ความหนาแน่นสถานะระหว่างระดับแลนดาวในก๊าซอิเลกตรอนสองมิติโดยวิธีการอินทิเกรตตามเส้นทาง

นายนิคม ชูศิริ

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรดุษฎีบัณฑิต
ภาควิชาฟิสิกส์
บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
พ.ศ. 2533

ISBN 974-577-223-2

ลิขสิทธิ์ของบัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

016700

I10311257

PATH INTEGRAL APPROACH TO THE DENSITY OF STATES BETWEEN LANDAU LEVELS IN A TWO-DIMENSIONAL ELECTRON GAS

Mr. Nikom Choosiri

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of Doctor of Philosophy

Department of Physics

Graduate School

Chulalongkorn University

1990

ISBN 974-577-223-2

Thesis Title	Path Integral Approach to the Density of States between Landau Levels in a Two-Dimensional Electron Gas
By	Mr. Nikom Choosiri
Department	Physics
Thesis Advisor	Professor Virulh Sa-yakanit, F.D.

Accepted by the Graduate School, Chulalongkorn University in Partial Fulfillment of the Requirments for the Degree of Doctor of Philosophy.

Thavorn Vajrabhaya ..... Dean of Graduate School

(Professor Thavorn Vajarabhaya, Ph.D.)

Thesis Committee

S. Yoksan ..... Chairman

(Professor Suthat Yoksan, Ph.D.)

Virulh Sa-yakanit ..... Thesis Advisor

(Professor Virulh Sa-yakanit, F.D.)

Kitt Visoottiviseth ..... Member

(Associate Professor Kitt Visoottiviseth, Ph.D.)

Pisistha Ratanavararaksa ..... Member

(Assistant Professor Pisistha Ratanavararaksa, Ph.D.)

Preedeeporn Limcharoen ..... Member

(Assistant Professor Preedeeporn Limcharoen, Ph.D.)

นิคม ชูศิริ : ความหนาแน่นสถานะระหว่างระดับแลนดาวในก๊าซอิเลกตรอนสองมิติโดยวิธีการอินทิเกรตตามเส้นทาง (PATH INTEGRAL APPROACH TO THE DENSITY OF STATES BETWEEN LANDAU LEVELS IN A TWO-DIMENSIONAL ELECTRON GAS) อ.ที่ปรึกษา: ศ.ดร.วิรุฬห์ สายคณิต, 107 หน้า
ISBN 974-577-223-2

ได้คำนวณหาความหนาแน่นสถานะของอิเลกตรอนในระบบสองมิติภายใต้สนามแม่เหล็กตั้งฉากกับระนาบของอิเลกตรอนและอิเลกตรอนมีอันตรกิริยากับศักย์ที่ไร้ระเบียบโดยวิธีอินทิเกรตตามเส้นทาง พบว่าความหนาแน่นสถานะของอิเลกตรอนสามารถเขียนอยู่ในรูปแบบของการอินทิเกรต

$$n(E) = \left(\frac{S}{\pi\hbar}\right)\int_{-\infty}^{\infty} dT \left(\frac{m}{2\pi i\hbar T}\right)\left(\frac{\Omega T}{2\sin\left(\frac{\Omega T}{2}\right)}\right)\exp\left[\frac{iET}{\hbar} - \frac{\xi_L T}{2\hbar^2}\int_0^T dy\,[\,G(T,y)]^{-1}\right]$$

โดยที่ $$G(T,y) = 1 + \frac{8i\sin[\,\Omega(T-y)/2\,]\sin[\,\Omega y/2\,]}{x\sin[\,\Omega T/2\,]}$$

ในกรณีพิเศษพิจารณาเฉพาะช่วงพลังงานต่ำโดยการประมาณให้ T มีค่ามาก พบว่าความหนาแน่นสถานะของอิเลกตรอนดังกล่าวมีรูปแบบเชิงวิเคราะห์ของผลรวมของฟังก์ชันเกาเชียนซึ่งมีจุดศูนย์กลาง ณ ค่าพลังงานแลนดาว E_n

$$n(E) = n_o\hbar\Omega\,(2\pi\Gamma^2)^{-1/2}\sum_{n=0}^{\infty}\exp\left[-\frac{(E-E_n)^2}{2\Gamma^2}\right],$$

เมื่อ $\Gamma^2 = \xi_L\frac{x}{4+x}$, $x = \frac{\hbar\Omega}{E_L}$, $E_L = \frac{\hbar^2}{2mL^2}$ และ ξ_L คือขนาดของความแปรผันแบบเกาเชียน อาศัยความหนาแน่นสถานะรูปแบบเชิงวิเคราะห์ดังกล่าวเมื่อความไร้ระเบียบมีขนาดความยาวสหสัมพันธ์ประมาณ 100 Å พบว่าระดับแลนดาวจะแผ่กว้างออก มีผลทำให้ความหนาแน่นสถานะระหว่างระดับแลนดาวมีค่ามาก สอดคล้องกับผลการทดลองในเฮทเทอโรจังชัน ยิ่งไปกว่านั้นอาศัยความหนาแน่นสถานะในรูปแบบการอินทิเกรตซึ่งสามารถเขียนใหม่ได้ดังนี้

$$n(E) = n_o\,(2/\pi)\sum_{n=0}^{\infty}\int_0^{\infty} dt\,\mathrm{Re}\;e^{\,2i\,(v/x - (n+1/2))t + f'(t)}$$

โดยที่ $$f'(t) = -\frac{t\sin t}{2ix}\,\xi'_L\int_0^t dy\,\frac{1}{[(x/4i)\sin t - \cos t + \cos y]}$$

เมื่อทำการคำนวณด้วยวิธีเชิงตัวเลขโดยให้ความยาวสหสัมพันธ์ประมาณ 100 Å ผลการคำนวณสอดคล้องเป็นอย่างดีกับการทดลองของคูคุชคินและ ทิโมเฟเยฟในอินเวอร์ชันเลเยอร์ของมอส สิ่งใหม่ที่สำคัญยิ่งในการก่อให้เกิดความหนาแน่นสถานะ ระหว่างระดับแลนดาวคือบทบาทของความยาวสหสัมพันธ์

ภาควิชา ..... ฟิสิกส์.....
สาขาวิชา ..... ฟิสิกส์.....
ปีการศึกษา ..... 2532.....

ลายมือชื่อนิสิต .....
ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา .....

NIKOM CHOOSIRI : PATH INTEGRAL APPROACH TO THE DENSITY OF STATES BETWEEN LANDAU LEVELS IN A TWO-DIMENSIONAL ELECTRON GAS. THESIS ADVISOR : PROF.VIRULH SA-YAKANIT, F.D. 107 pp. ISBN 974-577-223-2

The density of states (DOS) of an electron confined in two dimensions in the presence of a transverse magnetic field and interacting with disorder is derived, using path-integral method, we find that the DOS of the electron can be written in an integral form

$$n(E) = \left(\frac{S}{\pi\hbar}\right)\int_{-\infty}^{\infty} dT \left(\frac{m}{2\pi i\hbar T}\right)\left(\frac{\Omega T}{2\sin\left(\frac{\Omega T}{2}\right)}\right)\exp\left[\frac{iET}{\hbar} - \frac{\xi_L T}{2\hbar^2}\int_0^T dy\,[G(T,y)]^{-1}\right]$$

where $G(T,y) = 1 + \dfrac{8i\sin[\Omega(T-y)/2]\sin[\Omega y/2]}{x\sin[\Omega T/2]}$.

In the special case of consideration, for the states at low energies, we make a large-T approximation, it is found that the DOS becomes an analytical form of a sum of Gaussians centered at each Landau energy E_n,

$$n(E) = n_0\hbar\Omega(2\pi\Gamma^2)^{-1/2}\sum_{n=0}^{\infty}\exp\left[-\frac{(E-E_n)^2}{2\Gamma^2}\right],$$

where $\Gamma^2 = \xi_L\dfrac{x}{4+x}$, $x = \dfrac{\hbar\Omega}{E_L}$, $E_L = \dfrac{\hbar^2}{2mL^2}$ and ξ_L is the magnitude of Gaussian variance. From the analytical form of the DOS, for disorder having a finite correlation length L ~ 100 Å we find broad Landau Levels which leads to a large DOS between Landau levels, in agreement with experiments on heterojunctions. Furthermore, from the integral form of the DOS, which can be rewritten as

$$n(E) = n_0(2/\pi)\sum_{n=0}^{\infty}\int_0^{\infty} dt\,\mathrm{Re}\; e^{2i(\nu/x - (n+1/2))t + f'(t)}$$

where $f'(t) = -\dfrac{t\sin t}{2ix}\xi'_L\int_0^t dy\,\dfrac{1}{[(x/4i)\sin t - \cos t + \cos y]}$,

using numerical calculation with the correlation length L ~ 100 Å, we find our numerical results agree well with the experiments of Kukushkin and Timofeev on MOS inversion layer. The essential new feature, which provides a DOS between Landau Levels, is recognizing the role of correlation length.

ภาควิชา ..... ฟิสิกส์ .....
สาขาวิชา ... ฟิสิกส์ .....
ปีการศึกษา ..... 2532 .....

ลายมือชื่อนิสิต .....
ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา .....

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ACKNOWLEDGEMENTS

The author wishes to express his sincere gratitude to his supervisor, Prof. Dr. Virulh Sa-yakanit for his invaluable advice, guidance and encouragement given throughout this work. Thanks are also due to Assoc. Prof. Jong-orn Berananda, Assoc. Prof. Payong Tunsiri and Assoc. Prof. Dr. Wichit Sritrakool for their help in various ways.

He would like to thank the thesis committee, Prof. Dr. Suthat Yoksan, Assoc. Prof. Dr. Kitt Visoottiviseth, Assist. Prof. Dr. Pissitha Ratanavararaksa and Assist. Prof. Dr. Preedeeporn Limcharoen for their reading and criticizing the manuscript. Special thanks are due to Mr. Montri Sukdananda and Miss Sajcha Sawaengkarn for assistances in typing some part of this work.

He would like to express his sincere thanks to Dr. Julian Poulter for helping in the numerical integration and for assistance in correcting the English manuscript.

Finally, the author wishes to acknowledge the University Development Commission, National Council and the Professor Dr. Tab Nilanidhi Foundation, in providing the graduate scholarship.

TABLE OF CONTENTS

Page

ABSTRACT IN ENGLISH.....iv

ABSTRACT IN THAI.....v

ACKNOWLEDGEMENTS.....vi

LIST OF FIGURES.....ix

LIST OF TABLES.....xii

CHAPTER I INTRODUCTION TO TWO-DIMENSIONAL SYSTEM.....1

Introduction and Historical Review.....1

Two-Dimensional Electron System in a Strong Magnetic Field.....3

The Quantum Hall Effect.....11

Explanation of the Quantum Hall Effect.....13

Direct measurement of the Density of States of a Two-Dimensional Electron Gas.....16

Theoretical models of the Density of states of a Two-Dimensional Electron Gas.....17

CHAPTER II THE PROPAGATOR AND FEYNMAN PATH INTEGRAL....25

Introduction 25

The Propagator and Feynman Path Integral.....26

Path Integral of a Free Particle.....30

The Quadratic Lagrangian.....31

Exact Propagator of a Two-Dimensional Random System.....35

The Density of States.....52

CHAPTER III PATH INTEGRAL APPROACH TO THE DENSITY OF STATES OF A TWO-DIMENSIONAL ELECTRON GAS.....56

Introduction....56
The Density of states....56
Path Integrals of a Two-Dimensional random Model....57
First Cumulant Approximation....60
The Gaussian Random Model....62
The Density of States of a Two-Dimensional Random System....64
Numerical Results and Comparisons with Experiments....68
CHAPTER IV CONCLUSION....76
Summary....76
Discussion and Conclusion....81
REFERENCES....83
APPENDIX A....90
APPENDIX B....95
APPENDIX C....97
APPENDIX D....99
VITA....107

LIST OF FIGURES

Page

Fig. 1 Two-dimensional electron system in the metal-oxide-semiconductor (MOS) inversion layer. The S and D represent source and drain (usually n-type doped region) respectively, V_g gate voltage and E_F Fermi energy. Bending in valence and conduction bands is depicted together with wave function $\psi(z)$ and density of states n(E).....4

Fig. 2 Two-Dimensional electron system in the semiconductor heterostructure. The figure depicts the case of selective doping in AlGaAs.....4

Fig. 3 Density of states for two and three-dimensional electron system in magnetic field.....8

Fig. 4 The degeneracy (total number of states) in a Landau level in a two- dimensional system is roughly equal to the number of circles of radius ℓ (cyclotron radius) covering the system.....8

Fig. 5 Density of states (semi-elliptic) for the disordered two-dimensional electron system in a strong magnetic field in the self-consistent Born approximation (SCBA).....11

Fig. 6 Experimental result for the quantum Hall effect in a Si(100) MOS inversion layer in a magnetic field of B = 19T at T = 1.5K. The diagonal resistance R_{xx} and Hall resistance R_{xy} are shown as a function of gate voltage V_g, which is proportional to the electron concentration.....12

Fig. 7 A schematic diagram showing Landau levels broadened into bands by impurities. Only the states near the center of the bands are extended states. The Fermi level is shown to lie in the mobility gap between two Landau levels. 15

Fig. 8 2D-electron radiative recombination spectra obtained at B = 7T, T=1.6K at different fillings of the Landau levels.....17

Fig. 9 The density-of -states profile of the ground Landau level calculated by using the self-consistent-Born approximation (dashed line) and the lowest order cumulant approximation (dotted line).....23

Fig.10 The sum over paths is defined as a limit, in which at first the path is specified by giving only its coordinate x at a large number of specified times separated by very small intervals ε. The path sum is then an intergral over all these specified coordinates. 29

Fig. 11 The difference between the classical path $\bar{x}(t)$ and some possible alternative path y(t). The end points $y(t'') = y(t')$.....33

Fig. 12 Comparison of the model density of states (solid line) which fits 2DES data for B = 5T and the SCBA short-range interaction theory (dashed line). At B = 5T, $\hbar\Omega$ = 8.7 meV. The rms half-widths of the Landau levels are shown. 67

Fig. 13 Density of states from Eq.(3.46) for ξ'_L =1 and $2 \leq x \leq 4$. 68

Fig. 14 Density of states from Eq.(3.46) for x = 5 and $1 \leq \xi'_L \leq 5$.....68

Fig. 15 a) Curves 1 and 2 show the emission spectra of 2D electrons found for T = 1.6K and B = 0 (spectrum 1) or B = 7T, $\hbar\Omega$ = 4 meV(spectrum 2). Curve 3 (dashed line) shows numerical result for the DOS using ξ_L= 6.8 meV^2 with L = 97 Å. 74

Fig. 15 b) Emission spectrum found at the angle between the magnetic field and the normal to the plane of the 2D layer is 60°($\hbar\Omega$ = 2 meV). The dashed line shows numerical result for the DOS with ξ_L = 6.8 meV^2 andL = 97Å.....75

LIST OF TABLES

page

Table 1. Numerical values of the DOS, for $\xi_L' = 1.7$, $\xi_L = 6.8$ meV^2, x =2, and $\hbar\Omega$ =4 meV.....103

Table 2. Numerical values of the DOS, for $\xi_L' = 1.7$, $\xi_L = 6.8$ meV^2, x=1, and $\hbar\Omega$ =2 meV.....105