีสครีตฟูเรียร์ทรานส์ฟอร์ม แสดงในสมการที่(5.2.3.1)

$$MSE = \frac{1}{(N/2+1)} \sum_{k=0}^{N/2} (I_F[k] - I_H[k])^2 \qquad (5.2.3.1)$$

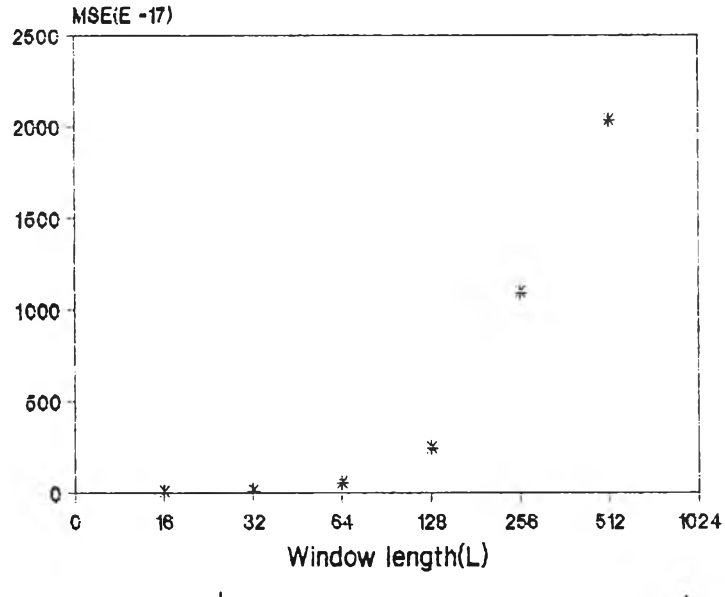
โดยที่ $I_F[k]$ เป็น periodogram เฉลี่ยที่มาจากการทำดีสครีตฟูเรียร์ทรานส์ฟอร์ม

$I_H[k]$ เป็น periodogram เฉลี่ยที่มาจากการทำดีสครีตฮาร์ตเลย์ทรานส์ฟอร์ม

การเปรียบเทียบเวลาที่ใช้ในการคำนวณ periodogram เมื่อใช้ดีสครีตฮาร์ตเลย์ทรานส์ฟอร์มกับเมื่อใช้ดีสครีตฟูเรียร์ทรานส์ฟอร์มแสดงดังรูปที่ 5.2.3.1 และค่า MSE ที่ได้จากการคำนวณในสมการที่(5.2.3.1) แสดงดังรูปที่ 5.2.3.2



รูปที่ 5.2.3.1 แสดงการเปรียบเทียบเวลาที่ใช้ในการวิเคราะห์ periodogram เมื่อใช้ FHT กับเมื่อใช้ FFT



รูปที่ 5.2.3.2 แสดงค่า MSE ที่ได้จากการเปรียบเทียบผลการวิเคราะห์ periodogram เมื่อใช้ FHT กับเมื่อใช้ FFT